

FABRICIA DE CARVALHO PAIXÃO

**TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: AS
ATIVIDADES COGNITIVAS DE TRATAMENTO E CONVERSÃO
MOBILIZADAS EM AULAS DE MATEMÁTICA SOBRE
PORCENTAGEM**

**CASCAVEL
2023**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGCEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: AS ATIVIDADES
COGNITIVAS DE TRATAMENTO E CONVERSÃO MOBILIZADAS EM AULAS DE
MATEMÁTICA SOBRE PORCENTAGEM

FABRICIA DE CARVALHO PAIXÃO

CASCADEL – PR

2023

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ CENTRO DE CIÊNCIAS
EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: AS ATIVIDADES
COGNITIVAS DE TRATAMENTO E CONVERSÃO MOBILIZADAS EM AULAS DE
MATEMÁTICA SOBRE PORCENTAGEM**

FABRICIA DE CARVALHO PAIXÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Dulcyene Maria Ribeiro

CASCADEL – PR

2023

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Paixão, Fabricia de Carvalho

Teoria dos Registros de Representação Semiótica: as atividades cognitivas de tratamento e conversão mobilizadas em aulas de Matemática sobre porcentagem / Fabricia de Carvalho Paixão; orientadora Dulcyene Maria Ribeiro. -- Cascavel, 2023.

124 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Cascavel) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, 2023.

1. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. 2. Aulas de Matemática. 3. Porcentagem. I. Ribeiro, Dulcyene Maria, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



FABRICIA DE CARVALHO PAIXÃO

Teoria dos registros de representação semiótica: as atividades cognitivas de tratamento e conversão mobilizadas em aulas de matemática sobre porcentagem

Dissertação apresentada ao Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestra em Educação em Ciências e Educação Matemática, área de concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação matemática, APROVADO(A) pela seguinte banca examinadora:

Orientadora - Dulcyene Maria Ribeiro

Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Celia Finck Brandt

Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)

Richael Silva Caetano

Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Cascavel, 4 de dezembro de 2023.

PAIXÃO, F. C. **TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: AS ATIVIDADES COGNITIVAS DE TRATAMENTO E CONVERSÃO MOBILIZADAS EM AULAS DE MATEMÁTICA SOBRE PORCENTAGEM.** 2023. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2023.

RESUMO

Para a aprendizagem matemática, as atividades cognitivas fundamentais como conceitualização, raciocínio, resolução de problemas e compreensão de textos, requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação. Para a compreensão matemática, é possível aderir a uma utilização de representações semióticas por meio de uma variedade de transformações entre os registros de representação semiótica (rrs). Essas transformações, as quais podem ser mais ou menos imediatas, têm grande relevância para a aprendizagem da matemática. Dessa forma, esta pesquisa objetivou evidenciar como as transformações de tratamento e conversões entre diferentes rrs foram solicitadas e mobilizadas em aulas de matemática. O principal questionamento que a pesquisa pretendeu responder é: de que forma a coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica foi solicitada durante as aulas de matemática sobre porcentagem ofertadas no canal Aula Paraná, e como os tratamentos e as conversões entre eles foram mobilizados? Para tanto, foram analisadas quatro aulas de aproximadamente 45 minutos cada, as quais totalizaram 25 tarefas sobre porcentagem para os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental no canal Aula Paraná na plataforma do *youtube*, durante o contexto da pandemia da Covid-19 em 2020. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval foi o aporte teórico. Na análise, foram contempladas a transcrição das falas das docentes, a descrição dos momentos que contemplam explicação do conteúdo, atividades propostas e suas respectivas resoluções. Além disso, um quadro que norteia a identificação dos registros de partida e chegada e critérios de congruência semântica foi elaborado. O resultado das análises constataram atividades de conversão entre rrs figural para rrs língua natural, rrs figural para rrs numérico, rrs língua natural para rrs numérico, rrs numérico para rrs numérico, rrs numérico para rrs língua natural e rrs numérico para rrs figural. A atividade de conversão mais presente foi entre o rrs numérico para o rrs numérico. Assim, esta pesquisa pretende contribuir com reflexões acerca da importância da atividade de conversão, que é uma atividade cognitiva caracterizada pela transformação de um registro pertencente a um sistema semiótico de representação em outro registro pertencente a outro sistema semiótico de representação, determinada pela presença dos seguintes critérios de congruência semântica: correspondência semântica; univocidade semântica e organização das unidades de significado. Ainda, o estudo contribui para elucidar como a conversão ocorreu, a partir destes critérios, em tarefas desenvolvidas nas aulas de matemática sobre porcentagem analisadas.

Palavras-chave: Matemática; Anos Finais; Ensino Fundamental.

PAIXÃO, F. C. **THEORY OF SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS: THE COGNITIVE ACTIVITIES OF TREATMENT AND CONVERSION MOBILIZED IN MATHEMATICS CLASSES ON PERCENTAGES**. 2023. 121 f. Dissertation (Master's Degree in Science Education and Mathematics Education) - Postgraduate Program in Science Education and Mathematics Education, State University of Western Paraná - UNIOESTE, Cascavel, 2023.

ABSTRACT

For mathematical learning, it is considered that fundamental cognitive activities such as conceptualization, reasoning, problem solving and text comprehension require the use of systems of expression and representation. For mathematical comprehension, it is possible to adhere to the use of semiotic representations through a variety of transformations between semiotic representation registers (srr). Based on the idea that these transformations can be more or less immediate and their relevance to learning mathematics, the aim of this research was to show how transformations of treatment and conversions between different srr were requested and mobilized in mathematics classes. The aim was to answer the following question: in what way was coordination between the different semiotic representation registers requested during the mathematics lessons on percentages offered on the Aula Paraná channel, and how were the treatments and conversions between them mobilized? To this end, we analyzed four lessons, each lasting approximately 45 minutes, which totaled 25 tasks on percentages. These were offered to 6th grade students on the Aula Paraná channel on the YouTube platform, during the context of the Covid-19 pandemic in 2020. Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers (TSRR) was used as a theoretical framework. The analysis included transcribing the teachers' speeches, describing the moments when the content was explained, the proposed activities and their respective resolutions. In addition, a table was drawn up to guide the identification of the starting and ending registers and semantic congruence criteria. The analysis revealed conversion activities between srr figural to srr natural language, srr figural to srr numeric, srr natural language to srr numeric, srr numeric to srr numeric, srr numeric to srr natural language and srr numeric to srr figural. The most common conversion activity was between numeric srr and numeric srr. It is hoped that this text will contribute to reflections on the importance of the activity of conversion, a cognitive activity characterized by the transformation of a register belonging to one semiotic system of representation into another register belonging to another semiotic system of representation. This is characterized by the presence of the semantic congruence criteria: semantic correspondence; semantic univocity and organization of the units of meaning. In this way, it was elucidated how the conversion occurred, based on these criteria, in tasks developed in the mathematics classes analyzed, about percentages.

Keywords: Mathematics; Final Years; Primary Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo de tratamento	32
Quadro 2 - Exemplo de conversão	39
Quadro 3 - Resolução para a situação problema 3	43
Quadro 4 - Análise da situação problema 3	43
Quadro 5 - Análise da parte 2 da situação problema 3	44
Quadro 6 - Pesquisas realizadas entre 2020 e 2022 norteadas pela TRRS que contemplaram o ensino fundamental II	49
Quadro 7 - Aulas do 6º ano ofertadas no canal Aula Paraná que contemplaram o Objetos de Conhecimento Porcentagem	52
Quadro 8 - Aulas do 6º ano ofertadas no canal Aula Paraná que foram analisadas	53
Quadro 9 - Modelo de quadro de análise utilizado para evidenciar os critérios de congruência semântica	54
Quadro 10 - Análise das conversões da tarefa 1 da aula 74	58
Quadro 11 - Análise das conversões da complementação da explicação da tarefa 1 da aula 74	61
Quadro 12 - Análise das conversões da complementação da explicação da tarefa 1 da aula 74 – Parte 2	62
Quadro 13 - Análise das conversões da tarefa 3 da aula 74	65
Quadro 14 - Análise das conversões da tarefa 1 da aula 75	69
Quadro 15 - Análise das conversões da tarefa 2 da aula 75	71
Quadro 16 - Análise das conversões da complementação da explicação da tarefa 3 da aula 75	74
Quadro 17 - Análise das conversões da tarefa 4 da aula 75	76
Quadro 18 - Análise das conversões da tarefa 5 da aula 75	78
Quadro 19 - Análise das conversões da tarefa 6 da aula 75	80
Quadro 20 - Análise das conversões da tarefa 7 da aula 75	82
Quadro 21 - Análise das conversões da tarefa 8 da aula 75	83
Quadro 22 - Análise da conversão da tarefa 9 da aula 75	85
Quadro 23 - Análise da conversão envolvida na tarefa 1 da aula 76	88
Quadro 24 - Análise da conversão envolvida na parte 2 da tarefa 1 da aula 76	91
Quadro 25 - Análise da conversão da tarefa 2 da aula 76	93

Quadro 26 - Análise da conversão da tarefa 3 da aula 76	95
Quadro 27 - Análise da conversão da tarefa 4 da aula 76	96
Quadro 28 - Análise da conversão da tarefa 5 da aula 76	97
Quadro 29 - Análise da conversão da tarefa 6 da aula 76	99
Quadro 30 - Análise das conversões da tarefa 1 da aula 77	101
Quadro 31 - Análise da conversão da complementação da explicação da tarefa 1 da aula 77	102
Quadro 32 - Análise das conversões da tarefa 2 da aula 77	103
Quadro 33 - Análise da conversão da tarefa 3 da aula 77	105
Quadro 34 - Análise da conversão da tarefa 4 da aula 77	108
Quadro 35 - Análise da conversão da tarefa 5 da aula 77	111
Quadro 36 - Análise da conversão da tarefa 6 da aula 77	113
Quadro 37 - Análise da conversão da tarefa 7 da aula 77	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Signos visuais e auditivos	21
Figura 2 - Exemplo de figura para associar às designações verbais	27
Figura 3 - Modelo da Representação sobre a função de Objetivação	29
Figura 4 - Representação da figura geométrica quadrado	34
Figura 5 - Registro figural da situação problema 1	35
Figura 6 - Representação da quantidade de barras de chocolate	36
Figura 7 - Representação da relação de aprovados no vestibular por meio de um gráfico em setores	36
Figura 8 - Representação gráfica em um sistema linear	38
Figura 9 - Exemplo de correspondência semântica	41
Figura 10 - Exemplo de identificação dos critérios de congruência semântica a partir de um rrs figural	42
Figura 11 - Tarefa 1 da aula 74	55
Figura 12 - Questão 1 da tarefa 1 da aula 74	56
Figura 13 - Questão 2 da tarefa 1 da aula 74	56
Figura 14 - Questão 3 da tarefa 1 da aula 74	56
Figura 15 - Representação em fração centesimal e em número decimal das informações do gráfico 3 da tarefa 1	60
Figura 16 - Processo de transformar fração em porcentagem	61
Figura 17 - Tarefa 2 solicitada na aula 74	63
Figura 18 - Tarefa 3 solicitada na aula 74	63
Figura 19 - Resolução da tarefa 3 – Representação em decimal	64
Figura 20 - Leitura da fração, porcentagem e decimal da tarefa 3 da aula 74	64
Figura 21 - Tarefa 1 da aula 75	67
Figura 22 - Resolução da Tarefa 1 da aula 75	67
Figura 23 - Tarefa 2 proposta na aula 75	70
Figura 24 - Resolução da tarefa 2 proposta na aula 75	70
Figura 25 - Resolução da tarefa 3 proposta na aula 75	72
Figura 26 - Complementação da explicação tarefa 3 proposta na aula 75	73
Figura 27 - Tarefa 4 proposta na aula 75	75
Figura 28 – Resolução proposta para tarefa 4 da aula 75	75

Figura 29 – Enunciado e resolução da tarefa 5 proposta na aula 75	77
Figura 30 - Tarefa 6 proposta na aula 75	79
Figura 31 - Resolução apresentada para a tarefa 6 da aula 75	80
Figura 32 - Enunciado e resolução da tarefa Tarefa 7 na aula 75	81
Figura 33 - Enunciado e resolução da tarefa 8 proposta na aula 75	83
Figura 34 - Tarefa e resolução da tarefa 9 proposta na aula 75	84
Figura 35 - Tarefa 9 da aula 75	86
Figura 36 - Tarefa 1 da aula 76	86
Figura 37 - Resolução da Tarefa 1 da aula 76	87
Figura 38 - Parte 2 da tarefa 1 da 76	90
Figura 39 - Resolução da parte 2 da tarefa 1 proposta na aula 76	91
Figura 40 - Enunciado e resolução da tarefa 2 proposta na aula 76	92
Figura 41 - Enunciado e resolução da parte 2 da tarefa 2 proposta na aula 76	93
Figura 42 - Enunciado e resolução da tarefa 3 proposta na aula 76	94
Figura 43 - Enunciado e resolução tarefa 4 da aula 76	95
Figura 44 - Tarefa 5 proposta na aula 76	97
Figura 45 -Tarefa 6 proposta na aula 76	98
Figura 46 - Tarefa 1 da aula 77	100
Figura 47 - Representação em Porcentagem a partir do rrs figural da tarefa 1 da aula 77	102
Figura 48 - Tarefa 2 da aula 77	103
Figura 49 - Enunciado e resolução da tarefa 3 da aula 77104 Erro! Indicador não definido.	
Figura 50 -Tarefa 4 proposta na aula 77	106
Figura 51 -Resolução da tarefa 4 proposta na aula 77	106
Figura 52 - Enunciado e resolução da tarefa 5 proposta na aula 77.	109
Figura 53 -Enunciado e resolução da tarefa 6 proposta na aula 77	112
Figura 54 -Enunciado e resolução da Tarefa 7 proposta na aula 77	114

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

MEC – Ministério da Educação e Cultura

ODC – Objeto de Conhecimento

OMS – Organização Mundial da Saúde

PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional

RCP – Referencial Curricular do Paraná

RRS – Registro de Representação Semiótica

SEED – Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná

TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	17
2. TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: ALGUMAS COMPREENSÕES.....	21
3. CONSTRUÇÃO E SELEÇÃO DE DADOS	46
4. ANÁLISE DE DADOS.....	55
4.1 PRIMEIRA AULA – AULA 74.....	55
4.2 SEGUNDA AULA – 75.....	67
4.3 TERCEIRA AULA – 76.....	86
4.4 QUARTA AULA - 77.....	100
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE A PESQUISA.....	117
5.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA COM ESTA PESQUISA.....	120
6. REFERÊNCIAS.....	122

MEMORIAL

Quando iniciei minha vida acadêmica, pesquisa científica era um termo sobre o qual eu não tinha entendimento. O que me vinha em mente era um pesquisador em seu laboratório, fazendo testes e mais testes. No decorrer do curso de Licenciatura em Matemática tive a oportunidade de iniciar um projeto de iniciação científica, mas até aquele momento eu não tinha noção do que era uma pesquisa, como poderia ser realizada, o porquê de cada uma e, o principal, na minha inocência, acreditava que criaria ou descobriria algo e que esse era o objetivo de qualquer pesquisa.

Penso que o meu primeiro projeto de iniciação científica, realizado em 2015, marcou minha trajetória formativa e profissional, pois por meio dele aprendi fundamentos, que hoje, como professora, utilizo frequentemente com meus estudantes: a construção de fractais. Com o desenvolvimento desse projeto, a linha do meu conhecimento sobre pesquisa foi costurando os seus primeiros pontos, que começaram a me convencer de que pesquisa em educação existe e já existia um percurso teórico e metodológico significativo.

O objetivo do projeto mencionado foi elaborar sequências de atividades para serem desenvolvidas por meio da construção de fractais, explorando diferentes conteúdos matemáticos. Foi com este projeto que conheci a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e que aprendi a primeira noção do que é uma conversão, um tratamento e a relevância de explorar com os estudantes os diferentes registros de representação semiótica. Neste projeto, a intenção era fazer com que os estudantes, ao responderem as questões das atividades propostas, realizassem conversões entre os diferentes registros de representação semiótica: figural; língua natural; algébrico e numérico.

Dentre alguns resultados de uma das sequências de atividades implementadas durante o projeto, tem-se que os estudantes de um 3º ano do Ensino Médio participantes da construção do fractal Árvore Pitagórica (registro figural), tiveram dificuldades em realizar conversões entre o registro figural e língua natural e registro figural e simbólico (numérico) (Rezende *et al*, 2018).

A cada encontro para orientações, a cada sequência de atividade elaborada, a cada estudo sobre a teoria, a partir das evidências de que os estudantes participantes apresentaram dificuldades em realizar algumas conversões, comecei a refletir sobre

os processos de conversões fazerem ou não parte de aulas de matemática. A minha primeira inquietação foi: “será que os professores propiciam isto durante as aulas de matemática?”.

Em 2016, surgiu o interesse e o apoio da minha orientadora de Iniciação Científica em fazer uma investigação junto a um grupo de professores da Rede Pública Estadual do Paraná, vinculados ao Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), com o intuito de responder a seguinte questão: “os professores da Educação Básica exploram diferentes registros de representação semiótica ao elaborarem atividades que envolvam a Geometria Fractal? Se sim, o processo de conversão entre estas representações ocorre? De que maneira?” (Paixão et al. 2020, p. 11). Para tanto, foi solicitado elaborar uma sequência de atividades baseadas no fractal Hexágono de Dürer (registro figural), no qual evidenciou que “a representação simbólica numérica foi a mais indicada pelos professores, e, deste modo, a conversão do registro figural para o simbólico numérico teve destaque, e a representação simbólico algébrica foi a menos sugerida pelos professores” (Paixão et al. 2020, p. 1).

Por fim, para a pesquisa de mestrado, manteve-se meu interesse em trabalhar com a TRRS e em analisar aulas de matemática. Como professora da Rede Estadual de Ensino e pelos projetos realizados norteados pela TRRS, diante da adoção da modalidade de ensino remoto, realizada em 2020, devido à pandemia da covid-19, e da intencionalidade em compreender as mobilizações de representação semióticas realizadas por professores de matemática, surgiu o interesse em realizar uma pesquisa direcionada à análise das aulas de matemática que foram disponibilizadas no canal Aula Paraná, durante o ano de 2020, para alunos de 6º ano a partir da seguinte inquietação: Quais transformações entre os registros de representação semiótica estes professores solicitam durante suas aulas?

1. INTRODUÇÃO

Uma das principais diferenças entre os seres humanos e as outras espécies está na capacidade de ensinar de forma intencional e sistemática, seja um adulto ensinando outro adulto ou um adulto ensinando uma criança. Por exemplo, um macaco ao ver um galho caído pode utilizá-lo para derrubar uma penca de banana, mas ele não consegue transmitir essa informação ao restante do bando de modo que todos os macacos passem a utilizar galhos para derrubar pencas de banana e isso se torne um conhecimento que se passa de geração a geração. Já um professor, por meio de todo conhecimento acumulado pela humanidade, consegue ensinar uma criança a ler e escrever ou a resolver operações de soma e subtração. Pensando no ensino e aprendizagem de matemática, podemos destacar que este processo necessita de atenção, memorização, raciocínio e visualização. O ensino e a aprendizagem de matemática ocorre por meio do diálogo, discurso, ou seja, por meio de uma interação entre professor e aluno, propiciada pela linguagem.

Ao contrário dos conhecimentos que são possíveis de serem adquiridos pela percepção e pela experiência, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis desta forma, o que pode influenciar a aprendizagem da matemática. Consideremos uma árvore: por meio da experiência, aprendemos que ela necessita da luz do sol e de água para se alimentar, o que hoje a ciência chama de processo de fotossíntese; porém, de que forma é possível aprender sobre um objeto matemático, ou seja, sobre a matemática?

Para Raymond Duval (2009), filósofo e psicólogo, a aprendizagem da matemática necessita de registros de representações semióticas (rrs) (Duval, 2009). E para que haja a conceitualização de um objeto matemático é preciso que ele seja representado no mínimo em dois registros de representação, pertencentes a sistemas semióticos diferentes. A TRRS aborda relevantes contribuições com relação à aprendizagem matemática, pois discute a respeito das atividades cognitivas de conceitualização, raciocínio, resolução de problemas, por exemplo, e como os registros de representação semiótica estão associados a esta aprendizagem. Além disso, a teoria permite compreender como a língua natural influencia na aprendizagem da matemática e pode ser um obstáculo no ensino da matemática. Ainda, explica-nos que há critérios de congruência semântica que influenciam na conversão entre

registros de representação semiótica e que as conversões são necessárias para a compreensão da matemática.

Os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis por meio da percepção ou por meio da experiência intuitiva imediata, como são os objetos “reais” ou “físicos”, por isso, é necessário representar, dar representantes. E o tratamento, uma atividade cognitiva caracterizada pela transformação de um registro pertencente a um sistema semiótico em outro registro pertencente ao mesmo sistema semiótico, que é possível dar a um objeto matemático, depende do sistema de representação semiótico utilizado. Por exemplo, em um processo de cálculo a resolução depende do sistema de escrita escolhido: fração ou decimal.

Esta pesquisa foi norteada pela TRSS e, considerando a intenção da pesquisadora em analisar aulas de matemática, teve como fonte de dados vídeo aulas disponibilizadas no canal Aula Paraná, da plataforma *youtube*, de 2020, que abordaram o objeto de conhecimento porcentagem. Estas aulas foram disponibilizadas devido à pandemia da covid-19, que impossibilitou que os estudantes da Rede Pública Estadual frequentassem o ensino presencial.

Em 2020, milhares de estudantes da Rede Básica de Ensino, ficaram meses sem ter contato físico com seus professores, isto porque nesse ano a transmissão do vírus SARS-CoV-2, causador da doença COVID-19, fez com que, em fevereiro de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) decretasse uma pandemia mundial. Diante das medidas de propostas para a prevenção e enfrentamento ao vírus, o Ministério da Educação (MEC), com base na Lei Federal n. 13.979 de 6 de fevereiro de 2020, por meio do decreto n. 343 de 17 de março de 2020, autorizou a substituição de aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto fosse considerado o período pandêmico. E foi assim que ocorreu o ensino no estado do Paraná. O Governo, por meio do decreto estadual n. 4.320, de 16 de março de 2020, apresentou as medidas para o enfrentamento à COVID-19, que em seu artigo 8º suspendia as aulas presenciais em Escolas Públicas da Rede Estadual de Ensino e em Universidades Estaduais.

Assim, para o andamento do ano letivo nas escolas da Rede estadual de Ensino, a Secretaria da Educação e do Esporte (SEED), mantenedora da Rede Pública Estadual de Ensino, por meio da resolução n. 1.016, de 3 de abril de 2020, estabeleceu a oferta de aulas não presenciais durante a pandemia e passou a ofertar

aulas remotas por meio de canais digitais na TV aberta, no canal Aula Paraná no *Youtube* e no aplicativo gratuito Aula Paraná, disponível para *iOS* e *Android*.

As aulas foram ministradas por professores da Rede Estadual de Ensino, selecionados por meio da Resolução 1014/202 GS/Seed¹, que permitiu a inscrição e seleção de profissionais do Quadro Próprio do Magistério e de professores contratados em Regime Especial para a produção de material audiovisual destinado aos estudantes da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino.

A escolha do material justifica-se considerando que a maioria dos estudantes, matriculados na Rede Estadual de Ensino, puderam ter acesso a estas aulas, que eram as mesmas, independentemente da região do Estado do Paraná nas quais os estudantes residiam. Exceto aos estudantes que não tinham acesso à internet e tiveram sua presença e notas computadas por meio das atividades impressas, que eram ofertadas a cada 15 dias pelas escolas que estavam matriculados.

Considerando que esse foi um momento importante para a educação no estado do Paraná e que as vídeo aulas consistem em um grande volume de material ainda inexplorado, considera-se relevante explorar este material e analisá-lo com base na TRRS, visto que a interação professor-aluno que ocorria no ensino presencial foi interrompida neste momento da pandemia. Logo, compreender de que forma se deu esse ensino remoto, é relevante para discutir a respeito das transformações mobilizadas durante estas aulas, pois o ensino remoto de forma assíncrona, pode influenciar no entendimento sobre como são caracterizadas essas transformações, que ocorrem em virtude das atividades de tratamento e conversão, visto que não houve a mesma interação oportunizada no ensino presencial.

Assim, pretendeu-se com essa pesquisa responder à seguinte questão: de que forma, foi solicitada durante as aulas de matemática sobre porcentagem ofertadas no canal Aula Paraná, a coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica e como foram mobilizadas as conversões e os tratamentos entre eles? Teve-se como objetivo geral evidenciar como foram solicitadas e mobilizadas em aulas de matemática as transformações que ocorreram em função das atividades cognitivas de tratamento e conversões entre diferentes registros de representação

¹Disponível em: https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2020-04/res_1014-2020-gs-seed_amg_chamamento_emergencial_grupo_de_trabalho_para_producao_de_material_audiovisual.pdf, acesso em: mar. 2023.

semiótica sobre o conceito de porcentagem, para compreender como os professores solicitaram e mobilizaram as conversões entre os rrs. Para tanto, traçou-se os seguintes objetivos específicos: 1. Identificar os registros de partida e chegada, a fim de classificar as transformações que ocorreram em função de tratamento ou conversão; 2. Identificar os critérios de congruência semântica nas transformações da atividade cognitiva de conversão.

A escolha dos dados está vinculada com a proposta, que consistiu em analisar os vídeos de aulas de matemática do canal Aula Paraná, tendo como objeto de pesquisa a solicitação, mobilização e conversão entre os registros de representação semiótica em quatro aulas de matemática ofertadas para os estudantes do 6º ano que abordaram o Objeto de Conhecimento (ODC) porcentagem.

Assim, este texto apresenta, no capítulo 2, exemplos de transformações que ocorrem nos registros em função da atividade cognitiva de tratamento, da atividade cognitiva de conversão e dos critérios de congruência semântica que influenciam no fenômeno de congruência semântica. No capítulo 3, apresenta-se o estado da arte de pesquisas norteadas pela TRRS, levantamento que justifica a seleção e análise dos dados de quatro aulas sobre porcentagem, para alunos do 6º ano. As análises são apresentadas no capítulo 4, no qual focaram no fenômeno da congruência semântica presentes na conversão entre registros de representação semiótica pertencentes a sistemas semióticos diferentes. Por fim, nas considerações, além de apresentar as transformações dos registros de representação oriundas da atividade cognitiva de conversão ocorridas nas tarefas das aulas analisadas, apresentam-se algumas considerações de intencionalidade de pesquisas futuras com relação à contribuição da linguagem para minimizar o fenômeno de congruência semântica e a influência da linguagem para identificar se há a presença deste fenômeno.

2. A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: ALGUMAS COMPREENSÕES

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Raymond Duval, têm pertinência para pesquisas na área da Didática da Matemática, pois Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação, desenvolveu estudos com relação à Psicologia Cognitiva. De acordo com Duval (2009), a aprendizagem matemática é um campo de estudos que engloba a análise de atividades cognitivas fundamentais como, por exemplo, conceitualização, raciocínio e resolução de problemas. Estas atividades cognitivas necessitam de utilização de sistemas de expressão e representação, além da língua natural ou de imagens.

Para compreender o que Duval traz como registros de representação semiótica, é relevante apresentar uma síntese sobre Semiótica, Signos e Sistemas Semióticos. A Semiótica, palavra que vem do grego antigo (*semeiótica*) é “a ciência dos sistemas e dos processos sígnicos na cultura e na natureza. Ela estuda as formas, os tipos, os sistemas de signos e os efeitos do uso dos signos, sinais, indícios, sintomas ou símbolos” (Nöth e Santaella, 2021, p. 1-2). O signo se refere a algo diferente de si mesmo.

Este algo a que ele se refere é chamado de referente do signo ou, na terminologia de Charles S. Peirce, o objeto do signo. O signo refere-se ao, representa ou indica o seu objeto. Objetos e signos não são necessariamente “coisas”, quer dizer objetos materiais” (Nöth e Santaella, 2021, p.3). De acordo com Nöth e Santaella (2021), os signos podem ser verbais, como a palavra, e visuais, como as imagens.

Figura 1 - Signos visuais e auditivos

Signo			
Visual		Auditivo	
Não verbal	Verbal		Não verbal
Imagem	Escrito	Oral	Acústico
	<i>pato</i>	[p'a.tu]	[kwak]

Fonte: Nöth e Santaella (2021, p. 6)

A discussão que Duval (2011) apresenta relaciona signo e representação. Para o autor, as representações não devem ser confundidas com o próprio objeto, e são necessárias para que se tenha acesso a um objeto. Os signos são as representações, pois também não deve-se confundi-los com o objeto que representam. O que difere um signo de uma representação é sua relação com o objeto, o signo tem uma relação de referência: “Assim, quando dizemos sobre um elemento de uma figura geométrica << o centro de um círculo>> [...] Isso permite esclarecer o que constitui uma natureza de referência” (Duval, 2011, p. 22). Essa relação depende do sistema semiótico utilizado, por exemplo, a língua ou um sistema de numeração (Duval, 2011). Já as representações têm uma relação de causalidade.

No que refere-se à linguagem matemática, equações em álgebra, representações gráficas, fórmulas em física, falamos então em representação semiótica ao invés de signos. Pois, ao contrário dos signos, as representações semióticas “[...] *têm uma organização interna que varia de um tipo de representação semiótica para outra*. A organização de uma frase simples não é mesmo a de uma equação” (Duval, 2011, p. 37, grifo do autor).

Quando questiona-se: este objeto é o próprio objeto ou uma representação, este questionamento introduz ao conhecimento (Duval, 2011). Para Duval (2011) às representações de um objeto mudam de acordo com os pontos de vista considerados e os sistemas utilizados. É possível existir várias representações para um mesmo objeto, e há duas origens para a pluralidade de representações: há uma variedade de representações do mesmo tipo, por exemplo, “[...] as imagens produzidas por reflexão da luz sobre uma superfície variam com o ângulo de incidência, com a forma da superfície etc” (Duval, 2011, p. 18). E há uma diversidade de tipos de representações: “A diversidade de representações de um mesmo objeto tem origem na variedade de sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir as representações” (Duval, 2011, p. 18).

Duval (2011) classifica em duas classes os sistemas produtores de representações, eles podem ser sistemas semióticos, por exemplo: a linguagem; e não semióticos, por exemplo: o microscópio, que oferece uma imagem do que não se pode representar. Ou, por exemplo, as redes neurais que permitem produzir imagens mentais como a memória visual e auditiva.

