Universidade Estadual do Oeste do Paraná
CAMPUS DE CASCAVEL - PARANÁ

PPGECEM
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

ROSANGELA RAMON

A MATEMÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM OLHAR FENOMENOLÓGICO

CASCAVEL
2024

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A MATEMÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM OLHAR FENOMENOLÓGICO

ROSANGELA RAMON

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de doutora em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientador(a): Tiago Emanuel Klüber.

CASCAVEL – PR
2024

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

RAMON, ROSANGELA
A MATEMÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM OLHAR FENOMENOLÓGICO / ROSANGELA RAMON; orientador Tiago Emanuel Klüber. -- Cascavel, 2024.
213 p.

Tese (Doutorado Campus de Cascavel) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, 2024.

1. Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3. Filosofia da Educação Matemática. 4. Fenomenologia. I. Klüber, Tiago Emanuel, orient. II. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS GRADUÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ROSANGELA RAMON

A matemática na modelagem matemática na educação matemática: um olhar fenomenológico

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação em Ciências e Educação Matemática, área de concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação matemática, APROVADA pela seguinte banca examinadora:

Orientador - Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Maria Aparecida Viggiani Bicudo
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)

José Carlos Cifuentes Vásquez
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

João Fernando Christofoletti
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Cascavel, 22 de abril de 2024.

DEDICATÓRIA

Dedico aos meus pais Augusto e Delize Ramon.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Augusto e Delize Ramon, por compartilharem comigo valores imprescindíveis para a minha formação: **HONESTIDADE, HUMILDADE e PERSISTÊNCIA.**

Agradeço aqueles que são o meu bem mais precioso, meus filhos: **Marcos Augusto, Mathias Acácio e Miguel Acácio**. O amor de vocês foi a força que me impulsionou em momentos de desânimo.

Agradeço a **Marcos Acácio Brisola** por me apoiar nos momentos mais difíceis. Obrigada!

Agradeço a minha irmã **Eliane Vera Ramon Lunardi** por ter cuidado de mim desde a infância. Obrigada pelo amor oferecido aos meus filhos e por toda ajuda prestada nesses anos em que me dediquei ao doutorado.

Agradeço ao meu orientador doutor **Tiago Emanuel Klüber**, por ter oportunizado que eu vivenciasse um mundo novo, por “quebrar” minhas convicções e por ajudar a ampliar meus horizontes compreensivos, por me amparar em toda a trajetória. Você é um amigo que ganhei de bônus nesse processo de doutoramento. Sou profundamente grata por toda a orientação e por me ajudar a trilhar esse caminho, que foi repleto de desafios, mas também de muito aprendizado. Meu respeito e admiração por ti.

Agradeço a **Nagmar Ferreira de Souza** e **Priscila Gleden Novaes Da Silva**, pelas conversas, pelo apoio, pelas trocas, pela sinceridade e principalmente pela amizade. Com vocês, juntamente com a participação do meu orientador no processo de doutoramento, a caminhada foi menos solitária.

Agradeço aos estudantes que participaram da pesquisa. Sem a disposição de vocês em compartilhar suas experiências, minha pesquisa não teria sido completa. Agradeço por dedicarem seu tempo e energia para contribuir para o avanço do conhecimento na área da Educação Matemática.

Agradeço aos membros do grupo de pesquisa Investigações Fenomenológicas na Educação Matemática (IFEM) pelas sugestões e apoio.

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, por compartilharem seus conhecimentos.

Agradeço aos membros da banca, **Maria Aparecida Viggiani Bicudo, João Fernando Christofoletti**, **José Carlos Cifuentes Vasquez** e **Rodolfo Eduardo Vertuan,** pelo olhar cuidadoso e pelas sugestões apresentadas, tanto na qualificação como na defesa.

Agradeço ao Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina (UNIEDU) e ao Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) que colaboraram para que eu trilhasse e concluísse essa jornada formativa no âmbito da Educação Matemática.

RAMON, Rosangela. **A Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática: um olhar fenomenológico.** 2024. 213 folhas. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2024.

RESUMO

A Modelagem Matemática na Educação Matemática é uma temática que tem recebido destaque em pesquisas acadêmicas nos últimos 40 anos. No entanto, muitas vezes, a Matemática na Modelagem não é claramente explicitada. Guiada pela interrogação “O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?” realizamos uma pesquisa fenomenológica com um olhar hermenêutico para os dados produzidos. O interesse pelo fenômeno interrogado está articulado às lacunas percebidas na reflexão sobre o tema, uma vez que a autora se deparou com a ausência da própria reflexão sobre ele. Esse interesse foi se consolidando à medida que avançamos em leituras dedicadas à Matemática, revelando a ausência de reflexões em outras pesquisas focadas nas concepções de professores de Matemática. Com vistas ao interrogado e com a postura assumida apresentamos as compreensões articuladas, que são desenvolvidas e apresentadas em três artigos distintos, uma vez que a tese está sendo redigida em formato *multipaper*. No primeiro artigo, apresentamos reflexões concernentes à Matemática nas filosofias platônica, aristotélica e kantiana. Esse movimento se mostrou relevante para compreender a tradição que influencia nossa cultura e como essas filosofias permeiam a Educação Matemática. O segundo artigo emergiu de inquietações que foram surgindo pela postura assumida para a realização da tese e das pesquisas realizadas para a produção do primeiro artigo, especialmente em relação à Matemática na abordagem fenomenológica. Nele, interrogamos “Que compreensões sobre Matemática emergem da filosofia fenomenológica husserliana?”. Com essa investigação, compreendemos a constituição do conhecimento matemático, se inicia na subjetividade do matemático, fundada no mundo-da-vida, que pelos atos da consciência vai articulando diversos conhecimentos sobre o visado. No terceiro artigo, interrogamos “O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática para estudantes do Ensino Superior?”. Ao entrevistar 13 estudantes, cuja a organização dos dados se deu com o auxílio do *software* de análise qualitativa ATLAS.ti, articulamos seis categorias que indicaram compreensões sobre a Matemática. Dentre elas, destaca-se o entendimento de que a Matemática está nas coisas e, portanto, é uma descoberta e que ela representa o mundo empírico. Ademais, embora a Matemática facilite um pensamento mais reflexivo sobre a realidade, a própria natureza da Matemática não é refletida.

Palavras-chave: Matemática; Modelagem Matemática; Educação Matemática; Filosofia da Educação Matemática; Fenomenologia.

RAMON, Rosangela. 2024. **Mathematics in Mathematical Modeling in Mathematics Education: a phenomenological look.** 2024. 213 leaves. Thesis (PhD in Science Education and Mathematics Education) - graduate Program in Education in Science and Mathematics Education, State University of Western Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2024.

ABSTRACT

Mathematical Modeling in Mathematics Education is a topic that has gained prominence in academic research over the past 40 years. However, the Mathematics in Modeling is not clearly spelled out. Guided by the question "What is this, the Mathematics in Mathematical Modeling in Mathematics Education?" we conducted a phenomenological research with a hermeneutic perspective on the data produced. The interest in the interrogated phenomenon is linked to the perceived gaps in reflection on the topic, as the author encountered a lack of reflection on it. This interest solidified as we delved into readings dedicated to Mathematics, revealing the absence of reflections in other research focused on Mathematics teachers' conceptions. Supported by Phenomenology, we suspended pre-existing beliefs and expectations, positioning ourselves to listen to the phenomenon to see what it reveals. With the interrogation and the assumed stance, we present the articulated understandings, developed and presented in three distinct articles, as the thesis is being written in a multipaper format. In the first article, we present reflections on Mathematics in the Platonic, Aristotelian, and Kantian philosophies. This movement became relevant to understand the tradition influencing our culture and howthese philosophies permeate Mathematics. The second article emerged from concerns that arose from the stance taken to conduct the thesis and the research for the first article, especially regarding Mathematics in the phenomenological approach. In it, we question, "What understandings of Mathematics emerge from Husserlian phenomenological philosophy?" Through this investigation, we understand that the constitution of mathematical knowledge begins in the mathematician's subjectivity, founded in the lifeworld, which, through acts of consciousness, articulates various knowledge about the targeted phenomenon. In the third article, we question, "What is this, the Mathematics in Mathematical Modeling in Mathematics Education for Higher Education students?" By interviewing 13 students, with the aid of the qualitative analysis software ATLAS.ti for data organization, we articulated six categories that indicated understandings of Mathematics. Among them, the understanding that Mathematics is in things and, therefore, a discovery, and that it represents the empirical world stands out. Additionally, although Mathematics facilitates more reflective thinking about reality, the nature of Mathematics itself is not reflected upon.

Keywords: Mathematics; Mathematical Modeling; Mathematics Education; Philosophy of Mathematics Education; Phenomenology.

LISTA DE QUADROS

Artigo 2

Artigo 3

LISTA DE FIGURAS

Experiências vividas e horizonte compreensivo da investigação

Artigo 3

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
CNMEM	Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática
EPMEM	Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
IFEM	Investigação Fenomenológica na Educação Matemática
FEM	Fenomenologia em Educação Matemática
PPGECEM	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

SUMÁRIO

“[...] é caminhando que se faz o caminho ... enquanto houver sol [...]”
Titãs, Enquanto houver sol

EXPERIÊNCIAS VIVIDAS E HORIZONTE COMPREENSIVO DA INVESTIGAÇÃO

Essa seção da tese em formato *multipaper* não é uma introdução convencional de um texto em formato monográfico, pois é necessário expor alguns aspectos gerais que não caberiam em tal introdução. Este texto visa situar o leitor sobre a presente tese, que investiga a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática[1]. A constituição da interrogação que orienta esta pesquisa não se deu de forma aligeirada. Foi necessária uma reflexão profunda, considerando a minha trajetória acadêmica, minha atuação como docente e os estudos que desenvolvi tanto na área da Modelagem Matemática quanto os de cunho filosófico, para que tivéssemos clareza do fenômeno a ser investigado. Conforme compreendemos, o movimento de pesquisar evoca constantes reflexões, pensar e repensar, além de uma disposição pessoal para permitir que seja possível ver o que se mostra do fenômeno investigado.

Neste movimento de pensar e repensar o interrogado, elencamos, nesta seção, o caminho que percorrermos para a produção desta tese. Iniciamos apresentando, de forma sucinta, a minha trajetória acadêmica, a profissional e a inserção da pesquisa em Educação Matemática seguido de um breve texto referente à minha experiência vivida com a Modelagem Matemática. Na sequência, é explicitada a postura investigativa assumida e o movimento realizado até a constituição da interrogação da pesquisa.

Ao refletir sobre o que a interrogação interroga sentimos a necessidade de revisar e dissertar sobre Matemática, Modelagem Matemática e possíveis articulações de pesquisas já realizadas sobre o fenômeno investigado, os quais apresentamos no decorrer da seção. Apresentamos, também, a estrutura de organização deste

[1] No decorrer do texto, para evitar repetições, muitas vezes, usaremos Modelagem, Modelagem Matemática como sinônimo de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Quando, a Modelagem Matemática se tratar de outro campo, que não o mencionado anteriormente, faremos uso da expressão Modelagem Aplicada.

documento, que decorre da articulação entre os artigos produzidos para a constituição da tese.

Por isso, esta apresentação está dividida em 7 subseções que cumprem o papel de dar o sentido de totalidade ao fenômeno investigado e expor a articulação entre os artigos em relação ao interrogado. São elas: 1) Eu, a Matemática e a Modelagem; 2) O fenômeno investigado e a interrogação de pesquisa; 3) A postura assumida no trilhar da pesquisa; 4) A Matemática; 5) Modelagem Matemática; 6) Pesquisas articuladas com a região de inquérito; 7) Da articulação dos momentos que constituem a pesquisa.

1. EU, A MATEMÁTICA E A MODELAGEM[2]

No texto que segue, busco esclarecer, dentro do limite que me é permitido, o interesse a respeito da pesquisa que desenvolvi. Se, hoje, o que investigo se apresenta de forma mais clara, deve-se a muitos momentos de reflexão. O caminho que percorri não foi um caminho fácil, nem mesmo linear e certeiro. Foi um movimento de abertura de pensar com outros e comigo mesma.

Em minha formação acadêmica (Licenciatura em Matemática), a ênfase, segundo compreendo, deu-se no campo da Matemática Pura e Aplicada, sem o foco na Educação Matemática. O rigor e a formalização matemáticos eram os pilares de sustentação para a maioria das aulas, com raras exceções.

Mesmo nas disciplinas voltadas ao ensino de Matemática, tais como as disciplinas de Laboratório de Matemática e Metodologia de Ensino, a forma de condução se dava, no meu horizonte de compreensão, sem acentuada diferença das demais. Porém, em uma das aulas, estudamos o primeiro e o segundo capítulo do livro *Modelagem Matemática no Ensino,* de autoria de Maria Salett Biembengut e Nelson Hein. Nestes textos, segundo minhas lembranças, eram apresentados motivos para a utilização da Modelagem no contexto escolar, visando despertar o interesse dos estudantes para estudar Matemática, na tentativa de motivá-los. O texto orientava que as atividades deveriam ter como referência a "realidade" a qual o estudante

[2] Nesta seção, o texto é redigido na primeira pessoa do singular, por ser apresentado a própria trajetória e a busca pela definição da interrogação que norteará a pesquisa em questão.

estivesse inserido. Isto chamou a minha atenção: uma Matemática “mais palpável”, que poderia estar relacionada ao dia a dia.

Ao mesmo tempo em que ficava impressionada com os argumentos da literatura supramencionada, ficava indagando sobre modos de fazer Modelagem, em termos práticos: direcionamento das atividades, motivação para iniciar a atividade, a função do professor, entre outras. Essas inquietações foram me acompanhando, afinal, aquilo que havia estudado nos textos se apresentava numa perspectiva teórica, sem uma vivência na esfera prática. Dito de outro modo, havia estudado a teoria, mas nunca vivenciado uma atividade de Modelagem Matemática.

Mesmo assim, com aquela experiência vivida, com a leitura daqueles textos, vislumbrei a possibilidade de um fazer diferente, de um olhar diferenciado para o ensino da Matemática. Na graduação, a leitura de um único texto foi o meu contato com a Modelagem, o qual despertou a minha atenção pela possibilidade de tornar as aulas de Matemática mais atrativas e menos tradicionais[3], mesmo sem ter vivenciado uma atividade de Modelagem Matemática durante todo o curso. Em praticamente todas as aulas, de acordo com minhas memórias, o enfoque estava no caráter da Matemática formal, uma ciência carregada de verdades absolutas, em que ao carácter humano de produção do conhecimento não ganhava destaque.

Ao relembrar as aulas do curso de Licenciatura, não tenho recordações de discussões ancoradas em perspectivas que agregassem o caráter social, histórico ou filosófico da Matemática ou da Educação Matemática ao longo dos quatro anos do curso. Por outro lado, não posso afirmar que não se fizeram presentes na minha formação, apenas afirmo que eu, enquanto estudante, não tenho lembranças de tais discussões. Pode ser que isso esteja relacionado à minha admiração pelo formalismo e articulação dos conceitos presentes na Matemática.

Enquanto estudava as deduções e demonstrações dos teoremas, ficava admirada com a genialidade de muitas delas. Não falo das demonstrações monstruosas e complexas que poucos conseguem compreender, tais como a do Último Teorema de Fermat (o qual ouvi falar, ainda em minha infância, por um

[3] Compreendo por tradicional a aula em que, de modo geral, o professor passa o conteúdo no quadro e o estudante registra em seu caderno, sem uma reflexão, sem um entendimento do porquê. A ênfase está em aprender a aplicar algoritmos e a resolver exercícios seguindo um modelo apresentado pelo professor.

noticiário de televisão), em que Andrew Wiles[4] dedicou longos anos de sua vida para demonstrá-lo. As que mais despertavam minha atenção eram aquelas com poucas páginas, mas que, com muita criatividade, conseguiam demostrar o teorema apresentado, tal como as deduções das Séries de Taylor e das Séries de Fourier.

Durante as aulas da graduação, intrigava-me a capacidade que eles, os matemáticos renomados, tinham para demonstrar e criar teorias. No meu pensamento, não cogitava que seriam pessoas normais, que dormiam, se alimentavam... por mais estranho que isso possa parecer. Nos meus pensamentos, a Matemática era criada por “seres de outro mundo”, que se encontravam em um patamar ao qual poucos teriam acesso. Ainda assim, sentia-me desafiada em compreender novas teorias matemáticas e demonstrações de seus resultados.

Ao mesmo tempo em que a Matemática Pura (concebida, muitas vezes, pela comunidade científica com características marcantes, como a abstração, a verdade independente do mundo físico, o rigor dos conceitos e simbologia, e o não interesse pela aplicabilidade) despertava minha curiosidade, a Matemática Aplicada (voltada à descrição e entendimento do empírico) também fomentava meu interesse: como utilizar conceitos matemáticos para solucionar problemas enfrentados pela humanidade, tais como a proliferação do mosquito da dengue, a poluição de rios?

Os problemas voltados à Biomatemática que, segundo Bassanezi (2002), procuram analisar a estrutura do sistema biológico por meio da Matemática, tentando preservar as características biológicas essenciais, eram, para mim, mais atrativos do que os de outras áreas. Esse interesse esteve vinculado aos meus estudos no mestrado, o qual foi desenvolvido na Modelagem Matemática na Matemática Aplicada, na Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Unijuí. Nele, desenvolvi um estudo que permitiu analisar a dinâmica populacional da *Grapholita Molesta*[5], além de simular o controle biológico da *Grapholita* em plantações de maçã com e sem a interação de um parasitoide (Ramon, 2009).

Ao mesmo tempo que transitava entre Matemática Pura e a Matemática Aplicada, havia um outro foco de interesse que dividia as minhas atenções: como

[4] Matemático britânico que participou da demostrou um dos teoremas matemáticos mais empolgantes da Matemática, por ser de fácil entendimento, mas que a demonstração permaneceu em aberto por mais de 350 anos. O Teorema afirma que não existe nenhum conjunto de números inteiros positivos *x, y, z* e *n* (com *n* maior que 2) que satisfaça a equação $x^n + y^n = z^n$.

[5] Uma das principais pragas dos pomares de maçã da região sul do Brasil, a *Grapholita Molesta*, causa preocupações aos produtores, por provocar perdas de frutos nas plantas infectadas por essa mariposa.

despertar nos estudantes esse mesmo interesse que tenho pelo conhecimento matemático e pela Matemática?

Na tentativa de proporcionar aos estudantes possibilidade de compreensão, sempre procurei usar a expressão "**E se**", que, em minha visão, possibilita um movimento de reflexão pela procura de entendimentos, de rupturas da aceitação do que é imediato. É um ir além daquilo que, muitas vezes, já era esperado: **E se** não fosse assim? **E se** olhássemos com outras lentes? **E se** a situação mudasse? **E se** tivéssemos novas condições impostas? **E se** olhássemos a situação por perspectivas diferentes? **E se, e se ....** Do meu horizonte compreensivo, essa abordagem fomenta um movimento reflexivo e estimula a busca por compreensões mais profundas, incentivando a consideração de possibilidades além daquilo que está dado.

Acredito que, esse modo de agir esteve vinculado às minhas experiências vividas, tanto no que diz respeito às leituras durante a realização do mestrado, como no modo de atuação como pesquisadora da Modelagem Aplicada. Frequentemente questionava sobre o que ficava do vivenciado: o que fica para o professor? O que fica para o estudante? Qual o sentido daquilo que fica? O que isso que fica contribui para a vida do aluno? E para minha vida?

A experiência vivida com a Modelagem e o meu modo de compreendê-la impulsionou esse movimento de questionar, acompanhando-me durante minha atuação profissional, tanto no Ensino Superior como na Educação Básica, pois propiciava questionar, projetar, descontruir e duvidar. Durante as aulas que ministrei, vislumbrava possibilidades de ampliar meus horizontes compreensivos da Educação Matemática, ao investir esforços em investigações voltadas à Modelagem Matemática. A Educação Matemática, conforme compreendo, trabalha com questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, desempenha uma função fundamental para a compreensão da dinâmica que ocorre nas aulas de Matemática. É nesse campo investigativo que dirigi meu olhar para uma pesquisa de doutorado: a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Ao ingressar no doutorado e, em especial, ao frequentar as aulas da disciplina de Teoria do Conhecimento, Epistemologia da Educação Matemática e, ao participar das discussões e dos estudos grupo de pesquisa[6], me lancei em uma viagem, no

[6] O grupo de pesquisa do qual faço menção é intitulado Investigação Fenomenológica na Educação Matemática (IFEM), liderado pelo professor doutor Tiago Emanuel Klüber.

campo acadêmico, a qual me proporcionou a possibilidade de desconstrução. O desconforto começou a se fazer presente diariamente, fui tomada por um vazio existencial, em que as minhas convicções e certezas a respeito da Matemática ficaram em suspensão. Esse processo de desconstrução conceitual possibilitou aberturas de novos horizontes compreensivos. Muitas das minhas crenças, até mesmo aquelas voltadas à credibilidade da Modelagem enquanto uma possibilidade de se abordar Matemática em sala de aula, ficaram suspensas. Por diversos momentos, o autoquestionamento se fazia presente: por que nunca refleti a respeito? Será mesmo que ao se trabalhar com Modelagem Matemática no contexto educacional despertará nos estudantes um maior interesse e engajamento nos estudos?

Mesmo imersa em questionamentos constantes nas aulas que ministrava, nunca me indaguei a respeito daquilo que hoje considero de extrema relevância para um professor de Matemática: a MATEMÁTICA. Não me questionava a respeito da minha própria concepção de Matemática e de Educação Matemática, dos objetos matemáticos, da existência ou não dos números, das verdades, com as quais a Matemática lida, de como se dá a produção do conhecimento, em especial do conhecimento matemático. Ainda que neste momento não procuremos e admitamos que não seja possível dar uma resposta definitiva, compreendi que é possível avançar em uma compreensão mais articulada e reflexiva sobre ela. A Matemática, que esteve presente durante minha vida acadêmica e profissional - afinal sou professora de Matemática que atuou em diversos níveis de ensino (Fundamental, Médio profissionalizante, Superior) -, não havia sido, por mim, problematizada.

À medida que os semestres avançavam, durante a realização de disciplinas do doutorado, o desconforto só crescia. E, por mais que realizasse leituras, as dúvidas aumentavam, posso dizer que de forma exponencial. Ao tentar responder “O que é a Matemática?”, vi diante dos meus olhos um “buraco negro”, porque, assim como o buraco negro possui um campo gravitacional tão intenso que exerce uma atração aos corpos e partículas, me senti atraída por um outro campo, que não o da gravidade, mas pelo campo desconhecido por mim: o da Filosofia. Dele, não consegui escapar. Por mais que tentasse me afastar, os aspectos filosóficos foram despertando, ao lado do receio e do medo, um fascínio, o que permitiu enxergar um modo de amenizar o desconforto e encontrar caminhos. Isso não significa que esses caminhos foram facilmente encontrados e os desconfortos cessados.

Como já diz a letra da música dos Titãs, epígrafe desta introdução, “[...] é caminhando que se faz o caminho ... enquanto houver sol [...]”. A letra dessa música, em um movimento de pensar articulado com textos de abordagem fenomenológica, culminou em um olhar mais cuidadoso e atento, como professora e como pesquisadora. Adentrei em uma caminhada, sem uma direção prévia e sem uma linearidade. Uma caminhada repleta de incertezas, de questionamentos e de insegurança, ou seja, a minha direção foi dada pela dúvida. Muitas vezes, o movimento de voltar e redirecionar o olhar esteve presente na caminhada, visto que ser pesquisador, conforme compreendo, necessita estar aberto à possibilidade de mudança. Heidegger (2005) afirma que o ser é um “ser-sendo”, ou seja, é na busca de ser pesquisador que se vai se constituindo como tal.

Pesquisar exige idas e vindas, mudanças, muitas vezes, são requeridas ao longo do percurso. E o que temos como resultado do ato investigativo são respostas situadas num momento histórico. O ato de pesquisar para o pesquisador se finda com a morte daquele que investiga, pois, segundo Heidegger (2005), o ser humano é um “ser para a morte”. No meu horizonte de compreensão, poderíamos fazer uma analogia ao entendimento da letra da música supramencionada e a citação feita por Heidegger, pois vou me constituindo enquanto ser/pesquisador na caminhada da vida até quando o sol se for.

Essa caminhada, longe de ter um sentido “fúnebre”, como se pode imaginar em um primeiro momento, é uma verdade inquestionável, pois sob esse “sol” da vida, sempre é possível caminhar, desde que assim se compreenda. Esse é um sentido belo que mostra que não há caminho definitivo em termos de pesquisa, do pensamento e da produção acadêmica produzir academicamente uma tese. Com isso, passamos a explicitar tematicamente a interrogação de pesquisa e o fenômeno interrogado.

2. O FENÔMENO INVESTIGADO E A INTERROGAÇÃO DE PESQUISA

A interrogação que sustenta a nossa investigação passou por um período intenso de reflexões. Do pré-projeto, submetido para o ingresso ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECEM), até a interrogação aqui apresentada, ocorreram diversas modificações, devido aos entendimentos que emergiram ao longo da caminhada da minha formação a nível de doutorado. Dentre as inquietações que foram se mostrando na atitude natural, ao longo da caminhada e que permitiram chegar à interrogação, destacamos: O que da Matemática fica das atividades de Modelagem realizadas com estudantes? O que da Matemática se destaca da experiência vivida de discentes que tiveram aulas com Modelagem Matemática na Educação Matemática? Qual significado o estudante atribui à Matemática ao vivenciar a Modelagem Matemática? Que compreensões de Matemática são produzidas ao se trabalhar com Modelagem?

Segundo Bicudo (2011b), o caminho até a clara explicitação da interrogação é longo. É necessário clarear o interrogado, proceder estudos e análises. É necessário questionar-se sobre o percebido como conflitante até que ela se apresente de modo claro.

Ao voltar muitas vezes às questões enunciadas acima e ao dialogar intensamente com outros, em pessoa ou pela literatura, a interrogação dirigida à Matemática foi se impondo, revelando-se obscura não apenas para nós, mas também para aqueles que falam e publicam sobre o tema. Isso não quer dizer que não existam compreensões ou entendimentos na literatura; significa que, em nossa região de inquérito, compreendemos que a Matemática é frequentemente tomada como algo inerente à Modelagem, ou seja, que está com ela e, portanto, é naturalizada em sua compreensão. Essa compreensão ingênua ou natural, em sentido filosófico, da qual a própria ciência participa, não é um demérito, pois é dela e desta produção, que se pode focar em sentido mais profundo, aquilo que a própria ciência não vê.

Ao assumirmos uma postura de inquirição e ética, que é fortalecida quando assumimos uma visão fenomenológica de conhecimento (Ales Bello, 2006a), buscamos compreensões que não se fundamentem em visões ingênuas, mas que desvelem o fenômeno investigado na sua radicalidade. Sendo assim, na tessitura da vida e das experiências vividas, compreendendo que a Matemática não é interrogada na Modelagem Matemática, um caminho foi se construindo e aquilo que, a princípio, era difuso se iluminou na direção da interrogação desta tese: “O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?”

A região que investigamos se insere no campo da Educação Matemática, que, segundo Burak e Klüber (2008), é constituída não somente pela Educação e pela Matemática, mas por outras áreas, tais como a Filosofia, Antropologia, Sociologia, Língua Materna. Fazendo uma analogia para a instauração da Modelagem, enquanto área de pesquisa da Educação Matemática, afirmamos, segundo nosso modo de compreensão, que ela não se resume à Matemática. Ela abarca diversas regiões investigativas, como por exemplo, a formação de professores. Nosso modo de apresentar a região investigada se dá pela compreensão de que, nas pesquisas na Modelagem Matemática, diversos direcionamentos são possíveis, tais como os estudos realizados por Cararo (2022), Souza (2022), Mutti (2020) e Klüber (2012), Cambi e Caldeira (2023), Viana e Vertuan (2021), Kaiser (2020) e Niss e Blum (2020), cujo enfoque diz respeito a aspectos inerentes à Modelagem, mas que não focalizam a Matemática *em-si*. Dentro das possíveis regiões de inquérito, direcionamos o olhar para a Filosofia da Educação Matemática.

Como afirmam Bicudo e Garnica (2011), a Filosofia da Educação Matemática busca por esclarecimentos dos elementos constitutivos da Educação Matemática, visando a uma imersão teórica no fazer cotidiano voltados aos momentos nos quais ocorrem o ensino e a aprendizagem da Matemática. Os autores explicam, ainda, que a Filosofia da Educação Matemática se nutre de aspectos presentes na Filosofia, Filosofia da Educação e Filosofia da Matemática, mas com procedimentos e região de inquérito próprios. A Filosofia da Educação Matemática, conforme Ernest (2016), apresenta contribuições ricas e profundas para os fundamentos da Educação Matemática. A Filosofia tem como função “[...] analisar, questionar, desafiar e criticar reivindicações da prática, política e pesquisa em educação Matemática” (Ernest, 2016, p. 18, tradução nossa)[7]. O autor ainda alerta que a Filosofia da Educação Matemática trabalha para “[...] desenterrar suposições e pressuposições, e tornando-as evidentes e visíveis, para permitir que os pesquisadores e praticantes possam ir corajosamente além de seus próprios limites [...]” (p.18, tradução nossa)[8].

Da Filosofia, mantém-se características do pensamento analítico, reflexivo, sistemático e universal, em que estão presentes questões relacionadas à ontologia (o que existe), à epistemologia (como se conhece o que existe) e à axiologia (o que é valorizado). Em relação à Filosofia da Educação, mantêm-se análises e reflexões

[7] Tradução nossa do original: “Thus the role of the philosophy of mathematics education is to analyse, question, challenge, and critique the claims of mathematics education practice, policy and research”.
[8] Tradução nossa do original: “Our job is to unearth hidden assumptions and presuppositions, and by making them overt and visible, to enable researchers and practitioners to boldly go beyond their own self-imposed limits […]”.

sobre a educação ao se trabalhar temas voltados ao ensino, à aprendizagem, à escolarização, à avaliação, etc. Há uma preocupação com a educação do outro e o significado que a matemática pode assumir por meio do seu ensino e aprendizagem (Bicudo; Garnica, 2011).

Nesse sentido, a Filosofia da Educação Matemática focaliza a Matemática no contexto da Educação. O que deve ser ensinado e aprendido requer reflexões da Filosofia da Matemática sobre a verdade, o valor da Matemática e a natureza dos objetos com os quais a Matemática lida (Bicudo; Garnica, 2011).

Com esse olhar filosófico, buscamos ir mais a fundo, naquilo que concerne à Matemática e à Modelagem Matemática em sua inter-relaçãono interior da Filosofia da Educação Matemática (Figura 1). Esse modo de compreender pode abrir, pelo menos, dois caminhos investigativos na Educação Matemática: a Modelagem Matemática na Matemática[9] e a Matemática na Modelagem Matemática.

Esse movimento do pensar o fenômeno pode ser efetuado de modo similar ao apresentado por Ernest (2016), ou seja, de cima para baixo (*top down*) ou de baixo para cima (*bottom up)*[10]. Em nossa pesquisa, o interesse está em esclarecer "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?". Esse movimento filosófico dialoga com a filosofia do *"top down*" e *"bottom up",* porém, em sentido fenomenológico, ou seja, sem assumir as teorias, mas indo a elas para esclarecer o interrogado. É no sentido de *top down* que foram investigadas compreensões filosóficas da matemática em filósofos importantes e significativos na nossa região de inquérito. Em vias de *bottom up,* foram investigadas as compreensões de matemática no âmbito da própria Modelagem na Educação Matemática e o sentido atribuído por estudantes que a conheceram em práticas a nível da graduação.

Por isso, elaboramos a Figura 1[11], que mostra a nossa compreensão em termos de região de inquérito.

---

[9] A Modelagem Matemática na Matemática foi, de certa forma, tangenciada em uma perspectiva pela pesquisa realizada por Negrelli (2008) que, motivada pela possibilidade de tomar a própria matemática como uma realidade a ser modelada, aplicou aspectos concernentes a teoria da Modelagem Matemática para justificação da produção de conhecimentos matemáticos. Nesse contexto de pesquisa, a autora considera a Matemática "[...] como ciência, melhor ainda, como uma ciência experimental, uma ciência empírica!" (Negrelli, 2008, p. 77).

[10] Ernest (2016) sugere que a Filosofia da Educação Matemática pode ser caracterizada de duas perspectivas: *bottom up ou top down A primeira diz de uma abordagem de* "baixo para cima" (por meio de questões originadas na prática) e de "cima para baixo" (a partir da própria filosofia e seus ramos).

[11] Na figura, de cunho ilustrativo, fizemos uso de linhas pontilhadas com o intuito de sinalizar que não é possível, segundo nossa compreensão, delimitar de forma definitiva cada uma das regiões citadas.

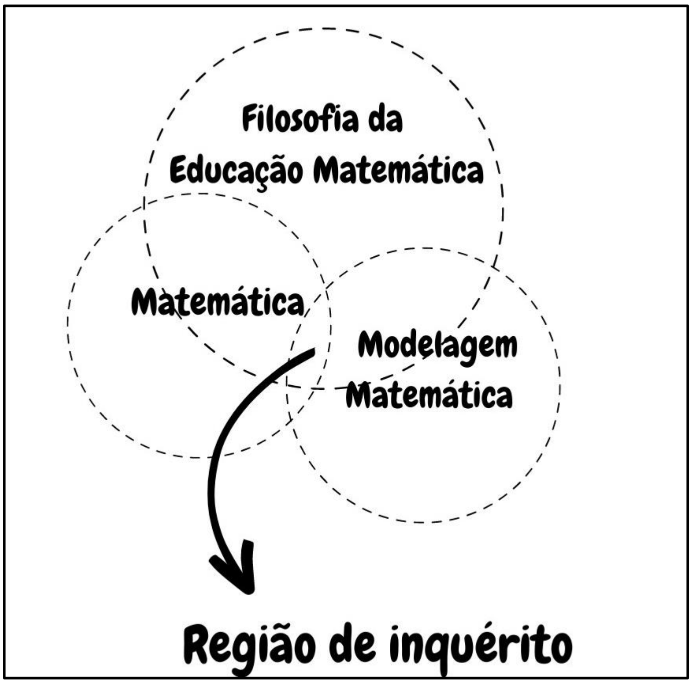

Figura 1: Região de inquérito.
Fonte: Elaboração própria.

Conforme compreendemos, há diferença ao perguntar: "O que é a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?" e ao interrogar "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?". O primeiro questionamento se dá na atitude natural, pois abarca, na própria grafia da frase, o "é", que busca por uma resposta cabal, estática, imutável, verdadeira, consensual, atemporal, sem levar em consideração a historicidade, a cultura e a dimensão social da produção do conhecimento, pois espera uma resposta definitiva e precisa do que é a Matemática na Modelagem Matemática. Assim, não considera a posição de quem faz a pergunta; admite-a como algo exterior à pessoa e às suas vivências.

Por sua vez, ao interrogar "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?", adentramos para uma atitude reflexiva, a qual buscamos realizar assumindo uma postura fenomenológica. É uma atitude reflexiva porque não parte do que está apresentado em teorias, não aceita de imediato suposições prévias, mas procura ir à coisa mesma, tal como se manifesta como um objeto da consciência, deixando que se revele. Essa atitude é distinta porque a reflexão não é sobre o objeto *em-si*, mas com o objeto vivido.

Elas, muitas vezes, se fundem com outras áreas e estão abertas a novas interações. Sinalizamos que o olhar dirigido à Matemática na Modelagem é de cunho filosófico, mais precisamente na Filosofia da Educação Matemática.

A Fenomenologia "[...] se dedica ao estudo disso que se mostra quando perguntamos pelo *o que é isso que se mostra*?" (Bicudo, 2011c, p. 55, destaque no original). Compreender o fenômeno na sua pureza, tal como se apresenta à consciência[12], solicita a suspensão de crenças, de teorias e das próprias expectativas. É necessário, nessa abordagem, colocar entre parênteses o que é disseminado pela tradição para que o fenômeno seja analisado sem sucumbir ao rótulo teórico ou a crenças impostas. É necessária uma atitude de abertura e disponibilidade para ver o que se mostra.

Compreendemos que, ao interrogarmos *"o que é isto*", a interrogação se apresenta como uma região complexa de investigação, pois abarca possibilidades e distintos modos de compreensão dos significados da Matemática presentes na Modelagem Matemática. Portanto, buscamos pelos significados que se constituem para os sujeitos que vivenciam a Modelagem. Para Venturin (2015), na pesquisa fenomenológica "[...] ao buscar pelo sentido de... vamos às coisas mesmas com a intenção de indagar o que é isto que preocupa, ou seja, o que põe em movimento de pensar reflexivamente" (p. 27). E, neste pensar reflexivo, no nosso modo de compreender, acreditamos que não podemos refletir sobre a Matemática sem refletir sobre o conhecimento matemático, visto que estão articulados, ainda que o nosso foco seja ontológico, ou seja, *que* Matemática é esta. A interrogação interroga pela Matemática presente na Modelagem Matemática, pergunta, portanto, por aspectos ontológicos da Matemática na Modelagem.

Esse modo de interrogar carrega uma visão que leva em conta a temporalidade e a historicidade, impossibilitando separar o sujeito que interroga do fenômeno interrogado, pois estes se constituem simultaneamente (só há fenômeno porque alguém o visa). Não há objetos ou verdades intrínsecas, mas perspectivas que adquirem significado dentro do horizonte compreensivo do sujeito.

Segundo Husserl (1975, p. 25), "*Isto* é uma expressão essencialmente ocasional que só se torna plenamente significativa em vista das circunstâncias de sua exteriorização [...]. O objeto percebido, tal como é dado na percepção, é visto por meio do isto". O autor ainda afirma que "[...] o tempo presente da forma gramatical do verbo exprime também a relação do tempo atual [...]" (p. 25) e esclarece que, quando digo

[12] Na seção 3, apresentamos esclarecimentos sobre esse e outros termos que, na postura fenomenológica, apresentam significados distintos da atitude natural.

isto, “[...] não me limito a perceber, mas fundado na percepção se constrói o ato de visar-isto, um ato novo que por ela se rege e que dela depende quanto à sua diferença. Nesse e só nesse visar indicativo é que reside a significação” (Husserl, 1975, p. 26).

O exposto por Husserl nos sugere que o *isto* diz de algo com referência a um contexto específico, que se dá num tempo atual, onde a significação reside não apenas no ato de perceber, mas no ato de direcionar nossa consciência para o fenômeno percebido. O *isto* é o modo de se dirigir àquilo que é visado na percepção. Em outras palavras, o *isto* não é o que está fora do sujeito, mas aquilo que se apresenta como percebido por ele, trazido aos atos da consciência que busca dar conta do que foi percebido e como compreendê-lo, já realizando o movimento articulador em busca de expressá-lo.

Assim, ao interrogarmos “o que é isto”, buscamos a compreensão *do isto* em seus aspectos e perfis, na subjetividade de quem interroga, considerando-se que essa subjetividade é sempre com o horizonte intersubjetivo.

Por outro lado, a Matemática presente na Modelagem Matemática na Educação Matemática parece ser aceita sem questionamentos pela comunidade acadêmica da área, visto que a Modelagem é oriunda da Matemática Aplicada. Concordamos que não pode haver práticas de Modelagem Matemática sem Matemática, mas nos parecem frágeis as reflexões realizadas acerca da própria Matemática presente nas práticas relatadas, pois, de certo modo, o fazer matemático se dá na atitude natural, sendo tomada tal e qual no campo da Educação Matemática, mudando apenas a função social ou pedagógica. Embora haja, ao se adotar a Modelagem no contexto educacional, uma preocupação e um trabalho amplo e sistematizado acerca da Matemática da Modelagem, no âmbito das produções, isso figura em segundo plano, quando figura.

Desse modo, ao realizar uma pesquisa por trabalhos que investigam pela Matemática na Modelagem Matemática, não encontramos trabalhos que focam essa perspectiva de investigação. Ao adentrar para a produção acadêmica da área da Modelagem Matemática na Educação Matemática, a Matemática parece ficar subsumida e por vezes obscurecida nos diversos argumentos que defendem a utilização da Modelagem para o ensino. Segundo Cifuentes e Negrelli (2012), no âmbito da Educação Matemática, as pesquisas que envolvam Modelagem Matemática estão voltadas mais para questões associadas à ação dos agentes da Modelagem, tais como o professor, o aluno e as interações entre eles. Dito de outro modo, os enfoques das pesquisas se concentram nas interações possibilitadas pela Modelagem enquanto uma prática de sala de aula.

Acrescentamos, ao apresentado pelos autores, que, muitas das pesquisas estão interessadas em investigar a aprendizagem, não direcionando a pesquisa à Matemática articulada ao trabalho com Modelagem no contexto educacional. A Matemática, ela mesma, de modo geral, não ganha destaque nessas investigações. Essa afirmação decorre das leituras e da interpretação de textos publicados na Conferência Nacional de Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) – o que culminou no artigo produzido por Ramon, Souza e Klüber (2022), da pesquisa na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD)[13] e da análise de textos referências para a área da Modelagem. O artigo e o levantamento realizados se deram com o intuito de compreender a presença da Matemática em trabalhos da área.

O trabalho de Tambarussi (2021) embora tangencie aspectos da nossa pesquisa, se difere, uma vez que a autora interroga: "Como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática?". Em nosso horizonte compreensivo, tal interrogação está direcionada às questões epistemológicas. Em nossa pesquisa, todavia, somos orientados pela interrogação "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática", que pergunta pela ontologia da Matemática na Modelagem.

Em nossa pesquisa, a atenção principal não está voltada para a produção do conhecimento em sentido epistemológico ou para a teorização de autores, mas para compreensões da Matemática em sentido ontológico, indo além das questões epistemológicas e teóricas. Contudo, algumas destas questões podem ser entrelaçar, uma vez que o fenômeno é que orienta a direção de si mesmo e a abertura interpretativa.

Concordamos que parece ser um tanto óbvio, ao se abordar a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, que a Matemática esteja nela

[13] Realizamos diversas buscas na BDTD, por exemplo, pelos termos *"Modelagem Matemática, Educação Matemática, concepção (*concepções, entendimento, compreensão, compreensões*) de Matemática"*, "Modelagem e fenomenologia e Matemática", "*Educação Matemática*, *Modelagem Matemática*, *Ensino Superior",* "*Educação Matemática* e *Modelagem Matemática* e *Educação Superior", "Educação Matemática*, *Modelagem Matemática*, *Filosofia, Matemática",* entre outras. Ao ler os títulos das teses e dissertações, dos que sinalizavam a possibilidade de articulação com nossa investigação, fomos aos resumos dos trabalhos. Não encontramos trabalhos que interroguem o que por nós está sendo investigado.

abarcada. Mas, interrogar o isto que é a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática, é possível abrir diferentes aspectos: o que a matemática pode ser, o modo de produção, o sentido atribuído à Matemática por estudantes que a vivenciam, entre outros aspectos.

Poderíamos listar inúmeras possibilidades de questionamentos e de respostas, mas não o faremos, pois é isso que buscamos. Buscamos pelo *isto que é*, sem partir de teorias pré-estabelecidas, crenças ou expectativas particulares, mas buscando por características nucleares do que é isto: a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática. Buscamos por possibilidade de compreensão dos sentidos e significados atribuídos à Matemática na Modelagem Matemática.

Desse modo, é importante nos perguntarmos em que sentido esse fenômeno investigado pode ser considerado uma tese em Educação Matemática. Além de estar explicitamente inserida neste campo de pesquisa, a investigação foca um aspecto fundamental do que "é" a Matemática. A investigação tematiza a Matemática em sua manifestação comunitária, no âmbito da Modelagem, ou seja, aquilo que se mantém e se reproduz em contextos em que ela é estudada, a tradição em que ela assenta. Aprofunda leituras e abre compreensões filosóficas que perpassam e que se desdobram nas teorias e fazeres da comunidade, sai de uma atitude natural da ciência e assume uma atitude filosófica e, mais do que isso, realiza uma análise fenomenológica sobre o tema, portanto, não falando de dentro do mundo das coisas *em-si*, mas compreendendo que falamos sobre o mundo, portanto, do mundo-da-vida, que já pertence ao campo perspectival de quem o interroga e o vive (Stein, 2004). São vários os desdobramentos que isso pode trazer para a Educação Matemática. Abre-se, assim, a possibilidade de pensar "esta Matemática" que se assume, mas não se explicita, pois está latente no fazer e no pensar a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Esta é uma tese inédita no sentido do seu tema, pois não foi focado abordado anteriormente deste modo nem com essa atitude. Alinha-se a um pensar filosófico, mesmo que não sejamos filósofos, pois nos dedicamos, na medida do possível, a tratar o tema com rigor, abrangência e análise. Dito isso, é um tema importante de Filosofia da Educação Matemática, pois possibilita analisar a Matemática na Modelagem, questionar e refletir sobre como a Matemática é tematizada na Modelagem Matemática, sobre pesquisas, práticas e desdobramentos que ocorrem ao se adotar a Modelagem no contexto educacional. Para fazer isso, é necessário dar um passo atrás em relação a outras compreensões, mesmo a de Tambarussi (2021), que focou a produção do conhecimento matemático na Modelagem, ouvindo autores significativos da área. Embora a autora não pergunte diretamente sobre a Matemática, sem dúvida, em suas interpretações, ela articula compressões sobre a Matemática em sua tese.

Ao investigar o fenômeno *Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática,* este se mostra em diferentes perspectivas. Dentre elas, poderíamos realizar uma pesquisa com professores que desenvolvem atividades de Modelagem em suas aulas, vinculados a grupos de formação continuada ou não. Uma outra perspectiva poderia dar-se com autores renomados da área da Modelagem Matemática, compreendendo em seus discursos, através de entrevistas, por exemplo, seus modos de conceber a Matemática ou então realizar reflexões nos textos significativos por eles produzidos. Outra, por sua vez, poderia voltar-se para discursos dos estudantes da Educação Básica ou da graduação ou da pós-graduação. Poderíamos, ademais, focar a investigação com um olhar histórico, perpassando, por textos produzidos pela comunidade acadêmica da área da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Diante de todas essas possibilidades, reafirmamos que o fenômeno investigado se encontra em uma região ampla e complexa de investigação, reconhecendo, também, nossas limitações enquanto pesquisadores.

Ainda que se mostrem as possibilidades elencadas, e certamente outras que não sinalizamos, assumimos ser plausível direcionar o olhar para duas frentes: os discentes do Ensino Superior (por esse espaço ser um dos locais de atuação da autora da tese) e os aspectos da literatura da área da Modelagem (*bottom up*), além de compreender como a Matemática, em termos filosóficos, foi se constituindo ao longo da história da filosofia (*top down*). Em outras palavras, é necessário estudar aspectos de "dentro do campo" e aspectos de "fora" do campo, em um movimento de "baixo para cima" e outro de "cima para baixo". Porém, sem assumi-los como referenciais, mas como aberturas compreensivas do interrogado.

A escolha dos discentes se dá por eles serem o ponto central do processo educativo. Blum e Niss (1991) destacam, entre os principais motivos para a inclusão da Modelagem em práticas escolares, os discentes. Estes são sujeitos significativos para a investigação. Além disso, em todos os autores da primeira geração brasileira de Modelagem na Educação Matemática (Bassanezi, 2002, Burak, 1987, Biembengut, 1990), há fortes argumentos para a inserção da modelagem visando à aprendizagem matemática dos estudantes, dando outra visão da matemática para escola, com o seu sentido de utilidade. A investigação em textos, no nosso horizonte de compreensão, também se mostra importante por fornecerem uma compreensão sobre as teorias de docentes que exercem influência no processo de ensino e de aprendizagem dos discentes.

Ao direcionarmos nossa atenção para a Modelagem na Educação Matemática e considerando todos os argumentos favoráveis à sua utilização no contexto educacional, que são amplamente discutidos na literatura da área, tais como desenvolvimento da autonomia e criatividade nos estudantes, favorecimento da interdisciplinaridade e da contextualização entre outras, despertou-nos o interesse em compreender como os estudantes que vivenciam atividades de Modelagem concebem essa Matemática da Modelagem. Para compreender o que se mostrou do fenômeno investigado, consideramos relevante e imprescindível assumir a postura fenomenológica, em que nossas crenças, bases teóricas e expectativas foram suspensas.

Logo, no texto que segue, apresentaremos as ideias nucleares da postura assumida na realização da pesquisa, bem como os procedimentos adotados e uma apresentação da organização da tese.

3. A POSTURA ASSUMIDA NO TRILHAR DA PESQUISA

Ao iniciarmos a descrição do modo de proceder na elaboração desta pesquisa, esclarecemos que assumimos uma perspectiva pautada na Fenomenologia. Para Bicudo (2020, p.31), a “[...] fenomenologia husserliana busca compreender sempre o modo pelo qual o conhecimento do mundo é constituído. Não se trata de explicitar a constituição do mundo, mas tão somente do conhecimento que nós, seres humanos, produzimos ao habitá-lo”.

A Fenomenologia é uma filosofia que possui como uma característica marcante a suspensão daquilo que é aceito ou posto como verdadeiro pela comunidade. Ao abordar uma pesquisa assumindo a postura fenomenológica, a não aceitação primária dos argumentos vigentes e a dúvida são necessárias à suspensão das crenças teóricas. Nesse sentido, tanto quanto for possível, nos absteremos de concordar ou discordar do fenômeno, “falaremos ele”, ou seja, falaremos o que se mostra, sem prejuízo ou acréscimo. É um modo de pesquisar que busca questionar o que já está posto. O questionamento é importante quando se assume uma pesquisa na postura filosófica. Olhar para o investigado como se fosse a primeira vez, sem ideias pré-concebidas, é de suma importância e um dos primeiros passos para ver o que se revela.

Nessa perspectiva, o pesquisador coloca em suspensão as crenças pré-existentes e vai em busca das ideias nucleares que dizem respeito ao modo de ser do fenômeno investigado. Ele direciona esforços para compreender a experiência humana, ouvindo o relato do vivenciado pela pessoa e, mediante uma atitude de abertura entropática (em relação ao outro), busca compreender o que ela diz, mantendo a atitude suspensão para com os preconceitos ou teorias prévias, coloca-se em uma posição de escuta do fenômeno. Segundo Moura (1989), a exigência do modo rigoroso de proceder na fenomenologia alerta para duas proibições que se alinham a essa postura:

> Em primeiro lugar, a fenomenologia não poderá recorrer a qualquer resultado científico como um dado disponível. [...] em segundo lugar, a exigência de radicalismo deverá levar a ruptura entre ciência e filosofia a um grau mais alto ainda, exigindo que a filosofia abandone o próprio modelo discursivo das ciências, tornando a ciência de rigor radical apenas homônima à ciência de rigor positiva (Moura, 1989, p 26).

Cabe salientar que, conforme muitos críticos da Fenomenologia acreditam, não estamos adentrando para uma pesquisa que leva a um esvaziamento teórico ou que negue os conhecimentos produzidos pela sociedade. O modo de proceder se dá pela suspensão de crenças, teorias e expectativas em relação à Matemática na Modelagem na Educação Matemática. Não se trata de negá-las, mas de suspendê-las. Ales Bello (2006a) afirma que a suspensão se mostra como uma honestidade intelectual do pesquisador e a “[...] disponibilidade para revelar o que se apresenta com uma atitude livre de qualquer preconceito e desejoso de compreender como as coisas são, sem adaptá-las à própria pesquisa, aos próprios objetivos, aos próprios interesses e a finalidades pré-constituídas” (p. 31). A autora ainda afirma que colocar em suspensão ou entre parênteses “[…] significa assumir uma atitude de grande disponibilidade. Note que não se trata de negação, mas de *suspensão*” (Ales Bello, 2006a, p. 31, destaque do original).

A disponibilidade que a autora faz menção diz da possibilidade de abertura para aquilo que se revela. Quando procedemos de modo a não suspender os juízos, corremos o risco de ficar presos a convicções tidas *a priori*.

O pesquisador fenomenológico indaga pelo fenômeno que investiga, deixa em suspenção seus conhecimentos, suas crenças e lança o olhar para aquilo que se mostra, buscando não interferir ou influenciar o que está sendo investigado. Ele, o fenomenólogo, busca por informações abrangentes e detalhadas, para que os aspectos que constituem o fenômeno possam ser compreendidos de maneira profunda.

Por sua vez, o fenômeno estudado não é uma representação do real, não é a coisa *em-si*, o acontecido, o existente no sentido físico. O fenômeno diz do percebido por aquele que percebe, que olha sempre de um ponto, o do corpo-vivente, é aquilo que se mostra, aos olhares atentos de quem o olha, é o encontro entre quem olha com atenção e o que é visto, aquilo que é enlaçado pela consciência. Esse modo de conceber se estabelece na síntese *noesis-noema*. *Noesis* diz respeito aos atos realizados pela consciência, enquanto *noema* diz respeito à coisa focada pela consciência (Bicudo, 2020).

A consciência, na visão fenomenológica, não é entendida como um recipiente, um lugar ou um órgão que contém formas apriorísticas da intuição (como defendia Kant). É situada na carnalidade do corpo e sempre está em movimento, articulando sentidos. Não é, portanto, separada do corpo, embora o transcenda pela intencionalidade (entendida como aquilo que interliga toda a vida que flui no corpo e as coisas do mundo circunvizinhante) (Bicudo, 2022).

> Pelo fato de o objeto ser sempre intencional, o fenomenal transforma-se em fenômeno, razão pela qual aparece a síntese denominada *noésis-noema*. *Noema* sendo o fenômeno (objeto intuído) percebido pelo *noésis* (sujeito intencionado, voltado para, estendendo-se a). Então, o *noésis* e o *noema* se constituem concomitantemente, em movimento, não existindo objetos nem verdades em si, mas sempre em perspectivas e com sentido no horizonte de compreensão do sujeito (Klüber, 2007, p. 22).

O dito por Bicudo (2020) vai ao encontro do afirmado por Klüber (2007), pois quando o "[...] sujeito se dirige de modo intencional ao que está solicitando sua atenção, o fenomenal a ele se mostra como 'fenômeno', percebido então como uma totalidade que se destaca de um fundo, o solo mundano em que se situa" (Bicudo, 2020, p. 34). Klüber (2007) esclarece que a Fenomenologia é um modo rigoroso de pensar a realidade, é "[...] uma postura de interrogação. O fenômeno é olhado primeiramente como ele se apresenta no mundo, pelo inquiridor que o intenciona" (Klüber, 2007, p. 22).

Mediante o exposto, consideramos a Fenomenologia uma filosofia com a qual nos alinhamos, pois favorece um olhar profundo sobre a pesquisa que nos motiva e sobre nossas próprias convicções acerca dela, ou seja, ver o que se mostra, compreender o fenômeno em uma abordagem qualitativa, pois segundo Bicudo (2012, p. 18) "[...] o par fenômeno/percebido indica que a qualidade é percebida, mostrando-se na percepção do sujeito". Com isso, destacamos que a "[...] investigação que procede de modo fenomenológico é sempre qualitativa, uma vez que o foco para se conhecer o outro e a si mesmo é a vivência" (Bicudo, 2020, p. 51). Em adição a esse entendimento, Klüber (2012) enfatiza que, na Fenomenologia, a atitude assumida e a interrogação direcionam a investigação, assumindo as consequências filosóficas de olhar o fenômeno como ele se mostra.

Com isso, adentramos na Educação Matemática, em especial na Filosofia da Educação Matemática, e olhamos para *o isto que é* o fenômeno da Matemática na Modelagem Matemática. Em outras palavras, "[...] adentrar pelos meandros das possibilidades do dito no dizer, buscando-se sentidos transportados tradicionalmente pela palavra, no próprio texto da descrição e do seu contexto, e investigar-se outras características que se mostrarem relevantes ao pesquisador da perspectiva da interrogação formulada" (Bicudo, 2012, p. 18).

A postura fenomenológica que assumimos para o desenvolvimento da pesquisa possui um enxerto hermenêutico que auxilia nas análises dos depoimentos, textos estudados, entre outros. Podemos, assim, dizer que trabalhamos com uma hermenêutica fenomenológica, pela compreensão de realidade da fenomenologia.

Hermann (2002) afirma que a hermenêutica quer expor as consequências de um conhecimento que se cria a partir de um horizonte que nem mesmo ele pode ultrapassar, presumindo a necessidade de abandonar a pretensão de controlar o processo de conhecer e se entregue ao texto, ao diálogo, na busca de um sentido que é sempre plural e renovado, abrindo, assim, novas possibilidade de reflexão. Não é uma interpretação esquemática, já sabida de antemão, é uma procura. Não se trata de procurar algo que se perdeu debaixo de um poste fixo, mas é como uma lanterna, com a qual estamos livres para a procura (Stein, 2004). Bicudo (2011b) enfatiza que a pertinência, a riqueza, a abrangência da hermenêutica está relacionada à formação do pesquisador, com destaque para o conhecimento da literatura, da habilidade de perceber sentidos, dos aspectos ontológicos que vão se evidenciando, entre outros. A hermenêutica é interpretação e, por conseguinte, é um modo de se dirigir aos textos, às entrevistas e se abrir ao horizonte que é deles e ir ao encontro com os seus. O texto, nesse sentido, não é necessariamente um texto escrito, formal, mas tudo aquilo que possa comunicar algo.

A hermenêutica de textos, neste caso com entrevistas, pode focar palavras e sentenças, sendo um modo de iniciá-la, destacando "[...] as palavras que chamam a atenção em unidades de significados, ou seja, sentenças que respondem significativamente à interrogação formulada [...]" (Bicudo, 2011b, p. 49). A autora ainda afirma que é preciso buscar as origens etimológicas e os possíveis significados das palavras, ainda que a isso não restrinja ao total da análise. A origem etimológica conduz a compreensões surpreendentes, desviando as formas de interpretação cotidianas, não permitindo cair na interpretação apenas pragmática (Bicudo, 2011b).

> A busca pela origem etimológica é importante para abrirmos as formas originais dos termos de que nos valemos em nosso cotidiano sem nos darmos conta dos laços que interligam sentidos e significados de experiências vividas importantes ao modo de ser do homem (Bicudo, 2011b, p. 49).

Depreendemos, pelos apontamentos mencionados até aqui e pelo modo como compreendemos o movimento de pesquisar, que assumimos a postura fenomenológica para a realização da pesquisa, interpretando o que se mostrou hermeneuticamente. É com esse olhar que, na próxima seção, discorremos brevemente sobre a Matemática, temática suscitada pela interrogação que sustenta esta pesquisa, uma vez que há um artigo específico focando esse aspecto solicitado pelo fenômeno.

4. A MATEMÁTICA

Há incontáveis pesquisas realizadas, em diferentes áreas do conhecimento, nas quais a Matemática está presente, tanto no que diz respeito à Matemática Pura, Matemática Aplicada ou relacionada à Educação Matemática. Para exemplificar, ao pesquisar pelo termo Matemática, na BDTD[14], encontramos 43113 trabalhos, dos quais 11296 eram teses. Ainda que não seja o foco de nosso trabalho e nem possamos ir a estes trabalhos mencionados, emerge a pergunta sobre a compreensão de Matemática (não o seu uso) nessas pesquisas: que Matemática é esta? Certamente, em muitos dos trabalhos há a crença na descrição e compreensão exata do mundo pela Matemática. Esse modo de pensar reflete a ideia de que a Matemática é fundamental para a compreensão e descrição do mundo natural. Pressupõe que a Matemática tenha o poder de traduzir em leis o mundo natural através de equações, fórmulas e modelos matemáticos, descrevendo e prevendo comportamentos. Silva (2022) apresenta uma exemplificação. Segundo o autor, a física moderna "[...] tendo decidido que uma realidade exata, matematicamente descritível, subjaz à realidade empírica observável, decretou que leis empíricas têm necessariamente expressão Matemática" (p. 9). Ao afirmar que as leis empíricas têm necessariamente expressões matemáticas, sugere que a Matemática descreve e formaliza essas leis e, portanto, descreve o empírico.