Em matemática, os sistemas produtores de representações utilizados são os sistemas semióticos [...] O exemplo mais simples é o da representação dos números: existem tantas representações de um número inteiro quanto são os sistemas de numeração [...] Mas, o exemplo mais marcante é a revolução semiótica que é produzida em matemática, em menos de 150 anos, nos séculos XVI e XVII: a invenção de uma escrita literal para expressar relações de igualdades ou desigualdades entre grandezas e, no rastro disso, a criação de um sistema de representações gráficas que utiliza uma regra de correspondência entre uma dupla de números sobre dois eixos graduados” (Duval, 2018, p. 3).

Duval (2011) esclarece que os sistemas semióticos podem cumprir diferentes funções. O alfabeto, por exemplo, é um sistema semiótico que permite uma função de comunicação, permite transmitir informações e permite mudar o suporte físico de comunicação, que é passar da fala à escrita.

Mas existem outros sistemas semióticos que cumprem primeiro, ou de maneira, tão essencial, as *funções cognitivas* de objetivação e tratamento por meio de transformações internas das representações semióticas. Assim, os sistemas de escrita de números são os registros e não os códigos como o alfabeto. Os registros de representação e os códigos são sistemas semióticos radicalmente diferentes” (Duval, 2011, p. 71).

Ainda, no que refere-se aos símbolos (uma natureza dos signos), na aprendizagem matemática, Duval (2020) disserta sobre escritos simbólicos e afirma:

É importante separar dois tipos de escritos: os escritos alfabéticos e OS ESCRITOS SIMBÓLICOS. Os primeiros são uma codificação da fala, ou seja, de uma enunciação oral. Os últimos foram desenvolvidos para fins exclusivos do cálculo e são ESCRITOS OPERATÓRIOS, que não podem ser enunciados em língua natural nem falados oralmente (Duval, 2020, p. 26, destaques como no original).

Os escritos simbólicos estão associados ao cálculo e à matemática. Utiliza-se de símbolos formais (“+”, “-”, “x”, “(a,b)”), assim, os processos de cálculo (sequência de operações), consistem em “substituir uma expressão simbólica por outra, quer essas expressões sejam numéricas ou literais” (Duval, 2020, p. 28). Como exemplo de escrito simbólico têm-se: 4 (elemento que designa um número) e $(5 + 5)$ (sintagma operatório composto por dois dígitos articulados a um símbolo de operação (+)).

Já os códigos, são sistemas que permitem transmitir informações codificadas. “[...] Eles produzem sequências de caracteres homogêneos, ou de signos, cujo comprimento excede rapidamente nossa capacidade de apreensão imediata e memorização. Mas, sobretudo eles não remetem a nada e, portanto não representam nada” (Duval, 2011, p. 72). Os códigos não permitem transformar seu conteúdo. Duval (2011) argumenta com o seguinte exemplo: “Quando se trata de utilizar um teorema para deduzir, os alunos não veem verdadeiramente a diferença entre esse teorema e sua recíproca, porque suas formulações se fazem com as mesmas palavras” (Duval, 2011, p. 83). Essa associação é feita porque Duval (2011) afirma que, por exemplo, duas frases podem empregar as mesmas palavras, mas não apresentar o mesmo sentido: -o cachorro tem medo do gato- / -o gato tem medo do cachorro-.

Assim, com base nos argumentos de Duval (2011), na matemática não utilizamos signos, códigos, ou representações, utilizamos registros de representação semiótica. Estes registros contribuirão com o acesso ao conhecimento matemático, e o autor afirma que “A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática” (Duval, 2012, p.268).

Os registros se diferem dos códigos, pois eles são sistemas cognitivamente produtores, ou seja, eles permitem criar novas representações, e estas novas produções permitem descobrir novos objetos. “[...] Um registro é um sistema semiótico cognitivamente criador. Isso quer dizer que, para considerar um sistema semiótico como um registro, é preciso identificar as operações de produção de representações que ele permite executar de maneira original e específica” (Duval, 2011, p.83).

Por exemplo, as representações gráficas permitem construir novos tipos de curvas. As representações produzidas por um registro apresentam um conteúdo e este tem duas propriedades: ele se refere ou parece se referir a um objeto e ele permite a discriminação de diferentes unidades de sentido, o que permite passar de um tipo de representação a outra.

Os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis por meio da percepção ou por meio da experiência intuitiva imediata, como são os objetos “reais” ou “físicos”, por isso, é necessário representar, dar representantes. E os tratamentos que são possíveis dar a um objeto matemático, depende do sistema de representação semiótico utilizado. Por exemplo, o cálculo numérico, no qual seu processo de resolução depende do sistema de escrita escolhido: fração ou decimal (Duval, 2012).

Portanto, Duval (2012) afirma que a atividade matemática requer o papel desempenhado pelas representações semióticas.

As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. **As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento.** Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento (Duval, 2012, p. 269, grifo nosso).

Duval (2009) apresenta dois argumentos ao discutir sobre a pluralidade de registros de representação semiótica no processo do funcionamento cognitivo: primeiramente, “[...] não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós não distinguirmos um objeto de sua representação” (Duval, 2009, p. 14); e o segundo:

[...] As representações semióticas, ou seja, as produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica, ...) parecem apenas ser o meio para exteriorizar representações mentais [...] Elas seriam, então, inteiramente subordinadas as representações mentais e contemplariam as funções de comunicação (Duval, 2009, p. 15).

Duval (2009) explica, a partir deste segundo argumento, que as representações semióticas são necessárias não só para fins de comunicação, mas, também, para o desenvolvimento da atividade matemática e afirma: “a utilização de representações semióticas aparece primordialmente pela atividade matemática e lhe parece ser intrínseca” (Duval, 2009, p. 16-17). Elas são constituídas pelo emprego de signos, que pertencem a um sistema de representação (Duval, 2011). As representações semióticas não são apenas para trabalhar com ou sobre os objetos matemáticos, é preciso analisar as transformações de representações semióticas.

A língua natural, de acordo com Duval (2009, 2011), é o registro de representação semiótica importante para o funcionamento do pensamento, que

cumprir funções de comunicação e funções cognitivas. “A língua não é um código, mas um registro de representação semiótica” (Duval, 2011, p.76). Além disso, o autor afirma que:

Utilizar uma língua é sempre cumprir um desses atos: dizer qualquer coisa, ou escrever, e compreender o que algum outro está prestes a dizer ou o que está escrito. Só retemos geralmente, desses dois atos o discurso produzido² [...] compreender não é decodificar uma sequência de palavras ou de frases, mas discriminar as unidades de sentido em função de diferentes níveis de organização dos discursos e eventualmente reformulá-los (Duval, 2011, p. 75).

Ainda, para Duval (2011): “Duas ideias são essenciais para compreender e para analisar o tipo de atividade de pensamento que requer a utilização da língua natural para poder se completar” (Duval, 2011, p.76). A primeira ideia é metodológica: todo discurso oral ou escrito pode ser decomposto em unidades de sentido e estas podem ser decompostas em outras unidades de sentido em um nível de organização inferior. Para determinar as unidades de sentido, parte-se das operações discursivas e é possível a partir das unidades de sentido identificar as operações discursivas ou partir das operações discursivas para segmentar um discurso em unidades de sentido. A segunda ideia é cognitiva e lógica: a unidade fundamental de sentido, independentemente do tipo de discurso, é a frase.

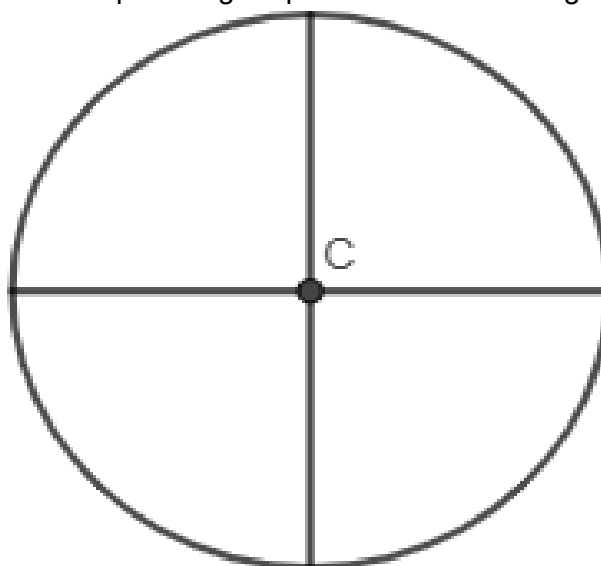
Pois uma língua é que permite produzir, a partir de um número finito de palavras, um número potencialmente infinito de frases diferentes umas das outras [...] As especificações, de um discurso e que determinam as unidades de sentido deve, portanto, se fazer com base na frase (Duval, 2011, p. 76-77).

E na frase é possível designar três operações discursivas: enunciação, designação e expansão. A enunciação de qualquer coisa ou sobre qualquer coisa determina a frase. A enunciação começa com um discurso: uma explicação; uma descrição; uma exposição ou um argumento, por exemplo. A enunciação implica em outra operação discursiva, a designação de sobre o que, ou com o propósito de que vamos enunciar qualquer coisa. “A designação de um objeto ou a referência a um

² Muitos pesquisadores em didática da matemática falam de <<linguagem>> e não se importam em distinguir a língua e o discurso, à palavra linguagem designando somente o discurso produzido (DUVAL, 2011, p. 75).

objeto depende sempre de uma operação de designação” (Duval, 2011, p. 78). Por exemplo, para designarmos as unidades figurais de uma figura geométrica há um vocabulário geométrico a ser utilizado. No exemplo apresentado por Duval (2011), para designar uma unidade em dimensão 0D, Figura 2, não se deve dizer apenas “o ponto”, pois existem outros quatro pontos. Codificar com letras, por exemplo C, é criar um nome próprio, mas não é suficiente para a designação verbal. Portanto há o vocabulário geométrico a ser utilizado como: o centro de um círculo; o ponto de intersecção dos diâmetros, o meio do segmento horizontal. A terceira operação discursiva, expansão, possibilita identificar a diferença cognitiva entre um raciocínio e uma descrição ou explicação, ou entre uma demonstração matemática ou uma argumentação em um debate.

Figura 2 - Exemplo de figura para associar às designações



Fonte: Duval (2011)

Em matemática o registro da língua natural é utilizado para: “[...] formular definições, teoremas, para efetuar raciocínios matemáticos, para justificar soluções. E no ensino da matemática, a língua natural intervêm em todos os enunciados de problemas dados aos alunos” (Duval, 2011, p. 125). Entre o registro língua natural e os outros registros há uma distância cognitiva considerável e isso dificulta a conversão (termo sobre o qual será dissertado adiante) dos enunciados da língua natural para representações em outro registro, pois não são as mesmas operações discursivas mobilizadas e desenvolvidas para a fala espontânea e para o discurso matemático.

“Para poder colocar em evidência as correspondências regulares entre as variações de enunciados (ou de encaminhamentos de enunciados) e as variações de conteúdo no outro registro, é preciso passar por representações auxiliares em outro registro” (Duval, 2011, p.125).

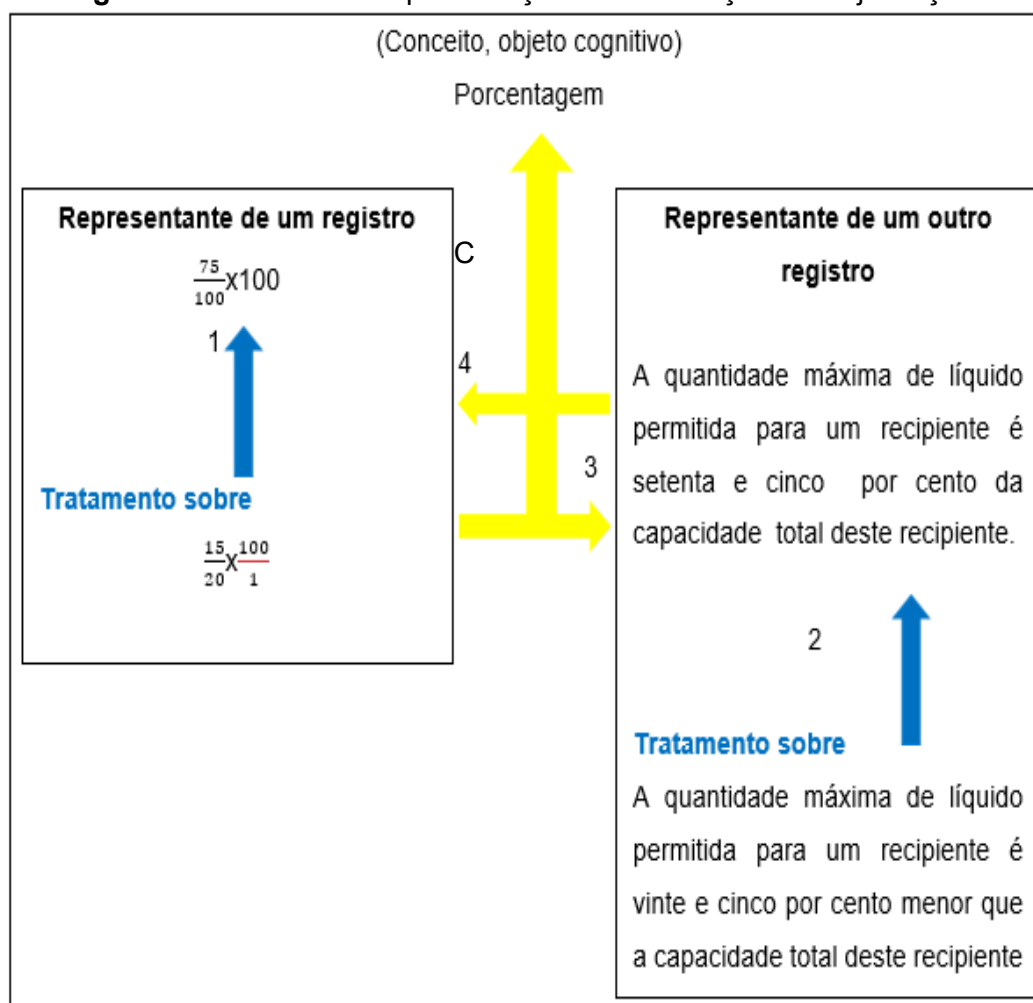
Uma das bases da TRRS é com relação à apreensão conceitual. Duval (2009) discrimina dois termos: *semiósis*: apreensão ou produção de uma representação semiótica; e *noésis*: apreensão conceitual de um objeto. E propõe uma lei fundamental para o funcionamento cognitivo do pensamento: “Não há *noésis* sem *semiósis*, não há *noésis* sem o recurso a uma pluralidade ao menos potencial de sistemas semióticos, recurso que implica sua coordenação para o próprio sujeito” (Duval, 2009, p. 18). E com relação a uma pluralidade de representações semióticas, Duval (2009) ressalta que a passagem entre essa pluralidade de representações não é evidente e espontânea para a maior parte dos estudantes e isso é associado a um fenômeno que chama de não-congruência entre as representações, assunto que será dissertado mais adiante.

Para Duval (2009), tanto no aspecto individual, científico ou cultural a diversificação dos registros de representação semiótica é a constante do desenvolvimento destes conhecimentos. Pois, realizar a mudança entre registros de representação semiótica é uma variável cognitiva fundamental para a didática: “ela facilita consideravelmente a aprendizagem ou ela oferece procedimentos de interpretação” (Duval, 2009, p. 81).

[...] **a atividade conceitual implica a coordenação dos registros de representação.** É preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instancia ou ilustra (Duval, 2009, p. 82, grifo do autor).

Duval (2009) destaca três funções das representações semióticas: expressão; tratamento e objetivação. Sendo a objetivação essencial para analisar a relação entre a diversidade de registros e o funcionamento cognitivo do pensamento, pois a conceitualização, a compreensão e a conversão estão ligadas à ela.

Figura 3 - Modelo da Representação sobre a função de Objetivação



Fonte: Adaptado de Duval (2009)

As flechas 1 e 2 correspondem às transformações internas a um registro. As flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, isso quer dizer à conversões por mudança de registro. A letra C corresponde ao que chamaremos compreensão integrativa de uma representação: ela supõe uma coordenação de dois registros (Duval, 2009, p. 89).

Por meio desse modelo (figura 3), é possível evidenciar a existência de dois planos que podem ser confundidos durante a análise da produção de conhecimentos. O primeiro refere-se aos “conhecimentos construídos” por meio da formação e do tratamento de representações semióticas, o segundo, ao “funcionamento cognitivo que permite essa construção” (Duval, 2009, p. 89).

[...] o funcionamento cognitivo que permite formar, mobilizar ou reconhecer as representações pertinentes, e que permite também conduzir e controlar a atividade até seu término, implica um pouco

mais, ao menos nos sujeitos humanos. Implica que o representante seja diferenciado do representado (Duval, 2009, p. 90).

Discriminar o representante do representado pode parecer fácil quando o representado é, por exemplo, um objeto que pode ser mostrado pela experiência perceptiva (o objeto pode ser visto, apontado, manipulado, tocado). Porém, se o acesso ao objeto não é possível, é necessário dispor de várias representações semioticamente heterogêneas e coordená-las. Diferenciar o representante do representado nas representações semióticas de um registro é coordenar com um outro registro de representação (Duval, 2009).

Assim, para que a diferenciação entre representante e representado ocorra é necessária a coordenação com um outro registro de coordenação, pois essa coordenação não ocorre do modo espontâneo e requer procedimentos metodológicos específicos, assim:

Seria indevidamente ingênuo crer que introduzir exercícios de conversão sobre alguns casos típicos seria suficiente para criar as condições favoráveis a uma coordenação dos registros e representação nos alunos [...] A primeira prende-se ao fenômeno de não-congruência. [...] A segunda é que a conversão das representações requer a identificação das unidades significantes nos registros de saída e chegada (Duval, 2009, p. 99).

No que se refere às representações semióticas, Duval utiliza o termo **registros de representação semiótica** (a língua natural, as línguas simbólicas, os gráficos, as figuras geométricas, etc.), pois diferente dos sistemas semióticos, os registros de representação semiótica, permitem a realização de três atividades cognitivas fundamentais de representação associadas à *semíosis*. A primeira é “[...] a **formação**³, e representações num registro semiótico particular, seja para “expressar” uma representação mental, seja para “evocar” um objeto real” (Duval, 2009, p. 54, grifo do autor).

Por exemplo, uma atividade de formação de representações no registro língua natural é a descrição do objeto matemático em questão, como no exemplo -uma figura plana com quatro lados e quatro ângulos de noventa graus cada-, é um enunciado em

³ Recurso a um ou a muitos signos, que pertencem a um sistema semiótico já constituído e utilizado por outros (Duval, 2009, p. 54).

língua natural e é um registro de representação semiótica pois ocorre a atividade de formação. A frase refere-se a um objeto, no caso o objeto matemático quadrado. O enunciado de uma situação-problema, também é uma formação, como os dois exemplos seguintes: I - Lívia tem $7\frac{1}{5}$ de barra de chocolate para utilizar em uma receita-, ou, II - A quantidade máxima de líquido permitida para um recipiente é setenta e cinco por cento da capacidade total desse recipiente-. Tomemos como exemplo o enunciado II, é possível reescrevê-lo como: A capacidade máxima permitida de líquido para um recipiente é vinte e cinco por cento menor que a capacidade total desse recipiente. Neste exemplo, tem-se uma atividade cognitiva de atividade de tratamento.

A segunda é o tratamento e a terceira é a conversão. As atividades cognitivas, atividade de tratamento e atividade de conversão “[...] são diretamente ligadas à sua transformabilidade em outras representações que conservam seja todo o conteúdo da representação inicial seja uma parte somente desse conteúdo” (Duval, 2009, p. 53-54). A atividade de tratamento, **transformação de representação interna a um registro no mesmo sistema semiótico** (Duval, 2009, p. 57, grifo do autor), pode ser identificada, por exemplo, ao realizarmos um cálculo, “tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismo e letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números [...]” (Duval, 2009, p. 57).

Na operação de adição, por exemplo, $0,10 + 0,20 = 0,30$, tem-se uma atividade de tratamento e os números apresentam a mesma significação operatória: décimo. A seguir uma explicação para a compreensão sobre tratamento, proposta por Sabel e Moretti (2020):

Dada uma informação, deve ser possível fazer alterações sobre ela com intuito de extrair novos elementos. Essa atividade configura a função de tratamento. Ela deve acontecer dentro de um mesmo sistema de representação semiótica, permanecendo no sistema de partida. Um exemplo de tratamento seria: $\frac{1}{5} + \frac{2}{4} = \frac{4}{20} + \frac{10}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$. Notemos que a expressão fracionária acima, está inserida dentro do sistema de representação numérico e a operação realizada alterou a representação inicial e permaneceu no interior desse mesmo sistema, caracterizando essa atividade como um tratamento (Sabel, Moretti, 2020, p. 302).

Assim, é possível realizar a operação sem modificações no tipo de registro, e se não há modificações, há uma atividade de tratamento. Um exemplo para a atividade de tratamento é:

Quadro 1 - Exemplo de tratamento

Transforme a fração imprópria : $\frac{36}{5}$ em uma fração mista
$\frac{36}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{5} = 7\frac{1}{5}$ (Registro de Partida e Chegada: Registro Numérico)

Fonte: Acervo da autora

É necessário que o estudante compreenda que 36 partes de 5, refere-se à adição de 5 partes de 5, mais 5 partes de 5, sucessivamente, até alcançar-se o número $\frac{36}{5}$. E posteriormente cada 5 partes de 5 refere-se a 1 inteiro. Por isso o número 7 que corresponde a 7 inteiros mais $\frac{1}{5}$. Outro exemplo de tratamento é a paráfrase, que é a transformação interna do registro língua natural. É a reformulação, por exemplo, de um enunciado, seja com o intuito de explicação ou substituição. Consideremos como exemplo os enunciados, - a quantidade máxima de líquido permitida para um recipiente é setenta e cinco por cento da capacidade total desse recipiente-, que pode ser transformado para -a quantidade máxima de líquido permitida para um recipiente é vinte e cinco por cento menor que a capacidade total desse recipiente”.

A terceira é o fenômeno de coordenação entre os registros de representação semiótica. Esse fenômeno é composto pela atividade de conversão que “é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro pertencente a um sistema semiótico em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação em um outro registro pertencente a outro sistema semiótico:

[...] é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro [...] A conversão é então uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida (Duval, 2009, p. 58-59).

É uma atividade cognitiva diferente e independente da atividade cognitiva de tratamento. Por exemplo, o cálculo de adição entre números decimais, $0,3 + 0,3$ pode ser facilmente resolvida, assim como o cálculo entre $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. Porém, em tarefas matemáticas, os alunos:

[...] podem não pensar em converter, se isto for necessário, a expressão decimal de um número em sua expressão fracionária (e reciprocamente), ou mesmo não conseguir efetuar a conversão [...] a expressão decimal, a expressão fracionária e a expressão com expoente constituem três registros diferentes de representação de números (Duval, 2012, p. 273).

Duval (2009) enfatiza que a atividade de conversão permite entender a relação entre *semíosis* e *noésis*. Mas, para compreender a atividade de conversão, primeiro faz-se necessário esclarecer que há três fenômenos relacionados à análise do desenvolvimento dos conhecimentos e dos obstáculos encontrados nas representações fundamentais: o primeiro é a diversificação dos registros de representação semiótica, visto que a língua natural, as figuras geométricas, os gráficos, por exemplo, são sistemas diferentes entre si e para cada um há questões de aprendizagens específicas; o segundo é a diferenciação entre representante e representado, pois uma representação representa algo e não é exatamente este algo, isso está associado ao que Duval (2009, 2011) destaca sobre não confundir o objeto com sua representação. E o terceiro é o fenômeno de coordenação entre os registros de representação semiótica, composto pela atividade de conversão.

Para Duval (2018) o maior e primordial obstáculo a ser superado para a compreensão e entendimento matemático é a conversão de representações semióticas. A manifestação deste obstáculo pode ocorrer de duas formas:

“[...] incapacidade de reconhecer em uma das representações – um enunciado, uma equação, uma figura, um gráfico, etc. – as unidades a serem postas em correspondência com as unidades da outra representação [...] e o falso reconhecimento das unidades discursivas, figurais ou simbólicas a serem postas em correspondência” (Duval, 2018, p. 10).

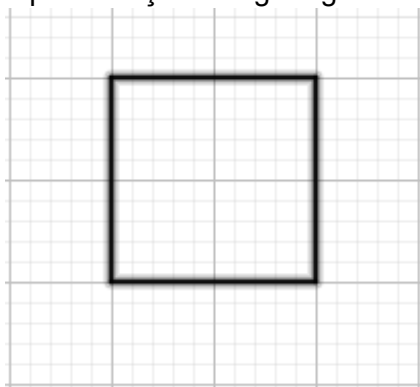
Como exemplo, podemos citar o caso dos números e suas diferentes representações. Para que haja a compreensão da atividade de conversão “[...] é

preciso **distinguir a significação operatória fixada ao significante e o número representado**” (Duval, 2009, p. 60, grifo do autor).

Duval (2009) afirma que as regras de conversão não são as mesmas, segundo o sentido no qual a mudança de registro é efetuada. Basta pensar na conversão do registro numérico $\frac{1}{4}$ (é um significante) para o registro numérico 25% (é outro significante). Este processo pode ser menos imediato, pois é necessário distinguir a significação operatória, que difere dependendo do significante, e para que haja a compreensão da atividade de conversão.

Por exemplo, com relação aos enunciados, temos que as palavras são as unidades discursivas que se impõem à compreensão deste enunciado. Por exemplo, o termo “a mais” pode ser de imediato associado à operação de adição, e isto nem sempre é válido, por exemplo: Sofia tem 10 balas e Antonela tem 7 balas. Quantas balas a mais Sofia tem? A operação necessária é $10-7 = 3$. Ou, por exemplo, Sofia tem 10 balas, e três a mais que Antonela. Quantas balas Antonela tem? A operação necessária é $10-3 = 7$. Esses exemplos podem ser considerados um processo de conversão do registro de representação semiótica língua natural para o registro de representação semiótica numérico. Outro exemplo é: o registro em língua natural - uma região quadrangular de lados com a mesma medida – pode ser representado por meio de uma figura, ou seja, houve uma conversão do registro de representação semiótica língua natural para o registro de representação semiótica figural (figura 4).

Figura 4 - Representação da figura geométrica quadrado



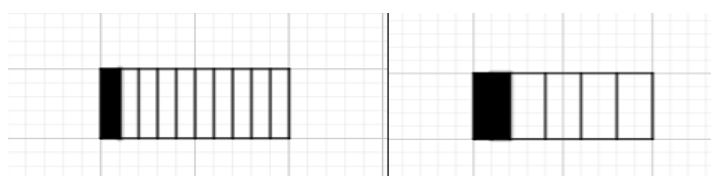
Fonte: Acervo da autora

Outro exemplo com relação ao registro língua natural seria: Uma figura plana com quatro lados e quatro ângulos de noventa graus cada, é um enunciado em língua

natural e é um registro de representação semiótica, pois ocorre a atividade de formação, a frase refere-se a um objeto, no caso o objeto matemático quadrado. Este registro de formação pode sofrer a atividade de tratamento: seja uma figura geométrica plana de quatro lados com medidas congruentes. Manteve-se o mesmo registro de representação semiótica e refere-se ao mesmo objeto matemático. E quando representa-se esse objeto por meio do registro de representação semiótica figural (Figura 4), temos uma atividade de conversão.

Outro exemplo com relação à atividade de conversão pode ser analisado a partir da situação problema 1 (registro de representação semiótica língua natural): Fabian tem dez centavos e Lívia tem um quinto de um real. Quantos reais eles têm juntos? Pode-se converter a situação para o registro de representação semiótica numérico: $0,10 + 1/5$. Ou ainda para o registro de representação figural (figura 5).

Figura 5 - Registro figural da situação problema 1



Fonte: Acervo da autora

O rrs que inicia o processo de conversão é considerado o registro de partida e o rrs ao final do processo de conversão é considerado o registro de chegada. Vejamos um exemplo para refletir sobre a coordenação entre os rrs língua natural (registro de partida) e o rrs numérico (registro de chegada), entre o rrs língua natural (registro de partida) e o rrs figural (registro de chegada) e entre o rrs figural (registro de partida) e o rrs numérico (registro de chegada). Lívia tem $\frac{36}{5}$ de barra de chocolate para utilizar em uma receita. A quantidade que ela tem corresponde a quantas barras inteiras?

Uma forma de resolução seria dividir o numerador, 36 (dividendo), pelo denominador, 5 (divisor). O quociente seria 7 e o resto seria 1. A fração mista correspondente seria $7\frac{1}{5}$, em que 7 é o quociente da divisão anterior e corresponde a 7 inteiros na forma mista, 5 é o dividendo da operação anterior e corresponde ao denominador da fração mista e 1 (numerador da fração) é o resto da divisão anterior e corresponde ao denominador da fração mista. Mas, isso, pode ser apenas uma técnica de resolução, é um tratamento sobre, e para diferenciação do representante

(fração mista/imprópria) do representado (conceito de frações mista/imprópria ou contexto do enunciado), não é suficiente transformações de tratamento, é necessário transformações de conversão, que permite a coordenação entre mais representações. Neste caso, o recurso ao registro figural, pode contribuir para o processo de compreensão e diferenciação entre representante e representado, pois é possível também representar o rrs língua natural no rrs figural.

Figura 6 - Representação da quantidade de barras de chocolate

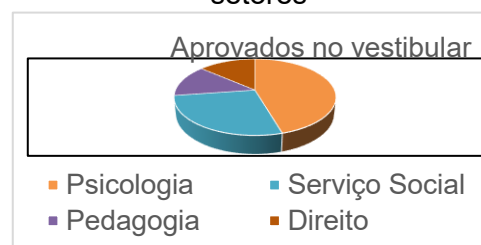


Fonte: Acervo da autora

É possível fracionar cada inteiro em 5 partes. Na figura 1, a coloração cinza corresponde ao que Livia possui de chocolate, a coloração branco corresponde ao que falta para completar uma barra inteira de chocolate. Assim, é possível associar a cada registro figural fracionado (parte em cinza), aos seus registros numéricos, em seguida, soma-se o total de partes, o que corresponde a adicionar as frações $\frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{36}{5}$ (fração imprópria). Esse modo de resolução condiz ao que Duval propõe: “Para não confundir um objeto e sua representação, quando a intuição direta do objeto não é possível, é necessário dispor de várias representações semióticamente heterogêneas desse objeto e coordená-las” (Duval, 2009, p. 90).