Assim como podemos indagar em trabalhos acadêmicos, podemos também direcionar o olhar para o que estudantes da Educação Básica compreendem por Matemática. E, em um exercício livre, incomodados pelas reflexões e leituras sobre Matemática, questionamos crianças do convívio pessoal. As respostas foram tão significativas, que as transcrevemos a seguir:

a) "Matemática é divisão, adição, multiplicação, formas geométricas, fração, problemas etc." (resposta de uma criança de 10 anos);
b) "É a arte de contar... é somar, diminuir, fazer os cálculos... são todos os números" (resposta de uma criança de 11 anos);
c) "Depende. Falar em Matemática lembra matéria, mas dentro de quase tudo tem Matemática, em ciências tem Matemática, no cotidiano tem Matemática. Sei lá, muita coisa é Matemática" (resposta de uma criança de 13 anos);

As falas exemplificam o modo como essas crianças concebem a Matemática. Nas duas primeiras falas, a Matemática é resumida a alguns conteúdos, provavelmente aqueles conteúdos que fazem parte do currículo escolar em que essas

[14] Pesquisa realizada em http://bdtd.ibict.br/vufind/Search/Results?lookfor=matem %C3%A1tica &type =AllFields no dia 14 de fev. de 2023.

crianças frequentam as aulas. A terceira resposta carrega uma concepção de que a Matemática está nas coisas, então muita coisa é matemática. Refletindo sobre as respostas obtidas, nos questionamos: Qual a concepção de Matemática dos professores que ensinam Matemática para essas crianças? Qual concepção de Matemática vem sendo divulgada no Ensino Superior? Qual a compreensão de Matemática que fundamenta a formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática?

Becker (2012), ao realizar pesquisa com professores de escolas brasileiras, aponta para a surpresa por parte dos que participaram ao serem questionados a respeito da Matemática e do conhecimento matemático. Algumas respostas apresentadas foram: “Olha, eu **nem sei o que é** conhecimento matemático. Acho que é a capacidade de resolver situações da vida prática...” (p. 26, destaque nosso), “Pra mim é tanta coisa; **eu acho** que a Matemática tem a ver com tudo que a gente faz na vida” (p. 24, destaque nosso). Resultado similar foi constatado pelo mesmo autor ao realizar pesquisa com professores do Uruguai, Chile e Peru. “Quando penso na pergunta, o primeiro que penso **é que não sei**. Não sei o que é conhecimento matemático, mas, para mim, é conhecer certos resultados e ver como se aplicam” (Becker, 2019, p. 968, destaque nosso); “‘O que é?’, dando a entender que a pergunta é inusitada” (Becker, 2019, p. 968); “Não sei. **Não sei defini-lo**. Poderia dizer, isto é conhecimento matemático e isto não” (Becker, 2019, p. 968, destaque nosso). As pesquisas apresentadas por Becker (2012, 2019) revelam que a Matemática carece de um pensar rigoroso.

> A impressão quase unânime é a de que nunca pensaram nisso. A resposta à pergunta nada tem de fácil ou corriqueira. Entretanto, se um docente trabalha toda sua vida profissional com o conhecimento matemático, o mínimo que se pode esperar dele, ou que ele poderia ter exigido de seus formadores, é o conhecimento da natureza da matéria prima de seu trabalho, o conhecimento matemático. Não faz sentido trabalhar durante décadas com algo que não se sabe o que é, sua origem, sua natureza, seu significado; se pode ser transmitido ou se deve ser construído; ou como se relacionam construção e transmissão. Afinal, o que significa matematizar? Sua utilidade, ao contrário, são todos unânimes em reconhecê-la e com frequência insistem nela. O que os docentes mostram saber bem é apenas a mecânica do cálculo e sua aplicabilidade (Becker, 2019, p. 968-969).

A pesquisa de Becker é esclarecedora e possui um significado importante para a investigação empreendida nesta tese. Primeiramente, porque evidencia uma compreensão relativamente ingênua de Matemática por especialistas no assunto. Em segundo, porque o interesse mais reflexivo e filosófico parece não encontrar lugar na formação de professores de Matemática, mesmo que esse não seja nosso foco. E, por fim, porque nos convida a estudar e explicitar alguns pontos de vista sobre o tema, que fazemos a seguir.

Inicialmente, ao questionarmos a respeito da Matemática**,** buscamos por significados contidos em dicionários. Das acepções apresentadas pelo dicionário Michaelis[15], uma delas é “Ciência que trata das medidas, propriedades e relações de quantidades e grandezas e que inclui a aritmética, a álgebra, a geometria, a trigonometria, o cálculo etc.”. Associada a essas definições, o dicionário também apresenta as expressões: Matemática Aplicada, Matemática Pura, Matemática Superior. A primeira diz respeito àquilo “[...] que tem aplicações concretas, como na astronomia, na álgebra abstrata, na teoria dos números, na análise complexa, na lógica, nos vários ramos da física etc.”, a segunda relaciona o estudo das “[...] propriedades dos seres em abstrato” e a terceira refere-se “[...] as partes da Matemática tratadas mais cientificamente, ou mais avançadas, abrangendo tudo que vai além da aritmética, álgebra, geometria e trigonometria ordinárias; Matemática de nível universitário”.

Já o dicionário Dicio[16] descreve Matemática como “Ciência que estuda, por meio do raciocínio dedutivo, as propriedades dos seres abstratos (números, figuras geométricas etc.), bem como as relações que se estabelecem entre eles”. O dicionário, ainda, apresenta a distinção entre a Matemática Pura e a Matemática Aplicada, em que a pura se dedica ao estudo das propriedades abstratas e a aplicada é uma teoria voltada às ciências físicas e naturais.

Um olhar mais aprofundado a respeito da Matemática é apresentado no dicionário de filosofia Abbagnano (2007) que destaca quatro asserções para Matemática, a saber: a) como ciência da quantidade; b) como ciência das relações; c) como ciência do possível e d) como ciência das construções possíveis. Nesse dicionário, são apresentados argumentos de cada um dos entendimentos a respeito da Matemática, bem como os precursores das teorias vinculadas a cada uma das asserções. Outro dicionário de filosofia, Mora (2008), esclarece que os pitagóricos consideravam a Matemática uma ciência dos números e as figuras geométricas eram

---

[15] Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/matem%C3%A1tica/. Acesso em: 10 jan. 2023.
[16] Disponível em: https://www.dicio.com.br/matematica/. Acesso em: 10 jan. 2023.

a essência da realidade. Segundo esse dicionário, essas concepções pitagóricas exerceram influência significativa na Antiguidade e no Renascimento. Nos tempos modernos, porém, não foi mantida na sua totalidade. Afirma ainda que a Filosofia considera a Matemática como uma das principais áreas de suas investigações, visto que tem como missão formular, de forma clara, a natureza dos entes matemáticos, os fundamentos da Matemática, a relação entre Matemática e outras ciências, além da relação entre Matemática e realidade (Mora, 2008).

Essa Matemática que é enfocada nestes dicionários é a Matemática da tradição ocidental que se consolidou nos últimos séculos, em separado da filosofia, como uma ciência independente. No entanto, a partir do final do século XIX, passou a ser retomada por meio de reflexões filosóficas diversas, as quais buscaram, apesar da tamanha complexidade, dizer o que é Matemática, ora interpretando os clássicos (Aristóteles, Platão, Kant etc.), ora apresentado *frameworks* sobre as suas compreensões.

Um exemplo contemporâneo é encontrado em Courant e Robbins (2000), no livro intitulado “O que é Matemática?”, no qual afirmam que a Matemática “[...] reflete a vontade ativa, a razão contemplativa, e o desejo da perfeição estética. Seus elementos básicos são a lógica e a intuição, a análise e a construção, a generalidade e a individualidade” (p. XI). Essa concepção de Matemática sugere que ela não se reduz a procedimentos lógicos, mas requer também o concurso da intuição e até da imaginação para a produção do conhecimento. Sugere uma concepção de Matemática como construção humana que almeja uma perfeição.

Nessa mesma direção, Ernest (2018) afirma que virtudes e valores referentes à Matemática são apreciados por matemáticos e por não matemáticos, pois há o entendimento, por muitos, que a Matemática expande o intelecto humano. “A Matemática é uma exploração poderosa do pensamento puro, da verdade e das ideias por sua beleza intrínseca, poder intelectual e interesse (Ernest, 2018, p. 190, tradução nossa)[17].

Silva (2022) também nos apresenta entendimentos da Matemática em seu livro “O que é e para que serve a Matemática” e destaca que a Matemática “[...] é um

[17] Tradução nossa do original: “Mathematics is a powerful exploration of pure thought, truth and ideas for their intrinsic beauty, intellectual power and interest”.

produto do homem, ainda que lhe possa ser sugerida pelo mundo” (p. 23). O autor ainda destaca que a Matemática é

> [...] objetiva, ou seja, ela existe no espaço intersubjetivo, é a mesma para todos, mas não é independente da existência e da consciência humanas e seus atos. Evidentemente, a Matemática estrutura o universo físico, mas o universo físico não é simplesmente o que está lá fora, e sim nossa percepção do que está lá fora, que é o encontro do que está efetivamente lá fora com o nosso modo de percebê-lo e concebê-lo (que não é uma escolha nossa, mas expressão do modo como somos constituídos, física e intelectualmente) (Silva, 2022, p. 27-28).

Em uma acepção distinta de Silva (2022), Davis e Hersh (1985), em seu livro “A Experiência Matemática”, abordam aspectos e concepções de Matemática, onde afirmam que a “[...] definição de Matemática muda. Cada geração e cada matemático sério, em uma dada geração, formulam uma definição de acordo com seu entendimento” (p. 33). A compreensão explicitada pelos autores acaba se centrando na individualidade do matemático, ainda que fale em definição, isso expressa, na verdade, conotações e não a denotação. Portanto, evidencia que não há definição, mas sim, compreensões distintas que se abrem no horizonte vivido.

Desse modo, não é impróprio pensar que os sentidos diversos também são influenciados pelo contexto no qual a matemática está inserida. Nesse sentido, buscamos por possibilidade de entendimento da Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática.

5. MODELAGEM MATEMÁTICA

Ubiratan D’Ambrosio, ao escrever o prefácio do livro de Bassanezi (2002) “Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática”, afirma que a Modelagem Matemática “[...] é matemática por excelência” (p.11) pois, segundo o autor, as origens das ideias centrais da Matemática resultam de um processo que objetiva entender e explicar fatos e acontecimentos observados na realidade. D’Ambrosio explica que a partir das teorias matemáticas, pode-se elaborar modelos do mundo real, que permitem entender e explicar fatos e fenômenos, com diferentes graus de precisão. Nesse sentido, a Modelagem vai se constituindo do mesmo modo que a Matemática. Biembengut e Hein (2002) sinalizam que as ideias essenciais da Modelagem

Matemática sempre estiveram presentes na criação de teorias científicas, em especial das teorias matemáticas.

Cifuentes e Negrelli (2012) acrescentam que a Modelagem Matemática, além de ser matemática é também epistemologia, visto que “[...] permite a avaliação e crítica da produção do conhecimento científico, através da matemática, sobre o mundo, sobre a realidade” (p. 794).

Nessa mesma direção, Barbosa (2001) sinaliza que a Modelagem Matemática na Educação Matemática tem influências teóricas da Modelagem Aplicada e, no contexto educacional “[...] educadores fazem a transposição de alguns elementos dessa abordagem para a Educação Matemática, por meio de uma recontextualização” (Ramon; Souza; Klüber, 2022, p. 49). Segundo esses autores, em pesquisa realizada em relatos de experiência do CNMEM, a Modelagem Matemática foi utilizada tanto em projetos de pesquisas ou extensão como em aulas de Matemática, com diferentes enfoques, objetivos e temáticas.

Ao direcionarmos nosso olhar para as pesquisas em nível internacional que tematizam a Modelagem em termos teóricos, nos chamou a atenção o trabalho de Kaiser e Sriraman (2006) e Galbraith (2012), pois articulam, após um processo de reflexão, classificações para as práticas de Modelagem realizadas.

Kaiser e Sriraman (2006) realizam a classificação com referência a algumas perspectivas da utilização da Modelagem Matemática. A palavra perspectiva sugere, segundo dicionário Dicio[18], um modo como alguma coisa é representada ou vista, como se concebe ou se analisa uma situação. No contexto da Modelagem, diz de uma visão estruturada que guia a compreensão do fazer Modelagem no contexto educacional. As perspectivas apresentadas pelas autoras são:

- Perspectiva realística: os problemas investigados são oriundos do campo de trabalho ou da indústria, enfatizando a resolução de problemas aplicados;
- Perspectiva epistemológica: o objetivo é desenvolver teorias Matemáticas;
- Perspectiva sócio-crítica: visa à formação de cidadãos capazes de agir de forma autônoma e participar de debates a partir de reflexões sobre a Matemática e a função desta na sociedade;

[18] Disponível em: https://www.dicio.com.br/perspectiva/. Acesso em: 13 jan. 2022.

- Perspectiva educacional: tem como objetivo principal o ensino dos conteúdos matemáticos;
- Perspectiva cognitivista: a ênfase está em compreender as ações cognitivas dos estudantes ao realizarem atividades de Modelagem Matemática;
- Perspectiva contextual: busca a aproximação da Matemática com a realidade, sendo seu objetivo justificar o estudo dos conteúdos matemáticos por meio da Modelagem.

Refletir sobre as perspectivas supramencionadas pode contribuir para estabelecer ações durante uma atividade de Modelagem, possibilitando, assim, atingir o objetivo ao qual o professor vislumbra. Por exemplo, se o objetivo é o ensino de um conteúdo matemático específico, é importante uma abordagem mais diretiva por parte do professor, como sugere o *Caso 1*[19] apresentado por Barbosa (2004). Por outro lado, se o que o professor tem em mente o desenvolvimento da autonomia e da criticidade nos estudantes, é interessante uma abordagem mais aberta, nominada por Barbosa (2004) como *Caso 3*.

Galbraith (2012) considera a teorização apresentada por Kaiser e Sriraman (2006) importante, mas apresenta uma classificação mais generalista: *Modelagem como veículo* e *Modelagem como conteúdo*.

Na abordagem como conteúdo, conforme consta em Galbraith (2012), a Modelagem fica em primeiro plano. O fazer Modelagem se sobrepõe ao ensino de Matemática, sendo o ensino uma consequência de todo o contexto proporcionado pela Modelagem. Tem como objetivo à utilização, por parte dos estudantes, de conhecimentos matemáticos para resolver problemas, desenvolvendo a capacidade de construir, analisar e interpretar modelos matemáticos.

Já na abordagem como veículo, a Modelagem é entendida como uma ferramenta para ensinar conceitos matemáticos. Ela serve como um meio para explorar e aprofundar a compreensão de ideias matemáticas específicas. A Modelagem tem por objetivo fornecer um ambiente alternativo e supostamente

[19] Barbosa (2004) apresenta três regiões de possibilidades para o desenvolvimento de tarefas de Modelagem nomeadas pelo autor de “casos”. No *Caso 1,* o professor dá um direcionamento maior para a tarefa, sendo ele responsável pela apresentação, formulação e simplificação da situação-problema. No *Caso 2,* o professor é o responsável pela formulação da situação-problema. As demais etapas envolvem a participação ativa do estudante. Já no *Caso 3,* as tarefas são mais abertas e os estudantes partem de situações que são de seu interesse.

envolvente, em que os estudantes aprendam matemática sem o objetivo principal de se tornarem modeladores (Galbraith, 2012).

O autor salienta que, embora as abordagens mencionadas difiram em aspectos fundamentais e tenham objetivos distintos, não devem ser vistas como necessariamente antagônicas. Ao trabalhar com Modelagem no contexto educacional, pode, por um lado, surgir a necessidade de novos conteúdos matemáticos, e as situações investigadas podem fornecer veículos legítimos para a introdução da matemática desejada. Por outro lado, ao se utilizar a Modelagem para ensinar Matemática, pode-se contribuir para que os estudantes desenvolvam a capacidade de resolver situações relevantes para o seu contexto (Galbraith, 2012).

Conforme compreendemos, em uma mesma atividade de Modelagem, as perspectivas podem se entrelaçar. As perspectivas sinalizadas buscam apenas evidenciar os objetivos centrais dos trabalhos que foram investigados.

Assim, não há uma única concepção (concernente a autores) ou perspectiva (concernente a uma perspectiva teórica a que vários autores se inserem) de Modelagem, nem mesmo um modo único e linear de proceder com a Modelagem Matemática, isso porque, conforme compreendemos, cada concepção ou perspectiva busca atingir um objetivo que é próprio. Há, sim, concepções, modos de proceder e de estruturar as atividades de Modelagem postos na literatura nacional e internacional, não como uma regra a ser seguida, mas como possibilidades de se fazer Modelagem. Ela, a Modelagem, abre a possibilidade para, por exemplo, um fazer distinto de uma forma já visada. Também é possível mudar a concepção ou a perspectiva e trilhar novos caminhos.

Desse modo, a Modelagem, segundo compreendemos, por ser um modo do ser humano operar ao direcionar a sua atenção para algo, se constitui na dinamicidade que é próprio do contexto escolar, no movimento de ser e estar com o outro. Por ter esse carácter de abertura e de movimento, possibilita reconstruir-se a cada atividade realizada, dependendo do nível educacional, dos estudantes, dos professores e do contexto escolar, sendo, assim, complexa, senão imprópria, a tarefa de atribuir uma concepção unânime de Modelagem.

Na Figura 2, apresentamos modos de compreender a Modelagem por pesquisadores brasileiros, situados em determinado contexto temporal, cultural e histórico. Cabe salientar que pode ser que os autores mencionados não concebam, na atualidade, a Modelagem da mesma maneira que na data mencionada, visto que concepções se constituem enquanto movimento de pesquisar, de refletir, ao experienciar a Modelagem no contexto escolar.

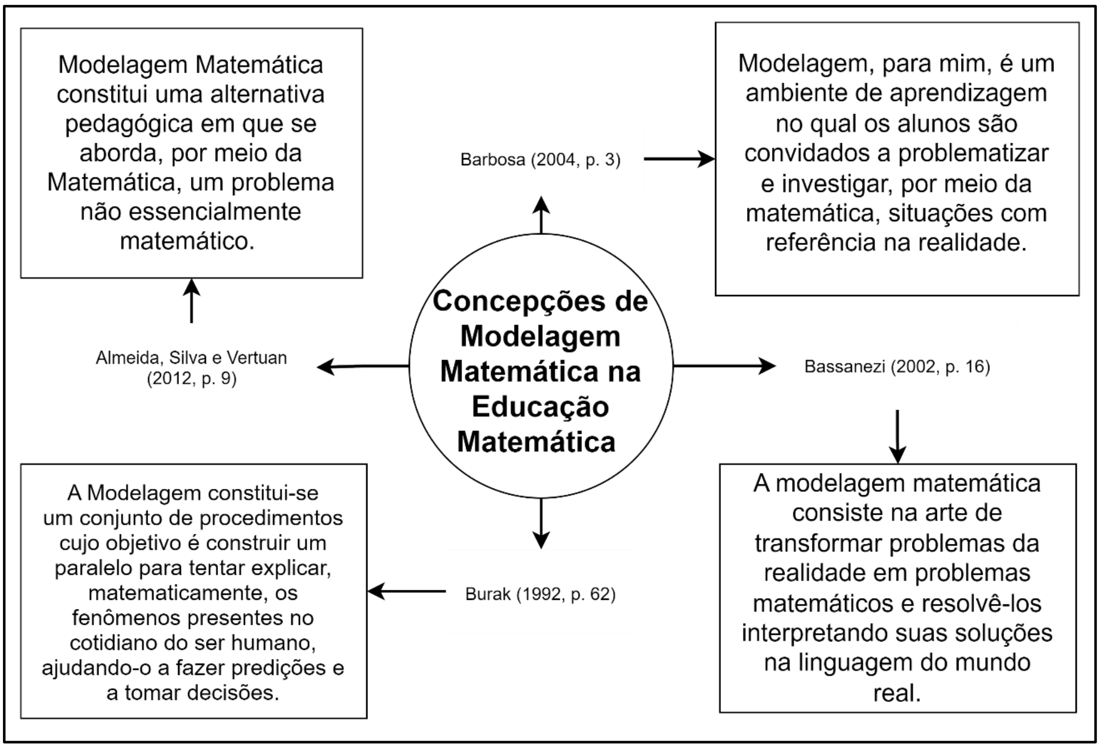

Figura 2: Concepções de Modelagem Matemática de pesquisadores brasileiros.
Fonte: Elaboração própria.

Ao refletir sobre as concepções de Modelagem apresentadas na Figura 2, é possível constatar que a Matemática está presente em todas elas, visando abordar problemas da realidade por meio da matemática. Aspectos da realidade[20], segundo nosso entendimento, estão presentes explicitamente em três concepções, quando dizem do cotidiano, de problemas da realidade, com referência à realidade.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) utilizam a expressão “problema não essencialmente matemático”. Procuramos, nos escritos desses autores, um esclarecimento para tal. Eles destacam que “[...] de modo geral, uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial), e de um conjunto de procedimentos e conceitos [...]” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 12). Os autores sinalizam, ainda, que as relações entre a realidade, que origina a situação inicial, e a Matemática “[...] servem de subsídios para que

[20] Não é nosso propósito, neste momento, abordar o que cada um dos autores compreende por realidade. Apenas evidenciamos que este é um tema central da Modelagem, assim como a Matemática.

conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou reproduzidos e integrados" (p. 12). Em suma, os autores partem daquilo que denominam de realidade para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Ao fazermos um paralelo entre as concepções dos autores brasileiros contempladas na Figura 2 e as perspectivas de Modelagem propostas por Galbraith (2012), nos sugere que a forma de conceber a Modelagem não incide perspectiva. As concepções porém, estão mais alinhadas à abordagem da Modelagem como conteúdo, visto que, buscam "por meio da Matemática" (Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Barbosa, 2002) "transformar problemas da realidade em problemas matemáticos" (Bassanezi, 2002). Burak (1992), nesse sentido, sinaliza a Modelagem como "um conjunto de procedimentos [...]".

Não estamos, com isso, afirmando que o ensino da Matemática não esteja presente nessas formas de conceber a Modelagem, mas que o foco central não está na Matemática nela mesma, mas em todo o aparato formativo que se estrutura por meio da Modelagem.

Outro aspecto que nos chama a atenção nas concepções brasileiras é a Modelagem ser concebida como uma alternativa pedagógica, um conjunto de procedimentos ou um ambiente de aprendizagem, para com matemática, descrever ou investigar situações. Nestas visões, a Matemática já é pressuposta, não há discussões dos autores sobre ela, tomando-a como um produto já disponível e para ser empregada (a serviço) nas diferentes situações, educacionais ou não.

A seção que segue é destinada a uma visitação a trabalhos que, mesmo distintos dos nossos e guiados por inquietações e interrogações diferentes da nossa, de algum modo, tangenciaram o nosso tema de pesquisa.

6. PESQUISAS ARTICULADAS COM A REGIÃO DE INQUÉRITO

Ao realizamos, inicialmente, buscas por estudos brasileiros[21] que versavam pelo fenômeno investigado, tanto na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) como em textos que circulam em revistas e anais de eventos, não encontramos trabalhos que tematizem diretamente o fenômeno que nos propomos

[21] A pesquisa se concentra em trabalhos nacionais, pois pretendemos compreender a Matemática na Modelagem em nível nacional, haja vista que esse é o lugar em que vivenciamos a Modelagem.

investigar. Porém, encontramos trabalhos que, mesmo guiados por interrogação diferente da nossa e indo à outras fontes para a produção de dados, explicitam aspectos da Matemática na Modelagem, como um dos aspectos da pesquisa ou das categorias a que chegaram.

Klüber (2012)[22], ao realizar uma metapesquisa em textos que versavam sobre a Modelagem Matemática, apresenta, em suas análises, um núcleo de ideias convergentes que o autor nomeia de "*Sobre Matemática*". Nele, o autor apresenta compreensões da Matemática em decorrência dos textos de autores significativos[23] da Modelagem Matemática.

A compreensão dos autores estudados por Klüber (2012) é a de que a origem da Matemática é fruto da interação do homem com o mundo, buscando explicá-lo. A Matemática, nessa concepção, é uma ciência exata e a exatidão pode ser obtida por diferentes caminhos. Há, também, o entendimento que a Matemática é um instrumento para alavancar todas as outras ciências e uma ferramenta para resolver problemas do cotidiano. Há, ainda, a crença de que a Matemática tem o poder de descrever a realidade, representar, manipular e regular a natureza.

A dimensão social e humana também está vinculada à Matemática em alguns dos textos investigados por Klüber (2012), sendo ela constituída e significada em práticas sociais. As interpretações esclarecem que, para os autores significativos, a Matemática se origina da interação do homem com o mundo e é compreendida como histórica, que tem função social e o poder formador.

Conforme compreendemos do apresentado por Klüber (2012), há dois entendimentos a respeito da realidade em autores significativos de Modelagem: um que concebe a realidade como origem da Matemática e outro que vê a Matemática como uma descrição da realidade. Em ambos os casos, a realidade é entendida numa atitude natural, entendida como independente de quem a percebe. No primeiro caso, sugere que a Matemática depende da realidade (das coisas), ou seja, sem ela, a

[22] A pesquisa realizada por Klüber (2012) tinha como interrogação norteadora: "O que é isto, a Modelagem na Educação Matemática?". A análise foi realizada a partir dos textos mais citados na VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, realizada no ano de 2009.

[23] Klüber (2012), em sua pesquisa de doutorado, cuja tese é intitulada "Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática", elencou como autores significativos na Modelagem Matemática na Educação Matemática os seguintes pesquisadores: Lourdes Maria Werle de Almeida, Jussara Loyola de Araújo, Jonei Cerqueira Barbosa; Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Nelson Hein; Dionísio Burak; Ademir Donizeti Caldeira e Otávio Jacobini. Os textos que fizeram parte da análise estão descritos em Klüber (2012).

Matemática não existiria. Conforme compreendemos, o ser humano, nessa perspectiva, é visto em segundo plano. Já no caso em que ela descreve a realidade, designa-se à Matemática o poder de representar, “controlar” e até mesmo modificar a realidade e a natureza, ficando novamente em segundo plano a figura do ser humano, como aquele que produz o conhecimento. É um pensar que enfatiza a Matemática e não o ser humano que a cria.

A dimensão social e humana, por vezes, ganha destaque nos textos investigados, sendo lugar de gênese e significação da Matemática, isto é, a interação do homem com o mundo (Klüber, 2012).

Em nosso entendimento, não basta estar no mundo e com ele interagir para que a Matemática se origine. A sua constituição não se dá de maneira natural, espontânea. Há a necessidade de um querer, de um voltar-se para, de um pensar intencionado e reflexivo do sujeito. No nosso horizonte compreensivo, a Matemática se constitui no corpo-vivente[24] em suas vivências[25] e daquilo que Husserl (2012) estabelece como mundo-da-vida**[26]**.

Outro aspecto que para nós se apresenta como relevante do trabalho de Klüber (2012), trata-se da dimensão pragmática a qual a Matemática na Modelagem está vinculada. O poder a ela atribuído, segundo a nossa compreensão, tanto para tratar de problemas do cotidiano como para alavancar outras ciências, está diretamente relacionado à crença da descrição e representação da realidade empírica, de maneira precisa e de forma verdadeira. No entanto, o autor não avançou em outras interpretações sobre o tema que investigamos, uma vez que este foi o modo como a Matemática apareceu em autores brasileiros.

---

[24] O corpo-vivente se constitui no entrelaçamento das dimensões psíquicas, corpóreas e espirituais. Diz da experiência corporal (pelos órgãos de sentido) e pessoal de um indivíduo em um corpo que vive e que se percebe vivendo. É uma complexidade temporal e espacial que transcende a existência física, vai além da materialidade. Enquanto corpo, ele está no aqui e agora, contudo, por ser um corpo vivo se estende além desses limites, permitindo, por meio de lembranças, reviver experiências passadas e pelos atos imaginativos pode vislumbrar possibilidades. Por ser temporal, vive na historicidade (Bicudo, 2022).

[25] A vivência, segundo Ales Belo (2006b), diz do vivido, da experiência vivencial. A autora, baseada em Husserl, sugere que as vivências podem ser espirituais, corpóreas e psíquicas. Essas três esferas constituem o ser humano na sua integralidade. Dito de outro modo, as vivências abrangem tudo que se manifesta pela consciência.

[26] O mundo-da-vida não é entendido como um local. Mundo-da-vida é um *a priori* histórico que nos chega pela tradição, é o solo histórico e cultural em que vivemos, que vai se constituindo pelas experiências vividas do sujeito (Bicudo, 2020).

Ademais, a tese de Tambarussi (2021), ao investigar a produção do conhecimento na Modelagem Matemática articulou, ao entrevistar autores significativos da Modelagem Matemática[27], uma categoria que denominou *A Matemática na Modelagem*[28]. Nela, são apresentadas compreensões sobre os dizeres dos sujeitos entrevistados. Dentre elas, destaca-se o entendimento da matemática e dos conteúdos matemáticos como um meio para o trabalho com as situações investigadas, como objetivo a aplicação dos conteúdos matemáticos em que alguns conteúdos são privilegiados. A Matemática e conteúdos matemáticos são entendidos como ferramentas para dar conta da situação estudada.

A autora explica ainda que, na maioria das vezes, ao se trabalhar com Modelagem, são aplicados conteúdos já conhecidos, mas que, quando necessário, pode-se buscar por outras teorias e conceitos ainda não conhecidos. Há também a compreensão de que os problemas e as informações pesquisadas, para dar conta da situação estudada, delimitam os conteúdos que serão abordados. Ao se trabalhar com a Modelagem no âmbito da Educação Matemática, há indícios que não há um conhecimento novo de Matemática, mas sim do assunto tratado (Tambarussi, 2021).

Segundo Tambarussi e Bicudo (2022), há, nas análises das entrevistas realizadas, uma preocupação, por parte dos entrevistados com o fato de os estudantes não enxergarem a Matemática ao se trabalhar com Modelagem. Isso, segundo as autoras, está "articulada à impossibilidade de haver uma correspondência biunívoca entre realidade empiricamente experimentada e vivenciada e a Matemática" (p. 318).

Para além daquilo que foi apresentado e compreendido por Klüber (2012), Tambarussi (2021) e Tambarussi e Bicudo (2022), pudemos evidenciar em nosso horizonte compreensivo outros aspectos a partir dos autores significativos da Modelagem Matemática identificados por Klüber (2012) e de outros textos além dos investigados pelo autor.

Com o intuito de chegar aos textos que tematizam a Matemática, realizamos dois movimentos para a produção dos dados: contato com os autores significativos

---

[27] Tambarussi (2021) entrevistou autores da área da Modelagem Matemática na Educação Matemática e da Modelagem Matemática na Matemática aplicada, a saber: Ademir Donizeti Caldeira, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa, Jussara de Loiola Araújo, Maria Salett Biembengut, Renata Zotin Gomes de Oliveira e Rodney Carlos Bassanezi.

[28] A pesquisa foi guiada pela interrogação "Como compreender a produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática?". As outras categorias são: *Concebendo e fazendo Modelagem Matemática* e *O trabalho com a Modelagem Matemática no ensino de Matemática.*

via e-mail e busca no Currículo Lattes. No primeiro, solicitamos que indicassem, de sua produção científica, quais delas tematizavam a Matemática. Com o retorno dos autores significativos[29], realizamos a leitura dos textos. Dos autores que não foi possível o contato via e-mail, buscamos pelas produções indicadas no Currículo Lattes, cuja seleção aconteceu pelos títulos dos textos. Desses dois movimentos, elegemos os escritos, que, em nosso horizonte compreensivo, nos possibilitariam articular compreensões, sendo eles mencionados no texto que segue.

Cabe salientar que um mesmo autor pode apresentar visões distintas sobre a Matemática, devido ao seu amadurecimento, a influência da historicidade, enfim, ao horizonte compreensivo no qual se encontra. Não consideramos esse movimento negativo, mas sim, uma busca pelo aprimoramento de seus próprios conhecimentos. Heidegger (2005) afirma que somos ser no mundo, e sendo ser no mundo somos sendo. Dito de outro modo, vamos nos constituindo enquanto ser no movimento de viver, de viver com outros e com nós mesmos. O mesmo acontece com a produção acadêmica, que se dá um movimento dinâmico de produzir e (re)produzir.

Assim, Caldeira (2009), em seu texto "Modelagem Matemática: um outro olhar", apresenta compreensões de Matemática, na defesa da Modelagem Matemática como uma concepção de Educação Matemática. O trabalho apresenta, de forma explícita, a concepção de Matemática do autor, fundamentando-se em aspectos filosóficos e epistemológicos.

O autor apresenta diversos aspectos sobre a Matemática. Ele a considera uma produção humana, construída por indivíduos postos em uma cultura, ou seja, como uma construção humana, que ocorre nas interações sociais. Em seu modo de conceber, a Matemática é aceitável dentro de uma cultura, em um contexto e um tempo. Isso, segundo compreendemos, traz a luz uma concepção que se desprende da Matemática entendida como imutável, detentora de verdades eternas. Nega, ademais, que o conhecimento possa ser descoberto e afirma que ele é criado ou inventado a partir de padrões e convenções. Fica evidenciado, no que diz respeito à origem do conhecimento, uma postura que abandona uma concepção puramente empirista ou racionalista, ou uma postura que busque um intermediário entre essas duas concepções. A origem do conhecimento está vinculada aos "jogos de

[29] O contato via e-mail foi realizado no mês de outubro de 2022. Desse movimento, estabelecemos contato com cinco autores da área da Modelagem Matemática.

linguagem", teoria desenvolvida por Ludwig Joseph Johann Wittgenstein. Nesse modo de conceber a Matemática a linguagem ganha um destaque, pois a constituição da Matemática se dá nos "jogos de linguagem" (Caldeira, 2009).

Os jogos de linguagem são também tematizados por Almeida (2014, p. 241), em que se "[...] evidenciaram jogos de linguagem em relação aos modelos matemáticos construídos [...]" e, ao analisar um cenário investigativo afirma que a Matemática "[...] é criada para subsidiar a obtenção do modelo" (p. 250).

No livro "Modelagem em Educação Matemática" Meyer, Caldeira e Malheiros (2019) apresentam elementos históricos e filosóficos da Matemática e, de certo modo, articulam aspectos gerais da Filosofia da Matemática com ações do cotidiano do professor. Há a preocupação dos autores do trabalho em problematizar aspectos da Matemática. Segundo os autores, o professor que ensina matemática carrega consigo traços de cada escola filosófica. Por exemplo, somos formalistas, em certa medida, pois a linguagem Matemática é estritamente formal. Temos, também, um pouco da escola intuicionista, pois, às vezes, a intuição faz parte do nosso modo de pensar. Da mesma forma, a lógica está presente na Matemática.

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2019), a Matemática é necessária, porém não deve haver um privilégio frente a outras ciências. O caráter absolutista e imutável perde forças para dar lugar a uma Matemática questionável, visto que não há uma Matemática, mas, sim, Matemáticas. A Matemática da Modelagem Matemática é aquela que possibilita a resolução do problema. Os autores apresentam fortemente a ideia da Matemática como construção humana, sendo o sujeito o atribuidor de significados. Afirmam, ainda, que a Matemática vai se constituindo de maneira espiral. Outro destaque, com relação à Matemática, diz do seu uso. O uso apresentado pelos autores se dá com a finalidade de o aluno tornar-se um cidadão pleno. Assim, a Matemática é vista como um instrumental para avaliar o mundo. Na visão dos autores, a Matemática deve ser usada para compreender a realidade do mundo fenomênico (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2019).

Araújo (2007) apresenta discussões no que tange à ideologia da certeza, à relação entre Matemática e realidade, aos aspectos de similaridade entre o platonismo e o Formalismo e suas formas de se expressarem em uma aula de Matemática. A autora apresenta compreensões entre a realidade e a Matemática presente em algumas concepções de Modelagem Matemática, visto que as concepções de

Modelagem que circulam na Educação Matemática mencionam a utilização da Matemática para o estudo de problemas, da realidade, de situações reais. Araújo (2007) conclui que, ao buscarmos descrever a realidade por meio da Matemática, estaríamos inspirados em um platonismo e, ao utilizar alguma teoria formal Matemática já existente (ou construir) para resolver um problema da realidade, estaria vinculado a uma visão formalista da Matemática. A autora, baseada em Borba e Skovsmose (1997), destaca, também, que a Matemática pode dar forma à realidade, quando tomamos decisões baseadas em modelos matemáticos, e que visões que supervalorizam a Matemática como a melhor maneira para resolver situações-problemas da realidade reforçam a ideologia da certeza.

Almeida, Silva e Borssoi (2021), ao citar o trabalho de Halverscheid (2008), sugerem que a abordagem experimental, em atividades de Modelagem, oportuniza "[...] construir modelos matemáticos e produzir conhecimento matemático e conhecimento sobre a situação, através de questões geradas e respondidas por meio da experimentação" (p. 127).

Burak (2019) dá ênfase a discussões voltadas para ensino e aprendizagem da Matemática. O autor destaca que, conforme assume a forma de pensar o ensino da Matemática, é solicitada a concepção de "[...] uma Matemática não restrita ao próprio contexto, mas, uma Matemática construída na interação do estudante com o mundo, uma Matemática com história" (p.105). O autor salienta que, sob essa visão, o ensino de Matemática é mais vivo, mais significativo, dinâmico e "[...] contribui para tornar mais intensa e mais eficiente a construção do conhecimento de determinado conteúdo [...]" (p.105). Burak e Zontini (2020) apresentam críticas ao ensino da Matemática, em que a "[...] ênfase era posta na simbologia e na estrutura, muito mais do que nas ideias" (p. 4).

Disso que foi exposto, compreendemos que há movimentos investigativos, por parte de alguns autores da Modelagem Matemática, que buscam investigar aspectos da Matemática. Dito de outro modo, há uma busca para desobscurecer a Matemática, ressaltando a dimensão humana como a produtora do conhecimento, concebendo a Matemática diferente de concepções tradicionais, tal como a visão platônica e suas ramificações. É um movimento difícil e lento, mas importante. Compreendemos que esse movimento não é uma consequência da Modelagem, mas ocorre pela abertura dos autores na disposição de compreender a Matemática. É, na nossa compreensão, uma disponibilidade para um pensar reflexivo, filosófico de quem busca esclarecer aquilo que circunda pelo meio acadêmico. Ainda, é possível destacar a pluralidade em que se assentam essas concepções, no que se refere às verdades das quais a Matemática lida, alternando entre absolutismos[30] e relativismos[31]. Há, segundo nosso horizonte compreensivo, traços de uma sustentação pragmática[32] da Matemática na Modelagem.

Por outro lado, como relatado pelas pesquisas supramencionadas, existe, também, em meio à comunidade que investiga ou utiliza a Modelagem Matemática na Educação Matemática, o entendimento que a Matemática tem o poder de representar a realidade do mundo fenomênico. Conforme compreendemos, mesmo na Modelagem Matemática, há práticas no contexto escolar que enfatizam o poder da Matemática e a caracterizam como um conhecimento de verdades absolutas e imutáveis, que independem do ser humano.

Conforme compreendemos, há uma certa necessidade por parte da comunidade acadêmica da área da Modelagem Matemática em investir esforços que fortaleçam instigações de cunho filosófico. Isso é necessário para promover um pensamento reflexivo sobre ideias nucleares e seus desdobramentos que circulam na comunidade acadêmica e que acabam atingindo as práticas realizadas no contexto escolar, pois as ações relacionadas ao ensino estão fortemente vinculadas ao modo como os professores concebem a Matemática.

Ainda que tenhamos ido a textos que continham aspectos concernentes à Matemática, indicados pelos autores, não há uma incursão no tema, ou seja, a Matemática é tomada em sua imediaticidade, veiculada pela tradição e não é interrogada, mas assumida.

Essa compreensão abre caminhos para o esclarecimento do solo de nossa região de inquérito. Portanto, é uma possibilidade de compreender modos que podem

[30] A perspectiva absolutista enfatiza uma Matemática que repousa nos fundamentos da lógica dedutiva. Nesse modo de conceber, o conhecimento matemático é atemporal, não tem influência histórica e cultural. É um conhecimento puro, com validade universal. O Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo, perspectivas do século XX na Filosofia da Matemática, podem ser consideradas, de certo modo, como absolutistas (Ernest, 1991).

[31] A perspectiva relativista considera que não existe verdade universal, verdade absoluta. A verdade Matemática, nessa perspectiva filosófica, é restrita a cultura a que pertence, visto que, o conhecimento humano depende de fatores externos como o meio ambiente e a cultura (Hessen, 2000).

[32] Uma concepção pragmatista considera que a “[...] verdade do conhecimento consiste na concordância do pensamento com os objetivos práticos do homem - naquilo, portanto, que provar ser útil e benéfico para sua conduta prática” (Hessen, 2000, p. 40).

ser veiculados aos estudantes quando se trabalha com Modelagem Matemática no Ensino Superior.

Diante disso, na seção que segue, apresentamos a organização do documento e o direcionamento dado à cada artigo.

7. ARTICULAÇÃO DOS MOMENTOS QUE CONSTITUEM A PESQUISA

Os caminhos que se abriram para produção da tese foram orientados pela interrogação “O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?”. Bicudo (2010) lembra que a interrogação é o que direciona a pesquisa. E é a constante reflexão sobre ela que direcionou o movimento efetuado no estudo apresentado nesse documento.

Além do estudo bibliográfico da produção acadêmica da área da Modelagem Matemática na Educação Matemática, que apresentamos anteriormente, nos dedicamos a produção de outros textos (Figura 3), fruto da pesquisa que realizamos.

Para a apresentação da pesquisa, optamos pelo formato *multipaper*[33]. Esse formato, diferente do monográfico, é composto por artigos. Os artigos que constituem a tese explicitam particularidades do fenômeno investigado, promovendo um diálogo entre as especificidades contidas em cada um deles. Quando se assume uma postura fenomenológica, o que orienta a pesquisa é a interrogação, tanto no formato *multipaper*, como no formato monográfico. Assim, a interrogação indica quais e como deverão estar dispostos os artigos, no formato *multipaper*, para explicitação do fenômeno investigado.

Mutti (2020), ao realizar uma investigação fenomenológica focando a adoção do formato *multipaper,* esclarece que o movimento de construção não se dá da estrutura para o sentido, mas do sentido para estrutura, pois o pesquisador é guiado pela sua interrogação. A autora afirma que os artigos, mesmo podendo ser lidos de forma independente, se mostram, em sua origem, como momentos dependentes do todo, pois foram guiados pela interrogação. Assim, os momentos-artigos foram sendo articulados partindo das inquietações proporcionadas pela interrogação, numa tentativa de explicar o fenômeno investigado. Em sua singularidade, os artigos

[33] Especificações a respeito dos critérios para a constituição da tese em formato *multipaper*, para este programa de Pós-Graduação, podem ser obtidas em https://dmat-unioeste.mat.br/index. php/pos graduacao/ppgecem.

“lançam luzes sobre a região de inquérito na qual o pesquisador se move para compreender o fenômeno de pesquisa e explicitá-lo” (Mutti, 2020, p. 70).

Outro fator que consideramos relevante mencionar refere-se à autoria dos artigos que constitui a tese em formato *multipaper*. Eles são realizados em parceria entre mestrando ou doutorando e seu orientador, em que o segundo apresenta-se como coautor, que no processo de produção exerce a função do orientador. Compreendemos que a produção do conhecimento se dá em parceria com outro, neste caso doutorando-orientador e, resultando no compartilhamento de saberes entre eles, o que pode avançar na produção do conhecimento.

Conforme compreendemos, a responsabilidade de quem pretende realizar a tese (doutorando) mas valorizando já na própria produção da tese as contribuições de seu orientador. É comum, no formato monográfico, que, após a defesa da tese, sejam publicados resultados da pesquisa em revistas em forma de artigos (mesmo que a publicação não seja idêntica a produção apresentada na tese, há uma ligação com os dados produzidos e resultados obtidos com a pesquisa de doutoramento), e neles conter menção da autoria de ambos (mestrando ou doutorando e seu orientador). No formato *multipaper*, porém, este reconhecimento já se encontra nos artigos que constituem a tese.

Com essas considerações e o movimento reflexivo de pesar a estrutura do documento, optamos por uma composição de três artigos além da presente introdução, que situa a pesquisa. Por fim, apresentamos uma síntese compreensiva, visando uma articulação das compreensões expostas nos artigos que constituem o referido trabalho, seguido das referências bibliográficas.

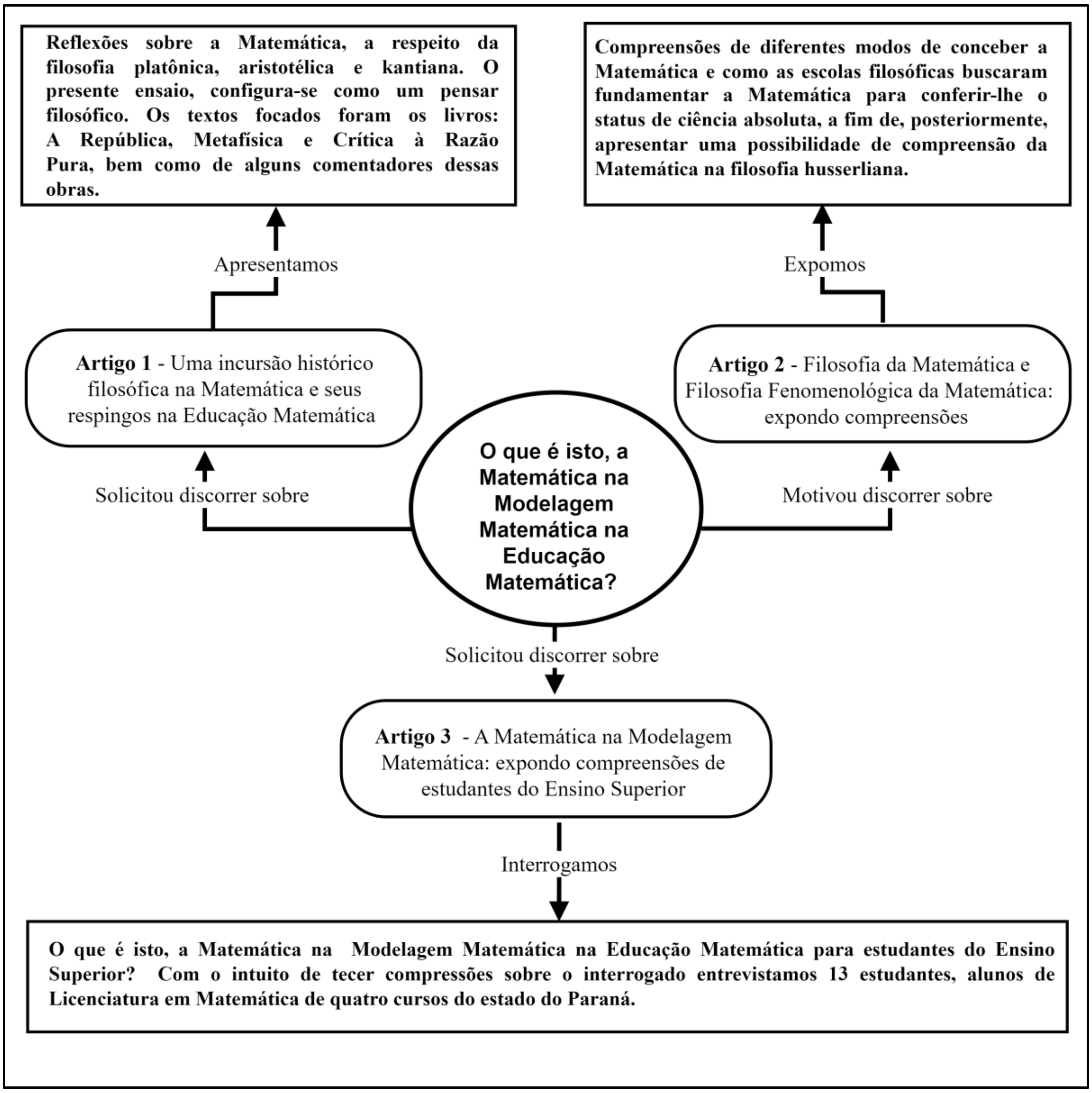

Figura 3: Artigos que constituem a tese.
Fonte: Elaboração própria.

Os textos apresentados na Figura 3 são momentos constituintes da tese, pois o olhar histórico e filosófico nos proporciona uma compreensão de um movimento que aconteceu e vem acontecendo no processo de pensar a Matemática, no decorrer do tempo, como um elemento constituinte do desenvolvimento humano e que chega até a atualidade exercendo influências no processo de teorização da Modelagem e, consequentemente, na comunidade educacional. Os estudos da área da Modelagem, influenciados pela concepção de Modelagem e de Matemática, assumida pelos seus estudiosos, acabam adentrando nas comunidades educacionais, sendo uma possibilidade de entendimento e defesa por parte dos estudantes.

Ao olhar atentamente para o fenômeno, consideramos que ele solicita que se realize um movimento compreensivo, amparado por um olhar atento, a respeito da Matemática, tanto em nível histórico-filosófico (contemplado pelos Artigos 1 e 2) como dos entendimentos dos estudantes que vivenciam a Modelagem Matemática, que, no caso da nossa pesquisa, volta-se para estudantes de Licenciatura em Matemática (abordado no Artigo 3).

Artigo 1: Este artigo é pertinente à tese, pois o fenômeno investigado solicitou compreensões concernentes à Matemática, portanto, sobre modos de pensá-la e concebê-la em termos filosóficos e históricos. Esse movimento de *olhar para a fora* da Modelagem abriu possibilidades de compreensão dos sentidos disseminados da Matemática que nos chegam pela tradição. As compreensões de Platão (429 - 347, a.C. aproximadamente), Aristóteles (384 - 322 a.C.) e Kant (1724 -1804) se tornaram relevantes para compreender a tradição na qual se assenta aquilo que se disseminou e permanece em nossa cultura e comunidade. Tal pesquisa também permitiu refletir sobre a natureza da Matemática, como ciência, por exemplo.

Compreendemos que não é possível abordar todas as correntes filosóficas voltadas à Matemática e nem as utilizar como uma lente teórica, porém, é relevante para o entendimento da nossa região de inquérito da Modelagem Matemática na Educação Matemática. A investigação elaborada no Artigo 1 revelou modos distintos de compreender a Matemática, como por exemplo, uma descoberta (estando ela ora no Mundo das Ideias ora nas coisas sensíveis) ou como uma construção humana.

Artigo 2: Este artigo emergiu, impulsionados por um movimento reflexivo sobre o investigado no Artigo 1 e da interrogação, como uma necessidade interna à pesquisa e da compreensão fenomenológica de conhecimento matemático, principalmente, em Husserl, e perpassou por diferentes perspectivas e escolas filosóficas. Nele, interrogamos: “Que compreensões sobre Matemática emergem da filosofia fenomenológica husserliana?”. Compreendemos que as escolas filosóficas pretendiam conferir à Matemática um *status* de ciência absoluta, detentora de verdades inquestionáveis e imutáveis, que, de certa forma, excluíam a possibilidade de uma fundamentação ancorada no caráter social e histórico. Já a Fenomenologia de Husserl caminha na direção da constituição do conhecimento fundamentado no mundo-da-vida. As vivências do corpo-vivente imerso no mundo-da-vida é o ponto chave para constituição do conhecimento pelos atos da consciência, cuja percepção participa de maneira decisiva[34].

Artigo 3: Este artigo apresenta possíveis compreensões da Matemática na Modelagem por estudantes do Ensino Superior que vivenciaram Modelagem na sua formação. Ir a estudantes que vivenciaram atividades se mostrou, para nós, importante porque os estudantes são o foco de todo o processo educativo, e as ações realizadas com Modelagem no contexto educacional se dirigem, de maneira direta ou indireta, aos estudantes. Ao nos dirigirmos a eles, estamos direcionando nossos esforços para entender como a Modelagem impacta na sua formação, em particular, no modo de compreender a Matemática.

Cabe destacar que os Artigos 1 e 2 não são lentes teóricas para o apresentado no Artigo 3, visto que, ao assumir a postura fenomenológica, buscamos ver o que se mostra do investigado, suspendendo crenças, referencias teóricos. Os Artigos 1 e 2 foram importantes para compreender aquilo que foi disseminado pela tradição.

A pesquisa foi previamente aprovada pelo Comitê de Ética na Pesquisa (CEP) com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética número 43754621.3.0000.0107 (Anexo 1).

O critério para ser sujeito significativo da pesquisa era ter vivenciado Modelagem no seu processo de formação acadêmica. Para estabelecer contato com sujeitos que se mostram significativos para a pesquisa, iniciamos um diálogo (presencialmente ou via e-mail) com professores/pesquisadores que participaram do IX Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática (EPMEM), evento realizado presencialmente no ano de 2022. Cinco professores mostraram interesse em colaborar com a pesquisa e, por intermédio destes, foi possível um primeiro contato, via e-mail, com os estudantes. Desse movimento, tivemos o aceite de 13 sujeitos, estudantes matriculados em 4 cursos de licenciatura em Matemático do Estado do Paraná, para participarem das entrevistas.

Os entrevistados frequentavam aulas em curso de Licenciatura em Matemática situados em quatro cidades do estado do Paraná[35], cursos na modalidade

---

[34] No decorrer do artigo, são apresentadas compreensões dos termos nucleares da Fenomenologia, tais como: mundo-da-vida, realidade, vivência, consciência, percepção, fenômeno, entre outros.

[35] O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido disponibilizado aos estudantes participantes da pesquisa encontram-se no Apêndice A.

presencial, com duração de 4 anos. Um dos entrevistados estudava no período diurno e os demais no período noturno.

Na Figura 4, destacamos a localização das cidades do Paraná das instituições de ensino frequentadas pelos estudantes participantes das entrevistas. Ao entrevistarmos estudantes matriculados em diferentes instituições, que se situam em cidades distintas, foi possível uma visão mais abrangente sobre o fenômeno investigado, pois tal contexto contempla uma diversidade de perfis de estudantes, incluindo aqueles de diferentes origens socioeconômicas, culturais e geográficas.

As entrevistas foram realizadas de forma remota, nos meses de novembro e dezembro de 2022, via plataforma *Teams,* com o tempo de realização variando de 18min a 47min e totalizando cerca de 400min. As entrevistas foram gravadas e, posteriormente, transcritas.

Figura 4: Localização das instituições de ensino frequentadas pelos sujeitos significativos.
Fonte: Elaboração própria.

A partir da fala dos estudantes, articulamos seis categorias abertas que, em um movimento reflexivo, culminaram em compreensões sobre a Matemática. Dentre elas, está o entendimento que a Matemática está na situação investigada tendo o poder de representar o mundo empírico e que, mesmo possibilitando um pensar mais reflexivo, ela mesma não é refletida. É uma Matemática com sentido para o estudante e esse sentido está articulado com a aplicação da Matemática. Não há criação, construção ou descoberta de Matemática da Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Com a síntese dos artigos, finalizamos a apresentação da pesquisa. Na sequência, serão apresentados, na íntegra, os três artigos que compõem o documento, seguido de uma síntese compreensiva e articulada desses textos. Posteriormente, são apresentadas as referências utilizadas neste trabalho, os apêndices e anexos.

ARTIGO 1

UMA INCURSÃO HISTÓRICO FILOSÓFICA NA MATEMÁTICA E SEUS RESPINGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Resumo: Neste texto, apresentamos compreensões concernentes à Matemática, mais precisamente no âmbito das filosofias platônica, aristotélica e kantiana e, ainda, discutimos suas implicações para a Educação Matemática. Este ensaio, longe de apresentar uma resposta definitiva, configura-se como um pensar filosófico. Para isso, os livros foco da pesquisa foram focados foram os livros: A República, Metafísica e Crítica da Razão Pura, bem como de alguns comentadores dessas obras. A investigação revelou diferentes concepções da Matemática, com alguns pontos de convergência e a relativa persistência de traços das concepções platônicas e aristotélicas na Educação Matemática e matizes da influência kantiana em visões posteriores.

***Palavras-chave**:* Matemática, Filosofia, Platão, Aristóteles, Kant.

Abstract: In this paper, we present understandings related to Mathematics, specifically within the realms of Platonic, Aristotelian, and Kantian philosophies, and discuss their implications for Mathematics Education. This essay, far from presenting a definitive answer, is configured as philosophical reflection. To this end, the focal books of the research were “The Republic “Metaphysics” and “Critique of Pure Reason” along with commentaries on these works. The investigation revealed different conceptions of Mathematics, with points of convergence among them, and highlighted the persistent influences of Platonic and Aristotelian philosophies in Mathematics Education, as well as traces of Kantian influence in later perspectives.

Keywords: Mathematics, Philosophy, Plato, Aristotle, Kant.

1. INTRODUÇÃO

Ao longo da história do pensamento humano, diversos filósofos se dedicaram a pensar sobre como o conhecimento é possível, qual sua origem e qual sua essência, explicitando inquietações e tecendo argumentações de cunho filosófico[1]. Muitas das tentativas em responder a questionamentos filosóficos, se aproximam em alguns aspectos e se distanciam em outros. Pode-se dizer que, mesmo filósofos adeptos a uma mesma teoria, podem apresentar divergências de ideias em determinadas

[1] Hessen (2000) diferencia, de modo geral, as teorias que buscam explicar a origem do conhecimento como Racionalista, Empirista, Intelectualista e Apriorista. Quanto à possibilidade do conhecimento, as classificações são Dogmatismo, Cepticismo, Subjetivismo, Realismo, Pragmatismo e Criticismo. No que se refere à essência do conhecimento (no sentido não fenomenológico), são nomeadas como Objectivismo, Subjectivismo, Realismo, Idealismo e Fenomenalismo. Nessas classificações, há ainda diferentes modos de interpretá-las. Por exemplo, o realismo pode apresentar-se como Ingênuo, Natural ou Crítico.

circunstâncias. O mesmo ocorre com os diferentes momentos da vida de um mesmo filósofo, que tende a modificar sua teoria e redefinir seus posicionamentos. O ato de refletir e tecer críticas sobre uma temática ao longo da história leva a um avanço no modo de compreender o pensar filosófico. Muitas vezes, essas reflexões podem, até mesmo, levar a *aporias*[2] filosóficas, mas isso não pode ser visto como algo negativo, uma vez que elas motivam novas reflexões e, consequentemente, a possibilidade de avanços.

No que se refere à Filosofia da Matemática, não é diferente. Muitas das discussões e reflexões que se iniciaram na Antiguidade se mantêm contemporaneamente, propiciando diversos debates entre matemáticos, filósofos e professores sobre os diferentes modos de conceber a Matemática. "De facto, a simples pergunta 'afinal o que é a Matemática?' tem sido, ao longo dos tempos, objecto (sic) de diversas tentativas de resposta. [...] A Matemática é o conhecimento de quê?" (PONTE et al., 1997, p. 9). Na visão do autor, a questão filosófica tem gerado inúmeras controvérsias, mesmo sendo tão antigas quanto à própria ciência Matemática.

Para Ernest (1991), a questão da constituição do conhecimento está no âmago da Filosofia e, nesse sentido, o conhecimento matemático desempenha uma função especial dentro da Filosofia.

Russell (2006) relata que o estudo da Matemática pode ser perseguido em dois sentidos opostos. "O mais comum é construtivo, no sentido da complexidade gradualmente crescente: dos inteiros para os fraccionários, os números reais, os números complexos; da adição e multiplicação para a diferenciação e integração e daí para a matemática superior" (p. 13). O outro sentido que, segundo Russell (2006), é menos familiar, é aquele com o qual "[...] indaga-se que mais ideias e princípios gerais podem ser encontrados, em função dos quais o que fora o ponto de partida possa ser definido ou deduzido. É o facto de seguir este sentido oposto que caracteriza a filosofia matemática, em contraste com a matemática comum" (p. 13).