A variedade de registros de representação semiótica pode ser vista a partir da seguinte situação: - Entre os aprovados em um concurso vestibular, 10 são alunos de uma determinada escola e foram aprovados para os cursos de Psicologia, Serviço Social, Pedagogia e Direito. Cada aluno aprovado prestou vestibular para apenas um dos cursos mencionados. Essa situação pode ser representada pelo gráfico a seguir:

Figura 7 - Representação da relação de aprovados no vestibular por meio de um gráfico em setores



Fonte: Acervo da autora

É possível explorar o que representa todos os setores do gráfico, ou seja, 100% dos aprovados, se a porcentagem dentre os aprovados é maior ou menor, ou se há porcentagens equivalentes. Outro exemplo seria a partir da seguinte situação: - Há uma estimativa de que sessenta por cento da quantidade de resíduos recolhidos por dia, nas praias brasileiras, são resíduos recicláveis -. Pode-se representar essa situação descrita no rrs língua natural por um rrs algébrico: $60\%.x$, ou, $\frac{6}{10}.x$, sendo que $\frac{6}{10}.x$ apresenta uma significação operatória diferente da primeira e pode ser interpretada como “A cada 10 lixos recolhidos 6 são recicláveis”. Além disso, nessa situação-problema, pode-se explorar também uma informação implícita que é a quantidade de resíduos não recicláveis. Do ponto de vista matemático, um único registro não é suficiente para realizar um encaminhamento matemático. As transformações de tratamento não são suficientes, e nas transformações de conversão a correspondência semântica, univocidade semântica e organização das unidades significantes influenciam no fenômeno de congruência e não-congruência semântica entre as representações, ou seja, uma conversão mais ou menos imediata.

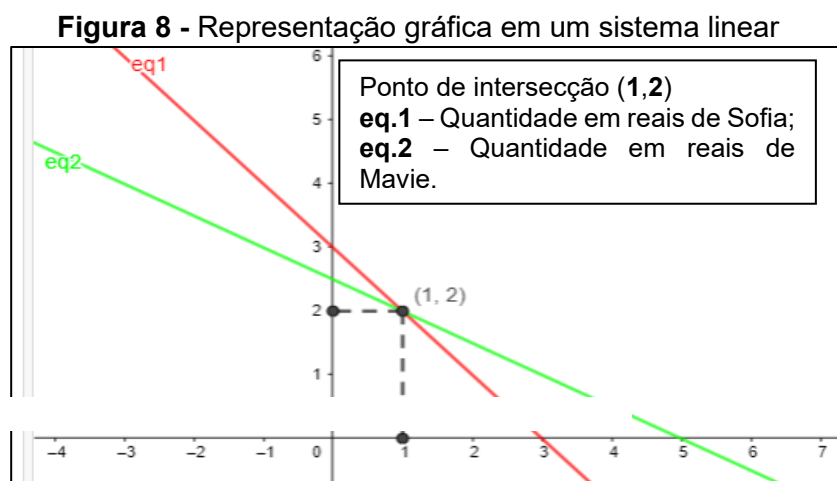
[...] a análise do funcionamento cognitivo do pensamento exigida pela matemática, mostra ao contrário, a necessidade de uma mobilização simultânea e coordenada de diversos registros para poder compreender. A característica fundamental dos encaminhamentos matemáticos consiste em TRANSFORMAÇÕES DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICA, dadas ou obtidas no contexto de um problema proposto, em outras representações semióticas (Duval, 2011, p. 52).

Ou seja, pode ser a partir de uma definição (registro formado), por exemplo, ou do enunciado de uma situação problema. Pode-se tomar como exemplo o campo numérico. Para que haja a compreensão da atividade de conversão é necessário que haja a percepção da diferença entre sentido e referência dos símbolos ou signos, ou entre o conteúdo de uma representação e aquilo que ela representa. “[...] é preciso distinguir **a significação operatória fixada ao significante e o número representado**” (Duval, 2009, p. 60, grifo do autor). Assim, a significação operatória não é a mesma para 0,10 e para 1/5. A significação operatória de 0,10 e 1/10 não é a mesma, apesar de representarem, referirem-se ao mesmo número. Assim como a significação operatória de 0,20 e 1/5 não é a mesma.

Do ponto de vista matemático as representações semióticas não são, de modo algum, equivalentes ou igualmente interessantes. O critério da escolha depende das operações que se quer fazer com um tipo de representação para obter outras representações cujos conteúdos mostrarão um novo dado ou uma nova informação (Duval, 2018, p.6).

A conversão necessita que se perceba a diferença entre o sentido e a referência dos símbolos ou dos signos, ou entre o conteúdo de uma representação e aquilo que ela representa (Duval, 2011). Por exemplo, colocar o enunciado da situação problema 2: <Sofia e Mavie têm juntas 3,00 reais. A soma da quantidade em reais que Sofia tem com o dobro que Mavie tem em reais, resulta-se em 5,00 reais. Quantos reais cada uma tem?> em registro algébrico: $x + y = 3$ corresponde à <Sofia e Mavie têm juntas 3 reais> e $x + 2y = 5$ corresponde à <A soma da quantidade [...] resulta-se em 40 reais>

É um processo de conversão. É possível encontrar a resolução do sistema (registro algébrico), que pode não ser imediata, devido aos processos de tratamentos necessários, por exemplo, a multiplicação da primeira equação por (-1), e o resultado somado com a segunda equação. Ainda, esse sistema de equações pode ser convertido para o registro de representação semiótico de um gráfico, que indica um sistema possível e determinado. A partir deste exemplo, uma atividade de tratamento possível para o enunciado seria: -A quantidade em reais que Sofia tem mais a quantidade em reais que Mavie tem é igual a 3,00 reais. E a quantidade em reais que Sofia tem mais o dobro da quantidade em reais que Mavie tem é igual à 5,00 reais-.



Fonte: Acervo das autora

Por fim, ressalta-se que “Formação, Tratamento e Conversão são as atividades cognitivas fundamentais da *semíosis*” (Duval, 2009, p. 54). O autor ainda chama a atenção sobre a questão de que “o ensino privilegia a aprendizagem das regras concernentes à formação das representações semióticas e das regras concernentes ao seu tratamento [...] Mas, sobretudo, o lugar reservado à conversão das representações de um registro em outro é mínimo, se não nulo” (Duval, 2009, p. 62).

Duval (2009) justifica esse fato com o argumento de que a atividade de conversão é menos imediata e menos simples. É possível compreender esse fato a partir da análise dessa atividade, que engloba um procedimento de correspondência. Toma-se o exemplo no quadro 2 para uma análise da correspondência termo a termo:

Quadro 2 - Exemplo de conversão

O dobro de um número real (Registro de Partida: rrs língua natural)
2x - (Registro de Chegada: rrs algébrico)

Fonte: Acervo da autora

Esse processo de conversão engloba correspondência termo a termo entre as unidades significantes: dobro \Rightarrow 2, um número real \Rightarrow x. E a atividade de conversão inversa: registro algébrico (2x) \Rightarrow registro numérico (dobro de um número), permite retornar ao registro de partida.

A solicitação da atividade cognitiva de conversão está associada à variedade e à importância das mudanças de registros. Mas, como já mencionado, a mudança de um registro para outro, ou seja a atividade de conversão, pode ser menos imediata e menos simples (Duval, 2009). Isso está associado à questão da congruência e não-congruência semântica entre representações. A congruência ou não-congruência semântica entre duas representações de um mesmo objeto têm como problema a distância cognitiva entre essas duas representações, independente de pertencerem ao mesmo sistema semiótico ou não (Duval, 2012).

Sobre a presença de congruência semântica, Duval (2009) destaca que “Para determinar se duas representações são congruentes ou não, é preciso começar por segmentá-las em unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondência” (Duval, 2009, p. 66). Assim, a correspondência

termo a termo permite afirmar que no exemplo do quadro 2 há o que Duval (2009) chama de congruência semântica.

Duval ainda afirma:

[...] **a segmentação dessas representações em unidades significantes é essencialmente funcional** e que essas unidades podem tanto ser de palavras, ou de símbolos, quanto de reagrupamentos de palavras ou de símbolos. E para os registros com unidades não separáveis como as figuras ou os gráficos cartesianos, uma definição provável e individual de unidades significantes torna-se totalmente inoperante e ambígua (Duval, 2009, p. 101, grifo do autor).

Determinar a congruência entre registros de representação pertencentes a sistemas semióticos diferentes é verificar os três critérios de congruência semântica, mencionados por Duval (2009). “O primeiro é a possibilidade de correspondência semântica dos elementos significantes: a cada unidade significativa simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significativa elementar” (Duval, 2009, p. 68). É uma atividade cognitiva, e única, que permite retirar as propriedades ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, pois diz respeito aos elementos dos conteúdos respectivos de duas representações, assim como as operações matemáticas. Porém, difere das operações matemáticas, pois seu resultado não é invariante, ele é o reconhecimento do objeto representado por meio de duas representações.

No que se refere às unidades de sentido/unidades significantes, elas constituem o conteúdo das representações semióticas e existem múltiplas maneiras de discriminá-las no conteúdo das representações, mas é sempre necessário convertê-las implícita ou explicitamente em outro registro e, para isto, não basta fazer uma única conversão para reconhecer as unidades de sentido, ou para justificar a importância das correspondências ou não correspondências entre as representações.

Pelo exemplo do quadro 2: **o dobro de um número**, há uma correspondência semântica, entre **2** e **dobro**, e entre **um número** e **x**. Uma univocidade semântica terminal: a unidade significativa elementar do registro de partida (2) corresponde a uma só unidade de significativo elementar do registro de chegada (dobro), enquanto a unidade significativa elementar do registro de partida (um número) corresponde a uma só unidade de significativo elementar do registro de chegada (x). E, por fim,

mesma ordem. Portanto, esse exemplo trata-se de uma conversão congruente entre os registros de partida e chegada. Ou por exemplo:



Fonte: Acervo da autora

O segundo critério de congruência semântica refere-se à “[...] **univocidade “semântica”** terminal: a cada unidade significativa elementar da representação de partida corresponde uma só unidade significativa elementar no registro de chegada” (Duval, 2009, p.69). E o terceiro critério de congruência semântica refere-se à organização das unidades significantes, ou seja, as unidades em correspondência semântica estão na mesma ordem. Estes dois critérios também podem ser observados no exemplo do quadro anterior. É possível que não ocorra ou que ocorra um, dois ou os três critérios de congruência, o que pode influenciar na não-congruência semântica entre as representações e, assim, a dificuldade de conversão vai depender dessa não congruência entre a representação de partida e a representação de chegada (Duval, 2009). Em síntese:

Duas representações são congruentes quando há correspondência semântica entre suas unidades significantes, univocidade semântica terminal e mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações [...] A dificuldade da conversão de uma representação depende do grau de não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada (Duval, 2009, p. 69).

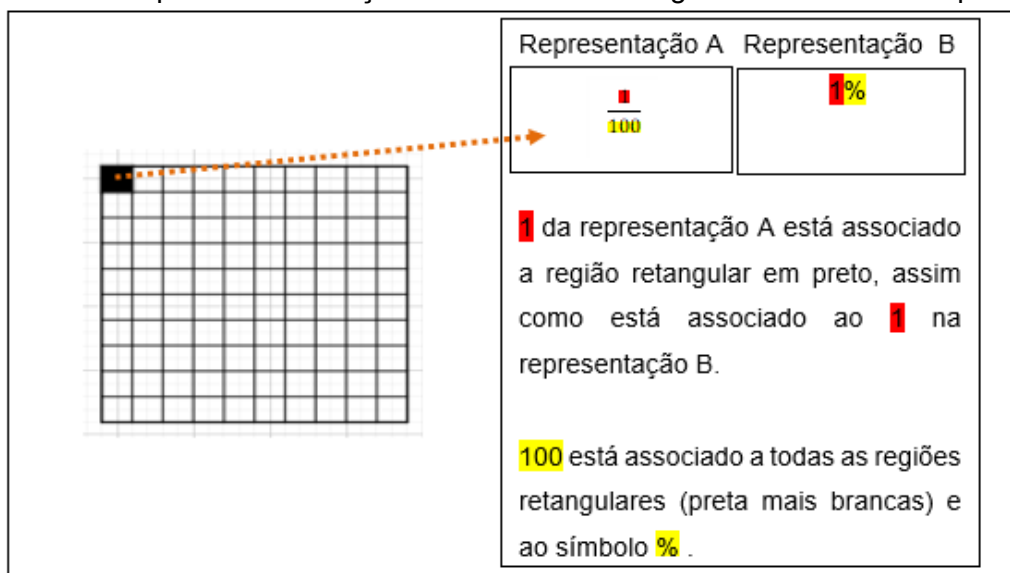
A conversão apresentada na figura 8, registro algébrico para registro gráfico, pode ser considerada um exemplo em que não há correspondência para os símbolos de adição, é implícito a correspondência ao coeficiente 2 de y, pois a ordem da equação não é a mesma que o gráfico. Ou, por exemplo, para refletir, qual a congruência entre o registro algébrico $\Delta > 0$ e a concavidade de uma parábola? Ou

seja, qual a relação entre o valor positivo ou negativo de delta com a concavidade, se será voltada para cima ou para baixo?

Para o aluno, isso não é imediato. Assim como a compreensão do aluno quando o professor diz: seja o valor de delta maior que zero, a função possui duas **raízes reais e diferentes**, então a parábola intercepta o eixo x em dois pontos distintos. Ou seja, $\Delta > 0 \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} / x' \neq x''\}$. - Seja o valor de delta maior que zero refere-se à $\Delta > 0$; - raízes reais e diferentes – refere-se à $\{x \in \mathbb{R} / x' \neq x''\}$, pode não ser imediato para o aluno. Pois qual a correspondência para os símbolos “{ }”, “/”, para compreender que as duas raízes são reais e diferentes não há uma única correspondência semântica, é necessário representar com “ $x \in \mathbb{R}$ ”, e a quantidade duas está implícita aos símbolos x' e x'' . Converter este rrs língua natural para o rrs algébrico é então um processo menos imediato, ou seja, menos congruente.

Outro exemplo com relação aos critérios de congruência, partindo do rrs figural para o rrs numérico, está a seguir: A região quadriculada composta com 99 quadradinhos em branco e um quadradinho em preto refere-se ao denominador 100 e ao símbolo %. A região em preto refere-se ao numerador 1 e ao número 1 que acompanha o símbolo da porcentagem. Estas associações referem-se aos critérios de congruência semântica e univocidade semântica. Além disso, a organização do rrs figural, formato, cores e delimitação das regiões contribuem para esta associação e referem-se ao critério da organização das unidades significantes.

Figura 10 - Exemplo de identificação dos critérios de congruência semântica a partir de um



Fonte: Acervo da autora

Seja a situação problema 3: “Um aparelho celular custa R\$900,00 em outubro de 2022. Em dezembro de 2022 o valor do aparelho terá um desconto de 10%. Em janeiro de 2023, haverá um acréscimo de 15%. Qual será o valor do celular em janeiro de 2023?”. É necessário compreender que a significação operatória para porcentagem não é a mesma para frações. Uma resolução possível (quadro 3) é transformar a representação em porcentagem em representação em fração.

Quadro 3 - Resolução para a situação problema 3

Parte 1	Parte 2
$900,00 - 10\% \text{ de } 900,00 =$ $900,00 - \frac{10}{100} \times \frac{900}{1} =$ $900,00 - \frac{9000}{100} = 810,00$ $900,00 - 90,00 = \text{R\$ } 810,00$	$810,00 + 15\% \text{ de } 810,00 =$ $810,00 + \frac{15}{100} \times 810,00 =$ $810,00 + 121,50 =$ $\text{R\$ } 931,50$

Fonte: Acervo da autora

A seguir uma análise com base nos critérios de congruência semântica.

Quadro 4 - Análise da situação problema 3

RRS de partida	RRS de Chegada
Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência	
Correspondência Semântica	i Associação entre: rrs língua natural (enunciado): Um aparelho celular custa R\$900,00 em outubro de 2022. Em dezembro de 2022 o valor do aparelho terá um desconto de 10%. Em janeiro de 2023, haverá um acréscimo de 15%. Qual será o valor do celular em janeiro de 2023? e rrs Numérico: R\$ 900,00 → 900,00 Desconto → - 10% sobre o valor → $\frac{10}{100} \times \mathbf{900,00}$ Não há correspondência para a operação de multiplicação
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica.

Organização das unidades significantes	Pode não ser imediato o processo da multiplicação na ordem: $\frac{10}{100} \times 900,00$
--	--

Fonte: Acervo da autora

Na primeira parte da resolução, quadro 5, é necessário que o aluno associe as unidades significantes $10\% = 10 \times \frac{1}{100}$, para o processo de resolução, no qual é necessário compreender a significação operatória para transformar porcentagem em fração.

Quadro 5 - Análise da parte 2 da situação problema 3

RRS de partida	RRS de Chegada
Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência	
Correspondência Semântica	<p>Associação entre:</p> <p>rrs língua natural (enunciado): Um aparelho celular custa R\$900,00 em outubro de 2022. Em dezembro de 2022 o valor do aparelho terá um desconto de 10%. Em janeiro de 2023, haverá um acréscimo de 15%. Qual será o valor do celular em janeiro de 2023?</p> <p>e rrs Numérico:</p> <p>R\$ 810,00 <input type="checkbox"/> 810,00</p> <p>Acréscimo <input type="checkbox"/> +</p> <p>15% sobre o valor <input type="checkbox"/> $\frac{15}{100} \times 810,00$</p> <p>Não há correspondência para a operação de multiplicação</p>
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica
Organização das unidades significantes	Pode não ser imediato o processo da multiplicação na ordem: 0,15 x 810,00

Fonte: Acervo da autora.

Conforme apresentado nos quadros 4 e 5, é possível que o estudante identifique a significação operatória de fração ou porcentagem. Neste processo, entende-se a necessidade de uma conversão. Além disso, a ordem de resolução da situação pode não ser imediata para o estudante, o que pode gerar uma incompreensão, pois na primeira parte da resolução é necessário subtrair do valor inicial (R\$ 900,00) a porcentagem de desconto sobre este valor, e na segunda parte o obstáculo epistemológico pode surgir com relação à ordem: o valor alcançado na

primeira parte (R\$ 810,00) se tornar o novo valor do qual deve ser acrescentado a porcentagem. Entende-se aqui que esta situação é um exemplo de não-congruência semântica, pois não atende totalmente ao critério de correspondência semântica e ao critério de organização das unidades significantes, que podem inferir sobre a coordenação entre as representações semióticas e a compreensão conceitual sobre porcentagem.

Assim, foi relatado, sobre algumas das orientações de Duval (2009) sobre as transformações oriundas de tratamento e conversão, critérios de congruência, de fenômenos de congruência semântica e não-congruência semântica. O próximo capítulo aborda sobre a seleção e análise de dados, norteadas pela TRRS.

3. CONSTRUÇÃO E SELEÇÃO DE DADOS

Esta pesquisa tem como objetivo verificar as transformações de tratamentos e conversões em aulas de matemática, de modo a explicitar como essas transformações ocorrem em aulas contemplam ODC porcentagem, além de gerar algumas reflexões e considerações a respeito do fenômeno de congruência semântica, que serão apresentadas no próximo capítulo

A pesquisa realizada teve uma abordagem qualitativa e classifica-se em uma pesquisa documental e exploratória. De acordo com Gil (2002) “a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa” (GIL, 2002, p. 51). O autor classifica os documentos como de primeira mão, que não receberam nenhum tipo de tratamento analítico, como por exemplo, gravações, filmes, reportagens, etc. Os documentos de segunda mão seriam, por exemplo, relatórios, tabelas, etc. Logo, os vídeos das aulas ofertadas no canal Aula Paraná, são considerados documentos de primeira mão, pois não foram elaborados com base na TRRS.

As fases da pesquisa documental são: a) determinação dos objetivos; b) elaboração do plano de trabalho; c) identificação das fontes; d) localização das fontes e obtenção do material; e) tratamento dos dados, f) confecção das fichas e a redação do trabalho; g) redação do trabalho (Gil, 2002, p. 87). A fonte de dados estava definida: aulas do Canal Aula Paraná.

De acordo com Gil (2002, p. 41) a pesquisa exploratória:

[...] têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições. Seu planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado.

Ainda, para Gil (2002), o planejamento da pesquisa exploratória geralmente envolve levantamento bibliográfico. Considerando que as aulas disponíveis no canal Aula Paraná eram muitas e envolviam variados conteúdos, para definir qual ou quais conteúdos abordados nas aulas seriam objeto da pesquisa, foi feito um levantamento

bibliográfico na BDTD. Buscou-se, neste levantamento, por pesquisas brasileiras norteadas pela TRRS, com o intuito de identificar pesquisas que contemplaram a segunda etapa do ensino fundamental e os conteúdos matemáticos que foram contemplados nelas.

Um levantamento que englobou o cenário de pesquisas brasileiras norteadas pela TRRS foi realizado por Costa e Moretti (2020). Eles utilizaram sites de instituições de ensino superior nacionais e a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Buscando realizar um “Estado do Conhecimento”, foram encontradas 39 teses e 228 dissertações norteadas pela TRRS, no período entre 1996 e 2019. O levantamento de Costa e Moretti (2020) categorizou os trabalhos em: Objeto de Pesquisa, Nível de Abrangência, Metodologia e Aspectos da TRRS.

Disserta-se, a seguir, sobre alguns aspectos relacionados às categorias Objeto de Pesquisa e Nível de Abrangência a pesquisa de Costa e Moretti (2020). Na primeira categoria os trabalhos foram categorizados com relação ao objeto matemático, os quais foram subcategorizados em: Números e Operações (42). Álgebra e Álgebra Linear (43); Funções (53). Geometria/Grandezas e Medidas (66); Estatística e Probabilidade (21); Cálculo Diferencial e Integral (20) e Outras Situações⁴ (21). Deste levantamento, identifica-se que o objeto de conhecimento porcentagem, contemplado na subcategoria Números e Operações, foi abordado apenas na dissertação intitulada *Registros de Representação Semiótica no estudo de porcentagem*, de Vizolli (2001), e na dissertação *Registros semióticos em porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados*, de Vieira (2013).

Com relação ao Nível de Abrangência, a subcategoria Ensino Fundamental – Anos Finais, contemplou 49 dissertações e 7 teses, nesta categoria foram contemplados os trabalhos de Vizolli (2001) e Vieira (2013). E na subcategoria Pesquisa com Professores contemplou-se 25 dissertações e 5 teses, sendo que nenhuma abordou o objeto de conhecimento de porcentagem.

Portanto, considerando o levantamento de Costa e Moretti (2020), neste trabalho, buscou-se por pesquisas realizadas entre os anos de 2020 e 2022, na plataforma da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). O levantamento foi realizado na referida plataforma a partir dos termos: “representação semiótica”;

⁴ Contempla trabalhos cujo objeto matemático não ficou claro.

“registros de representação semiótica”; “teoria dos registros de representação semiótica” e “registros semióticos”. Inicialmente, buscou-se identificar nas pesquisas a etapa que contemplaram: Ensino Fundamental (EF); Ensino Médio (EM) ou Ensino Superior (ES), informações sobre o Tipo: Tese ou Dissertação e sobre os Sujeitos: Professor (PF) ou Aluno (AL).

Foram identificadas 51 pesquisas, 44 dissertações e 7 teses. Das dissertações, quatro foram declaradas como estado do conhecimento ou estado da arte, doze tiveram como sujeitos de pesquisa alunos da etapa do EF, três tiveram como sujeitos de pesquisa professores atuantes na etapa do EF e uma envolveu professores e alunos, do EF, ou EM ou ES. Três analisaram materiais didáticos voltados à etapa do EF, uma analisou material avaliativo voltado ao EF e EM, três se referem a mapeamento de pesquisas, estado da arte e estado do conhecimento. Duas se referem à produção de material didático, uma para Educação de Jovens e Adultos (EJA) e outra para o EF. Oito tiveram como sujeitos de pesquisa alunos do EM, três analisaram material didático voltados para a etapa do EM, duas produziram material didático para a etapa do EM e duas tiveram como sujeito de pesquisa alunos do ES. Com relação às sete teses, cinco envolveram alunos como sujeitos de pesquisa, destes 2 envolveram alunos do EM.

Em um segundo momento deste levantamento, o olhar foi direcionado para as pesquisas que contemplaram a segunda etapa do ensino fundamental (6º ano ao 9ºano), buscou-se identificar e categorizá-las com relação aos Objetos de Conhecimento (ODC) e os sujeitos: Professor (PF) ou Aluno (AL). As pesquisas que analisaram materiais didáticos ou que elaboram material didático, não estão contempladas nesta segunda etapa.

O intuito foi identificar quais ODC cada pesquisa contemplou e a quantidade de vezes que os ODC foram explorados nas pesquisas mapeadas. Para tanto, buscou-se essas informações no resumo dos trabalhos mapeados e quando não especificado recorreu-se ao corpo do texto. As pesquisas em que não foi possível categorizar em ODC, indicou-se as Unidades Temáticas, propostas na BNCC, contempladas por cada pesquisa. O quadro 6 mostra as pesquisas encontradas na BDTD que contemplaram a segunda etapa do ensino fundamental, sendo que todas são dissertações.

Quadro 6 - Pesquisas realizadas entre 2020 e 2022 norteadas pela TRRS que contemplaram o ensino fundamental II

Autor/Ano	Turma/ODC	Sujeitos	Título
ABBAS/2020	7º ano/ Linguagem algébrica: variável e incógnita	AL	Al-jabr: atividades para vivenciar a introdução à álgebra
FISCHER/2020	6º ano/ Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	AL	Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações : um estudo com alunos do 6º ano
MEINERZ/2020	6º ano/ Equações polinomiais do 1º grau ⁵ .	AL	Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material algebra tiles
COSTA/2020	Não se aplica/ Números Racionais	PR	O legado no andarilhar de um curso de formação continuada sobre fração
PEREIRA/2020	Não se aplica/ Não se aplica ⁶ .	Não se aplica	Análise e desenvolvimento de jogos digitais: a matemática do ensino fundamental e seus registros de representação semiótica
LIMA/2020	9º ano/ Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações ⁷ . Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operado ⁸ .	Não se aplica	Uma análise de questões de fração das provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO

⁵ Este ODC é indicado para o 7º ano

⁶ Contemplou as seguintes Unidades Temáticas: Números/ Álgebra/ Geometria/ Grandezas e Medidas/ Probabilidade e Estatística

⁷ Este ODC é indicado para o 6º ano

⁸ Este ODC é indicado para o 7º ano

CATANEO/2020	8º ano/ Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	AL	Compreensão conceptual de sistemas lineares: estudo de caso com o Software Geogebra em celulares
SALGADO/2020	7º ano e 8º ano/ Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	AL	O uso da calculadora como instrumento de investigação acerca dos números decimais
XARIFA/2020	8º e 9º ano/ Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo ⁹ .	Proposta de atividades	Lugares geométricos e pontos notáveis do triângulo: uma proposta de atividades na perspectiva do modelo van Hiele
ROCHA/2021	6º ano/ Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	Análise de Livros	O texto e o contexto do ensino de fração nos livros didáticos de Matemática
OLIVEIRA/2021	8º e 9º ano/ Contemplou a Unidade Temática Geometria	AL	Visualização espacial no ensino fundamental: rotações no Geogebra
FORTES/2021	9º ano/ Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	AL	Ensino de sistemas lineares usando modelagem matemática e registros de representação semiótica em uma turma do 9º ano do ensino fundamental
PROENÇA/2021	6º ano/ Frações: significados	AL	A mobilização dos registros de representação semiótica na

⁹ Este ODC é indicado para o 9º ano

	(parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações		prática pedagógica do processo de ensino-aprendizagem dos números racionais
VERNIZZI/2022	Não se aplica/ Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais	PR	O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: formação continuada de professores
Alves/2022	9º ano/ Não há ODC na BNCC que contemple o conteúdo de função para a etapa do EF.	AL	Introdução ao conceito de função no nono ano do ensino fundamental por meio de função definida por várias sentenças
Rabello/2022	9º ano / Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. ¹⁰	PR	Estratégias metacognitivas de leitura na interação linguagem matemática - língua materna.

Fonte: Acervo da autora.

A partir da análise deste levantamento, identificou-se que os ODC que contempla os números racionais, são os mais abordados nas pesquisas, em consonância com o mapeamento de Costa e Moretti (2020). No entanto, o número de trabalhos que tratam de porcentagem não é muito amplo. Da mesma forma, os dois levantamentos indicam que a maioria dos trabalhos tem como sujeito de pesquisa os alunos, o que nos deixa mais confortáveis em realizar um trabalho que toma, como sujeito, os professores, considerando que nossa intenção inicial era analisar aulas disponíveis no canal Aulas Paraná, ministradas por docentes. Diante disto, esta intenção de pesquisa, foi direcionada em analisar a atuação dos professores que ministraram aulas que envolvem porcentagem, conteúdo ministrado no 6º ano do EF.

¹⁰ ODC indicado para o 6º ano

Logo, as aulas analisadas foram as disponíveis para as turmas de 6º ano que contemplam o ODC indicado pela BNCC para o 6ºano: Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da regra de três, que tem como objetivo de aprendizagem: (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. Este ODC da BNCC está vinculado ao ODC indicado pelo Referencial Curricular do Paraná (RCP), porcentagem, que tem o mesmo objetivo de aprendizagem (EF06MA13).

A fonte de dados para essa pesquisa foram os vídeos do canal Aula Paraná, disponíveis na plataforma do *YouTube*, que abordam a disciplina de matemática. A coleta de dados iniciou-se no mês de outubro de 2020 e findou-se no mês de janeiro de 2021 e se deu por meio do software gratuito *By click*, o qual possibilitou que os vídeos fossem armazenados em um dispositivo eletrônico. Neste período, foram guardados 167¹¹ aulas ofertadas para as turmas de 6º anos, 169 aulas ofertadas para as turmas de 7º ano, 159 aulas ofertadas para as turmas de 8º anos e 163 aulas ofertadas para as turmas de 9º ano, sendo cada aula com aproximadamente 50 minutos cada. Para o ODC porcentagem estavam disponíveis no Canal, oito aulas para o 6º ano, conforme quadro 7 abaixo:

Quadro 7 - Aulas do 6º ano ofertadas no canal Aula Paraná que contemplaram o Objeto de Conhecimento Porcentagem

Título da Aula	Aula	ODC	Data da Exibição
Porcentagem	74	Porcentagem	05/08/2020
Porcentagem	75	Porcentagem	06/08/2020
Porcentagem	76	Porcentagem	07/08/2020
Porcentagem	77 até 81	Porcentagem	10 a 14/08/2020

Fonte: Acervo da autora

No entanto, a pesquisa exploratória também envolve a análise de exemplos. No caso desta pesquisa, houve um recorte de dados. Foram analisadas quatro aulas disponíveis no canal Aula Paraná que contemplaram o ODC porcentagem. O recorte

¹¹ Disponível em: (1) 2020 | 6º Ano | Matemática - YouTube, acesso em: jan. 2023

de dados justifica-se a partir das considerações de Minayo (2017) sobre saturação “[...] termo criado por Glaser e Strauss (1967) para se referirem a um momento no trabalho de campo em que a coleta de novos dados não traria mais esclarecimentos para o objeto estudado” (Minayo, 2017, p. 5). E, a partir da tese sobre pesquisa qualitativa, desenvolvida por Minayo (2012, 2017), quando explica que teoria, método, técnicas e a experiência do(a) pesquisador(a) são pertinentes no processo de construção da pesquisa e recorte empírico, em especial, em pesquisas qualitativas.