Conforme compreendemos, Russell apresenta duas abordagens investigativas, diferenciando a Matemática e a Filosofia da Matemática. Enquanto a Matemática se

[2] "Esse termo é usado no sentido de dúvida *racional,* isto é, de dificuldade inerente a um raciocínio, e não no estado subjetivo de incerteza. É, portanto, a dúvida *objetiva,* a dificuldade efetiva de um raciocínio ou da conclusão a que leva um raciocínio" (Abbagnano, 2007, p. 75, grifo do autor). Conforme compreendemos, as aporias surgem da impossibilidade de uma resposta para determinados questionamentos.

dedica à complexidade dos conceitos matemáticos específicos, como os numéricos, algébricos, geométricos e aplicações, a Filosofia da Matemática empreende esforços em questões, por exemplo, de ordem epistemológica e ontológica, tecendo reflexões sobre como o ser humano produz conhecimentos matemáticos, sobre a validade e a universalidade do conhecimento produzido, sobre a existência ou não dos objetos matemáticos, sobre a realidade à qual a Matemática faz parte (Silva, 2007; Shapiro, 2015; Machado, 2013).

Ao mesmo tempo em que Matemática e a Filosofia da Matemática exploram abordagens distintas, segundo Rayn e Skovsmose (2019), há uma relação de influência entre elas: "Pode-se conceber a matemática e a filosofia como dois ramos da Árvore da Ciência, mas talvez fosse mais apropriado imaginá-los como duas plantas entrelaçadas" (p. 2, tradução nossa)[3], em que uma pode ir proporcionando à outra um pensamento mais reflexivo.

Conforme compreendemos, a metáfora utilizada pelos autores sugere que a Matemática e a Filosofia da Matemática, embora com campos investigativos diferentes e com objetivos distintos, podem influenciar-se mutuamente na produção do conhecimento. Por exemplo, a Filosofia da Matemática pode fornecer uma base teórica e crítica para a Matemática, enquanto os avanços matemáticos podem motivar novas reflexões filosóficas. Porém, há de se destacar que, a Matemática pode ser e continuar sendo gerada nos fazeres de matemáticos, em que uma reflexão filosófica sobre ela e seu conhecimento não sejam postas, fato que ocorre frequência.

A respeito do ensino de Matemática, Alves (2011) salienta que as concepções filosóficas que cada professor possui, conscientes ou não, pode influenciar no ensino da Matemática e, consequentemente, na Educação Matemática. O autor afirma que a Filosofia da Matemática lança seu olhar para questões de caráter ontológico[4] (o que existe em Matemática), epistemológico (como se conhece o que existe em Matemática e o que pode ser considerado conhecimento matemático) e axiológico (quando um conhecimento matemático pode ser considerado como verdadeiro). Reflexões com bases ontológicas, epistemológicas e axiológicas contribuem para o fortalecimento da

[3] Tradução nossa do original: "One may conceive of mathematics and philosophy as two branches on the Tree of Science, but perhaps it would be more appropriate to picture them as two entwining plants".
[4] Tradução nossa do original: "Questions like "Do triangles exist?" and "In what sense do they exist?" are ontological. Epistemological consideration deals with what we can know and how we may obtain knowledge. Thus, in a most concentrated version, epistemology is about knowledge while ontology is about being".

compreensão do conhecimento matemático. A Matemática “[...] é fonte constante de questionamentos que transbordam os seus limites e requerem um contexto propriamente filosófico para serem adequadamente tratados” (Silva, 2007, p. 15).

Bicudo (2013) corrobora essa afirmação ao defender que, se o objetivo é sobre o conhecimento matemático, se faz necessário adentar para a área da Filosofia. A autora destaca que “aspectos ontológicos da Matemática, que dizem de concepções da realidade do objeto matemático, e os epistemológicos, sobre modos de conhecer consonantes com elas, solicitam estudos no âmbito da Filosofia e da História da Matemática” (p. 2). Além disso, a autora deixa claro que não é uma tarefa fácil, pois “[...] conceitos com significados diferentes são nomeados do mesmo modo; outras vezes, ideias que sustentam uma visão de Matemática aparecem recortadas e inseridas em visões diferentes [...]” (Bicudo, M., 2013, p. 19).

> A filosofia da Matemática é o ramo da filosofia que busca refletir e explicar sobre a natureza da Matemática. A filosofia da Matemática se orienta no sentido de responder questões como: Qual é a base do conhecimento matemático? Qual é a natureza da verdade Matemática? O que caracteriza as verdades em Matemática? Qual é a justificativa para sua afirmação? Por que as verdades em Matemática são necessariamente verdades? (Ernest, 1991, p. 3, tradução nossa)[5].

Ao encontro disso, Rayn e Skovsmose (2019), no prefácio do livro “Conectando humanos a equações: uma reinterpretação da filosofia da Matemática*”,* afirmam que, apesar de sua importância, na história ocidental da filosofia da Matemática, “[...] as reflexões sobre as conexões Matemáticas com a tecnologia, o uso cotidiano da Matemática, a construção real da Matemática e, especialmente, as relações com o mundo humano em geral, têm estado em grande parte ausentes” (p. XXIV, tradução nossa)[6].

Diante desse contexto, o trabalho aqui apresentado é um esforço para explicitação de compreensões que emergem do pensar filosófico, indagando sobre aquilo que circula e que é também latente no campo pedagógico, na Educação

[5] Tradução nossa do original: “The philosophy of mathematics is the branch of philosophy whose task is to reflect on, and account for the nature of mathematics. This is a special case of the task of epistemology which is to account for human knowledge in general. The philosophy of mathematics addresses such questions as: What is the basis for mathematical knowledge? What is the nature of mathematical truth? What characterises the truths of mathematics? What is the justification for their assertion? Why are the truths of mathematics necessary truths?”

[6] Tradução nossa do original: “[...] reflections about mathematical connections to technology, everyday use of mathematics, the actual construction of mathematics, and especially to relations to the human lifeworld in general, have been largely absent”.

Matemática. Não é nossa intenção e nem consideramos ser possível apresentar todos os entendimentos filosóficos da Matemática. Tampouco, objetivamos descrever um extrato das principais correntes filosóficas. Buscamos, sim, expor compreensões concernentes à Matemática, mais precisamente, no âmbito das filosóficas platônica, aristotélica e kantiana e, ainda, expor articulações e reflexões para a Educação Matemática.

Silva (2007) alerta que, sendo a Matemática um produto cultural, “[...] é inútil buscar uma essência imutável da Matemática” (p. 22). Conforme compreendemos, a natureza da Matemática, os objetos com os quais ela lida e os métodos devem ser interpretados, levando em consideração a época em que foram produzidos e a cultura em que estavam inseridos, bem como a sua dinamicidade. Em cada momento histórico, a Matemática foi sendo estruturada pelos seres humanos no horizonte vivido.

Assim, buscando fazer um passeio pelos principais marcos concernentes ao conhecimento matemático e refletir sobre as concepções de Matemática em momentos históricos e culturais, pretendemos identificar e compreender significados atribuídos à Matemática por três grandes pensadores que demarcam mudanças paradigmáticas do pensamento humano, visto que cada um deles apresentou perspectivas e desafios de modo único sobre como e o que podemos conhecer. Dessa forma, analisamos as compreensões da Matemática contempladas nas teorias filosóficas de Platão, Aristóteles e Kant, através de seus escritos e de comentadores das obras dos filósofos mencionados. Estes filósofos demarcam viradas reflexivas sobre o conhecimento e são amplamente reconhecidos por filósofos contemporâneos, dada a sua importância para a teoria do conhecimento e para a epistemologia (Silva, 2007; Shapiro, 2015).

Compreendemos, assim, que o estudo que realizamos se apresenta como uma região complexa de investigação, pois busca por possibilidades, por modos de compreensão dos significados atribuídos à Matemática por esses filósofos. Salientamos que não estamos à procura por uma resposta absoluta, uma resposta definitiva. Para isso, realizamos uma pesquisa bibliográfica em obras primárias, visando uma abertura compreensiva sobre o significado atribuído à Matemática pelos pensadores supracitados.

A escolha por estes se justifica, pelo fato de diversos pesquisadores, segundo Frecheiras (2010), atribuem a Platão "[...] o prestígio eminente de precursor, pesquisador e incentivador, aquele que impulsionou a Matemática do século IV a.C., período tão brilhante e fecundo da ciência grega" (Frecheiras, 2010, p. 43 - 44). Além disso, Silva (2007, p. 49) afirma que "Aristóteles em especial exerceu profunda influência em toda a história da Matemática" e Kant, vários séculos depois dos gregos, articulou um modo totalmente novo de conceber os domínios da Matemática, colocando o intelecto humano como o centro das discussões (Silva, 2007; Shapiro, 2015).

Silva (2007) salienta que a Matemática de Platão até Kant passou por desenvolvimento significativo, pois diversas teorias e ramificações da Matemática foram se constituindo ao longo da história e ganhando força, tais como: *i)* a resolução de diferentes tipos de equações, que proporcionou ao simbolismo algébrico uma certa autonomia e destaque; *ii)* os números imaginários, ampliando o conceito de número e a constituição da concepção moderna de Matemática; *iii)* álgebra moderna, que possibilitou o desenvolvimento de uma Matemática baseada em estruturas formais, sem uma interpretação pré-determinada; *iv)* o cálculo infinitesimal, e seus surpreendentes problemas, tal como o do hiperbólico agudo que, mesmo possuindo infinita dimensão, possui volume finito, que despertou o interesse de diversos filósofos.

Porém, do ponto de vista filosófico, foi com Kant que a Matemática ganhou uma nova dimensão, mesmo sendo ela, a Matemática, tematizada por diversos pensadores ao longo da história (Silva, 2007).

Desse modo, nas seções seguintes deste artigo, serão apresentados aspectos concernentes a cada um dos filósofos supramencionados buscando elencar as características filosóficas gerais da Matemática descritas por cada um deles. Para dar suporte bibliográfico, serão utilizados como principais referências os livros[7]: *A República,* de Platão; *Metafísica,* de Aristóteles; e *Crítica da Razão Pura,* de Kant, além de outros comentaristas que buscam, de certa maneira, tecer reflexões sobre as obras citadas.

[7] Os livros mencionados não foram estudados em sua integralidade. O foco esteve nos capítulos que faziam menção à Matemática e nos capítulos necessários ao entendimento dos que mencionavam a Matemática.

2. A MATEMÁTICA EM PLATÃO[8]

Antes de iniciarmos as discussões, ressaltamos alguns aspectos que consideramos relevantes. A palavra *Matemática* não é encontrada no livro *A República*[9] (pelo menos em duas traduções que nos dedicamos a estudar). Certamente, o entendimento que temos hoje da Matemática e a estruturação de suas áreas de estudo não são os mesmos da época de Platão. Desse modo, não havia uma unificação do sentido para aquilo que contemporaneamente designamos como tal. No livro mencionado, encontramos termos como *geometria, cálculo, aritmética, ciência do cálculo*, *geometria e ciências correlatas*, mas não o termo Matemática.

Platão (427 a 347 a.C.) é conhecido como um importante filósofo grego, com uma especial admiração pela Matemática, já que, em diversos de seus escritos, apresenta reflexões sobre ela. A respeito dos seus escritos[10], há vários pontos de vista no que se refere à Matemática. Há historiadores que afirmam que as contribuições se dão na superficialidade, pois, para estes, as ideias originais presentes em suas obras eram, na realidade, de outros filósofos, a Platão coube somente os registros. Mas, há os que enfatizam sua contribuição significativa no que se refere aos métodos, à sistematização, aos fundamentos e à emancipação da Matemática da experiência, enfatizando a contribuição direta para essa ciência (Bicudo, I., 1998; Frecheiras, 2010; Barbosa, 2009).

Independentemente de serem de Platão ou não a originalidade das contribuições, em um aspecto diversos historiadores concordam: sem o registro feito por Platão esse modo de pensar dificilmente teria chegado até nós, visto que, a partir dos seus escritos, tivemos acesso a estudos e ideias compartilhadas da antiguidade. Barbosa (2009) destaca que Platão recebeu influência das teorias disseminadas por

[8] Nessa seção, em algumas citações, é utilizado o termo Matemática para indicar aritmética ou geometria ou cálculo ou ambas as áreas.

[9] O Livro *A República* contempla os registros de Platão do diálogo estabelecido entre alguns filósofos, tais como Sócrates (que conduz toda a conversa), Glauco, Polemarco, Adimanto, entre outros. Cabe destacar que Platão não aparece como participante dos diálogos estabelecido em *A República*, o que nos leva a questionar se de certa forma, Platão não estaria utilizando as pessoas mencionadas para expor seu modo de pensar e não se comprometer com o registrado nesse livro.

[10] A filosofia platônica se destaca como uma filosofia política, pois tem como alvo a constituição de uma cidade justa. Para atingir esse objetivo, na visão de Platão, é necessário ultrapassar o conflito de opiniões e buscar como fundamento um saber autêntico, que englobe em sua unidade a polis (cidade-estado), o cosmos e o homem (Frecheiras, 2010).

pensadores como Pitágoras[11], Parmênides[12], Heráclito[13] e Sócrates, combinando a parte principal de cada uma delas, fazendo ligações e tornando claras as ideias que ele considerava obscuras dentre esses pensamentos.

Damos destaque para Sócrates, visto que foi seu mestre com quem teve a oportunidade de vivenciar a dialética[14], que levou como base para se chegar ao que denominava de conhecimento verdadeiro. Em Platão, encontramos a seguinte afirmação a respeito daqueles que utilizam do método dialético "[...] sem nenhuma ajuda dos sentidos externos e com o recurso exclusivo da razão, tenta chegar até a essência das coisas, sem parar enquanto não apreende com o pensamento puro o bem em si mesmo" (Platão, Rep., VII 532b, 2000, p. 344)[15]. Esse método busca, através de diálogos, refinar ideias e eliminar contradições ou inconsistências. O processo de investigação filosófico guiado pela dialética solicita do filósofo ao apresentar seu modo de pensar sobre uma determinada temática e ao confrontar suas ideias com outras pessoas, que as tornem claras.

Das doutrinas socráticas, Platão também teve acesso às reflexões acerca do raciocínio indutivo e da definição universal (Barbosa, 2009), mas foi além dos

---

[11] A estrutura organizacional da forma de pessoas vivendo em comunidades com propósitos semelhantes, a busca pelo governante ideal, a crença na alma imortal pode ter tido influência das doutrinas pitagóricas além, é claro, a Matemática como princípio que conduz para as coisas de maior valor (Barbosa, 2009). A realidade, para Platão, é concebida em termos de estruturas e relações matemáticas, herança da concepção pitagórica do mundo (Silva, 2007).

[12] O pensamento de Parmênides se ocupou em encontrar a forma do correto pensar, com vistas a elementos do campo da lógica, nominados na atualidade como princípio da não-contradição, identidade e terceiro excluído. Para Parmênides a possibilidade do movimento é rejeitada, pois o ser é contínuo, homogêneo, uno e um eterno presente. O ser é completo porque se ele não tem origem e nem fim, é imóvel e individual, a ele nada falta (Martins, 2007).

[13] Para Heráclito, tudo muda, tudo se transforma sem cessar e sem exceção. Tudo que existe, seres vivos ou não vivos, tudo está em perene e incessante transformação. Este filósofo teria teorizado sobre movimento, e apresentado a ideia de que o real está em constante mudança, formulando a ideia da existência como um processo. Para tanto, elegeu como elemento representativo (uma metáfora) o fogo, pois pelo fogo todas as coisas modificam-se. O fluxo permanente seria a lei universal do cosmo que cria e transforma todas as realidades existentes (Martins, 2007).

[14] A dialética platônica "é o exercício direto do pensamento e da linguagem, um modo de pensar que opera com os conteúdos do pensamento e do discurso. [...] é uma atividade intelectual destinada a trabalhar contrários e contradições para superá-los, chegando à identidade da essência ou da idéia (sic) imutável. [...] Substituindo a dialética por um conjunto de procedimentos de demonstração e prova, Aristóteles criou a **lógica** propriamente dita, que ele chamava de **analítica** [...]. A lógica aristotélica é um instrumento que antecede o exercício do pensamento e da linguagem, oferecendo-lhes meios para realizar o conhecimento e o discurso [...] oferece procedimentos que devem ser empregados naqueles raciocínios que se referem a todas as coisas das quais possamos ter um conhecimento universal e necessário, e seu ponto de partida não são opiniões contrárias, mas princípios, regras e leis necessárias e universais do pensamento" (Chauí, 2000, p. 230).

[15] A essência mencionada em Platão (2000), conforme compreendemos, diz da natureza imutável e eterna de algo. É a ideia de algo que não está sujeito às mudanças que vão acontecendo no mundo empírico. A essência na visão platônica, é a verdade que está obscurecida pelo mundo sensível.

ensinamentos do seu mestre, buscando uma maneira para superar as *aporias* de Sócrates:

> Platão parecia ter encontrado na Matemática uma maneira de superar as aporias socráticas, e como os seus objetos, os círculos, as retas, os triângulos são sempre mais perfeitos do que suas representações desenhadas na areia e juntamente com os números constituem entidades eternas e imutáveis, Platão irá reservar-lhes um lugar de honra em sua doutrina das idéias (sic). (Barbosa 2009, p. 32-33)

Frecheiras (2010) destaca que Platão, além de ser considerado o filósofo grego que reconheceu a conexão entre a filosofia e a Matemática, libertou a Matemática dos fins utilitários, não a restringindo a técnicas e operações com cunho prático, mas "[...] como a compreensão das propriedades de certo conjunto de objetos cuja realidade é apreensível pelo pensamento" (Frecheiras, 2010, p. 46). Para a autora, "Platão torna-se o promotor de uma união entre a filosofia e as Matemáticas que permanece até hoje" (p. 55). I. Bicudo (1998, p. 312) corrobora essa posição, afirmando que a mudança "[...] da Matemática 'empírica' para a Matemática 'pura' está intimamente associada ao caráter idealista, anti-empírico da filosofia eleática e, sobretudo, da filosofia de Platão".

Uma das obras mais conhecidas de Platão é *A República*, que também é traduzida como *Sobre a Justiça*, cujo tema central se aplica tanto a questões sociais, como a justiça política e a retidão moral individual. Em *A República*, em especial nos livros VI e VII, há indicação da função da aritmética e do cálculo para se atingir o Bem[16] e a descrição de como deveria ser a educação do filósofo-governante. Nessa obra, segundo Mueller (2005), "[...] Platão está preocupado com a tarefa de tornar a alma ciente de um nível superior de realidade na qual a alma está conectada. Aritmética e geometria fornecem-lhe exemplos de ciências que, ele pensa, claramente lidar com este nível" (p. 115, tradução nossa)[17].

> Entre os propósitos de Platão na *República* está o de educar os guardiões da cidade. Para isso, o estudo das ciências Matemáticas era indispensável. A importância do papel que a Matemática desempenha na teoria do conhecimento de Platão é algo freqüente (sic) em seus *Diálogos.* O estudo do cálculo e da aritmética nos levaria a pensar não a respeito de maças ou

[16] O livro *A República* não especifica claramente o entendimento do que é o Bem, embora apresente reflexões acerca do questionado "[...] no seu modo de pensar, que é o bem: conhecimento ou prazer? Ou será diferente de ambos? (Platão, Rep., VI 506b, 2000, p. 309).

[17] Tradução nossa do original: "[…] Plato is concerned with the task of getting the soul aware of a higher level of reality to which the soul is connected. Arithmetic and geometry provide him with examples of sciences which, he thinks, clearly deal with this level".

> qualquer outra coisa numerada, mas, rompendo com a corporeidade e multiplicidade do ser, chegar à essência própria dos números (Barbosa, 2009, p. 118).

A filosofia platônica considera a existência de dois mundos: o Sensível e o Inteligível[18].

> Então, comecei, observa que se trata de dois poderes, como dissemos; um reina no gênero e na sede do inteligível; o outro, no mundo visível. Não falo em céu, para não pensarem que estou jogando com as palavras, como fazem os sofistas. Mas, decerto, apanhas bem estes dois conceitos: o Visível e o inteligível? (Platão, Rep., VI 509d, 2000, p. 314).

Separando em dois mundos, Platão apresenta o seu entendimento sobre eles. O Mundo Inteligível, também conhecido por Mundo das Ideias, é considerado pelos platônicos o mundo verdadeiro, que preexiste antes de tudo e que existe independente do mundo em que vivemos. Seria o mundo do imutável, do puro, do perfeito. O Mundo das Ideias contém as verdades, o verdadeiro ser, e que só pode ser alcançado pelo pensamento, na cisão entre o eu e o mundo que já existe.

No modo de pensar platônico, as entidades matemáticas constituem um domínio objetivo independente e autossuficiente que se tem acesso pelo pensamento, sendo que a razão nos fornece a única ciência verdadeira, que pode ser alcançada pela dialética (Silva, 2007). Os objetos e as verdades matemáticas têm existência independente de outros seres e atribui à razão o poder de adentrar domínios suprassensíveis da Matemática, o que se caracteriza como um realismo[19] ontológico e epistemológico, no qual há existência independente dos entes matemáticos em um

---

[18] Platão utiliza o Mito da Caverna – no livro VII, da *República* – para explicar a ideia desses dois mundos, destacando que, o que é tido pelos sentidos são apenas sombras do mundo real, pois o mundo verdadeiro é o Mundo das Ideias.

[19] Tradicionalmente, a explicação para a existência dos entes matemáticos são apoiadas em duas concepções: o realismo e o idealismo. O realismo é "[...] o ponto de vista epistemológico segundo o qual existem coisas reais, independente da consciência" (Hessen, 2000, p. 74). "O realismo é a atitude natural do espírito humano. Quando o homem aceita a identidade de seu conhecimento com as coisas que sua mente menciona, sem formular qualquer pergunta a respeito, nós temos o *realismo ingênuo (...) [no qual]* há uma aceitação espontânea do que se oferece ao homem como suscetível de suas sensações e de sua representação. Quando o realismo acentua a verificação de seus pressupostos e conclui pela funcionalidade sujeito-objeto, distinguindo as camadas cognoscíveis do real assim como a participação, não apenas ativa, mas *criadora* do espírito no processo gnoseológico, temos o *realismo crítico*. [...] Concebe, pois, o conhecimento como um processo no qual o sujeito cognoscente *contribui* criadoramente, convertendo 'algo' em 'objeto'" (Reale, 2007, np, destaque do autor, inserção nossa). Ponte *et al*. (1997) salientam que, na perspectiva filosófica realista, o ser não inventa esta realidade objetiva que lhe é exterior, apenas se limita a descobri-la. Já na perspectiva idealista, "toda a realidade matemática é condicionada pelas construções dos matemáticos que inventam essa realidade. Neste âmbito, os objectos (sic) matemáticos são livres invenções do espírito humano, (...) e que possuem, apenas, as propriedades que o pensamento puder determinar (Ponte *et al.*, 1997, p. 12).

reino fora deste mundo e a verdade Matemática é independente da ação de um sujeito.

"Como então podemos conhecê-los? A resposta de Platão é: pelo intelecto. Os sentidos podem apenas nos sugerir, conduzir nossa atenção para as entidades perfeitas; conhecê-las, porém, é tarefa exclusiva da inteligência" (Silva, 2007, p. 42). A Matemática, para Platão, não é uma criação humana. Ela existe no mundo independente do ser humano. Ernest (1991) esclarece que esse tipo de entendimento é denominado conhecimento *a priori* na qual as proposições "[...] são afirmadas com base apenas na razão, sem recorrer a observações do mundo. A razão consiste no uso de lógica dedutiva e os significados dos termos, normalmente encontrados nas definições (p. 4, tradução nossa)"[20].

Para os adeptos das ideias de Platão,

> As verdades Matemáticas, em particular, expressam simplesmente, para Platão, relações universais e imutáveis entre as formas Matemáticas. Nós as conhecemos, ou podemos conhecer, *a priori,* isto é, independentemente dos sentidos, por meio do entendimento. E mesmo as verdades que desconhecemos no momento estarão sempre à disposição do nosso intelecto com seu valor de verdade inalterado (Silva, 2007, p. 42).

E, ainda,

> [...] os objetos da Matemática não são acessíveis aos nossos sentidos. Eles existem fora do tempo e do espaço, o que os torna empiricamente inacessíveis. Mas a humanidade possui uma capacidade de compreender aquilo que os sentidos não podem detectar: a razão. Quando cultivada em sua forma sublime, essa capacidade dá acesso aos objetos da Matemática. Assim, o platonismo afirma a existência de um mundo matemático eterno de objetos e sustenta que nossa razão pode revelar verdades sobre este mundo. Essas verdades também são eternas e necessárias graças à imutabilidade dos objetos matemáticos (Rayn; Skovsmose, 2019, p. 6, tradução nossa)[21].

Essa forma de conceber o conhecimento, o racionalismo[22], iniciada por Platão, teve continuidade nos escritos de Descartes, Bento de Espinosa, e Leibniz, durante

---

[20] Tradução nossa do original: "[…] are asserted on the basis of reason alone, without recourse to observations of the world. Here reason consists of the use of deductive logic and the meanings of terms, typically to be found in definitions".

[21] Tradução nossa do original: "[…] the objects of mathematics are not accessible to our senses. They exist outside of time and space, which makes them empirically inaccessible. But humankind possesses a capability for understanding that which the senses cannot detect reason. When cultivated in its sublime form, this capability gives access to the objects of mathematics. Thus, Platonism claims the existence of an eternal mathematical world of objects and holds that our reason can reveal truths about this world. These truths are then also eternal and necessary thanks to the immutability of mathematical objects".

[22] Racionalismo (de *ratio*, razão) é o nome atribuído a corrente epistemológica que afirma que a razão é a principal fonte do conhecimento humano. Segundo o racionalismo, um conhecimento só merece realmente esse nome se for necessário e sua validade for universal" (Hessen, 2000). O autor ainda destaca que quase todos os representantes do racionalismo são das ciências matemáticas.

os séculos XVII e XVIII (Shapiro, 2015). Nesse sentido, Hessen (2000) enfatiza que a forma mais antiga de racionalismo é encontrada em Platão e que a teoria platônica salienta que o mundo da experiência está em permanente mudança sendo incapaz de transmitir qualquer saber genuíno. Silva (2007, p.53) afirma que, para Platão, “[...] os objetos matemáticos (números e figuras geométricas) existem independentemente de quaisquer sujeitos e outros objetos” e destaca ainda que, na visão platônica, a verdade Matemática independe do sujeito e da atividade. Para os racionalistas, a fonte do conhecimento verdadeiro é a razão operando por si mesma, sem o auxílio da experiência sensível e controlando a própria experiência sensível (Chauí, 2000).

Paralelamente, para os platônicos, a Matemática é uma ciência *a priori,* isto é, que independe da experiência. Estes admitem um equivalente intelectual da percepção sensível que dá conta da experiência do *insight* matemático. Assim, quando dizemos que vemos algo, é um ver com os olhos da mente, não com os olhos do rosto, ou seja, um momento de reminiscência, em que a alma recupera um conhecimento esquecido (Silva, 2007). Barbosa (2014) salienta que, na perspectiva platônica, “a Matemática promove o movimento do individual ao geral, do imperfeito ao perfeito, do corruptível ao incorruptível” (p. 117). Essa afirmação de Barbosa (2014), conforme compreendemos, trata da separação entre o mundo sensível e o inteligível. Os sentidos não fornecem coisas perfeitas, estando sujeitas a mudanças. A Matemática possibilita, nesse viés, um pensar que leva para um conhecimento universal e imutável, pertencente ao mundo inteligível.

Ao se referir à Aritmética e ao Cálculo[23], Platão afirma que é “[...] possível que seja esse conhecimento por nós procurado, que leva naturalmente à reflexão; porém, nunca é usado como fora preciso, na sua capacidade única de conduzir a alma para o ser” (Platão, Rep., VII 523a, 2000, p. 330). Mais adiante, ainda falando sobre o Cálculo e a Aritmética, explica que “[...] ambos conduzem a verdade. Por maneira admirável” (Platão, Rep., VII 525a, 2000, p. 334). A explicação dada para essa afirmação é apresentada posteriormente, destacando que o cálculo, não aquele aplicável às vendas ou às compras, tem o poder de impulsionar a alma para a região superior em que se operará mentalmente com o conceito de número, sem que haja a

[23] O cálculo, mencionado no livro *A República*, não é explicitamente o que entendemos na atualidade. O Cálculo, enquanto uma disciplina da Matemática que estuda conceitos de derivadas e diferenciação, foi desenvolvida por volta do século XVII. Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz são mencionados como os precursores do Cálculo Diferencial.

necessidade de uma manipulação visível ou palpável. A geometria e a aritmética, conforme consta em Platão (Rep., 2000), têm a propriedade de arrastar a alma para a verdade. Conforme compreendemos, na visão platônica, a Matemática, por si só, tem mais condições de conduzir a alma em direção à verdade.

A Aritmética mencionada em *A República* não se refere às aplicações do mundo sensível apenas, mas, principalmente, ao que pode ser obtido puramente pela razão, sem relacionar a aplicações cotidianas.

> [...] os que terão de exercer as mais elevadas funções a cultivar a Aritmética e a se familiarizarem com ela, não à maneira do vulgo, mas até alcançarem, com auxílio exclusivo do entendimento, a visão da natureza do número, porém diferentemente do que fazem os mercadores e vendeiros, que só cuidam de vender ou e comprar, em provimento da guerra e da própria alma, e para facilitar aquela conversão do mundo dos fenômenos para o do ser e da verdade (Platão, Rep., VII 525c, 2000, p. 334).

O mundo sensível apresentado por Platão é o mundo em que vivemos, um mundo para um aprendizado, um mundo pedagógico. Entre esses dois mundos, é possível transitar, ou seja, sair do Mundo Sensível e chegar no Inteligível. Para Platão, a Matemática tem um destaque especial nesse movimento. Ela serviria como um portão de acesso para o mundo do ser, porque eleva alma para além do mundo material (Shapiro, 2015), não ficando preso às imperfeições. Interpretamos que isso se refere ao realismo platônico, ou seja, à crença de uma realidade extramundana e *a priori* ao sujeito que precisa ser alcançada e acessada por um portão que não é figurativo, mas é a expressão da passagem deste para o outro mundo.

Conforme compreendemos, a Matemática, apresentada em Platão (Rep., 2000), possui características como abstração, imutabilidade, rigor lógico, universalidade. A dedicação ao estudo das ciências do cálculo, conforme já indicamos, arrastaria a alma para a verdade, como se fosse uma condição para a travessia entre o mundo sensível e o inteligível, visto que estaria preparando o ser intelectualmente para a entrada no Mundo das Ideias.

Frecheiras (2010) reforça a importância dada à Matemática junto à dialética, destacando “o seu valor em ajudar a alma a caminhar em direção à verdade e a produzir a atitude ideal para o desenvolvimento intelectual. Nesse caso, as Matemáticas são interpretadas como paradigma epistemológico” (p. 44).

> Chega-se, portanto, ao papel da Matemática em relação ao âmbito das Idéias (sic) de Platão, como propedêutica à dialética, que por sua vez, representa o

> auge da Matemática. Esta é, certamente, a ciência, por excelência, logo abaixo daquela, no esquema pormenorizadamente elaborado por Platão, uma vez que nos oferece uma via de mão dupla que permite tanto nossa ascensão, quanto nosso descenso (Barbosa, 2009, p. 52).

Refletindo sobre o apresentado por Barbosa (2009), entendemos que a Matemática é considerada, por Platão, uma ciência que serve de preparação à dialética e ao realizarem reflexões sobre a função da Matemática, revelam sua admiração, em especial pelo Cálculo. Platão expressa sua admiração por essa ciência no seguinte trecho: “Só agora me ocorre, continuei, depois de tratar da ciência do Cálculo, quanto ela é bela e, sobretudo, útil, a todas as luzes, para nossos desígnios, quando a estudamos só por amor do conhecimento, não como comerciantes” (Platão, Rep., VII 525d, 2000, p. 334-335). Assim, dando sequência em suas argumentações, enfatiza a importância dada ao Cálculo para atingir o objetivo que buscam, isto é, o Mundo das Ideias.

> É que, como dissemos há pouco, ela confere à alma esse impulso irresistível para a região superior e obriga a operar mentalmente com o conceito do número, sem jamais consentir que se imiscuam nessa atividade números que representem algo visível ou palpável (Platão, Rep., VII 525e, 2000, p. 335).

Ao fazerem menção da Geometria, os platônicos refletem sobre a objetividade para se chegar aos fins últimos.

> O que precisamos decidir é se a parte mais importante e avançada da Geometria serve ao nosso objetivo de facilitar a visão da Ideia do bem. E para esse fim, como dissemos, que tende tudo o que obriga a alma a voltar-se para a região em que demora o mais feliz dos seres, que de todo jeito ela terá de contemplar (Platão, Rep., VII 526e, 2000, p. 336).

Na mesma obra, dando continuidade aos discursos, há a indicação, nos diálogos apresentados em *A República,*

> Que se trata do conhecimento do ser eterno [a geometria], não do que ora surge, ora desaparece.
> Sobre isso o acordo é fácil, porque a Geometria é, realmente, o conhecimento do que é eterno.
> Sendo assim, caro amigo, ela tem a propriedade de arrastar a alma para a verdade e de formar de tal maneira o espírito filosófico, que levamos para cima o que indevidamente conservamos cá por baixo (Platão, Rep., VII 527b, 2000, p. 335, inserção nossa).

Portanto, na visão platônica, a Matemática se destaca como campo das ideias[24] e das abstrações. "É nesse contexto que a Matemática empresta o seu *logos* à dialética de Platão, fornecendo-lhe, com seus métodos rigorosos e impessoais, uma via de subida em direção ao Bem" (Barbosa, 2009, p. 45). A Matemática, na concepção de Platão, "emprestaria o seu logos para que a alma se elevasse, alcançando a máxima perfeição, beleza e bondade [...]" (Barbosa, 2009, p. 79). Segundo Mueller (2005), "[...] Platão insiste no benefício moral a ser obtido através do estudo da Matemática" (p. 117, tradução nossa)[25]. Cattanei (2005) enfatiza que "[...] sem as ciências Matemáticas puras, para Platão não podemos nem ser filósofos, nem cientistas, nem verdadeiros homens, nem homens bons, nem políticos - e nem mesmo Deus" (p. 34).

Com base no exposto nesta seção, há indicativos da ampla finalidade da Matemática atribuída por Platão. Em resumo, o livro *A República* atribui à Matemática um lugar de destaque dentro da teoria platônica, além de ser uma ciência detentora de verdades imutáveis e universais, auxilia no entendimento da realidade de forma profunda e verdadeira. Há a indicação de que a aritmética, o cálculo e a geometria desempenham uma função importante para conduzir a alma ao Mundo das Ideias, não se limitando as técnicas e operações de cunho prático. A Matemática, entendida como propedêutica à dialética, auxilia na busca pela verdade e pela justiça, que explorada de maneira correta, pode conduzir ao Bem, além de resolver problemas do cotidiano.

A existência dos objetos matemáticos, segundo a visão platônica, independe dos seres humanos e esses objetos não são acessíveis pelos sentidos, mas obtidos pela razão que tem o poder de adentrar nos domínios da Matemática. Por exemplo, o quadrado independe da existência do ser humano.

3. A MATEMÁTICA EM ARISTÓTELES

[24] O Idealismo apresenta diferentes versões, conforme Hessen (2000). Reale (2007) afirma que o idealismo platônico "[...] poder-se-ia chamar idealismo transcendente, ou da transcendência, pois [...] as idéias (sic) ou arquétipos ideais representam a realidade verdadeira, da qual seriam meras cópias imperfeitas as realidades sensíveis, válidas não em si mesmas, mas enquanto participam do ser essencial. Por ter convertido as idéias (sic) em 'realidades últimas', sustentam alguns que a doutrina platônica poderia ser vista também como uma forma de realismo [...]" (Reale, 2007, np).

[25] Tradução nossa do original: "[…] Plato insists on the moral benefit to be gained from the study of mathematics".

Como já mencionado, filósofos e seus discípulos nem sempre compactuam das mesmas doutrinas e ideias. É o caso de Aristóteles que, sendo discípulo de Platão, travou uma série de críticas ao seu mestre, dentre elas, as que dizem respeito aos entes matemáticos. Cattanei (2005) destaca o "'Não!' da metafísica à Matemática" (p. 21), pronunciado por Aristóteles. A autora esclarece que, na visão aristotélica, considera-se absurdo e ridículo que o objeto da Matemática seja considerado substância suprassensível.

> Trata-se de expulsar do âmbito da metafísica o campo dos objetos matemáticos. A realidade para qual se volta as ciências Matemáticas é então excluída do âmbito do que existe, no sentido mais verdadeiro e mais perfeito, para a qual se dirige a mais alta forma de filosofia, a 'filosofia primeira'" (Cattanei, 2005, p. 21).

Ademais, na visão aristotélica "[...] a Matemática estuda objetos sob certos aspectos apenas, uma bola como uma esfera, um par de dois livros como dois" (Silva, 2007, p. 45), como objetos matemáticos idealizados. Assim, segundo Silva (2007), na visão aristotélica, "[...] abstrai-se um aspecto formal de um objeto real e, concomitantemente, se o idealiza (isto é, simplesmente se o toma) como um exemplo perfeito de uma definição Matemática". O autor ainda salienta que a Matemática é entendida como uma ciência que abstrai aspectos do mundo sensível.

Aristóteles classifica as ciências, de modo geral, em três gêneros: as poiéticas (que tratam do produtivo ou criativo, como as artes), as práticas (concernentes as ações humanas, tal como a ética e a política) e as teoréticas (cujo objeto deve ser necessário e eterno) e afirma que "[...] entre todos os gêneros de ciências o gênero das ciências teoréticas é o mais excelente [...]" (Aristóteles, Met., K 6/7, 1064b 5, 2002, p. 513). A Matemática pertence ao campo das ciências teoréticas, juntamente com a Física e a Metafísica (filosofia primeira) e, dentre as ciências teoréticas, a Metafísica, segundo a visão do estagirita, é a mais excelente. Há, nesse modo de classificação, conforme compreendemos, uma valorização do conhecimento pelo próprio conhecimento, que vai além das atividades de cunho prático e produtivo. Para ele, a classificação da ciência se dá com base em seu objeto de estudo.

> Mas se existe algo eterno, imóvel e separado, é evidente que o conhecimento dele caberá a uma ciência teorética, não, porém, à física, porque a física se ocupa dos seres em movimento, nem à Matemática, mas a uma ciência anterior a uma e à outra. De fato, a física refere-se às realidades separadas, mas não imóveis; algumas das ciências Matemáticas referem-se a realidades

> imóveis, porém não separadas, mas imanentes à matéria; ao contrário a filosofia primeira refere-se às realidades separadas e imóveis (Aristóteles, Met., E 1/2, 1026a 10, 2002, p. 271-273).

Assim, a Matemática, considerada propedêutica da dialética na teoria platônica, perde, de certa forma, um pouco de sua notoriedade, mas ainda se apresenta como uma das ciências mais excelentes, juntamente com a física e a metafísica. Na visão platônica, as ciências matemáticas puras facilitam a "[...] conversão do mundo dos fenômenos para o do ser e da verdade" (Platão, Rep., VII 525c, 2000, p. 334), "[...] confere a alma este impulso irresistível para a região superior" (Platão, Rep., VII 525e, 2000, p. 335) e "[...] por meio desses conhecimentos se purifica e reanima em cada um de nós certos órgãos da alma, estragados e cegos por outras ocupações [...]" (Platão, Rep., VII 527e, 2000, p. 338). Logo, para Aristóteles, a Matemática é "[...] a ciência teorética que estuda os entes não sujeitos ao devir, mas não separados" (Aristóteles, Met., K 6/7, 1064b 30, 2002, p. 513), que não tem por fim nem o agir, nem o produzir, ou seja, é diferente das ciências poiéticas e das ciências práticas.

Ao comparar o defendido por Platão e Aristóteles, Silva (2007) esclarece que Platão atribui à razão o poder de penetrar nos domínios da Matemática e defende, através do seu realismo ontológico transcendental, a existência dos entes matemáticos, independentemente de qualquer outro ser, fora deste mundo. Aristóteles, por sua vez, "[...] diz seu *não* à teoria platônico-acadêmica dos entes matemáticos" (Cattanei, 2005, p. 331) e defende que a existência dos entes matemáticos não depende de outro ser, mas depende de objetos do mundo empírico (realismo ontológico imanente). Tanto Aristóteles como Platão, concebem que a verdade Matemática não depende da ação humana, porém, para Platão, ela está no Mundo das Ideias e para Aristóteles no mundo sensível, alcançado por uma metafísica. Aristóteles, assim como Platão, não duvida da verdade e da objetividade das ciências Matemáticas. Sustenta, pelo contrário, a existência dos entes matemáticos. A divergência se sustenta no modo de ser (Silva, 2007).

Aristóteles nega que os entes matemáticos sejam suprassensíveis, como afirmado por seu mestre Platão. Assim, Aristóteles recusa a entes matemáticos, como defendido por Platão e os reconduz ao mundo sensível, promovendo críticas significativas à teoria platônica das Ideias (Silva, 2007).

Para realizar suas críticas, Aristóteles se vale de um método, em que

> [...] devemos em primeiro lugar examinar o que os outros filósofos disseram a respeito. E devemos fazê-lo com os seguintes objetivos: para que, se eles erraram em algo, não repitamos os mesmos erros, e, de nossa parte, não tenhamos de lamentar se alguma afirmação doutrinal se revelar comum a nós e a eles; devemos nos alegrar por raciocinar, sobre certos pontos, melhor do que os predecessores, enquanto, sobre outros pontos, devemos nos alegrar por não raciocinar pior (Aristóteles, Met., M 1/2, 1076a 10, 2002, p. 589).

Refletindo sobre o apresentado por Aristóteles, o método por ele assumido se assemelha a um "estado da arte", em que é necessário estudar e compreender o que outros já realizaram, antes de apresentar as próprias ideias. Há a indicação de um cuidado para que erros de argumentos e conclusões não sejam mais cometidos e que com isso seja possível um aprimoramento.

Com relação aos entes matemáticos, há uma certa divergência entre Platão e Aristóteles. Na concepção aristotélica os entes matemáticos estão nos objetos reais, "pertencem" e são revelados, ao menos em partes, pelos sentidos (Silva, 2007). O autor ainda salienta que, na visão aristotélica, "[...] o mundo sensível é a realidade fundamental, os entes matemáticos são 'extraídos' dos objetos sensíveis por meio de operações do pensamento, e os conceitos matemáticos são apenas modos de tratar o mundo real" (Silva, 2007, p. 37). Assim, segundo esse autor, os entes Matemáticos, na visão aristotélica, "pertencem" aos objetos físicos.

Aristóteles (Met., M 3, 1078a 35, 2002, p. 601) enfatiza que "[...] as ciências Matemáticas não serão ciência de coisas sensíveis, mas também não serão ciências de outros objetos separados dos sensíveis". Conforme compreendemos, essa afirmação sugere que a Matemática não se dedica a estudar objetos físicos do mundo sensível, assim como as ciências físicas fazem, mas, por outro lado, possui dependência do mundo sensível. Os objetos dos quais a Matemática lida são descobertos do mundo sensível e não se encontra em outro mundo. Essa dependência da Matemática ao mundo sensível é discutida por Silva (2007):

> [...] o *empirismo* de Aristóteles, que se recusa a dar morada aos entes matemáticos em qualquer outro reino que não o deste mundo, e o seu *realismo ontológico imanente,* que garante, ele também, uma existência aos objetos matemáticos independentemente de um sujeito, mas *não* de outros objetos do mundo empírico (Silva, 2007, p. 37-38, destaque do autor).

Aristóteles, assim como Platão, defende uma "espécie de realismo"[26], visto que, para eles, a Matemática independe da ação do sujeito, mas, para Aristóteles, o meio de acesso a ela se dá também com o uso do sentido, que é negado por Platão. O mundo sensível, na visão de Aristóteles, é a morada da Matemática e a "[...] destruição desse mundo seria concomitantemente a destruição dos domínios e da verdade Matemáticas" (Silva, 2007, p. 38). Na visão aristotélica, "[...] os entes matemáticos não existem separados dos sensíveis - como alguns deles afirmam - e que não são princípios" (Aristóteles, Met., N 6, 1093b 25, 2002, p. 695).

Tambarussi e M. Bicudo (2018) esclarecem que a filosofia aristotélica apresenta outro modo de conceber o conhecimento matemático. As autoras afirmam que "Ele [Aristóteles] é sim, intelectualista, mas envolve os sentidos. Não 'buscamos' esse conhecimento em outro mundo" (2018, p. 5, inserção nossa).

> [...] para Aristóteles, o conhecimento matemático é apenas o conhecimento de certos aspectos dos objetos empíricos. Não há, segundo ele, objetos propriamente matemáticos, no sentido de objetos exclusivos do discurso matemático, mas apenas objetos empíricos considerados como objetos matemáticos (a bola como esfera, o grupo de objetos como quantidade, portanto como número, e assim por diante) (Silva, 2007, p. 222).

A Matemática, na visão de Aristóteles, assim como a Física, é uma ciência empírica. O que difere uma da outra é a forma como são tratadas. Esse modo de pensar de Aristóteles dá uma base, mesmo que inicial, para o empirismo, que está em oposição ao racionalismo. O empirismo[27], de forma geral, pode ser caracterizado como a filosofia que defende que "[...] origem única ou fundamental do conhecimento dada pela experiência, que alguns simplificam como sendo, em última análise, a experiência sensorial" (Reale, 2007, np). Consideram a mente como uma espécie de quadro branco no qual a informação é impressa, via sentidos (Shapiro, 2015).

---

[26] Usamos essa expressão e não um tipo específico de realismo, conforme nomeados em Reale (2007), por compreendermos que tanto Platão como Aristóteles não investigam como a mente humana articula essa produção do conhecimento, visto que não concebem o sujeito no processo de produção dos objetos matemáticos. Para Platão e Aristóteles, os objetos matemáticos existem (para o primeiro no mundo das ideais, para o segundo no mundo sensível) independente da mente humana.

[27] Reale (2007) salienta que há várias versões de empirismo e classifica-o em três tendências: empirismo integral, moderado e o científico. O primeiro concebe que todos os conhecimentos se originam de fonte empírica, do contato direto e imediato com a experiência, pelos sentidos. O segundo, o empirismo moderado, explica a origem do conhecimento a partir da experiência, mas a validez do conhecimento não se resume a ela, ou seja, a experiência não é a única fonte de conhecimento. O empirismo científico, por sua vez, só admite o conhecimento que é oriundo da experiência ou que seja verificado experimentalmente.

Este modo de conceber o conhecimento se inicia com Aristóteles[28], visto que os escritos desse filósofo contêm sementes de empirismo a qual foi dado sequência e aprofundamento por pensadores britânicos como John Locke, George Berkeley, David Hume, e John Stuart Mill.

> Aristóteles e outros empiristas parecem acreditar que, mesmo referindo-se apenas a certos aspectos dos objetos empíricos, a Matemática ainda assim é imune à confirmação ou negação pela experiência empírica. Para eles, a Matemática necessita dos sentidos para prover-se dos seus objetos, mas dispensa o testemunho dos sentidos para falar deles. Assim, a Matemática é ainda uma ciência *a priori,* mas sobre objetos empíricos (SILVA, 2007, p. 223).

Chaui (2000) salienta que, para os empiristas, todo e qualquer conhecimento é dado pela experiência sensível, responsável pelas ideias da razão e controlando o trabalho da própria razão. Silveira (2002) acrescenta que "[...] os *empiristas* consideram a experiência como a fonte e o critério seguro de todo conhecimento. A sensibilidade é supervalorizada, pois, através da percepção, os objetos se impõem ao sujeito" (p. 33, destaque do autor).

Para os empiristas, as ideias matemáticas são derivadas da experiência, não há objetos materiais subjacentes percebidos, que não sejam os objetos observados. Assim, na visão empirista, o que se vê é o que se obtém (Shapiro, 2015). Conforme compreendemos, nessa perspectiva, o conhecimento humano parece estar trancado nos limites do mundo da experiência.

Com relação ao empirismo, Hessen (2000) afirma que se inclina para um ceticismo[29] metafísico, devido à essência do empirismo, já que todos os conteúdos do conhecimento provêm da experiência sensível.

Strathern (1996) enfatiza que David Hume havia negado as entidades transcendentais, aquelas que "transcendem" a experiência. Para Silveira (2002), mesmo Hume, último empirista anterior a Kant, admitindo que todas as ideias derivam da experiência, negou ter encontrado a solução para o problema da indução, que consistia em definir o fundamento de todas as conclusões a partir da experiência.

---

[28] Aristóteles não é considerado um empirista puro, apenas é um empirista em ontologia, visto que para ele, apenas os objetos dos sentidos existem realmente, com um sentido pleno de existência (Silva, 2007). Segundo a visão de Hessen (2000), sendo ele aluno de Platão, estava sob a influência do racionalismo.

[29] Doutrina segundo a qual o espírito humano não pode atingir com certeza nenhuma verdade de ordem geral e especulativa.

Em resumo, os pontos discutidos nesta seção direcionam para uma visão de Matemática na perspectiva aristotélica-empirista. A Matemática exerce um destaque nesse modo de pensamento, estando entre as mais sublimes das ciências. A concepção aristotélica de que a Matemática, em alguns casos, refere-se às realidades imóveis, nas quais os aspectos são inerentes à matéria e, portanto, retirados dela. É uma crença que se dissemina em toda a ciência moderna. Para Aristóteles, os objetos da Matemática são abstraídos dos objetos sensíveis, chegando ao inteligível. Cabe ao ser humano identificar os entes matemáticos no mundo sensível, ou seja, descobri-los. Tanto para Aristóteles como para Platão, a Matemática é uma descoberta e independe de qualquer outro ser para que exista. A diferença consiste na maneira como se chega a descobri-la e "onde" ela se encontra: para Platão, no Mundo das Ideias; para Aristóteles, no mundo sensível.

4. A MATEMÁTICA EM KANT

Kant (1724 a 1804), ao aprofundar seus estudos na área da Filosofia, não considera coerente o argumento apresentado pelos filósofos que o precederam, dedicou-se durante toda a sua vida para avançar em aspectos filosóficos relacionados ao conhecimento.

Com seu modo de conceber o conhecimento, Kant promove uma verdadeira revolução filosófica, pois apresenta uma compreensão completamente nova do conceito de objeto e da sua relação com o conhecimento humano (Yovel, 2018). O autor destaca que está no plano de fundo da doutrina kantiana o reconhecimento de todos os conteúdos do nosso pensamento e percepção é feito por imagens mentais e nunca por coisas além da mente, visto que, conforme defendido por Kant, o ser humano não tem o poder de "saltar" para fora da esfera mental.

O choque entre racionalismo e empirismo motivou Kant a obter uma síntese que capturasse as características mais plausíveis de cada uma das teorias no que se refere à origem, à essência e à possibilidade do conhecimento. Quanto à possibilidade do conhecimento, fundou uma filosofia a qual foi nomeada de criticismo (Hessen, 2000).

O resultado foi uma tentativa para explicar ou acomodar a necessidade da Matemática e a natureza *a priori* da verdade Matemática, enquanto explicava ou acomodava o lugar da Matemática nas ciências (Shapiro, 2015).

No apriorismo kantiano, o *a priori* diz respeito à independência da experiência. Suas características são universalidade e necessidade. O *a priori* não deriva da experiência, embora possa ou não acontecer de o *a priori* se aplicar a experiência (Deleuze, 2008). A diferença está na ideia de que o racionalismo considera os fatores *a priori* como conteúdo, como conceitos completos, enquanto para o apriorismo, os fatores *a priori* são de natureza formal. "Eles não são conteúdo do conhecimento, mas formas de conhecimento. Essas formas recebem seu conteúdo da experiência - aqui, o apriorismo separa-se do racionalismo e aproxima-se do empirismo" (Hessen, 2000, p. 62).

> Pelas condições da nossa natureza a intuição nunca pode ser senão *sensível,* isto é, contém apenas a maneira pela qual somos afectados (sic) pelos objectos (sic), ao passo que o entendimento é a capacidade de *pensar* o objecto (sic) da intuição sensível. Nenhuma destas qualidades tem primazia sobre a outra. Sem a sensibilidade, nenhum objecto (sic) nos seria dado; sem o entendimento, nenhum seria pensado. Pensamentos sem conteúdo são vazios; intuições sem conceitos são cegas. Pelo que é tão necessário tornar sensíveis os conceitos (isto é, acrescentar-lhes o objeto na intuição) como tornar compreensíveis as intuições (isto é, submetê-las aos conceitos). Estas duas capacidades ou faculdades não podem permutar as suas funções. O entendimento nada pode intuir e os sentidos nada podem pensar. Só pela sua reunião se obtém conhecimento (Kant, 2018, p. 89).

Nesse sentido, segundo Silva (2007, p. 74), "Kant foi o primeiro pensador depois dos gregos a permitir modos radicalmente novos de se conceber os domínios matemáticos, transportando-os dos mundos natural ou supranatural onde Aristóteles e Platão o colocaram para o interior do intelecto humano", inaugurando, de certa forma, a noção do sujeito do conhecimento. Mais adiante, o autor esclarece que:

> Até o começo da Idade Moderna a Matemática era ainda essencialmente grega, apesar da criação da álgebra pelos árabes (o próprio Descartes foi, em grande medida, um geômetra à moda antiga - mesmo na sua Geometria Analítica, cujas raízes são gregas). Também em filosofia a influência dos gregos era tão grande que abria parcas possibilidades para o aparecimento de uma filosofia da Matemática extremamente original, que só vai surgir com Kant precisamente (Silva, 2007, p. 74).

A principal obra de Kant foi *A Crítica da Razão Pura*[30], resultado de uma profunda meditação que produziu uma verdadeira revolução no pensamento ocidental. Heidegger (1992) menciona que a obra ultrapassa tudo o que era habitual na época em que foi publicada, devido ao rigor da sua construção conceptual, à

[30] Kant demorou 11 anos para escrever essa obra. A expressão *razão pura* pretende designar uma razão *a priori,* alguma coisa que se pode saber *anteriormente* à experiência (Strathern, 1996).

amplitude e à estruturação dos níveis do seu questionar, novidade da linguagem e pelo carácter objetivo.

O sucesso dessa obra se deve ao fato de Kant ter colocado a razão no centro do conhecimento, o que foi associado à revolução copernicana[31], porém na Filosofia. Isso porque os filósofos da antiguidade acreditavam que o conhecimento deveria se ajustar às estruturas e características do objeto, ou seja, que o objeto, por si só, continha o conhecimento. Yovel (2018) afirma que a revolução filosófica kantiana diz não à independência metafísica do objeto, mas torna o objeto (realidade empírica) dependente da estrutura do conhecimento humano. Conforme compreendemos, a produção do conhecimento em Kant está sob o comando da mente humana e não sob o comando dos objetos. Em outras palavras, não é o objeto que possibilita o conhecimento, mas a capacidade humana de articular e refletir sobre o objeto empírico investigado.

Assim, Kant propôs uma nova maneira de entender o conhecimento humano, cuja ideia fundamental consiste em admitir a submissão necessária do objeto ao sujeito, em vez de uma forma de conceber que se mantinha na tradição, em que o conhecimento era resultado de uma relação harmônica entre o sujeito e o objeto (Deleuze, 2008). Dito de outro modo, Kant deu prioridade ao sujeito do conhecimento no lugar de enfatizar os objetos, o que era, até então, defendida por outras correntes filosóficas, tais como a empirista.

Filósofos desde a antiguidade acreditavam que o conhecimento humano girava em torno do objeto, ou seja, devia se ajustar à estrutura e às características de um objeto e não dependia do processo de conhecimento. Já na visão Kantiana, o conhecimento acontece pela construção de ideias que se constitui na mente humana, e não por uma descoberta, como afirmado por outros filósofos.

Kant expressa seu modo de pensar sobre como compreende a origem do conhecimento:

> [...] ocupo-me unicamente da razão e do seu pensar puro e não tenho necessidade de procurar longe de mim o seu conhecimento pormenorizado, pois o encontro em mim mesmo e já a lógica vulgar me dá um exemplo de que se podem enunciar, de maneira completa e sistemática, todos os actos

---

[31] A revolução copernicana demonstrou que o sistema geocêntrico era falso e que o mundo não é finito, mas é um universo infinito; os astros não estão presos em esferas; o centro do universo não é a terra; o sol não é um planeta, mas uma estrela, a terra, como os outros planetas, gira ao redor do sol; o próprio sol também se move, mas não em volta da terra (Chaui, 2000).

> (sic) simples da razão. O problema que aqui levanto é simplesmente o de saber até onde posso esperar alcançar com a razão, se me for retirada toda a matéria e todo o concurso da experiência (Kant, 2018, p. 7).

Esta foi a genial virada feita por Kant: considerar a razão humana como centro (ou o sujeito do conhecimento) da investigação e os objetos do conhecimento e a realidade exterior girar em torno dela. A problemática levantada pelo autor reside na investigação dos limites do que é possível alcançar apoiado somente pela razão.

Com seu modo de pensar, Kant propicia uma realocação radical da Matemática, não se encontrando no Mundo das Ideias, nem na natureza, mas como uma produção da mente humana (Rayn; Skovsmose, 2019)[32]. Kant, nas palavras de Silva (2007, p. 75), "[...] mudou o foco a partir do qual se considera a questão do conhecimento humano, em particular o conhecimento matemático, reservando ao sujeito um papel central no processo". Além disso, Rayn e Skovsmose (2019) afirmam que a "[...] concepção de Matemática de Kant representa a primeira visão construtivista profunda, que apresenta os seres humanos como co-construtores ativos de entidades Matemáticas" (p. 98, tradução nossa)[33].

Kant concordava com os empiristas quanto à inexistência de estruturas inatas; mas negava que todo conhecimento fosse originado da experiência. Os empiristas afirmavam que todo conhecimento deve corresponder à experiência, mas Kant não concordava. Assim, inverteu a afirmação feita pelos empiristas, declarando que toda experiência deve corresponder ao conhecimento. "Para Kant, a Matemática certamente está enraizada em qualidades específicas do sujeito que percebe. A necessidade Matemática nos diz algo sobre a maneira como experimentamos o mundo, e não sobre os atributos do mundo em si" (Rayn; Skovsmose, 2019, p. 44, tradução nossa)[34].

Espaço e tempo são, para Kant, subjetivos, permitindo perceber o mundo a partir de óculos irremovíveis, sem os quais somos incapazes de dar sentido à nossa experiência. Mas, esses não são os únicos elementos subjetivos que nos ajudam a compreender nossa experiência. Através desses óculos, só conseguimos ver os

---

[32] No texto original, consta: "Kant provides a radical relocation of mathematics. It was not any longer to be found in some eternal world of ideas, nor in nature, but in configurations provided by the human mind".

[33] Tradução nossa do original: "Kant's conception of mathematics represents the first profound constructivist view, which presents human beings as active co-constructors of mathematical entities."

[34] Tradução nossa do original: "To Kant, mathematics is certainly rooted in specific qualities in the perceiving subject. Mathematical necessity tells us something about the way in which we experience the world, and not about the attributes of the world per se".

fenômenos do mundo e não conseguimos jamais perceber a realidade mesma que sustenta ou propicia o aparecimento desses fenômenos (Strathern, 1996).

Silveira (2002) esclarece que, antes de Kant, admitiam-se dois tipos de juízos ou proposições: os analíticos *a priori* e os *sintéticos a posteriori*. Ressalta, ainda, que a inovação trazida por Kant foi admitir uma nova classe, os juízos *sintéticos a priori*, que são necessários e universais assim como os juízos *analíticos*, mas que ampliam o conhecimento.

Para Kant (2008), em um juízo, são pensadas as ligações que se estabelece entre um sujeito e um predicado (em uma afirmação), podendo ser analítica ou sintética. Os juízos analíticos poderiam ser chamados de juízos explicativos, e os sintéticos, de juízos extensivos, visto que, nos analíticos “[...] o predicado nada acrescenta ao conceito do sujeito e apenas pela análise o decompõe nos conceitos parciais, que já nele estavam pensados (embora confusamente); ao passo que os outros juízos, pelo contrário, acrescentam ao conceito de sujeito um predicado que nele não estava pensado e dele não podia ser extraído por qualquer decomposição (Kant, 2018, p. 43).