Minayo (2012) explica que a compreensão, interpretação, definição do objeto, trabalho de campo, organização, tipificação, compreensão de segunda ordem e o detalhamento dos procedimentos garantem a fidedignidade da pesquisa qualitativa. E das reflexões a respeito da ideia de saturação de dados na pesquisa, que se daria quando ampliar a empiria não traria mais novidades a serem analisadas. Conforme Minayo (2017), entende-se que não há média ideal ou ponto de saturação definido a *priori*, mas que o ideal é que o(a) pesquisador(a) encontre uma lógica interna do objeto, que permite captar suas múltiplas conexões. A partir dessas orientações, definimos pela utilização de quatro aulas, entendendo que ampliar a empiria não levaria a novas informações para os dados, que já estavam repetindo, as mesmas transformações oriundas de tratamentos e conversões. O quadro 8, a seguir, indica as aulas que foram analisadas nesta pesquisa:

Quadro 8 - Aulas do 6º ano ofertadas no canal Aula Paraná que foram analisadas

Título da Aula	Aula	Data da Exibição
Porcentagem	74	05/08/2020
Porcentagem	75	06/08/2020
Porcentagem	76	07/08/2020
Porcentagem	77	10/08/2020

Fonte: Acervo da autora

Assim, esta pesquisa, norteada pelo objetivo de evidenciar como foi solicitado e mobilizado em aulas de matemática as transformações de tratamento e conversões entre diferentes rrs teve-se como apoio o quadro de análise 9, elaborado pela autora, com base nas orientações de Duval (2009) sobre os critérios de congruência

semântica. Ressalta-se que as atividades solicitadas ao final de cada aula que estavam vinculadas a plataforma MATIFIC¹², não foram analisadas.

Quadro 9 - Modelo de quadro de análise utilizado para evidenciar os critérios de congruência Semântica

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i		
Critérios de Congruência		
Univocidade Semântica		
Organização das unidades significantes		

Fonte: Acervo da autora

A seguir, apresentam-se as análises realizadas das aulas 74, 75, 76 e 77. A exposição dos dados se dará da seguinte forma: transcrição das falas da Docente que rege cada aula, com o intuito de ressaltar como se deu o processo de explicação do conteúdo e explicação da resolução de cada tarefa solicitada aos alunos no decorrer de cada aula. Em seguida, é apresentado um quadro de análise, para cada tarefa que solicita processos de conversão entre os rrs.

Considera-se por tarefa, questões e/ou exercícios aos quais foram destinados um intervalo de tempo para o aluno resolver sozinho e, posteriormente, ser corrigido pela Docente. Ressalta-se que a numeração das tarefas, no decorrer deste texto, não segue a mesma numeração das tarefas apresentadas, mas mantém-se a mesma ordem de organização das tarefas que foram apresentadas nas aulas de matemática sobre porcentagem, ofertadas na plataforma do *youtube*, em *slides* pela Docente. Além disso, os momentos de explicação do conteúdo sobre porcentagem, que não solicitaram tarefas para que os alunos resolvessem sozinhos, não foram analisados com base na TRRS, logo não há quadro de análises para estes momentos. O objetivo foi analisar as tarefas disponibilizadas para os alunos no decorrer das aulas.

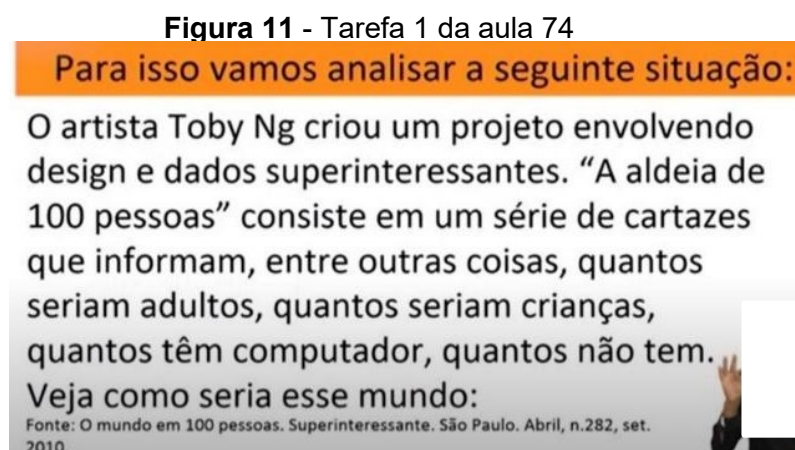
¹²Disponível em: <https://www.matific.com/bra/pt-br/home/product-features/>. Acesso em mar. de 2023.

4. ANÁLISE DE DADOS

4.1 Primeira aula – Aula 74

A primeira aula sobre o conteúdo de porcentagem, aula 74, foi ministrada pela Docente A (pseudônimo) e teve duração de aproximadamente 48 minutos. Durante esta aula, foram solicitadas e realizadas, pela Docente A, cinco tarefas. A primeira tarefa é contemplada na introdução da explicação do conteúdo, a qual a Docente A inicia apresentando da seguinte forma: **“[...] Agora, o que que vai envolver? Vai envolver a porcentagem, como que essas frações vão envolver a porcentagem! Vocês conhecem a palavra porcentagem? O que será que é a palavra porcentagem? Por cento, por cem, uma divisão. Se vem de fração é uma divisão, uma divisão por cem! [...] para começar eu trouxe uma situação-problema para vocês entenderem [...]”**.

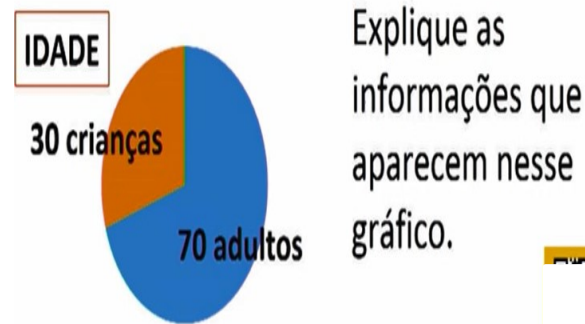
A Docente A realizou a leitura da tarefa 1, denominada por ela de situação-problema, a qual é apresentada na figura 11:



Fonte: Paraná, 2020

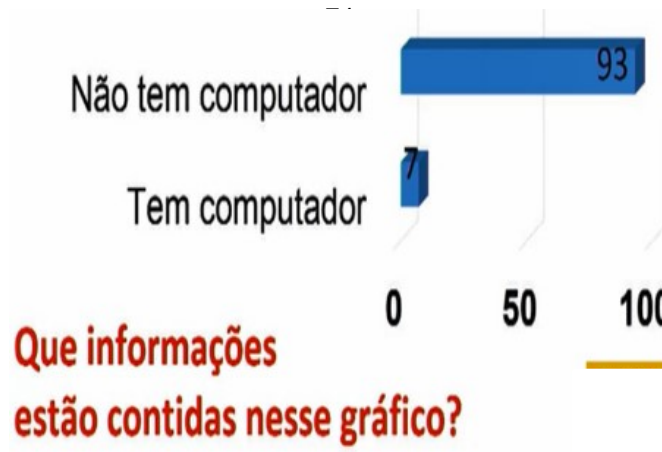
A tarefa 1 contempla três questões para o aluno responder, referente ao gráfico em setores (gráfico 1), gráfico em barras horizontais (gráfico 2) e gráfico em barras verticais (gráfico 3). Em seguida, a Docente A disponibilizou um intervalo de cinco minutos para os alunos resolverem a questão 1, três minutos para a questão 2 e cinco minutos para a questão 3.

Figura 12 - Questão 1 da tarefa 1 da aula 74



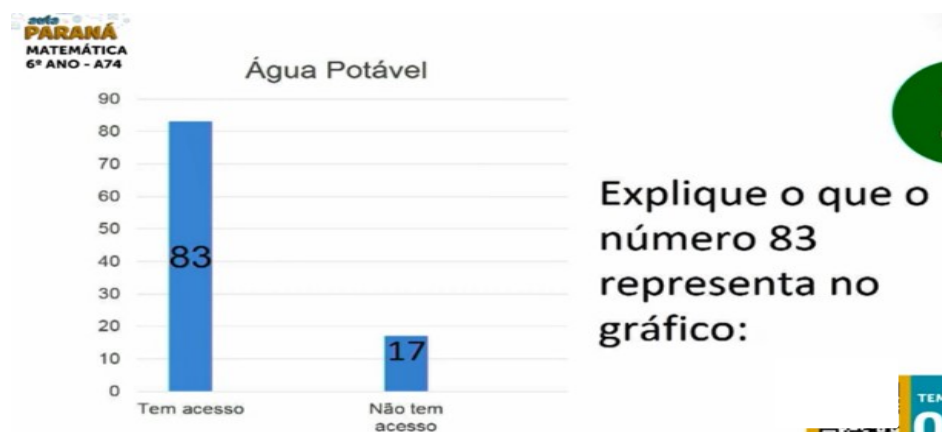
Fonte: Paraná, 2020

Figura 13 - Questão 2 da tarefa 1 da aula



Fonte: Paraná, 2020

Figura 14 - Questão 3 da tarefa 1 da aula 74



Fonte: Paraná, 2020

Para esta resolução, a Docente A explicou da seguinte forma: “[...] então, aqui, como a professora explicou, o que quer dizer isso aqui? Por quê que essa parte

azul ela é maior do que a parte que está em laranja? Por que será? Porque são setenta adultos e percebe que se eu tenho um total de cem pessoas, ele é mais que a metade ou ele é menos que a metade? Metade de cem é cinquenta, setenta é mais que a metade, percebe por isso, que esse azulzinho ele está avançando um pouco mais, por isso que ele está maior. E o trinta, como ele é menor, ele é menos que cinquenta, ele é um pouco menor ocupado nesse círculo aqui, o espaço um pouco menor. Então quer dizer o quê? Podemos observar que o total de cem pessoas né, que setenta né, são adultas, representam esse espaço maior e que trinta são crianças. Então só observando esse espaço do gráfico, se eu não soubesse que a pesquisa foi feita com cem pessoas, eu já sabia que era para ser cem pessoas, porque setenta mais trinta é cem [...] Agora, vamos analisar mais um dado dessa pesquisa que ele verificou. Esse outro dado ele fala do que? Ele fala da questão dos computadores da informática, a professora trouxe um gráfico um pouquinho diferente que chama-se gráfico de barras. [...] Olha lá esses valores: noventa e três não têm computador e sete têm computador. [...] Tenho um total de cem pessoas, estou falando da aldeia das cem pessoas, sete mais 93, cem pessoas e observe que mesmo sem saber qual foi a pesquisa, qual foi a experiência, né; eu já sei que ela se equivale do que? De uma pesquisa que fala sobre informática por que tem um título, que fala sobre os noventa e três que não têm o computador e sete que têm computador. [...] então o que que significa o número oitenta e três né aqui no nosso gráfico? [...] Indica que em um total de cem pessoas certo oitenta e três têm acesso a água potável [...] mas verifiquem aqui no gráfico oitenta e três mais dezessete cem pessoas [...]”.

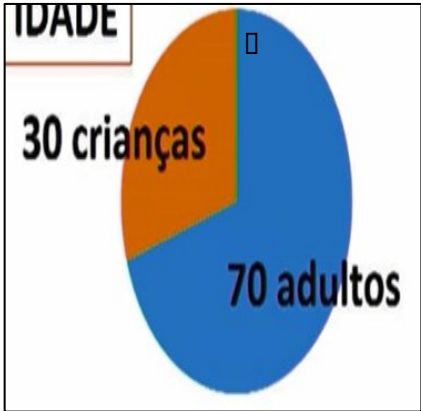
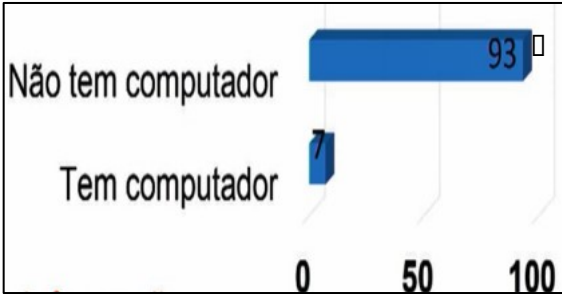
Com base na TRRS, as três questões da tarefa 1 solicitam conversões a partir do rrs figural para o rrs língua natural. A primeira questão solicita que o aluno realize uma conversão (i) a partir do rrs figural, gráfico em setores, para o rrs língua natural, “Podemos observar que o total de pessoas são 100, e que 70 são adultas e 30 são crianças” (resposta apresentada pela Docente A). A segunda questão solicita uma conversão (ii) do rrs figural, gráfico em barra, para o rrs língua natural: “Logo, das 100 pessoas, 7 têm computador e 93 não têm” (resposta apresentada pela Docente A). E a terceira questão solicita que o aluno realize uma conversão (iii) do rrs figural , gráfico em barras, para o rrs língua natural: “Indica que em um total de 100 pessoas, 83 têm

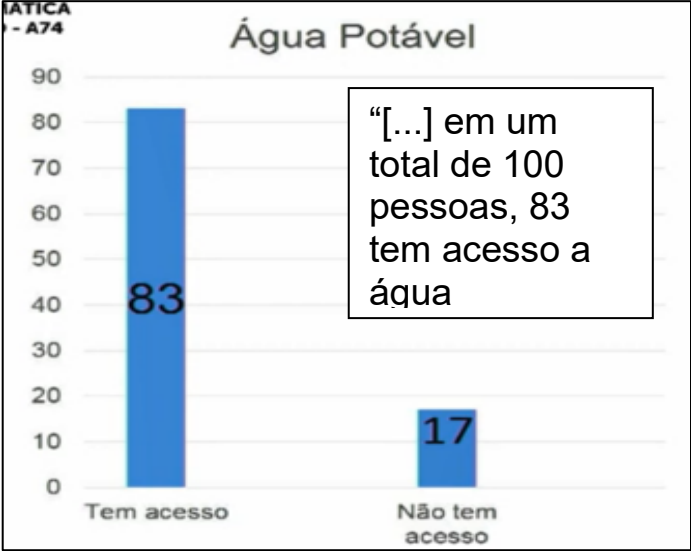
acesso a água potável” (resposta apresentada pela Docente A). Para cada questão desta tarefa, a Docente A disponibilizou um intervalo de 3 minutos para a resolução. O quadro 10, a seguir, apresenta a análise das conversões envolvidas na tarefa 1 da aula 74.

Quadro 10 - Análise das conversões da tarefa 1 da aula 74

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Língua natural
ii	Figural	Língua natural
ii	Figural	Língua Natural

Critérios de Congruência

Correspondência Semântica	i	 <p>“[...] o total de pessoas são 100, e que 70 são adultas e 30 são crianças</p> <p>“o total de pessoas são 100” refere-se às regiões laranja e azul;</p> <p>“70 são adultas” refere-se à região em azul;</p> <p>“30 são crianças” refere-se à região em laranja.</p> <p>Não há correspondência para a operação de adição $(70 + 30) = 100$.</p>
	ii	 <p>“[...] “Logo, das 100 pessoas 7 tem computador e 93 não tem”.</p> <p>“7 têm computador” refere-se à menor barra em azul;</p> <p>“93 não têm” refere-se à maior barra em azul.</p> <p>Não há correspondência para a operação de adição $(7 + 93) = 100$</p>

	<p>iii</p>  <p>“83 tem acesso a água potável” refere-se à maior barra em azul: “17 tem acesso a água potável” refere-se à menor barra em azul. Não há correspondência para a operação de adição $(83 + 17) = 100$</p>
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão
Organização das unidades significantes	<p>i – O gráfico de setores é bem delimitado, a cor de cada região é bem definida e há proporcionalidade evidente em cada região com relação à quantidade que representa. Isso pode contribuir no processo de conversão, principalmente em casos, sem dados numéricos, e que solicitam comparação entre os setores, qual é maior e/ou menor. Mas considera-se que pode não ser imediata a operação $(30 + 70 = 100)$.</p> <p>ii- As barras dos gráficos são proporcionais à quantidade que representam. Porém, a resposta informa primeiro a informação do total de pessoas, o que pode não ser imediato para o aluno realizar a operação $(7 + 93 = 100)$. Em seguida, informa a quantidade que tem computador, e essa informação refere-se à primeira barra na horizontal (baixo para cima), porém a ordem em que o aluno analisa as barras pode ser diferente. Neste caso seria relevante apresentar cada barra em cores diferentes.</p> <p>iii- As barras dos gráficos são proporcionais à quantidade que representam. Mas, seria relevante apresentar cada barra em cores diferentes.</p>

Fonte: Acervo da autora.

Cabe ressaltar que a Docente A explicou como é possível, pela análise de cada gráfico, encontrar o total de pessoas envolvidas (100). Além de relacionar o tamanho de cada setor/barra à quantidade correspondida. Em seguida, abordou como é possível representar as informações sobre o acesso à água potável, por meio de fração centesimal ou número decimal, conforme mostra a figura 15, a seguir. Não foi

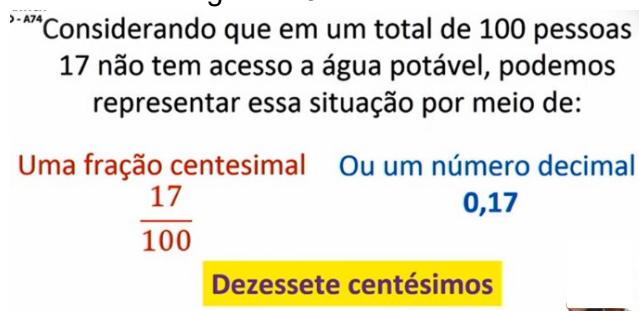
disponibilizado um intervalo para que o aluno tentasse sozinho representar essas informações.

Figura 15 - Representação em fração centesimal e em número decimal das informações do gráfico 3 da tarefa 1

3-AP4 Considerando que em um total de 100 pessoas 17 não tem acesso a água potável, podemos representar essa situação por meio de:

Uma fração centesimal $\frac{17}{100}$ Ou um número decimal 0,17

Dezessete centésimos



Fonte: Paraná, 2020

A Docente A explicou que é possível realizar estas representações, gesticulando e mostrando a todo tempo as transformações: “[...] então, por que dezessete centésimos? Ou fração centesimal? Porque eu tenho aqui, olha o total! Lembra que a prof comentou com vocês, o total das pessoas pesquisadas não foi cem? Então olha total no dominador! E dessas cem, dezessete que não têm acesso à água potável! Então, dezessete centésimos, e representando esse número, essa fração, em um número decimal, como é que fica? Como que a professora comentou? Vou contar lá os zeros: um, dois zeros. Quantas casas que a vírgula vai caminhar mesmo? A mesma quantidade de zeros! Um, dois, então a vírgula vai vir lá na frente do número um. Por isso, dezessete centésimos! Lembra lá, décimos, centésimos, o sete. Então como que eu leio [...] dezessete centésimos”.

Com base na TRRS, essa complementação da explicação da tarefa 1 envolve as conversões: (i) do rrs língua natural (enunciado) para o rrs numérico fracionário $\frac{17}{100}$; (ii) do rrs numérico fracionário $\frac{17}{100}$ para o rrs fracionário 0,17; (iii) do rrs numérico $\frac{17}{100}$ para o rrs língua natural, dezessete centésimos e (iv) do rrs numérico 0,17 para o rrs língua natural dezessete centésimos. O quadro 11 apresenta a análise destas conversões:

Quadro 11 - Análise das conversões da complementação da explicação da tarefa 1 da aula 74

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
iii	Numérico	Língua Natural
iv	Numérico	Língua Natural
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i – Considerando que em um total de 100 pessoas 17 não tem acesso à água potável → $\frac{17}{100}$	
	ii $\frac{17}{100} \rightarrow 0,17$	
	iii $\frac{17}{100} \rightarrow$ Dezessete centésimos	
	iv 0,17 → Dezessete centésimos	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão.	
Organização das unidades significantes	i - A ordem do enunciado apresenta primeiramente o total de pessoas e posteriormente o número de pessoas que não tem acesso à água, no registro numérico $\frac{17}{100}$ esta ordem é invertida.	
	A Docente, em sua explicação, não faz um processo de conversão do rrs língua natural, enunciado, para o rrs Numérico, 0,17. Em sua explicação ela associa $\frac{17}{100}$ e 0,17, o que pode ser mais imediato à compreensão, do que uma associação entre o rrs língua natural, enunciado e o rrs numérico, 0,17, visto que a ordem do rrs língua natural pode influenciar na conversão para o rrs numérico 0,17. Pode ser este o motivo que fez a Docente A associar apenas o rrs língua natural, enunciado, ao rrs numérico 0,17.	
	iii e iv - Pode ser mais imediato as conversões iii e iv.	

Fonte: Acervo da autora

Em seguida, a Docente A explicou como é possível transformar a fração centesimal e o número decimal em porcentagem, conforme mostra a figura 16.

Figura 16 - Processo de transformar fração em porcentagem

Ou por meio de uma porcentagem:

$$\frac{17}{100} = 0,17 = 17\%$$

O símbolo % (por cento) indica uma porcentagem e lê-se: Dezessete por cento

Fonte: Paraná, 2020

A partir do *slide* da figura 16, a Docente A gesticula para indicar as transformações e explicou da seguinte forma: “[...] **o que que a professora disse no começo da aula? Porcentagem, por cento, divisão por cem, olha aí a dica, divisão por cem, então dezessete por cem, dezessete por cento! Verificaram aqui, olha como que eu posso representar! O que acontece com o meu cem, e o traço da divisão? Meu traço da fração? Ele passa a ser o meu símbolo da porcentagem que está lá, dezessete por cento! O símbolo por cento indica uma porcentagem! E como que a gente lê? Dezessete por cento! É fácil não é? Olha, cem, a fração com denominador cem eu já posso transformar em uma porcentagem!**”.

Com base na TRRS, essa explicação contempla as conversões: (i) do rrs numérico $\frac{17}{100}$ para o rrs numérico 0,17; (ii) do rrs numérico 0,17 para o rrs numérico 17% e (iii) e do rrs numérico 17% para o rrs língua natural, dezessete por cento. O quadro 12 apresenta a análise destas conversões.

Quadro 12 - Análise das conversões da complementação da explicação da tarefa 1 da aula 74 – Parte 2

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Numérico	Numérico
ii	Numérico	Numérico
iii	Numérico	Língua Natural
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i – $\frac{17}{100} \square 0,17$	
	ii – $0,17 \square 17\%$	
	iii - $17\% \square$ Dezessete por cento	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão.	
Organização das unidades significantes	i – Pode não ser tão imediato o processo de associação entre $\frac{17}{100}$ e 0,17; A associação que a Docente A faz entre o denominador 100 e a quantidade de casas para o movimento da vírgula pode contribuir com o processo de conversão.	
	i – Pode não ser tão imediato o processo de associação entre 0,17 e 17%. Na explicação a Docente não fez nenhuma associação entre 0,17 e 17%.	
	iii- Pode ser mais imediato a associação entre 17% e dezessete por cento.	

Fonte: Acervo da autora

Em seguida, a Docente A solicitou que os alunos resolvessem a tarefa 2, apresentada na figura 16, e disponibilizou três minutos para a resolução. Porém, a Docente A não realizou a correção desta tarefa e em seguida solicitou a realização da tarefa 3, apresentada na figura 18. A Docente A leu o enunciado da tarefa 3 e disponibilizou três minutos para resolução.

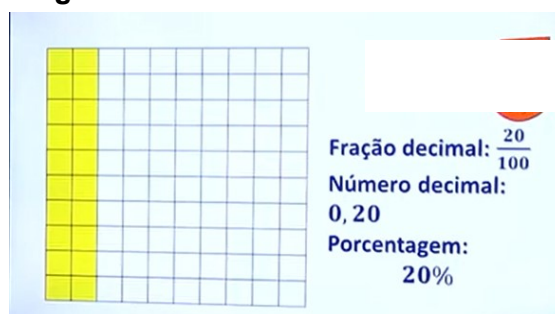
Figura 17 - Tarefa 2 solicitada na aula 74

Considerando que em um total de 100 pessoas 83 tem acesso a água potável, represente essa situação por meio de:

- Uma fração centesimal:
- Um número decimal:
- Uma porcentagem:

Fonte: Paraná, 2020

Figura 18 - Tarefa 3 solicitada na aula 74



Fonte: Paraná, 2020

A Docente A explicou a resolução da tarefa 3 da seguinte forma: “[...] **então, qual a quantidade total de quadradinhos que temos aqui? Olha, temos cem novamente! Porque é dez vezes dez, cem! E aqui quantos quadradinhos estão pintados? Estão coloridos em amarelo? Precisamos contar um a um? Não né! Podemos contar aqui quantos temos na largura, um, dois. E quantos temos na altura, que é o dez, então dez vezes dois, eu tenho quanto? Vinte, ok?!**”. Neste momento, a Docente A mostra a fração decimal no slide e diz: **“Então eu tenho que minha fração decimal é o que? Vinte amarelos de um total de? Cem quadradinhos! Ok?”**. A seguir, a Docente A continua a explicação, utilizando o quadro verde e giz para explicar a transformação da fração 20/100 para o número decimal 0,20. A figura 19 mostra a resolução realizada pela Docente A.

Figura 19 - Resolução da tarefa 3 – Representação em decimal

$$\frac{20}{100} = 0,20$$

$$\frac{2}{10} = 0,2$$

Fonte: Paraná, 2020

A Docente A explica essa transformação da seguinte forma: “[...] **Então, como que eu faço para essa representação em número decimal? [...] eu tenho vinte amarelos, de um total do que de que? De cem quadradinhos, ok? A professora colocou ali uma representação da seguinte forma né! Contei o zero, mais esse zero, serão duas casas. A minha vírgula está aqui, vai andar uma para esquerda, duas para a esquerda, eu tenho o que? Zero vírgula vinte! [...] se eu simplificar essa minha fração aqui, [...] eu posso escrever também o que? Dois décimos, certo? Ou eu posso escrever, zero vírgula dois, também, que é dois décimos, certo?**”.

A seguir a Docente A volta a utilizar o *slide* e continua a explicação, para associar a fração $\frac{20}{100}$ à porcentagem 20%. “[...] **Isso muda alguma coisa? Não vai mudar, porque ele representa o que? A mesma parte de um todo! Porém, quando estamos falando de porcentagem, nós precisamos que o denominador esteja o quê? Cem. Para poder transformar um pouquinho mais fácil, para vocês entenderem como que fica! Por isso que eu tenho vinte por cem, e não tenho os dois décimos, como exemplo que a professora explicou no quadro, ok? Assim não fica muito mais simples, vinte por cento, vinte por cem**”.

A seguir, a Docente A explica como se lê cada fração, conforme mostra a figura 20, e explica rapidamente: “[...] **agora a professora trouxe como que se lê. Então vinte centésimos e vinte por cento**”.

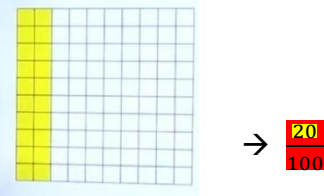
Figura 20 - Leitura da fração, porcentagem e decimal da tarefa 3 da aula 74



Fonte: Paraná, 2020

Com base na TRRS, a tarefa 3 solicita seis conversões. A primeira (i) ocorre do rrs figural, quadrados em amarelo, para o rrs Numérico, $\frac{20}{100}$ (fracionário). A segunda (ii) ocorre do rrs numérico, $\frac{20}{100}$ (fracionário), para o rrs numérico, 0,20 (decimal). A terceira (iii) ocorre do rrs numérico, $\frac{20}{100}$ (fracionário), para o rrs numérico, 20% (porcentagem). A quarta (iv) ocorre do rrs numérico, $\frac{20}{100}$ (fracionário) para o rrs língua natural, vinte centésimos. A quinta (v) ocorre do rrs numérico, 0,20 (decimal), para o rrs língua natural, vinte centésimos. A sexta (vi) ocorre do rrs numérico, 20% (porcentagem), para o rrs língua natural, vinte por cento. Vale ressaltar que a Docente A não parte do rrs figural, região em amarelo, para rrs numérico 0,20. Ela parte do rrs numérico $\frac{20}{100}$, para o rrs numérico, 0,20. Pode não ser tão imediato para o aluno a primeira forma de conversão: figural \square numérico, quanto a segunda: numérico \square numérico. O quadro 13, a seguir, apresenta a análise das conversões envolvidas na tarefa 3 da aula 74:

Quadro 13 - Análise das conversões da tarefa 3 da aula 74

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
iii	Numérico	Numérico
iv	Numérico	Língua Natural
v	Numérico	Língua Natural
vi	Numérico	Língua Natural
Correspondência Semântica	i 	
	20 refere-se às regiões quadriculares em amarelo.	
	100 refere-se a todas as regiões quadriculares: 20 amarelas, mais 80 regiões quadriculares brancas.	
	ii $\frac{20}{100} \rightarrow 0,20$	
	iii $\frac{20}{100} \rightarrow 20\%$	
iv $\frac{20}{100} \rightarrow$ Vinte centésimos		

	v 0,20 → Vinte centésimos
	vi 20% → Vinte por cento
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão.
Organização das unidades significantes	<p>i -A disposição do registro figural, coloração e formato das partes fragmentadas, podem tornar mais imediato o processo de associação entre o registro figural, quantidade de quadrados amarelos, e o registro numérico, $\frac{20}{100}$.</p> <p>Para o numerador: pode ser mais imediata a associação entre o registro figural, região composta por 20 unidades em formato quadricular, com o registro numérico 20.</p> <p>Para o denominador: pode ser mais imediata a associação entre a região em amarelo e a região em branco, compostas por 20 unidades em formato quadricular de cor amarela, mais 80 unidades em formato quadricular de cor branca, com o registro numérico 100.</p> <p>ii – Pode não ser tão imediato o processo de associação entre $\frac{20}{100}$ e 0,20. A associação que a Docente A faz entre o denominador 100 e a quantidade de casas para o movimento da vírgula pode contribuir com o processo de conversão.</p> <p>iii - Pode ser mais imediata a associação entre $\frac{20}{100}$ e 20% do que entre: rrs 0,20 e a associação com o rrs 20%;</p> <p>E entre, rrs figural, região em amarelo e a associação com rrs 0,20. Pode ser este o motivo que fez a Docente A não associar o rrs figural ao rrs numérico, 0,20. E utilizou como representação auxiliar o rrs numérico $\frac{20}{100}$, para associar ao rrs numérico 0,20.</p> <p>iv, v e vi - Pode ser mais imediato as conversões iv e vi do que a conversão v.</p>

Fonte: Acervo da autora

Em seguida, a Docente A realizou uma atividade na Plataforma *Matific*, atividades que não serão analisadas nesta pesquisa. E, para finalizar a aula, propõe uma tarefa para ser resolvida pelos alunos em casa e que será corrigida no início da aula 75. A Figura 21, apresentada na próxima página, contempla o enunciado desta tarefa. A Docente associa sempre do rrs numérico fracionário ao rrs numérico decimal ou ao rrs numérico porcentagem.