Os juízos analíticos, segundo Kant (2018), não ampliam o conhecimento, apenas explicam dizendo o que já é conhecido. Por exemplo, a proposição “Se ABCD é um quadrilátero então ABCD possui quatro lados”, não apresenta conhecimento novo. Assim, o conceito “quadrilátero” possibilitou inferir “possui quatro lados”, mas nada de novo foi conhecido.

Já os juízos sintéticos são aqueles que acrescentam algo novo ao conceito, o ampliam. A proposição “Se ABCD é um quadrilátero então a soma dos ângulos interno de ABCD resulta em 360º” apresenta um conhecimento novo, tratando-se, assim, de um juízo sintético, pois o predicado não está contido no conceito de ABCD ser um quadrilátero. Conforme compreendemos, os juízos sintéticos possibilitam extrapolar conhecimentos de um conceito. Kant explica como isso é possível:

> Para formular um juízo sintético de um conceito devemos sair desse conceito e mesmo recorrer à intuição na qual é dado. Com efeito, se permanecermos no que está contido no conceito, o juízo seria meramente analítico e uma explicação do pensamento segundo aquilo que realmente nele está contido. Mas posso passar do conceito para a intuição, pura ou empírica, que lhe corresponde, e aí examiná-lo *in concreto* e conhecer *a priori* ou *a posteriori* o que convém ao seu objecto (sic) (Kant, 2018, p. 585).

Dessa forma, Kant faz duas distinções importantes no que se refere aos juízos sintéticos: *a posteriori e a priori.* Os juízos sintéticos a posteriori são sentenças que necessitam do empírico para comprovação. Por exemplo, quando falamos "a caixa contém duas maçãs", precisamos verificar empiricamente para poder confirmar a veracidade da afirmação.

Já os juízos sintéticos *a priori* são os que dependem da estrutura universal e necessitam de nossa razão e independem da experiência, ou seja, não são derivados das coisas do mundo empírico. Eles são produto do pensamento humano, ou seja, são construídos pelo sujeito pensante. Os juízos sintéticos *a priori*, segundo Silva (2007, p. 93), "[...] são aqueles em que o sujeito não contém o predicado, mas que *não* são empiricamente verificáveis" sendo demonstráveis por análise dos termos do enunciado. Depreendemos do mencionado por Silva (2007) que um novo modo de conceber conhecimento inicia-se com Kant ao afirmar que o conhecimento é construído pelos seres humanos por meio dos juízos sintéticos *a priori*. Uma exemplificação de um juízo sintético a *priori* é o Teorema de Pitágoras, que enuncia que em um triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual a hipotenusa ao quadrado. Segundo a teoria kantiana, este é um juízo sintético, pois amplia o conhecimento além das definições básicas de triângulo retângulo e é a *priori,* pois independe da experiência empírica para comprovação da sua veracidade, embora seja possível fazê-la empiricamente.

Kant considera a Matemática como um juízo sintético *a priori*: "[...] antes de mais, cumpre observar que as verdadeiras proposições Matemáticas são sempre juízos *a priori* e não empíricos, porque comportam a necessidade, que não se pode extrair da experiência" (Kant, 2018, p. 46). O próprio Kant questionou sobre a sua afirmação de que os juízos da Matemática são sintéticos *a priori*. Segundo esse filósofo parece, à primeira vista, como uma afirmação improvável, visto que, como seria possível algo que não é obtido diretamente do conceito se dar *a priori*, ou seja, sem a interferência da experiência?

Kant (2018) esclarece que o objeto pensado pelos matemáticos é representado *a priori* na intuição[35]. Este objeto não pode conter nem mais nem menos que o

[35] Na visão de Kant, a única forma de intuição era a intuição sensível e negava a possibilidade de uma intuição intelectual ou racional (Silveira, 2002).

conceito, porque o conceito foi dado originariamente pela definição sem derivar a definição de qualquer outra coisa.

Com relação à intuição, Kant (2008) esclarece que ela é sensível e pode ser pura (espaço e tempo) ou empírica. A empírica é daquilo que, pela sensação, é representado como real, no espaço e no tempo. Pela intuição pura,

> [...] podemos adquirir conhecimentos *a priori* de objectos (sic) (na Matemática), mas só segundo a sua forma, como fenômenos[36]; se pode haver coisas que tenham de ser intuídas sob esta forma é o que aí ainda não fica decidido. Consequentemente, todos os conceitos matemáticos não são por si mesmos ainda conhecimentos, senão na medida em que se pressupõe que há coisas que não podem ser apresentadas a nós a não ser segundo a forma dessa intuição sensível pura. *Coisas no espaço e no tempo* só nos são dadas, porém, na medida em que são percepções (representações acompanhadas de sensação), por conseguinte graças à representação empírica. Consequentemente, os conceitos puros do entendimento, mesmo quando aplicados a intuições *a priori* (como na Matemática) só nos proporcionam conhecimentos na medida em que estas intuições, e, portanto, também os conceitos do entendimento, por seu intermédio, puderam ser aplicados a intuições empíricas (Kant, 2008, p. 146).

Segundo Silva (2007), na perspectiva kantiana, os enunciados matemáticos verdadeiros são necessariamente verdadeiros e, contrariamente às verdades empíricas, eles não podem ser falsos.

> As proposições sintéticas, que dizem respeito a coisas em geral cuja intuição não pode ser dada *a priori*, são transcendentais. Por isso, as proposições transcendentais não se podem nunca dar por construção de conceitos, mas apenas segundo conceitos *a priori*. Contêm simplesmente a regra, segundo a qual, uma certa unidade sintética daquilo que não pode ser representado intuitivamente *a priori* (das percepções) deve ser procurado empiricamente (Kant, 2018, p. 584).

Silva (2007, p. 95) ainda destaca que "Kant não abre exceções: as verdades Matemáticas são sintéticas, além de a *priori".* Afirma que o espaço e o tempo são as formas a *priori* de toda intuição sensível possível. Assim, a Matemática, enquanto se refere ao espaço e ao tempo, é constituída de proposições sintéticas a *priori* e não analíticas. Shapiro (2015) apresenta uma justificativa para Kant considerar a Matemática como sintética *a priori*, pois ela lida com objetos individuais, como grupos numerados de coisas, figuras geométricas e até o próprio espaço, o que Kant

[36] Segundo Kant (2008), o ser humano nunca conhece o objeto *em-si*, a coisa *em-si*. Conhecemos apenas o que é perceptível pelos nossos sentidos, que por sua vez, são limitados. Aquilo do objeto que é captado pela pessoa é chamado de fenômeno.

considerou como singular e apreendido pela intuição, independentemente da experiência sensorial.

Além disso, Silva (2007, p.174 -175) defende que, para Kant, “[...] os objetos matemáticos são criados (ou construídos) na intuição pura do espaço e do tempo e são as condições formais da experiência empírica”, isto é, em que “[..] as proposições Matemáticas são objectivas (sic), necessárias, universalmente válidas, independentes da experiência, e impõem-se-nos pela maneira como a nossa mente funciona” (Ponte et al., 1997, p.17). O autor também afirma que esse modo de conceber a Matemática se manteve bem até o século XX e “[...] concedeu a esta ciência um estatuto especial, um carácter de necessidade e uma marca de certeza intemporal e incontestável (p. 17).

Rayn e Skovsmose (2019), ao analisar a teoria kantiana, esclarecem que

> Para Kant, a Matemática diz algo sobre a maneira como experimentamos o mundo, e não sobre o mundo como tal. A Matemática se aplica à natureza, mas isso não se deve a nenhuma semelhança com a natureza. [...] A Matemática se ajusta à natureza porque a Matemática representa como nós, seres humanos, devemos necessariamente experimentar a natureza. Não há unidade ontológica Matemática-natureza, mas há uma unidade entre Matemática e categorias para a compreensão humana. Desta forma, Kant estabelece a ontologia da Matemática como um assunto humano interno (Rayn; Skovsmose, 2019, p. 44, tradução nossa)[37].

Para Kant, o mundo sensível é matematizável, porque assim também são o espaço e o tempo. E esse mundo é um mundo espaço-temporal (Silva, 2000).

Embora a teoria kantiana contenha avanços notáveis em relação aos modos platônicos e aristotélicos de conceber o conhecimento, ela ainda não consegue expressar os domínios aos quais a Matemática lida, pois a filosofia da Matemática de Kant está limitada pela ideia de construção de conceitos, os quais precisam ser exemplificados na intuição pura (espaço e tempo). Ademais, é importante destacar que foram efetuadas várias críticas a essa concepção de sintético *a priori* de Kant em relação à Matemática. As ideias defendidas por Kant, de modo geral, limitariam a Matemática ao contexto euclidiano. Os próprios números complexos (o próprio Kant

[37] Tradução nossa do original: “Mathematical necessity tells us something about the way in which we experience the world, and not about the attributes of the world per se. Mathematics applies to nature, but this is not due to any resemblance with nature. […] Mathematics fits nature because mathematics represents how we, human beings, must necessarily experience nature. There is no ontological mathematics-nature unity, but there is a unity between mathematics and categories for human understanding. In this way, Kant stablishes the ontology of mathematics as an internal human affair”.

teria negado a sua existência) não podem ser representados segundo a sua noção de espaço e tempo defendida por Kant.

5. RESPINGOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Machado (2013) nos apresenta o seguinte questionamento: A Matemática depende ou não do empírico? E ele mesmo responde: Aristóteles diria que sim. Platão e Kant poderiam dizer que não, mas por argumentos diferentes. Para Machado (2013), o que interessa são os argumentos. As razões é que importam mesmo existindo uma distância tão grande entre as respostas. Podemos dizer, então, que há tanto elogio à especulação na dependência de Aristóteles quanto na independência platônica e kantiana.

Ao adentrar pelas teorias formuladas, em relação à Matemática, ficam visíveis diferentes concepções, entendimentos e importância da Matemática. Por outro lado, pode-se constatar que alguns aspectos se mantêm com certa semelhança entre esses filósofos.

Em Platão, a Matemática assume um lugar de destaque dentro da sua teoria. Se pensarmos em uma linha de importância, as ciências matemáticas se encontram imediatamente anterior à dialética e podem auxiliar o ser humano a atingir o mundo das coisas perfeitas. Ela, a Matemática, proporciona, quando realizada de forma correta, benefícios de ordem moral, a quem a estuda. Na visão platônica, a existência dos entes matemáticos independe da capacidade humana, eles possuem existência em um mundo perfeito, cabendo ao ser humano descobri-los.

Tambarussi e Bicudo, M. (2018, p. 3) enfatizam que o “[...] modo de Platão conceber o conhecimento matemático indica a Matemática e seus objetos como algo pronto, perfeito, em que não há espaço para mudanças e nem interferências do sujeito”. As autoras salientam que o modo como a Matemática é concebida no contexto escolar, na atualidade, é marcado por uma disciplina pura e exata e, por isso, carregada de uma ideologia platônica.

A Matemática, em Platão, é vista como uma verdade absoluta e muito do defendido por ele permanece nas concepções para grande parte dos professores de Matemática, de maneira latente. Segundo o filósofo, a Matemática é descoberta pelo ser que tem o poder de saber vê-la. A captação da Matemática “[...] é então meramente uma questão de recordar o conhecimento que todos nós já possuímos. E para rememorar, basta pensar racionalmente e dialogar" (Rayn; Skovsmose, 2019, p.12, tradução nossa)[38].

Os respingos desses modos de conceber a Matemática e seus objetos de estudo ficam evidenciados no contexto da Educação Matemática, em particular no ensino da Matemática. Há, segundo aquilo que cada professor assume, mesmo que de forma não refletida, uma influência no modo de conduzir as suas aulas. Se a Matemática é entendida como descoberta, o ensino direciona-se em preparar o estudante para descobrir, pois ela já estaria pronta. Do estudante, nessa perspectiva, é esperado que descubra as relações e princípios matemáticos já existentes. Essa visão ainda fortalece preconceitos em relação ao poder aprender ou não Matemática, ou seja, se a aluno tem "talento", então poderá aprender, se não tem, não há o que fazer.

Becker (2012) explica por que o modo de pensar platônico domina o ensino de Matemática:

> Os docentes exibem, com raras exceções, uma concepção de ciência Matemática, a-histórica. Segundo eles, as verdades Matemáticas são descobertas, não construídas. O matemático é um revelador talentoso de verdades que sempre existiram. [...] Os conteúdos matemáticos são ensinados como verdades incontestáveis, quase religiosas, eternas. (Becker, 2012, p. 482-483).

Frases célebres, apresentadas por filósofos ou não, e repetidas pelos professores e também pelos estudantes, como "a Matemática está em tudo", "tudo é número", "a Matemática é a rainha das ciências", revelam uma certa concepção de Matemática dos professores que ensinam a disciplina e também do "imaginário" escolar. Embora muitos dos questionamentos voltados às bases da filosofia da Matemática não apresentem respostas unânimes e definitivas, as reflexões sobre elas proporcionam aos professores entendimentos sobre a própria concepção de Matemática que assumem.

Concordamos com Rayn e Skovsmose (2019) quando afirmam que: "[...] não é exagero que o platonismo seja uma perspectiva bastante comum hoje, entre matemáticos e outras pessoas" (p. 7, tradução nossa)[39]. Isso se deve, segundo a

[38] Tradução nossa do original: "[…] is then merely a question of recollecting knowledge that we all already possess. And in order to recollect, we just need to think rationally and engage in dialogue".
[39] Tradução nossa do original: "[…] it is certainly no exaggeration that Platonism is quite a common perspective today, among mathematicians as well as other people".

nossa compreensão, à ausência de reflexões de cunho filosófico na formação dos professores, os quais aceitam passivelmente aquilo que é disseminado pela tradição. Em nosso entendimento, sem uma formação minimamente filosófica, tendem a acolher concepções mais simplistas guiadas por intuições imediatistas, desprovidos de uma reflexão mais aprofundada.

Em termos aristotélicos, sem dúvida, há professores alinhados a uma visão "empirista". A crença de que a Matemática está nos objetos é algo forte também entre matemáticos aplicados. Certamente, não é com uma visão puramente aristotélica, mas influenciados por ela. Esse modo de compreender a ontologia da Matemática se evidencia, especialmente, nas expressões como a "a Matemática está em tudo". Essa visão, relativamente atraente por estarmos rodeados de "coisas", objetos do mundo fenomênico, revela um posicionamento ingênuo sobre a produção do conhecimento e a apreensão conceitual dos sujeitos.

Em última instância, os sujeitos, ou seja, os estudantes, são "ignorados" e a ênfase é dada às coisas, ao objeto, que é concebido como ontologicamente diferente do sujeito. Este apenas capta o objeto em suas características. Em termos pedagógicos, isso se manifesta em diferentes visões de ensino, que envolvem tentativas de teste e erro, efetuadas pelos professores, recorrendo a experimentações com objetos, sem aporte teórico ou cognitivista. Isso ocorre até mesmo no âmbito de teorias da Educação Matemática, como é possível observar em algumas concepções ou perspectivas de Modelagem Matemática.

A filosofia kantiana, por sua vez, procura apresentar uma mediação entre o racionalismo e o empirismo. Afirma que o conhecimento, de modo geral, se inicia pela experiência, mas não se limitando a ela, depende, pois, da razão. Para Kant, a Matemática se dá pela construção de conceitos. Construir um conceito significa apresentar *a priori* a intuição que lhe corresponde. Para a construção de um conceito, exige-se uma intuição *não empírica* que é própria da razão humana. Silva (2007, p. 75) salienta que "[...] Kant mudou o foco a partir do qual se considera a questão do conhecimento humano, em particular o conhecimento matemático, reservando ao sujeito um papel central no processo". Ademais, o autor afirma que a filosofia kantiana influenciou filósofos da Matemática que o sucederam, devido à genialidade e à elegância do modo de pensar de Kant, exercendo notável influência na posição central em todas as variantes construtivistas da Matemática, pois o sujeito é centro de sua teoria do conhecimento. Kant impactou a produção de diversos pensadores influentes no século XX, principalmente no campo da Psicologia Cognitiva, como Jean Piaget, trazendo importantes contribuições, o que resultou em uma virada no âmbito da teoria do conhecimento. Em suma, ele busca a reconciliação entre razão e experiência, abandonando conotações absolutistas tanto da Filosofia Platônica como da Filosofia Aristotélica e suas ramificações filosóficas. Kant, ao dar prioridade ao sujeito do conhecimento, torna irreversível a compreensão de que o sujeito participa de maneira decisiva no conhecimento. A perspectiva piagetiana, assumida por Becker, é um exemplo de uma virada paradigmática, que se nutre das ideias de Kant, no sentido de um sujeito epistemológico.

O pensamento destes filósofos, principalmente Platão e Aristóteles, continua a ecoar e a ser revisitado. Isso ocorre tanto por meio de estudos que valorizam suas contribuições – evitando aspectos que sabidamente são frágeis –, quanto por abordagens ingênuas que reeditam concepções realistas e idealistas. Quanto ao Kantismo, é possível dizer, com alguma ressalva, que predomina no âmbito da teoria do conhecimento e influencia compreensões de produção de conhecimento em diversas ciências, inclusive na Matemática.

No período em que se instauram as ideias piagetianas, são efervescentes as discussões em termos de psicologia que vai se tornar a principal ciência do século XX, em todas as suas variações. Contemporaneamente, surge a perspectiva fenomenológica inaugurada por Edmund Husserl, que se contrapunha tanto ao historicismo quanto ao psicologismo. Essa visão não é predominante, porém, é distinta em termos ontológicos e epistemológicos das anteriores, por compreender que a estrutura do sujeito não tem acesso ao objeto empírico *em-si*, mas aos seus modos de doação.

Nesse sentido, diferencia-se das visões anteriores e abre uma via de compreensão que foca a estrutura da pessoa humana a partir da estrutura das vivências. Esta é uma abertura para pensar diferentes modos de ensino e de aprendizagem da Matemática, e de uma visão distinta da Matemática, conforme apontam estudos diversos como, Klüber, Tambarrusi e Mutti (2021), Santos e Batistela (2023), Klüber (2023), Bicudo (2023). Um estudo mais aprofundado sobre uma compreensão da Matemática e conhecimento em Husserl pode ser encontrado em Ramon e Klüber (2024).

6. REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 2ª tiragem. SP: Martins Fontes, 2007.

ALVES, F. R. A. **Filosofia das Ciências e Matemática**. Fortaleza: UAB/IFCE, 2011.

ARISTÓTELES, **Metafísica. Ensaio introdutório**, texto grego com tradução e comentário de Giovanni Reale. Volume II: Texto grego com tradução ao lado. Tradução para o português de Marcelo Perine. São Paulo: Loyola, 2002.

BARBOSA, G. **Platão e Aristóteles na filosofia da Matemática**. 2009. 134 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2009.

BARBOSA, G. **Platão e a matemática: uma questão de método**. 2014. 157 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014.

BECKER, F. **Epistemologia do professor de Matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

BICUDO, I. Platão e a Matemática. **Letras Clássicas**, *[S. l.]*, n. 2, p. 301-315, 1998. DOI: 10.11606/issn.2358-3150.v0i2p301-315. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/letrasclassicas/article/view/73741. Acesso em: 20 jan. 2022.

BICUDO, M. A. V. A constituição do conhecimento matemático no corpo-vivente. *In*: Maria Aparecida Viggiani Bicudo; José Milton Lopes Pinheiro. (Org.). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático**. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2023, v. 1, p. 109-128.

BICUDO, M. A. V. Educação Matemática: um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (Orgs.). **Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação Matemática e científica**: sobre linguagens e práticas culturais. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2013. p. 17- 40.

CATTANEI, E. **Entes Matemáticos e Metafísica**. Tradução de Fernando S. Moreira. São Paulo: Loyola, 2005.

CHAUI, M. **Convite à Filosofia**. São Paulo: Ática, 2000.

DELEUZE, G. **A filosofia crítica de Kant**. Trad. Germiniano Franco. Lisboa: Edições 70, 2001.

ERNEST, P. **The Philosophy of Mathematics Education**, London: Falmer Press, 1991.

FRECHEIRAS, K. R. de O.; Iglésias, M. **Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e).** Rio de

Janeiro, 2010. 207p. Tese de Doutorado – Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

HEIDEGGER, M. **Que é uma coisa**. Tradução de Carlos Morujão. Lisboa: Edições 70, 1992.

HESSEN, J. **Teoria do conhecimento**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

RUSSELL, B**. Introdução à filosofia matemática**. Tradução de Augusto J. Franco de Oliveira. Rio de Janeiro: Zahar, 2006.

KANT, I. **Crítica da razão pura.** Tradução de Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. 9ª ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2018.

KLÜBER, T. E. Fenomenologia das vivências de uma criança ao resolver um problema geométrico de cálculo de área. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo; José Milton Lopes Pinheiro. (Org.). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático**. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2023, v. 1, p. 165-184.

KLÜBER, T. E.; TAMBARUSSI, C. M.; MUTTI, G. S. L. O problema filosófico da teoria da representação e desdobramentos para a Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 289-324, 31 ago. 2022.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade: das concepções às ações docentes**. 8. ed. - São Paulo: Cortez, 2013.

MARTINS, M. V. S. **O pensamento de Heráclito: uma aproximação com o pensamento de Parmênides**. 2007. 105 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

MUELLER, I. Mathematics and the Divine in Plato**.** *In* **Mathematics and the Divine: A Historical Study,** Editor(s): T. KOETSIER, L. BERGMANS. Elsevier Science, 2005, p. 99-121. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/B9780444503282500060. Acesso em: 10 dez. 2020.

PLATÃO. **A República**. Trad: Carlos Alberto Nunes. 3ª edição. Belém: EDUFPA, 2000.

PONTE, J. P., BOAVIDA, A., GRAÇA, M., e ABRANTES, P. **Didáctica da Matemática: Ensino secundário**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário, 1997.

RAMON, R.; KLÜBER, T. E**.** Filosofia Da Matemática e Filosofia Fenomenológica da Matemática: Expondo Compreensões (Manuscrito não publicado). [s.l.]: [s.n.].

RAYN, O.; SKOVSMOSE, O. **Connecting Humans and Equations: A Reinterpretation of the Philosophy of Mathematics**. New York: Springer, 2019.

SANTOS, M. R; BATISTELA, R. F. Discutindo a geometria segundo uma visão filosófica e indicando contribuições possíveis para o trabalho pedagógico. *In*: Maria Aparecida Viggiani Bicudo; José Milton Lopes Pinheiro. (Org.). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático**. 1ed.São Paulo: Livraria da Física, 2023, v. 1, p. 145-165.

SHAPIRO, S. **Filosofia da Matemática**. Lisboa: Edições 70, 2015.

SILVA, J. J. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

SILVEIRA, F. L. A Teoria do Conhecimento de Kant: o idealismo transcendental. **Cadernos Catarinenses de Ensino de Física**, 19(especial), 28-51, 2002.

STRATHERN, P. **Kant Em 90 Minutos**. Rio de Janeiro: Zahar, 1996. Tradução: Maria Helena Geordane.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Compreensões sobre o conhecimento matemático: um breve ensaio. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, 5., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais [...].** Foz do Iguaçu: 2018. p. 1-10. Disponível em: https://sepq.org.br/eventos/vsipeq/documentos/07695343927/11. Acesso em: 20 ago. 2021.

YOVEL, Y. **Kant's Philosophical Revolution: A Short Guide to the Critique of Pure Reason**. Princeton University Press, 2018.

ARTIGO 2

FILOSOFIA DA MATEMÁTICA E FILOSOFIA FENOMENOLÓGICA DA MATEMÁTICA: EXPONDO COMPREENSÕES

Resumo: Neste texto, o qual é parte de nossa tese de doutorado que investiga a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática, expomos compreensões e reflexões concernentes à Matemática, perpassando, mesmo que de forma sucinta, por diferentes perspectivas filosóficas, em direção à fenomenológica. Para tanto, amparamo-nos na seguinte interrogação de pesquisa: “Que compreensões sobre Matemática emergem da filosofia fenomenológica husserliana?”. Conduzidos por ela*,* adentramos por diferentes modos de conceber o conhecimento matemático, bem como pelas escolas filosóficas que buscavam fundamentar a Matemática a conferir-lhe status de ciência absoluta, para, posteriormente abordar uma possibilidade de entendimento da Matemática na filosofia husserliana.

Palavras-chave: Matemática, Fenomenologia, Husserl, Correntes filosóficas, Conhecimento.

Abstract: In this paper, which is part of our doctoral thesis investigating Mathematics in Mathematical Modeling in Mathematics Education, we present understandings and reflections concerning Mathematics, briefly traversing through various philosophical perspectives towards a phenomenological approach. To this end, we are guided by the following research inquiry: "What understandings of Mathematics emerge from Husserlian phenomenological philosophy?" Guided by this question, we explore different ways of conceiving mathematical knowledge and philosophical schools that sought to establish Mathematics as an absolute science, before delving into an understanding of Mathematics within Husserlian philosophy.

Keywords: Mathematics, Phenomenology, Husserl, Philosophical currents, Knowledge.

1. INTRODUÇÃO

Neste texto, expomos compreensões e reflexões concernentes à Matemática, abordando, de maneira sucinta, diferentes perspectivas ou correntes filosóficas, em direção à fenomenológica. A interrogação “Que compreensões sobre Matemática emergem da filosofia fenomenológica husserliana?”[1] orientou nosso estudo. O interrogado se dirige à compreensão como a entendemos em uma atitude fenomenológica, ou seja, é um modo de ser da pessoa, portanto, a compreensão não é algo fixo e nem previamente definido, se dá no encontro entre o olhar de quem lê e

[1] Há a necessidade de mencionarmos que a produção husserliana é complexa e abrangente e, que, muitas vezes, gera entre os estudiosos de suas obras interpretações diferenciadas. Sinalizamos que, neste ensaio teórico, apresentamos como nós autores do texto compreendemos diversos conceitos presente na filosofia husserliana, que foram se articulando ao lermos algumas das obras de Edmundo Husserl e produções de intérpretes desse filósofo.

daquilo que o texto comunica. Aquilo que emerge da Matemática é decorrente das leituras e das vivências concernentes à reflexão e ao pensar com fenomenologia que não é apenas tomada metodologicamente, mas como filosofia. Deste modo, não incorremos no risco de assumir um projeto inexequível, pois não buscamos por uma resposta definitiva, mas por possibilidades de compreensões, sempre que possível, conduzidos por um pensar filosófico que é abrangente, reflexivo e rigoroso.

A interrogação emergiu no contexto da tese que tem como foco a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática. Ir ao fenômeno requer compreender o seu significado mantido na tradição, e, por isso, solicitou o estudo de visões filosóficas sobre ele, o que nos motivou explicitar uma compreensão fenomenológica do tema, uma vez que é uma temática emergente na comunidade brasileira. Além disso, a visão fenomenológica de conhecimento se mostra ontologicamente distinta das visões predominantes na tradição, do platonismo ao kantismo.

Concernente ao tema, podemos mencionar o projeto "Uma filosofia Fenomenológica da Educação Matemática" que tematiza filosoficamente a Matemática, o conhecimento matemático e seus desdobramentos, provenientes de pesquisadores de vários estados brasileiros e de diferentes Instituições de Ensino Superior. Esse projeto é uma ação do grupo de pesquisa "Fenomenologia em Educação Matemática[2]" (FEM), que teve suas primeiras sementes plantadas, na década de 1970, pela professora Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo e o professor Dr. Joel Martins. Há, vinculada a esse grupo de pesquisa, uma quantidade expressiva de produção científica, mostrando-se como um tema de extrema relevância.

Outro grupo de pesquisa, "Investigação Fenomenológica na Educação Matemática[3]" (IFEM), enfoca fenomenologicamente diversos aspectos concernentes à Educação Matemática que solicitem compreensões filosóficas, incluindo a Matemática.

O esforço de pensar para além daquilo que já foi dito na literatura, expondo nossa compreensão constituída e estruturada ao longo do doutorado, mostrou-se como um interesse central para do estudo. Portanto enfrentamos esse desafio, especificamente, neste artigo. Para além do interesse, mostrou-se uma necessidade

---

[2] Mais informações podem ser obtidas em http://fem.sepq.org.br/.
[3] Mais informações podem ser obtidas em https://www.unioeste.br/portal/campus-cascavel/grupos-de-pesquisa/ifem.

interna de esclarecer a Matemática sob uma perspectiva fenomenológica. Isso porque as visões estudadas por Ramon e Klüber (2024) mantêm compreensões realistas sobre os objetos matemáticos. Além disso, o tema é correlato à Modelagem Matemática na Educação Matemática, pois esta também é subsidiária de tais compreensões, como discutido por Klüber, Tambarussi e Mutti (2022).

Para darmos conta do interrogado e compreendermos o movimento realizado ao longo da história que visava à consolidação da Matemática enquanto ciência, explicitamos aspectos de filosofias que tematizam a Matemática. Para tanto, iniciamos com aspectos centrais explícitos nas teorias de Platão, Aristóteles e Kant, concernentes ao conhecimento matemático, e com as correntes filosóficas Logicista, Intuicionista e Formalista, desenvolvidas por volta do século XIX e XX, que pretendiam legitimar a Matemática como uma ciência das verdades absolutas.

O movimento que realizamos, de ir à história, é feito no sentido da fenomenologia husserliana. Não tomamos os fatos *em-si*, mas buscamos compreender as ideias que foram constituídas, produzidas e que permanecem neste nosso tempo. Posteriormente, buscamos avançar nas compreensões sobre a Matemática que emerge da filosofia fenomenológica (da Matemática), articuladas à possibilidade da constituição do conhecimento (matemático) na perspectiva de Husserl.

Com o intuito de dar conta do interrogado, efetuamos um movimento de olhar para algumas de suas obras, bem como de comentaristas que buscam, em alguma direção, tecer reflexões e compreensões a respeito dos escritos husserlianos.

2. PERSPECTIVAS FILOSÓFICAS DA MATEMÁTICA

A Matemática, desde o surgimento da filosofia grega, suscita discussões filosóficas sobre a possibilidade de seu conhecimento, a natureza, a essência e origem[4] dos objetos por ela tratada. Podemos mencionar, por exemplo, a teoria platônica, que sugere a existência de dois mundos: o Mundo das Ideias e o mundo no qual vivemos. A Matemática, quando levada à luz dessa doutrina filosófica, é concebida como uma ciência das coisas imutáveis, supratemporal e supramundana. Ao matemático, cabe descobrir a Matemática que repousa no Mundo das Ideias, pois,

[4] Os termos mencionados são na atitude natural (não fenomenológica).

segundo Platão, o homem já esteve lá e basta a ele relembrar, como que numa reminiscência. Assim, o acesso ao conhecimento matemático que está no Mundo das Ideias se dá pela razão, e os sentidos não exercem influências significativas para a descoberta desse conhecimento. Segundo a visão platônica, “[...] os objetos matemáticos (números e figuras geométricas) existem independentemente de quaisquer sujeitos e outros objetos” (Silva, 2007, p. 53), sendo a verdade Matemática independente do sujeito e da atividade humana. Logo, na visão platônica, os objetos com que a Matemática lida são reais, mas não físicos, pois existem em um mundo que não é o mundo das experiências sensíveis. A isso se denomina de “realismo platônico”[5], ao focar a independência dos objetos matemáticos dos sujeitos.

Aristóteles (aluno de Platão), por sua vez, continua concebendo a Matemática de forma imutável e não criada pelos seres humanos. Porém, ele nega a existência de dois mundos idealizados por Platão: o sensível e o inteligível (Mundo das Ideias). Não existe, assim, para esse filósofo, a separação entre mundos. Para ele, “[...] as ciências Matemáticas não serão ciência de coisas sensíveis, mas também não serão ciências de outros objetos separados dos sensíveis” (Aristóteles, Met., M 3, 1078a 35, 2002, p. 601). Cabe ao ser humano extraí-la do mundo sensível. Essa tese, conforme compreendemos, também se aproxima de um realismo ingênuo ou primário, no qual o sujeito apenas capta aquilo que já está posto nos objetos. Neste modo de pensar, não há sequer uma posição de separação entre sujeito e objeto, uma vez que o sujeito ainda não é concebido em suas funções cognoscitivas e operativas.

Para Platão, considerado racionalista, os entes matemáticos existem independentemente de qualquer outro ser, contendo uma verdade imutável e absoluta. A Matemática, na visão platônica, é uma ciência *a priori* que independe da experiência e dos sentidos, sendo possível conhecê-la pela razão. Para Aristóteles, considerado, por muitos, um empirista ontológico, a Matemática também independe da capacidade humana, mas necessita de objetos do mundo empírico, sendo uma ciência que enfatiza aspectos abstratos desse lugar. Aristóteles classificou a Matemática como uma ciência teorética, estando ela, a Matemática, entre as mais sublimes das ciências.

[5] Há diferentes modos de caracterizar o realismo. Dentre eles destacamos o ingênuo e o crítico. A posição platônica, conforme compreendemos tende para um realismo ingênuo.

As formulações de Platão e Aristóteles iniciaram na Idade Antiga, por volta do século IV a.C, perpassaram a Idade Média e perduraram até a Idade Moderna com algumas, mas não significativas, modificações[6]. O empirismo, para além de suas nuances e diferenças, que certamente existem em cada pensador, se difundiu pelo pensar de diferentes filósofos, tais como Locke, Hume e Mill. Para Locke, o ser humano, ao nascer, é comparado a um "papel em branco" “[...] que a experiência vai aos poucos cobrindo com marcas escritas” (Hessen, 2000, p. 42). O pensamento, para esse filósofo, não acrescenta nada de novo, apenas possibilita conectar os dados obtido pela experiência uns com os outros. Hume, segundo apresentado em Hessen (2000), concebe que a Matemática tem validade universal e “[...] os conceitos matemáticos provêm, sem dúvida, da experiência, mas há entre eles relações que têm validade independentemente de qualquer experiência” (p. 42).

Mill atribui como fonte única do conhecimento matemático a experiência e considera que não há “[...] proposições *a priori*, válidas independentemente da experiência. As próprias leis lógicas do pensamento têm fundamento na experiência. Mesmo elas não passam de generalizações a partir das experiências que tivemos até o presente” (Hessen, 2000, p. 43). O autor afirma que, para os empiristas, os conteúdos do conhecimento são fundados na experiência, ou seja, a prioridade está no objeto do conhecimento, estando o conhecimento humano “[...] trancado de antemão nos limites do mundo da experiência” (p. 43).

Foi com Kant, depois de 1780, que mudanças mais acentuadas foram consideradas na produção do conhecimento. Há, conforme mencionado na literatura, um sentido revolucionário na filosofia de Kant. O foco, na sua filosofia, está voltado ao sujeito, explorando as faculdades e estruturas que tornam possível o conhecimento. A filosofia desenvolvida por Kant, preocupa-se mais com os modos de conhecer os objetos e menos com os objetos do conhecimento. De certa forma, podemos afirmar que a perspectiva kantiana considera o sujeito do conhecimento como centro das investigações, e os objetos do conhecimento e a realidade exterior giram em torno dela.

Na obra “Crítica da razão pura”, Kant inaugura um outro olhar, no sentido que entende que o conhecimento não é descoberto, mas sim construído pela mente

[6] Podemos afirmar, com base nas pesquisas realizadas por Becker (2019), que as formulações de Platão e Aristóteles ainda permanecessem presentes no cotidiano das aulas de Matemática.

humana. Classifica a Matemática como uma ciência dos juízos sintéticos *a priori*[7]. Na visão de Kant as proposições Matemáticas são objetivas, necessárias e independentes da experiência (Ponte et al., 1997). O autor ainda esclarece que Kant concedeu à Matemática um estatuto especial, detentora de verdades incontestáveis. Esse modo de conceber a Matemática foi aceitável até o século XX. Silva (2007) salienta que, para Kant, o sujeito exerce uma função central no processo de construção do conhecimento.

As discussões anteriores remetem a visões de conhecimento amplas, focando todo e qualquer conhecimento, inclusive o pensamento destes filósofos, principalmente Platão e Aristóteles Matemática. No entanto, a partir do final do XIX, muitos questionamentos sobre os fundamentos da Matemática são apresentados, um movimento que ficou conhecido como a crise dos fundamentos da Matemática (Drago, 2011, Silva, 2007). Neste contexto, emergiram escolas filosóficas defendendo diferentes visões de Matemática, um movimento filosófico interno da Matemática. As fragilidades e paradoxos presentes nela, bem como diferentes concepções de existência e verdade, influenciaram buscas por fundamentos para a Matemática enquanto ciência, cujo objetivo era eliminar quaisquer controvérsias que pudessem não a legitimar como uma ciência detentora de verdades absolutas[8]. Snapper (1984) destaca três correntes que empreitaram um trabalho árduo e profundo na busca por uma Matemática inquestionável e livre de controvérsias, a saber: Logicismo, Formalismo e Intuicionismo[9].

---

[7] Os juízos sintéticos *a priori* são os que agregam conhecimento novo e não necessitam de comprovações empíricas.

[8] Ao longo da história, segundo Alves (2004), ocorreram três grandes crises nos fundamentos da Matemática: a) A primeira, ocorrida por volta do século V a.C., refere-se a "[...] descoberta de que nem todas as grandezas geométricas da mesma espécie são comensuráveis[...]" (p. 673), contrariando a teoria pitagórica das grandezas; b) A segunda, diz da criação do cálculo no final do século XVII, no qual matemáticos empolgados pela aplicabilidade "[...] descuraram-se de examinar suficientemente a solidez da base sobre a qual o cálculo se assentava. Assim, em vez de demonstrações para justificar resultados, chegou-se ao ponto de usar resultados para justificar demonstrações" (p. 673). Como consequência, controvérsias e paradoxos emergiram; c) a terceira crise evidenciou-se em 1897 com "[...] a descoberta de paradoxos ou antinomias nas bordas da teoria dos conjuntos de Cantor" (p. 674), originando paradoxos que puseram em dúvidas os alicerces da Matemática.

[9] Conforme compreendemos, há dois aspectos interessantes a serem considerados ao adentrar para um estudo filosófico no âmbito da Matemática: sobre a Matemática e da Matemática. Poderíamos dizer que, as correntes racionalista, empirista e apriorista dizem da Matemática por um olhar "de fora", num modo mais geral. O olhar sobre a Matemática, um olhar "de dentro" dado por especialista da área da Matemática, quanto modo de estruturá-la estabelecendo critérios para determinar o que é e o que não é Matemática, como fizeram as escolas filosóficas intuicionista, logicista e formalista. Não queremos dizer com isso que, por exemplo, as correntes racionalista, empirista e apriorista não exerceram influências nas escolas filosóficas. Apenas alertamos que são modos distintos de pensar filosoficamente a Matemática.

O Logicismo teve como precursor Gottlob Frege e vários foram os matemáticos adeptos a essa corrente filosófica, tais como Bertrand Russel e Giuseppe Peano, que produziram uma série de escritos a fim de reduzir e derivar a Matemática clássica com base na lógica. Em seu processo de elaboração, os logicistas reiteravam que a Matemática poderia ser deduzida a partir da lógica proposta por Russel e Whitehead nos P*rincipia Mathematica* e também em Zermelo e Fraenkel (Snapper, 1984). Machado (2005) esclarece que o Logicismo pretendia "[...] derivar as leis da Aritmética e, de resto, toda a Matemática, das leis da Lógica normativa elementar" (p. 27). Para tanto, lançaram esforços para mostrar que "a) todas as proposições Matemáticas podem ser expressas na terminologia da Lógica; b) todas as proposições Matemáticas verdadeiras são expressões de verdades lógicas" (Machado, 2005, p. 27). Essa forma de fundamentar a Matemática a tornaria como um ramo da lógica. O Logicismo, segundo Snapper (1984), tem como base filosófica o realismo platônico, doutrina que concebe a existência das entidades abstratas independente da mente humana. Barker (1976), esclarece que, na filosofia realista, o trabalho do matemático pode ser comparável a uma viagem de descobrimentos.

O Intuicionismo, que tem como seu principal representante Jan Brouwer, rejeita a fundamentação dada pelos logicistas à Matemática. Seus adeptos não consideravam a Matemática clássica como perfeita, mas consideravam que todo ser humano têm uma intuição primordial dos números naturais, propondo que a Matemática deveria ser construída com base nesses alicerces (Snapper, 1984). A ideia central dessa perspectiva era criar uma Matemática fundamentada na intuição.

Os intuicionistas defendem que, a partir da intuição, as entidades abstratas vão sendo construída, num processo de construção passo a passo (Machado, 2005). Barker (1976) esclarece que, do ponto de vista do Intuicionismo, as verdades de um enunciado matemático estão vinculadas a demonstrações construtivas. Silva (2007), a respeito de Brouwer, relata que ele colocava em dúvida e negava admitir qualquer verdade Matemática que não pudesse ser edificado (construído) a partir das vivências mentais.

Nesse sentido, podemos considerar que os intuicionistas aceitam a concepção de Kant: o conhecimento é uma construção da mente humana. Machado (2005) afirma que, para os intuicionistas, os entes matemáticos devem ser construídos passo a passo, não sendo necessário que se fundamentem no empírico e nem no mundo inteligível como afirmava Platão. Essa corrente filosófica, assim como a teoria kantiana, admitem o caráter sintético *a priori* das proposições matemáticas (Machado, 2005).

O Formalismo[10], que possui como vanguardista David Hilbert, buscou criar uma técnica Matemática com o intuito de demostrar que a Matemática está livre de contradições" (Snapper, p. 92). O programa proposto por Hilbert buscava pela formalização da Matemática. Por formalização, segundo o dicionário Abbagnano (2007),

> [...] entende-se o procedimento com que é construído um sistema meramente sintático de símbolos *S,* regido por alguns axiomas (e, eventualmente, por regras práticas de formação e derivação das fórmulas), dos quais, de acordo com as normas sintáticas do próprio sistema, derivam fórmulas que constituem transformações tautológicas do grupo de axiomas (p. 471).

Snapper (1984) afirma que o formalista não trabalha com entidades abstratas para se provar que uma teoria Matemática axiomatizada não possui contradições, mas sim a linguagem de primeira ordem[11] que foi utilizada para formalizar a teoria. De forma geral, para um formalista, fazer Matemática é "[...] manipular os símbolos sem sentido, de uma linguagem de primeira ordem, segundo regras sintáticas explícitas'" (Snapper, 1984, p. 93). Davis e Hersh (1985) afirmam que o estilo formalista "[...] penetrou gradualmente o ensino de Matemática em níveis elementares e , finalmente, sob o nome de 'Matemática moderna', invadiu até o jardim de infância com textos de teoria dos conjuntos para a idade pré-escolar" (1985, p. 384).

O programa proposto por Hilbert buscava "[...] garantir a segurança dos métodos e das teorias da Matemática tradicional, não a sua relevância no esquema geral do conhecimento humano" (Silva, 2007, p. 195). O autor esclarece que o programa hilbertiano comportava dois momentos, a saber: a) a formalização das tradicionais teorias Matemáticas, como a aritmética dos reais, a análise, a teoria dos conjuntos, entre outros e b) a demonstração da consistência dessas versões

[10] Barker (1976) chama atenção para as diferenças entre axiomatização e formalização, muitas vezes tomadas, de forma ingênua, como sinônimos. O autor afirma que Euclides, em 300 a.C. axiomatizou a geometria, mas a formalização só foi iniciada 2200 anos depois, com as escolas logicista e formalista.
[11] A linguagem de primeira ordem é um vocabulário que contém cinco itens, dos quais quatro são independentes da teoria que se quer formalizar: 1) Lista de uma quantidade enumerável de variáveis; 2) Símbolos para os conectivos de linguagem comum; 3) O sinal de igualdade, 4) Dois quantificadores "para todo" e "existe" e, 5) termos não definidos (que dependerão da teoria) (Snapper, 1984).

formalizadas da Matemática com base no raciocínio finitário em que veracidade poderia ser diretamente verificada.

O raciocínio finitário necessita de esclarecimentos, pois, segundo Snapper (1894), é um tema central, que busca orientar a formalização da Matemática.

> Por raciocínio finitário compreendemos um raciocínio que satisfaz as seguintes condições: não consideramos nele nunca nada além de um número finito dado de objetos e de funções; estas funções estão bem definidas, sendo que suas definições permitem o cálculo de valores de maneira inequívoca; nunca afirmamos que um objeto existe sem dar a maneira de construí-lo; nunca consideramos a totalidade de todos os objetos *x* de uma coleção infinita; [...] (Snapper,1984, p. 92-93).

Silva (2007) afirma que Hilbert propôs uma concepção idealista fundada na consistência, visto que a consistência de uma teoria era suficiente para torná-la matematicamente aceitável.

Embora diversos foram os esforços empregados pelo Formalismo, Logicismo e Intuicionismo, nenhuma dessas escolas filosóficas atingiu o objetivo a que se propuseram (Drago, 2011), ou seja, formalizar toda a Matemática (Formalismo) ou explicitar fundamentos alicerçada em bases sólidas (Logicismo e Intuicionismo)[12]. Não queremos com isso afirmar que essas escolas não tenham contribuído com a compreensão da Matemática em seu sentido filosófico. Conteúdos matemáticos também avançaram a partir das escolas, como por exemplo, toda a estrutura formal que serviu para o desenvolvimento de novas teorias, tanto na Matemática como na Computação.

O esforço empregado para compreender a “natureza” da Matemática ou para justificá-la não encontrou consenso entre os estudiosos, mostrando aberturas para novos modos de pensá-la e concebê-la. Nesse sentido, há um modo de pensar que não é hegemônico no meio acadêmico, tanto por sua extensão quando por sua dificuldade de escrutínio ou exploração: é o caso da Fenomenologia de Edmund Husserl (Ales Bello, 2006b).

Husserl, no livro *A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental,* questiona a crise que se instaurou e o modo como a ciência europeia foi conduzida. Na busca de identificar o que levou à crise, nos seus fundamentos, em termos de base e significação, Husserl coloca-se em um movimento de investigação

[12] Os problemas encontrados em cada uma dessas escolas filosóficas estão apresentados nas obras de Silva (2007), Snapper (1984) e Barker (1976).

histórica e identifica que o dualismo mente e corpo cartesiano influenciou a humanidade na busca de uma objetividade, o que seria possível isolando a ciência de todos os aspectos vinculados ao sujeito. Isso levou Husserl a concluir que a crise se instaurou ao perder a significação da vida pela ciência objetiva, ou seja, pelo esquecimento do mundo-da-vida pela ciência (Husserl, 2012).

Buscando transcender a crise das ciências, Husserl (2012) concentra seus esforços na defesa de que as experiências vividas desempenham um papel fundamental para a constituição de qualquer conhecimento. Ele argumenta que o mundo-da-vida é o a *priori* fundante de todo o condimento e, dessa forma, o conhecimento científico não poderia estar desvinculado do sujeito que o conhece. Stein (2004) esclarece que, na visão fenomenológica husserliana, o mundo-da-vida é o solo para a justificação racional para as proposições científicas e filosóficas.

Esse modo, segundo compreendemos, se diferencia das demais filosofias ou teorias por investigar radicalmente a possibilidade do conhecimento, abdicando de assumir a estrutura posta, mas avançando na direção de compreender uma Fenomenologia transcendental que resolve o problema do dualismo sujeito e objeto e o modo de o ser humano produzir o conhecimento. Supera, desse modo, o dualismo racionalismo-empirismo e suas variações, pois essa estrutura bipartida, sujeito e objeto, por mais difundida que seja, não deu conta da possibilidade do conhecimento, restando sempre a questão daquilo que torna, indubitavelmente, o conhecimento possível. A Fenomenologia transcendental, dispondo da redução já compreendida por Husserl, se dirige ao humano e, suspendendo crenças e teorias disponíveis, chega na estrutura das vivências corpóreas, psíquicas e espirituais[13], que estão entrelaçadas no vivido. Essa estrutura, conforme entendemos, confere a solução mais convincente da possibilidade do conhecimento, pois não nega realidade empírica, mas, com precisão, afirma que somente vemos o que se mostra em decorrência desta estrutura[14].

Esse nosso entendimento exigiu um esforço para estudar, reunir ideias e articular compreensões sobre a Matemática, levando-nos a interrogar “Que compreensões sobre Matemática emergem da filosofia fenomenológica husserliana?”.

---

[13] A vivência espiritual, na Fenomenologia, diz dos atos de refletir, avaliar, compreender, decidir, pensar (Ales Bello, 2006b).

[14] Esse parágrafo contempla registros de estudos do professor doutor Tiago Emanuel Klüber, ideias que ainda não foram publicadas, mas que são abordadas em outros textos e orientações deste pesquisador e que estão em produção.

Neste ensaio, buscamos expor compreensões acerca da Matemática, articulando-o à ideia de constituição do conhecimento matemático, pois esse aspecto se mostrou ressaltado no estudo dos textos husserlianos. Cabe salientar que não temos a pretensão de esgotar o assunto, visto que, a obra de Edmund Husserl é extensa, limitada em termos de traduções para línguas como o inglês e o português e com alto nível de complexidade e aprofundamento.

A seção que segue será destinada a apresentar alguns dos aspectos nucleares da Fenomenologia para o nosso tema de estudo.

3. FENOMENOLOGIA: EXPONDO IDEIAS NUCLEARES

A Fenomenologia ganhou destaque nos escritos de Edmund Husserl, matemático alemão que voltou seus estudos para a Filosofia, buscando lançar luz sobre a crise científica que havia sido instaurada durante o passar dos séculos e particularmente no final do século XIX. Husserl buscou entender a constituição do conhecimento e, com seus estudos, desenvolveu uma filosofia, a fenomenológica.

A fenomenologia busca pela essência[15] dos fenômenos (no sentido fenomenológico), a essência que está além das aparências. As essências são, portanto, inerentes à natureza singular de cada fenômeno. Não são frutos de uma comparação de fatos, pois, para comparar, já é necessário ter captado a essência. Para estabelecer as essências, é preciso realizar uma redução, purificando o fenômeno de tudo que não é essencial (Husserl, 2002). Husserl investiu esforços em compreender como as estruturas do pensamento humano e da corporeidade estão envolvidas no processo de constituição do conhecimento. Nas palavras de Husserl (2000, p. 22), “[...] a fenomenologia é a doutrina universal das essências, em que se integra a ciência da essência do conhecimento”. Dito de outro modo, é uma postura filosófica que visa pela essência que transcende interpretações individuais, haja vista

[15] A essência, na Fenomenologia, é entendida como o que é apreendido do fenômeno focado, quando a ele o sujeito se direciona indagando-o. É a ideia que é trazida à consciência pela intencionalidade, proporcionando compreensões para aquele que o indaga. Bicudo (2010, p. 34) explica que essência é “[...] invariante do percebido, sujeito a reduções e materializado pela linguagem, portanto histórica e culturalmente presente no mundo-vida”. Dito de outro modo, a essência diz do que é impossível à consciência conceber de outro modo do concebido. Por exemplo, ao ouvirmos uma música que nos é conhecida, logo a identificamos, independente se o que produz o seu som é uma flauta ou um violão ou mesmo a voz humana, porque sua essência está na melodia, e não no instrumento utilizado para reproduzi-la.

que a essência diz do invariante do fenômeno, aquilo que não pode ser compreendido de outro modo.

Diversas questões relacionadas ao conhecimento se fazem presentes nas reflexões apresentadas por Husserl. A Fenomenologia husseliana não se propõe a explicitar a estrutura do conhecimento já disponível, já admitido como produção, assim como as demais correntes filosóficas, mas busca compreender o modo pelo qual o conhecimento do mundo é constituído por nós, seres humanos (Bicudo, 2020). No prefácio de *Ideias para uma Fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica: introdução à Fenomenologia pura,* Moura destaca que interrogar a respeito da possibilidade do conhecimento "[...] é procurar saber como a Subjetividade pode ter acesso a objetos transcendentes em geral" (Moura, 2006, p. 20) visto que, na Fenomenologia, as verdades não tratam de opiniões. É importante destacar que os objetos transcendentes são aqueles que não se confundem com o próprio sujeito e que se apresentam como coisas, na atitude natural. Em outras palavras, Husserl busca compreender de maneira radical as condições da possibilidade do conhecimento, não aceitando as explicações previamente estabelecidas, tanto pela ciência que ele considera ingênua, quando pelos filósofos que se dedicaram ao tema (Husserl, 2009).

Conforme compreendemos, quando levamos em consideração crenças como verdades ou nos recusarmos a questioná-las, tanto aquelas concernentes à doxa, individual ou coletiva, quanto à episteme científica, corremos o risco de limitar nosso pensamento e nos mantermos aprisionados em um modo de conceber o conhecimento e seus objetos como verdades inquestionáveis. Por outro lado, quando colocamos em suspensão crenças ou juízos, abrimos possibilidades para conhecer daquilo que se revela.

> [...] em vez de efetuar de modo ingênuo os atos de competência da consciência constituinte da natureza, com suas teses transcendentes, e de nos deixar determinar as sempre novas teses transcendentes pelas motivações nelas contidas -, nós colocamos todas essas teses 'fora de ação', não compartilhamos delas; dirigimos nosso olhar que apreende e investiga teoricamente para a consciência pura em seu ser próprio absoluto (Husserl, 2006, p. 117).

Esse modo de proceder consiste em suspender as teses, colocá-las entre parênteses, e não as assumir naturalizadamente para fazer novas investigações. "Em vez de nelas viver, de as efetuar, efetuamos atos de reflexão a elas direcionados, e as apreendemos como o ser absoluto que elas são [no ato do visar-isto]. Vivemos agora inteiramente nesses atos de segundo nível, cujo dado é o campo infinito do conhecimento absoluto – o campo fundamental da fenomenologia" (Husserl, 2006, p.118, inserção nossa). Sokolowski (2004) explica que, na atitude fenomenológica, colocamos entre parênteses o mundo e todas as coisas no mundo, pois não objetivamos a mera aparência ou a mera ideia.

> A volta à atitude fenomenológica é chamada *redução fenomenológica,* um termo que significa a "retirada" dos alvos naturais de nosso interesse, "em direção" ao que parece ser mais um ponto de vista restritivo, simplesmente um daqueles alvos das intencionalidades mesmas. Redução, com a raiz latina *re-ducere,* é um conduzir de volta, uma retenção ou um retraimento. [....]. Esta suspensão, esta neutralização de nossas modalidades dóxicas, é também chamada *epoché (...)*. A *epoché* na fenomenologia é simplesmente a neutralização das intenções naturais que deve ocorrer quando contemplamos essas intenções (SokolowskI, 2004, p. 58, destaque do autor).

A Fenomenologia tece fortes críticas às concepções de conhecimento que ignoram a presença do sujeito do conhecimento, tais como a do positivismo que tinha sua força no método indutivo e na Matemática. Estabelece críticas também às concepções que não levam em consideração o sujeito na constituição do conhecimento, como o enclausuramento da ciência nela mesma e as filosóficas como no platonismo e aristotelismo. Isso já indica que Husserl buscava superar a dualidade sujeito e objeto.

A Fenomenologia, por outro lado, coloca a experiência vivida como centro da constituição do conhecimento, visto que considera a pessoa que conhece como ser ativo, isto é, atribuidor de significado, aquele que constitui conhecimento, levando em consideração as múltiplas doações do objeto visado. Husserl não via com bons olhos certos aspectos presentes nos argumentos apresentados pelo positivismo, pelo psicologismo e pelo historicismo para a produção conhecimento. Então, abre, através da Fenomenologia, uma empreitada na busca de compreender a constituição do conhecimento (Bicudo, 2020).

Husserl estabelece como esfera nuclear da Fenomenologia a consciência, pois "[...] o ser humano tem a capacidade de ter consciência de ter realizado esses atos, enquanto ele está vivendo esses atos, sabe que os está realizando (Ales Bello, 2006b, p. 31).

Consciência, na fenomenologia husserliana, não é um órgão contendo formas apriorísticas de intuições, como no caso da concepção kantiana das intuições puras de espaço e de tempo. Também não é um recipiente, um lugar físico. Consciência é sempre encarnada e, pela intencionalidade, se estende pela além do corpo (Bicudo, 2022).

Ales Bello (2006b) explica que a consciência é o todo formado pelas vivências corpóreas, psíquicas e espirituais e, portanto, mesmo sendo una, há diferentes modos de ser consciência, não sendo apenas o intelecto. As vivências, embora possam ser explicitadas de modo separadas, estão sempre entrelaçadas no fluxo do vivido e sempre se dão no corpo-vivente[16]. Mas a consciência não é vazia, é sempre consciência de. A autora esclarece que a consciência é "[...] um ponto de convergência das operações humanas que nos permite dizer o que estamos dizendo ou fazer o que fazemos como seres humanos" (p. 45).

Sokolowski (2004) esclarece que tudo o que experienciamos é intencional, em que a intencionalidade, segundo Bicudo (2022), pode ser entendida como o fio que conecta toda a vida que flui no corpo e as coisas do mundo circunvizinhante. Nos termos de Husserl (2019), "[...] a palavra *intencionalidade* não significa nada senão essa propriedade fundamental e universal da consciência: ser consciência *de* algo, trazer em si, enquanto cogito, o seu próprio *cogitatum* (p. 62, destaque do autor). Isso nos sugere que somos conscientes dessa consciência, ou seja, somos conscientes de que estamos conscientes. O pensado traz consigo o pensar.

A Fenomenologia visa o fenômeno e não à coisa *em-si*. O real *em-si* não é o foco da Fenomenologia, já que, nessa postura, o *em-si* não é alcançado. A Fenomenologia visa os "[...] múltiplos modos subjetivos de doação graças aos quais temos consciência dos objetos" (Moura, 2006, p. 16). E o que isso significa? Que não existem coisas independentes de nós? De modo algum, apenas que do ponto de vista da possibilidade de conhecê-la, é em cada sujeito que ela se realiza, garantindo a existência daquilo que se visa e nunca o contrário.

Compreendemos que a Fenomenologia abarca os modos como a consciência interpreta os fenômenos que por ela são enlaçados, ou seja, como o mundo se manifesta à consciência. Cabe esclarecer que o fenômeno não é o objeto *em-si*. Bicudo (2020), a respeito do fenômeno, diz que "[...] é o que se mostra no ato de perceber ou de intuir. É correlato a quem percebe ou intui. Este que percebe ou intui

[16] Corpo-vivente (tradução do alemão da expressão utilizada por Husserl do termo Leib) vai além do corpo (Körper). Enquanto Körper refere-se à materialidade (dimensão física), o corpo-vivente se mostra como um todo, um entrelaçamento das dimensões psíquicas, corpóreas e espirituais. Diz da experiência corporal (pelos órgãos de sentido) e pessoal de um indivíduo, em um corpo que vive e que se percebe vivendo (Bicudo, 2022).

realiza esses atos de acordo com suas especificidades” (p. 35). Assim, nesta postura filosófica, não há separação sujeito e objeto de conhecimento como na atitude natural.

Na postura não-fenomenológica, os objetos reais são tomados, em um espectro bastante amplo, como objetos do conhecimento, *em-si*, portanto, qualquer objeto de conhecimento pode existir sem que o sujeito o tenha visado, abarcando todas as teses realistas. No entanto, essa tese de conhecimento se mistura com uma tese ontológica de fundo empirista, da versão mais ingênua aquelas mais sofisticadas do realismo crítico kantiano.

Na postura fenomenológica, só há o fenômeno (objeto intencional, percebido) e vivido porque há alguém que o visa. Esse “alguém que visa”, que “volta seu olhar para” o faz com o momento *noético*, um lado do ato de visar, chamado *noésis*. O lado visado é o *noema*, portanto, num movimento da consciência que o faz em uma síntese *noésis-noema*. Segundo Sokolowski (2004), *noema* é “um objeto de intencionalidade, um correlato objetivo, mas considerado desde a atitude fenomenológica, considerado apenas como experienciado/vivido. Não é uma cópia de um objeto, nem um substituto para um objeto, nem um sentido [prévio] que nos relaciona ao objeto [...]” (p. 68-69, inserção nossa). O lado *noemático* é o lado “objetivo” do objeto visado, logo, não é a coisa *em-si*.

Assim, nessa filosofia, supera-se a cisão entre sujeito e o objeto, dando-se lugar para o movimento *noésis-noema,* que se dá na e pela intencionalidade, possibilitada pela dimensão tripartida das vivências. Husserl (2006) afirma que a Fenomenologia

> [....] tem de pôr diante dos olhos, exemplarmente, puros eventos da consciência, tem de trazê-los à clareza mais completa, para, dentro dessa clareza, analisá-los e apreender intuitivamente a sua essência, tem de perseguir os nexos eidéticos evidentes, formular o intuído em expressões conceituais fiéis, cujo sentido só pode ser prescrito puramente por aquilo que foi intuído ou foi visto com evidência em sua generalidade (Husserl, 2006, p. 146).

As ideias nucleares da fenomenologia apontam a direção de uma mudança ontológica e epistemológica em relação ao modo de doação dos fenômenos. Ainda que se possa pensar que nas visões realistas há uma articulação entre sujeito e objeto, não se compreende que é apenas pela percepção e doação do fenômeno que sujeito e objeto (apenas o intencional) não se separam.

4. CONHECIMENTO NA POSTURA FENOMENOLÓGICA

Bicudo e Silva (2018) esclarecem que a filosofia fenomenológica entende que o conhecimento é constituído e não construído", isso porque, segundo os autores, ao assumirmos como construído, estaríamos carregando a ideia de junção e claramente de edifício. Por exemplo, ao construir uma casa, estamos realizando a junção de tijolos, areia, cimento, ou seja, a junção de coisas que estão separadas. Em outras palavras, construir refere-se à junção de materiais, que, quando articulados de forma coerente, dão origem a um produto. Fazendo uma analogia desta perspectiva para o conhecimento, estaríamos assumindo-o como a junção de elementos que se encontravam separados, ou seja, indica uma concepção que entende, de certa forma, "[...] uma separação entre sujeito conhecedor e objeto a ser conhecido [...]" (Bicudo; Silva, 20018, p.156).

Por outro lado, a palavra constituir evoca a ideia do que é indispensável, que precede e possibilita a coisa ser. O ser humano, entendido em sua totalidade, por exemplo, não é a soma de partes distintas, uma junção de partes, mas uma totalidade constituída pelas vivências corpóreas, psíquicas e espirituais. A vida se dá com essas e nessas vivências.

Nesse sentido, a constituição do conhecimento, segundo a abordagem fenomenológica, abarca "[...] muitos atos intencionais da consciência e modos dos sentidos que fazem ao sujeito vivente serem entrelaçados e irem, aos poucos, constituindo uma forma que vai se presentificando à consciência [...] (Rosa; Bicudo, 2018, p. 13). Conforme esses autores, a constituição do conhecimento não é algo simples, mas um movimento repleto de complexidades, visto que, "[...] somos sempre com o mundo e com os outros que neles estão, sujeitos encarnados, ou seja, sujeitos viventes, natureza, animais e produções humanas historicamente presentes na cultura" (p. 37).

Assim, Husserl estabelece que o conhecimento é constituído. As vivências do corpo-vivente apresentam-se como um elemento central na constituição do conhecimento. Nesse sentido, Ales Bello (2006b) esclarece que ter "[...] consciência dos atos que são por nós registrados são vivências" (p. 32)[17].

[17] Em Husserl (2000) encontramos alguns exemplos de vivência: recordação, perspectiva, fantasia. Ales Bello (2006b) menciona que Husserl utiliza da palavra Erlebni (em alemão), que pode ser traduzido

> Normalmente falamos do conhecimento e da classificação do objeto da percepção, como se o ato **se exercesse sobre o objeto**. Mas, como já dissemos, o que está na própria vivência não é nenhum objeto, e sim uma percepção, um estado de espírito determinado de tal ou tal maneira; portanto, **na vivência, o ato do conhecimento se fundamenta na percepção** (Husserl, 2019, p. 31, grifo do autor).

Para compreender o que Husserl defende como fundamental na constituição do conhecimento, faz-se necessário adentrar para o que o filósofo entende por vivência e por percepção, bem como por termos-chave da filosofia fenomenológica: consciência, realidade e mundo.

É indispensável, mesmo que de forma sucinta, uma distinção da concepção de mundo na atitude natural e na atitude fenomenológica. Segundo Moura (1989), na primeira postura, temos a consciência de um mundo a ser conhecido que não depende da percepção, não depende do humano para ser expresso, dito, compreendido, pois ele está lá. O objeto, na atitude natural, é assumido como sendo o real e independe do sujeito que o percebe, em que o conhecimento deriva em maior ou menor grau dos objetos. O visto é o que é, pertencendo a uma realidade que é exterior de quem percebe, e a apreensão dos objetos é tida como a coisa *em-si* (pensável independentemente de uma perspectiva) sem levar em consideração a esfera de sua manifestação (Moura, 1989). O autor esclarece que, na atitude natural, a consciência é concebida como parte do mundo, como uma região limitada por outras regiões, dependente do mundo em que está inserida.

De forma resumida, podemos afirmar que a tese da atitude natural é o entendimento da consciência como uma região e a compreensão de que o ser humano apreende os objetos *em-si* desvinculados da espera de suas manifestações.

A Fenomenologia não investe esforços em explicar o mundo entendido como um recipiente, uma coisa, uma realidade externa, através da qual podemos conhecê-la de modo preciso e objetivo. O interesse de Husserl está voltado ao mundo-da-vida entendido como um *a priori* histórico que envolve tudo e que transcende a todos nós, seres humanos, que se constitui como "solo" onde vivemos individualmente com os outros, e coletivamente como humanidade (Bicudo, 2020). Do mundo-da-vida fazem parte, por exemplo, estruturas como a do corpo-vivente, da intersubjetividade e da

---

como "o vivido" (no italiano) ou "a experiência vivencial" (no inglês). Em português e em espanhol, a palavra Erlebni traduzida como vivência atinge mais plenamente o seu sentido. No decorrer do seu livro, a autora exemplifica algumas vivências, tais como a vivência da percepção, da imaginação, da reflexão.

linguagem. O mundo-da-vida, segundo explica Husserl (2012), é "[...] o 'solo' para toda a práxis, tanto teórica quanto extrateórica. Para nós, que somos despertos, sujeitos continuadamente e de algum modo praticamente interessados, o mundo é pré-dado como horizonte, não por uma vez, ocasionalmente, mas sempre e necessariamente como campo universal de toda a práxis efetiva e possível" (p. 116).

Conforme compreendemos, o mundo-da-vida não é, de modo algum, o mundo físico. Husserl (2001, p. 50) afirma que "o mundo, na atitude fenomenológica, não é uma existência, mas um simples fenômeno". Mas, o que seria fenômeno na visão husserliana? O fenômeno é entendido como aquilo que se apresenta à consciência, não como o fato *em-si*, pertencente ao mundo empírico, mas aquilo que foi enlaçado pela consciência.

Salientamos esse aspecto pelo fato que circulam, no meio acadêmico, críticas à postura fenomenológica: se o mundo-da-vida é o solo da produção do conhecimento, como conhecimentos matemáticos não aplicáveis ao mundo sensíveis existem?

Nesse tipo de crítica, o mundo-da-vida é tomado, reiteradamente, de forma ingênua como mundo empírico, como doador do sentido *em-si*. Ao contrário disso, as idealidades, as variações imaginativas, os atos de pensar, refletir, abstrair, conjecturar, são realizadas pelos seres humanos articulando aquilo que se encontra no mundo-da-vida do matemático.

Conforme compreendemos, o mundo-da-vida é algo que nos acompanha como seres racionais que interrogam e que buscam explicações racionais para a cientificidade (Stein, 2004), abarca tudo aquilo que vivenciamos, com o que se manifesta à consciência e possibilita abertura de novos horizontes. É o que nos constitui enquanto ser único, subjetivo, ancorado em nossas experiências vividas. O subjetivo leva, em seu modo de constituição, a historicidade, que não está limitada à narração de fatos históricos de forma isolada, como uma história estática presa ao passado. A historicidade diz de uma visão mais ampla de história, como algo vivo, em movimento, em que cada instante do presente está entrelaçado ao passado pela memória, pela cultura e tradição. Ela, a historicidade, diz dos laços que o ser humano (que vive no presente) estabelece com o passado e com isso também se abre para possibilidades de projetar o futuro. A historicidade, segundo Husserl (2012, p. 420),

“[...] é precisamente um universal pertencente à existência humana”. Dito de outro modo, a historicidade se apresenta como raízes profundas da nossa existência.

Nesse sentido, o conhecimento subjetivo, segundo nossa compreensão, já é intersubjetivo, visto que o eu-subjetivo se dá consigo mesmo, mas também com as experiências vividas com outros. O outro, que não eu mesmo, pode compreender o que estou compreendendo da experiência vivida (Bicudo, 2016) pela vivência da entropatia (vivência que permite saber que existe outro como eu, não sendo eu mesmo). Não ficamos presos a um conhecimento subjetivo, pois enquanto vivemos (com nós mesmos e com outros), e conscientes de que vivemos, articulamos, pensamos, realizamos projeções e compartilhamos daquilo que é enlaçado pela percepção. No mundo-da-vida, cada pessoa, e em nosso caso especial o matemático, possui a potencialidade, que é subjetiva, para ampliar seus horizontes e, assim, ampliar a própria vivência perceptiva, também intersubjetiva e comunitária.

> Nessa complexa estratificação e tripartição – dimensões da corporeidade, da psique e da do espírito – encontramos respostas que se referem à nossa atitude individual, mas que se abrem a uma **dimensão intersubjetiva**, importante para se chegar a uma **dimensão comunitária**. Esta última é justificada através das vivências vividas reciprocamente e, particularmente, pelo ato da empatia ou entropatia: capacidade de captar a alteridade (Ales Bello, 2006a, p.30, destaque da autora).

Outro aspecto importante para a postura fenomenológica é o entendimento da realidade. Ela, na postura fenomenológica, “[...] será vista como uma parte do todo consciência. Assim, a realidade não apenas será parte como parte abstrata, mas como parte *dependente.* Se a consciência não precisa da realidade [*em-si*], a realidade precisa da consciência, depende dessa para ser [dita]” (Moura, 1989, p. 195, inserções nossas). Em outras palavras, a realidade, em termos fenomenológicos, não diz de uma entidade externa e objetiva, mas se apresenta como dependente da consciência para ser percebida. Não é o real *em-si* que preenche a consciência, ela que se faz necessária e é insubstituível para dizer a realidade.

Desse primeiro registro, chegamos ao Quadro 1, que é um esforço de explicitar as diferenças do entendimento das noções de consciência, realidade[18] e mundo, na atitude natural e na postura fenomenológica.

Termos nucleares	**Atitude natural**	**Atitude fenomenológica**
Consciência	Concebida como uma região no interior do mundo, delimitada por outras regiões e, portanto, com dependência do mundo empírico. Ela é entendida como parte da totalidade deste mundo.	Não é um recipiente, um lugar, uma coisa, mas o que dá sentido a tudo. É um todo absoluto, independe de qualquer coisa ou situação (*reale*), independente da noção de um mundo exterior pré-dado. Em outras palavras, a consciência sempre se dirige a ela mesma, porque os objetos visados não são as coisas exteriores, mas o que se mostra disso que visa.
Realidade	Concebida como dada objetivamente. É independente da percepção, daquele que percebe. O objeto é concebido como real (*reale*) para além das aparências, sem levar em consideração a sua multiplicidade de manifestação e seus modos subjetivos de doação e estes, os objetos do conhecimento, estão fora da consciência, vivem no real. Sujeito e objeto são concebidos como separados e o sujeito depende do objeto, no sentido de receber do objeto de "fora" as suas características.	Na fenomenologia, a realidade (*reelle*) não é tematizada como objetivamente (*reale*). A realidade (reelle) dependente da consciência, pois não existe uma separação entre a realidade (*reelle*) e sujeito que a percebe, visto que a realidade vivida (*reelle*) se dá no próprio movimento de ser consciência. Enfatiza a correlação entre o sujeito que percebe e os múltiplos modos de manifestação do fenômeno (que não é a coisa *em-si*).
Mundo	É um todo absoluto, objetivo e externo ao sujeito, independe da consciência. Este também entendido como uma região na qual estamos inseridos. O mundo tem sinônimo do que é empírico, um lugar físico.	O mundo é mundo-da-vida, não num sentido físico, mas como um *a priori* histórico. É o "solo" histórico e cultural em que estamos imersos, vivendo em sua historicidade. É dependente da consciência, no fluxo das vivências que certamente se abrem aos outros e também ao mundo empírico e da cultura,

[18] Soares (2008) apresenta uma distinção entre objetos *reale* e *reelle* que na língua portuguesa acaba sendo traduzida de maneira única como real. Segundo o autor, *reale* diz de objetos e processos da realidade que estão dispostos no espaço-tempo, numa perspectiva empírica. Uma casa, um gato, o sol são exemplos de coisas *reales*. Já *reelle* refere-se aos "[...] conteúdos descritivos parciais de uma vivência ou do fluxo de vivências de uma consciência efetiva, por exemplo, um conteúdo de sensação, a essência intencional de um ato de fantasia, a expectativa de um curso de percepções de uma melodia" (p. 68). Na atitude natural, quando nos referimos à realidade, a tomamos como *reale*, já na atitude fenomenológica a realidade (*reale*) não está no centro das discussões, visto que o foco está no que se apresenta a consciência, ou seja, a *reelle*. Há também objetos *Ideale,* que são "[...] visados enquanto unidades de sentido ou de significação, ou ainda, enquanto espécies ou gêneros, por exemplo, o número 3, o ser, o vermelho. Estes não podem ser abordados eles mesmos de modo legítimo, tomados objetivamente, a não ser pelas ciências puramente ideais (Soares, 2008, p. 68).

		tradição. Só é possível afirmar que o que existe porque o sentido é doado pelos atos de consciência.[19].

Quadro 2: Síntese compreensiva/comparativa de termos nucleares.
Fonte: Elaboração própria.

Segundo Ales Bello (2006b), vivência refere-se ao que estamos vivendo, o vivido, a experiência vivencial, é o modo como se vive, ao tocar algo, vive-se o tocar, ao pensar algo, vive-se o pensar, ao sentir dor, sente-se a dor. Segundo essa filósofa, Husserl afirma que os atos de consciência por nós vivenciados abrangem três dimensões, os quais constituem a estrutura do ser humano: i) a espiritual, que abarca os atos de refletir, avaliar, compreender, decidir, pensar; ii) a psíquica que contempla os atos de caráter psíquicos, que são atos não controlados e iii) a corpórea, com os atos da percepção (Ales Bello, 2006b). A percepção é o primeiro ato da consciência, que é vivida pelo sujeito, e que vai, de certo modo, se articulando com outros atos da consciência, em seus diferentes modos de ser consciência, tais como imaginar, articular, refletir etc. “Refletir é um novo ato, é uma nova vivência, e dessa vivência nós também temos consciência” (Ales Bello, 2006b, p. 33).

> A percepção vai ser resultado do dar-nos conta. Esse “dar-se conta” é a consciência de algo, por exemplo, a consciência de tocar alguma coisa. (...) Aqui está a novidade, pois Husserl diz que o ser humano tem a capacidade de ter consciência de ter realizado esses atos, enquanto ele está vivendo esses atos, sabe que os está realizando (Ales Bello, 2006b, p. 31).

A percepção, que é um tipo de vivência, “[...] é entendida como primado do conhecimento” (Bicudo, 2020, p. 38). Esta vivência flui na temporalidade dos aspectos sensoriais e perceptivos do agora para o que já foi, e entrelaçando-se “[...] na carnalidade do corpo vivente que, mediante atos da consciência e de suas manifestações, avança com o movimento de constituição do conhecimento” (Bicudo; Silva, 2018, p. 155).

Compreendendo esses aspectos primordiais da filosofia fenomenológica, podemos afirmar que o conhecimento se constitui com o próprio sujeito-no-mundo, como corpo vivente, em suas vivências, com as articulações dos atos espirituais, psíquicos e corpóreos. Com isso, queremos dizer que não apenas a dimensão

[19] Essa postura não nega a existência do mundo fenomênico. A garantia da existência do mundo se dá pela própria existência do sujeito. Conforme exemplificado pelo professor Tiago Emanuel Klüber, em orientação no dia 17/02/2023, não é a árvore que garante a sua própria existência, mas eu, ao existir, e ao visar a árvore, garanto que ela existe. A minha existência pode garantir a existência da coisa visada. A minha não existência não pode garantir a não existência das coisas.

espiritual participa da constituição do conhecimento, mas que todas as dimensões estão estreitamente articuladas como momentos da constituição do conhecimento, permitindo o alcance de idealidades.

Nesse sentido, podemos nos perguntar: como se dá a constituição do conhecimento matemático? Husserl, que era matemático por formação, voltou seus estudos para a filosofia e buscou

> [...] compreender como uma idéia (sic) Matemática nasce na subjetividade de um sujeito, mediante um ato original de evidência, transcende essa esfera, passando ao conhecimento intersubjetivo veiculado na cultura e mantém-se na objetividade que persiste de maneira a estender-se por diferentes culturas e épocas (Bicudo, 2013, p. 28).

Esse aspecto pode ser depreendido do texto a “A Origem da geometria”, de Husserl.

> [...] a existência geométrica não é psíquica; ela não existe como algo pessoal, dentro da esfera pessoal da consciência; ela é a existência do que está objetivamente lá, para “qualquer um” (para geômetras reais e possíveis, e para aqueles que compreendem geometria.). Deveras, ela possui do seu estabelecimento primeiro, uma existência que é peculiarmente supertemporal e que – disto estamos certos – é acessível a todos os homens, antes de tudo aos matemáticos de todos os povos, de todas as épocas, reais e possíveis; e isto é verdade para todas as suas formas particulares (Husserl, 1980, p. 6).

Esse excerto decorre depois de Husserl afirmar que há realizações espirituais de um sujeito, para o qual a evidência geométrica se torna indubitável na retomada daquilo que já passou, enquanto visado e pensado. Ele expressa, ainda, a articulação entre as três vivências, exemplificando por meio de objetos do mundo-da-vida.

Na seção que segue, nos dirigimos, de maneira enfática, à Matemática segundo excertos que tratam do tema.

5. A MATEMÁTICA NA FENOMENOLOGIA

Segundo Husserl (2006), há dois tipos de ciência: as ciências de fato e as ciências de essência. Para as ciências de fato (ou ciência de experiência), experimentar é um ato fundante, visto que o cientista natural observa e experimenta, que não é substituível por um imaginar (Husserl, 2006).

Ao mencionar as ciências de essência (ou também chamadas de ciências eidéticas), ainda no Ideias I, Husserl esclarece que todas são “[...] em todos os passos do pensamento, inteiramente puras de quaisquer posições dos fatos; ou, o que é equivalente, nelas nenhuma experiência como experiência [sensorial] pode assumir a função de fundação” (Husserl, 2006, p. 42, inserção nossa). O exemplo do autor, concernente ao modo de proceder adotado pelo geômetra, que desenha figuras em uma mesa, pode ser esclarecedor. Os traços por ele realizados não são fundantes para o pensamento da essência geométrica, visto que o geômetra busca por “[...] ‘possibilidades ideais’ e estados-de-essência, não é a experiência, mas a apreensão intuitiva de essência o ato fundante último” (Husserl, 2006, p. 42). Husserl (2006) afirma que em todas as ciências eidéticas são assim.

No entanto, é importante compreender a virada de pensamento do filósofo para a Fenomenologia transcendental, ou seja, quando em uma nova investigação ainda mais profunda, com base em uma “epoché” transcendental, vislumbra a necessidade de suspensão do eu, das teorias e crenças sobre este, levando ao entendimento da estrutura das vivências. Nesse sentido, para além da compreensão pura de objetos, passa a entender que o corpo-vivente é o ponto zero para a constituição de todo o conhecimento.

Desse modo, entendemos que determinadas vivências são evocadas para um tipo de ciência, não sendo essas vivências evocadas em outras. Como mencionado, a experimentação, em sentido positivo, não deve ser fundante para as ciências eidéticas, enquanto exerce a base para as ciências de fatos.

Husserl destaca que “[...] a Matemática moderna foi propriamente a primeira a ensinar a realizar: conferir a cada ciência eidética o mais alto nível de racionalidade pela redução de todos os passos mediados de pensamento a meras subjunções aos axiomas do domínio eidético respectivo, coligidos de maneira sistemática e definitiva [...]” (Husserl, 2006, p. 43).

Segundo Ales Bello (2006b), para determinar a essência da coisa, buscamos pelo sentido. A compreensão do sentido das coisas é uma possibilidade do ser humano, visto que para Husserl “[...] somos capazes de intuir, isto é, colocar em perspectiva a essência, o sentido da coisa” (Ales Bello, 2006b, p. 23). A autora afirma que na visão husserliana, o fato de existir a coisa não é a preocupação principal, mas sim o sentido da coisa. Husserl faz uso da palavra *eidos*, de origem grega, para designar aquilo que se intui (Ales Bello, 2006b).

> O *eidos, a essência pura*, pode exemplificar-se intuitivamente em dados de experiência, tais como percepção, recordação etc., mas igualmente também em meros dados de imaginação. Por conseguinte, para aprender intuitivamente uma essência ela mesma e de modo originário, podemos partir

> das intuições empíricas correspondentes, mas igualmente também de intuições não-empíricas, que não aprendem um existente ou, melhor ainda, de intuições "meramente imaginárias" (Husserl, 2006, p. 38).

O matemático utiliza da variação eidética para a constituição da Matemática. Essa variação pode começar com um objeto de experiência, que é retomado e submetido à variação eidética na imaginação. Ela busca a compreensão pura das essências, independente da sua materialidade empírica. Ao pensar um objeto matemático, por exemplo, um triângulo, ou melhor uma figura que ainda não foi assim nominada, é possível retirar ou acrescentar imaginativamente alguns de seus elementos, como um segmento de reta. Essa variação permite pensar a figura como uma idealidade que se mantém ou não caso a retirada ou acréscimo de um segmento. A "[...] variação eidética é um caso de cognição, mesmo que dependa, em grande parte, de atos imaginativos" (Lohmar, 2010, p. 18).

A variação eidética busca pela essência, pelo que se mantém inalterado, pelo invariante,

> A redução eidética objetiva [...] restabelecer a validade da noção de essência fundamentando-se sobre uma evidência do tipo particular: a intuição eidética, ou ideação. A intuição não é apenas o fundamento originário de todo o conhecimento, mas também da reflexão que visa elucidar a própria essência do conhecimento, apresentando na imanência da consciência de si o fluxo interior dos vividos intencionas constituintes de todo objeto possível (Furtado, 2019, p. 119).

Conforme compreendemos, a redução eidética não busca pela descrição pura dos fenômenos enlaçados pela consciência, mas sim pela descrição das essências que pertencem ao fenômeno. Furtado (2019, p. 106) afirma que a intuição[20] é um modo originário da consciência. Ela se dá "[...] mediante a correspondência ou adequação entre a intencionalidade da consciência e o que se encontra visado por ela na condição de cogitatum". O autor afirma que a intuição revela o poder que a consciência dispõe de "[...] exteriorizar-se na direção do objeto da intencionalidade [...]" (p. 106) e de enlaçá-lo. Na intuição, "[...] o intuir capta o objeto visado efetivamente, sem, no entanto, apreender a si mesmo em ato juntamente com o conteúdo trazido por ele à luminosidade do ver, que exige, assim, aquele conteúdo, na exata transcendência do seu se (e estar) dado" (Furtado, 2019, p. 104).

Conforme Silva (2004), a intuição Matemática, nas primeiras obras de Husserl, está focada nas vivências intencionais de um sujeito puro, que correspondem certas

[20] Ao mencionar a intuição, não estamos nos detendo a intuição sensível, mas sim a intuição eidética.

operações lógicas, que incidem sobre modos de tratá-los e não sobre os objetos *em-si* ou sobre as representações, e não está mais nas vivências mentais de um sujeito empírico.

Sokolowski (2004) esclarece que as ciências exatas, na visão husserliana, são constituídas no mundo-da-vida. Conforme compreendemos, para Husserl, a estrutura universal para a constituição do conhecimento é a vivência de um corpo-vivente no mundo-da-vida, visto que o ser humano realiza inúmeras vivências.

Sobre isso, Husserl afirma:

> [...] a intelecção fundamental de que o *a priori* universal do grau lógico-objetivo – o das ciências matemáticas e de todas as restantes ciências a priori no sentido habitual funda-se num universal *a priori* em si anterior, precisamente o do puro mundo da vida (Husserl, 2012, p. 115).

Para avançar na constituição do conhecimento, pode-se lançar luz para o pré-científico e para o que já é científico, no meu horizonte e no âmbito das minhas vivências e de outros que se interessam por questão que são "compartilhadas" por uma comunidade.

Assim, o conhecimento matemático decorre da possibilidade que esse ser humano tem de fixar e dar objetividade às ideias acerca de diferentes objetos que ele se depara (seja de uma lembrança, de uma imaginação, de uma imagem, ou de algo que está aqui e agora). O mundo-da-vida permite a mim e ao outro compartilhar o que se visa, por meio da linguagem.

A Matemática, na visão fenomenológica, é uma ciência que é constituída no mundo-da-vida e realizada pelos seres humanos "[...] que exercem o tipo especial de pensamento e a adequada intenção para ele" (SokolowskI, 2004, p. 159). A ciência é desenvolvida pelo corpo vivente e fundada no solo perceptivo, na abertura ao mundo-da-vida, com os outros. O pensamento da Matemática pode se dar sem a necessidade do mundo sensível, na medida que trabalha no campo das idealidades.

As compreensões que se estabelecem sobre a constituição do conhecimento, em especial do conhecimento matemático, levam a explicitar aspectos dos objetos com os quais a Matemática lida, as idealidades.

5.1 Sobre objetos matemáticos na visão fenomenológica

Os objetos matemáticos são idealidades constituídas no corpo-vivente, com as vivências. Com isso, os conteúdos ou significados de cada ato da consciência desvelam-se, entre outros atos, pela “[..] variação livre da imaginação” (Bicudo, 2011b, p. 63, tradução nossa)[21].

> As essências, às quais se referem, pois, as ciências eidéticas, não podem ser concluídas a partir dos fatos, já que elas são, por definição, o objeto de uma intuição. Para alcançar a essência, não se trata de comparar e de concluir, mas de reduzir, isto é, de purificar o fenômeno de tudo o que comporta de inessencial, de "fáctico", para fazer aparecer o que lhe é essencial (Dartigues, 1992, p. 30).

Sokolowski (2004) afirma que, na variação imaginativa, deixamos a imaginação livre, buscando verificar as características indispensáveis do fenômeno em questão e “[...] se encontramos características que não podemos remover sem destruir a coisa, constatamos que essas características são eideticamente necessárias para ela (p. 191). O autor esclarece que, na intuição eidética, “[...] seria inconcebível para a coisa em questão ser de outra maneira. O movimento para a imaginação nos dá uma intuição mais profunda do que [se poderia pressupor na] indução empírica” (p. 191, inserção nossa). A variação eidética requer imaginação criativa, pois demanda ir além daquilo que estamos acostumados, do modo imediato de sua manifestação.

A teoria da relatividade, por exemplo, foi baseada em variações imaginativas, visto que foi necessário projetar uma nova possibilidade além do já reconhecido a respeito do espaço e tempo (Sokolowski, 2004). O mesmo ocorre com os objetos estudados pela Matemática, eles se constituem num processo de variações imaginativas, em que o matemático imagina livremente analisando as possibilidades e impossibilidades do objeto visado, como no caso da Modelagem Matemática, em que o matemático sozinho ou junto a seus pares, que na historicidade, visa às idealidades para representar ou expressar o fenômeno. Cabe destacar que o entendimento de representar, na visão fenomenológica, não pressupõe a ideia de reflexo ou cópia da realidade *em-si* (Klüber; Tambarusi; Mutti, 2022). Os autores afirmam que a representação é “[...] um **modo de lidar** com os objetos que nos chegam seja via percepção, seja via lembrança, ou afiguração (fantasia) ou o juízo” (p. 315, destaque nosso). Esse modo de lidar, conforme compreendemos, diz do modo

---

[21] Tradução nossa do original: “[…] through genetic analysis or analysis of the origin of the essential nucleus, or even through a procedure that he called the free variation of the imagination”.

como o eu que visa (*noésis*, lado subjetivo) o visado (*noema*, lado objetivo do que se mostra), o faz na abertura de suas vivências entropáticas com o outro, para com as idealidades tratadas.

Assim, os objetos matemáticos se constituem pelo ato de visar do matemático, pois todo *noésis* se dirige a um *noema*. O *noema* (no nosso caso o objeto matemático) só existe pelo fato de haver quem o vise, pelo lado *noético*. Na fenomenologia, compreendemos que, mesmo se tratando do objeto matemático, enquanto idealidade,

> [...] a consciência não se dirige ao objeto puro e simples, mas sim ao objeto intencional, ao objeto tal como' este' se manifesta subjetivamente a um eu, segundo seus distintos modos de doação ou fenómenos. Será apenas esse objeto intencional, reduzido à constelação dos fenômenos subjetivos que o oferecem a um sujeito, que será 'dependente' da consciência (Moura, 2006, p. 16).

Lohmar (2010) afirma que, para Husserl, a única realidade que pode ser efetivamente conhecida é o mundo-da-vida e os objetos matemáticos são objetos neste horizonte sobre os quais podemos ter intuições acerca deles. O autor destaca que a Geometria Euclidiana, por exemplo, lida com estruturas *a priori* do espaço. Cabe destacar que o *a priori* de Husserl, segundo Lohmar (2010), não se dá no mesmo entendimento de Kant. Para Kant, o *a priori* está fundamentado em estruturas mentais inatas, em que o conhecimento independe da experiência, não possui a necessidade de validação empírica. Lohmar (2010, p. 18) esclarece que o *a priori* no sentido fenomenológico "[...] é válido para todas as experiências possíveis, mas só conheceremos o conteúdo específico deste a priori depois de fazer a variação, e não 'de antemão'. E isto continua a ser verdadeiro no uso do método eidético na Matemática" (Lohmar, 2010, p.18). Conforme compreendemos, esse *a priori* é constituído no movimento das vivências do corpo-vivente e não dado de antemão. Não é algo já posto na mente ou frente a ele, não há um tempo e um espaço dados como no mundo natural-normal, não tematizado e sempre pré-dado (Husserl, 2012). Ainda, sobre isso, Soares (2008, p. 66) afirma que "[...] as relações a priori que se fundam entre os objetos ideais são independentes das características reais e das experiências meramente empíricas e sensíveis das consciências que eventualmente as apreendem no processo de conhecimento".

Bicudo (2011b) expliqua que, para Husserl, os objetos matemáticos são abstratos e ideais, mas que devem ser entendidos como objetos que "[...] carregam consigo possibilidades de complementação, de aplicação, de mobilidade na forma de suas articulações (Bicudo, 2011b, p. 64, tradução nossa)[22]. Portanto, podem ser modificados, estendidos em seus sentidos. A fim de exemplificação, podemos mencionar a expansão dos conjuntos numéricos ao longo da história. A princípio, foi estabelecido o conjunto dos Números Naturais. Este, não dando conta do que estava posto, solicitou um aprimoramento/ampliação, possibilitando a elaboração de um novo conjunto numérico, o conjunto dos números Inteiros. À medida que desafios surgiam, dentro da própria Matemática e ou de aplicação dela em outras áreas do conhecimento, novos conjuntos foram desenvolvidos, tais como o conjunto dos Números Reais e o conjunto dos Números Complexos. Esse movimento, dentre tantos outros, reflete a constante produção da Matemática ao longo da história, indicando a sua vitalidade enquanto ciência desenvolvida por seres humanos para resolver problemas inerentes à Matemática e a outras áreas do conhecimento.

Após a exemplificação, retomemos a dois aspectos mencionados anteriormente: a abstração e idealidade. A idealidade dos objetos apresentado na Fenomenologia husserliana não é a mesma da concepção platônica, que se refere a objetos ideais que pertencem ao Mundo das Ideias. Soares (2008, p. 73) explica as que idealidades matemáticas e "[...] suas relações, por sua vez, não existem no mundo espaço-temporal percebido pela sensibilidade, não estão submetidos ao tempo – pensado como tempo objetivo do mundo da natureza – e seu conhecimento se dá de forma a priori [...]". O autor esclarece que uma idealidade é constituída pelas essências, mesmo que remeta a algo "real" (como o conceito de casa) e não pode ser confundido ontologicamente pelas investigações empírica e lógica.

> Esta idealidade, no entanto, como qualquer idealidade, não altera em nada o fato de que as teorias são configurações humanas, essencialmente referentes a atualidades e potencialidades humanas, pertencentes, assim, a essa unidade concreta do mundo-da-vida cuja concreção vai mais longe, por conseguinte, do que a concreção das 'coisas'. Isto é justamente válido, de modo correlativo, para as atividades científicas, para as atividades experienciadoras, para as que constroem as configurações lógicas "com base" na experiência, atividades nas quais as configurações ocorrem sob a figura originária e nas modificações originárias, nos cientistas particulares e na relação mútua dos cientistas: como origem das proposições, das demonstrações etc., tratadas todas elas em comum (Husserl, 2012, 106).

[22] Tradução nossa do original: "They carry with them possibilities of completing, of application, of mobility in the chain of is articulations".

O caráter abstrato significa que esses objetos são imutáveis, atemporais, sem causalidade, pois "[...] são significados entendidos no contexto da afirmação de que a Matemática apresenta estabilidade e mobilidade essencial" (Bicudo, 2011b, p. 64, tradução nossa)[23]. A autora explica que o atemporal diz de a possibilidade de os objetos matemáticos serem compreendidos por outros matemáticos que não aqueles que intuíram, num primeiro momento, a invariabilidade do objeto. São ditos (os objetos) sem causalidades, pois não são submetidos a procedimentos das ciências naturais (indução empírica), não derivam de efeitos exteriores, mas são produtos do mais alto nível de desenvolvimento espiritual. Em outras palavras, não decorrem dos objetos *em-si*, mas das vivências em suas multiplicidades, ao visar um isto, seja pela percepção de um objeto aqui e agora, seja pela evocação de imagens, lembranças ou afiguração, por exemplo.

Como já mencionada, a idealidade a que Husserl se refere não tem a mesma concepção do Mundo das Ideias, mas refere-se ao que se constitui na intencionalidade da subjetividade transcendental, pois

> [...] transcende as próprias experiências perceptivas desdobradas nos atos da consciência quando o sujeito se dá conta do que está processando e pelo movimento de reflexão e de atos de abstração, reúne de forma articulada compreensões e interpretações já efetuadas sobre o objeto focado, dando origem a outros objetos. Estes, ao serem expressos e comunicados a cossujeitos, ganham vida na dimensão histórico-cultural, porém com características agora diversas, daquelas concernentes às vivências de individuais (Bicudo, 2013, p. 29).

Esse movimento pode se dar de forma una e múltipla, pois cada pessoa pode visar e variar ao seu modo, transcendendo o individual e a ele retornando. Conforme compreendemos, ao realizar a variação imaginativa, o matemático articula o que já está posto e se lança em um pensar que vai além, supondo o não pensado, fazendo projeções a respeito da sua região de inquérito. Necessita, ao buscar por novos conhecimentos, articular além dos atos imaginativos outros atos, tais como o de recordar, analisar, compreender. Esses atos possibilitam ao matemático articular aquilo que é por ele visado e que já está posto na comunidade acadêmica, em termos de tradição e registro e mantidos pela linguagem, suspendendo, questionando e de certa forma "revivendo" estes conhecimentos, o que lhe abre possibilidades de ir além

[23] Tradução nossa do original: "[…] are meanings understood in the context of the affirmation that mathematics presents stability and essential mobility".

do já posto, ampliando, desse modo, seus horizontes compreensivos. O matemático realiza um movimento na busca do que já está dado pela comunidade, mas sem deixar de duvidar e questionar, buscando compreensões por outros perfis, por outros modos que não os já visados. E da mesma forma que visa o já produzido, compartilha, com a comunidade na qual está inserido, suas considerações a respeito do objeto visado.

A idealidade dos objetos da Matemática, na concepção de Husserl, é sustentada na linguagem (principalmente a escrita) cuja constituição abarca "experiências dos indivíduos e processos de teorização" (Bicudo, 2013, p. 28). A autora ainda afirma que as "[...] idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituíram pela primeira vez. Transcendem a subjetividade, mantêm-se na temporalidade sustentada pela linguagem, e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade e de mobilidade na cadeia de suas articulações" (Bicudo, 2013, p. 29). As idealidades podem ser sempre e novamente compreendidas de maneira genética por outros e por outras vias que não são "detectáveis" ou mapeáveis, mas se sustentam mediante a tradição como possibilidade e não mera transmissividade.

As idealidades da Matemática são concebidas pelo matemático, que se dão devido a seus horizontes compreensivo. Sokolowski (2004) apresenta um exemplo: o polimento de uma mesa e a ideia de figura plana. Uma superfície, tal como uma mesa, poderia ser lixada e polida a fim de transformar-se numa figura sem relevo, uma figura plana. Porém, por mais que realizássemos a ação de lixar e polir a mesa, jamais conseguiríamos transformá-la em uma figura geométrica plana perfeitamente lisa, tal como concebido matematicamente. O nosso entendimento sobre essa relação será descrito a seguir.

A ideia de planificação é uma idealidade. A ideia de pensar no polimento está vinculada aos atos da consciência de imaginar e refletir sobre o imaginado, que podem sempre ser novamente ativadas no mundo-da-vida. Através de uma projeção imaginativa, podemos imaginá-lo (o polimento) como tendo alcançado o limite físico. A idealidade da figura plana não está na mesa e não se dá sobre o objeto *em-si*. As idealidades não estão *em-si* dadas, fora da consciência. A mesa, *em-si*, não nos doa a ideia de figura plana, pois, se assim fosse, qualquer pessoa frente a uma mesa ou a qualquer "objeto plano", teria concebido a idealidade Matemática, ainda que possa em potencial. Conceber a figura plana é uma atividade do corpo vivente. Eu posso visar objetos da fisicalidade ou do pensamento com aquilo que pertence ao mundo circundante da cultura a que pertenço. A idealidade é um constructo humano, se dá no corpo-vivente e se expressa pela linguagem, é um pensar que está além do objeto físico, mas que pode se dar com o objeto visado.

É nesse movimento que "[...] conhecemos o objeto [visado] como conhecível mesmo em formas que não podemos conhecer [empiricamente]" (Sokolowski, 2004, p.169, inserção nossa). Bicudo (2011b) afirma que o matemático idealiza a possibilidade de perfeição, produz ideias e articula idealidades. Dito de outro modo, não há números, planos ou pontos no mundo empírico como idealizados pelos matemáticos. É nas vivências espirituais, corpóreas e psíquicas que podemos constituir as idealidades.

O exemplo supramencionado toma como foco a mesa, um objeto pertencente à realidade meramente empírica (*reale*). A materialidade da mesa se mostra em seus múltiplos modos de manifestação, que é a essência da percepção (Moura, 1989), sendo visada em sua multiplicidade de perfis, ou seja, já como uma "constelação noemática", pensada pelo matemático. O matemático constitui novos conhecimentos no horizonte compreensivo do seu mundo-da-vida. Conforme compreendemos, é na confluência de todas as vivências (espirituais, psíquicas e corpóreas), sob a regência das primeiras, que os objetos da Matemática vão se constituindo, demoradamente, na historicidade. A articulação dos atos da consciência, em um pensar e repensar, que pode se dar na individualidade ou coletivamente, constituem conhecimentos por meio de projeções imaginativas, sem dependência do mundo empírica, pois visam o percebido. Por exemplo, o conjunto dos números complexo, mesmo não possuindo uma interpretação de uma situação empírica, puderam ser idealizados. Por meio das projeções imaginativas, foi possível articular modos de conceber e de operar números pertencentes a esse conjunto, bem como teoremas e propriedades, pois eles foram visados pelos matemáticos que se dedicaram a desenvolver essa teoria.

Assim, os objetos com os quais a Matemática lida são do mundo-da-vida; nós os constituímos com a combinação de diferentes atos da consciência, tais como o da percepção, imaginação e reflexão, mas não possuem existência no mundo empírico, no *reale*. A Matemática, na postura fenomenológica, se constitui a partir dos atos da consciência, dando origem a uma idealidade (Sokolowski, 2004). O autor esclarece que, com esses objetos idealizados, podemos relacioná-los aos objetos concretos que experienciamos.

Como os objetos matemáticos não estão além do mundo-da-vida, podem ser transpostos para o mundo fenomênico, para fenômenos visados por outros, “emprestando” sua cientificidade para abrir possibilidades de entendimentos do próprio munda-da-vida. Isso se dá, em grande parte, à esfera espiritual dos atos da consciência, pois constituem a base das ciências e da cultura em geral (Ales Bello, 2006b).

6. À GUISA DE CONCLUSÃO

Ao interrogarmos a compreensão de Matemática na filosofia fenomenológica husserliana, demos destaque aos seus aspectos nucleares e nos enveredamos por uma reflexão que envolveu a produção e a constituição do conhecimento na visão fenomenológica. O conhecimento não é descoberto ou apenas construído, mas é, antes, constituído no mundo-da-vida pelos fluxos dos atos da consciência, sendo o ser humano, corpo-vivente, o fundante de todo o conhecimento.

Nessa abordagem, não ficamos presos a um conhecimento subjetivo. Ao ouvir, ler, observar, entre outras ações, experimentamos a presença do outro em nós mesmos. Esse outro também pode experimentar a nossa presença. A subjetividade também se constitui num movimento intersubjetivo. É nessa subjetividade e só com ela que se inicia o conhecimento. Com relação a isso, Husserl (2012) esclarece:

> “[...] ao mundo ‘objetivamente verdadeiro’, o mundo da ciência, ele é uma ***configuração de grau superior,*** com base no experienciar e pensar pré-científicos, e nas suas realizações de validade respectivas. Só um radical questionar retrospectivo ***pela*** subjetividade e, com efeito, pela subjetividade ***em última instância*** geradora de toda a validade do mundo com o seu conteúdo, em todos os seus modos, científicos e pré-científicos, bem como pelo ***que*** e o ***como*** das realizações da razão - só um tal questionar pode tornar compreensível a verdade objetiva e alcançar o ***sentido último do ser*** do mundo (Husserl, 2012, p. 55, destaque do autor).

A busca por um conhecimento objetivado, que se inicia na subjetividade, perpassa a intersubjetividade e alcança a objetividade que se mantem na linguagem e na possibilidade de outro-eu também compreendê-lo em sua idealidade. Isso se dá pelo rigor do método fenomenológico, que envolve as reduções progressivas sugeridas por Husserl e da variação livre imaginativa.

> A ***ingenuidade*** do discurso sobre a “objetividade” que deixa inteiramente fora de questão a subjetividade que experiência e que conhece, a subjetividade realizadora de modo efetivamente concreto, a ***ingenuidade*** do cientista da natureza ou do mundo em geral, que é cego para o fato de que todas as verdades por ele objetivamente adquiridas e que o próprio mundo objetivo (tanto como mundo quotidiano da experiência quanto como mundo cognoscitivo conceituai, de nível superior), o qual nas suas fórmulas e o substrato, e a ***configuração*** da sua própria ***vida,*** configuração surgida nele mesmo - tal ingenuidade não é mais possível, e claro, logo que ***a vida*** se coloca no foco da visão (Husserl, 2012, p. 78, destaque do autor).

Ao evidenciar, na postura fenomenológica, os objetos matemáticos como abstratos e ideais, constata-se uma diferença substancial aos modos platônicos, visto que estes, os objetos, não estão em outro mundo. O conhecimento matemático é constituído pela pessoa, é o ser humano que elabora e atribuiu significados aos objetos que ele mesmo articula. E como está no mundo, estando interligado a ele, o processo de constituição do conhecimento se dá no estar com o outro: articulando, argumentando, testando, dialogando... Ou seja, a constituição do conhecimento matemático se dá no mundo-da-vida com o outro, nas vivências. Não queremos dizer com isso que a Matemática está no mundo, no empírico. É com e nas vivências do corpo-vivente (ponto zero de todo o conhecimento) que o ser humano elabora, cria e articula idealidades. Ele produz os objetos matemáticos, com base em suas vivências, estando com o outro, e busca fazer articulações e transpor aquilo que a Matemática estuda para o mundo empírico.

O conhecimento matemático é produzido pelo ser humano, no um corpo-vivente entendido como uma totalidade (corpórea, psíquica e espiritual). A constituição do conhecimento se inicia na subjetividade do matemático, nas vivências de um corpo-vivente, imerso no mundo-da-vida que pelos atos da consciência vai articulando diversos conhecimentos sobre o visado, que se mostra em seu modo de doação, e que com o diálogo com o outro, que também articula compreensões sobre o visado, produz idealidades, ultrapassando assim a esfera da subjetividade e atingindo a objetividade.

Diante do apresentado, até onde nossa pesquisa pôde abarcar, a Fenomenologia apresenta argumentos significativos para dar conta da explicação de como o conhecimento matemático se constitui. Como trabalhos futuros, consideramos importante nos determos, com mais profundidade e abrangência, nas obras de Edmund Husserl.

7. REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 2ª tiragem. SP: Martins Fontes, 2007.

ALES BELLO, A**. Fenomenologia e ciências humanas: implicações éticas**. Memorandum, n. 11, p. 28-34, 2006a.

ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Belo Horizonte: Spes Editora, 2006b.

ARISTÓTELES. **Metafísica**. **Ensaio introdutório**, texto grego com tradução e comentário de Giovanni Reale. Volume II: Texto grego com tradução ao lado. Tradução para o português de Marcelo Perine. São Paulo: Loyola, 2002**.**

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática.** Rio de Janeiro: Zahar Editora, 1976.

BECKER, F. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a01.

BICUDO, M. A. V. Aspectos da pesquisa qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011a, p. 29-40.

BICUDO, M. A. V. The constitution of mathematical science from a phenomenological perspective. **RIPEM – Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** SBEM. Vol.1, no. 1, 2011b.

BICUDO, M. A. V**. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento** da Educação Matemática. In: Flores, C.R. e Cassiani, S. (Org.). Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação Matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento. 1ªed.Campinas: Mercado das Letras, 2013, v. 01, p. 17- 40.

BICUDO, M. A. V.; SILVA, A. A. **Análise de descrições de vivências em situações de constituição de conhecimento.** In: Catarina Brandão; José Luís Carvalho; Jaime Ribeiro; António Pedro Costa. (Org.). A prática na Investigação Qualitativa: exemplos de estudos. 1 ed. Aveiro: Ludomedia, 2018, v.2, p. 153-178.

BICUDO, M. A. V. Sobre história e historicidade em Edmund Husserl. In: Cadernos da EMARF, Fen. e Direito, Rio de Janeiro, v.9, n.1, p.1-174 abr./set.2016. Disponível em: https://sfjp.ifcs.ufrj.br/revista/downloads/sobre_historia_e_historicidade.pdf. Acesso em: 23 nov. 2020.

BICUDO, M. A. V. PESQUISA FENOMENOLÓGICA EM EDUCAÇÃO: POSSIBILIDADES E DESAFIOS. **PARADIGMA**, *[S. l.]*, p. 30-56, 2020. Disponível em: http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/928. Acesso em: 14 jun. 2021.

BICUDO, M. A. V. **Corpo vivente: centro de orientação eu-mundo-outro**. Médica Review, v. 10, n. 2, p. 119-135, 2022. https://doi.org/10.37467/revmedica.v10.3337.

DARTIGUES, A. **O que é fenomenologia**? São Paulo: Centauro, 2005.

DRAGO, A. The birth of the non-Euclidean geometries as the more significant crisis in the foundations of modern mathematics. **Logic Philos Sci**, v. 9, n. 1, p. 103-110, 2011. Disponível em: https://sites.units.it/episteme/L&PS_Vol9No1/L&PS_Vol9No1_2011_09_Drago.pdf. Acesso em: 12 dez. 2023.

FURTADO, J. L. **Verdade na Fenomenologia de Husserl**. Ouro Preto: UFOP, 2019.

HESSEN, J. **Teoria do conhecimento**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

HUSSERL, E. **A ideia da fenomenologia**. Tradução Artur Morão. Lisboa: Ed. 70, 2000.

HUSSERL, E. **Meditações cartesianas:** uma introdução a Fenomenologia. Tradução de Frank de Oliveira. São Paulo: Madras, 2001.

HUSSERL, E**. Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica: introdução à fenomenologia pura**. Tradução de Márcio Suzuki. São Paulo: Ideias & Letras, 2006.

HUSSERL, Edmund. A ingenuidade da ciência. **Revista Scientia AE Studia**, São Paulo, v.7, n.4, p.659-670, 2009.

HUSSERL, E. **A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental: uma introdução a filosofia fenomenológica.** Tradução de Diogo Falcao Ferrer; l.ed. - Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

HUSSERL, E. **Meditações cartesianas: uma introdução a Fenomenologia**. Tradução de Fábio Mascarenhas Nolasco. São Paulo: Edipro, 2019.

KLÜBER, T. E.; TAMBARUSSI, C. M.; MUTTI, G. S. L. O problema filosófico da teoria da representação e desdobramentos para a Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 289-324, 31 ago. 2022. Pontifical Catholic University of Sao Paulo (PUC-SP).

LOHMAR, D. Intuição na Matemática. Sobre a função da variação eidética nas provas Matemáticas. **Phainomenon**, [S.l.], n. 20-21, p. 9-24, oct. 2010. Disponível em http://phainomenon-journal.pt/index.php/phainomenon/article/view/261. Acesso em: 30 ago. 2022.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da Matemática.** 6ª edição, São Paulo: Cortez, 2005.

MOURA, C. A. R. **Crítica da razão da fenomenologia**. São Paulo: Nova Stella/Usp, 1989.

MOURA, C. A. R. “Prefácio”. *In*: HUSSERL. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**: introdução à fenomenologia pura. Tradução de Márcio Suzuki. São Paulo: Ideias & Letras, 2006.

PONTE, J. P., BOAVIDA, A., GRAÇA, M., e ABRANTES, P. **Didáctica da Matemática: Ensino secundário**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário, 1997.

RAMON, R.; KLÜBER, T. E. UMA INCURSÃO HISTÓRICO FILOSÓFICA NA MATEMÁTICA E SEUS RESPINGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (Manuscrito não publicado). [s.l.]:[s.n.].

ROSA, M.; BICUDO, M. A. V. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: Paulo, Rosa M.; Firme I.C.; Batista, C. C. (Org.). **Ser professor com tecnologias: sentidos e significados**. 1ed.São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, v. 1, p. 1-28.

SILVA, J. J. **Filosofias da Matemática**. - São Paulo: Editora UNESP, 2007.

SILVA, J. J. Matemática e Fenomenologia. *In*: II Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos, 2004, Bauru, SP. **Anais** do II SIPEQ. Bauru, SP, 2004.

SNAPPER, E. As três crises da Matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. **Revista Humanidades**, volume II, n. 8, p. 85-93, jul-set. 1984.

SOARES, F. P. **A idealidade e a fenomenologia nas Investigações Lógicas de Husserl**. Dissertação de Mestrado, UFMG, 2008.

STEIN, E. J. **Mundo Vivido**: **Das vicissitudes e dos usos de um conceito da fenomenologia**. - Porto Alegre: EDIPUCRS, **2004**.

SOKOLOWSKI, R. **Introdução à Fenomenologia**. Tradução: Alfredo de Oliveira Moares. São Paulo: Loyola, 2004.

ARTIGO 3

A MATEMÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA: EXPONDO COMPREENSÕES DE ESTUDANTES DO ENSINO SUPERIOR

Resumo: Este artigo é parte da tese que investigou a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática. Aqui, concentramo-nos, especificamente, nas compreensões de estudantes, sob a interrogação: “O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática para estudantes do Ensino Superior?”. Guiados pela filosofia fenomenológica, apresentamos as compreensões de Matemática por estudantes de Licenciatura em Matemática que vivenciam atividades de Modelagem Matemática em sua formação e que estudam aspectos teóricos disseminados pela comunidade da Modelagem. Articulando os depoimentos das entrevistas realizadas com estudantes, elencamos seis categorias abertas que, em um movimento reflexivo, culminaram em compreensões sobre a Matemática. Entre elas, destacou-se a compreensão por partes dos entrevistados de que a Matemática tem o papel de representar o mundo empírico e que, mesmo possibilitando um pensar mais reflexivo, ela mesma não é refletida. A concepção de Matemática permanece alinhada ao ideal platônicos ou à visão aristotélica. É uma Matemática com sentido para o estudante com a direta articulação a sua aplicação.

Palavras-chave: Matemática, Modelagem Matemática, Estudantes, Fenomenologia, Educação Matemática.

Abstract: This article is part of the thesis that interrogated mathematics in Mathematical Modeling in Mathematics Education. Here, we specifically focus on the understandings of students, under the question: What is this, Mathematics in Mathematical Modeling in Mathematics Education for Higher Education students?”, we seek, guided by phenomenological philosophy, to expose understandings of how Mathematics is understood by Mathematics degree students who experience Mathematical Modeling activities in their training. From the students' speech, we articulated six open categories that, in a reflective movement, culminated in understandings about Mathematics. Among them is the understanding that Mathematics is in the investigated situation having the power to represent the empirical world and that, even though it enables more reflective thinking, it itself is not reflected. The conception of Mathematics remains aligned with the Platonic ideal or the Aristotelian vision. It is Mathematics with meaning for the student and this meaning is articulated with the application of Mathematics.

Keywords: Mathematics, Mathematical Modeling, Students, Phenomenology, Mathematics Education.

1. INTRODUÇÃO

Ao longo da história, diversos modos de compreender e estruturar a Matemática foram apresentados. Filósofos e pensadores, como Platão, Aristóteles, Euclides, Kant, Leibniz, Poincaré, Brouwer, Russell, Frege, Hilbert, Cantor, Dedekind, Husserl e Peano, dentre outros, dedicaram-se a programas de estudo filosófico sobre a Matemática (Silva, 2007).

Muitas mudanças ocorreram e, mesmo que sejam radicais "[...] sob muitos aspectos, [preservaram] o interesse da Matemática na realidade e no mundo no qual vivemos" (Silva, 2022, p. 8, reescrita nossa). Essa radicalidade pode ser observada no final do século XIX e início do século XX, quando se buscou uma fundamentação para a Matemática, movimento realizado, dentre outros, pelo Logicismo, Formalismo e Intuicionismo. Dentre essas abordagens, o Formalismo tornou-se a concepção hegemônica, seja por sua eficiência e praticidade, seja por não se preocupar em dizer o que é Matemática, mas fazê-la em níveis cada vez mais abstratos.

Mesmo com essa tentativa de solidificar os alicerces dos fundamentos da Matemática, diversos problemas foram identificados, não chegando a atingir os objetivos aos quais essas escolas filosóficas se propuseram (Silva, 2007; Snapper, 1984; Barker, 1976).

Ao longo do tempo, houve avanços significativos, em termos filosóficos e epistemológicos, mas ainda, muitas vezes, o tema é negligenciado no campo da formação de professores de Matemática e dos cursos de Ensino Superior, uma vez que o modelo da universidade brasileira e dos cursos de formação de matemáticos e licenciados é fragmentado e, com forte influência pragmática, nos quais, em termos curriculares, discussões históricas e filosóficas quase beiram à ausência[1].

Nesse sentido, ao interrogarmos "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática para estudantes do Ensino Superior?", coloca-se, nesta lacuna, para pensarmos o sentido da Matemática, no contexto da Modelagem Matemática[2].

A Modelagem Matemática na Educação Matemática tem suas origens na Matemática Aplicada. A busca por compreender uma situação/problema, com Matemática, se mostrou atrativa para professores e pesquisadores da Educação Matemática, que incorporaram no contexto educacional essa abordagem, porém, com objetivos e modos de proceder próprios. Nesse sentido, é importante sinalizar que, no

---

[1] As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, estabelecem que conteúdos de História e Filosofia da Matemática devem ser contemplados na formação do licenciando em Matemática (Brasil, 2001), mas não determinam carga horária e nem a obrigatoriedade de uma disciplina específica que aborde a temática, ficando a cargo das instituições de ensino definirem a abordagem.

[2] No decorrer do texto, para evitar repetições, usaremos Modelagem, Modelagem Matemática como sinônimo de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Quando a Modelagem Matemática se tratar de outro campo que não o mencionado anteriormente utilizaremos da expressão Modelagem Aplicada.

contexto educacional, as abordagens realizadas são variadas, de acordo com a perspectiva, segundo apresentado por Kaiser e Sriraman (2006) ou Galbraith (2012), ou pela concepção assumida, tais como as de Barbosa (2004), Bassanezi (2002), Burak (1992), entre outras.

O interesse pelo fenômeno que investigamos foi se constituindo na medida em que avançamos com leituras atentas à Matemática em textos de Modelagem, e a ausência de reflexão foi se mostrando mais ampla, tanto na Modelagem como em outras pesquisas, em contextos de não Modelagem que focaram nas concepções de professores de Matemática, como nos trabalhos de Becker (2012, 2019).

Agregado a isso, estudos filosóficos sobre Matemática foram realizados (Ramon; Klüber, 2024), de tal modo que podemos afirmar que, desde a antiguidade, aspectos da Matemática são questionados e continuam em pauta, sejam por matemáticos com interesse em Filosofia da Matemática – como é o caso de Stewart Shapiro e Jairo Silva – ou educadores interessados em Filosofia da Educação Matemática – como Paul Ernest e Maria Viggiani Bicudo –, mesmo que pareçam sofrer momentos de latência, como se pode ver ao longo da história.

Ainda que pareça um tanto óbvio que, em atividades de Modelagem, a Matemática esteja contemplada, é essa obviedade que nos interessa, porque, como mencionado por Husserl (2006), o óbvio é, em geral, obscurecido pela atitude natural, a atitude de aceitação do mundo e das teorias científicas como reais e verdadeiras sem uma reflexão filosófica.

Portanto, assumindo uma postura fenomenológica, expomos compreensões de como a Matemática é concebida por aqueles que vivenciaram atividades de Modelagem Matemática em sua formação. Esses sujeitos foram eleitos no horizonte compreensivo dos estudos filosóficos da Matemática e epistemológicos da Modelagem Matemática. Para tanto, analisamos e interpretamos hermeneuticamente as entrevistas realizadas com 13 estudantes, sujeitos significativos[3] para a pesquisa, por terem vivenciado Modelagem no seu processo de formação acadêmica. Cabe destacar que todos os entrevistados relataram que a vivência com Modelagem Matemática se deu de forma prática (ao realizarem e produzirem atividades de Modelagem orientados por professores com experiência nessa área) e teórica (ao

[3] Sujeitos significativos são os que vivenciam o fenômeno investigado (Bicudo, 2011). No caso desta pesquisa, são os estudantes do Ensino Superior, que vivenciaram a Modelagem Matemática em sua formação acadêmica.

estudarem produções textuais da comunidade acadêmica da Modelagem Matemática, tais como artigos, capítulos de livros, relatos de experiência, entre outros).

Ao realizarmos, inicialmente, buscas por estudos que versavam pelo fenômeno investigado, encontramos trabalhos como os de Klüber (2012) e Tambarussi e Bicudo (2020) - pesquisas que se sustentaram em textos significativos que circulam na comunidade acadêmica da Modelagem - e Tambarussi (2021) e Tambarussi e Bicudo (2022) - pesquisas que articulam compreensões de entrevistas realizadas com autores significativos da Modelagem no contexto brasileiro. Com desses estudos prévios, sentimos a necessidade de aprofundar a pesquisa, detendo-nos, especificamente, à Matemática vivida pelos estudantes sujeitos às ações de Modelagem Matemática na sua formação. Além de se diferenciar dos trabalhos supramencionados, ir aos estudantes é um modo de compreender aquilo que lhes "chega" sob o seu horizonte. É por meio deles que se expressa o entendimento daquilo que se faz por meio da Modelagem em contexto educacional. Portanto, não estamos focados na produção do conhecimento, que tem sentido epistemológico e nem na teorização dos autores, mas no entendimento da Matemática veiculada por meio da Modelagem, portanto, com sentido ontológico.