Nas tarefas solicitadas que envolveram a conversão de um rrs fracionário para o rrs decimal, a Docente A sempre associa a quantidade de zeros no denominador da fração à modificação das casas decimais e isso pode contribuir com o processo de entendimento do aluno. E nas tarefas que envolvem a conversão do rrs fracionário ao


rrs porcentagem há sempre na explicação uma associação do denominador 100 com o símbolo %.



Com relação às tarefas que envolvem a conversão do rrs numérico, porcentagem, este não foi convertido para o rrs numérico, decimal. No *slide* da figura 15, é apresentada a igualdade $0,17 = 17\%$, porém não houve uma explicação para esta associação. Também não houve uma solicitação de conversão do rrs figural para o rrs numérico, decimal. E não houve uma solicitação de conversão do rrs figural para o rrs numérico, porcentagem. Acredita-se que estas associações que não ocorreram devem-se ao fato de não serem tão imediatas.

4.2 Segunda aula – Aula 75

A seguir, apresenta-se a análise da aula 75, que teve duração de aproximadamente 48 min, durante a qual foram realizadas a resolução de nove tarefas. No primeiro momento da aula, a Docente A realizou a correção da situação-problema que havia sido proposta como tarefa de casa ao final da aula 74, como mostra a figura 21. Esta situação-problema será denominada como tarefa 1. A figura 22 apresenta a resolução da tarefa 1.



Figura 21 - Tarefa 1 da aula 75

Tarefa de Casa: 


Certamente você já sabe que reciclar é muito importante. Sabe também que simples atitudes, como separar o lixo, podem ajudar bastante na preservação do nosso planeta. No ano 2017, aproximadamente 97% das latas de alumínio foram recicladas. Você sabe o que quer dizer essa informação?  

Fonte: Paraná, 2020.

Figura 22 - Resolução da Tarefa 1 da aula 75

Quer dizer que de um total de 100 latas  vendidas, 97 retornam para a produção, ou seja, de 100 latas 97 são recicladas. 

$$\frac{97}{100} \rightarrow 0,97 \rightarrow 97\%$$

Noventa e sete centésimos
→ Noventa e sete por cento. 

Fonte: Paraná, 2020

A Docente A realizou a leitura do enunciado e, em seguida, iniciou o processo de resolução e explicação. Em um primeiro momento, de interpretação, ela relata: **“[...] Quer dizer que de um total de 100 latas, vamos supor que tivessem vendido apenas 100 latas naquele ano, certo? Cada um por cento dos cem, equivaleria a uma lata neste caso, então quer dizer que foram recicladas noventa e sete latinhas [...]”**. Em seguida, ela ressaltou que 97% de 100 unidades é um valor alto, pois representa 97 unidades. Do mesmo modo que 97% de uma quantidade desconhecida também representa um valor alto, pois representa quase 100% da quantidade desconhecida.

No segundo momento da resolução, a Docente A representou em forma de porcentagem os dados da situação-problema, conforme mostra a figura 22. A Docente A explicou da seguinte forma: **“E como que eu represento isso em forma de porcentagem? Noventa e sete foram recicladas de um total de cem, transformei aqui em número decimal, né, certinho, as duas casas, os dois zeros, a vírgula caminhou duas casas para a esquerda, zero vírgula noventa e sete, noventa e sete centésimos, noventa e sete por cem, noventa e sete por cento”**.

Neste momento, foi apresentado um slide (figura 22), contendo a resposta e não houve um processo de resolução passo a passo, articulando a fala da Docente A com cada modificação realizada na conversão. Além disso, conforme mostrado no *slide*, escrito em vermelho, “noventa e sete centésimos” e “noventa e sete por cento”, não foi solicitado que o aluno escrevesse como se lê, mas foram apresentadas essas representações em rrs língua natural, portanto considera-se duas conversões.

Com base na TRRS, a situação-problema é composta por uma atividade de tratamento e três atividades de conversão. A atividade de tratamento é solicitada quando a informação da situação problema deve ser interpretada e escrita pelo aluno: “Você sabe o que quer dizer essa informação”? Têm-se então a utilização do rrs língua natural como partida e chegada, portanto, uma atividade de tratamento.

Rrs língua natural de partida: “No ano de 2017, aproximadamente 97% das latas de alumínio foram recicladas” para o rrs língua natural de chegada (Resposta apresentada pela Docente A no *slide*): **“Quer dizer que de um total de 100 latas vendidas, 97 retornaram para a produção, ou seja, de 100 latas 97 são recicladas”**. Para explicar a resposta apresentada no *slide*, a Docente A diz: **“[...] Quer dizer que de um total de cem latas, vamos supor que tivessem vendido**

apenas cem latas naquele ano, certo? Cada um por cento dos cem, equivaleria a uma lata neste caso, então quer dizer que foram recicladas noventa e sete latinhas [...]”.

Em seguida, solicita-se atividades de conversão. A partir do rrs língua natural: “No ano de 2017, aproximadamente 97% das latas de alumínio foram recicladas”, solicita-se que o aluno represente esta informação em forma de porcentagem, ou seja, no rrs numérico. A primeira conversão (i) ocorre do rrs língua natural, enunciado, para o rrs numérico, $\frac{97}{100}$. A segunda conversão (ii) ocorre do rrs numérico, $\frac{97}{100}$ (fracionário), para o rrs numérico, 0,97 (decimal). E a terceira conversão (iii) ocorre do rrs numérico, 0,97 (decimal) para o rrs numérico, 97% (porcentagem). O quadro 14 apresenta a análise das conversões envolvidas na tarefa 1 da aula 75:

Quadro 14 - Análise das conversões da tarefa 1 da aula 75

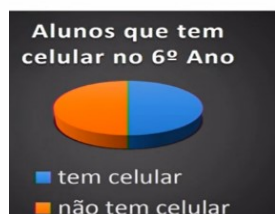
Ordem das Conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
iii	Numérico	Numérico
iv	Numérico	Língua Natural
v	Numérico	Língua Natural
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i 97% das latas de alumínio $\square \frac{97}{100}$	
	ii $\frac{97}{100} \rightarrow 0,97$	
	iii $0,97 \rightarrow 97\%$	
	iv $\frac{97}{100} \rightarrow$ noventa e sete centésimos	
	v $97\% \rightarrow$ noventa e sete por cem	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada conversão	
Organização das unidades significantes	iii - Pode não ser imediata a associação entre 0,97 e 97%. Uma reorganização possível para a resposta apresentada pela Docente A, que pode tornar a compreensão do aluno mais imediata, pode ser como na seguinte organização: $\frac{97}{100} \rightarrow 0,97$ e $\frac{97}{100} \rightarrow 97\%$, logo: $0,97 \rightarrow 97\%$.	

Fonte: Acervo da autora

Em seguida, a Docente A propõe a segunda tarefa conforme a figura 23.

Figura 23 - Tarefa 2 proposta na aula 75

A professora Neumar fez uma pesquisa para saber quantos alunos da sala tem celular. Veja como a professora apresentou o resultado da pesquisa:

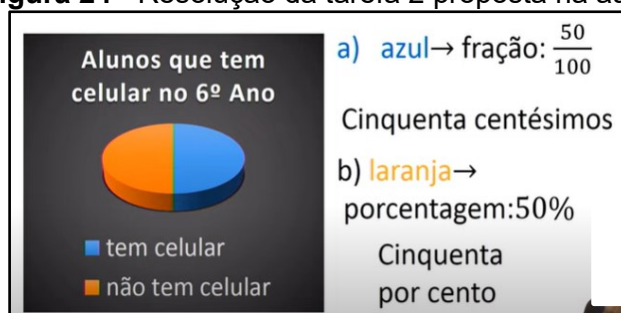


a) Represente a parte colorida de **azul** da figura por meio de uma fração:
b) Represente a parte colorida de **laranja** por meio de uma porcentagem:

Fonte: Paraná, 2020

A Docente A realizou a leitura do enunciado e após acrescentou “[...] **olha ela usou o gráfico, nós já verificamos esse gráfico na última aula, lembram que é o chamado gráfico de setores, ou também pode ser chamado de gráfico de pizza [...] então olha aqui os alunos que têm celular na turma do sexto ano da professora Neumar. Está em azul quem tem! Está em laranja quem não tem! Nossa! O quê quer dizer isso? Então o que você vai fazer: você vai olhar aqui esse gráfico, lembre que todo gráfico representa quanto mesmo? Cem por cento! Certo?! E vai colocar na letra “a” [...]**”. Em seguida a Docente A realizou a leitura das letras “a” e “b”, e complementou “[...] **olha que legal a dica da Professora, tudo são todos os alunos e são cem por cento! Como será que vai ficar a letra “a” e a letra “b” ?**”. O tempo proposto para a resolução da tarefa foi de três minutos, posteriormente, a Docente A apresentou a seguinte resolução, conforme a figura 24:

Figura 24 - Resolução da tarefa 2 proposta na aula




Fonte: Paraná, 2020


A explicação para a resolução da tarefa 2, foi a seguinte: “[...] **Por que que a professora colocou cinquenta centésimos ali será? A professora explicou que era o total, era cem por cento [...] então cem, o total no denominador, cem por cento! E por que que está cinquenta? Lembra que a professora falou na última aula que a metade de cem é cinquenta e quando eu uso meu gráfico para**

representar, eu coloco, divido na metade. Percebam que está bem certinho as cores aqui, olha! Azul e laranja, bem na metade. Então, quer dizer que cinquenta por cento está em laranja e cinquenta por cento está em azul [...] e esta fração representa o que? Cinquenta centésimos [...] e a letra “b” fala da parte laranja que é para escrever a porcentagem, ué! Mas a parte laranja não é igual a parte azul? Sim! Então ficou mais fácil ainda, porque eu sei que a parte azul é cinquenta por cento, cinquenta por cento para chegar em cem vocês sabem que é cinquenta, porque é metade, então a porcentagem da parte laranja quer dizer o que? Cinquenta por cento!”.

Com base na TRRS, esta tarefa é composta por quatro conversões. A partir do rrs figural (Gráfico de pizza), solicita-se que o aluno represente esta informação em forma de fração e porcentagem, ou seja, ambos no rrs numérico. Além disso, a professora apresenta duas representações no rrs língua natural. A primeira conversão (i) ocorre do rrs figural (gráfico) para o rrs numérico, $\frac{50}{100}$ (fracionário). A segunda (ii) conversão ocorre do rrs numérico, $\frac{50}{100}$ (fracionário), para o rrs língua natural, cinquenta centésimos. A terceira conversão (iii) ocorre do rrs figural (gráfico) para o rrs numérico, 50% (porcentagem). Por fim, a última conversão (iv) ocorre do rrs numérico, 50% (porcentagem), para o rrs língua natural, cinquenta por cento. O quadro 15 apresenta a análise das conversões envolvidas na tarefa 2 da aula 75:]

Quadro 15 - Análise das conversões da tarefa 2 da aula 75

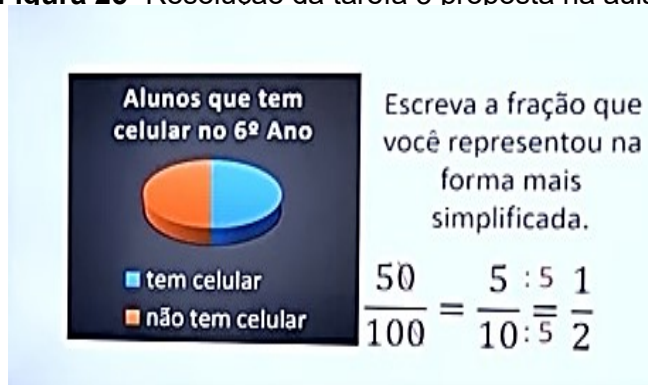
Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Numérico
ii	Numérico	Língua Natural
iii	Figural	Numérico
iv	Numérico	Língua Natural
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i	 $\rightarrow \frac{50}{100}$ 50 refere-se ao semicírculo em azul 100 refere-se aos semicírculos (laranja e azul)
	ii	$\frac{50}{100} \rightarrow$ Cinquenta Centésimos

	iii  → 50% 50 refere-se ao semicírculo em laranja % refere-se aos semicírculos (laranja e azul)
	iv 50% → Cinquenta por cento
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada conversão
Organização das unidades significantes	Considera-se que a ordem dos rrs que foram apresentados no <i>slide</i> pela Docente A como resposta, é organizada. Porém: i - Pode não ser imediata a associação entre a parte em azul e o número 50. Pode não ser imediata a associação entre as partes, laranja e azul, ao número 100. ii -Pode não ser imediata a associação entre a parte em laranja ao número 50. E pode não ser imediata a associação das partes, laranja e azul, ao símbolo %.

Fonte: Acervo da autora

Considera-se que a fala da Docente A e a gesticulação são fatores que influenciam na compreensão da conversão. Quando, por exemplo, a Docente A gesticula (mostra/indica) e refere-se a região em azul e diz “metade”, e posteriormente associa a 50%, ou seja, a metade de 100%, pode se tornar mais imediato o processo de compreensão pelo aluno. Por isso, a importância da fala ser coerente, sobretudo que a Docente A utilize os termos matemáticos apropriados em sua explicação. A próxima tarefa solicitada também foi com relação ao gráfico sobre a quantidade de alunos que têm celular.

Figura 25 -Resolução da tarefa 3 proposta na aula



Fonte: Paraná, 2020

A Docente A instruiu: “**Escreva a fração que você representou, na forma mais simplificada. Como que é a forma mais simplificada? Como que eu vou**

dividir lá? Tem que dividir denominador e numerador pelo mesmo número! E torná-la ela o que? Irredutível! Certo?!”. Em seguida, ofertou um intervalo de três minutos para a resolução. A figura 24 apresentou a tarefa proposta e a figura 25 apresentou a resolução apresentada pela Docente A. Com base na TRRS, esta tarefa é composta por uma atividade de tratamento. Solicita-se que o aluno represente esta informação em forma de fração, em seguida ocorre o tratamento, pois, no processo de simplificação, mantém-se o mesmo rrs, o numérico. O tratamento ocorre entre $\frac{50}{100}$ e $\frac{1}{2}$, pois a significação operatória é a relação parte todo (frações). Em seguida, a Docente A apresenta as seguintes informações, conforme a figura 26

Figura 26 - Complementação da explicação tarefa 3 proposta na aula

E o que esta informação quer nos dizer:



Fonte: Paraná, 2020

A Docente A explica as informações da figura 25, da seguinte forma: “[...] **Olha, a professora colocou para vocês aqui! Então a fração nossa era cinquenta de um total de cem, né? Então, como que a professora dividiu? Olha, a primeira a professora simplificou aqui os zeros! Lembra que vocês aprenderam lá na forma de simplificação de fração que eu posso simplificar, cortar, a mesma quantidade de zeros no numerador e no denominador? Então, tem um zero em cima, outro embaixo, eu posso simplificar, esqueci dele. Passei a ter o que? Cinco décimos! Olha cinco décimos, e os cinco e dez tem em qual tabuada? Na tabuada do 5, vocês sabem disso! Então, cinco dividido por cinco é um! Dez dividido por cinco é dois! Então que ele quer dizer que a forma mais simplificada é um meio! Ou seja, meio! E o quê que quer dizer isso? Quer dizer que é a**

metade, a metade dos alunos da sala tem celular, e a metade não tem celular! Hum, olha que informação interessante! Só observando o desenho eu já posso verificar isso! Quando utiliza as frações, isso fica um pouquinho mais fácil, um pouquinho mais simples, não é?”. Em seguida, a Docente A complementa a explicação: “E o que quer dizer aqui óh, que a professora explicou para vocês, a metade! Mostrei pra vocês o caminho que nós construímos com o nosso raciocínio. Eu tinha 50 centésimos, olha transformando aqui em número decimal, zero, vírgula, cinquenta (0,50). E olha a minha porcentagem, cinquenta por cento, que representa o que? A metade dos cem por cento. Certo? Tudo bem? Entenderam lá? Ok!”.

Com base na TRRS, esta explicação é composta por quatro conversões. As conversões ocorrem entre: (i) o rrs numérico, $\frac{50}{100}$ e rrs numérico, 0,50 (decimal); (ii) rrs numérico, 0,50 (decimal) e rrs numérico, 50% (porcentagem); (iii) rrs numérico, 50% (porcentagem) e rrs numérico, $\frac{1}{2}$ (fracionário) (iv) e entre o rrs numérico $\frac{1}{2}$ (fracionário) e rrs língua natural, metade. O quadro 16 apresenta a análise das conversões da tarefa 3 da aula 75.

Quadro 16 - Análise das conversões da complementação da explicação da tarefa 3 da aula

75

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Numérico	Numérico
ii	Numérico	Numérico
iii	Numérico	Numérico
iv	Numérico	Língua Natural
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i $\frac{50}{100} \rightarrow 0,50$	
	ii $0,50 \rightarrow 50\%$	
	iii $50\% \rightarrow \frac{1}{2}$	
	iv $\frac{1}{2} \rightarrow$ Metade	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada conversão	
Organização das unidades significantes	ii e iii - Pode não ser imediata a associação entre: 0,50 e 50%, e, entre 50% e $\frac{1}{2}$.	

	<p>Uma reorganização possível para associar 0,50 e 50% para tornar a compreensão do aluno mais imediata, pode ser como na seguinte organização:</p> $\frac{50}{100} \rightarrow 0,50 \text{ e } \frac{50}{100} \rightarrow 50\%,$ <p style="text-align: center;">logo: $0,50 \rightarrow 50\%$.</p> <p>No caso da associação entre 50% e $\frac{1}{2}$, a simplificação apresentada pela Docente A anteriormente: $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$, pode tornar esta associação mais imediata.</p>
--	---


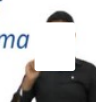
Fonte: Acervo da autora

Em seguida, inicia-se a tarefa 4, conforme mostram as figuras 27 e 28.

Figura 27 - Tarefa 4 proposta na aula
 Agora, vamos analisar:


Todos os alunos da turma da professora Dani que compareceram à aula de hoje. A professora representou essa situação por meio da figura abaixo:

a) *Escreva uma fração que representa o inteiro e cujo o denominador seja 100 e represente-a com uma porcentagem.*

Fonte: Paraná, 2020

Figura 28 - Resolução proposta para tarefa 4 da aula



$\frac{100}{100}$ ← Todos os alunos
 $\frac{100}{100}$ ← denominador
 100%

A porcentagem 100% indica o todo, o total!

$\frac{100}{100} = 1$

100% do alunos compareceram à aula.

Um inteiro, equivale ao todo, a todos os alunos!


Fonte: Paraná, 2020

Após a leitura do enunciado, a Docente A disponibilizou um intervalo de três minutos para os alunos realizarem a tarefa. Em seguida, complementou: “[...] **Então, a turma da professora Dani, todos os alunos compareceram à aula, lembra que a professora comentou várias vezes que o todo, tudo que eu tenho é cem por cento? E ele dizia que era para fazer uma fração com o denominador cem. E aqui se é todos os alunos, é cem, são todos, cem por cento. E olha, cem dividido por cem, não é um inteiro? E esse um inteiro que eu tenho aqui representado é o**

que? Cem por cento! O que quer dizer isso? Essa representação quer dizer que cem por cento dos alunos compareceram à aula! Ok?! A porcentagem cem por cento indica o todo, o total, como eu já comentei com vocês! Então eu coloquei o desenho para vocês verificarem ali. Cem, dos cem alunos, vamos supor assim né, um total de cem compareceram a aula, cem divididos por cem é 1, e esse um inteiro equivale a todos esses alunos que compareceram. Verificaram que pode ser representado de forma diferente? Ok?!”.

Com base na TRRS, essa tarefa é composta por duas conversões. A primeira (i) ocorre do rrs língua natural (enunciado) e do rrs figural (círculo em roxo), para o rrs numérico, $\frac{100}{100}$. A segunda (ii) ocorre do rrs, $\frac{100}{100}$, para o rrs numérico 1. O quadro 17 apresenta a análise das conversões da tarefa 4 da aula 75.

Quadro 17 - Análise das conversões da tarefa 4 da aula 75

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural e figural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i “Todos os alunos da turma” e  □ $\frac{100}{100}$ (fração que representa o inteiro)	
	“Todos” e a “região em roxo” associam-se ao denominador 100.	
	ii $\frac{100}{100}$ e 100% (porcentagem associada à fração)	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada conversão	
Organização das unidades significantes	i - Pode não ser imediata a associação entre a informação, “todos” e o círculo em roxo, com a fração $\frac{100}{100}$, porém a explicação da Docente A pode tornar este processo mais imediato.	

Fonte: Acervo da autora

Ressalta-se que a informação apresentada no *slide*, associando com uma flecha, o numerador 100 a “Todos os alunos”, como mostra a figura 28, pode fazer com que o aluno entenda que há 100 alunos na turma. E essa informação não é válida na situação-problema, visto que não foi informado o total de alunos. A próxima tarefa proposta está representada na figura 29, a qual é composta por cinco atividades de conversão e uma atividade de tratamento.

Figura 29 – Enunciado e resolução da tarefa 5 proposta na aula 75

E agora?
Os amigos de Joaquim praticam vários esportes. Nesta figura, a quantidade de amigos que praticam futebol está representada pela parte colorida: *Que fração representa a parte colorida da figura:*

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$

Vamos escrever uma porcentagem equivalente a fração $\frac{1}{4}$.

Um quarto

$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$

Vinte e cinco centésimos

Vinte e cinco por cento

Fonte: Paraná, 2020


Após a leitura do enunciado, a Docente A disponibilizou três minutos para a resolução, apresentou a correção da tarefa e esclareceu: “[...] **estão vendo que tá em quatro partes aqui, não tá? Então, tem quatro partes, então a letra a já não pode ser alternativa, porque tá o dois dividindo aqui, quer dizer que teria duas partes no meu desenho, mas eu tenho quatro e pinteí somente uma. Então a letra certa, a alternativa certa é a letra b, um quarto, ok? Agora a professora quer associar esse desenho com o nosso cem por cento, certo? Então, lembre-se que o total, tudo que eu tenho nesse desenho é cem por cento, certo? E se nós temos aqui quatro partes, cada uma delas equivale a quantos por cento? [...] Cem dividido por quatro é igual a vinte e cinco, né? [...] Achei que é vinte e cinco, ou seja, cada parte pintada equivale, aqui, a vinte e cinco por cento do total, vinte e cinco, mais vinte e cinco, mais vinte e cinco, mais vinte e cinco, certo? Ou seja, é a metade da metade, a metade dos cinquenta por cento, metade cinquenta, metade da metade, um quarto é o quê? Vinte e cinco! Então, olha! A professora colocou novamente o desenho da fração, um quarto [...] agora como que eu acho essa porcentagem por meio dessa fração? Se esse cálculo fosse ao contrário, se eu tivesse a fração um quarto, e fosse encontrar a porcentagem por meio desse um quarto, como será? Mas eu sei que o todo é cem por cento! Essa é a minha informação mais importante, e o todo não é no denominador? Sim! É no denominador! Então eu tenho que transformar esse meu denominador que é quatro em cem [...] lembra que eu estou achando aqui uma fração equivalente, se é uma fração equivalente, eu preciso multiplicar tanto denominador quanto o numerador pelo mesmo número! Então quatro vezes vinte e cinco cem, um vezes vinte e cinco é vinte e cinco. Ótimo! Como é que eu**

leio essa fração? Vinte e cinco centésimos! E como que é essa porcentagem? Vinte e cinco por cem, vinte e cinco por cento, transformando a minha fração em uma porcentagem”.

Cabe ressaltar que não foi fornecida nenhuma informação no enunciado de que o círculo foi dividido em quatro partes. Apresenta-se apenas figura, região circular fragmentada em quatro partes, sem fazer referência à porcentagem que cada região representa. Na fala da docente, no momento da explicação da resolução, é feita a associação entre o registro figural e o registro numérico porcentagem.

Com base na TRRS, essa resolução apresenta cinco conversões e um tratamento. A partir do rrs figural (gráfico em pizza), a primeira (i) conversão ocorre para o rrs numérico $\frac{1}{4}$, (fracionário). Em seguida, a Docente A apresenta a forma de leitura dessa fração, ou seja, ocorre a conversão (ii) do rrs numérico $\frac{1}{4}$, (fracionário) para o rrs língua natural, um quarto. Entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{25}{100}$ ocorre um tratamento, pois mantém-se a mesma significação operatória. Em seguida, ocorre uma conversão (iii) do rrs numérico, $\frac{25}{100}$ (fracionário) para o rrs língua natural, vinte e cinco centésimos. Outra conversão (iv), a partir do rrs numérico $\frac{25}{100}$, (fracionário) ocorre para o rrs numérico, 25% (porcentagem). E a partir deste rrs numérico, 25% (porcentagem), converte-se (v) para o rrs língua natural, vinte e cinco por cento. O quadro 18 apresenta a análise das conversões da tarefa 5 da aula 75.

Quadro 18 - Análise das conversões da tarefa 5 da aula 75

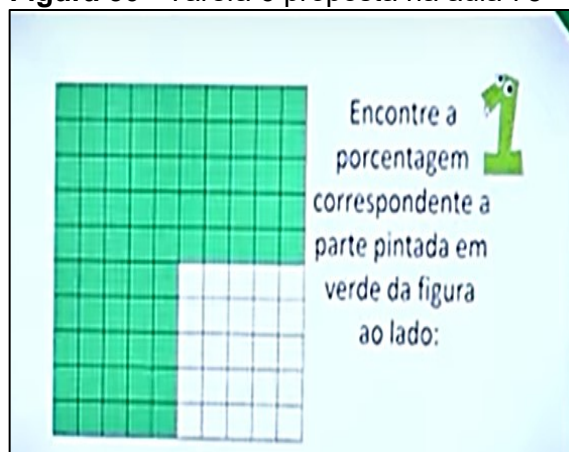
Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Numérico
ii	Numérico	Língua Natural
iii	Numérico	Língua Natural
iv	Numérico	Numérico
v	Numérico	Língua Natural
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i	 $\rightarrow \frac{1}{4}$ 1 refere-se à região em vermelho $\frac{1}{4}$ refere-se à região em vermelho mais as regiões em branco.
	ii	$\frac{1}{4} \rightarrow$ Um quarto
	iii	$\frac{25}{100} \rightarrow$ vinte e cinco centésimos.

	iv $\frac{25}{100} \rightarrow 25\%$ v $25\% \rightarrow$ vinte e cinco por cento
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão
Organização das unidades significantes	i - A disposição do registro figural, coloração, formato das partes fragmentadas e divisão do círculo, podem tornar mais imediato o processo de associação entre o registro figural, círculo, e o registro numérico, $\frac{1}{4}$; Para o numerador: pode ser mais imediata a associação entre o registro figural, região composta por uma região colorida em vermelho, com o registro numérico 1. Para o denominador: pode ser mais imediata a associação entre as regiões em vermelho e branca, compostas por uma região em vermelho mais três regiões em branco, com o registro numérico 4. iv – Pode ser mais imediato o processo de associação entre $\frac{25}{100}$ e 25%; ii, iii e v - Pode ser mais imediato o processo de associação entre os registros numéricos, $\frac{1}{4}$, $\frac{25}{100}$ e 25% e os registros em língua natural, um quarto, vinte e cinco centésimos e vinte e cinco por cento.

Fonte: Acervo da autora

A próxima tarefa proposta, tarefa 6, apresentada na figura 30, refere-se a um processo de conversão que tem como partida um rrs figural .

Figura 30 - Tarefa 6 proposta na aula 75

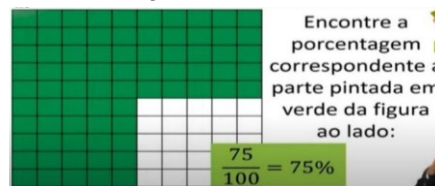


Fonte: Paraná, 2020

Após a leitura do enunciado e dada as instruções para a resolução, a Docente A disponibilizou um intervalo de três minutos para a resolução e explicou: “[...] **olha o que a professora colocou aqui, dei a dica para vocês, que o total era um cento, certo? E aqui contando tem quantos quadradinhos em verde? Setenta e cinco!**”

Ou seja, setenta e cinco por cem, setenta e cinco por cento desse quadrado está colorido! Certo? Olha que legal, se eu dividir ele em quatro partes iguais, igual tínhamos o círculo, certo? Eu vou ter três partes coloridas, certo? Por isso, setenta e cinco por cento!". A Figura 31 apresenta a resolução apresentada pela Docente A para a tarefa 6.

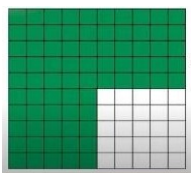
Figura 31 - Resolução apresentada para a tarefa 6 da aula



Fonte: Paraná, 2020

Com base na TRRS, essa tarefa é contemplada por duas conversões. A primeira (i) ocorre do rrs figural para o rrs numérico, $\frac{75}{100}$ (fracionário). A segunda ocorre do rrs numérico $\frac{75}{100}$ (fracionário) para o rrs numérico, 75% (porcentagem). O quadro 19 apresenta a análise das conversões da tarefa 6 da aula 75.

Quadro 19 - Análise das conversões da tarefa 6 da aula 75

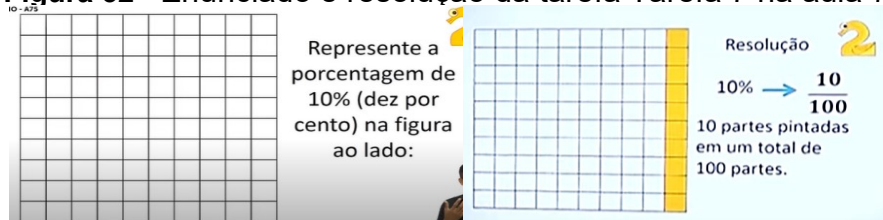
Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i  → $\frac{75}{100}$ 75 refere-se às regiões quadrulares em verde. 100 refere-se a todas as regiões quadrulares 75 verdes, mais 25 brancas.	
	ii $\frac{75}{100} \rightarrow 75\%$.	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão	
Organização das unidades significantes	i - A disposição do registro figural, coloração e formato das partes fragmentadas, podem tornar mais imediato o processo de associação entre o registro figural, retângulo, e o registro numérico, $\frac{75}{100}$; Para o numerador: pode ser mais imediata a associação entre o registro figural, região composta por 75 unidades em formato quadrular, de cor verde, com o registro numérico 75. Para o denominador: pode ser mais imediata a associação entre a região em verde e a região em branco, compostas por 75 unidades em	

	<p>formato quadricular, mais 25 unidades em formato quadricular, com o registro numérico 100.</p> <p>ii – Pode ser mais imediata o processo de associação entre $\frac{75}{100}$ e 75%;</p>
--	--

Fonte: Acervo da autora

A tarefa 7, proposta na aula 75, é apresentada na figura 32 .

Figura 32 - Enunciado e resolução da tarefa Tarefa 7 na aula 75




Fonte: Paraná, 2020

A fala transcrita, a seguir, refere-se à explicação da Docente A com relação à tarefa 7: “[...] **A professora coloriu aqui também, então, dez de um total de cem, certo? A professora pediu para vocês colorirem dez por cento, certo? Mas, dez por cento, quanto será que são? Percebam o seguinte: dez cabe quantas vezes no cem? Dez, cabe dez vezes, porque dez vezes dez é cem! Certo? Se eu pegar o meu todo e dividir em dez partes iguais, eu vou ter quantas? Dez partes, certo? Dez vezes dez, cem! Cem dividido por dez eu vou ter dez! Então, por isso que eu vou pintar o que aqui? Dez partes! Dez quadradinhos menores, vou pintar somente uma barrinha dessa! E vamos verificar esse exemplo aqui como que ficaria se ele estivesse aparecendo de uma forma um pouquinho diferente. Aqui, percebam que eu pintei somente uma coluna! Eu tenho quantas colunas aqui? Eu tenho dez! Vamos verificar aqui no quadro rapidinho como é que isso pode ficar. Então vamos lá se eu tivesse as minhas dez colunas, eu tenho ali né, dez pintados dentro de um total de cem quadradinhos. Mas, se em vez disso fossem vários quadradinhos, fossem dez colunas, também poderia representar esta porcentagem! Olha como é que a gente estudou isso aqui? A gente aprendeu simplificar, não aprendeu? Eu posso simplificar a mesma quantidade de zero no numerador e no denominador, então eu fico com quanto? Um décimo. Olha que legal, então quer dizer o seguinte, que um décimo é a mesma coisa que dez centésimos, que é a mesma coisa que o que? Olha a casinha decimal lá, andou uma vírgula, que é a mesma coisa que zero vírgula um, e que ainda é a mesma**

coisa que dez por cento! Então, se caso aparecer algum exercício e aparecer lá um décimo representando o dez por cento, ele não representa a mesma quantidade? Representa a mesma coisa! Por quê? Porque o dez ele é a mesma coisa que o quê? Dez vezes o dez que ele vai dar lá o meu todo, cem por cento! Por isso, que eu divido em dez partes iguais”.

Com base na TRRS, a resolução apresentada pela Docente A apresenta duas conversões. A primeira (i) do rrs numérico, 10% (porcentagem), para o rrs figural (região em amarelo). A segunda (ii) do rrs numérico, 10% (porcentagem), para o rrs numérico, $\frac{10}{100}$ (fracionário). O quadro 20 apresenta a análise das conversões da tarefa 7 da aula 75.

Quadro 20 - Análise das conversões da tarefa 7 da aula 75

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Numérico	Figural
ii	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	<p>i 10% → </p> <p>10 refere-se à região em amarelo (10 unidades quadriculares). % refere-se a todas as regiões quadriculares, 90 brancas e 10 amarelas.</p> <p>ii 10% → $\frac{10}{100}$</p>	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão	
Organização das unidades significantes	<p>i - A malha apresentada em branco, dividida em 100 partes quadriculares de mesmo tamanho, composta pela dimensão 10un x 10un, pode facilitar o processo de colorir; Pode não ser imediata a associação entre o registro numérico 10% e a quantidade de unidades que se deve colorir.</p> <p>ii- Pode ser mais imediata a associação entre o registro numérico, 10%, e o registro numérico, $\frac{10}{100}$.</p>	

Fonte: Acervo da autora

A figura 33 apresenta a oitava tarefa solicitada e a resolução proposta pela Docente A.

Figura 33 - Enunciado e resolução da tarefa 8 proposta na aula

Camila representou, na malha quadriculada a seguir, 50% de uma quantidade. Termine de fazer a representação de 100% dessa quantidade.




Fonte: Paraná, 2020

A explicação da Docente A para a resolução desta tarefa foi a seguinte: “[...] Então, o que que dizia aqui? Que a Camila representou na malha cinquenta por cento de uma quantidade, [...] a malha dela tem o tamanho quatro por seis, tá vendo? Quatro por seis. Só que ela representou em vermelho esse cinquenta por cento. Aqui em vermelho, esses quatro retângulos aqui. Em vermelho, que é o cinquenta por cento de uma quantidade que ela quer representar [...] e pede o seguinte: termine de fazer a representação de cem por cento desta quantidade. Como é que vai ficar? Olha aqui agora, se quatro em vermelho era a metade, quanto que é o total? O total seria oito retângulos, não é? [...] percebam que a malha continua no fundo, mas, o todo que eu estou falando não é essa malha quadriculada, mas o desenho que a Camila fez, certo? Como se fosse uma pecinha aqui em vermelho e mais uma pecinha em laranja”.

Com base na TRRS, a tarefa 8 apresenta uma conversão (i) do rrs numérico, 50% (porcentagem), para o rrs figural, regiões retangulares em vermelho. O quadro 21, a seguir, apresenta a análise das conversões da tarefa 8 da aula 75.

Quadro 21- Análise das conversões da tarefa 8 da aula 75


Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Numérico	Figural
Critérios de Congruência		

Correspondência Semântica	<p>50% → </p> <p>50 refere-se às quatro regiões retangulares em laranja; % refere-se às quatro regiões retangulares em vermelho mais quatro regiões retangulares em laranja.</p>
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão
Organização das unidades significantes	<p>i - A malha apresentada composta por 4 regiões retangulares em laranja, que corresponde a 50%, pode facilitar o processo de colorir mais 4 regiões retangulares: 50% que faltam ser coloridas;</p> <p>Mas, pode não ser imediata a associação que a porcentagem 50% representa 4 unidades retangulares. Assim como pode não ser imediata a associação de que para alcançar 100% (4 unidades retangulares em vermelho, mais 4 unidades retangulares em laranja), falta 50%, ou seja, 4 unidades retangulares em laranja.</p>

Fonte: Acervo da autora

Por fim, a última tarefa, tarefa 9, proposta e resolvida durante a aula 75, é apresentada na figura 34.

Figura 34 - Tarefa e resolução da tarefa 9 proposta na aula 75

É com você... 

Em uma pesquisa na cidade da Matemática, foram entrevistadas **20 000 habitantes**. De acordo com a pesquisa, **86% das pessoas dessa cidade não sabem ler e 14% sabem ler. Que número representa o total, ou seja, 100%?**

Os 20 000 habitantes representam o total, ou seja, o 100%.

Fonte: Paraná, 2020

A explicação para esta tarefa foi a seguinte: “[...] **Então, esse é o nosso total, o total de pessoas que foram entrevistadas, desse total eu tenho uma informação que é o oitenta e seis por cento das pessoas, né, que não sabiam ler, e tenho quatorze por cento das pessoas que sabem ler, certo? Mas ele quer saber o total, o que é o total aqui? O cem por cento, tudo que eu tenho, tudo que eu tenho na minha pesquisa. Então, sempre quando vocês ouvirem falar em uma pesquisa com pessoas, ou de empresas, alguma coisa que aparece na televisão**

[...] sempre eu vou ter um total de pesquisa, um total da pesquisa que é cem por cento. Todas as pessoas pesquisadas, né, todas as empresas verificadas, todos os celulares vendidos, por exemplo. Então, esse é o total da pesquisa, mas esse total ele é sempre cem por cento, mas ele não é sempre a mesma quantidade, certo? Conforme o que eu estou pesquisando, o que eu estou falando, ele é uma representação de cem por cento, com quantidade diferente”.

Com base na TRRS, ocorre conversão (i) entre o rrs numérico, 100% (porcentagem), e o rrs numérico, 20 000 (quantidade total de habitantes). O quadro 22 apresenta a análise desta conversão.

Quadro 22 - Análise da conversão da tarefa 9 da aula 75

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	100% → 20 000	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica em cada processo de conversão	
Organização das unidades significantes	i - Pode não ser imediata a associação entre a porcentagem 100% com a quantidade 20 000.	

Fonte: Acervo da autora

Durante a aula 75, houve conversões de rrs decimal para rrs porcentagem. Na tarefa 1, cabe ressaltar, que na explicação da Docente ela recorre aos rrs língua natural: noventa e sete centésimo e noventa e sete por cento, para associar o rrs decimal, 0,97 ao rrs porcentagem, 97%. Na tarefa 3 também houve a associação entre decimal e porcentagem, porém a explicação da docente para este processo não foi tão esclarecedora. Assim como na tarefa 2, ela recorre ao rrs língua natural, metade, para associar o rrs figural ao rrs porcentagem. E na tarefa 7 ocorre o processo inverso, a associação do rrs porcentagem ao rrs figural, e a explicação da docente foi relevante neste processo de associação, porém, neste caso, o registro figural estava fragmentado em 100 regiões, o que pode ser mais imediato do que no caso em que o registro figural não é fragmentado em 100 regiões, para associar ao denominador 100 ou ao símbolo de porcentagem, como no caso da tarefa 8.

4.3 Terceira aula – Aula 76

A seguir, apresenta-se a análise da aula 76, que teve duração de aproximadamente 50 min, durante a qual foram realizadas a resolução de seis tarefas. As aulas 76 e 77 foram ministradas por outra Docente, que chamaremos de Docente B. No primeiro momento da aula, a Docente B relembrou qual conteúdo foi abordado na aula anterior, 75, e ressaltou que esta referiu-se à algumas representações sobre porcentagem. Em seguida, a Docente B informou que o conteúdo da aula 76 também será sobre porcentagem e iniciou a aula a partir de uma situação-problema, que refere-se à tarefa 9 da aula 75. As figuras 35 e 36 apresentam a tarefa 9 da aula 75 e a tarefa 1 da aula 76.

Figura 35 - Tarefa 9 da aula 75

Na última aula respondemos:
Em uma pesquisa na cidade da Matemática, foram entrevistadas **20 000 habitantes**. De acordo com a pesquisa, **86% das pessoas dessa cidade não sabem ler e 14% sabem ler**. **Que número representa o total, ou seja, 100%?**

Fonte: Paraná, 2020

Figura 36 - Tarefa 1 da aula 76

Hoje, vamos calcular quantos habitantes sabem ler na cidade. Para isso vamos dividir o total em 100 partes iguais, ou seja, achar 1% do total.

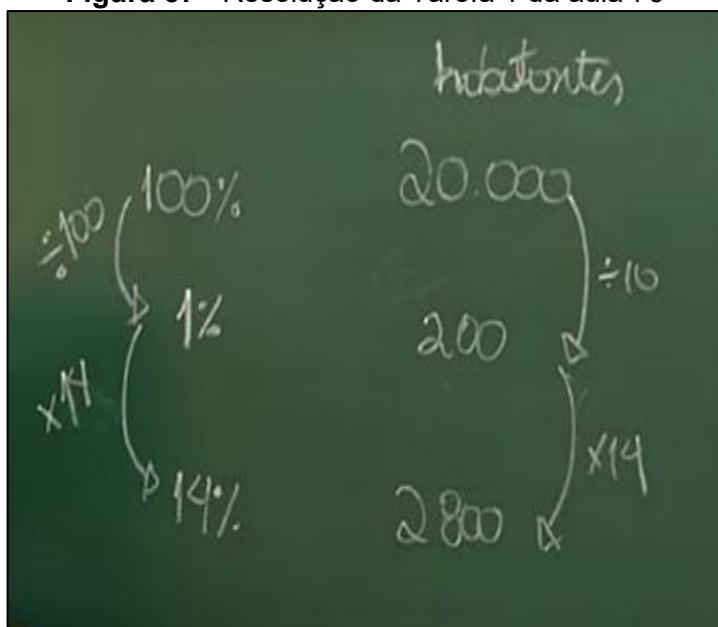
Alfabetização na cidade da Matemática

Categoria	Porcentagem
Sabem ler	14%
Não sabem ler	86%

Fonte: Paraná, 2020

A Docente B realizou a leitura do enunciado da tarefa 9, e complementou: “[...] **Eu tenho 20 mil habitantes que é o total, cem por cento, tá bom! Então isso a gente consegue identificar na leitura do enunciado, tá bom! E agora, hoje, o que que nós vamos calcular? Nós vamos calcular quantos habitantes sabem ler nessa cidade, para isso vamos dividir o total em cem partes, então eu tenho lá que quatorze por cento desses vinte mil habitantes, eles sabem ler e oitenta e seis por cento não sabem ler [...]**”. Em seguida, no *slide* aparece a tarefa 1, e a Docente B utiliza a lousa para realizar a resolução desta tarefa. A figura 38 mostra a organização que a Docente B realizou, na lousa, para o processo de resolução.

Figura 37 - Resolução da Tarefa 1 da aula 76



Fonte: Paraná, 2020

A Docente B explicou da seguinte forma: “[...] **vou colocar aqui do ladinho, eu tenho lá 20 mil. Mas o que que é esses vinte mil professora? São os vinte mil habitantes [...]** e também quanto que representa esses vinte mil? Eles são cem por cento, não são? [...] e eu quero encontrar quantos habitantes leem [...] e quantos por cento que leem? Quatorze! [...] eu tenho que de alguma forma encontrar os quatorze por cento. Quem são esses quatorze por cento [...] de quem que são esse quatorze por cento? Dos vinte mil habitantes, tá bom? Então

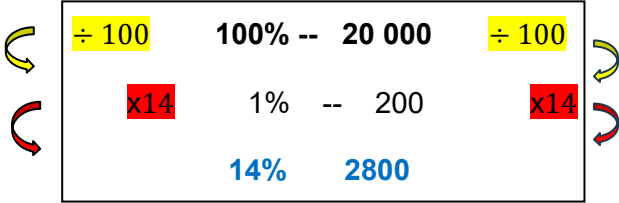
para isso nós vamos trabalhar um pouquinho de proporção vamos tentar chegar nesse quatorze por cento [...] nós vamos dividir os cem para chegar no um por cento, tá bom? Como que eu faço isso? Eu vou dividir aqui por cem [...] só que eu não quero chegar no um por cento, na verdade eu quero chegar no que, no quatorze por cento [...] vou multiplicar, né? Multiplicar por quatorze por cento, um vezes quatorze é quatorze por cento [...] agora eu vou fazer essas mesmas operações aqui nos habitantes. Então, olhem lá, com a professora, acompanhem aqui, como foi a primeira operação que foi feita? [...] eu dividi por cem. Então, [...] vinte mil divididos por cem é duzentos, tá?! Então eu tenho que pegar o duzentos que eu tenho aqui eu vou multiplicar por 14 [...] então duzentos vezes quatorze, dois e oitocentos. E o que que representa esse dois e oitocentos? Esses dois e oitocentos ele tá representando as pessoas que sabem ler, os habitantes que sabem ler [...] dentro dos vinte mil, dois mil e oitocentos sabem ler. Então essa é uma estratégia que nós podemos utilizar para resolver a porcentagem tá bom pessoal”.

Com base na TRRS, a tarefa 1 da aula 76 é composta por uma conversão (i). Os processos de cálculo realizados pela Docente B na lousa: $(100\% \div 100)$, $(1\% \times 14)$, $(20000 \div 100)$ e (200×14) , não são considerados tratamentos, porque, por exemplo, o processo $(100\% \div 100)$ e posteriormente $(1\% \times 14)$ chegam ao resultado 14%, que não refere-se à mesma representação inicial de 100%. Como acontece, por exemplo, no caso 50% que pode ser tratado como $(100\% \div 2)$.

A conversão (i) ocorre a partir do rrs língua natural, enunciado, para o rrs numérico, 2800 (quantidade de habitantes que sabem ler). Nessa conversão, a Docente B realizou uma explicação passo a passo sobre o processo de resolução, cálculos e raciocínio para encontrar o valor referente a 14% e associou que esta porcentagem se refere à quantidade de 2800 habitantes que sabem ler. O quadro 23 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 1 da aula 76.

Quadro 23 - Análise da conversão envolvida na tarefa 1 da aula 76

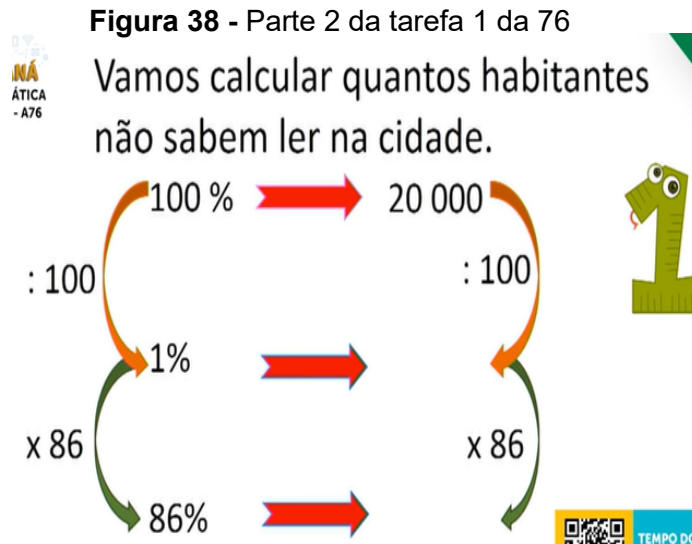
Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência		

Correspondência Semântica	<p>i Associação entre: rrs língua natural (enunciado): “[...] foram entrevistados 20 000 habitantes. 86% das pessoas dessa cidade não sabem ler e 14% sabem ler”.</p> <p>E rrs numérico:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>20 000 habitantes refere-se a 20 000 e a 100%;</p> <p>14% sabem ler, refere-se a 14% e a 2800.</p> <p>Não há correspondência para a divisão por 100 e a multiplicação por 4.</p>
Univocidade Semântica	<p>Não há univocidade semântica com relação ao total de habitantes, pois na situação-problema “total de habitantes” pode ser representado tanto por 100% quanto por 20000.</p>
Organização das unidades significantes	<p>i - No processo de resolução a primeira informação que a Docente B colocou na lousa foi 20 000. Em seguida, no lado esquerdo, associou este dado a 100%. Porém, pela organização do rrs língua natural, seria mais coerente inverter a ordem na lousa, ou seja, 100% ao lado direito de 20 000.</p> <p>Após o cálculo de divisão por 100, os próximos registros na lousa, feitos pela Docente B, são de 1%, colocado abaixo de 100%, e de 200%, colocado abaixo de 20000.</p> <p>Após o cálculo de multiplicação por 14, os próximos registros na lousa, feito pela Docente B, são de 14%, colocado abaixo de 1%, e de 2800, colocado abaixo de 200.</p> <p>Apesar da pergunta requerer a quantidade de pessoas que sabem ler, no enunciado da situação-problema o registro 14% vem no final, após a informação de que 86% das pessoas não sabem ler. Esta organização pode tornar o processo de resolução menos imediato para o aluno.</p>

Fonte: Acervo da autora

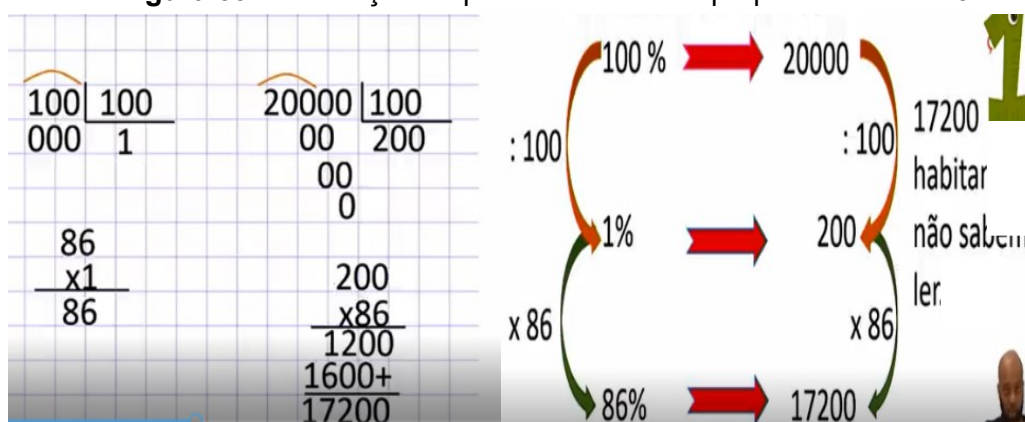
É relevante destacar que, na tarefa 1, considerando o processo de resolução apresentado pela Docente B, o rrs figural tornou-se uma representação auxiliar, pois, em sua fala, a Docente B frisou as informações do enunciado (rrs língua natural), e em momento algum ela comentou sobre o gráfico que aparece no *slide* ou fez alguma associação entre os rrs figural com o rrs numérico ou associou o rrs língua natural

com o rrs figural. Em seguida, a Docente B propõe a parte 2 da tarefa 1 da aula 76 conforme figura 37.



A Docente B reforçou o que o enunciado solicitava e qual processo de resolução poderia ser utilizado: divisão por 100 e, posteriormente, multiplicação por 86. Ela disponibilizou um intervalo de três minutos para os alunos realizarem o cálculo. Em seguida, a Docente B apresentou a organização dos dados, os algoritmos, descreveu o processo de cálculo e ressaltou os resultados alcançados. A figura 39 apresenta os slides utilizados durante estes momentos de explicação realizados pela Docente B.

Figura 39 - Resolução da parte 2 da tarefa 1 proposta na aula 76

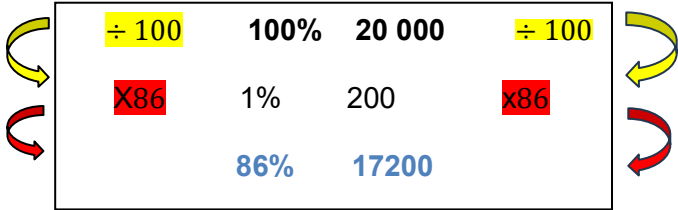


Fonte: Paraná, 2020

Com base na TRRS, a segunda parte da situação-problema da tarefa 1 da aula 76 é composta por uma conversão. Os processos de cálculo realizados pela Docente B na lousa: $(100\% \div 100)$, $(1\% \times 86)$, $(20000 \div 100)$ e (200×86) , não referem-se a um tratamento, pela mesma justificativa apresentada anteriormente. A conversão ocorre a partir do rrs língua natural para o rrs numérico. Para essa conversão a Docente B realizou uma explicação, rapidamente, sobre o processo de resolução, apresentou os cálculos prontos no slide, e explicou rapidamente o raciocínio para encontrar o valor referente a 86% e associou que esta porcentagem refere-se à quantidade de 17200 habitantes que não sabem ler. Essa explicação não contempla as orientações de Duval com relação à identificação das unidades de significado e associação entre elas. Apresentar apenas o resultado e não fazer uma identificação e associação minuciosa entre as unidades significantes pode não contribuir para que uma atividade de conversão ocorra de forma mais imediata. O quadro 24 apresenta a análise das conversões envolvidas na parte 2 da situação problema da tarefa 1 da aula 76.

Quadro 24 - Análise da conversão envolvida na parte 2 da tarefa 1 da aula 76

Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i Associação entre: rrs língua natural (enunciado): “[...] foram entrevistados 20 000 habitantes . 86% das pessoas dessa cidade não sabem ler e 14% sabem ler ”. E rrs numérico:	

	 <p>20 000 habitantes refere-se a 20 000 e a 100%; 86% não sabem ler refere-se a 86% e a 17200.</p> <p>Não há correspondência para a divisão por 100 e a multiplicação por 86</p>
Univocidade Semântica	Não há univocidade semântica com relação ao total de habitantes, pois na situação-problema “total de habitantes” pode ser representado tanto por 100% quanto por 20000.
Organização das unidades significantes	A organização dos registros apresentados no slide, foi do mesmo modo que a resolução apresentada anteriormente na lousa. No cálculo apresentado no slide a primeira informação que a Docente B ressaltou foi referente a 20000 habitantes. Em seguida no lado esquerdo estava associado a 100%, com uma flecha no sentido da esquerda para a direita. Porém, pela organização do rrs língua natural, seria mais coerente inverter a ordem na lousa, ou seja, 100% ao lado direito de 20 000. Após o cálculo de multiplicação por 86, os próximos registros na lousa, feitos pela Docente B, são de 86%, colocado abaixo de 1%, e de 17200, colocado abaixo de 200. Pode ser mais imediato o processo de encontrar os 17200 habitantes, visto que no enunciado do problema a informação em forma de porcentagem a respeito destes sujeitos é apresentada primeiro.

Fonte: Acervo da autora

Para a próxima tarefa proposta, tarefa 2, conforme mostra a figura 40, a Docente B requereu a utilização da calculadora.

Figura 40 - Enunciado e resolução da tarefa 2 proposta na aula

Atividade prática: Observe como calcular a porcentagem com a calculadora:

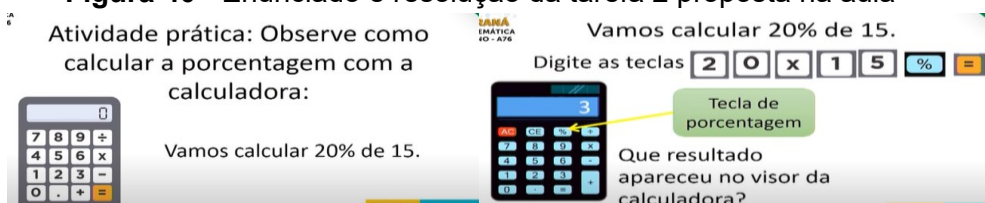
Vamos calcular 20% de 15.

Vamos calcular 20% de 15.

Vamos calcular 20% de 15.

Tecla de porcentagem

Que resultado apareceu no visor da calculadora?

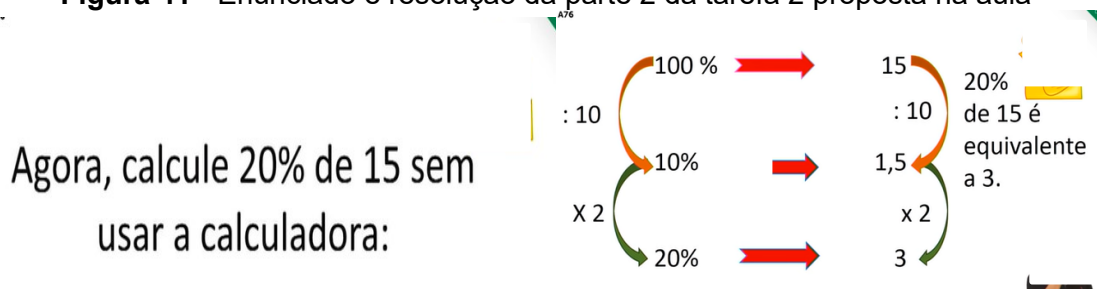


Fonte: Paraná, 2020

A tarefa foi realizada rapidamente pela Docente B, ela leu o enunciado e explicou que para o processo de cálculo, utilizando a calculadora, na operação (20% de 15), o aluno deveria digitar 20, apertar o símbolo de %, apertar o símbolo de x e por fim digitar 15, alcançando o resultado 3. Porém, a organização do cálculo que aparece no slide (em digite as teclas) não segue a mesma ordem orientada pela

docente, já que neste caso o símbolo de porcentagem vem ao final. A segunda parte da tarefa 2, figura 41, foi realizar o mesmo cálculo (20% de 15), porém sem o uso da calculadora. Rapidamente, a Docente B explicou o processo de resolução, mesmo raciocínio utilizado na tarefa 1, e apresentou o processo de resolução e cálculos em um slide.

Figura 41 - Enunciado e resolução da parte 2 da tarefa 2 proposta na aula



De acordo com a TRRS, na tarefa 2, tanto na parte 1 quanto na parte 2, há uma conversão do rrs língua natural para o rrs numérico. O quadro 25 apresenta a análise desta conversão.

Quadro 25 - Análise da conversão da tarefa 2 da aula 76

Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua natural	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	20% de 15 → 3	
Univocidade Semântica	Não há no enunciado uma correspondência semântica para os 100%, 10% e 1,5, os quais foram colocados no slide do processo de cálculo.	
Organização das unidades significantes	Há uma única correspondência semântica entre o rrs língua natural (20% de 15) associado ao rrs numérico 3.	
	No processo de resolução apresentado pela Docente B, a organização das unidades significantes, pode não ser imediata para os alunos, visto que não há uma ordem coerente entre (20% de 15) e a forma como a Docente B organizou os valores no slide:	

Fonte: Acervo da autora

A próxima tarefa proposta, tarefa 3, trata-se de uma situação problema, conforme mostra a figura 42.

Figura 42 - Enunciado e resolução da tarefa 3 proposta na aula 76

Porcentagem e Educação Financeira

Paulo resolveu economizar R\$ 34,00 todas as semanas, o que corresponde a 50% da quantia que ele possuía na carteira quando decidiu poupar. Quantos reais Paulo tinha na carteira?

✓ Paulo resolveu economizar R\$ 34,00
✓ que corresponde a 50% da quantia que ele possuía na carteira.

Se 50% corresponde a 34 reais, então 100% corresponde a $34 \times 2 = 68$ reais.