As compreensões dos estudantes abrem caminhos para o esclarecimento do solo de nossa região de inquérito. É uma possibilidade de compreender modos de conceber a Matemática quando se trabalha com Modelagem Matemática no Ensino Superior.

Nesse sentido, ao nos dirigirmos ao expresso pelos estudantes, quando possível, também direcionamos o olhar para a produção acadêmica da área da Modelagem Matemática. Fazemos isso não como uma lente teórica, mas como abertura para possibilidades de entendimentos e de convergências (ou não) com o que já está posto na literatura.

Antes, porém, explicitaremos os procedimentos para a produção de dados de pesquisa e sua respectiva análise e interpretação.

2. SOBRE OS MODOS DE PROCEDER NA PRODUÇÃO DOS DADOS[4] DA PESQUISA

[4] Usamos a expressão produção de dados – e não coleta de dados – devido aos entendimentos sobre os termos produzir e coletar. Concordamos com Ramon e Klüber (2021, p. 2) ao afirmarem que o

Na busca por compreensões sobre o interrogado, assumimos uma postura fenomenológica com enxerto hermenêutico e deixamo-nos conduzir pela interrogação "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática para estudantes do Ensino Superior?".

Ales Bello (2006) entende a Fenomenologia como uma possibilidade de reflexão do ser humano sobre aquilo que se mostra, busca desvelar e compreender o sentido daquilo que se apresenta à consciência. Esse modo de proceder constitui-se como uma abordagem rigorosa à compreensão do fenômeno investigado, pois busca ir-à-coisa-mesma tal como ela se manifesta (Bicudo, 2011). Para isso, é necessário despir-se de crenças, antecipações teóricas, julgamentos, pressuposições e projeção de expectativas, colocando em suspensão aquilo que está posto na comunidade, para, então, refletir sobre o que se manifesta do fenômeno.

Inferimos que esse movimento de suspensão abre possibilidades para compreender a Matemática na Modelagem sem assumir previamente as ideias já expressas na produção acadêmica da área. A compreensão é possível, segundo Hermann (2002), porque o ser humano habita um mundo constituído pela totalidade das relações em que está imerso.

Entrevistar, analisar e interpretar o que é dito pelos estudantes do Ensino Superior, que vivenciaram atividades de Modelagem Matemática, possibilita compreender como a Matemática se revela para aqueles que são o foco principal do contexto educacional: os estudantes.

A palavra *entrevista*, em sentido fenomenológico, diz de um movimento recíproco e dialógico que acontece entre o pesquisador e os sujeitos significativos da pesquisa. Ambos estão envolvidos pelo ato de falar, escutar, questionar e compreender (Mutti, 2020).

Nas entrevistas, os entrevistados eram convidados a relatar atividades de Modelagem Matemática que vivenciaram. Além disso, foram incentivados a compartilhar suas experiências, opiniões e reflexões sobre a Matemática. Os entrevistados relataram suas vivências (como as atividades foram desenvolvidas, seus anseios, suas constatações), o que possibilitou abertura para novos

---

pesquisador "[...] produz dados e não apenas coleta. A palavra *coletar* diz de um movimento de colher, recolher aquilo que já está pronto, enquanto produzir se refere a um movimento que necessita da ação do pesquisador para se chegar ao que se quer investigar".

questionamentos. Dada a dinamicidade das entrevistas, solicitamos, em momentos que julgamos necessário, esclarecimentos sobre o que era dito. Esses esclarecimentos não tiveram o intuito de induzir as respostas dos entrevistados, mas elucidar aspectos que poderiam ter ficado obscuros, buscando articular pontos que julgamos relevantes, permitindo assim uma compreensão do que era dito.

As entrevistas foram realizadas de forma remota no ano de 2022 via plataforma *Teams*, com o tempo de realização variando de 18min a 47min. Os momentos foram gravados (em formato de vídeo) e, posteriormente, as falas foram transcritas. Na ocasião da realização das entrevistas, todos os entrevistados frequentavam aulas em um curso de Licenciatura em Matemática (modalidade presencial com duração de 4 anos), situados em quatro cidades do estado do Paraná. Dos 13 entrevistados[5], sete relataram estar matriculados no sexto período, dois no sétimo período e quatro estudantes estavam no oitavo período da graduação.

Todos os entrevistados mencionaram vivenciar Modelagem em disciplinas específicas (obrigatórias ou eletiva) que tematizam a Modelagem na Educação Matemática[6]. Houve a indicação, por um estudante, que a vivência com Modelagem Matemática também se deu no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) e no Programa Institucional de Apoio à Inclusão Social (PIBIS). Outro estudante relatou vivenciar Modelagem, além de disciplinas ofertadas pelo curso de graduação, em um projeto de extensão. Isso mostra a variedade de contextos que a Modelagem foi vivenciada pelos estudantes: pesquisa, extensão e ensino.

Com as entrevistas transcritas, iniciamos o movimento de análise do fenômeno investigado, em que a interrogação e o dito pelos sujeitos significativos estavam no centro de nossa atenção. Para a organização dos dados da pesquisa, utilizamos o

---

[5] Para estabelecer contato com sujeitos que se mostram significativos para a pesquisa, iniciamos um diálogo (presencialmente ou via e-mail) com professores/pesquisadores que participaram do IX Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática (EPMEM), evento realizado presencialmente no ano de 2022. Cinco professores mostraram interesse em colaborar com a pesquisa e, por intermédio destes, foi possível um primeiro contato, via e-mail, com os estudantes. Desse movimento, tivemos o aceite de 13 sujeitos, estudantes matriculados em 4 cursos de licenciatura em Matemática do Estado do Paraná, para participarem da pesquisa.

[6] Conforme pesquisa realizada posteriormente às entrevistas, na matriz curricular dos cursos aos quais os estudantes estavam matriculados, observou-se que a carga horária e o modo de oferta das disciplinas que tematizam a Modelagem Matemática apresentavam variações de acordo com o curso. Em um dos cursos, os estudantes têm, em sua grade curricular, duas disciplinas obrigatórias, com carga horária de 51 horas cada. Uma é ministrada no quarto semestre do curso e outra no quinto. Há, em um curso, uma disciplina eletiva com duração de 120 horas. Já em outro curso, é ofertada uma disciplina obrigatória de 60 horas no segundo semestre. Além disso, em outro curso de Licenciatura em Matemática, há uma disciplina com carga horária de 75 horas, ofertada no sexto semestre.

software ATLAS.ti. Salientamos que o software não realiza análises; todo o movimento de análise, interpretação e reflexão é realizado pelo pesquisador. O *software* auxilia no armazenamento, organização, agrupamento e visualização dos dados.

Quanto à utilização do *ATLAS.ti,* Klüber, Mutti e Tambarussi (2021) sinalizam dois aspectos importantes. O primeiro diz da reorganização do tempo que torna o processo mais ágil permitindo que o pesquisador tenha mais tempo para se dedicar à análise do fenômeno, e o segundo se refere aos diferentes modos de visualizar os dados. "Ainda que o movimento fenomenológico permaneça o mesmo, em seu modo, ele se modifica, porque a dimensão hilética (aquela que dá materialidade ao visto, sendo visado) é outra" (Klüber; Mutti; Tambarussi, 2021, p. 6). Os autores explicam que a postura atenta do pesquisador continua sendo primordial.

Ressaltamos, ainda, quanto a utilização do *ATLAS.ti,* que o sentido e os significados que se buscam compreender são mantidos no horizonte do pesquisador que interroga, vivendo a pesquisa. Dito de outro modo, não é possível realizar a pesquisa, bem como a análise dos dados produzidos sem o pesquisador, mas é possível fazê-los sem o *software.*

Simultaneamente à leitura das transcrições, atentávamos à fala e observávamos as expressões dos estudantes, um procedimento que nos auxiliou na compreensão do sentido das manifestações.

Com relação ao procedimento de análise, nos orientamos pelo apresentado por Bicudo (2011), efetuando a análise ideográfica e a análise nomotética. A análise ideográfica se baseia nas expressões das ideias com a utilização de símbolos, o que ajuda a descrever a estrutura do discurso do sujeito. Fizemos isso ao destacar excertos da entrevista que diziam do interrogado e, articulamos a ele, as Unidades de Significado (US)[7]. No Quadro 1, para fins de exemplificação, apresentamos o modo de procedimento realizado para a produção das US, ou seja, o movimento realizado na análise ideográfica.

---

[7] Unidades de Significado são asserções articuladas pelos pesquisadores com base nos excertos destacados, à luz da interrogação que orienta a pesquisa. Elas expressam a linguagem do sujeito investigado em uma linguagem que condiz com a linguagem do pesquisador, mas que não altere o sentido do dito (Bicudo, 2011).

Código	Excerto	US
31 ¶ 66 em E10[8]	Eu acredito que o matemático é aquela pessoa que vai identificar o problema. Ele precisa, primeiro passo, identificar um problema. Depois, ele tem que pensar: é possível trazer esse problema para a parte Matemática? Que seria a parte Matemática da coisa. Então, a partir disso, ele vai tentar, de algum modo, trazer esse problema, a matematização para trazer esse problema para a parte Matemática da coisa.	É preciso primeiro identificar o problema e depois pensar se é possível trazer o problema para a Matemática.
37 ¶ 120 em E3	Então, vai muito de pessoa para pessoa. Você vê pela personalidade dele em relação a falar as coisas e impor o que é certo e errado, você vê que ele é mais confiante nas falas que ele fala. Às vezes a gente fica em dúvida, a gente fala: "Então, vamos ficar mais retido".	O certo ou errado é determinado pela fala das pessoas mais confiantes.

Quadro 1: Exemplo do movimento constitutivo das US.
Fonte: Elaboração própria.

Na análise nomotética, são analisadas as convergências expressas pelas US. Nesse sentido, realizamos reduções que vão além do aspecto individual da análise ideográfica, articulando-as em Ideias Nucleares. Desse movimento que buscava por ideias relevantes, articulamos das US, 13 Ideias Nucleares.

No Quadro 2, exemplificamos o movimento realizado na análise nomotética, resultantes de um primeiro movimento de redução. As US que constituem cada uma das Ideias Nucleares são apresentadas no Apêndice B.

Código	Ideias Nucleares	Quantitativo de US
IN1	A Matemática é a mesma ou diferente de outros contextos	23
IN2	Matemática não tem o carácter de ciência	5
IN3	Matemática como linguagem	16
IN4	Uma verdade exata/quase-exata	64
IN5	A Matemática representa a coisa	14
IN6	O caráter evolutivo da Matemática	9
IN7	A Matemática está na coisa	65
IN8	A Matemática é um modo de se dirigir às coisas	155
IN9	Uma coisa com dependência humana	22
IN10	À Matemática é atribuído sentimentos/dificuldades	21
IN11	Uma Matemática com sentido para o estudante	21
IN12	É algo que ainda não foi pensado	14
IN13	A Matemática é uma possibilidade de pensar	12

Quadro 2: Primeira redução, Ideias Nucleares.
Fonte: Elaboração própria.

8 O código 31 ¶ 66 em E10 indica a localização da US, sendo a leitura na ordem da esquerda para a direita: trigésima primeira US articulada do texto que se encontra no parágrafo 66 da transcrição da entrevista do décimo entrevistado (E10).

A Figura 2 apresenta as US que compõem a Ideia Nuclear “A Matemática representa a coisa”. Esta Ideia Nuclear revela que a Matemática, de certa forma, é entendida pelos sujeitos significativos como aquilo que representa, reproduz e descreve uma situação. Há o entendimento que representações matemáticas utilizadas assumem o lugar do objeto, de modo que, pela representação, é possível falar do objeto de forma fidedigna.

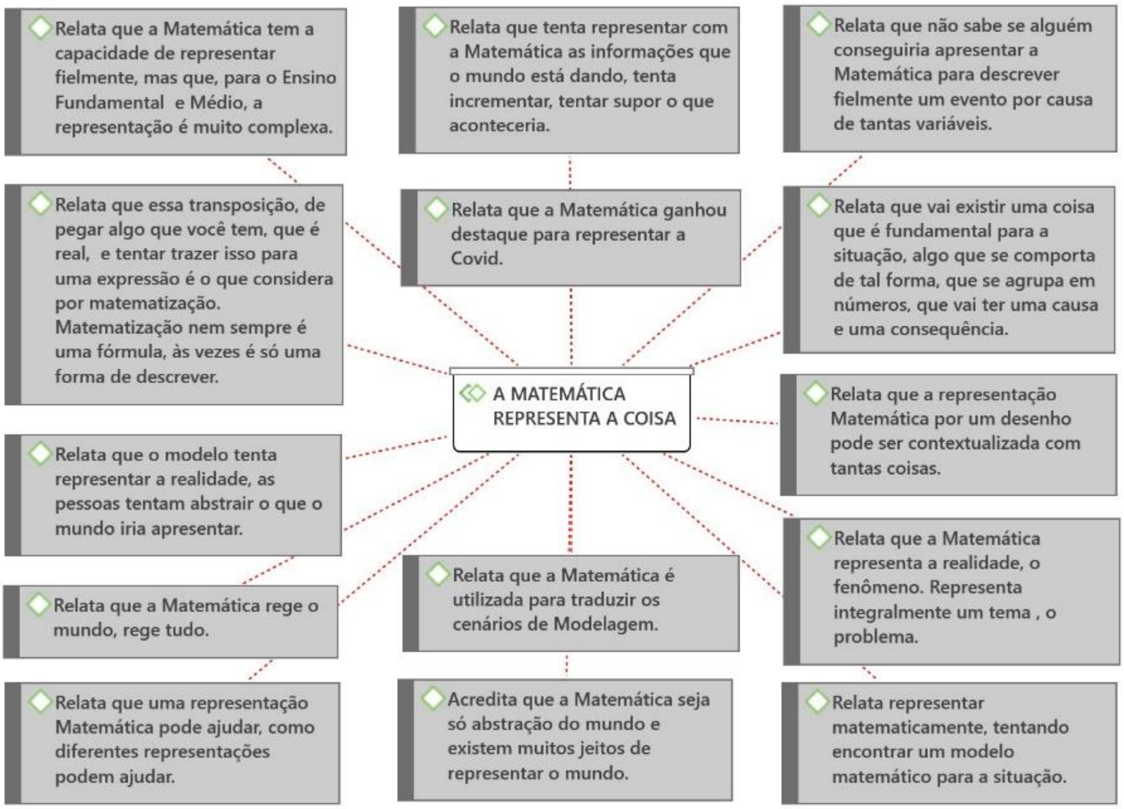

Figura 1: US constituintes da Ideia Nuclear “A Matemática representa a coisa”.
Fonte: Elaboração própria.

Ao buscar por confluências temáticas, realizamos um movimento reflexivo com a leitura cuidadosa e repetida das US[9] de cada uma das Ideias Nucleares, sempre tendo como guia a interrogação que orienta a pesquisa. Desse movimento intenso de leitura e releitura para compreender “o que a Ideia Nuclear diz, do que ela fala”, articulamos confluências temáticas que denominamos de Categoria Aberta[10], conforme apresentamos no Quadro 3.

[9] As US que constituem cada uma das Categorias Abertas estão apresentadas no Apêndice B.
[10] As Categorias Abertas, conforme apresentado por Bicudo (2011, p. 66), revelam as articulações realizadas “[...] no processo de investigação mediante as análises ideográfica e nomotética, abrindo-se ao trabalho hermenêutico, revelando possíveis horizontes de compreensão em movimento de vir a ser”. Cada uma das Categorias Abertas foi codificada como C1, C2, etc., como consta no Quadro 3.

Código	Ideias nucleares confluentes	Categorias Abertas
C1	A Matemática é a mesma ou diferente de outros contextos	A Matemática é uma verdade exata ou quase-exata, é a mesma ou diferente.
	Uma verdade exata/quase-exata.	
C2	Matemática não tem o carácter de ciência.	A Matemática como linguagem.
	Matemática como linguagem.	
C3	A Matemática é um modo de se dirigir às coisas.	A Matemática como modo de se dirigir e representar a coisa.
	Matemática representa a situação investigada.	
C4	Uma coisa com dependência humana.	A Matemática está vinculada ao ser humano, com significado para o estudante.
	À Matemática é atribuído sentimentos/dificuldades	
	Uma Matemática com sentido para o estudante.	
	O caráter evolutivo da Matemática	
	A Matemática é uma possibilidade de pensar.	
C5	A Matemática está ali.	A Matemática está na coisa
C6	É algo que ainda não foi pensado.	A Matemática na Modelagem não foi pensada.

Quadro 3: Segunda redução, Categorias Abertas.
Fonte: Elaboração própria.

Explicitadas a gênese da investigação, a postura investigativa, descrevemos e interpretamos o que as Categorias Abertas desvelam do fenômeno investigado. Adotamos, para a interpretação, a hermenêutica, pois, segundo Hermann (2002), essa abordagem pode abrir novas possibilidades de reflexão e uma compreensão mais ampla sobre aquilo que se mostra.

3. DESCRIÇÃO E INTERPRETAÇÃO DAS CATEGORIAS ABERTAS

Como mencionado, buscamos por possibilidades de entendimentos sobre “O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática para estudantes do Ensino Superior?”. Com foco na interrogação e no dito pelos sujeitos que se mostraram significativos para nossa pesquisa, apresentamos, na sequência do texto, as articulações que realizamos, explicitando a descrição das categorias bem como o movimento interpretativo, com abertura hermenêutica conforme Hermann (2002), buscando explicitar os sentidos e significados do fenômeno.

3.1 C1 – A Matemática é uma verdade exata ou quase-exata, é a mesma ou diferente

Como se pode depreender do seu nome, a categoria possui duas confluências temáticas que decorrem de crenças sobre o que a Matemática “é”. As US que constituem a categoria tematizam sobre: i) exatidão ou não da Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática e, ii) a Matemática da Modelagem ser ou não a mesma Matemática de outros contextos.

A Matemática, segundo os sujeitos significativos, é compreendida com possibilidades de ser exata ou não exata (quase-exata.) A não exatidão da Matemática é tematizada em duas perspectivas: uma que discute a unicidade da solução e do caminho para chegar às respostas das situações investigadas e outra que se refere à solução dar conta de descrever a situação investigada. Destacam-se, concernente à unicidade do caminho e da resposta, as US: “*a Matemática não é exata. [...] porque podemos encontrar diversas soluções para um mesmo problema (15 ¶ 34 em E6)”; “[...] na Modelagem tem vários caminhos e pelo mesmo caminho podemos chegar a respostas diferentes. E por caminhos diferentes podemos chegar na mesma resposta. A Matemática não é exata [...] (19 ¶ 42 em E6)”, “a exatidão vai depender de quem está fazendo e de quem está transpondo a Matemática do papel para o real (15 ¶ 30 em E9), “a Matemática, as vezes, não é exata, mas é porque na nossa vida também é assim, as coisas seguem sem linearidade (31 ¶ 38 em E2)”, “*a Matemática se mostra de uma forma diferente daquilo que sempre se fala: é exata. Na Modelagem, nem sempre é assim (1 ¶ 10 em E5)*”.*

O adjetivo *exato*(a) refere-se, segundo o dicionário online Dicio[11], àquilo “que tem grande rigor ou precisão”, “que não contém erro, certo, correto”. Exato “[...] é qualificado o procedimento (ou operação) no qual se reduza ao mínimo a probabilidade ou margem de erro que a situação comporta” (Abbagnano, 2007, p. 397).

O substantivo feminino *exatidão*, segundo o dicionário Michaelis[12], é utilizado para indicar: 1) Caráter ou qualidade de exato; 2) Rigor na determinação de medida, peso, valor etc.; 3) Atenção minuciosa no cálculo, precisão; 4) Cumprimento rigoroso, observância à risca de prazo, pontualidade; 5) Verdade absoluta na exposição dos fatos.

---

[11] Disponível em: https://www.dicio.com.br/exato/. Acesso em: 30 jul. 2023.
[12] Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/exatidão/. Acesso em: 30 jul. 2023.

Diante disso, depreendemos que as unidades convergem para a ideia de não exatidão da Matemática, a qual está articulada tanto à multiplicidade de caminhos quanto à multiplicidade ou unicidade de soluções. Efetuando variação imaginativa, é possível dizer que a multiplicidade de caminhos está articulada ao modo de fazer, aos métodos de resolução e às diferentes matemáticas ou representações matemáticas utilizadas para compreender o objeto modelado. Por exemplo, ao modelar a variação da temperatura de um corpo, diversas abordagens podem ser adotadas, como a utilização de diferentes tipos de funções, análise de gráficos, equação diferencial, entre outras. É essa variedade de abordagens que é múltipla e, portanto, abre a possibilidade de vislumbrar diferentes matemáticas para um mesmo objeto visado.

De outra perspectiva, a multiplicidade de respostas decorre da multiplicidade de caminhos. Porém, essa mesma multiplicidade pode, também, levar a respostas que convergem. Em outras palavras, é possível aferir a solução com as diferentes matemáticas empregadas chegando à mesma resposta. Este entendimento se refere, em última instância, aos caminhos e não à Matemática. Portanto, se refere ao modo como ela é empregada, aos métodos de resolução.

Outro aspecto que fundamenta a exatidão da Matemática diz respeito à representação ou não da realidade empírica. Ora os sujeitos sinalizam que *"a Matemática tem a capacidade de representar fielmente [...] (31 ¶ 91 em E4)"*, ora que "*a Matemática representa, não de forma fiel, por conta das aproximações (42 ¶ 86 em E9).* Justificam que *"as respostas nunca dão exatas porque dizem da realidade e a realidade muda, sofre diversas transformações (39 ¶ 73 em E12)* e que *"[...] é sempre algo aproximado, dentro dos critérios (12 ¶ 51 – 52 em E3*)". A não exatidão e quase-exatidão, conforme expresso nas US, decorre de uma tentativa de os modelos matemáticos descreverem o mundo empírico, e pelo fato de os entrevistados considerarem que o mundo muda, mas a Matemática não.

A ideia de que nossas compreensões devem refletir de maneira precisa e objetiva a realidade, conforme evidenciado nas US, sugere que o valor de verdade está vinculado ao que está fora do sujeito, no mundo empírico, ou seja, a verdade é determinada pelo objeto, pela realidade externa que doa o sentido. Diante disso, há, nas compreensões dos sujeitos, influências do pensar aristotélico e platônico, os quais se misturam e se fazem presentes, porém, com nuances no sentido de uma realidade que se modifica, mas continua contendo a verdade.

A não exatidão advém também dos dados ou situações para serem modeladas, da necessidade de ajustes matemáticos ao objeto estudado, com indicação do problema da medida que sempre contém erro. Conforme relatado pelos sujeitos significativos, tanto a exatidão quanto a não exatidão "depende *do tema [...] (9 ¶ 42 em E8)"* e *"[...] de quem está transpondo a Matemática do papel para o real (15 ¶ 30 em E9)".*

A ideia do certo ou errado também é mencionada pelos sujeitos significativos. *"Na Modelagem não tem certo ou errado, depende muito da pessoa, da forma como cada um interpreta (26 ¶ 90 em E3)".* Há o indicativo, a partir das respostas dos entrevistados, que, para essa Matemática da Modelagem, tudo é válido, pois ela fica vinculada ao entendimento subjetivo, sem a necessidade de uma constituição na esfera intersubjetiva. Dá indícios de um relativismo no valor de verdade da Matemática quanto à validade dos resultados matemáticos, já que tudo é válido. Essa é uma interpretação psicologizada da Matemática, atribuindo verdade ao comportamento e não à cognição e, assim, se mantem em uma esfera individualista. Dito de outro modo, nessa abordagem, o certo ou errado na Matemática estão suscetíveis as preferências individuais.

Ademais, há menções de que a Matemática pode ser menos rigorosa e mais flexível na Modelagem Matemática do que na Matemática Aplicada. *"Uma pessoa pode usar um conceito, outra pessoa, outro, e os dois podem se aproximar muito da realidade. É uma Matemática um pouco mais flexível. Não tem uma regra para ser seguida. Tem vário métodos, vários meios para chegar (26 ¶ 58 em E10)".*

Esses aspectos atribuídos à Matemática, especialmente flexibilidade e variação de métodos, em última instância, falam do movimento de quem pensa o "objeto" a ser modelado e não da Matemática. O que se tem é a possibilidade de ir à Matemática veiculada pela tradição escolar. É o seu uso que contém tais características.

Há diversos aspectos a serem mencionados sobre o dito dos estudantes. Há uma certa ambiguidade em "a Matemática ser exata" em termos ontológicos e "a exatidão da aplicação da Matemática" para descrever ou representar situações.

Na cultura ocidental, a Matemática está vinculada à ideia de verdade como *veristas, concernente à exatidão, rigor e precisão ao se valer de um relato para descrever a coisa em-si.* Na atualidade, essa verdade da qual a Matemática se sustenta influencia decisões de diversas ordens, tanto políticas quanto sociais, sendo vista como garantia de confiabilidade. A crença na exatidão da descrição da realidade empírica por meio da Matemática confere-lhe um certo poder, pois é considerada confiável em sua veracidade. Poderíamos pensar que esse *status* de poder pudesse mudar para os sujeitos envolvidos em Modelagem, porém isso não ocorre na integralidade. Aqui, a palavra *poder* denota a capacidade de exercer influência sobre, e nesse caso em particular, a Matemática exerce influências sobre ações e decisões tomadas pelos seres humanos, muitas vezes, com uma confiança cega que ignora suas limitações e aceita sem reflexão sua capacidade de representar a realidade (entendida em um sentido natural). Em outras palavras, há a confiança de que a Matemática representa o mundo empírico tal como ele é.

Para alguns dos entrevistados, mesmo concebendo que a aplicação da Matemática é, muitas vezes, não exata, seu *status* de detentora de verdades imutáveis permanece, pois o certo e o errado se referem ao modo de fazer na Modelagem e não à Matemática.

Naquilo que concerne à Matemática ser a mesma e diferente se comparada a outros contextos de não Modelagem, novamente destaca-se a ideia de caminho e do que existe de Matemática. A Matemática é aquela aprendida em outras disciplinas, com as mesmas regras, mantendo as suas características. *"A Matemática na Modelagem ou em outros contextos é a mesma, mas a articulação é diferente (30 ¶ 84 em E13)". "A diferença entre a Matemática na Modelagem e em outros contextos é o significado atribuído, mas a Matemática é a mesma (29 ¶ 50 – 53 em E12)".*

Por fim, um aspecto que merece destaque é a figura do outro, pois "*o certo ou errado é determinado pela fala das pessoas mais confiantes (37 ¶ 120 em E3)", "por quem tem mais conhecimento [...] (34 ¶ 118 em E3)". O outro pode ser um* colega mais experiente ou o professor, conforme explicitado pelos sujeitos significativos.

Para nós, a atribuição de exatidão ou não à Matemática por parte dos entrevistados parece ocorrer de modo irrefletido, distorcendo a própria ideia de exatidão da Matemática. Os modos pelos quais ela é exata, segundo os sujeitos significativos, referem-se à aplicação da Matemática (unicidade da solução e do caminho, e a descrição da realidade), independentemente dos aspectos da Matemática ela mesma[13]. Os aspectos não matemáticos, conforme compreendemos,

[13] Usamos a expressão *ela mesma* não como algo externo a consciência, mas em sentido fenomenológico para referir aquilo enlaçado pela consciência.

é que são inexatos e participam da Modelagem. Esses componentes de relativização são pertencentes à Matemática da Modelagem Matemática, assumidos em um discurso em que não há certo ou errado e, muitas vezes, vinculado à autoridade de um sujeito mais experiente.

Para nós, os aspectos ontológicos da Matemática são confundidos com os aspectos ontológicos da aplicação de Matemática, uma vez que é mencionado, nas US, que a Matemática não é exata porque não descreve a situação investigada. Isso, diz da ontologia da aplicação da Matemática e não da Matemática. Dito de outro modo, falar da exatidão ou não exatidão da Matemática não solicita falar da exatidão ou não da aplicação da Matemática. São dois aspectos que dizem da exatidão ou não exatidão envolvendo a Matemática, mas um se refere à Matemática enquanto ela mesma, e outro, da exatidão ou não exatidão da aplicação da Matemática (tida como exata ou não exata) em situações do cotidiano.

Ainda que haja aproximação, há uma confusão entre o como e o quê. As características do objeto matemático são confundidas com os modos de abordá-lo e produzi-lo. Ainda que o "o quê e o "como" sejam inseparáveis, ontológica e epistemologicamente são distinguíveis. Para muitos, a exatidão se mantém. A não exatidão diz da transcendência em razão de sua utilização.

O discurso social e relativista social subjacente à Modelagem na Educação Matemática (Skovsmose, 2001), como a formação do cidadão crítico, reflexivo, com poder de decisão na sociedade, bem como os discursos advindos da psicologia cognitiva, como o desenvolvimento da autonomia e aprendizagem significativa, trazem importantes contribuições para a Modelagem. Contudo, esse discurso fala do como ir e chegar aos objetos matemáticos, mas não de sua ontologia. Isso parece impactar o discurso dos estudantes.

3.2 C2 – A Matemática como linguagem

A categoria C2 articula US que referenciam à Matemática como uma linguagem juntamente das que não a consideram como uma ciência.

Cabe lembrar que, pelo fato de os entrevistados serem todos estudantes de licenciatura em Matemática, seus discursos podem ser influenciados pelo apresentado em documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular

(BNCC), que são documentos que fazem parte das discussões em sua formação acadêmica. Por exemplo, a BNCC organiza o currículo escolar em áreas distintas: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Com as divisões apresentadas, a Matemática não está na área das Linguagens e nem recebe o adjetivo de ciência.

Diante desse contexto, há a indicação, pelos sujeitos significativos, de que "*a Matemática não é uma ciência porque os fatos científicos são averiguados com experimentos. E em Matemática, não temos 'bem' experimentos (20 ¶ 61 em E4)"* o que na visão dos estudantes descaracteriza a Matemática de ser uma ciência*. "A Matemática não é uma ciência, é só uma linguagem (9 ¶ 48 em E13)*" criada ou desenvolvida para entender uma situação, para explicar as coisas.

No que concerne à Matemática não ser considerada uma ciência, iniciamos pelo dicionário Dicio[14], no qual a palavra *ciência* deriva do latim "scientia.ae", que significa saber, conhecimento[15]. Dentre as definições sobre *ciência* apresentadas nesse dicionário, destacamos: a) reunião dos saberes organizados e obtidos por observação, pela pesquisa ou pela demonstração de certos acontecimentos, fatos, fenômenos, sendo sistematizados por métodos racionais; b) conhecimento profundo sobre alguma coisa; c) conhecimento ou saber excessivo conseguido pela prática, raciocínio, reflexão.

Abbagnano (2007) apresenta a *ciência (C.)* como "Conhecimento que inclua, em qualquer forma ou medida, uma garantia da própria validade. A limitação expressa pelas palavras 'em qualquer forma ou medida' é aqui incluída para tornar a definição aplicável à C. moderna, que não tem pretensões de absoluto" (Abbagnano, 2007, 136). O autor afirma que o conceito tradicional de *ciência* diz de um conhecimento de certeza, com garantia absoluta de validade e que o oposto de ciência é a opinião.

Ao adentrarmos para a concepção de ciência, é notável sua modificação ao longo da história. Na antiguidade, o caráter científico dizia da forma de obter

[14] Disponível em https://www.dicio.com.br/ciencia/. Acesso em: 01 ago. 2023.

[15] Castañon (2007) apresenta a distinção de quatro espécies de conhecimento, o senso-comum, o religioso, o filosófico e o científico. Com relação ao caráter científico, há uma concepção clássica que perdurou por muitos séculos que denomina conhecimento como uma crença verdadeira justificada. Apesar de discussões acentuadas sobre a premissa, mostrando que ela não se sustenta, continua sendo amplamente difundida na atualidade.

conhecimento sobre o mundo natural, através de observações. Muitas vezes, os caráteres místicos e mitológicos também estavam vinculados ao conceito de ciência.

Já na ciência moderna, o caráter de cientificidade leva em consideração seis características básicas: a) forma sistêmica da organização; b) definição de métodos de investigação; c) redução dos fenômenos a seu nível mais profundo de fundamentação; d) objetividade (controlável, reproduzível e intersubjetivamente observável); e) claridade das leis e teorias científicas, estabelecidas em linguagem clara, impecável e semanticamente unívoca e; f) incompletude e falibilidade, estando aberto a revisões (Castañon, 2007).

Depreendemos, de algumas das afirmações dos sujeitos significativos, um modo de conceber ciência com traços do Positivismo Lógico, tal como o afirmado pelo E4: "Na modelagem *é feita a comprovação da Matemática utilizada, mas não por experimento, descaracterizando a Matemática de ser uma ciência (23 ¶ 66 – 67 em E4)".*

Segundo Castañon (2007), o que diferencia o campo da ciência para o da não ciência, no Positivismo Lógico, é o princípio da verificabilidade, para o qual "[...] só tem sentido as proposições que podem ser verificadas empiricamente" (p. 44). O autor ainda esclarece que a verificabilidade de uma sentença é o critério que separa "[...] sentença desprovida de significado de uma sentença plenamente significativa" (Castañon, 2007, p. 44).

No apresentado pelos sujeitos significativos, a validação, etapa da Modelagem, valida o modelo produzido, mas não a Matemática ela mesma. Isso nos sugere um forte entendimento dos conceitos teóricos presentes na Modelagem. Por outro lado, não considerar a cientificidade da Matemática, estando preso a um pensar com traços do Positivismo Lógico, revela uma lacuna informativa sobre o caráter científico do conhecimento numa visão contemporânea.

Além do apresentado, os sujeitos significativos afirmam que a Matemática: *"é só signos (12 ¶ 50 em E13)"; "é* uma forma de linguagem (36 ¶ 78 em E9)*"; "é só uma linguagem e somos estudantes de gramática (10 ¶ 50 em E13)"; "é lógica (23 ¶ 74 em E13)"*. Conforme compreendemos, essas US sugerem que a Matemática se limita aos signos, à gramática, à linguagem. Compreendem a Matemática como *"uma linguagem para entender a situação (29 ¶ 87 em E4)", "uma linguagem que explica as coisas (26*

¶ 80 em E13)", "uma linguagem que traduz algum cenário em termos matemáticos (30 ¶ 89 em E4)".

A preposição *para* indica uma finalidade. A conjunção *que* indica que a Matemática enquanto uma linguagem tem a capacidade de traduzir e explicar. *"A Matemática é uma linguagem que explica as coisas (26 ¶ 80 em E13)", "a Matemática é, em-si, uma linguagem, que traduz algum cenário em termos matemáticos (30 ¶ 89 em E4)".*

Em análise, *explicar*, segundo o dicionário Dicio[16], é fazer com que algo fique claro e compreensível, conseguir interpretar o significado de algo. O verbo *traduzir*, segundo o mesmo dicionário, refere-se à reprodução, interpretação ou expressão de. A Matemática é a linguagem com capacidade de reproduzir, interpretar ou expressar cenários. Nesse sentido, abre-se para a possibilidade de entendimento que a Matemática tem a capacidade de fazer com que o mundo seja interpretado e que fique compreensível.

Esse modo de conceber a Matemática como linguagem "*que*" e "*para*" garante à Matemática por si só um certo poder sobre o mundo. Conforme depreendemos do dito pelos sujeitos significativos, a Matemática na Modelagem desempenha a função de traduzir o mundo com a finalidade de entendê-lo. É considerada, pelos sujeitos significativos, uma linguagem escrita que possibilita traduzir e explicar o mundo tal como ele é. Ela, a Matemática, está a serviço da humanidade possibilitando, de certa forma, descomplicar a realidade, deixá-la menos obscurecida.

A ideia de tradução remete, mais uma vez, à ideia do real que é *em-si*, separado do sujeito do conhecimento. Acentua-se a função instrumental da linguagem pelas preposições *que* e *para*. Essa "gramática" independente se alinha, por exemplo, às visões empiristas e intelectualistas, segundo a nossa leitura de Chauí (2000). A Matemática sendo uma gramática independente, assim como defende o formalismo valendo-se de lógica, parece se expressar neste modo de compreender a Matemática. Dominando as suas regras e operações, sua simbologia e sintaxe, torna-se independente de conteúdo ou objetos em particular.

Essa ainda é uma ideia predominante para diversos professores/pesquisadores da área da Matemática, portanto, também é algo que permanece nos estudantes, uma vez que o sentido da Matemática, como linguagem, foi naturalizado nos currículos

[16] Disponível em: https://www.dicio.com.br/explicar/. Acesso em: 05 ago. 2023.

formalistas nas últimas décadas. Ainda que existam estudos específicos sobre a linguagem no âmbito da Modelagem Matemática, focando, por exemplo, em teorias semióticas ou pragmáticas como a de Peirce e Wittgenstein, essas compreensões são reinterpretadas à luz do horizonte compreensivo dos estudantes.

3.3 C3 – A Matemática como modo de se dirigir e representar a coisa

Essa categoria sinaliza duas confluências temáticas. Uma que tematiza a Matemática como uma representação e outra como um modo de se dirigir, de olhar para a situação investigada com Matemática.

Ao se dirigir à situação investigada, os sujeitos significativos sugerem que a Matemática "é *uma forma de ver o mundo, ver o mundo estruturado por meio da Matemática (18 ¶ 28 em E5)"*, *"é uma forma de olhar para a realidade (37 ¶ 71 em E12)*", "*um meio para achar a solução ideal [...] (24 ¶ 75 em E4)*, "*uma facilitadora (21 ¶ 39 em E12)*", "*uma ferramenta necessária e essencial para descrever o fenômeno; a principal ferramenta (25 ¶ 68 em E8)*".

A expressão "um meio", pode ser entendida como "um modo para se chegar a um fim, um recurso"[17]. Já a palavra *necessária* refere-se àquilo que é excessivamente importante, indispensável, inevitável, que precisa ser realizado. Assim, a Matemática se apresenta, para os sujeitos significativos, como um meio indispensável para fazer previsões, para encontrar uma solução ideal. Ao mencionarem que a Matemática é essencial, sugerem que ela é indispensável para que seja possível descrever as situações investigadas. Nesse sentido, a finalidade da Matemática está articulada com a resolução dos problemas do dia a dia, e as previsões que ela possibilita tornam a realidade mais fácil de ser compreendida, encontrando assim, a solução ideal.

Há, para nós, articulado aos dizeres dos estudantes, uma crença de que a Matemática tem o poder de descrever a coisa ou as situações e, por isso, é possível articular previsões precisas, fomentando o status da Matemática como aquela que descreve a natureza de maneira rigorosa.

O carácter ferramental da Matemática articulado por meio da Modelagem fica evidenciado nas US. Tambarussi (2021), ao entrevistar autores significativos da Modelagem Matemática em nível nacional, também evidenciou que a Matemática era,

[17] Disponível em: https://www.dicio.com.br/meio/. Acesso em: 30 ago. 2023.

por eles, compreendida como uma ferramenta para dar conta da situação investigada. Esse aspecto se confirma com os estudantes entrevistados nesta pesquisa.

Com relação à representação, as US sugerem que a Matemática possibilita "*representar a realidade, o fenômeno*[18], *representa integralmente um tema, o problema (27 ¶ 73 – 78 em E8)", "a Matemática tem a capacidade de representar fielmente, só que, com estudantes do Ensino Fundamental e Médio a representação é muito complexa de ser realizada (31 ¶ 91 em E4*)". Há o entendimento pelos sujeitos significativos "que *existem muitos jeitos de representar o mundo (12 ¶ 50 em E13)",* e que as diferentes formas de representação matemática podem ajudar no entendimento das situações investigadas.

Mas o que é representado? Conforme indicado nas US, representamos aquilo que abstraímos, visto que *"a Matemática é só abstração do mundo (12 ¶ 50 em E13)"*. Na Modelagem, *"o modelo matemático tenta representar a realidade. As pessoas tentam abstrair o que o mundo apresenta (18 ¶ 64 em E13)".*

A palavra *abstração*, segundo o dicionário Dicio[19], diz da ação de abstrair, de analisar isoladamente um aspecto contido num todo, sem ter em consideração sua relação com a realidade. Mediante o exposto, a Matemática pode ser compreendida, pelos sujeitos significativos, como uma representação de aspectos isolados do mundo empírico.

Há também o entendimento que *"a Matemática rege o mundo, rege tudo (38 ¶ 91 – 92 em E13)"*. Para nós, há uma visão romantizada da Matemática por parte de alguns sujeitos significativos, pois, se ela rege tudo, suas leis governam o universo, e tudo pode ser conduzido por ela, como se à Matemática fosse atribuído um status de divindade.

Ao afirmarem que a Matemática representa fielmente a situação investigada, depreendemos que há, vinculado a isso, a crença de que a Matemática "assume" o lugar da coisa. Como se, com a Matemática, fosse possível fazer uma cópia, uma "espécie de fotografia" da situação investigada.

O explicitado pelos estudantes, conforme nosso entendimento, carrega a ideia de que a Matemática representa aquilo que é externo ao ser humano, a realidade empírica, sem levar em consideração o que é visado pelo ser humano. Essa forma de

---

[18] A palavra *fenômeno*, expressada nas US, é utilizada no sentido natural, referindo-se às situações investigadas, aos fenômenos da natureza.
[19] Disponível em: https://www.dicio.com.br/abstracao/. Acesso em: 30 ago. 2023.

conceber a representação está fortemente vinculada à compreensão de um espelhamento da realidade para a mente.

Klüber, Tambarussi e Mutti (2022), ao estudarem o problema filosófico da representação no âmbito da Modelagem na Educação Matemática, já sinalizavam que, de forma ingênua, há um entendimento de representação como "[...] aquilo que toma o lugar de, que substitui o objeto ao seu modo" (p. 297). Os autores esclarecem que essa ideia possibilita confundir o objeto empírico com o objeto do conhecimento em sentido ontológico.

Há indicativos que à Matemática da Modelagem é atribuída uma função importante, pois, com a representação, é possível "[...] *descrever e prever acontecimentos (19 ¶ 58 em E8)" por* meio dos modelos matemáticos, tais como desenhos, gráficos, equações, matrizes, funções, entre outros. Isso se mostra, por exemplo, quando nos atentamos nas US: "*com os dados foi criada uma função genérica exponencial (6 ¶ 18 em E10*)"; "*em uma atividade de Modelagem algumas pessoas usaram geometria, outras, produto de matrizes (3 ¶ 36 em E13)*".

O verbo *prever*, segundo o dicionário on-line da Língua Portuguesa, refere-se: i) ato ou efeito de prever; antevisão, presciência; ii) antecipação de algo que ainda não aconteceu, suposição[20]. Para o verbete descrever, o mesmo dicionário apresenta duas definições principais: i) fazer a descrição de; ii) expor em detalhes.

As US dessa categoria revelam que a Matemática da Modelagem é uma Matemática que possibilita representar fielmente, prever e descrever a realidade investigada. Com as representações matemáticas, é possível fazer suposições sobre o futuro, além de expor detalhadamente acontecimentos. Isso sugere, de certa forma, que a Matemática tem a capacidade de auxiliar os seres humanos, pois possibilita expor com detalhes, supor e antecipar a realidade.

Esse modo de conceber a Matemática, pelos sujeitos significativos, conforme compreendemos, corrobora com a ideia da Matemática como linguagem de poder, em que a Matemática pode ser entendida como um instrumento/ferramenta estável e confiável, e que não seria influenciado por interesses e visões pessoais[21]. Há, segundo

[20] Disponível em https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/previsão. Acesso em: 05 set. 2023.
[21] A Matemática como uma linguagem de poder é amplamente discutida no livro *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia* de autoria de Ole Skovsmose.

nossa interpretação, uma visão de realidade alicerçada na atitude natural, em que a realidade é conhecida por todos da mesma maneira, e o visto é o objeto *em-si*.

Mas, como é possível se dirigir às coisas com a Matemática? Como é possível representar, por meio da Matemática, a situação investigada? Em uma US, é mencionado que *"pessoas diferentes, abordam os problemas de forma diferentes, começam de forma diferente [...]. Chegam à mesma resposta porque as relações matemáticas e os conceitos matemáticos estão interligados (21 ¶ 46 em E6)".*

Há também a menção de que, primeiro, é preciso entender o que significa a situação investigada e ter "*a criatividade para ligar a Matemática à situação [...] (28 ¶ 60 em E10)".* Depois, é preciso procurar por conhecimentos matemáticos para relacionar a Matemática com a situação investigada, ou seja, pensando uma Matemática que possibilite resolver o problema.

Assim, ao buscar pelos conhecimentos matemáticos que serão utilizados, a intuição e o método da tentativa e erro se fazem presentes, já que não são conhecidos *a priori* os conceitos matemáticos que podem auxiliar na análise da situação. Os entrevistados mencionam que utilizam aproximações e estimativas para conseguir chegar ao modelo, porque as medidas utilizadas apresentam variação. Em algumas US, indica-se que o modelo matemático traz as interpretações que as pessoas podem ter da realidade. Porém, algumas US exemplificam que: "*a ideia é encaixar alguma coisa, e questionar: consigo pensar Matematicamente sobre isso? (8 ¶ 33 em E12)"; "a primeira tentativa foi por intuição mesmo (10 ¶ 46 em E3)"; testando um caminho, se não der certo vai para o próximo (29 ¶ 36 em E11)"; "relata utilizar o método de tentativa e erro para buscar por respostas (19 ¶ 36 em E9)".*

A palavra *intuição*, segundo o dicionário Dicio[22], remete à capacidade de prever, de entender, identificar ou pressupor coisas que não dependem de um conhecimento empírico, de conceitos racionais ou de uma avaliação mais específica, ou ainda, pode ser entendida como uma maneira de se adquirir conhecimento instantâneo sem interferência do raciocínio.

A abordagem por "tentativa e erro" para resolução de um problema, conforme compreendemos, solicita a exploração de várias possibilidades, e os resultados obtidos são minuciosamente analisados, necessitando de ajustes e refinamentos sucessivos. Embora esse modo de proceder pareça simplista, pode ensejar resultados

[22] Disponível em: https://www.dicio.com.br/intuicao/. Acesso em: 10 set. 2023.

interessantes, tanto no que se refere à resolução do problema investigado como em relação à aprendizagem, porque, mesmo que, de início, o modo de proceder seja mais intuitivo do que reflexivo, necessita-se, ao validar o resultado, de um pensar mais abrangente.

Conforme apresentado nas US, a intuição e a abordagem por tentativa e erro se fazem presentes para identificar o conhecimento matemático que será utilizado na situação investigada. Há a indicação de que, com o conhecimento que já possuem, os sujeitos estruturam uma resposta, desenvolvem algoritmos, utilizam softwares para analisar os dados e buscam por soluções.

Essa abordagem, segundo os sujeitos significativos, é considerada difícil porque é preciso coletar dados, interpretar, fazer análises, observar, estudar o contexto e trabalhar com conteúdo matemático, visando sempre à situação investigada.

Além do apresentado, as US que constituem essa categoria dizem do entendimento, por parte de alguns dos sujeitos significativos, que é possível se dirigir à coisa com conceitos/conteúdos matemáticos diferentes. *“Em uma mesma situação, é possível usar geometria ou matrizes (3 ¶ 36 em E13)”.* Há a afirmação que a abordagem matemática não é única e pode depender do interesse, da habilidade ou preferência da pessoa que está analisando a situação investigada: *“Quem tem facilidade com geometria vai tentar utilizar geometria em tudo. Se tiver facilidade com funções, vai abordar com esse conhecimento que tem afinidade (7 ¶ 44 em E13)”; “É muito ampla a Matemática que a Modelagem abrange, porque pode usar qualquer tema matemático. É mais o caminho e não a Matemática em-si (34 ¶ 42 em E11)”.*

Do exposto, abrem-se, pelo menos, duas possibilidades interpretativas: a primeira indica que, pelas escolhas dos conhecimentos matemáticos, se adaptam as preferências individuais, o que muitas vezes pode levar a resoluções mais simplistas e com menor rigor; a segunda que, pela abordagem direcionada pelas preferências individuais, o estudante pode não se sentir estimulado a buscar por outros conhecimentos matemáticos.

Além disso, os entrevistados mencionam alguns dos conceitos/conteúdos que foram enfatizados ao se dirigirem às situações investigadas: proporção, logaritmos, progressão aritmética e geométrica, média, probabilidade, geometria, entre outros.

Relatam que alguns conteúdos são mais fáceis de associar com os acontecimentos do dia a dia, tal como cálculo de áreas e funções.

Para nós, o dito pelos sujeitos significativos revela que, para esses estudantes, a Matemática é entendida como uma ciência maleável, que transcende a si própria e se adapta para auxiliar no entendimento da situação investigada. Não é o investigado que se adapta à Matemática, mas a maleabilidade inerente à Matemática que possibilita ajustar-se a diferentes contextos. Há, também, mesmo que de maneira não explícita, a valorização da subjetividade da pessoa ou do grupo de pessoas, pois é possível se dirigir à situação investigada de maneiras diferentes, sugerindo que a visão do que é investigado se dá por diferentes perfis.

Por outro lado, as US revelam que muitos conteúdos matemáticos não serão abordados em atividades de Modelagem. Alguns conceitos, como por exemplo, os de análise real ou divisão de polinômios, se tornam difíceis de relacionar às situações investigadas, tal como explicitado nas US: "*relata achar difícil fazer Modelagem com análise real (28 ¶ 60 em E9)*"; "*alguns conteúdos são mais complicados para tratar com modelagem, como a divisão de polinômios (...) (9 ¶ 33 em E12)".*

Em síntese, esse modo de dirigir-se às coisas revela que a Matemática é algo que os sujeitos já dispõem, tanto na dimensão individual quanto na dimensão coletiva do registro escrito e é mantido pela tradição. Porém, nem todos os aspectos matemáticos se dirigem aos objetos. A fenomenologia husserliana busca desambiguar dois sentidos de representação que são tomados idênticos na atividade natural: a representação própria (*Vorsttelung*) e a imprópria (re-presentation). A primeira diz de algo que se dá por meio de uma intuição (visão direta) do objeto que se dá em pessoa, a segunda de algo que é apenas presumido, como é o caso dos signos. Sendo assim, o modo de pensar a Matemática, nesta categoria, permanece alinhado ao sentido de *Vorsttelung*, ou seja, há uma crença de que às coisas doam as características que são representadas matematicamente.

3.4 C4 – A Matemática está na coisa

Essa categoria é constituída pelas US que convergem para a ideia de que a Matemática está em tudo e que tudo tem Matemática. Esse modo de compreender a Matemática fica evidenciado, por exemplo, nas seguintes unidades: "*a Matemática* *está aí, está no mundo, está na cabeça das pessoas (34 ¶ 74 – 76 em E9)"; "a Matemática está ali no objeto. É só explorar o objeto que vai encontrar muitas coisas (11 ¶ 24 em E6)"; "a Matemática está em tudo. [...] (12 ¶ 35 em E12)"; "a Matemática está nas coisas (22 ¶ 68 em E7*)".

Nos dizeres dos sujeitos significativos, fica evidenciado que a Matemática não é uma invenção, não é uma criação humana, não é algo abstrato. Há a indicação, pelos sujeitos significativos, que ela sempre esteve ali, obscurecida nos fenômenos naturais, e que é o ser humano quem separa a Matemática das coisas, como se pode depreender das seguintes US: "*a Matemática já está presente na vida, está em tudo; nós estamos descobrindo conforme a necessidade (25 ¶ 82 em E3)"; "a Matemática não é algo abstrato que está na cabeça das pessoas e que não serve para nada [...] (24 ¶ 50 em E9)"; "a pessoa precisa ter criatividade, ou seja, a capacidade de pensar e ver alguma coisa por trás do fenômeno (30 ¶ 64 em E10)".*

Estando nas coisas, ela precisa ser descoberta, identificada, enxergada, visualizada, achada, interpretada. Algumas US que exemplificam essas ideias são: "*a Matemática é descoberta (33 ¶ 58 – 59 em E12)"; "tudo tem uma Matemática, basta olhar com um pensamento diferente, olhar e tentar enxergar onde que a Matemática está naquele lugar (20 ¶ 68 em E7)"; "a Matemática está ali e as pessoas a descobrem, a encontram, a visualizam (23 ¶ 45 em E12)".*

Ao refletir sobre as US, evidencia-se que a descoberta da Matemática se dá de acordo com as necessidades dos seres humanos. Os sujeitos significativos sugerem que todas as pessoas podem encontrar a Matemática, basta ter um olhar mais aguçado; olhar tentando enxergá-la na coisa. Há, por parte de alguns dos sujeitos significativos, o entendimento que ela, a Matemática, está lá na situação investigada, e que "a *Matemática vem por si só (4 ¶ 14 em E9)"*.

Das ideias apresentadas nas US e que se mostram significativas para nós ao interrogarmos "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática para estudantes do Ensino Superior?", fica evidenciado que, para alguns estudantes que vivenciaram a Modelagem em suas aulas na graduação, a Matemática está na coisa, está nos objetos, está na situação investigada, é encontrada, é descoberta.

O verbo *encontrar,* conforme consta no dicionário Dicio[23], está relacionado com diferentes verbetes, tais como, achar, estar em algum lugar, descobrir, recuperar. Depreendemos, desses significados, que, se a Matemática é encontrada, então ela está em um lugar, como se, de alguma forma, ela fosse perdida, deixada, obscurecida, escondida, e, por meio da Modelagem, é possível achá-la.

Mas, o que os dizeres dos sujeitos significativos sugerem? As US dão a entender que a Matemática está no objeto investigado e, ao estudá-lo, este doa a Matemática que já faz parte de sua constituição, sugerindo um entendimento de que a existência da Matemática e, consequentemente, dos objetos dos quais ela lida independem do ser humano. A Modelagem, entendida como o que possibilita identificar a Matemática que está na situação investigada, acaba fomentando uma visão empirista de conhecimento, muito próxima à visão aristotélica.

Com relação à forma de encontrar a Matemática, os sujeitos significativos mencionam o *olhar atento*. Segundo o dicionário Dicio[24], esta expressão simboliza um significado de estar atento, prestar atenção, examinar, observar. Desse modo, depreendemos das US que, ao olhar atentamente, examinando, observando a realidade, as coisas, isto é, os objetos, tem-se a possibilidade de encontrar a Matemática que está obscurecida.

Mediante o exposto, mesmo que não explicitado pelos entrevistados, articulamos que há um posicionamento, por parte dos estudantes, que a Matemática está pronta e cabe a nós, seres humanos, encontrá-la. Há uma visão realista, ora platônica, ora aristotélica, que varia entre a ingênua até a mais refletida, que concebe a existência da Matemática na realidade empírica e sua existência independe dos seres humanos. A dependência da Matemática ao carácter humano está vinculada com a descoberta da Matemática que está na coisa.

Depreendemos, também, que há uma concepção por parte dos estudantes sustentada na separação de sujeito e objeto, em que o sujeito que observa capta o conhecimento existente no objeto. Separação essa que demarca a visão empirista de produção do conhecimento, em que o conhecimento é acessível pelo sujeito através dos sentidos.

---

[23] Disponível em https://www.dicio.com.br/encontrar/. Acesso em: 20 set.2023.
[24] Disponível em https://www.dicio.com.br/olhar/. Acesso em: 20 set. 2023.

Essa concepção, segundo compreendemos, apresenta traços da filosofia aristotélica, visto que, para esse filósofo, a Matemática é uma descoberta e independe de qualquer outro ser para que ela exista. Os objetos matemáticos são abstraídos dos objetos sensíveis e cabe ao ser humano descobri-los, identificá-los. A concepção aristotélica de que a Matemática se refere às realidades imóveis, na qual os aspectos são inerentes à matéria, é uma crença que se dissemina em toda a ciência moderna.

3.5 C5 – A Matemática está vinculada ao ser humano, com significado para o estudante

As confluências temáticas apresentadas nesta categoria advêm do entendimento que o ser humano cria, constrói ou descobre a Matemática. A categoria também é constituída por US que dizem da Matemática com significado, com sentido, que possibilita pensar, além das que dizem da experiência e valorização do estudante na criação e/ou descoberta da Matemática.

Ao analisar as US, é possível observar uma variação de possibilidades de entendimentos sobre a Matemática. Há momentos em que os sujeitos significativos afirmam que "[...] *o ser humano cria a Matemática (17 ¶ 49 em E4)"* e em outros, que *"[...] o ser humano descobre a Matemática (22 ¶ 74 em E3)"*. Há também a afirmação que a *"Matemática não é uma descoberta, precisa ser evidenciada, moldada. Ela tem que ser construída (8 ¶ 28 em E10)"*. Em todos os casos, concordam que a criação, a descoberta ou a construção são ações realizadas pelo ser humano.

Ao buscar por interpretações do que apresentamos nessas US, nos dedicamos a compreender o que as palavras *criar*, *descobrir* e *construir* sugerem.

De acordo com o dicionário Michaelis[25], *criar* refere-se a dar existência a, formar, dar origem a, inventar ou imaginar algo novo ou original. O verbo *descobrir*, segundo o dicionário Dicio[26], está registrado como tirar o que cobre, o que protege, olhar e perceber algo com os olhos, encontrar o que era desconhecido, que estava escondido, passar a conhecer alguma coisa, perceber as características de algo. Já o verbo *construir* se refere, entre outros significados, a um trabalho de criação mental,

---

[25] Disponível em https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/criar/. Acesso em: 30 set. 2023.
[26] Disponível em https://www.dicio.com.br/descobrir/. Acesso em: 30 set. 2023.

com a organização de ideias e pensamentos formando um todo coerente e articulado[27].

Criar Matemática sugere novidade. O novo, segundo as US, está relacionado à aplicação de um conteúdo que ainda não foi utilizado para aquele contexto, para a resolução do problema investigado, como explicitado na US: "*os conteúdos utilizados na Modelagem eram os que já conheciam, não como uma forma de aprender algo novo (5 ¶ 14 em E9)".*

A novidade não se refere à criação de um conteúdo novo, de uma nova teoria, mas sim de criar uma maneira de aplicar aquilo que já é de seu conhecimento em situações desconhecidas. De forma similar, quando os sujeitos significativos sinalizam a Matemática como uma descoberta sugerem que é necessário descobrir qual conteúdo matemático será utilizado para resolver o problema, quais conceitos matemáticos serão aplicados.

Embora os termos *criar* e *descobrir* apresentem significados distintos nos dicionários consultados, os significados atribuídos pelos sujeitos significativos à essas palavras caminham para a mesma direção: a aplicação dos conteúdos/conceitos matemáticos na resolução de problemas de Modelagem.

Para nós, quando os sujeitos significativos se referem à Matemática, ora como criação, ora como descoberta, não dizem da Matemática ela mesma, dizem dos modos de aplicá-la. Isso sugere que há ainda um longo caminho na Modelagem Matemática a ser percorrido para que a Matemática seja refletida nas atividades de Modelagem.

Ao refletirmos sobre o entendimento da Matemática como uma construção, fica evidenciado o caráter de organização que articula conceitos, axiomas e teoremas, *"se apoiando em coisas já descobertas (32 ¶ 72 em E9)".* Esse modo de conceber fortalece a ideia de que o conhecimento matemático se constitui por acumulação.

Ainda sobre a ideia de a Matemática ser construída, podemos fazer uma analogia com a construção de um edifício, que envolve planejamento, estruturação e bases sólidas, que se apoia no que já está construído. Por outro lado, esse modo de conceber o conhecimento também pode levar a um entendimento de que o

[27] Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/construir/. Acesso em: 30 set. 2023.

conhecimento matemático precisa se dar de uma maneira linear, e uma vez que o edifício é concluído, sua estrutura permanece relativamente estática.