Paulo tinha R\$ 68,00 na carteira.

Fonte: Paraná, 2020

A Docente B realizou a leitura do enunciado e disponibilizou um intervalo de dois minutos para a resolução, em seguida apresentou um *slide* com a resolução. Associando as informações apresentadas em *slide*, ela explicou da seguinte forma: ***“Paulo resolveu economizar trinta e quatro por cento, pensa lá nos dados, isso é muito importante quando vocês estão resolvendo um probleminha né, vocês tem que ir lá extrair todos os dados que ele está te informando, e um deles é que ele resolveu economizar trinta e quatro reais [...] e que esses trinta e quatro reais representa cinquenta por cento da quantia que ele tinha na carteira, tá bom? Se cinquenta por cento corresponde lá aos trinta e quatro reais lá que ele tinha na carteira, quanto será que representa os cem por cento? [...] Cinquenta para cem por cento? Não é o dobro? Como cinquenta por cento é a metade, de cem, então, os cem por cento não seria o dobro de cinquenta? Exatamente isso, [...] o que que vocês vão pensar, eu tenho lá trinta e quatro reais, tá certo? Ele vai corresponder a sessenta e oito ali, porque será? Porque eu posso pensar lá, metade é trinta e quatro, então qual seria a outra metade? Então a outra metade seria trinta e quatro também, não é verdade? Então trinta e quatro mais trinta e quatro é sessenta e oito, ou multiplicando também que é o dobro, trinta e quatro vezes dois, sessenta e oito reais. Então o Paulo tinha na carteira exatamente sessenta e oito reais [...]”***. Com base na TRRS, pode ser considerada uma conversão entre rrs língua natural e o rrs numérico. O quadro 26 apresenta a análise desta conversão.


Quadro 26 - Análise da conversão da tarefa 3 da aula 76

Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i 50% está associado a R\$34,00 100% está associado a R\$ 34,00 X 2 = R\$ 68,00	
Univocidade Semântica	Cada porcentagem está associada a um único valor em reais (R\$)	
Organização das unidades significantes	A organização da resolução segue a mesma ordem que o enunciado do problema. Tem-se a porcentagem de 50% e solicita-se a porcentagem de 100%. A Docente B ressalta as informações do enunciado e encontra o valor que refere-se a 100%, ou seja, $34 \times 2 = 68,00$ reais. Porém, a resolução desta tarefa, pode não ser tão imediata, tanto que a Docente B realizou uma série de explicações para encontrar o resultado.	

Fonte: Acervo da autora

A figura 43 apresenta a próxima tarefa proposta, com as alternativas circuladas referentes às respostas e aos cálculos do processo de resolução, para a qual a Docente B disponibilizou um intervalo de três minutos para a resolução.

Figura 43 – Enunciado e resolução tarefa 4 da aula 76

 Quais das opções a seguir têm o mesmo valor que 30% de 81?

a) $81 \times \frac{30}{100}$ b) $81 \times \frac{3}{100}$

c) $81 \times \frac{3}{10}$ d) $81 \times 0,3$

Relembrando equivalência de frações

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

↻
÷10

$$30\% = 0,30 = 0,3$$

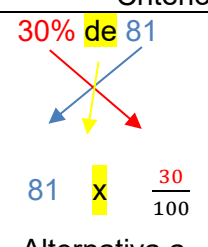
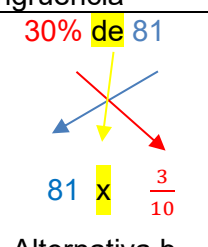
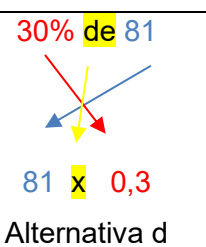
Fonte: Paraná, 2020

A explicação para esta tarefa foi a seguinte: “[...] Então, para isso vocês vão ter que olhar aqui e ver nessa representação como que eu represento trinta por

cento [...] então, nesse caso nós vamos trabalhar bastante com fração equivalente, tá bom? Então, aqui nesse caso, nós temos né trinta por cento, quem será que é equivalente a trinta por cento? Olha só, trinta por cento, como já falamos, então a equivalência, quando eu multiplico né a parte de cima aqui na fração e a parte de baixo que é o numerador e o denominador; então, nesse caso, olha só três sobre dez ele é uma fração equivalente, e se eu dividir aqui, né, três dividido por dez é zero vírgula trinta que é zero vírgula três [...] percebam aqui com a professora, quando eu tenho lá, como eu mostrei para vocês a nossa fração, trinta por cento essa tá ok. Aqui é uma fração equivalente três sobre dez, dividi em cima por dez e embaixo por dez. Aqui, nesse caso, olha só, três por cem, então é três por cento, então não é trinta por cento. E aqui oitenta e um vezes o zero vírgula três, que nós vimos aqui, que dividindo o trinta por cem é zero vírgula três, o que significa ali os trinta por cento”.

Com base na TRRS, há uma conversão entre o enunciado no rrs língua natural (30% de 81) e o rrs numérico (alternativas a, c e d). Há também uma conversão quando a Docente B associa a porcentagem às frações equivalentes, e associa a porcentagem à representação decimal. Ambas associações têm como partida o rrs numérico e chegada o rrs numérico.

Quadro 27 - Análise da conversão da tarefa 4 da aula 76

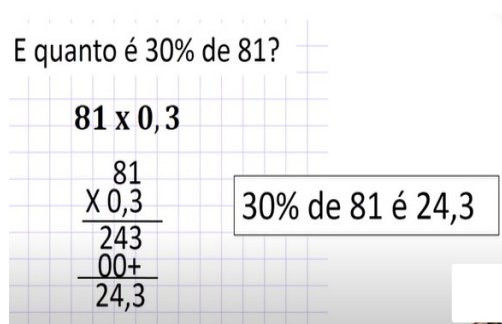
Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada		
i	Numérico	Numérico		
ii	Numérico	Numérico		
iii	Numérico	Numérico		
Critérios de Congruência				
Correspondência Semântica	i	 <p>30% de 81</p> <p>81 x $\frac{30}{100}$</p> <p>Alternativa a</p>	 <p>30% de 81</p> <p>81 x $\frac{3}{10}$</p> <p>Alternativa b</p>	 <p>30% de 81</p> <p>81 x 0,3</p> <p>Alternativa d</p>
	ii	$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$		
	iii	$30\% = 0,30 = 0,3$		

Univocidade Semântica	i Em cada alternativa há uma representação associada ao valor de 30%, que são: $\frac{30}{100}$, $\frac{3}{10}$ e 0,3.
	ii Pode não ser imediato a associação entre 30% com $\frac{3}{10}$ e 30% com 0,30 ou 0,3.
Organização das unidades significantes	A organização das expressões nas alternativas não seguem a mesma ordem que o enunciado. Há uma inversão nas posições, como mostra as flechas em azul e vermelho.

Fonte: Acervo da autora

A quinta tarefa proposta, figura 44, também foi realizada rapidamente pela Docente B.

Figura 44 - Tarefa 5 proposta na aula 76



Fonte: Paraná, 2020

Para esta tarefa, a Docente B utilizou os *slides* e realizou a seguinte explicação: “[...] então, para resolver esse exercício, olha só como que vocês podem fazer. É trinta por cento, ele também é zero vírgula três, lá nós mostramos isso, se eu dividir trinta por cem eu tenho zero vírgula três, então eu posso realizar essa multiplicação, zero vírgula três vezes 81, que o resultado fica ali vinte e quatro vírgula três. Olha só, multiplica, por que a vírgula está aqui, professora? Vocês lembram disso? Então a gente tem que contar quantas casinhas tem lá, depois da vírgula, e vim aqui e contar, lá de traz aqui ó, para frente, né?, do número olha só, uma virgulazinha [...]”. Esta tarefa refere-se a uma conversão, que ocorre do rrs língua natural para o rrs numérico.

Quadro 28 - Análise da conversão da tarefa 5 da aula 76

Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
----------------------	----------------	----------------

i	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i	30% de 81 $81 \times 0,3 = 24,3$
Univocidade Semântica		É possível corresponder 30% a $0,3$, quanto a $\frac{30}{100}$.
Organização das unidades significantes		A organização dos dados no processo de cálculo, não segue a mesma ordem do enunciado. Há uma inversão nas posições, como mostra as flechas em azul e vermelho.

Fonte: Acervo da autora

Por fim, a última tarefa proposta, tarefa 6, intitulada “Hora do desafio”, como mostra a figura 45, para a qual foi disponibilizado um intervalo de três minutos para resolução.



Fonte: Paraná, 2020

Esta tarefa teve o seguinte discurso explicativo para o processo de resolução: *“[...] então, olha lá, eu quero quarenta por cento, né? De quanto que eu quero mesmo, pessoal? Ó, de 50 reais tá bom,[...] então ele tem lá, cem por cento, tá? Quem que é o meu cem por cento? É o cinquenta reais, não é verdade? E olha só aqui! [...] Tem que trabalhar uma proporção também! Que nós trabalhamos ali no quadro que a professora resolveu com vocês e também no decorrer da aula, então eu poderia dividir por cem? Poderia, mas nesse caso vocês vão observar que vocês podem também trabalhar essas proporções dividindo por outros números também, nesse caso o dez, então dividi o cem em dez partes,*

cada parte representa dez por cento, tá bom? E eu quero chegar no que? No quarenta, que é o quarenta por cento, então é às vezes quatro, quarenta por cento, tá bom? E isso eu faço lá na quantidade em valor também, em reais, que eu tenho lá os cinquenta reais e vou dividir por dez também, então eu dividi aqui por dez, aí eu vou multiplicar por quanto? Por quatro que é o mesmo, a mesma multiplicação que eu realizei aqui nos dez por cento para chegar no quarenta e aqui eu multipliquei por quatro para chegar no vinte, então quarenta por cento é equivalente a quanto? A vinte! Exatamente vinte reais [...]”.

Esta tarefa refere-se a uma conversão entre o rrs língua natural e o rrs numérico, cuja análise está apresentada no quadro 29. E não considera que o processo de cálculo de $(100\% \div 10)$ e (10×4) alcançando 40% é um processo de tratamento, pois 100% e 40% não se referem ao mesmo objeto matemático.

Quadro 29 - Análise da conversão da tarefa 6 da aula 76

Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i	40% de R\$50,00 → 20,00
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica entre o rrs língua natural (40% de R\$50,00) associado ao rrs numérico 20.	
Organização das unidades significantes	No processo de resolução apresentado pela Docente B, a organização das unidades significantes, pode não ser imediata para os alunos, visto que não há uma ordem coerente entre (40% de R\$50,00) e a forma como a Docente B organizou os valores no slide:	

Fonte: Acervo da autora

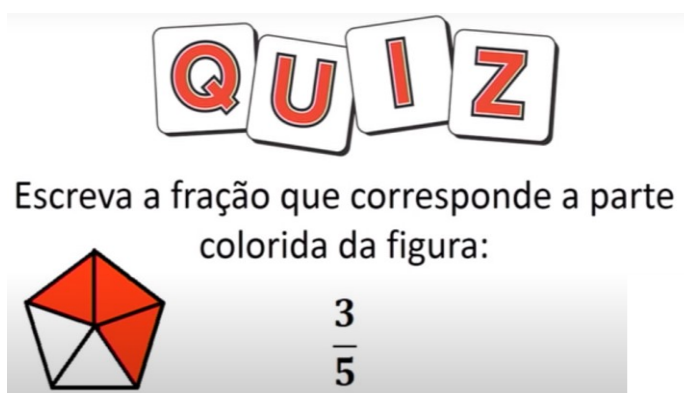
Cabe ressaltar que, com relação às tarefas propostas na aula 76, a tarefa 1, a tarefa 2 e a tarefa 6, em seus processos de resolução, tiveram uma organização dos dados de uma forma menos coerente que, por exemplo, as tarefas 3, 4 e 5. O discurso e a gesticulação da Docente B no processo de resolução torna-se relevante,

mostrando e explicando cada associação e organização que foi possível fazer no processo de resolução das tarefas.

4.4 Quarta aula – Aula 77

A seguir, apresenta-se a análise da aula 77, que teve duração de aproximadamente 48 min, durante a qual foram resolvidas sete tarefas. No primeiro momento da aula, a Docente B enfatizou que continuaria o conteúdo sobre porcentagem e iniciou com a tarefa 1, cujo enunciado e resolução estão conforme mostra a figura 46.

Figura 46 - Tarefa 1 da aula 77




Fonte: Paraná, 2020

A Docente B realizou a leitura do enunciado da tarefa 1, disponibilizou um intervalo de três minutos para resolução e explicou: “[...] **então, é três quintos, né?! Então porque? Eu quero a parte colorida, então um, dois, três e quantas que eu tenho no total? Um, dois, três, quatro, cinco, tá bom?!**”.

Com base na TRRS, a tarefa 1 da aula 77 é composta por uma conversão (i) que tem como registro de partida o rrs figural, figura com contorno em formato de pentágono com cinco partes fragmentadas em triângulos, para o rrs numérico, $\frac{3}{5}$. Em seguida, a Docente B, a partir do mesmo rrs figural, explica como é possível realizar a representação em forma de porcentagem. Não foi disponibilizado um intervalo para os alunos realizarem sozinhos esta representação em porcentagem. O quadro 30 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 1 da aula 77.

Quadro 30 - Análise da conversão da tarefa 1 da aula 77

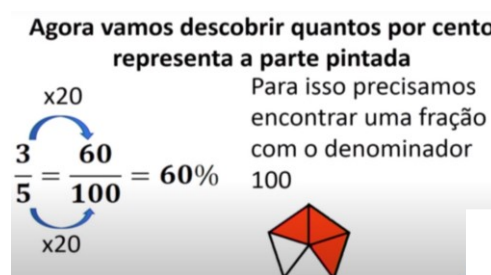
Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica		<p>→ $\frac{3}{5}$ refere-se às três regiões em formatos triangular de cor vermelha</p> <p>$\frac{5}{5}$ refere-se a todas as regiões triangulares, 3 vermelhas, mais 2 brancas.</p>
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica na conversão	
Organização das unidades significantes	<p>A disposição do registro figural, coloração e formato das partes fragmentadas, podem tornar mais imediata o processo de associação entre o registro figural, em formato pentagonal, e o registro numérico, $\frac{3}{5}$;</p> <p>Para o numerador: pode ser mais imediata a associação entre o registro figural, região composta por 3 unidades em formato triangular, com o registro numérico.</p> <p>Para o denominador: pode não ser tão imediata a associação entre as regiões em vermelho e em branco, compostas por 3 unidades em formato triangular, mais 2 unidades em formato triangular, com o registro numérico 5.</p>	

Fonte: Paraná, 2020

Após a realização da tarefa 1, a Docente B realizou a explicação da possibilidade de representar a parte em vermelho da figura, da tarefa 1, em forma de porcentagem. A Docente B não solicitou que os alunos realizassem sozinhos essa nova representação. A seguir, apresenta-se o slide utilizado pela Docente B e sua fala explicativa para o processo de transformação de fração em porcentagem: ***“[...] agora vamos descobrir quantos por cento representa essa parte pintada [...] então para isso nós temos que encontrar uma fração aqui ó, com o denominador cem, que é aquela ideia de fração equivalente, tá bom? Como que nós fazemos isso, professora? Observem lá, eu tenho os três quintos, tá bom? Então eu tenho que pensar primeiro aqui no cinco, aqui no denominador, é esse número que tá aqui embaixo, eu vou multiplicar por quanto para chegarmos no cem? Eu vou multiplicar por vinte, não é? Cinco vezes vinte é cem, mas lembra lá, equivalente é de tá igual, parecido, por quê? Porque quando eu tô falando de uma fração equivalente ela tem o mesmo valor numericamente, ela vale a mesma coisa, então se eu dividir lá, por exemplo, três quintos e eu dividi sessenta sobre cem, eu vou ter o mesmo resultado! Então, por isso que eu tenho que multiplicar lá em cima também, se eu só multiplicasse aqui embaixo, eu ia tá alterando o valor*”**

dessa minha fração, tá bom? Então eu multipliquei aqui para chegar no meu denominador que é esse número que tá aqui embaixo no cem, que é do por cento, e multipliquei aqui em cima por vinte, para chegar no sessenta. Então é sessenta por cento, então essa parte colorida representa exatamente ali: sessenta por cento, tá bom?”.

Figura 47 - Representação em Porcentagem a partir do rrs figural da tarefa 1 da aula 77



Fonte: Paraná, 2020

A transformação do rrs numérico, fracionário $\frac{3}{5}$, para o rrs numérico, fracionário $\frac{60}{100}$, é uma atividade de tratamento. A transformação de $\frac{60}{100}$ para 60% é uma atividade de conversão. O quadro 31 apresenta a análise dessa transformação:

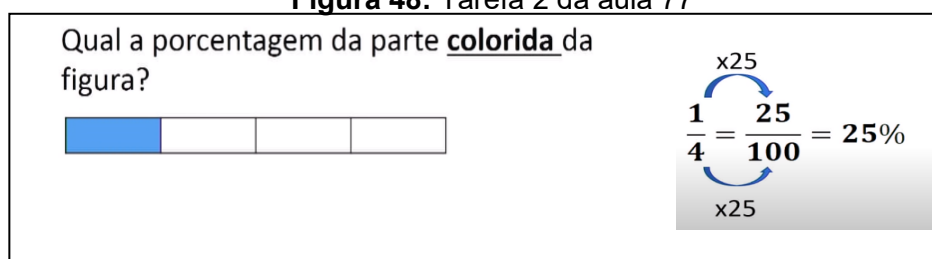
Quadro 31 - Análise da conversão da complementação da explicação da tarefa 1 da aula 77

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i - $\frac{60}{100} \rightarrow 60\%$	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica na conversão	
Organização das unidades significantes	A ordem permanece a mesma	

Fonte: Acervo da autora

Posteriormente, a Docente B realizou a leitura do enunciado da tarefa 2 e disponibilizou um intervalo de três minutos para a resolução. A figura 48 mostra o enunciado e a resolução da tarefa 2.

Figura 48: Tarefa 2 da aula 77




Fonte: Paraná, 2020

A Docente B explicou como fazer, da seguinte forma: “[...]” **Então, primeiro eu encontro uma fração. Qual que é a fração que tá representando essa parte colorida? Eu tenho lá uma parte colorida, de quatro, então é um quarto. Vamos achar a equivalência? Então eu vou multiplicar aqui embaixo por vinte e cinco. Por que, professora, vinte e cinco? Porque quatro vezes vinte e cinco é cem e é o que eu quero encontrar, tá bom? É o cem, justamente para chegar no por cento. Lembra lá, que a professora explicou, eu tenho que multiplicar, ali em cima também, um vezes vinte e cinco, agora eu encontrei! É vinte e cinco por cento que representa aqui essa parte colorida, tá bom”.**

Com base na TRRS, a tarefa 2 da aula 77 é composta por duas conversões, (i) e (ii), e um tratamento. O processo de cálculo apresentado no *slide* (figura 57), em que multiplica-se a fração $\frac{1}{4}$ por 25, para alcançar uma nova fração com denominador 100, a fração $\frac{25}{100}$, que é um tratamento, pois representa o mesmo objeto matemático, a mesma região no rrs figural. A conversão (i) ocorre a partir do rrs figural, região em vermelho, para o rrs numérico, $\frac{1}{4}$ fracionário. A segunda conversão (ii) ocorre do rrs numérico, $\frac{25}{100}$ fracionário, para o rrs numérico 25%, porcentagem. O quadro 32 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 2 da aula 7.

Quadro 32 - Análise das conversões da tarefa 2 da aula 77

Ordem das conversões	RRS de Partida	RRS de Chegada
i	Figural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i  $\rightarrow \frac{1}{4}$ refere-se a região em formato retangular de cor azul; 4 refere-se a todas as regiões retangulares, 3 brancas, mais 1 azul.	

	ii $\frac{1}{4} \rightarrow 25\%$
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica nas conversões
Organização das unidades significantes	<p>i A disposição do registro figural, coloração e formato das partes fragmentadas, podem tornar mais imediato o processo de associação entre o registro figural, retângulo, e o registro numérico, $\frac{1}{4}$;</p> <p>Para o numerador: pode ser mais imediata a associação entre o registro figural, região composta por 1 unidade em formato retangular, de cor azul, com o registro numérico 1.</p> <p>Para o denominador: pode ser mais imediata a associação entre a região em azul e a região em branco, compostas por 1 unidade em formato retangular, de cor azul, mais 3 unidades em formato retangular, de cor branca, com o registro numérico 4.</p> <p>i Pode não ser imediata a conversão de $\frac{1}{4}$ para 25%. É necessário encontrar uma fração de denominador 100, para associar de forma mais imediata a fração $\frac{1}{4}$ à porcentagem 25%.</p>

Fonte: Acervo da autora

Em seguida, a Docente B propôs a tarefa 3 da aula 77, conforme apresenta a figura 49.

Figura 49 - Enunciado e resolução da tarefa 3 da aula 77

Mariana comprou um pacote de balas contendo 50 unidades e dividiu com todos da sua família. Depois que distribuiu, contou quantas unidades restaram no pacote e verificou que sobraram 10 balas. Quantos por cento das balas restaram no pacote de Mariana?

Total: 50 (denominador)
Restaram: 10 (numerador)

$$\frac{10}{50} \xrightarrow{\times 2} \frac{20}{100} = 20\%$$

Fonte: Paraná, 2020

A Docente B reforçou o que o enunciado solicitava, disponibilizou um intervalo de três minutos para a resolução e explicou da seguinte forma: “[...] **Então, eu tenho, olha lá o que a professora falou do todo, do total, quem que é meu cem por cento aqui nesse caso? É o cinquenta, né? Ele é o cinquenta que é o total, e restaram quantas? Restaram dez, então eu tenho dez, eu quero saber quanto que essas dez representam em porcentagem, ali das 50 balinhas, tá bom? Então, como que eu faço isso? Também vou encontrar uma fração equivalente, tá bom? Então, eu vou multiplicar aqui os cinquenta por quanto será para chegar no cem? Por**

dois, né, cinquenta vezes dois cem, e aqui em cima também, eu tenho que multiplicar por dois, para deixar a fração equivalente e não alterar ela! Então, dez vezes dois é vinte! Então, eu tenho aqui, óh, vinte por cento, então sobraram quantos? Vinte por cento tá bom, sobraram vinte por cento das balinhas! Isso que representa aquelas dez que sobraram dentro do pacotinho, tá?”

Com base na TRRS, a tarefa 3 da aula 77 é composta de uma conversão, (i) que ocorre a partir do rrs língua natural para o rrs numérico, $\frac{10}{50}$ fracionário. E uma conversão (ii) que ocorre do rrs numérico, $\frac{10}{50}$ fracionário, para o rrs numérico 20%, porcentagem. O processo de cálculo apresentado em *slide* (figura 49), que multiplica a fração $\frac{10}{50}$ por 2, para alcançar uma nova fração com denominador 100, a fração $\frac{20}{100}$, é um tratamento, pois representa o mesmo objeto matemático, a mesma situação descrita no rrs língua natural. O quadro 33 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 3 da aula 77.

Quadro 33 - Análise das conversões da tarefa 3 da aula 77

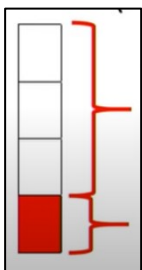
Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
ii	Numérico	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	i Associação entre: RRS língua natural (enunciado): “Mariana comprou um pacote de balas contendo 50 unidades e dividiu com todos de sua família. Depois que distribuiu, contou quantas unidades restaram no pacote e verificou que sobraram 10 balas . Quantos por cento das balas restaram no pacote de Mariana?” E rrs numérico: $\frac{10}{50}$ <div style="text-align: right;"> 10 balass refere-se a 10; 50 unidades refere-se a 50. </div>	
	ii $\frac{10}{50} \rightarrow 20\%$	
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica nas conversões.	
Organização das unidades significantes	i No rrs numérico é necessário inverter a ordem com relação à apresentada no enunciado. Ordem no Enunciado: 1º 50 unidades 2º 10 balas Ordem na rrs numérico: 1º 10 balas 2º 50 unidades Pode não ser tão imediata associar ao denominador a quantidade 50 e ao numerador a quantidade 10.	

aqui no caso. Ele tem um quarto, quanto que falta para encher? Quanto que falta será? [...] ele tá com vinte e cinco por cento, mas vinte e cinco por cento ele representa um quarto [...] então eu tenho lá um pedacinho dele que tá com vinho, e eu quero saber quanto que falta preencher. Quanto será que falta para encher? Pensando no meu tonel, ele tem uma capacidade de cem por cento, tá bom? Se vinte e cinco por cento aqui ela tá preenchida, quantas que falta para eu preencher? Setenta e cinco por cento. Esse setenta e cinco por cento representa aqui, óh, três quartos, tá bom? Então, eu tenho aqui que encher três quartos dele! Para resolver isso, olha só, presta bem atenção a essa ilustração, então aqui, olha lá, nove mil e quinhentos litros eu vou dividir por quatro, porque que a gente pode dividir por quatro? Para identificar cada parcelinha que eu vou colocar nesse meu tonel, então eu tenho uma, duas, três, tenho quatro parcelinhas de vinte e cinco por cento que eu vou estar enchendo, né? Enchi vinte e cinco por cento, enchi mais vinte e cinco e enchi mais vinte e cinco. Então aqui eu vou dividir para ver quanto né de litros que cabe, até identificar quanto que representa meus vinte e cinco por cento aqui. Então dividindo lá nove mil e quinhentos por quatro, certo? Eu tenho lá dois mil trezentos e setenta e cinco, realizei essa divisão, tá bom? Aí eu encontrei esse total aqui, mas o que que representa esse total professora? Aqui ó, ele representa cada parcelinha dessas. Se eu somar ele ou multiplicar ele por quatro eu vou ter a capacidade total, tá bom? Então, sabendo disso o que que a gente pode fazer para encontrar aqui a quantidade que tá faltando? [...] Nós podemos multiplicar por três! Mas por que multiplicar por três, professora? Porque esses três, é os três espacinhos que eu estou preenchendo, os três espacinhos de vinte e cinco por cento olha lá, é esse três, um, dois, três, que falta preencher [...] então eu vou estar multiplicando aqui tá bom pessoal, então faço essa multiplicação eu encontro lá sete mil cento e vinte e cinco litros, olha só então esse é o resultado que falta para encher. Então vocês, mais professora que confuso isso, então essa ideia que vocês podem estar fazendo um desenho, sempre que a gente tá falando de porcentagem, quando envolve litros, capacidade às vezes é importante vocês fazerem essa ilustração. Vocês perceberam que aqui com essa ilustração não ficou mais fácil de identificar o que eu tenho em litros e o

que que falta para encher, tá bom? Então eu dividi em parcelinhas e multipliquei por três, para saber exatamente ali, quanto que falta para encher [...]”.

De acordo com a TRRS, na tarefa 4, ocorre uma conversão (i) do rrs língua natural para o rrs numérico, 7125, que trata dos litros que faltam para encher o tanque. Cabe ressaltar que para auxiliar esta conversão, a Docente B utilizou o rrs figural figura fragmentada em 4 partes retangulares. Utilizou o rrs numérico, $\frac{1}{4}$ fracionário. E utilizou o rrs numérico, 25%, porcentagem. O quadro 34 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 4 da aula 77.

Quadro 34 - Análise das conversões da tarefa 4 da aula 77

Ordem das conversões	RRS de partida	RRS de Chegada
i	Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência		
Correspondência Semântica	<p>i Associação entre: RRS língua natural (enunciado): “Um tonel para 9500 litros está com 25% da sua capacidade de vinho. Quantos litros de vinho faltam para encher esse tonel?” E rrs numérico: 7125</p> <p style="text-align: center;">Litros de vinhos que faltam refere-se a 7125</p> <p style="text-align: center;">No processo de resolução é possível corresponder:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p style="text-align: center;">Litros de vinhos que faltam</p> <p>$\frac{3}{4}$ (3 regiões retangulares de cor branca)</p> <p>$\frac{1}{4}$ (região retangular de cor vermelha)</p> <p>25% e $\frac{1}{4}$ capacidade de vinho que há no tonel;</p> <p>(25% + 25% + 25% + 25% = 100%) refere-se à 9500 litros</p> </div> </div> <p>Não há correspondência semântica no enunciado para associar à divisão de 9500 por 4.</p>	
Univocidade Semântica	Há 2 correspondências semânticas ($\frac{3}{4}$, rrs figural e 7125) para Litros de vinhos que faltam	

	Há 3 correspondências semânticas ($\frac{1}{4}$, rrs figural e 25%) para capacidade de vinho que há no tonel
Organização das unidades significantes	<p>A fala da Docente B ao fazer a associação a cada rrs figural, numérico e língua natural, contribui com a organização para a compreensão da resolução.</p> <p>A primeira informação no enunciado refere-se à capacidade total 9500 litros, porém esta informação é utilizada ao final do processo de resolução, quando realiza-se a divisão de 9500 por 4.</p> <p>Apresentar no enunciado as informações capacidade de vinho que há no tonel e, posteriormente, litros de vinho que faltam, nesta ordem, podem contribuir com a compreensão da resolução, pois é possível compreender da seguinte forma: (Tenho + falta = Total). Pode não ser imediato o cálculo: $9500 \div 4$.</p> <p>A resolução desta tarefa, pode não ser tão imediata, tanto que a Docente B utilizou de uma série de representações e associações para encontrar o resultado.</p>

Fonte: Acervo da autora

A próxima tarefa proposta, tarefa 5, trata-se de uma situação-problema, conforme mostra a figura 52.

Figura 52 - Enunciado e resolução da tarefa 5 proposta na aula 77.

O mercado que Cristina trabalha está com uma promoção de latas de suco de laranja. Quem comprar acima de 10 unidades de suco ganha **15% de desconto**. Sabendo que o preço de uma caixa com 5 latas desse suco custa R\$ 15,00, calcule quantos reais vai gastar quem comprar 8 caixas desse suco.

Quem comprar **acima de 10 unidades** de suco ganha **15% de desconto**.

O preço de **uma caixa com 5 latas** desse suco custa **R\$ 15,00**.

8 caixas x 5 unidades = 40 unidades
R\$ 15,00 x 8 caixas = 120 reais (total)

Calculando 15% de R\$ 120,00

$$120 \times 15\% =$$

$$120 \times \frac{15}{100} =$$

$$\frac{1800}{100} = 18$$

120 - 18 = 102

Quem comprar 8 caixas de suco vai gastar R\$ 102,00.

Fonte: Paraná, 2020

A Docente B, realizou a leitura do enunciado e disponibilizou um intervalo de três minutos para a resolução. Em seguida, apresentou um *slide* com a resolução. Associando as informações apresentadas em slide, ela explicou da seguinte forma:

“[...] Primeiro, vamos ver quantas unidades que será comprado na verdade, porque olha só, oito caixas vezes cinco unidades. Por que oito caixas? Porque oito caixas serão compradas, tá bom? Então eu vou comprar quarenta unidades do que? Quarenta unidades de latinhas de suco, não é verdade? Então, passou lá de dez unidades? Passou! Então eu vou ter um descontinho ali de quinze por cento! Mas quanto que eu vou gastar comprando essas latinhas de suco? Eu vou gastar, óh, cada caixa custa quinze reais, eu vou comprar, óh, oito caixas, comprando né, multiplicando oito vezes quinze, eu tenho cento e vinte reais, tá bom? Que é o total que eu vou gastar! [...] eu vou comprar quarenta latas de suco e vou gastar cento e vinte reais. Então, olha só, vamos calcular isso aqui com a professora, eu tenho lá cento e vinte vezes quinze por cento. Como será que eu posso fazer essa conta? Cento e vinte vezes quinze sobre cem? Mas por que que a professora colocou esse quinze sobre cem aqui? Porque eu vou lá, multiplicar aqui [...] para fazer essa operação eu transformei o por cento né, tirando ali em fração, tirei o símbolo e coloquei em fração, quinze por cento. Então, quando eu faço essa multiplicação aqui ó [...] multiplicação de fração [...] então, quando eu tô fazendo a multiplicação de fração, eu vou multiplicar o número de cima com o número de cima e o número de baixo com o número de baixo, ou seja, o numerador com o numerador e o denominador com denominador. Então, aqui, multiplicando cento e vinte vezes quinze é quanto? Mil e oitocentos. E, aqui quando eu não tenho nada embaixo eu posso colocar um unzinho, não posso? Um vezes cem é cem, tá bom? Agora eu faço uma divisão olha lá mil e oitocentos dividido por cem, isso dá quanto será? Tem um jeitinho que vocês podem fazer simplificando o zero, cortando esse zerinho aqui né, então eu tenho quantos zeros aqui em cima, um, dois. Quantos que eu tenho aqui embaixo? Um, dois. Então corta esses zeros e fica ali dezoito. E o que que esse dezoito ele significa será pessoal? Olha lá, eu tenho aqui os cento e vinte que eu iria gastar não é verdade? Sem desconto eu ia pagar cento e vinte, mas eu tive um descontinho ali de dezoito reais, não tive?! Então eu vou gastar cento e dois, então eu pego o total, tiro meu desconto, [...] ali, óh, é dezoito reais [...] então quem comprar oito caixas de suco vai gastar cento e dois reais”.

Com base na TRRS, a tarefa 5, da aula 77, é composta de uma conversão, (i) que ocorre a partir do rrs língua natural, enunciado, para o rrs numérico, 102,00, valor

em reais a ser pago. Cabe ressaltar que, para auxiliar esta conversão, a Docente B utilizou o rrs numérico, $\frac{15}{100}$ fracionário. O quadro 35 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 5 da aula 77.

Quadro 35 - Análise da conversão da tarefa 5 da aula 77

RRS de partida	RRS de Chegada
Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência	
Correspondência Semântica	<p>i Associação entre:</p> <p>rrs língua natural (enunciado): “[...] Quem comprar acima de 10 unidades de suco ganha 15% de desconto. Sabendo que o preço de uma caixa com 5 latas desse suco custa R\$15,00, calcule quantos reais vai gastar quem comprar 8 caixas desse suco?”.</p> <p>e rrs numérico: 102,00</p> <p>15% de desconto refere-se a 120,00X15%</p> <p>*Neste caso há correspondência para o sinal de multiplicação</p> <p>quantos reais vai gastar quem comprar 8 caixas desse suco refere-se à R\$ 15,00 X 8 = 120,00 reais (total) – 120,00x15%</p> <p>*Não há correspondência para a multiplicação e para a subtração</p> <p>Não há correspondência para: 8 caixas x 5 unidades = 40 unidades</p>
Univocidade Semântica	<p>É necessário associar o questionamento do enunciado <quantos reais vai gastar quem comprar 8 caixas desse suco?> há duas correspondências:</p> <p>R\$ 15,00 X 8 = 120,00 reais (total) e</p> <p>R\$120,00x15%</p>
Organização das unidades significantes	<p>A primeira informação do enunciado refere-se ao total de desconto, valor calculado ao final da resolução apresentada pela Docente B. Nesta situação-problema é necessário encontrar uma informação que está implícita no contexto, como por exemplo, a quantidade de 40 unidades (para ter certeza que haverá desconto).</p> <p>Além disso, pode não ser imediata a compreensão de que é necessário encontrar 15% de 120,00 reais e, posteriormente, subtrair de 120,00 reais 15% de 120,00 reais (120,00 – 120,00x15%). A resolução desta tarefa, pode não ser tão imediata, visto que há mais de um cálculo para ser realizado para encontrar o valor desejado.</p>

Fonte: Acervo da autora

A próxima tarefa proposta é a tarefa 6, para a qual a Docente B disponibilizou um intervalo de três minutos para a resolução. A figura 53 apresenta o enunciado e processo de resolução da tarefa 6.

Figura 53 - Enunciado e resolução da tarefa 6 proposta na aula 77

O Senhor João ganhava R\$ 120,00 por dia trabalhado. No último mês passou a receber R\$ 150,00.

Qual a porcentagem de aumento da quantia que o Senhor João passou a receber por dia trabalhado?

150 – 120 = 30
(30,00 foi o valor do aumento).

100 % 120
: 4 : 4
25% 30

A porcentagem de aumento foi de 25%

Fonte: Paraná, 2020

A explicação para esta tarefa foi a seguinte: “[...] então, cento e cinquenta menos cento e vinte, mas por que isso? Porque foi um aumento ali que ele teve, ele ganhava lá cento e vinte e passou a ganhar cento e trinta, então qual foi essa diferença? Foi de trinta [...] teve trinta reais de aumento, tá bom? [...] Então quem que era o meu cem por cento, quem que representava o meu todo? Qual que era o valor que ele ganhava por dia? Ele ganhava cento e vinte. Então o aumento foi em cima dos cento e vinte [...] tem que pensar no teu valor atual, no valor que era antes, no valor anterior, que vai ser sobre esse valor que nós vamos aplicar ali a porcentagem, tá bom?! Então, pensando lá o que que eu quero descobrir, olha só, cento e vinte, certo? Eu tenho que ver lá quanto que representa esse trinta por cento, só que eu não sei. Por quanto será que eu tenho que dividir aqui para chegar no trinta? Cento e vinte. Ou por quanto será que eu consigo multiplicar aqui o trinta para chegar no cento e vinte? [...] Olha lá, então eu tenho aqui, o quatro, tá, olha só, cento e vinte dividido por quatro não é trinta? Ou o que a professora falou para vocês, se eu fizer trinta vezes quatro chego lá no cento e vinte, tá bom? Para você tentar encontrar esse valor aqui, então eu vou dividir por quatro porque é o valor que eu quero encontrar. Mas aí lembra lá, que quando você faz uma operação, lá quando você tem uns números, ou quando você faz uma operação com a porcentagem você tem que fazer essa operação dos dois lados ali! Então, eu tenho que fazer essa divisão aqui da porcentagem também, tá bom? Para fazer uma equivalência, eu tô aqui equivalendo isso, tá bom? Então, eu vou dividir cem por quatro, isso representa ali quanto? Vinte e

cinco por cento, então ó, a porcentagem de aumento que esse funcionário teve no seu salário ali, diário né, que era cento e vinte passou a ganhar cento e cinquenta é de quanto pessoal? Olha lá, vinte e cinco por cento [...]”.

Com base na TRRS, a tarefa 6, da aula 77, é composta de uma conversão, (i) que ocorre a partir do rrs língua natural, enunciado, para o rrs numérico, 25%, aumento. Os processo realizados pela Docente B na lousa: $(100\% \div 4)$, e $(120 \div 100)$, não são considerados tratamentos, pois, por exemplo, o processo $(100\% \div 100)$ e posteriormente $(1\% \times 14)$, chega ao resultado 14% que não se refere à mesma representação inicial 100%, ou seja, ao mesmo objeto matemático. O quadro 36 apresenta a análise da conversão envolvida na tarefa 6 da aula 77.

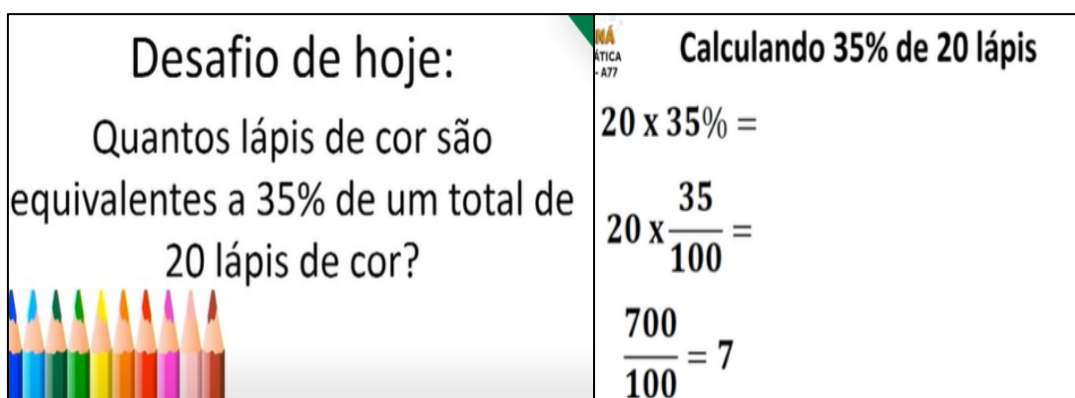
Quadro 36 - Análise da conversão da tarefa 6 da aula 77

RRS de partida	RRS de Chegada
Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência	
Correspondência Semântica	<p>i Associação entre: rrs língua natural (enunciado): “[...] O senhor João ganhava R\$ 120,00 por dia trabalhado. No último mês passou a receber R\$150,00. Qual a porcentagem de aumento da quantia que o Senhor João passou a receber por dia trabalhado? e rrs numérico:</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>100% refere-se a 120 Porcentagem de aumento refere-se a 25% 25% refere-se à 30</p> <p>Não há correspondência para: $150 - 120 = 30$ Não há correspondência para a divisão por 4</p>
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica.
Organização das unidades significantes	Pode não ser imediato compreender que é necessário pensar em um número (no caso o 4) que irá dividir 100% e 120,00, e assim alcançar 25% e 30,00.

Fonte: Acervo da autora

A última tarefa proposta é apresentada na figura 54. A Docente B realizou a leitura do enunciado e disponibilizou um intervalo de dois minutos para a resolução.

Figura 54 - Enunciado e resolução da Tarefa 7 proposta na aula 77



Desafio de hoje:
Quantos lápis de cor são equivalentes a 35% de um total de 20 lápis de cor?

Calculando 35% de 20 lápis

$$20 \times 35\% =$$

$$20 \times \frac{35}{100} =$$

$$\frac{700}{100} = 7$$

Fonte: Paraná, 2020

Para esta tarefa a Docente B, utilizou os slides e realizou rapidamente a seguinte explicação: “[...] **então, a mesma ideia, a gente já fez exercício parecido, vinte vezes trinta e cinco, só que não dá para multiplicar assim né, vinte vezes trinta e cinco por cento aqui né, então eu transformo, transformo em uma fração ó, trinta e cinco por cento, fica mais fácil de vocês visualizarem essa multiplicação. Então vamos lá, como que eu faço essa multiplicação de fração, eu vou multiplicar aqui o vinte vezes o trinta e cinco, que vai ficar igual a setecentos, quando eu não tenho nada aqui embaixo do vinte, eu posso colocar um unzinho aqui embaixo e fazer um vezes cem que é cem, tá bom? Então eu tenho setecentos divididos por cem. [...] Vocês podem simplificar, vocês podem, ou seja, a mesma coisa que dividir aqui em cima por cem e aqui embaixo por cem. Então eu vou cortar esses zerinhos, vai ficar sete sobre um, que é igual a 7 [...] então é sete lápis que vocês vão ter que pegar lá para professora, tá bom? Dos vinte então que representam os trinta e cinco por cento [...]”.**

Esta tarefa refere-se a uma conversão, que ocorre do rrs língua natural, enunciado, para o rrs numérico, 7 (quantidade de lápis).

Quadro 37 - Análise da conversão da tarefa 7 da aula 77

RRS de partida	RRS de Chegada
Língua Natural	Numérico
Critérios de Congruência	

Correspondência Semântica	<p>rrs língua natural (enunciado): “Quantos lápis de cor são equivalentes a 35% de um total de 20 lápis de cor?”.</p>
Univocidade Semântica	Há uma única correspondência semântica
Organização das unidades significantes	A organização dos dados no processo de cálculo, não seguem a mesma ordem do enunciado. Há uma inversão nas posições, como mostram as flechas em azul e vermelho.

Fonte: Acervo da autora

A aula 77 é composta por várias tarefas que envolvem situações-problemas. Destas, cabe ressaltar a tarefa 4, na qual a docente utiliza uma série de explicações na conversão do rrs língua natural para o rrs numérico e recorre a diferentes rrs para complementar as suas explicações. Isso nos leva a refletir sobre o fenômeno de congruência semântica, que pode ser mais ou menos imediato, considerando a série de explicações oferecidas pela docente para a tarefa 4. Isso pode indicar que esta tarefa exige uma atividade de conversão menos imediata. Cabe destacar, também, que nesta aula houve uma associação entre um rrs figural e um rrs numérico, porcentagem, na tarefa 2. Além disso, os processos de resolução realizados pela docente são por meio de proporcionalidade e não por meio da regra de três simples, em outras palavras, isso pode ter ocorrido, pois o Referencial Curricular do Paraná orienta que no 6º ano, quando aborda-se porcentagem, que seja trabalhada por meio da proporcionalidade, cálculo mental e estratégias pessoais.

As análises das aulas 74, 75, 76 e 77 evidenciaram que as transformações oriundas de atividades de conversão e tratamento, utilizadas nas tarefas solicitadas, não são triviais e nem espontâneas, por isso é necessário que o professor instigue os alunos fazendo perguntas. Isso é muito importante para a conceitualização, que leva à coordenação pelo sujeito aprendente, de diferentes registros de representação semiótica do mesmo objeto. Além disso, leva à identificação das unidades significantes de cada registro e a associação entre elas. Essa identificação é que permitirá enxergar diferentes aspectos do objeto representado e também a variação das unidades de significado em um registro para identificação das variações das mesmas no outro registro. Por isso, não é relevante que o docente apresente apenas o resultado/resolução final, sem fazer essas associações.

Os trabalhos de Vizolli (2001) e Vieira (2013) que contemplaram o conteúdo de porcentagem e abordaram as transformações oriundas por tratamento e conversão, deste conteúdo em sala de aula. Porém, o principal diferencial desta pesquisa, e que cabe destacar, é que ela não se baseia em elaboração e aplicação de sequências didáticas com alunos e, conseqüentemente, a análise destas sequências resolvidas pelos alunos. Esta pesquisa visa evidenciar como em aulas de matemática o professor conduz as transformações das atividades cognitivas de tratamento e conversão. Além de evidenciar os critérios de congruência semântica, quando há atividade de conversão.

A intenção de pesquisa se volta em como as tarefas analisadas foram explicadas durante as aulas, pelas docentes que regeram cada uma delas, e como suas falas e explicações influenciaram as transformações de tratamento e por conversão, porém, principalmente, evidenciaram nas transformações de conversão os critérios de congruência semântica. Uma vez que as falas das docentes exteriorizam a organização do pensamento que irá conduzir à resolução e isso significa identificar as unidades de significado, associá-las e compreender a ordem de organização das unidades de significado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE A PESQUISA

O objetivo desta pesquisa foi evidenciar como foram solicitadas e mobilizadas, em aulas de matemática, as transformações de tratamento e conversão entre diferentes registros de representação semiótica.

Ressalta-se que o interesse em analisar aulas de matemática sempre foi relevante para a autora deste texto, como já relatado na introdução. As contribuições da TRRS sobre o uso do rrs língua natural no processo de aprendizagem da matemática e o contexto ao ensino remoto ao qual fomos submetidos em 2020, fez aprimorar o interesse em refletir sobre as explicações ofertadas por professores de matemática e como isso pode influenciar nas conversões de registros.

A partir destas reflexões, da experiência da autora como docente do 6º ano do ensino fundamental, ministrando aulas sobre porcentagem, e da identificação que o levantamento bibliográfico permitiu de que o objeto de conhecimento porcentagem (ODC) não foi tão abordado em pesquisas norteadas pela TRRS, analisou-se quatro aulas de matemática que foram ofertadas pelo canal Aula Paraná, na plataforma do *youtube*, em 2020, que abordavam esse ODC. E a partir das orientações de Duval (2009) sobre os critérios de congruência semântica, elaborou-se um quadro para analisar as tarefas contempladas nestas aulas, evidenciando os rrs de partida e chegada, as correspondências semânticas, univocidade semântica e organização das unidades significantes.

Além disso, conforme dissertado, a TRRS nos permite compreender a contribuição dos registros de representação semiótica (língua natural, algébrico, gráficos, figura, etc) na aprendizagem matemática, como as transformações oriundas de tratamento, transformação interna no mesmo rrs, conversão, transformação externa com relação ao registro de partida, o fenômeno de congruência e não-congruência semântica entre as transformações oriundas de conversão e os critérios de congruência semântica. Estes permeiam a aprendizagem matemática.

A partir da análise, pode-se averiguar que nas tarefas analisadas foram explorados os rrs figural, rrs numérico, rrs língua natural, além de ter sido explorado possibilidades de tratamento. O registro algébrico não se evidenciou nestas tarefas, mas, poderia ter sido explorado o rrs algébrico, em tarefas que envolveram processos

de resolução por meio da proporcionalidade. No entanto, como eram aulas para o 6º ano, entendemos que explorar os registros algébricos não estava previsto.

Nas aulas analisadas, as transformações que ocorreram em virtude de atividades de tratamento foram pouco exploradas, houve a presença dessas transformações na aula 75 que envolveu o rrs língua natural. E a atividade de tratamento mais realizada foi com relação aos processos de simplificação de frações, presentes em tarefas das aulas 75 e 77. Com relação às transformações ocorridas em virtude de atividades conversão, a mais solicitada, ocorreu entre os rrs numérico: fracional; porcentagem e decimal, no qual cabe ressaltar que essa evidência pode ter ocorrido mais frequentemente devido ao próprio objeto matemático porcentagem. Além disso, identificou-se que houve uma variedade de transformações de conversão, por exemplo do: rrs figural para rrs língua natural, rrs figural para rrs numérico, rrs língua natural para rrs numérico, rrs numérico para rrs numérico, rrs numérico para rrs língua natural e rrs numérico para rrs figural .

Ressalta-se que, nas aulas analisadas, contemplam-se apenas algumas das variedades de rrs e transformações de conversão possíveis de serem exploradas com o objeto de conhecimento porcentagem. Espera-se, a partir desta análise, contribuir para que professores que ensinam matemática também reflitam acerca da TRRS e sobre a importância das transformações de conversão. Além de elucidar como as transformações de tratamento e as transformações de conversão podem ocorrer, em como é possível explorá-las em tarefas durante aulas de matemática, que envolvam os objetos de conhecimento porcentagem, com o intuito de influenciá-los a explorar uma variedade de transformações de conversão.

Ressalta-se ainda que essas aulas foram ofertadas pelo canal aula Paraná, durante a pandemia da Covid-19, logo são parte de um ensino remoto. Assim, afirmar que há fenômeno de congruência ou não-congruência semântica sem, por exemplo, ter uma interação com os alunos, pedir que relatem suas compreensões e resolvam sozinhos, pode ser uma afirmação arriscada. Porém, o que se enfatiza e tenta explanar nesse texto são as evidências dos critérios de congruência semântica nas transformações de conversão e quais são as transformações de tratamento.

Além disso, parte-se da hipótese de que as transformações de conversão podem ser influenciadas pela fala docente utilizada no momento das explicações. E como constatou-se pelas análises, há atividade de conversão em que a docente

realiza uma série de explicações, bem como utiliza de diversos rrs, para conduzir o raciocínio e entendimento do aluno.

Apesar de não saber como o aluno interpretou essas explicações, sabe-se como o conteúdo foi introduzido, como cada tarefa foi resolvida. Portanto, considera-se que as evidências, explícitas pela fala docente, podem gerar indícios da intensidade do fenômeno de congruência e não-congruência semântica em atividade de conversão.

Considera-se que o docente é o principal intermediador do processo de ensino e aprendizagem e por meio de sua fala (língua natural), faz com que o estudante compreenda a associação que ocorre entre os registros de representação semiótica. O professor busca exteriorizar seu pensamento, seu raciocínio, por meio da fala, para que o aluno compreenda. Ou seja, que compreenda a formação, o tratamento e conversão. A fala se torna mais relevante ainda se há o fenômeno de não congruência entre as representações. É por meio da coordenação entre os registros de representação semiótica articulado com a fala que o professor vai exteriorizar seu raciocínio e isso pode influenciar na compreensão do aluno.

Assim, considerando as orientações de Duval (2009) sobre as atividades de tratamento, conversão, critérios de congruência, de fenômenos de congruência semântica e não-congruência semântica e a relevância do registro língua natural, entende-se que a explicação/fala/discurso do professor pode influenciar na compreensão dos alunos. Os termos utilizados, o emprego das frases, a coerência no discurso empregado faz diferença. A utilização do registro língua natural não se reduz, por exemplo, a elaborar enunciados de problemas, formular definições, teoremas ou justificar soluções. Ela é utilizada para efetuar raciocínios matemáticos e, uma compreensão que consideramos adequada é, que o discurso do professor, tem a intenção de explicar ao aluno a conversão entre os registros de representação semiótica. Por exemplo, a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, requer não apenas o ato de representar, mas também o discurso do professor para que o aluno compreenda que estes registros se referem ao mesmo objeto matemático.

Uma proposta de continuidade para esta pesquisa é explorar nessas tarefas matemáticas, a partir dos critérios de congruência semântica, a correlação do fenômeno de congruência semântica e as falas docentes. A intencionalidade seria explicar os processos de resolução que envolvam atividade de conversão, atentando-

se às falas docentes, com o intuito de evidenciar, como a explicação do professor pode ser correlacionada ao processo de conversão, quais termos foram utilizados e quais rrs foram utilizados. A ideia de relacionar a explicação do professor ao fenômeno de congruência semântica, justifica-se, pois considera-se que ela também pode dar indícios se uma representação é mais ou menos congruente. Assim, propõem-se que pesquisas futuras também possam adentrar em discussões acerca de que forma as falas docentes (explicações/resoluções) podem se correlacionar ao fenômeno de congruência semântica.

5.1 Considerações sobre a experiência com esta pesquisa

Findo este texto ressaltando a presença do sentimento de que posso não ter explorado intensamente o objetivo de compreender e correlacionar as falas das Docentes, que ministraram as aulas analisadas, às atividade de conversão. Muitas modificações foram realizadas, desde meu primeiro projeto de pesquisa, que tinha como objetivo inicial compreender como os professores solicitaram e mobilizaram as conversões entre os registros de representação semiótica, mas sem dar atenção às falas do(a) Docente. Modificações que são essenciais e é normal que ocorram, pois conforme avancei nas leituras e entendimento sobre a TRRS e cursei as disciplinas da pós-graduação – sendo uma delas Neuropsicologia em Aprendizagem matemática –, avancei em várias reflexões a respeito da função executiva linguagem e sobre as orientações que Duval (2009) propõe sobre a língua natural.

A TRRS é uma teoria densa e não é tão imediata sua compreensão. Tenho imenso respeito por essa teoria e acredito em suas contribuições. Ela me propicia ser uma docente de matemática preocupada com o entendimento do aluno e é uma aliada para não me tornar uma docente que segue apenas técnicas de resolução. Além de me fazer refletir sobre diferentes demandas educacionais que surgem na sala de aula e como contorná-las.

Sei que as análises desta pesquisa poderiam ter seguido outro rumo, e que a minha intencionalidade em dar relevância ao discurso do professor e sua influência no entendimento das atividade de conversão podem não ter sido explorada suficientemente com esta pesquisa, mas, espero, com grande entusiasmo, que este

texto seja o início para o aprofundamento de novas pesquisas, sobretudo que ele contribua de alguma forma com a Educação Matemática.

6. REFERÊNCIAS

- ABBAS, Y. A. **Al-jabr: atividades para vivenciar a introdução à álgebra**. 147 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Universidade de São Paulo, USP. São Paulo, 2020.
- ALVES, C. P. **Introdução ao conceito de função no nono ano do ensino fundamental por meio de função definida por várias sentenças**. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC. São Paulo, 2022.
- BRASIL. **Decreto n. 343**, de 17 de março de 2020. Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia do Novo Coronavírus - COVID-19. Diário Oficial do Estado da União, Brasília, 2020.
- BRASIL. **Lei n. 13.979**, de 6 de fevereiro de 2020. Dispõe sobre as medidas para enfrentamento da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do coronavírus responsável pelo surto de 2019. Diário Oficial da União, Brasília, 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.
- CAETANO, V. I. **Compreensão conceptual de sistemas lineares: estudo de caso com o Software Geogebra em celulares**. 144f. Tese (Doutorado em Ciências e Linguagem) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Unisul, Tubarão, 2020.
- COSTA, A. B. **O legado no andarilhar de um curso de formação continuada sobre fração**. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Tocantins, UFT, Palmas, 2020.
- COSTA, C; MORETTI, M. T. A contribuição da teoria dos registros de representação semiótica nas pesquisas científicas brasileiras: tendências e reflexões. In: MORETTI, M. T.; Brandt, C. F. **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semi-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval**. Florianópolis: Revemat/UFSC, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/203982>. Acesso em: nov. 2023.
- DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, R. **Ver e ensinar Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica**. 1 ed. São Paulo: Proem, 2011.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n.1, p. 266-297, dez. 2012. Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2012v7n2p266/23465>. Acesso em: nov. 2023.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática? **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v.13, n.2, p. 1-27, dez. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p1>. Acesso em: nov. 2023.

DUVAL, R. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. In: Moretti, M. T; Brandt, C. F. **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval**. Florianópolis: Revemat, 2020, p. 21-52. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/209074/florilegio.pdf?sequencia=1#page=21>. Acesso em: nov. 2023.

FISCHER, D. dos S. O. **Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano**. 350 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre, 2020.

FORTES, L. B. **Ensino de sistemas lineares usando Modelagem Matemática e Registros de Representação Semiótica em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental**. 92 p. Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LIMA, S. R de. **Uma análise de questões de fração das provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO**. 239 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Tocantins, UFT, Palmas, 2020.

MEINERZ, F. M. **Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material *algebra tiles***. 159 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. Porto Alegre, 2020.

MINAYO, M. C. de S. Amostragem e saturação em pesquisa qualitativa: consensos e controvérsias. **Revista Pesquisa Qualitativa**. São Paulo (SP), v. 5, n. 7, p. 01-12, abril. 2017.

MINAYO, M. C. de S. Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade. **Ciência & Saúde Coletiva**, 17(3):621-626, 2012. Disponível em: <https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/82>. Acesso em: jun. 2023.

NÖTH, W; SANTAELLA, L. **Introdução à Semiótica**. 1 ed. São Paulo: Paulus, 2021.

OLIVEIRA, D. V. **Visualização espacial no ensino fundamental: rotações no Geogebra**. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. Porto Alegre, 2021.

PAIXÃO, F; MORAN, M; REZENDE, V. Uma exploração do Hexágono de Dürer com professores de Matemática da Educação Básica. **Boletim Online de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 8, n. 15, p. 109-127, out. 2020. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/17141>. Acesso em: nov. 2023.

PARANÁ. Secretaria de Educação e do Esporte do Paraná. **Referencial Curricular do Paraná: Princípios Direitos e Orientações**. Curitiba: SEED, 2018.

PARANÁ. **Resolução n. 1.016**, de 3 de abril de 2020. Estabelece em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais, em decorrência da pandemia causada pelo COVID-19. Diário Oficial do Estado do Paraná, Curitiba, 2020.

PARANÁ. **Resolução n.1014**, de 6 de abril de 2020. Dispõe sobre o chamamento em caráter emergencial de professores do Quadro Próprio de Magistério – QPM e professores contratados em Regime Especial – CRES (PSS) para comporem o grupo de trabalho com vistas à produção de material audiovisual destinado a estudantes da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino. Diário Oficial do Estado do Paraná, Curitiba, 2020.

PEREIRA, S. A. **Análise e desenvolvimento de jogos digitais: a matemática do ensino fundamental e seus registros de representação semiótica**. 188 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de São Paulo, UNIFESP. Diadema, 2020.

PROENÇA, L. I. **A mobilização dos registros de representação semiótica na prática pedagógica do processo de ensino-aprendizagem dos números racionais**. 204 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas). Universidade Federal de São Carlos, UFSCar. Sorocaba, 2021.

RABELLO, M. G. D. **Estratégias metacognitivas de leitura na interação linguagem matemática - língua materna**. 87 f. Dissertação (Mestrado em Inovação e Ciências da Linguagem), Universidade Católica de Pernambuco, UNICAP. Recife, 2022.

REZENDE, Veridiana (et al). O fractal árvore pitagórica e diferentes representações: uma investigação com alunos do Ensino Médio. **Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 11, n. 2, p. 160-171, set. 2018. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/4616> Acesso em: nov. 2023.

ROCHA, K. V. de O. **O texto e o contexto do ensino de fração nos livros didáticos de Matemática**. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, UEPB. Campina Grande, 2021.

SALGADO, E. B. **O uso da calculadora como instrumento de investigação acerca dos números decimais**. 70 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC, Rio de Janeiro, 2020.

VERNIZZI, M. A. Z. **O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: formação continuada de professores**. 87 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. São Paulo, 2021.

VIEIRA, S. M. **Registros semióticos em porcentagem: análise da produção de alunos na resolução de problemas triparticionados**. 205 f. Dissertação. (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. Florianópolis, 2013.

VIZOLLI, I. **Registro de representação semiótica no estudo de porcentagem**. 229 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. Florianópolis, 2001.

XARIFA, B. de A. **Lugares geométricos e pontos notáveis do triângulo: uma proposta de atividades na perspectiva do modelo Van Hiele**. 100 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-RJ. Rio de Janeiro, 2020.