Além do apresentado, as US revelam que “*é construído um significado para a Matemática, em que, a maior diferença da Matemática na Modelagem e em outro contexto é dar o significado (13 ¶ 18 em E5)”.* Os sujeitos significativos sinalizam que ao “*utilizar a Matemática para resolver problemas do cotidiano, dá um sentido para a Matemática (3 ¶ 6 em E2)”*, pois consegue “*fazer links e perceber coisas que antes não percebia, quanto a utilização da Matemática e entre os próprios conteúdos (como um conteúdo se relaciona com o outro) (7 ¶ 14 em E9)”.*

Das US mencionadas, duas palavras merecem atenção: *sentido* e *significado*. Segundo o dicionário da língua portuguesa Michaelis, dentre as diferentes acepções, a palavra *sentido* diz “do significado de uma palavra ou frase dependendo do contexto em que se insere”, ou “faculdade de estabelecer um contato imediato e intuitivo com a realidade através da captação de uma classe de sensações, estabelecendo assim os princípios empíricos do processo cognitivo” ou ainda “significado de uma palavra ou frase dependendo do contexto onde se insere”[28] .

Destarte, o *sentido*, segundo nossa compreensão do expresso nas US, diz da articulação da Matemática com a realidade, em que o sentido da Matemática está em entender onde aplicá-la, onde utilizá-la, para quê e o porquê de estar utilizando-a em determinados contextos. Há indícios que a Matemática tem sentido quando ela é utilizada para descrever ou fazer previsões de situações do cotidiano. Há, também, a comparação da Matemática na Modelagem com a Matemática em outros contextos. “*Na Matemática do cálculo, por exemplo, os professores não trazem uma aplicação onde a Matemática será utilizada, é fazer por fazer, sem um entendimento do porquê (14 ¶ 22 em E2)”,* mas, “*a Matemática na Modelagem permite entender onde utilizá-la (10 ¶ 36 em E7)*”.

Acerca da palavra *significado*, no dicionário da língua portuguesa, ela é apresentada como aquilo que alguma coisa quer dizer, o sentido. Tem sua origem etimológica na palavra *“significare*”, que pode ser entendida como mostrar através de indícios, de sinais”[29].

[28] https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/sentido/. Acesso em: 03 out. 2023.
[29] Disponível em https://www.dicio.com.br/significado/. Acesso em: 03 out. 2023.

Embora exista ampla discussão na literatura sobre o entendimento das palavras *sentido* e *significado*, evidenciamos nas US que elas são tomadas com o mesmo propósito, pois tanto sentido como significado estão vinculados à aplicação da Matemática para resolver problemas de Modelagem. Isso se mostra, por exemplo, quando atentamos para as US: *"a Matemática presente na Modelagem tem sentido para o aluno, porque consegue aplicar a Matemática no dia a dia. Muitas vezes os alunos, em contextos que não de Modelagem, questionam sobre o conteúdo que estão estudando: Mas para que eu vou usar isso? Onde é que eu vou usar? (2 ¶ 6 em E2)"; "uma Matemática com significado, porque é possível entender o porquê e para que é utilizada (4 ¶ 10 em E2)".*

Diante do exposto, até o momento nesta categoria, uma palavra (e suas variações) se apresenta com recorrência: *aplicação*. Ao buscarmos no dicionário de língua portuguesa[30] pela a palavra *aplicação,* ela é explicitada, dentre outros significados, como: "utilização prática de (algo); emprego, uso", "emprego na prática dos fundamentos de uma teoria". Em nosso caso, sugere o emprego, a utilização prática da Matemática em situações investigadas.

Mediante o apresentado nas US e significados atribuídos à palavra *aplicação* pelo dicionário, entendemos que pode haver, pelos sujeitos significativos, um alinhamento (mesmo que não intencional) com traços de uma filosofia pragmática. Essa filosofia sugere que, de modo geral, a verdade e o significado de uma teoria estão vinculados à eficácia e à utilidade.

O pragmatismo dá ênfase para a importância da utilização prática na avaliação de ideias e conceitos. Para os pragmatistas, uma verdade só é verdade porque vai ao encontro das exigências vitais do homem que acontecem no plano da ação e não no plano teorético da especulação (Reale, 2007). Isso, conforme expresso nas US, é o que atribui um sentido ou um significado para a Matemática da Modelagem.

Podemos afirmar que, conforme nossa interpretação das US, o sentido da Matemática não reside na própria Matemática, o que sugere um esvaziamento do sentido dela quando não é aplicada em contextos específicos. Concernente a isso, a Matemática que não é aplicada é uma Matemática sem sentido para os sujeitos entrevistados.

---

[30] Disponível em https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/aplicação/. Acesso em: 03 out. 2023.

Para nós, aqui abre-se um entendimento importante e distinto do apresentado em Tambarussi (2021, p. 108), que sinaliza: “no âmbito da Modelagem na Educação Matemática, a aplicação dos conteúdos matemáticos não é, na maioria dos textos que a trazem, o aspecto central do trabalho”. A aplicação dos conteúdos, segundo o relato dos sujeitos significativos, é o que diferencia a Matemática da Modelagem de contextos de não Modelagem, sendo por eles considerado um aspecto central da Modelagem. Compreendemos que a aplicação de conteúdos matemáticos se apresenta como relevante no fazer Modelagem na Educação Matemática, pois é essa aplicação que atribui o sentido para a Matemática.

As US ainda indicam que, muitas vezes, há a necessidade de uma reinterpretação ou mesmo uma validação, pois os resultados matemáticos encontrados nas atividades de Modelagem nem sempre condizem ou fazem sentido com a situação investigada. Ao “*criar um modelo matemático é preciso reinterpretar, validar, voltar para o problema para ver se faz sentido (38 ¶ 71 em E12)”.* E que muitas vezes *“[...] nem tudo dá certo como geralmente é repassado por meio da tradição (5 ¶ 10 em E5)”.*

Para nós, o apresentado abre possibilidades para a compreensão da Matemática na Modelagem, pois: i) possibilita uma reflexão da própria Matemática produzida ao longo da história e das concepções menos reflexivas, tais como, as que acreditam na possibilidade da Matemática representar fielmente os acontecimentos da natureza; ii) necessita ir além da aplicação de cálculos e conceitos estritamente matemáticos, carecendo de uma reflexão por parte dos estudantes sobre o que foi utilizado e se realmente condiz com a situação investigada.

Outro aspecto de destaque das US é a indicação da associação da Matemática com aquilo que já se sabe de Matemática ou não, e suas experiências vividas, pois ao “*trazer a experiência do aluno que às vezes sabe muita coisa sobre o conteúdo que não o matemático, junto com a experiência matemática do professor, contribui para abordar a Matemática (16 ¶ 15 – 16 em E11)”.*

Para nós, parece que isso caminha na direção de algumas concepções de Modelagem Matemática, como a apresentada por Burak (2016, p. 17), em que a Modelagem é considerada [...] uma metodologia de ensino da Matemática”. Dito de outro modo, os estudantes concebem a Modelagem como uma possibilidade de ensinar a Matemática já produzida.

Durante a realização das entrevistas, os sujeitos significativos mencionaram que a Matemática é criada, descoberta, evidenciada etc. Ao solicitar que esclarecessem seus entendimentos sobre como se cria, se descobre ou se evidencia a Matemática nas atividades de Modelagem, relatam que "*é preciso olhar para a situação, para o contexto; olhar, estudar, entender aquilo que está pedindo, o que está dizendo (45 ¶ 92 em E9)"* e "*analisando o problema, utiliza-se a Matemática para chegar a um modelo matemático (32 ¶ 66 em E10)".* Nesse viés, *o* ser humano se apresenta como aquele que tem a função de analisar, investigar, modelar, pensar a Matemática para a situação, utilizando-a na resolução do problema.

Há, ainda, a indicação de que os órgãos do sentido, em especial a visão, também são úteis para criar, descobrir ou evidenciar a Matemática na Modelagem. Mas não é um olhar qualquer, é um olhar atento. Para além disso, entendemos que não é um olhar que capta diretamente com os olhos, mas aquele que pensa sobre o olhado, refletindo sobre a situação investigada. Sugere, assim, que há a necessidade de uma abordagem cuidadosa para captar as nuances, pois a reflexão abre possibilidades para ir além da superficialidade e entender o contexto.

Ademais, as US revelam que a Matemática na Modelagem possibilita pensar: i) pensar qual é o caminho; ii) pensar caminhos diferentes utilizando outros conceitos/conteúdos matemáticos, pois não é dado uma fórmula ou um caminho *a priori* e; iii) pensar como retirar "as coisas" do problema. Exemplificamos, concernente a isso, as US: "[...] *é preciso identificar o problema e depois pensar se é possível trazer o problema para a Matemática (31 ¶ 66 em E10)"; "é preciso desenvolver, coletar dados, pensar sobre a situação investigada e a Matemática, porque são coisas não esperadas para resolver. Não é dado o caminho para seguir (27 ¶ 36 em E1)"; "é preciso voltar, parar, analisar; isso é bom porque acaba exercitando o pensamento, porque às vezes, na vida, achamos que tudo está pronto (44 ¶ 76 em E2)".*

Dentre os diversos aspectos apresentados, destacamos o humano e o pensar reflexivo, pois é o sujeito que irá matematizar a situação. É preciso compreender que ele é o responsável por mostrar que a Matemática é útil. A figura do professor ou de um grupo de pessoas se apresenta como articuladora da Matemática que possibilitará a resolução do problema.

Há, por parte de alguns sujeitos significativos, o entendimento que algumas pessoas nascem com mais facilidade que outras para criar e/ou descobrir a

Matemática e, na maioria das vezes, exige dedicação do ser humano. Para nós, essa compreensão é algo que decorre de pré-noções científicas ou não. Pode estar afetada por traços do inatismo ou apriorismo (Becker, 2012). Porém, foca na atividade do sujeito que precisa da Matemática nas situações de modelagem, ora valendo-se do próprio conhecimento, ora compartilhando com os sujeitos. Ainda assim, não há criação ou descoberta em sentido stricto, mas de associação a objetos matemáticos ensinados no Ensino Superior.

Outro aspecto interessante presente nas US é que, muitas vezes, *"o caminho matemático utilizado não é aquele que o professor esperava para resolver o problema, porque na Modelagem cada um traça o seu próprio caminho (3 ¶ 14 em E9)"*. Isso mostra que há a valorização da ação do estudante, pois é ele quem decide que conhecimento matemático irá utilizar.

Vinculado ao caráter humano da Matemática na Modelagem, estão sentimentos e dificuldades. Para os sujeitos significativos "*a Matemática da Modelagem é mais flexível e um pouco mais dinâmica (24 ¶ 58 em E10)" e* relatam que "*a Matemática na Modelagem é mais prazerosa. Relata gostar de resolver, ficar pensando com os amigos (24 ¶ 32 in E11)*". Nas US, que não trazemos aqui, mas que se encontram nos dados da pesquisa, encontramos adjetivos conferidos à Matemática: flexível, dinâmica, leve, diferente, legal e divertida.

Por outro lado, há os que a adjetivam como trabalhosa, extremamente complexa e difícil. Esses adjetivos são conferidos à Matemática porque *"é preciso pensar, buscar caminhos (14 ¶ 24 em E5)"* e em muitas situações *"não fica claro o que está aprendendo de Matemática em atividades de Modelagem (4 ¶ 8 em E11)"*. A Matemática que é abordada na atividade acaba "saindo do nada", causando surpresas, "*mas as coisas ficam mais visíveis com o tempo (27 ¶ 60 em E9)*".

O exposto abre possibilidades de entendimento. A Matemática na Modelagem se mostra mais leve e ao mesmo tempo complexa, difícil e sem um caminho (roteiro) a ser seguido, mas que pode ser produzida de forma mais prazerosa do que em contextos de não Modelagem. Essa dualidade é algo que se expressa na experiência dos estudantes. De acordo com o modo como cada um deles lida com a situação e com os conhecimentos matemáticos que dispõem, manifestam sentimentos específicos para com a Matemática. Essa vinculação fala menos da Matemática do que do modo como cada um se aproxima dela e se dirige, também, às ações no interior das práticas de modelagem, não da matemática ela mesma.

Além do apresentado até o momento, as US que constituem essa categoria caracterizam a Matemática como uma evolução natural, gradativa e necessária. Assim como os seres humanos evoluíram, ela evoluiu na tentativa de encontrar formas mais rápidas de obter resultados. Esse discurso é exemplificado pelas US: "*a descoberta da Matemática é uma coisa gradativa (22 ¶ 74 em E3)"; "a evolução da Matemática é algo natural. Tudo vai se aperfeiçoando (18 ¶ 58 em E7)"; "a Matemática é necessária e está presente na evolução humana (14 ¶ 46 em E7)".*

A palavra *evolução* é um substantivo feminino. Entre as suas principais acepções estão: i) ação, processo ou efeito de evoluir; ii) transformação e mudança contínua, lenta e gradual em que certas características ou estados mais simples tornam-se mais complexos, mais desenvolvidos e aperfeiçoados; desenvolvimento, progresso; iii) surgimento de algo, produto de técnica ou saber, que se aperfeiçoou (Michaelis, 2023)[31]. Já a palavra *natural* sugere aquilo que está em conformidade com as leis da natureza, propensão inata, tudo o que supostamente está determinado e sobre o qual não há controle; destino (Michaelis, 2023)[32].

O dicionário de filosofia, além de mencionar que a palavra *evolução* conserva o sentido genérico de desenvolvimento, é também utilizada com frequência para uma doutrina nomeada de Teoria da Evolução, que é entendida de duas maneiras: uma que se diz da teoria biológica da transformação das espécies vivas (umas nas outras), e outra que se refere à teoria metafísica do desenvolvimento progressivo do universo em sua totalidade (Abbagnano, 2007).

Refletindo sobre as US e as asserções expostas nos dicionários supramencionados, sugere-se que a Matemática está em desenvolvimento, em aperfeiçoamento. Evidenciamos, diante disso, duas possibilidades de entendimento: uma sinalizando que a evolução acontece para suprir as necessidades humanas, e outra que considera a evolução da Matemática como algo natural, como se o caráter evolutivo da Matemática fosse inato a ela. Entendemos que, nesse segundo modo, pode haver, no dito dos sujeitos significativos, a compreensão de que o

[31] Disponível em https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/evolução/. Acesso em: 15 out. 2023.
[32] Disponível em https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/natural/. Acesso em: 15 out. 2023.

desenvolvimento da Matemática está diretamente vinculado ao desenvolvimento do universo, como mencionado pela Teoria da Evolução.

Essa visão, para nós, não se alinha nem mesmo às perspectivas falibilistas da Matemática, de neopositivistas como a de Imre Lakatos, que associa o avanço da Matemática à correção e ao erro. Escrito de outro modo, na visão de Lakatos, a Matemática avança por meio da revisão, adaptação e superação de desafios internos, desenvolvendo-se ao longo do tempo, mas não de maneira natural, como mencionada pelos sujeitos significativos.

3.6 C6 – A Matemática na Modelagem não foi pensada

A categoria "A Matemática na Modelagem não foi pensada" expressa o estranhamento[33] por parte dos sujeitos significativos ao serem questionados a respeito da Matemática na Modelagem.

Há o entendimento, pelos sujeitos significativos, que a Matemática na Modelagem, como já mencionado na categoria C5, é "*[...] uma coisa natural (16 ¶ 66 em E3)",* e que "é *difícil ter uma concepção de Matemática na Modelagem* [...] *(37 ¶ 37 – 40 em E11)",* visto que, não realizaram discussões sobre a temática. As seguintes US exemplificam o exposto: *"relata não ter pensado sobre a Matemática na Modelagem (15 ¶ 64 em E3)";* "*a Matemática passa batida (25 ¶ 84 em E1)".*

A expressão "passa batida" nos sugere que não é dado atenção para a Matemática na Modelagem. Ela é entendida como integrada a Modelagem, como algo que faz parte da Modelagem, mas que a ela não é dado destaque.

As análises das entrevistas dos sujeitos significativos permitem afirmar que, para eles, a Matemática não é o ponto central das abordagens de Modelagem, já que concebem que, ao se fazer Modelagem, a Matemática já está nela contida, ou seja, está implicitamente presente. Por outro lado, isso sugere uma valorização da resolução de problemas e a articulação da Matemática em contextos em vez de um pensar teórico ou filosófico.

[33] Durante a realização das entrevistas, expressões faciais demonstravam espanto quando indagávamos sobre a Matemática na Modelagem. Essas expressões dão indícios que pensar a Matemática na Modelagem ou em outro contexto não é uma atividade realizada no contexto acadêmico em que estão inseridos. Ao serem convidados a explanarem sobre a Matemática na Modelagem, expressões como "*Nossa, nisso eu nunca tinha parado para pensar. Nossa, é complicado responder. Olha, não sei. Nossa, você me deixou sem palavras*" foram recorrentes durante as entrevistas.

Quando os estudantes mencionam que não sabem argumentar sobre a Matemática ou não têm pensado sobre a Matemática na Modelagem, dão a entender que essa não é refletida, sendo tomada, no sentido filosófico, ingenuamente. Mesmo a Matemática, conforme apresentado na categoria C5, possibilitar um pensar mais reflexivo, esse pensar não incide para muitos sujeitos significativos pensarem a própria Matemática. Isso pode estar relacionado às concepções de Modelagem assumidas, estando ligadas mais a uma concepção de Modelagem como veículo, classificação apresentada por Galbraith (2012), em que foco está na própria Modelagem e não no ensino da Matemática, o que pode levar a não tematização da Matemática.

4. COMPREENSÕES ARTICULADAS SOBRE O INVESTIGADO

Ao realizarmos um movimento reflexivo sobre o que as categorias revelaram e possíveis articulações do evidenciado, várias possibilidades se abriram para modos de compreender a Matemática na Modelagem. Muitos aspectos se mantêm da mesma maneira que no ensino em contextos de não Modelagem, enquanto outros se alteram, segundo revelado pelos entrevistados. A Matemática, ela mesma, na Modelagem, não é pensada em uma dimensão mais filosófica, e o valor de verdade da Matemática está articulado à figura do professor ou da pessoa mais experiente. Há, por parte de alguns entrevistados, uma concepção de que a Matemática independe dos seres humanos, o que se assemelha a concepções de Matemática em contextos de não Modelagem.

Há, também, a constatação que compreensões apresentadas em Klüber (2012), Tambarussi e Bicudo (2020), Tambarussi (2021) e Tambarussi e Bicudo (2022), se mostraram semelhantes para os estudantes como a crença de que a Matemática tem o poder de representar a realidade empírica ou que está na situação investigada. Entretanto, outras categorias emergiram: a criação ou descoberta da Matemática vinculada à aplicação da Matemática; a exatidão da Matemática mensurada pela exatidão da aplicação da Matemática e; a Matemática entendida como uma linguagem. Outra constatação refere-se à multiplicidade de caminhos possíveis para determinar as soluções das situações investigadas, o que qualifica a não exatidão da Matemática.

Há os que sustentam que a Matemática é uma disciplina exata, fundamentando tal perspectiva na ideia de que a natureza da Matemática na Modelagem é a mesma que em contexto de não Modelagem. A divergência reside na abordagem adotada para lidar com os objetos matemáticos.

Alguns aspectos no nosso horizonte compreensivo se mostram relevantes e podem ser importantes para entender o sentido atribuído à Matemática, como: a Matemática na Modelagem contribui para um pensamento mais abrangente e reflexivo; uma Matemática que pode ser maleável e adaptável para ser transposta nas situações investigadas.

Outro aspecto positivo diz da diversidade de possibilidades matemáticas de abordar a situação investigada e de se mostrar mais interessante para os estudantes, uma Matemática com sentido. Esse sentido está articulado à aplicação da Matemática que se mostra no nosso horizonte compreensível como um aspecto central para os estudantes ao se fazer Modelagem na Educação Matemática.

Os entendimentos supramencionados podem auxiliar os estudantes a conceberem a Matemática como uma produção humana vinculada a um contexto histórico, social e político.

A ideia de que a Matemática é útil, que evolui de acordo com as necessidades da humanidade, também fica evidenciada nas US descaracterizando uma concepção que se dissemina por muitos de que "a Matemática não serve para nada". Mas, a Matemática da Modelagem é uma Matemática que é anterior à Modelagem; não é uma matemática produzida para a situação investigada. A Matemática é entendida como já existente.

Por outro lado, os entrevistados sugerem que a Matemática tem um sentido quando é aplicada, desprezando, de certa forma, muitas teorias desenvolvidas no âmbito da Matemática Pura, que busca explorar estruturas e relações matemáticas sem necessariamente ter uma aplicação prática imediata.

As falas dos sujeitos significativos dão a entender que, por ser possível abordar a mesma situação por diferentes caminhos sem uma regra a ser seguida, o pensar do estudante passa a ser valorizado, mas que por vezes, é direcionado pelo pensamento das pessoas mais experientes ou que julguem ter mais conhecimento matemático. Isso sugere que, por mais que a Modelagem possibilite uma diversidade de abordagens matemáticas, há uma certa hierarquia no estabelecimento da verdade.

Por outro lado, os sujeitos significativos consideram que o conhecimento matemático está na situação investigada, no objeto, sustentando ideias como "a

Matemática está em tudo”, “tudo tem matemática”, “a Matemática descreve a realidade”. Conforme compreendemos, do tido pelos sujeitos entrevistados, ao utilizar a Modelagem no contexto escolar essas formas de pensar são fortalecidas pela Modelagem. Existe a compreensão, por alguns dos sujeitos significativos, que o valor de verdade está vinculado ao que está fora do sujeito, no mundo empírico. Em outras palavras, a verdade é determinada pelo objeto.

Anastácio (2010) já sinalizava que, ao se utilizar a Modelagem no contexto educacional, poderia influenciar os estudantes a conceberem a matemática como algo presente na realidade empírica. Com nossa pesquisa, o que fora sinalizado pela autora, se expressa nas falas dos estudantes. Na nossa leitura, discussões sobre a Matemática parecem ausentar-se em contextos de Modelagem. Muitos estudantes não dão ênfase a dimensão humana que ao direcionar-se atentamente para a situação investigada, dirige-se a ela com a Matemática aprendida ou a ser aprendida.

Esse modo de compreender a Matemática como estando na coisa se apresenta para nós como uma visão ingênua. Os estudantes demostram espanto ao serem convidados a falar sobre Matemática e sinalizam contradições nas suas próprias falas. Salientam que discussões com esse enfoque não são realizadas em atividades de Modelagem.

Considerar que a Matemática está presente na situação investigada revela a ausência de um pensar sobre a Matemática, em particular sobre a Modelagem. Isso pode ser decorrente da influência da literatura (da área da Modelagem ou de contextos de não Modelagem), de como e quais atividades foram vivenciadas; da mediação do professor no contexto da Modelagem ou ainda da própria postura do aluno, que não conseguiu articular as discussões realizadas.

Aliás, são apresentadas, pelos sujeitos significativos, confusões em relação à ontologia da Matemática e à ontologia da aplicação da Matemática. Para eles, a Matemática é a aplicação da Matemática e é isso que atribui um sentido da Matemática para os entrevistados. Aliado a esse modo de pensar, há também a indicação frequente de aplicar a Matemática à realidade na busca de representá-la ou descrevê-la, mas essa realidade que é tão mencionada na Modelagem não se apresenta como uma discussão importante pelos sujeitos significativos.

Os sujeitos significativos ora mencionam que os objetos matemáticos são criações humanas, ora que são descobertos. Mas, ao analisarmos suas argumentações, tanto criar como descobrir, acabam ganhando o mesmo sentido, o de aplicação da Matemática em situações investigadas. Conforme já mencionamos, para os sujeitos significativos, a criação ou descoberta da Matemática está articulada à aplicação de uma Matemática que já é conhecida e que de alguma maneira vai evoluindo gradualmente com o universo. Essa ideia pode indicar uma concepção de que a existência dos objetos matemáticos independe do ser humano, estando “por aí”, presentes na realidade empírica, disponíveis para serem captados e aplicados em situações investigadas.

Conforme nossa compreensão da investigação realizada, apesar dos esforços empreendidos pela Modelagem Matemática, a concepção de Matemática ainda se apoia em concepções hegemônicas de conhecimento e em reflexão epistemológica ingênua. Essencialmente, a Matemática permanece alinhada ao ideal platônico ou à visão aristotélica. Pouco se avançou, em termos epistemológicos e por consequência pedagógicos, para sequer concebermos a Matemática alicerçada em uma teoria kantiana do conhecimento, por exemplo.

Mesmo a Matemática possibilitando aberturas para um pensar rigoroso sobre a situação investigada, ela mesma, não é pensada. Aqui mostra uma carência de uma reflexão filosófica daquilo que, muitas vezes, é explicitado na comunidade da Modelagem o enfoque do ensino de Matemática, porém, centrando-se, em muitos casos, em outros aspectos, como autonomia, motivação, criticidade etc., como apresentado por Biembengut e Hein (2002), Barbosa (2004), Bassanezi, (2002) e Burak (2019).

Outro ponto que é importante mencionar diz da abrangência da pesquisa. Ela não se limita a estudantes, visto que, todos os entrevistados relataram que a vivência com Modelagem Matemática se deu de forma prática e teórica. Dito de outro modo, as concepções apresentadas por eles se fundamentam em suas vivências com atividades de Modelagem e com o contato com pesquisadores e professores experientes da Modelagem, seja por meio de aulas, leituras de textos, palestras. Assim, muito do apresentado pelos estudantes se sustentam na produção acadêmica e no fazer pedagógico de professores.

Mediante ao que apresentamos nessa pesquisa, evidenciou-se uma fragilidade ao se trabalhar com a Modelagem Matemática no contexto educacional, em que a Matemática fica obscurecida. Há também a evidência de que na Modelagem, a

Matemática se encontra em objetos do mundo fenomênico e que os modos de acesso a Matemática permanecer em uma posição intermediária, entre realismo platônico e aristotélico.

Não queremos, com isso, afirmar que a Modelagem não se apresente como uma possibilidade interessante na Educação Matemática. Suas potencialidades estão amplamente discutidas na literatura nacional e internacional, o que valida a utilização da Modelagem no contexto educacional. Entretanto, consideramos que a Matemática na Modelagem Matemática carece de reflexões, assim como em contextos de não Modelagem, apresentando-se como uma lacuna reflexiva na formação e no trabalho com a Modelagem e na própria Educação Matemática.

5. REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Belo Horizonte: Spes Editora, 2006.

ANASTÁCIO, M. Q. A. Realidade: uma aproximação através da modelagem matemática. **Revista de Modelagem na Educação Matemática***,* 2010, Vol. 1, No. 1, 2-9.

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar Editora, 1976.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004. Disponível em http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 02 jan. 2021.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. Contexto, 2002.

BECKER, F. **A epistemologia do professor de Matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

BECKER, F. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema:** Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/bDwTTSw6KjFrrHgWMpnjhQv/?lang=pt. Acesso em: 13 fev. 2021.

BICUDO, M. A. V. (org**.). Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2002. 2 ed.

BURAK, D. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 96-111, 24 abr. 2019.

BURAK, A. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. *In:* BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, p. 17-40.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

BRASIL. Ministério da Educação. Parecer CNE/CES nº 1.302/2001 - Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf.

CASTAÑON, G. **Introdução à epistemologia**. São Paulo: EPU, 2007.

CHAUI, M. **Convite à Filosofia**. São Paulo: Ática, 2000.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Applications**, v. 1, n. 5, 2012, p. 3-16.

HERMANN, N. **Hermenêutica e Educação**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

HUSSERL, E**. Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica: introdução à fenomenologia pura**. Tradução de Márcio Suzuki. São Paulo: Ideias & Letras, 2006.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na educação Matemática**. 2012. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2012.

KLÜBER, T. E.; MUTTI, G. S. L.; TAMBARUSSI, C. M. Reflexões sobre pesquisas fenomenológicas na Educação Matemática, assistidas por ATLAS T.I. *In:* VI Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos, 2021, São Paulo. A lógica da pesquisa qualitativa e as solicitações da Plataforma Brasil. São Paulo: Dos autores, 2021. v. 6. p. 1-11.

KLÜBER, T. E.; TAMBARUSSI, C. M.; MUTTI, G. S. L. O problema filosófico da teoria da representação e desdobramentos para a Modelagem Matemática na Educação

Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 289-324, 31 ago. 2022

MUTTI, G.S.L. **Adoção da Modelagem Matemática para professores em um contexto de formação continuada. 2020**. 193 folhas. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

RAMON, R.; KLÜBER, T. E. Dados matemáticos em relatos de experiência. In: VI Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos, 2021, São Paulo/Online. **Anais** do VI... SE&PQ, 2021. v. 6. p. 1-12.

RAMON, R.; KLÜBER, T. E**.** Filosofia Da Matemática e Filosofia Fenomenológica da Matemática: Expondo Compreensões (Manuscrito não publicado). [s.l.]:[s.n.].

REALE, M**. Introdução à Filosofia**. São Paulo: Saraiva, 2002

SILVA, J. J. **Filosofias da Matemática**. - São Paulo: UNESP, 2007.

SILVA, J. J. **O que é e para que serve a Matemática**. São Paulo: UNESP, 2022.

SNAPPER, E. As três crises da Matemática: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. **Revista Humanidades**, volume II, n. 8, p. 85-93, jul-set. 1984.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Tradução: Abgail Lins; Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Editora Papirus, 2001.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Características nucleares do trabalho com a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática. **Revista Paradigma**, Vol. XLIII, Edición Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, p. 307-328, maio, 2022.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Focando o conceito de conhecimento em Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Paradigma**, Maracay, v. XLI, n. 2, p. 311-330, dez. 2020.

TAMBARUSSI, C. M. **A produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática.** 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, São Paulo, 2021.

REVISITANDO O INVESTIGADO

Findada a pesquisa, mas cientes que o fenômeno que investigamos ainda pode ser visado por diferentes perfis devido à sua complexidade, elaboramos uma síntese das contribuições proporcionadas pelo movimento investigativo. Ao nos dirigirmos para o produzido nesta tese, lançamo-nos em um movimento de revisitação, tanto para o apresentado nos textos que compõem a tese quanto para o movimento que realizamos ao longo da pesquisa.

Revisitar sugere tornar a visitar, visitar novamente, que, em nosso caso, diz de um olhar atento para o produzido na pesquisa que realizamos, ou seja, ir àquilo que já se manifestou para nós. Esse revisitar é possível pela vivência da recordação, não somente no sentido de retenção daquilo que passou, de tornar presente o passado (recordação primária) como fatos históricos, mas como um movimento de intuir sobre um passado que pode ser presentificado, refletido no agora (recordação secundária). O revisitar nos possibilita dirigir-se ao dito e a este retornar muitas vezes, refletindo no agora sobre o todo produzido no passado. E é com essa revisitação que finalizamos a tese.

A interrogação "O que é isto, a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática?" foi motivada por uma inquietação pessoal, que foi se intensificando na medida que avançávamos em estudos de cunho filosófico, em especial da filosofia fenomenológica. Com estudos e reflexões que realizamos, compreendemos a relevância dada à Matemática ao longo da história por particularidades, tais como a universalidade da linguagem, a possibilidade de generalização, aplicabilidade, estrutura, entre outras.

O movimento de pesquisa efetuado, guiado pela interrogação, solicitou perseguir vários caminhos investigativos para que pudéssemos compreender a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática. Estudar a Matemática na Filosofia, assim como estudar a Matemática em textos de Modelagem e ir aos estudantes que vivenciaram atividades de modelagem foram ações que consideramos necessárias para dar conta do interrogado. Entendemos que, para compreender a Matemática na Modelagem na Educação Matemática, precisávamos dar um passo atrás, pois não estamos isolados no presente, mas imersos ao que nos chega pela tradição, no mundo-da-vida. Nesse sentido, precisamos nos dirigir para aquilo que vem sendo tematizado de Matemática.

Ainda que outras vias fossem possíveis, como por exemplo, dialogar com autores significativos da Modelagem Matemática, entendemos que, nesse momento, isso não era necessário, uma vez que no solo do mundo-da-vida, no qual tanto autores de modelagem, quanto autores de filosofia contemporâneas se nutrem, estão articulados os sentidos disseminados na formação acadêmica e na tradição da Matemática ocidental.

Os aspectos que emergiram e foram interpretados no Artigo 3, como já mencionado, não ficam restritos aos sujeitos entrevistados. Eles extrapolam os sujeitos investigados, pois suas vivências com Modelagem foram de forma prática e teórica. A interpretação hermenêutica, assim, possibilita a abertura de um horizonte que permite compreender as intersecções e sombreamentos teóricos compartilhados pelos sujeitos. Esse “arremesso” para “fora” dos dados produzidos e situados é possível por essa abertura interpretativa.

Ao revisitar os estudos apresentados nos Artigos 1 e 2, foi possível articular teorias filosóficas que tematizam a Matemática em contextos não necessariamente de Modelagem Matemática. Nesses textos, ficaram evidenciados modos de conceber a Matemática, fruto do esforço empregado pelos filósofos e pensadores em explicar aspectos ontológicos e epistemológicos dessa área de conhecimento. Com o movimento realizado, foi possível compreender ideias gerais das filosofias platônica, aristotélica, kantiana e husserliana.

Das abordagens apresentadas, nos identificamos com a Fenomenologia de Edmundo Husserl, pois apresenta esclarecimentos que, para nós, fazem sentido. Ela se afasta radicalmente do modo platônico, aristotélico e kantiano de conceber o conhecimento. Por mais importantes que as teorias platônica, aristotélica e kantiana tenham sido ao longo da história, ficam presas uma visão de teoria do conhecimento em que sujeito e objeto do conhecimento são entendidos ontologicamente separados, ficando em aberto como o sujeito tem acesso ao objeto para conhecê-lo. Por outro lado, a Fenomenologia não entende desse modo, isto é, em uma abordagem dualista (sujeito e objeto externo). O objeto do conhecimento, na visão fenomenológica, é constituído pela consciência. O percebido é correlato à percepção de quem percebe.

Portanto, conforme compreendemos, a Matemática não se encontra inserida na situação investigada, como um *em-si*, como possibilidade de ser descoberta. Ela tem a necessidade de ser idealizada por seres humanos. Assim, compreender a Matemática em uma postura fenomenológica sugere compreender o ser humano em sua totalidade como um corpo-vivente, imerso em um *a priori* histórico, que constitui o conhecimento matemático com e nas vivências corpóreas, psíquicas e espirituais. Esse modo de entendimento supera o modo platônico, pois o conhecimento não está no Mundo das Ideias. Também supera o modo aristotélico de conceber o conhecimento matemático com forte ligação ontológica ao mundo empírico e kantiano, não limitando o conhecimento ao espaço e ao tempo como estruturas *a priori* de todo o conhecimento.

Pelo que compreendemos dos escritos de Husserl, a Matemática lida com idealidades que são articulações realizadas pelos seres humanos. A constituição do conhecimento se instaura na subjetividade, mas não fica preso à esfera individual. Ele é compartilhado e é possível com-os-outros pela linguagem que, ao ser submetido aos padrões estabelecidos culturalmente e historicamente, permanecem como verdades compartilhadas, sempre passíveis de serem *revividas* por cada pessoa, em sua subjetividade. Dessa forma, é na intersubjetividade que fica elegível a sua veracidade. Porém, não como mero acordo consensual, mas possibilitada pela capacidade inerente a cada subjetividade de *reviver,* ao seu modo, os momentos de constituição do conhecimento.

Essas idealidades, obedecendo critérios também estabelecidos pelos seres humanos, se apresentam de modo exato. Portanto, a imanência das idealidades matemáticas decorre de um visar originário, repetível pelos seres humanos em suas vivências. Logo, permanece com sentido de exatidão.

Porém, o mesmo não se pode dizer das aplicações matemáticas, pois se mostram de modo não exato, quando visam à representação do mundo empírico, fenomênico. Não é possível descrever a realidade *em-si* com Matemática.

Revisitando o texto apresentado no Artigo 3 e considerando todos os argumentos favoráveis à utilização da Modelagem Matemática no contexto educacional, amplamente discutidos na literatura da área (desenvolvimento da autonomia e criatividade nos estudantes, favorecimento da interdisciplinaridade e da contextualização, entre outras), compreendemos que os estudantes que vivenciam atividades de Modelagem Matemática nos revelam aspectos importantes sobre ela. Além disso, entendemos como a Matemática está articulada no horizonte vivido pelos entrevistados no contexto da Modelagem, ou seja, aqueles que vivenciam Modelagem em contexto educacional.

Com o movimento realizado, evidenciamos, por exemplo, que traços do pensamento aristotélico se mantêm no contexto da Modelagem e que a crença de que a Matemática está na situação investigada, como um *em-si*, se sustenta para os estudantes que vivenciaram atividades de Modelagem. Cabe salientar que diversos pesquisadores, ao iniciarem suas pesquisas, tendem a assumir visões ingênuas ou naturais (em sentido filosófico) da realidade e da Matemática, que entendia que a Matemática estava no real, nas coisas.

Por outro lado, a Matemática também se mostra como mais maleável, sendo possível adaptá-la a diversas situações. Isso nos sugere que os sujeitos entrevistados entendem que a Matemática não está na situação investigada, mas que é possível associá-la a outros contextos.

Revisando o apresentado nas categorias abertas, destaca-se o entendimento de que a exatidão da Matemática é sinônimo de exatidão na aplicação da Matemática nas situações investigadas, isso porque, compreendem que a Matemática é *extraída* do mundo empírico. A maioria dos sujeitos participantes da pesquisa afirmam que a Matemática não é exata, porque a aplicação da Matemática não é exata. Mesmo que, no decorrer das entrevistas realizadas, os sujeitos tenham sido incentivados a falarem das idealidades matemáticas, eles não tematizaram o solicitado. Os sujeitos dirigiram suas falas para a aplicação da Matemática. No horizonte compreensivo em que se encontravam, não conseguiam vislumbrar idealidades matemáticas separadas da aplicação da Matemática. Dito de outro modo, não tematizaram a Matemática, porque a tomam de modo naturalizado.

Desse modo, por mais que se busque compreender a Matemática de maneiras distintas, ela permanece sustentada pelas concepções de conhecimento hegemônicas e com reflexão epistemológica ingênua. Mesmo que se busque falar de sentidos diversos da Matemática, ela permanece, de maneira geral, no mesmo horizonte do ideal platônico ou na visão aristotélica. Pouco se avançou, em termos epistemológicos e, por consequência, pedagógicos, para sequer concebermos a

Matemática alicerçada em uma teoria do conhecimento com bases kantianas, por exemplo.

As mudanças pedagógicas presumidas em Modelagem não são suficientes para modificar o modo como se vê a Matemática e, quando isso ocorre, tende a distorcer a ontologia da matemática pelos seus usos. Sem dúvida, a Matemática possui um sentido pragmático, mas não se destaca que a função do uso é uma atribuição do sujeito, enquanto corpo-vivente. Nesse sentido, o mundo e a realidade continuam a ser tomados de forma naturalizada, concebidos como independentes e externos ao sujeito. O mesmo ocorre para muitos dos entrevistados em relação à Matemática

Ao revisitar as entrevistas realizadas, além dos aspectos apresentados, cabe destacar algumas aberturas possibilitadas nas entrevistas, mesmo não estando vinculado à interrogação que prosseguíamos. O movimento dialógico realizado nas entrevistas possibilitou aos estudantes entrevistados, uma oportunidade de refletir sobre a Matemática, tanto na Modelagem como em contextos de não Modelagem. Ao serem questionados e solicitados que explicassem o significado do dito, os entrevistados foram instigados a refletirem sobre o dito. Algumas falas sugerem que a entrevista motivou reflexões futuras: “Preciso pensar mais sobre o que eu falei”, “Estou me contradizendo”, “não sei mais se a Matemática é uma descoberta ou uma invenção”, “preciso pensar mais sobre a Matemática, nunca tinha pensado”.

Nesse sentido, salientamos a necessidade de reflexões mais profundas que tematizem a Matemática em práticas pedagógicas, tanto na Modelagem como em contextos de não modelagem. Considerando que a docência é a futura profissão dos estudantes (todos os entrevistados eram estudantes de licenciatura em Matemática), é plausível afirmar que, ao exercerem à docência, estarão diariamente tematizando a Matemática ou o ensino dela.

Mediante aquilo que apresentamos, esta tese evidenciou uma fragilidade no trabalho com a Modelagem Matemática, principalmente quando se pensa em desdobramentos pedagógicos, ou seja, a Matemática fica obscurecida e os seus modos de acesso continuam sendo tomados em sua naturalidade, ora pela facilidade de um sujeito, ora por assumirem a presença do conhecimento em objetos do mundo fenomênico. Ademais, mesmo em perspectivas assumidamente cognitivistas, os modos de acesso tendem a permanecer em uma posição intermediária, entre realismo platônico e aristotélico. O acesso à Matemática é atribuído à presença do real e ao interesse pelo real. As características que são atribuídas à Matemática como prazerosa, com sentido e lúdica, facilitada, não concernem à Matemática vista como idealidade, como a entendemos. Essas características dizem de movimentos ou modos de o corpo-vivente vislumbrar como se dirige à Matemática, mas não dizem das suas idealidades.

Isso não significa que não se aprenda Matemática ou que não se vai a ela quando se trabalha com Modelagem, mas que a compreensão sobre os modos de acesso, ou seja, compreender a Matemática como se apresenta no mundo-da-vida, não é algo que está veiculado diretamente ao real ôntico, mas à manifestação daquilo que se pensa e se dirige às idealidades. Desse modo, é importante destacar que, quando se está modelando, não se está trabalhando com o real, mas como um modo de ver, que já é ontológico. Se isso é razoável, se faz necessário pensar uma virada sobre os modos de lidar com Matemática em Modelagem. Por exemplo, ao focar um problema ou investigar um tema com Matemática, é preciso compreender que se está lidando com os múltiplos modos de doação do fenômeno e não com a coisa *em-si*.

Dessa perspectiva, ter um problema ou investigar um tema é um modo que solicita múltiplas vivências do sujeito envolvido no problema. O interesse ou a motivação são modos de se colocar com o fenômeno e não de lidar com uma coisa.

De certa maneira, avançamos em relação à Klüber (2012), quando este afirmou que a Modelagem Matemática é uma investigação temática com Matemática, porque demos conta de esclarecer que, ao assumir uma visão fenomenológica de conhecimento, não apenas metodologicamente para a pesquisa, é preciso ir à radicalidade de sua “epistemologia”. Portanto, a investigação de temas já é um modo de estar-com-o-fenômeno, dirigido ao fenômeno e não às coisas. O perguntar concernente ao problema ou à investigação que se realiza são atos vividos, possibilitados pelas vivências espirituais. Sem dúvida, há muitos textos que falam da centralidade da pergunta em Modelagem, recorrendo, por exemplo, a Paulo Freire, porém, o perguntar não é algo isolado do viver, do experienciar, é algo que se vai desenvolvendo na estrutura do corpo-vivente. Se há uma novidade em termos pedagógicos para a Modelagem, é permitir a liberdade da manifestação de inúmeras vivências no contexto pedagógico, sejam elas intelectivas, psíquicas e mesmo corpóreas. Diferentemente das visões construtivistas do conhecimento e empiristas, entendemos que é na multiplicidade de vivências que o conhecimento se constitui.

Ao mesmo tempo em que nossa investigação se finda, abrem-se outras possibilidades investigativas, para nós ou para outros. Investigar as vivências evocadas nas atividades de Modelagem, possibilidades de práticas de Modelagem que proporcionem uma ruptura das concepções tradicionais de Matemática, são temáticas que merecem investigações futuras.

Nesse movimento de revisitação no investigado, articulamos alguns desafios e limitações encontradas durante a realização da pesquisa. Escrever uma tese já é uma tarefa complexa. Escrevê-la em formato *multipaper* se mostrou ainda mais desafiadora, visto que, ao mesmo tempo que realizávamos a pesquisa, necessitávamos articular e gerenciar a escrita dos artigos, além de evidenciar a clareza da articulação entre eles.

Outro aspecto desafiador foi compreender o significado de cada termo dentro de cada filosofia (Platão, Aristóteles, Kant e Husserl), por ser meu primeiro estudo dirigido à Filosofia. Entender conceitos, bem como as ideias gerais da fenomenologia husserliana se mostraram como uma dificuldade, devido à complexidade, quantidade e profundidade dos textos, assim como das obras dos outros filósofos mencionados. Nesse sentido, a pesquisa ficou limitada a algumas obras e a comentadores delas, não sendo possível uma imersão na vasta produção de Edmundo Husserl.

Outro aspecto limitador diz respeito à realização das entrevistas. Estabelecer contato com os sujeitos significativos foi um processo trabalhoso, mas que foi possível graças à disponibilidade de diversos professores, que divulgaram a pesquisa para seus estudantes. A realização das entrevistas demandou um ambiente em que o entrevistado se sentisse confortável para compartilhar suas experiências vividas. Ademais, outro desafio diz da condução das entrevistas, visto que não a conduzimos com perguntas estruturadas *a priori*, mas centradas em questões abertas que possibilitasse que os estudantes revelassem sua experiência vivida com a Modelagem. Quando se realiza esta escolha, é necessário que o pesquisador esteja sempre atento, para que, em momentos oportunos, faça algumas intervenções, mas como o cuidado de não interferir nos relatos.

Por fim, as últimas linhas desta tese foram reservadas para recordar as limitações, dificuldade e analisar como os estudos que realizamos contribuíram para a minha formação[1].

Tematizar a Matemática na Modelagem me possibilitou, em grande parte pela postura fenomenológica, uma ressignificação do que é ser professor, da importância de reflexões não aligeiradas do processo educativo, possibilitou também uma abertura para repensar a Matemática enquanto uma área de conhecimento. Permitiu, outrossim, refletir como os traços do pensamento platônico e aristotélico estavam presentes nas minhas práticas educativas. Possibilitou-me compreender como a filosofia de Kant ainda hoje exerce fortes influências no contexto educacional e na pesquisa. Para além do mencionado, possibilitou compreender a Matemática de uma maneira que eu não havia vislumbrado, pela visão fenomenológica. Com as reflexões realizadas ao estudar essa filosofia, pude vislumbrar modos diferenciados de conceber o mundo, o conhecimento, o homem, a realidade e, consequentemente, o modo de compreender a Matemática e o ensino dela.

E nessa jornada de ser professor/pesquisador eu sigo caminhando, com menos ingenuidade que antes e com a convicção de que é necessário ampliar os horizontes compreensivos, clarear o que se mostra obscurecido, mantendo uma postura de não aceitação para aquilo que se apresenta de modo naturalizado.

[1] Reescrevo na primeira pessoa do singular para apresentar considerações de cunho pessoal.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 2ª tiragem. SP: Martins Fontes, 2007.

ALES BELLO, A. Fenomenologia e ciências humanas: implicações éticas. **Memorandum**, n. 11, p. 28-34, 2006a. Disponível em: http://www.fafich.ufmg.br/~memorandum/a11/alesbello04.pdf. Acesso em: 17 abr. 2021.

ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Belo Horizonte: Spes Editora, 2006b.

ALMEIDA, L. M. W. Jogos de linguagem em atividades de Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 34, n. 1, p. 241-256, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/viewFile/28/18. Acesso em: 20 fev. 2020.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L.; SILVA, K. P.; BORSSOI, A. Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. **Quadrante**, *[S. l.]*, v. 30, n. 2, p. 123–146, 2021.

ARAÚJO, J. L. Relação entre Matemática e realidade em algumas perspectivas de Modelagem Matemática na educação Matemática. *In*: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na educação Matemática brasileira:** pesquisas e práticas educacionais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 17-32.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais [...]**. Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 02 jan. 2021.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BECKER, F. **A epistemologia do professor de Matemática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

BECKER, F. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.L.], v. 33, n. 65, p. 963-987, dez. 2019. Disponível em:

https://www.scielo.br/j/bolema/a/bDwTTSw6KjFrrHgWMpnjhQv/?lang=pt. Acesso em: 03 fev. 2021.

BICUDO, M. A. V. **Fenomenologia: Confrontos e avanços**. São Paulo, Cortez, 2000.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva Fenomenológica *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Filosofia da Educação Matemática Fenomenologia, Concepções, Possibilidades Didático-Pedagógicas**. São Paulo: UNESP, 2010, p. 23-47.

BICUDO, M. A. V. Aspectos da pesquisa qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011a, p. 29-40.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa fenomenológica: interrogação, descrição e modalidades de análises. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011b, p. 41-52.

BICUDO, M. A. V. Análise fenomenológica estrutural e variações interpretativas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011c, p. 53-74.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 5, n. 2, mai-ago. 2012. Disponível em: https://bit.ly/3AVXRwy. Acesso em: 07 jul. 2021.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Fenomenológica em Educação: Possibilidades e desafios**. Revista Paradigma,** Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020, v. XLI, p. 30-57, 2020. Disponível em: http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/928/779. Acesso em: 02 jul. 2021.

BICUDO, M. A. V. **Corpo vivente: centro de orientação eu-mundo-outro**. Médica Review, v. 10, n. 2, p. 119-135, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.37467/revmedica.v10.3337. Acesso em: 02 jul 2021.

BICUDO, M.A.V.; GARNICA, A.V.M. **Filosofia da Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BURAK, D. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (Doutorado educacional) – Faculdade de Educação. Universidade de Campinas. Campinas, 1992.

BURAK, D. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 96-111, 24 abr. 2019. Disponível em: https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/EMSF/article/view/10740/7127. Acesso em: 20 jun. 2020.

BURAK, D.; ZONTINI, L. R. S. Práticas com modelagem na formação do professor da Educação Básica: a busca por uma nova racionalidade. **Práxis Educativa**. v.15, p.1 - 20, 2020. Disponível em: https://revistas.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/14239/209209212896. Acesso em: 10 jan. 2020.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação Matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, p. 93-106, 2008. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/68/0. Acesso em: 10 jan. 2020.

CALDEIRA, A.D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,** Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37940/28968. Acesso em: 07 mai. 2021.

CAMBI, B.; CALDEIRA, A. Modelagem matemática, professor mediador-orientador e construtivismo: entrelaçamentos discursivos na constituição da figura docente. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 28, e280025, 2023. Disponível em <http://educa.fcc.org.br/scelo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-4782023000100219&lng=es&nrm=iso> 2023. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/dnxY9GkDBzTZ9Hc6JBQqPch/abstract/?lang=pt. Acesso em 17 dez. 2023.

CARARO, E. F. F. **O professor que desenvolve Modelagem Matemática no ensino básico do estado do Paraná**. 2022. 152 fl. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2022.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L.G. Uma Interpretação Epistemológica do Processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n.43, p. 791-815, 2012.

COURANT, R.; ROBBINS, H. **O que é Matemática? Uma abordagem elementar de métodos e conceitos**. Tradução de Adalberto da Silva Brito. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência Matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

ERNEST, P. **The Philosophy of Mathematics Education**, London: Falmer Press, 1991.

ERNEST, P. An overview of the Philosophy of Mathematics Education. **REVEMAT**. Florianópolis, v.11, p. 3-20, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11nespp3. Acesso em: 20 jun. 2020.

ERNEST, P. The Ethics of Mathematics: Is Mathematics harmful? *In*: ERNEST, P. (Org.) **The Philosophy of Mathematics Education Today.** Cham, Switzerland: Springer, 2018. p. 187-216.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Applications**, v. 1, n. 5, 2012, p. 3-16.

HEIDEGGER, M. **Ser e tempo**. 15. ed. Tradução de Márcia S. Cavalcanti. Petrópolis: Vozes, 2005.

HERMANN, N. **Hermenêutica e Educação**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

HESSEN, J. **Teoria do conhecimento**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

HUSSERL, E. **Investigações Lógicas: sexta investigação – Elementos de uma Elucidação Fenomenológica do Conhecimento**. Seleção e Tradução de de Zeljko Loparic e Andréa Maria Altino de Campos Loparic. São Paulo: Abril, 1975.

KAISER, G. Mathematical Modelling and Applications in Education. *In*: LERMAN, S. (ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education**. Londres: Springer, 2020. p. 553-561.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e etnoMatemática no contexto da educação Matemática: aspectos filosóficos e epistemológicos**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual De Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na educação Matemática.** 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2012.

KLÜBER, T. E.; TAMBARUSSI, C. M.; MUTTI, G. S. L. O problema filosófico da teoria da representação e desdobramentos para a Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 289-324, 31 ago. 2022. Pontifical Catholic University of Sao Paulo (PUC-SP). Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/57309. Acesso em: 20 dez. 2022.

MEYER, J. F. C. A., CALDEIRA, A. D., MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática.** 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

MORA, J. F**. Dicionário de Filosofia**. São Paulo: Loyola, 2008.

MOURA, C. A. R. **Crítica da razão da fenomenologia**. São Paulo: Nova Stella, 1989.

MUTTI, G. S. L. **Adoção da Modelagem Matemática para professores em um contexto de formação continuada**. 2020. 193 folhas. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2020.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a educação (em) matemática.** 2008. 94f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. London: Routledge, 2020.

RAMON, R.; SOUZA, N. F.; KLÜBER, T. E. Conferência Nacional Sobre Modelagem na Educação Matemática: Aspectos evidenciados nos relatos de experiência. **Revista Dynamis**, [S.l.], v. 28, n. 1, p. 46-70, mar. 2022. Disponível em: <https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/9788>. Acesso em: 28 abr. 2022.

RAMON, R. **Modelagem Matemática da Grapholita Molesta e sua aplicação no controle desta praga**. 2009. 96 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Universidade Regional Do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2009.

SILVA, J. J. **O que é e para que serve a Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 2022.

SOUZA, N. F. **Modos de uma professora compreender Modelagem Matemática com apoio exclusivo na literatura.** 2022. 126 f. Dissertação (Mestrado em

Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2022.

STEIN, E. J. **Mundo Vivido: Das vicissitudes e dos usos de um conceito da fenomenologia**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

TAMBARUSSI, C. M. **A produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática**. 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, São Paulo, 2021.

TAMBARUSSI, C. M.; BICUDO, M. A. V. Características nucleares do trabalho com a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática. **Revista Paradigma**, v. XLIII, Edición Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, p. 307-328, maio. 2022.

VENTURIN, J. A. **A Educação Matemática no Brasil da perspectiva do discurso de pesquisadores.** 2015. 541 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

VIANA, Elvis Ricardo; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática e Criatividade: algumas confluências. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, *[S. l.]*, v. 12, n. 2, p. 1–23, 2021. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2922. Acesso em: 2 fev. 2024.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

1

unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

Comitê de Ética em Pesquisa – CEP

Aprovado na

CONEP em 04/08/2000

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Pesquisador responsável: Tiago Emanuel Klüber – Telefone: (45) 99977-6674
Pesquisadora colaboradora: Rosangela Ramon – Telefone: (49) 99997-2365

Título do Projeto: A MATEMÁTICA EM PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA, O QUE OS ESTUDANTES TÊM A REVELAR

Certificado de Apresentação para Apreciação Ética – "CAAE" N°

Pesquisador para contato: Tiago Emanuel Klüber

Telefone: (45) 99977-6674

Endereço de contato (Institucional): Rua Universitária, 2069 – Jd. Universitário - Bloco de Ciências (prédio novo) - 3° andar - sala 79 - Cascavel – PR – CEP. 85819 110. Unioeste/Cascavel/CCET/PPGECEM

Convidamos você, aluno, para participar de nossa pesquisa que tem o objetivo de entender aspectos da Matemática presente em práticas de Modelagem Matemática. Para isso você deverá relatar através de um depoimento, em uma entrevista aberta, com gravação que pode ser de áudio ou vídeo, a experiência vivida como aluno que teve aulas com Modelagem Matemática destacando o sentido atribuído a Matemática.

Salientamos que você poderá a qualquer momento desistir de participar da pesquisa sem qualquer prejuízo. Para que isso ocorra, basta informar, por qualquer modo que lhe seja possível, que deseja deixar de participar da pesquisa e qualquer informação que tenha prestado será retirada do conjunto dos dados que serão utilizados na avaliação dos resultados. Você não receberá e não pagará nenhum valor para participar deste estudo, no entanto, terá direito ao ressarcimento de despesas decorrentes de sua participação.

Nós pesquisadores garantimos a privacidade e o sigilo de sua participação em todas as etapas da pesquisa e de futura publicação dos resultados. O seu nome, endereço, voz e imagem nunca serão associados aos resultados desta pesquisa, exceto quando você desejar. Nesse caso, você deverá assinar um segundo termo, específico para essa autorização e que deverá ser apresentado separadamente deste.

Se ocorrer algum transtorno, decorrente de sua participação em qualquer etapa desta pesquisa, nós pesquisadores, providenciaremos acompanhamento e a assistência imediata, integral e gratuita. Havendo a ocorrência de danos, previstos ou não, mas decorrentes de sua participação nesta pesquisa, caberá a você, na forma da Lei, o direito de solicitar a respectiva indenização.

As informações que você fornecer serão utilizadas exclusivamente nesta pesquisa. Caso as informações fornecidas e obtidas com este consentimento sejam consideradas úteis para outros estudos, você será procurado para autorizar novamente o uso.

Este documento que você vai assinar contém duas páginas. Você deve vistar (rubricar) todas as páginas, exceto a última, onde você assinará com a mesma assinatura registrada no cartório (caso tenha). Este documento está sendo apresentado a você em duas vias, sendo que uma via é sua.

Caso você precise informar algum fato ou decorrente da sua participação na pesquisa e se sentir desconfortável em procurar o pesquisador, você poderá procurar pessoalmente o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da UNIOESTE (CEP), de segunda a sexta-feira, no horário de 08h00 as 15h30min, na Reitoria da UNIOESTE, sala do Comitê de Ética, PRPPG, situado na rua Universitária, 1619 – Bairro Universitário, Cascavel – PR. Caso prefira, você pode entrar em contato via Internet pelo e-mail: cep.prppg@unioeste.br ou pelo telefone do CEP que é (45) 3220-3092.

Declaro estar ciente e suficientemente esclarecido sobre os fatos informados neste documento.

Nome do sujeito de pesquisa ou responsável: ______________________________________

Assinatura: _____________________________________

Nós abaixo assinados e identificados, declaramos para os devidos fins que fornecemos todas as informações sobre este projeto de pesquisa ao participante (e/ou responsável).

____
Tiago Emanuel Klüber - Pesquisador Responsável

Rosangela Ramon
____
Rosangela Ramon - Pesquisadora Colaboradora

____________________, ______ de ____________________ de _______

APÊNDICE B – Unidades de Significado que constituem cada uma das categorias abertas

1. Unidades de Significado que constituem a categoria aberta "A Matemática é uma verdade exata ou quase-exata, é a mesma ou diferente"

Relata que em outros casos era possível ser mais exato, calcular certinho (11 ¶ 54 em E1); relata achar que a Modelagem faz perceber que a Matemática não é exata (17 ¶ 34 em E6); relata acreditar que não tem uma Matemática correta para a Modelagem. Tem várias formas de encontrar a solução (6 ¶ 20 – 22 em E7); relata que a descrição fiel por meio da Matemática não é uma preocupação da Modelagem (33 ¶ 91 em E4); relata que a exatidão depende do tema, ou que seja um tema que envolva menos variáveis (9 ¶ 42 em E8); relata que a exatidão vai depender de quem está fazendo e de quem está transpondo a Matemática do papel para o real (15 ¶ 30 em E9); relata que a Matemática, as vezes, não é exata, mas é porque na nossa vida também é assim, as coisas seguem sem linearidade (31 ¶ 38 em E2); relata que a Matemática da Modelagem trabalha um pouco mais com reajuste para tentar chegar mais perto da realidade (23 ¶ 54 em E10); relata que a Matemática na Modelagem Matemática na Educação Matemática não tem um certo rigor, igual a Matemática aplicada (22 ¶ 32 em E5); relata que a Matemática na Modelagem não tem certo e errado, está certo. As ideias vão ajudar a desenvolver um pensamento. Pensar é a parte principal para determinar se está certo ou errado (18 ¶ 22 em E11); relata que a Matemática não descreve 100%, porque sempre tem uma margem de erro. Não descreve exatamente, mas muito próximo a realidade (15 ¶ 40 em E10); relata que a Matemática não é exata. A Modelagem é uma forma de mostrar que ela não é exata, porque pode encontrar diversas soluções para um mesmo problema (15 ¶ 34 em E6); relata que a Matemática presente na Modelagem pode ter erros se comparada com a realidade (11 ¶ 38 em E7); relata que a Matemática reflete sim a realidade (43 ¶ 86 em E9); relata que a Matemática representa, não de forma fiel, por conta das aproximações (42 ¶ 86 em E9); relata que a Matemática se mostra de uma forma diferente daquilo que sempre se fala: é exata. Na Modelagem, nem sempre é assim (1 ¶ 10 em E5); relata que a Matemática tem a capacidade de representar fielmente, mas que no ensino fundamental e médio a representação é muito complexa para apresentar (31 ¶ 91 em E4); relata que a Matemática tem falhas e verdades que não se pode provar (22 ¶ 74 em E13); relata que a pessoa matematiza, resolve e volta. Mas a volta, ela sempre esquecia. Relata deixar na parte Matemática e não validar o modelo (48 ¶ 96 em E9); relata que a resposta da colega era a mais correta porque no seu ponto de vista a colega foi mais realista do que ele (11 ¶ 49 – 50 em E3); relata que a resposta foi obtida meio que de forma intuitiva, porque não tinha como ter certeza do que era (8 ¶ 46 em E3); relata que a resposta por outra pessoa bateu com a sua, deu certinho (9 ¶ 46 em E3); relata que ao realizar a verificação, deu aproximado, mas não deu exato (13 ¶ 26 em E9); relata que ao usar um modelo antigo não aproximou os resultados. O modelo era ótimo, mas o cotidiano mudou (40 ¶ 72 em E10); relata que as decisões se davam pelo colega que estava em disciplinas mais avançadas (35 ¶ 118 em E3); relata que as respostas dependem da medição (12 ¶ 26 em E9); relata que as respostas nunca dão exatas porque dizem da realidade e a realidade muda, sofre diversas transformações (39 ¶ 73 em E12); relata que as respostas sempre foram aproximadas, porque na Modelagem não tem certo ou errado. É sempre algo aproximado, dentro dos critérios (12 ¶ 51 – 52 em E3); relata que as vezes chega em um valor aproximado. A probabilidade tem muitas variáveis. Relata que chegou a um valor, mas um valor aproximado (26 ¶ 32 em E2); relata que as vezes não vai dar o resultado certo, porque não tem o conhecimento necessário, ou as vezes nem tem os dados, ou está querendo fazer uma coisa que não dá certo mesmo (22 ¶ 28 em E11); relata que dependendo da interpretação muda todo o curso da resposta, das conclusões (11 ¶ 20 em E9); relata que em alguns casos o modelo não aproximou, em outros casos sim. Os modelos pareciam descrever bem próximo da realidade, descreviam bem os dados (41 ¶ 72 em E10); relata que em modelos, testava e não dava certo, fazia alguns ajustes e dava certo (22 ¶ 54 em E10); relata que em situações a Matemática realmente existem adaptações, existem coisas que têm que ser mudadas (4 ¶ 10 em E5); relata que em todas as medidas existem erros, então é difícil trazer uma medida exata para algum dado (17 ¶ 44 em E10); relata que em uma situação encontrou duas soluções só que para a situação específica uma não era correta, mas nas duas a Matemática estava correta (16 ¶ 34 em E6); relata que exato é só a Matemática que está no papel. A Matemática é quer linkar isso com o real (16 ¶ 30 em E9); relata que existem errinhos, tem alguns probleminhas (2 ¶ 10 em E5); relata que indiferente se acertou ou não, na hora em que o professor fizer as discussões vai pegar melhor as informações, porque é algo que está pesando (21 ¶ 24 em E11); relata que mesmo que tiver o conhecimento necessário não dará um resultado bem certinho, porque os dados variam também. Os dados influenciam na resposta. Mas o importante é o caminho, não o resultado encontrado. Não que o resultado não importe, mas não é tão importante quanto o caminho (23 ¶ 29 – 30 em E11); relata que na etapa da validação tem que deixar o resultado o mais próximo do real possível (8 ¶ 25 – 26 em E7); relata que na Modelagem não tem certo ou errado, depende muito da pessoa, da forma como cada um interpreta (26 ¶ 90 em E3); relata que na validação é eficaz para saber onde está o pensamento (14 ¶ 56 em E13); relata que não sabe se a Matemática é exata. Mas acha que quando leva a Matemática para uma situação real nunca é completamente exato (14 ¶ 30 em E9); relata que não sabe se alguém conseguiria apresentar a Matemática para descrever fielmente um evento por causa de tantas variáveis (32 ¶ 91 em E4); relata que não tem como saber se é certo o resultado, no caso da atividade relatada (7 ¶ 24 em E7); relata que o cálculo é exato, por exemplo em uma integral, não é uma aproximação. Na Modelagem, considera que há uma margem de erro (14 ¶ 60 em E3); o certo ou errado é determinado pela fala das pessoas mais confiantes (37 ¶ 120 em E3); relata que o consenso é definido por quem tem "mais conhecimento". Ficava satisfeito com os apontamentos do estudante que estava em disciplinas mais avançadas (34 ¶ 118 em E3); relata que o correto, que a professora resolveu foi por EDO. Relata ver as diferenças dos níveis de conhecimento das pessoas pela forma como resolveram (2 ¶ 36 em E3); relata que o resultado era do grupo, o grupo elegia um resultado que achava melhor (11 ¶ 37 em E4); relata que o resultado matemático não condiz perfeitamente com o que o mundo nos apresenta (19 ¶ 64 em E13); relata que o resultado obtido chegou bem próximo a situação modelada, mas não chegou a realizar outras pesquisas para comprovar (8 ¶ 20 em E9); relata que o resultado teórico deu certo, mas não era o caminho que a roda gigante fazia. Chegou a um resultado bom, mas não era o que necessariamente precisava (30 ¶ 36 em E11); relata que os resultados nunca deram certo para ela. Nunca deu exato para ela (7 ¶ 38 em E8); relata que pensava que a Matemática era exata e agora, na Modelagem, não é exata, tem várias formas de pensar (20 ¶ 42 em E6); relata que se o professor corrigir e discutir ideias, ideias melhores serão percebidas, pensar outros caminhos não pensados (19 ¶ 22 em E11); relata que se o tema é alimentos não tem um resultado exato. Na atividade do café o resultado foi discordado pelos participantes (10 ¶ 37 em E4); relata que uma coisa não correspondia a outra, não conseguia fazer relações matemáticas (28 ¶ 34 em E2); relata que uma pessoa pode usar um conceito, outra pessoa outro e os dois podem se aproximar muito da realidade. É uma Matemática um pouco mais flexível. Não tem uma regra para ser seguida. Tem vário métodos, vários meios para chegar. Cria um modelo que mais se aproxima da realidade (26 ¶ 58 em E10); relata resolver com a Matemática e dar certo, conseguir chegar no que esperava (25 ¶ 30 em E2); relata ter dado diferença nas respostas, mas considerando que as variáveis consideradas eram diferentes, consideraram o modelo válido (40 ¶ 126 em E3); relata ter gostado da atividade em que fez errada a parte da Matemática, fez de um jeito bobo (6 ¶ 10 em E11); relata ter mudado a visão com relação a Matemática. Antes achava que era exata e que não tinha dois caminhos e se der certo um caminho é aquele. Na Modelagem relata que tem vários caminhos e no mesmo caminho chegar a respostas diferentes. E que por caminhos diferentes pode chegar na mesma resposta. A Matemática não é exata, não, tem várias formas de pensamento (19 ¶ 42 em E6); relata que em aulas de outras disciplinas não reflete, sabe o passo a passo de um algoritmo e resolve. Não tem contexto, uma situação que leva aquilo (18 ¶ 62 em E1); relata que a Matemática, toda a representação, é lógica. Mas quando vai representar fenômenos da realidade é diferente. Não é só lógica. Precisa levar em conta mais coisas (4 ¶ 44 em E13); afirma que a Matemática é a mesma, porque ele não vai usar o que não aprendeu. Já tem que ter o conhecimento daquela Matemática para usar dentro do modelo (32 ¶ 84 em E13); relata que o conceito matemático é o mesmo, mas como isso vai chegar na pessoa é que é diferente (28 ¶ 49 em E12); relata achar que a Matemática é a mesma, as regras são as mesmas, mas a Matemática na Modelagem trabalha, às vezes, com uma reformulação (121 ¶ 54 em E10); relata achar que a Matemática na Modelagem ou em outros contextos é a mesma, mas a articulação é diferente (30 ¶ 84 em E13); Relata que a diferença entre a Matemática na Modelagem e em outros contextos é o significado atribuído, mas a Matemática é a mesma (29 ¶ 50 – 53 em E12); relata que o aluno acaba enxergando o conteúdo de uma forma diferente, mas é o mesmo (26 ¶ 49 em E12); relata que na disciplina de cálculo a Matemática não é muito aplicada ao cotidiano. Na Modelagem é aplicada ao cotidiano (14 ¶ 49 em E8); relata que a Matemática nas aulas tradicionais é considerada ruim e difícil. A Matemática na

Modelagem pode instigar bastante ao aluno querer investigar, descobrir coisas novas (12 ¶ 26 em E6); relata que a Matemática da Modelagem é diferente da Matemática do cálculo, álgebra...(13 ¶ 57 – 58 em E3); relata que a Matemática é a mesma, na Modelagem ou em qualquer outra abordagem, o que muda é a forma de trabalhar com ela (25 ¶ 49 em E12); relata que a Matemática é a mesma, só que na Modelagem trabalha de uma maneira diferente que em outras atividades (13 ¶ 30 em E6); relata que a Matemática no âmbito acadêmico nas disciplinas de Matemática Pura, a Matemática acaba só se tornando um monte de continhas, de manipulações de fórmulas e demonstrações (34 ¶ 48 em E2); relata que a Matemática permanece a mesma, mas a realidade muda (42 ¶ 72 – 74 em E10); relata que a Matemática que está na Modelagem é diferente (12 ¶ 45 em E4); relata que a vivência com a Matemática da Modelagem é algo que já sabe e está vendo por outro viés (6 ¶ 14 em E9); relata que Matemática por ela mesma, vai ficando complicado, por exemplo, divisão de polinômios, produtos notáveis, na Modelagem (11 ¶ 33 em E12); relata que na disciplina de cálculo a Matemática é mais teórica, com dificuldade para saber utilizar no cotidiano (13 ¶ 48 em E8); relata que não é o conteúdo que é diferente na Modelagem, mas a forma como vê o conteúdo (29 ¶ 70 em E9); relata que nos cursos de licenciatura e de exatas em Matemática, o aluno está acostumado com o fato de estar tudo pronto, só colocar uma fórmula e resolver (41 ¶ 76 em E2); relata que percebe semelhanças entre a Matemática da Modelagem e tópicos de Matemática, trigonometria, cálculo... sempre cai em algum conceito que foi visto nessas disciplinas (20 ¶ 52 em E10); relata ver várias interpretações diferentes para limites, para cálculo. Nos modelos é fácil de ver (6 ¶ 44 em E13).

2. Unidades de Significado que constituem a categoria aberta “A Matemática como linguagem”

Relata acreditar que a Matemática sejam só signos (12 ¶ 50 em E13); afirma que a Matemática é só uma linguagem e somos estudantes de gramática (10 ¶ 50 em E13); relata acredita que a Matemática seja linguagem, mas não tem um argumento para considerar a Matemática uma linguagem (29 ¶ 82 em E13); relata entender a Matemática como uma linguagem e nada mais. A linguagem do mundo, a lógica do servidor. A lógica que rege o Logos e cosmos. A Matemática é a lógica (23 ¶ 74 em

E13); relata que matematização é a parte mais complexa da Modelagem, porque exige dedicação, cautela, porque é como se pegasse o problema e tentasse trazer ele para linguagem Matemática. (13 ¶ 38 em E10); uma linguagem para entender a situação (29 ¶ 87 em E4); relata que a Matemática é a lógica do servidor (20 ¶ 74 em E13); relata que a Matemática é uma linguagem criada para entender o mundo, mas o aluno quando está estudando não está criando Matemática nova, está descobrindo (16 ¶ 49 em E4); relata que a Matemática é uma linguagem porque é uma forma de comunicar as coisas. Alguns tem facilidade de ver, outros não (39 ¶ 80 em E9); relata que a Matemática é uma linguagem, uma arte que nós usamos para provar eventos físicos e químicos. A Matemática é uma linguagem que explica as coisas; relata que a Matemática é uma linguagem (26 ¶ 80 em E13); relata que a Matemática é, *em-si*, uma linguagem, que traduz algum cenário em termos matemáticos. Fórmulas, gráficos, em símbolos matemáticos que representam o cenário (30 ¶ 89 em E4); relata que a Matemática não é uma ciência. A Matemática é só uma linguagem (9 ¶ 48 em E13); relata que a Matemática também tem uma função de linguagem, que é criada ou desenvolvida para entender a situação (28 ¶ 87 em E4); relata que as pessoas vão construindo a linguagem Matemática. A Matemática é uma forma de linguagem (36 ¶ 78 em E9); relata que conhecimento matemático é uma bagagem para a sintaxe da linguagem do mundo (53 ¶ 120 em E13); relata que matematizar aquela linguagem para as linguagens matemáticas para de algum jeito manipular matematicamente com as regras que conhece (14 ¶ 38 em E10); relata que a Matemática não é uma ciência porque os fatos científicos são averiguados com experimentos. E em Matemática não temos bem experimentos (20 ¶ 61 em E4); relata que a Matemática não é uma ciência (22 ¶ 63 em E4); relata que é feito a comprovação da Matemática utilizada, mas não por experimento, descaracterizando a Matemática de ser uma ciência (23 ¶ 66 – 67 em E4); relata que não considera a Matemática uma ciência, porque acha que as pessoas só escrevem o que existe, já está lá (25 ¶ 77 – 78 em E13).

3. **Unidades de Significado que constituem a categoria aberta "A Matemática como modo de se dirigir e representar a coisa"**

Relata conseguir definir uma função mais próximo do que seria o real (12 ¶ 54 em E1); relata que algumas coisas acabava resolvendo mas não sabia direito onde chegava (6 ¶ 50 em E1); relata que com a Modelagem consegue relacionar a Matemática com uma situação (15 ¶ 59 em E1); relata que depois que descobria o método matemático que usava ficava mais fácil (4 ¶ 50 em E1); relata que o modelo seria próximo a realidade mas não totalmente a realidade *em-si* (10 ¶ 54 em E1); relata que sempre tenta trazer a Matemática para o cotidiano (13 ¶ 59 em E1); relata que usou aproximações para conseguir chegar ao modelo, porque as medidas utilizadas davam variação (9 ¶ 54 em E1); relata que usou bastante geometria em uma atividade que envolvia a lavagem das mãos (2 ¶ 43 em E1); a Matemática aplicada é o que configura a física (3:51 ¶ 120 em E13); a Matemática é um método para chegar no cenário ideal (8 ¶ 35 em E4); a Matemática é uma ferramenta necessária e essencial para descrever o fenômeno. A principal ferramenta (25 ¶ 68 em E8); afirma que o primeiro passo é a criatividade para ligar a Matemática e precisa de uma base Matemática, com certeza (28 ¶ 60 em E10); Nossa função é tentar matematizar o problema, tentar encontrar uma solução (12 ¶ 36 em E10); Os problemas que o matemático tem, a Modelagem vem como uma ponte, traz a Matemática para auxiliar (37 ¶ 54 em E2); relata abordar conceitos de estatística em atividades (5 ¶ 18 em E10); relata abordar diversos conteúdos matemáticos (6 ¶ 12 em E5); relata achar difícil fazer Modelagem com análise real (28 ¶ 60 em E9); relata achar difícil ter algum lugar de atuação na vida que não use a Matemática (17 ¶ 37 em E12); relata achar que na Modelagem, para conseguir fazer, tem que ter um bom entendimento de coisas básicas, para entender o mínimo (12 ¶ 44 em E8); relata achar que tem situações que a Matemática não se encaixa ali (35 ¶ 68 em E10); relata acreditar que existam problemas, fenômenos que sejam incompreensíveis, que não foi identificada qual Matemática deve ser usada, ou não funcionou (34 ¶ 68 em E10); relata aplicar a Matemática no dia a dia (2 ¶ 6 em E2); relata aplicar tentativa e erro para buscar por respostas (19 ¶ 36 em E9); relata que basta ter criatividade e olhar para as coisas com um olhar matemático, que a Matemática vai evoluir também (19 ¶ 60 em E7); relata chegar em dois modelos, os dois aparentemente pareciam corretos para a mesma atividade (9 ¶ 22 em E6); relata complicado fazer a matematização. Relata começar a fazer associações. Procura coisas parecidas, parando para analisar (18 ¶ 24 em E2); relata desenvolver um algoritmo para reconhecer a íris, em que pegava a distância entre o centro da íris até o canto do olho (3 ¶ 40 em E3); relata encontrar algumas proporções na atividade proposta (1 ¶ 18 em E7); relata entender a Matemática com isso, que o aluno consiga aprender a aplicabilidade daquilo que ele está vendo, que ele pode usar da Matemática no dia a dia (6 ¶ 10 em E2); relata envolver assunto de Pa e PG, mas que não sabia que ia chegar nisso (3 ¶ 15 em E12); relata estar procurando, através da Matemática, o cenário ideal: a maior quantidade de suco sem perder o sabor (9 ¶ 35 em E4); relata fazer uso da Matemática para resolver problemas do dia a dia, e que, as vezes problemas que acha que não tem Matemática e a gente consegue resolver com ela (17 ¶ 22 em E2); relata ficar surpresa porque não imaginou que iriam usar probabilidade (13 ¶ 18 em E2); relata importante fazer essa análise, de olhar uma situação, o que eu quero, o que eu posso usar (referindo-se a Matemática), porque nem tudo é linear, bonitinho. O importante é fazer essa análise (45 ¶ 76 em E2); relata ir buscar algo na relação, procurar algo matemático (9 ¶ 16 em E5); relata ir testando um caminho, se não der certo vai para o próximo. Precisa pensar em possíveis soluções (29 ¶ 36 em E11); relata observar e anotar as coisas, fazer gráfico, fazer médias, trabalhar com conteúdos matemáticos (30 ¶ 38 em E2) relata olhar para a situação, para um contexto, olhar, estudar, entender aquilo que está pedindo, o que está dizendo (45 ¶ 92 em E9); relata para resolver vai pela forma do problema, vai identificando mais ou menos pela investigação (17 ¶ 66 em E3); relata passar pela cabeça utilizar a Matemática antes da investigação (16 ¶ 56 em E8); relata pegar os dados, colocar na Excel, criar o gráfico, e observando o gráfico perceber que era uma função quadrática (3 ¶ 30 em E8); relata pensar em diferentes formas o conteúdo (6 ¶ 29 em E12); relata pensar em situações do cotidiano (9 ¶ 18 em E2); relata pensar em situações do cotidiano para fazer regra de três (10 ¶ 18 em E2);relata pensar e relacionar situações do cotidiano, da sua vida para resolver o problema (8 ¶ 18 em E2); relata pensar em situações do cotidiano para trabalhar proporção (7 ¶ 16 em E2); relata procurar entender, mas tudo tenta associar com coisas que já viu (21 ¶ 24 em E2); relata que a escolha por um conceito, para abordar a situação, se dá pelo conhecimento matemático que a pessoas possui (19 ¶ 67 – 68 em E3); relata que a Matemática abordada pela Modelagem é qualquer Matemática. Você aborda a Matemática que seja do seu interesse (35 ¶ 42 em E11); relata que a Matemática ajuda um enfermeiro, um advogado e um fotógrafo (14 ¶ 37 em E12); relata que a Matemática é algo necessário para encontrar soluções e resultados que vão te ajudar no futuro (15 ¶ 46 em E7); relata que a Matemática é levada para o real todo dia (17 ¶ 34 em E9); relata que a Matemática é mais uma forma de olhar para a realidade (37 ¶ 71 em E12); relata que a Matemática é um meio para achar a solução ideal. Um meio para o aluno conseguir esse fim (24 ¶ 75 em E4); relata que a Matemática é uma facilitadora (21 ¶ 39 em E12); relata que a Matemática é uma ferramenta. A principal ferramenta da Modelagem (24 ¶ 64 em E8); relata que a Matemática é uma ferramenta. As pessoas poderiam construir a casa com a ciência, mas os tijolos são a Matemática (27 ¶ 80 em E13); relata que a Matemática é uma forma de ver as coisas. A Matemática está ligada ao raciocínio lógico, pelo menos uma ligação. Quem tem esse raciocínio lógico vê as coisas de forma diferente (40 ¶ 84 em E9); relata que a Matemática na Modelagem seria uma ferramenta para ajudar a resolver problemas do dia a dia, do cotidiano. Afirma que a Matemática é uma ferramenta para nos auxiliar (32 ¶ 42 em E2); relata que a Matemática na Modelagem tem uma aplicação prática (26 ¶ 77 em E4); relata que nas atividades realizadas enfatizaram proporção (4 ¶ 19 em E4); relata que a Matemática representa fenômenos, representa movimentos. A representação Matemática descreve e consegue prever acontecimentos (19 ¶ 58 em E8); relata que a Matemática se dá por tentativa, por conversas, que no início não sabe o que usar ou como fazer (2 ¶ 20 em E7); a Matemática seria pegar uma situação, investigar o que tem por trás e desenvolver um modelo, que pode ser aprimorado por outros. O modelo é uma forma de pensar sobre (27 ¶ 90 em E3); relata que a Matemática seria uma forma de como se pode ver o mundo, ver o mundo estruturado por meio da Matemática (18 ¶ 28 em E5); relata que a faz uma ligação entre o matemático e a vida do matemático (36 ¶ 52 em E2) relata que a Matemática tenta descrever a realidade e encontra muitos meios para fazer isso (5 ¶ 44 em E13); relata que a Matemática utilizada nos cenários da Modelagem são matemáticas simples (1 ¶ 11 em E4); relata que a Matemática é uma ferramenta para ajudar o ser humano a entender o mundo, resolver problemas do dia a dia (35 ¶ 48 em E2); relata que a parte mais difícil olhando para a Modelagem é justamente fazer esse papel que o matemático tem, de fazer análise (40 ¶ 76 em E2); relata que a partir dos dados precisa arranjar um jeito de trabalhar com esses dados, levando em consideração o que sabe e imaginado como aplicar esse conhecimento (13 ¶ 12 em E11); a primeira tentativa foi por intuição mesmo. Depois o problema foi resolvido dividindo a região em retângulos e calculando separadamente (10 ¶ 46 em E3); relata que a tem vários caminhos para encontrar e trabalhar a Matemática na Modelagem (18 ¶ 34 em E6); relata que ao observar bem a curva o que mais aproximava era uma exponencial. Relacionou o conceito de função exponencial que conhecia e fez a transposição para a situação investigada (7 ¶ 22 – 26 em E10); relata que, as vezes, se depara com um problema que acha não ter Matemática no meio, e você consegue fazer associações, consegue pensar o que tem e se pode usar isso, será que ajuda (42 ¶ 76 em E2); relata que as vezes começa resolver de uma forma, com alguns conteúdos, alguma coisa Matemática e as vezes não ajudava em nada (3 ¶ 76 em E2); relata que as vezes não há um consenso na definição das variáveis (33 ¶ 116 em E3); relata que cada grupo utilizava um conteúdo matemático, um jeito diferente de encontrar a solução (5 ¶ 20 em E7); relata que cada um foi fazendo de uma maneira, desenvolvendo algoritmo (4 ¶ 40 em E3); relata que com comida o conceito mais prático de ser trabalhado é proporção (5 ¶ 21 em E4); relata que com os dados criaram uma função genérica exponencial (6 ¶ 18 em E10); relata que é por meio da Modelagem que a gente pode ver como a realidade está estruturada e como a Matemática se faz presente nessa realidade (7 ¶ 28 em E5); relata que é preciso acender a luzinha (22 ¶ 50 em E9); relata que em casos, o conteúdo é meio imediato, pois aqui vai dar para usar tal conteúdo (20 ¶ 38 em E9); Em uma mesma situação, é possível usar geometria ou matrizes (3 ¶ 36 em E13); relata que em uma atividade envolvendo pluviômetro teve que achar a proporção (10 ¶ 10 em E11); relata que existem modelagens que não precisa saber muito da Matemática, partes mais avançadas (27 ¶ 60 em E10); relata que explorava vários caminhos tentando resolver de um jeito ou de outro (2 ¶ 8 em E11); relata que fez a atividade prevendo que iria trabalhar com frações (11 ¶ 18 em E2); relata que foi um movimento interessante em que construíram o conhecimento formal juntos (4 ¶ 15 em E12); relata que função é um conteúdo fácil para implementar com modelagem. Cálculo de áreas também consegue linkar com as coisas do dia a dia (10 ¶ 33 em E12); relata que gostou porque viu os conceitos da função seno atuando na prática (8 ¶ 10 em E11); relata que ia dialogando com a situação problema e abrindo caminhos para a Matemática (2 ¶ 14 em E9); relata que ia resolvendo, resolvendo e não pensava na validação. Tinha dificuldade na validação (38 ¶ 128 em E3); relata que inicia o processo de investigação com o pensamento de utilizar a Matemática (8:17 ¶ 56 em E8); relata que Matemática dá base para toda mecânica (25 ¶ 82 – 83 em E7); relata que muitos conteúdos em sala não vão ser atingidos com a Modelagem (3 ¶ 8 em E11); relata que na Matemática na Modelagem vê o problema cotidiano, do dia a dia e usa Matemática que já sabe (15 ¶ 22 em E2); relata que na Modelagem é preciso, as vezes, voltar no conhecimento já visto, mas que não lembra mais e achou que nunca iria usar (26 ¶ 34 em E11); relata que na situação de fazer pipocas, não conseguia entender o porquê, não conseguia prever (29 ¶ 36 em E2); relata que não tem como saber qual é a Matemática que vai utilizar em um problema de Modelagem. Precisa concentrar-se no problema, interpretar, coletar dados e pensarem uma forma de encontrar o resultado (4 ¶ 20 em E7); relata que naquele modelo, uma constante que não tinha sentido, explica perfeitamente o mundo (21 ¶ 74 em E13); relata que no decorrer da atividade vai intuindo, não tem como surgir (18 ¶ 66 em E3); relata que no primeiro momento não sabia direito que Matemática usar (1 ¶ 14 em E9); relata que o conceito mais utilizado por ele foi logaritmos, usou em vários problemas (19 ¶ 52 em E10); relata que o conteúdo utilizado foi média (2 ¶ 15 em E4); relata que o modelo matemático traz as suas interpretações que as pessoas podem ter da realidade (40 ¶ 73 em E12); relata que a função do matemático é entender que isso pode ser usado e que tenho que facilitar para outra pessoa (23 ¶ 50 em E9); relata que o trabalho em grupo fez perceber que as discussões são boas e por isso aprende melhor (52 ¶ 98 em E9); relata que os conteúdos utilizados na Modelagem eram os que já sabia, não como uma forma de aprender algo novo (5 ¶ 14 em E9); relata que os gatos não observam a Matemática, mas utilizam ela (22 ¶ 62 em E8); relata que os modelos que existem surgiram por necessidade (46 ¶ 102 em E13); relata que outros conteúdos foram abordados durante a atividade, como probabilidade, porcentagem, proporção (12 ¶ 18 em E2); relata que para adquirir conhecimento primeiro é por reflexão, ou errando mesmo. Vai errar as coisas, então as experiências vão te mostrar (52 ¶ 120 em E13); relata que para articular precisa ir atrás do conteúdo, saber com que está mexendo e usar (31 ¶ 84 em E13); relata que para desenvolver Modelagem precisa ter uma base de Matemática. Se não tiver terá que buscar esses conceitos (36 ¶ 69 em E12); relata que para ela a Matemática na Modelagem é uma forma de ver as coisas, de tentar resolver as coisas, de comunicar o que a pessoas quer. A Matemática é o que ela representa (41 ¶ 84 em E9); relata que poder trabalhar qualquer conceito matemático com qualquer assunto que queira (1 ¶ 15 em E12); relata que prefere buscar por seus interesses para fazer uma transformação. Buscou em seus interesses o que quer descobrir (6 ¶ 34 em E8); relata que primeiro precisa entender o que significa para você. Depois precisa procurar nas coisas que já sabe aquilo que se aproxima, aquilo que descreve. Às vezes, não tem nada, não sabe nada de Matemática que consegue aproximar. Nesse caso terá que pesquisar uma fórmula Matemática de ver isso (46 ¶ 92 em E9); relata que procura mais para buscar mais Matemática para resolver o problema e acaba conhecendo mais a Matemática (16 ¶ 22 em E2); quem tem facilidade com geometria vai tentar utilizar geometria em tudo. Se tiver facilidade com funções, vai abordar com conhecimento que tem afinidade (7 ¶ 44 em E13); relata que se a pessoa tiver domínio da Matemática consegue enxergar situações no dia a dia para criar um modelo (35 ¶ 67 em E12); relata que alguns conteúdos são mais complicados para tratar com modelagem, por exemplo divisão de polinômios. Relata não conseguir pensar como usar divisão de polinômios, mas acredita ter algum jeito, que não sabe como (9 ¶ 33 em E12); relata que tem modelos matemáticos que vão modelar a física inteira, da clássica até a quântica (34 ¶ 90 em E13); relata que tem muita coisa a ser explorada, fazer uma função, vários conteúdos e conceitos poderiam ser abordados na atividade (8 ¶ 12 em E5); relata que tem que ir visitando, tentando caminhos possíveis e questionar: Esse caminho vai dar algum resultado? (28 ¶ 36 em E11); relata que teve que ir atrás, pesquisar, uma função que descrevesse o ciclo da roda gigante (37 ¶ 70 em E10); relata que vai fazendo pesquisas ou com conhecimento prévio que já tem consegue estruturar uma resposta, vai ser de acordo com o que sabe de Matemática naquele momento, buscar uma resposta (11 ¶ 16 em E5); relata que voltou a explorar cada variável da função seno (7 ¶ 10 em E11); relata que, com um rolo de papel higiênico, o professor ensinou PA e PG (10 ¶ 20 em E9); pessoas diferentes, abordam os problemas de forma diferentes, começam de forma diferente. Uns começam do grande para o menor e chaga a uma resposta. Outras pessoas começam do menor para o maior e chagam a resposta. Chegam à mesma resposta porque as relações Matemáticas, os conceitos matemáticos estão interligados (21 ¶ 46 em E6). relata ser possível explora bem a Matemática na Modelagem, porque consegue chegar em áreas que não imaginava que tinha Matemática (14 ¶ 34 em E6); relata ser uma ciência que veio para ajudar o ser humano (33 ¶ 48 em E2); relata ter vivenciados atividades ligadas a proporção (9 ¶ 20 em E9); relata ter começada a enxergar exponencial em tudo (7 ¶ 29 em E12); relata ter dado certo, conseguir responder a pergunta e com a Matemática conseguir resolver (24 ¶

30 em E2); *ficaram impressionado porque em uma situação foi possível aplicar conteúdos tão diferentes (1 ¶ 36 em E3);* relata ter mudado a visão com relação a Matemática. Antes achava que era exata e que não tinha dois caminhos e se der certo um caminho é aquele. Na Modelagem relata que tem vários caminhos e no mesmo caminho chegar a respostas diferentes. E que por caminhos diferentes pode chegar na mesma resposta (19 ¶ 42 em E6); relata ter muitas variáveis e não tem como prever (7 ¶ 32 em E2); relata ter pensando em uma roda gigante com formato elíptico, mas a melhor opção é a redonda (9 ¶ 10 em E11); relata ter percebido na própria vivencia que ao se esforçar em algo e depois perceber como era o certo vai gravar melhor do que quem não se esforçou (20 ¶ 22 em E11); relata ter usado Matemática simples: distância entre pontos, segmento de reta... Matemática bem simples (5 ¶ 42 em E3); relata trabalhar com estimativas (41 ¶ 73 em E12); relata trabalhar em grupo para determinar o conteúdo matemático (18 ¶ 36 em E9); relata usar da Matemática para fazer o café, usou proporção. Tomou o café e gostou (23 ¶ 28 em E2); relata usar muita Matemática, no dia a dia, sem querer (22 ¶ 28 em E2); relata utilizar conceitos de PA para desenvolver uma atividade (4 ¶ 16 em E10); relata utilizar o método dos mínimos quadrados para descobrir, para descrever e conseguir prever o comportamento do fenômeno das matrículas de instituições (2 ¶ 28 em E8); relata, por ser da área da Matemática, tenta encaixar alguma coisa, e questionar: consigo pensar matematicamente sobre isso? (8 ¶ 33 em E12); relata que é muito ampla a Matemática que a Modelagem abrange, porque pode usar qualquer tema matemático. É mais o caminho e não a Matemática *em-si* (34 ¶ 42 em E11); relata que a Matemática representa a realidade, o fenômeno. Representa integralmente um tema, o problema (27 ¶ 73 – 78 em E8); relata representar matematicamente, tentava encontrar um modelo matemático para a situação (8 ¶ 52 em E1); acredita que a Matemática seja só abstração do mundo e existem muitos jeitos de representar o mundo (12 ¶ 50 em E13); relata que a Matemática ganhou destaque para representar a Covid (28 ¶ 82 em E8); relata que a Matemática rege o mundo, rege tudo (38 ¶ 91 – 92 em E13); *a Matemática tem a capacidade de representar fielmente, só que, com estudantes do Ensino Fundamental e Médio a representação é muito complexa de ser realizada (31 ¶ 91 em E4*); relata que a representação Matemática por um desenho pode ser contextualizada com tantas coisas (13 ¶ 50 em E13); relata que essa transposição, de pegar algo que você tem, que é real, e tentar trazer isso para uma expressão é o

que considera por matematização. Matematização nem sempre é uma fórmula, as vezes é só uma forma de descrever (47 ¶ 92 em E9); relata que não sabe se alguém conseguiria apresentar a Matemática para descrever fielmente um evento por causa de tantas variáveis (32 ¶ 91 em E4); relata que o modelo tenta representar a realidade, as pessoas tentam abstrair o que o mundo apresenta (18 ¶ 64 em E13); relata que tenta representar com a Matemática as informações que o mundo está dando, tenta incrementar, tentar supor o que aconteceria (16 ¶ 58 em E13); relata que uma representação Matemática pode ajudar, como diferentes representações podem ajudar (8 ¶ 44 em E13); relata que utilizamos a Matemática para traduzir os cenários de Modelagem (27 ¶ 87 em E4); relata que vai existir uma coisa que é fundamental para a situação, algo que se comporta de tal forma, que se agrupa em números, que vai ter uma causa e uma consequência (36 ¶ 90 em E13).

4. **Unidades de Significado que constituem a categoria aberta “A Matemática está na coisa”**

Relata achar que a Matemática se dá no dia a dia. É o troco no mercado, uma receita (20 ¶ 79 em E1); relata descobrir a porcentagem de mão que não tinha sido lavada (3 ¶ 43 em E1); relata encontrar a Matemática em situações do dia a dia (22 ¶ 79 em E1); relata identificar a Matemática que tem ali, nas coisas (26 ¶ 59 em E1); relata que a Matemática é isso , o dia a dia (21 ¶ 79 em E1); relata que a Modelagem possibilita a conexão para identificar a Matemática que tem ali (17 ¶ 59 em E1); relata que na Modelagem é totalmente ao contrário. É a situação que vai te levar para a Matemática, não a Matemática pela matemática (19 ¶ 64 – 65 em E1); relata que nunca parou para pensar a Matemática que tem naquilo (16 ¶ 59 em E1); relata que todo mundo pode encontrar a Matemática, mas tem que ter um olhar mais aguçado (23 ¶ 82 em E1); A Matemática está presente no dia a dia (20 ¶ 39 em E12); acha que pensar não é só do ser humano. Pensar é adaptação segundo informações, nada mais. A pessoa está abstraindo informação que o mundo está dando (15 ¶ 58 em E13); depende de o observador para a Matemática ser descoberta (40 ¶ 98 em E13); relata que se a Matemática fosse descoberta dependeria do observador, por isso acha que ela não é descoberta. Ela está lá, independe do ser humano (41 ¶ 98 em E13); A Matemática está ali, só que alguém tem que identificar qual é (9 ¶ 28 em E10);

questiona sobre o modelo, sobre a Matemática. Como trazer de volta a Matemática e o modelo para o problema real? (49 ¶ 96 em E9); relata a necessidade de encontrar algo (10 ¶ 16 em E5); relata achar que a Matemática é/foi descoberta (18 ¶ 58 em E8); relata achar que a Matemática sempre esteve ali, alguém descobriu a Matemática, trabalhou em cima, descobriu teoremas, as fórmulas (30 ¶ 72 em E9); relata acreditar que a Matemática está por aí (18 ¶ 37 em E12); relata acreditar que a Matemática é descoberta, assim como o sol. O sol não foi criado, então as consequências do sol também foram descobertas. Isso serve para a Matemática em relação a distância, em relação ao formato. A Matemática é uma coisa descoberta/interpretada (20 ¶ 70 em E3); relata descobrir a metragem (3 ¶ 10 em E6); relata pensar que se está nesse mundo, tem uma lógica. E se tem uma lógica só é preciso encontrar (37 ¶ 90 em E13); relata que a Matemática é algo descoberto, que não se inventa matemática. Também relata não saber se concorda com isso (14 ¶ 47 em E4); relata que na Modelagem a Matemática é descoberta (13 ¶ 45 em E4); relata que a Matemática é tudo. Tudo que você faz no cotidiano é matemática (29 ¶ 106 em E3); relata que a Matemática é uma coisa que a gente está descobrindo (21 ¶ 71 – 72 em E3); relata que a Matemática está aí, está no mundo, está na cabeça das pessoas (34 ¶ 74 – 76 em E9); relata que a Matemática está ali no objeto. É só explorar o objeto que vai encontrar muitas coisas (11 ¶ 24 em E6); relata que a Matemática está em tudo. Está presente em qualquer coisa, basta analisar com olhar diferente para encontrar a Matemática nas coisas (12 ¶ 35 em E12); relata que a Matemática está nas coisas (22 ¶ 68 em E7); relata que a Matemática está no problema (10 ¶ 30 – 32 em E10); relata que a Matemática está presente e usamos ela (15 ¶ 37 em E12); relata que a Matemática está presente em situações da realidade (30 ¶ 57 em E12); relata que a Matemática está presente na realidade, como a realidade se estrutura com a Matemática (19 ¶ 28 em E5); relata que a Matemática está presente na realidade, de acordo com as correntes filosóficas (16 ¶ 28 em E5); relata que a Matemática existia antes do mundo. Ela era uma linha escrita. A causalidade gerou o resto. É por isso que a gente tem que descobrir, porque a causalidade vai gerando a Matemática (39 ¶ 96 em E13); relata que a Matemática foi descoberta porque alguém foi observando o que acontecia. Alguém estudou, observou direito, calculou e assim foi descobrindo. (23 ¶ 62 em E8); relata que a Matemática já está presente na vida, está em tudo, nós estamos descobrindo, conforme a necessidade (25 ¶ 82 em E3); relata que a Matemática não é algo abstrato, que está na cabeça das pessoas e que não serve para nada. A Matemática está ali, está presente (24 ¶ 50 em E9); relata que a Matemática, Modelagem e matemático é uma coisa natural, ela acaba surgindo (34 ¶ 67 em E12); relata que a Modelagem ajudou a enxergar Matemática (32 ¶ 57 em E12); relata que a pessoa precisa ter criatividade, ou seja, a capacidade de pensar e ver alguma coisa por trás do fenômeno (30 ¶ 64 em E10); relata que a pessoa que faz Modelagem olha para alguma coisa e vê a Matemática por trás. Relata ter dificuldade com isso (29 ¶ 64 em E10); relata que ao se depara com uma atividade de Modelagem vai aplicar todo seu conhecimento. A Matemática que você chegou como melhor resposta já foi estudada. Então para o aluno foi uma descoberta (19 ¶ 59 em E4); relata que as coisas estão aí e as pessoas vão matematizando (35 ¶ 78 em E9); relata que as pessoas enxergam a Matemática nas coisas (31 ¶ 108 em E3); relata que as pessoas tentam separar a Matemática que está lá. É como separar as coisinhas lá (28 ¶ 80 em E13); relata que buscou uma atividade e dentro da atividade buscou o conceito matemático (6 ¶ 27 em E4); relata que em tudo tem uma Matemática, necessidade de uma Matemática para a construção de alguma coisa, numa receita... relata que tudo que vê teve uma Matemática por trás e antes não enxergava isso (24 ¶ 78 em E7); relata que Matemática é descoberta (33 ¶ 58 – 59 em E12); relata que Matemática é tudo, e que tudo no nosso dia tem Matemática. A Matemática está presente na vida e na vida toda (30 ¶ 106 em E3); relata que na Modelagem vê como a Matemática está na realidade (3 ¶ 10 em E5); relata que na Modelagem, entende a Matemática na realidade mesmo (1 ¶ 8 em E6); relata que na visão dela a Matemática está nas coisas (13 ¶ 36 – 37 em E12); relata que o problema está aí, mas não tem nenhuma Matemática ali. As pessoas têm que tentar, na mente dele, trazer algo matemático para a situação, a matematização (25 ¶ 58 em E10); relata que o ser humano descobriu uma forma de trabalhar com a Matemática e de enxergá-la (24 ¶ 45 em E12); relata que os dados são Matemática (12 ¶ 12 em E11); relata que por traçar seu próprio caminho, parece que Matemática vem por si só (4 ¶ 14 em E9); relata que primeiro precisa interpretar ao problema ou a realidade antes de enxergar Matemática. Não vai conseguir encontrar um resultado ou enxergar a Matemática naquele problema se não entender onde quer chegar (23 ¶ 76 em E7); tudo tem uma Matemática, basta olhar com um pensamento diferente, olhar e tentar enxergar onde que a Matemática está naquele lugar (20 ¶ 68 em E7); *a Matemática está ali e as pessoas a descobrem, a encontram,* *a visualizam* (23 ¶ 45 em E12); relata tentar achar a Matemática, achar a solução (7 ¶ 22 em E6); relata tentar utilizar, enxergar a Matemática que está no problema para tentar encontrar um resultado (21 ¶ 68 em E7); relata que a Matemática é levada para o real todo dia. Acredita que tudo que estuda ou vê no papel partiu da realidade. Foi sistematizado, colocado no papel e depois precisa voltar (17 ¶ 34 em E9); relata que a Matemática é uma descoberta, mas que os gatos não observam. A capacidade de descobrir a Matemática é do ser humano (21 ¶ 62 em E8).

5. Unidades de Significado que constituem a categoria aberta "A Matemática está vinculada ao ser humano, com significado para o estudante"

Relata pensar que a Matemática é a lei que rege o mundo. Que o mundo é regido por uma lei e essa lei é tipo um computador, como se fosse um servidor (33 ¶ 90 em E13); a Matemática é um conhecimento anterior à Modelagem (10 ¶ 44 em E8); relata que a evolução da Matemática foi algo natural, evoluindo aos poucos e foi se aperfeiçoando (17 ¶ 58 em E7); relata que a descoberta da Matemática é uma coisa gradativa e que o ser humano descobre a Matemática (22 ¶ 74 em E3); relata que a evolução da Matemática é algo natural. Tudo vai se aperfeiçoando (18 ¶ 58 em E7); relata que a Matemática evoluiu tentavam encontrar alguma forma mais rápida de encontrar resultados (16 ¶ 58 em E7); relata que a Matemática na Modelagem é um conhecimento mais inteiriço, onde vai juntado um pouco aqui, um pouco ali (2 ¶ 26 em E13); relata que como o ser humano foi evoluindo a Matemática também foi (23 ¶ 74 em E3); relata que Matemática é necessária e está presente na evolução humana (14 ¶ 46 em E7); relata que o conhecimento é gradativo (24 ¶ 74 em E3); relata que associa a Matemática com aquilo que já sabe ou com uma experiência vivenciada (21 ¶ 39 – 43 em E9); relata que os conteúdos utilizados na Modelagem eram os que já sabia, não como uma forma de aprender algo novo (5 ¶ 14 em E9); na Modelagem é construído um significado para a Matemática em que a maior diferença da Matemática na Modelagem e em outro contexto é dar o significado (13 ¶ 18 em E5)"; relata acreditar que o aluno aprende e tem um maior significado e que nem tudo dá certo, como geralmente é repassado por meio da tradição (5 ¶ 10 em E5); relata fazer links e perceber coisas que antes não percebia, quanto ao uso da Matemática e entre os próprios conteúdos (como um conteúdo se relaciona com o outro) (7 ¶ 14 em E9); ao criar um modelo matemático é preciso reinterpretar, validar, voltar para o problema para ver se faz sentido (38 ¶ 71 em E12). relata trazer a experiência do aluno, que as vezes sabe muita coisa sobre o conteúdo, que não o matemático, junto com a experiência matemática do professor, contribui para abordar a Matemática (16 ¶ 15 – 16 em E11); relata gostar da Matemática na Modelagem porque via um porquê de existir e onde poderia aplicar (1 ¶ 6 em E2); relata ir descobrindo e construindo o próprio entender, se apoiando em coisas já descobertas (32 ¶ 72 em E9); relata que a matemática do cálculo, por exemplo, os professores não trazem uma aplicação da Matemática, onde ela será usada; é fazer por fazer, sem um entendimento do porquê (14 ¶ 22 em E2); (14 ¶ 22 em E2); relata que a Matemática na Modelagem permite entender onde utilizá-la (10 ¶ 36 em E7); a Matemática presente na Modelagem tem sentido para aluno, porque consegue aplicar a Matemática no dia a dia. Muitas vezes os alunos, em contextos que não de Modelagem, questionam sobre o conteúdo que estão estudando: Mas para que eu vou usar isso? Onde é que eu vou usar? (2 ¶ 6 em E2)"; uma Matemática com significado, porque é possível entender o porquê e para que é utilizada (4 ¶ 10 em E2)"; relata ir desenvolvendo e entendendo por que está fazendo (2 ¶ 14 em E10); relata que o aluno vai entender de fato que a Matemática tem um significado, enxergando o conteúdo de uma forma diferente (27 ¶ 49 em E12); relata que os conteúdos matemáticos na Educação Básica são entregues para os alunos, quando não se aborda por meio da Modelagem. Os alunos simplesmente têm que fazer, não conseguem entender o porquê daquilo, onde vão usar (5 ¶ 10 em E2); relata que quando é dado exercícios "derive e integre" não tem um significado aparente. É só um resolva isso, não tem significado aparente (12 ¶ 18 em E5); relata que quando não envolve Modelagem, as coisas ficam mais distantes, parece que um conteúdo não tem muito a ver com o outro (26 ¶ 58 em E9); relata que um modelo não dava certo. A Matemática dava certo nos dois modelos, mas um não fazia sentido em termos da atividade (10 ¶ 22 em E6); relata que usar a Matemática para resolver problemas do cotidiano dá um sentido para a Matemática (3 ¶ 6 em E2); relata tentar ver o sentido e escrever matematicamente (24 ¶ 76 em E13); relata ter percebido que tinha que usar seus conhecimentos e articular, e isso fazia sentido (1 ¶ 26 em E13); relata trazer a bagagem pessoal junto com os dados e tentar de alguma forma resolver o problema (14 ¶ 12 em E11); relata achar que as pessoas vão construindo o próprio ser matemático (33 ¶ 72 em E9); relata que a bagagem não precisa ser teórica, mas uma bagagem de vida, experiências de vida, trazendo o conhecimento junto com os dados para saber trabalhar (15 ¶ 14 em E11); relata que a função da pessoa é evidenciar algum modelo matemático, ou uma solução para o problema através da matematização (11 ¶ 36 em E10); a Matemática não é uma descoberta. Ela tem que ser evidenciada, moldada. Ela tem que ser construída (8 ¶ 28 em E10); relata que as pessoas nascem com mais facilidade (36 ¶ 120 em E3); Relata que as pessoas vão descobrindo e construindo a Matemática ao mesmo tempo (37 ¶ 78 em E9); Relata que é possível mostrar como a Matemática é feita (49 ¶ 114 em E13); Relata que falavam sobre coisas que os outros também entendiam (7 ¶ 44 em E3) Relata que iam pensando, no grupo, qual Matemática iriam utilizar para encontrar a solução (3 ¶ 20 em E7); Relata que na maioria dos casos são matemáticas que exigem dedicação pessoas para compreender e desenvolver (3 ¶ 14 em E10); Relata que no processo de matematização pensa no sujeito, porque ele vai fazer tal coisa (44 ¶ 102 em E13); a*nalisando o problema, utiliza-se Matemática para chegar a um modelo matemático* (32 ¶ 66 em E10); Relata que a função da pessoa é mostrar que a Matemática é útil no seu dia a dia (19 ¶ 39 em E12); relata que a função do matemático é investigativo, utilizar a Matemática para investigar alguma coisa (15 ¶ 56 em E8); Relata que a função do matemático na Modelagem é analisar, fazer a análise, pensar no problema, conseguir modelar a Matemática, conseguir usar a Matemática para auxiliar (38 ¶ 56 em E2); relata que o professor falou que o Excel utiliza o método dos mínimos quadrados para fazer ajustes. Relata ter aprendido sobre o método com a ajuda do professor (4 ¶ 30 em E8); relata que o professor tem que orientar a usar outro caminho (32 ¶ 36 em E11); relata que o sujeito na matematização tem esperança. O cérebro indica que a lógica faz sentido. Se apega a lógica (47 ¶ 102 em E13); relata que os números, o papel aceita tudo. Cabe ao matemático ter consciência de usar a Matemática de forma responsável (44 ¶ 86 em E9); relata que quando o cérebro aprende as coisa, a pessoa começa a ver que vale a pena (48 ¶ 102 em E13); relata que quando pensa na matematização de uma coisa tenta achar a lógica por trás (35 ¶ 90 em E13); relata que se o sujeito tem interesse vai pensar de uma forma ou de outro para tentar resolver o problema (45 ¶ 102 em E13); o ser humano cria a Matemática (17 ¶ 49 em E4); relata que a atividade é muito trabalhosa, tanto pra fazer, como para pensar a atividade. Num primeiro momento não gostou (50 ¶ 98 em E9); relata que a Matemática da Modelagem é mais flexível e um pouco mais dinâmica (24

¶ 58 em E10); relata que a Matemática foi tirada do nada, a Matemática que saiu da atividade impressionou muito (2 ¶ 8 em E6); relata que a Matemática na Modelagem é mais prazerosa. Relata gostar de resolver, ficar pensando com os amigos (24 ¶ 32 em E11); relata que a Matemática na Modelagem é mais trabalhosa, porque obriga a pensar, buscar caminhos (14 ¶ 24 em E5); relata que a Matemática na Modelagem não é fácil, mas as coisas ficam mais visíveis com o tempo (27 ¶ 60 em E9); relata que a Matemática na Modelagem não é fácil. É mais difícil porque não dá um conteúdo matemático que será usado (25 ¶ 34 em E11); relata que a Matemática pode ser apresentada como uma atividade divertida e diferente (3 ¶ 15 em E4); relata que a Matemática por trás da Modelagem é uma das mais legais de trabalhar, porque vivencia aquilo (36 ¶ 70 em E10); relata que a Matemática presente na Modelagem não é simples. É complexa na maioria dos casos, mas é uma Matemática muito divertida de trabalhar, porque vê as aplicações (1 ¶ 14 em E10); relata que apesar dos cálculos parecerem complexos, depois fica bem claro o que está fazendo é muito bom pensar sobre isso (11 ¶ 10 em E11); relata que é uma Matemática divertida, correr atrás dos dados, ver que realmente se aproxima muito. Relata gostar bastante (38 ¶ 70 em E10); relata que não fica claro o que está aprendendo de Matemática em atividades de Modelagem (4 ¶ 8 em E11); Relata que os conhecimentos matemáticos vêm de forma mais leve, mais gostosa de se trabalhar (5 ¶ 15 em E12); relata que parecia não ser difícil, mas a Matemática por trás era extremamente complexa (39 ¶ 70 em E10); relata que se os alunos nunca viram o conteúdo fica complicado abordar em uma atividade de Modelagem (36 ¶ 42 em E11); Relata que talvez não fique claro para o alunos o que está aprendendo (5 ¶ 8 em E11); relata ser difícil para quem viu (a Matemática) pela primeira vez (31 ¶ 72 em E9); relata ser possível ganhar gosto pela Matemática, mostrar que pode ser legal. A Matemática é necessária e útil para o dia a dia (12:22 ¶ 39 em E12); relata ter dificuldade em resolver problemas de Modelagem (32 ¶ 110 em E3); relata ter dificuldade por não saber tanta Matemática. Se tentasse fazer o método dos mínimos quadrados no primeiro ano não conseguiria e isso ela garante (11 ¶ 44 em E8); é preciso olhar para a situação, para o contexto, olhar, estudar, entender aquilo que está pedindo, o que está dizendo (45 ¶ 92 em E9); relata que a Matemática na Modelagem não se apresenta não com regrinhas, mas é preciso entender o que está acontecendo. (2 ¶ 15 em E12); relata que pensar a Matemática na Modelagem, não é algo trivial, não é obvio. É preciso desenvolver, coletar dados, pensar sobre, porque são coisas não esperadas para resolver. Não é dado o caminho para seguir (27 ¶ 36 em E1); relata que as o caminho matemático utilizado não é que o professor esperava para resolver o problema, porque na Modelagem cada um traça o seu próprio caminho (3 ¶ 14 em E9); relata que com a ajuda do professor começava a pensar em outros caminhos e o professor incentivava a pensar diferente (8 ¶ 22 em E6); relata que com a Modelagem mudou a concepção que tinha de Matemática, começou a pensar em coisas do dia a dia, enxergar questões do dia a dia (31 ¶ 57 em E12); relata que na Modelagem é preciso fazer uma análise melhor, porque geralmente, olhando para a questão da Matemática pura do cálculo, já está tudo pronto, já estão os dados ali prontos, a situação pronta. Só tem que colocar uma fórmula. Na Modelagem, você precisa analisar, retirar os dados, pensar se serve, se conteúdo serve, se vai ajudar. O pensar seria um analisar, conseguir retirar as coisas do problema (39 ¶ 66 em E2); relata que é preciso identificar o problema e depois pensar se é possível trazer o problema para a Matemática (31 ¶ 66 em E10); relata que para adquirir conhecimento primeiro é por reflexão, ou errando mesmo. Vai errar as coisas, então as experiências vão te mostrar e vai conseguir conhecimento matemático (52 ¶ 120 em E13); relata que precisa dar valor a vários tipos de pensamento (11 ¶ 50 em E13); relata que tinha que pensar em uma parte que fosse calcular a diferença (6 ¶ 16 em E6); é preciso voltar, parar, analisar. Relata que isso é bom porque acaba exercitando o pensamento, porque as vezes, na vida achamos que tudo está pronto (44 ¶ 76 em E2)

6. Unidades de Significado que constituem a categoria aberta “A Matemática na Modelagem não foi pensada”

Relata que a Matemática passa batida (25 ¶ 84 em E1); relata mudar de ideia durante a entrevista e agora achar que a Matemática é uma criação (15 ¶ 49 em E4); relata não conseguir definir a Matemática, mas fala de uma relação (15 ¶ 26 em E5); relata não saber dizer como olhar para obter a Matemática, a Matemática que entrou, que foi utilizada (26 ¶ 84 em E7); relata não saber quem descobre ou cria Matemática (18 ¶ 50 – 53 em E4); relata não saber responder se é possível descrever o fenômeno com Matemática (9 ¶ 30 em E7); relata não saber responder sobre a própria concepção de Matemática. Quando alguém pergunta sobre a Matemática, sempre trava e não sabe responder (28 ¶ 96 em E3); relata não ter pensado sobre a Matemática na Modelagem. É complicado responder e ficar sem palavras (15 ¶ 64 em E3); relata nunca ter pensado sobre quem cria a Matemática (34 ¶ 57 em E4); relata que as vezes acaba se contradizendo, pois antes afirmou que a Matemática é exata, depois que tem erro. Relata que é bem complicado (18 ¶ 48 em E10); relata que é difícil ter uma concepção de Matemática na Modelagem, uma concepção de Matemática no Cálculo é fácil de falar (37 ¶ 37 – 40 em E11); relata que não tem uma definição exata da Matemática (13 ¶ 46 em E7); relata que a Matemática, como surge, acaba sendo entendida como uma coisa natural (16 ¶ 66 em E3); relata ser complicado dizer se a Matemática é ou não uma linguagem (21 ¶ 30 em E5).

ANEXOS

ANEXO 1: Parecer Consubstanciado do CEP

UNIOESTE - UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A MATEMÁTICA EM PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA, O QUE OS ESTUDANTES TÊM A REVELAR.

Pesquisador: Tiago Emanuel Klüber

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 43754621.3.0000.0107

Instituição Proponente: Centro de Ciências Biológicas e da Saúde CCBS - UNIOESTE

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.565.330

Apresentação do Projeto:

Este projeto de pesquisa apresenta a intenção de uma investigação a ser realizada em nível de doutorado. Com olhar voltado para a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, vislumbramos investigar aspectos que decorrem da interrogação “O quê de Matemática, se destaca da experiência vivida de discentes que tiveram aulas com Modelagem Matemática na Educação Matemática?”, sendo que a investigação se

dará com estudantes de graduação, os sujeitos significativos de nossa pesquisa. Diversas são as pesquisas realizadas sobre Modelagem Matemática, porém, a partir de consulta bibliográfica, nos parecem frágeis as reflexões realizadas acerca da própria Matemática e do próprio conhecimento matemático, pois, de certo modo, o fazer matemático que se dá na atitude natural, uma vez que Modelagem produz Matemática, é tomada tal e qual no campo da Educação Matemática. Neste sentido, motivados pela interrogação, assumimos a fenomenologia hermenêutica como perspectivas filosóficas e metodológicas para a realização da pesquisa, visto que, busca por um pensar radical do fenômeno a ser investigado. Para a apresentação da tese optamos pelo formato multipaper, cuja composição principal será feita por três artigos. O primeiro apresentará reflexões sobre o entendimento filosófico da matemática ao longo da história. O segundo, busca pelo sentido atribuído a Matemática na literatura destinada a Modelagem Matemática. O terceiro pretende investigar o sentido atribuído, a Matemática, por estudantes de graduação que vivenciaram em seu processo de formação práticas de Modelagem

Endereço: RUA UNIVERSITARIA 2069
Bairro: UNIVERSITARIO **CEP:** 85.819-110
UF: PR **Município:** CASCAVEL
Telefone: (45)3220-3092 **E-mail:** cep.prppg@unioeste.br

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Compreender o sentido da Matemática atribuído pelos estudantes que vivenciaram atividades de Modelagem Matemática.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Conforme a Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012 e a Resolução nº 510 de 07 de abril de 2016, existe a possibilidade de danos mínimos à

dimensão psíquica e moral do indivíduo na realização de entrevistas, já que envolve questões de caráter pessoal e coletivo. Os pesquisadores

responsáveis suspenderão a pesquisa imediatamente ao perceber algum risco ou dano ao sujeito participante da pesquisa.

Benefícios:

Compreensão do sentido atribuído à Matemática na Modelagem Matemática

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Indica ser importante para a área e para os envolvidos

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Presentes e adequados

Recomendações:

Sem recomendações

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Sem pendências

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1703709.pdf	27/02/2021 10:39:04		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_CEP_.pdf	27/02/2021 10:25:52	Rosangela Ramon	Aceito

Endereço: RUA UNIVERSITARIA 2069
Bairro: UNIVERSITARIO **CEP:** 85.819-110
UF: PR **Município:** CASCAVEL
Telefone: (45)3220-3092 **E-mail:** cep.prppg@unioeste.br

Outros	Roteiro_coleta_de_dados.pdf	27/02/2021 10:11:13	Rosangela Ramon	Aceito
Outros	Formulario_comite_de_etica.pdf	27/02/2021 10:09:11	Rosangela Ramon	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_de_Pesquisa.pdf	27/02/2021 10:03:15	Rosangela Ramon	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto_assinado.pdf	27/02/2021 09:54:43	Rosangela Ramon	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

CASCAVEL, 01 de Março de 2021

Assinado por:
Dartel Ferrari de Lima
(Coordenador(a))

Endereço: RUA UNIVERSITARIA 2069
Bairro: UNIVERSITARIO **CEP:** 85.819-110
UF: PR **Município:** CASCAVEL
Telefone: (45)3220-3092 **E-mail:** cep.prppg@unioeste.br