Universidade Estadual do Oeste do Paraná
CAMPUS DE CASCAVEL - PARANÁ

PPGECEM
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

ADRIANA SCHAWABE REIS LEPREDA

A MOBILIZAÇÃO DE IDEIAS-BASE DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES AUTISTAS EM UMA PERSPECTIVA INCLUSIVA

CASCAVEL
2023

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGCEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A MOBILIZAÇÃO DE IDEIAS-BASE DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES AUTISTAS EM UMA PERSPECTIVA INCLUSIVA

ADRIANA SCHAWABE REIS LEPREDA

Cascavel – PR
2023

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A MOBILIZAÇÃO DE IDEIAS-BASE DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES AUTISTAS EM UMA PERSPECTIVA INCLUSIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientador(a): Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira.
Coorientadora: Luciana Del Castanhel Peron da Silva.

Cascavel – PR
2023

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

LEPREDA, ADRIANA SCHAWABE REIS

A MOBILIZAÇÃO DE IDEIAS-BASE DE FUNÇÃO POR ESTUDANTES AUTISTAS EM UMA PERSPECTIVA INCLUSIVA / ADRIANA SCHAWABE REIS LEPREDA; orientadora Clélia Maria Ignatius Nogueira; coorientadora Luciana Del Castanhel Peron da Silva. -- Cascavel, 2023.

208 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Cascavel) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, 2023.

1. Ensino de Matemática. 2. Anos Finais do Ensino Fundamental. 3. Campo Conceitual Multiplicativo. 4. Ideias-base de Função. I. Nogueira, Clélia Maria Ignatius, orient. II. Silva, Luciana Del Castanhel Peron da, coorient. III. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE ADRIANA SCHAWABE REIS LEPREDA, ALUNA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ - UNIOESTE, E DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO DO PROGRAMA E O REGIMENTO GERAL DA UNIOESTE.

Aos 28 dias do mês de agosto de 2023 às 14 horas, na modalidade remota síncrona, por meio de chamada de videoconferência, realizou-se a sessão pública da Defesa de Dissertação da candidata Adriana Schawabe Reis Lepreda, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática - Mestrado, na área de concentração em Educação em Ciências e Educação Matemática. A comissão examinadora da Defesa Pública foi aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática. Integraram a referida Comissão as Professora) Doutoras: Gilda Lisbôa Guimarães, Luciana Del Castanhel Peron da Silva, Clélia Maria Ignatius Nogueira, Marli Schmitt Zanella. Os trabalhos foram presididos pela Clélia Maria Ignatius Nogueira. Tendo satisfeito todos os requisitos exigidos pela legislação em vigor, a aluna foi admitida à Defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, intitulada: "A mobilização de ideias-base de função por estudantes autistas em uma perspectiva inclusiva". A Senhora Presidente declarou abertos os trabalhos, e em seguida, convidou a candidata a discorrer, em linhas gerais, sobre o conteúdo da Dissertação. Feita a explanação, a candidata foi arguida sucessivamente, pelas professoras doutoras: Gilda Lisbôa Guimarães, Luciana Del Castanhel Peron da Silva, Marli Schmitt Zanella. Findas as arguições, a Senhora Presidente suspendeu os trabalhos da sessão pública, a fim de que, em sessão secreta, a Comissão expressasse o seu julgamento sobre a Dissertação. Efetuado o julgamento, a candidata foi **aprovada**. A seguir, a Senhora Presidente reabriu os trabalhos da sessão pública e deu conhecimento do resultado. E, para constar, o Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE - Campus de Cascavel, lavra a presente ata, e assina juntamente com os membros da Comissão Examinadora e a candidata.

Orientadora - Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Luciana Peron da Silva

Coorientadora - Luciana Del Castanhel Peron da Silva
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS GRADUÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGECEM

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE ADRIANA SCHAWABE REIS LEPREDA, ALUNA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ - UNIOESTE, E DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO DO PROGRAMA E O REGIMENTO GERAL DA UNIOESTE.

Marli Schmitt Zanella
Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Gilda Lisbôa Guimarães
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Adriana Schawabe Reis Lepreda
Aluna

Clodis Boscarioli
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PPGECEM

ADRIANA SCHAWABE REIS LEPREDA

A mobilização de ideias-base de função por estudantes autistas em uma perspectiva inclusiva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestra em Educação em Ciências e Educação Matemática, área de concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação matemática, APROVADA pela seguinte banca examinadora:

Orientadora - Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Coorientadora - Luciana Del Castanhel Peron da Silva
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)

Gilda Lisbôa Guimarães
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Marli Schmitt Zanella
Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Cascavel, 28 de agosto de 2023

DEDICATÓRIA

A meu sobrinho e afilhado, Otávio,
motivo pelo qual decidi fazer este trabalho.
A meus filhos, minhas melhores obras, de
amor imensurável.

AGRADECIMENTOS

Nos longos dois anos e meio de mestrado, foram vários os acontecimentos que me fizeram titubear e pensar em desistir, porém, com a colaboração e incentivo de pessoas queridas, segui em frente e tenho muito a agradecer.

Primeiramente, à minha irmã Elizabeth, que sempre me incentivou e motivou a continuar estudando, além das muitas orientações informais que me forneceu ao longo dessa jornada.

A meu esposo, Marcos, pelo carinho, companheirismo, paciência e atenção nos momentos mais difíceis que vivenciamos ao longo desses últimos dois anos.

A meus amados filhos, Amanda e Rafael, pela compreensão que tiveram com a mami nessa montanha russa de emoções vividas.

À minha psicóloga e amiga, Jussara, pela motivação, incentivo e por muitas horas de escuta atenta e ensinamentos pertinentes.

Às minhas orientadoras, professora Clélia e professora Luciana, pela dedicação, apoio e, principalmente, paciência durante o meu lento, porém constante progresso.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) pela oportunidade de cursar a Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática. Agradeço também aos professores que ministraram disciplinas no programa pelas aulas repletas de conhecimento e aprendizado, que muito contribuíram com minha formação acadêmica.

Não podia deixar de agradecer, também, à professora regente da turma, Elizete, por permitir que implementasse, durante suas aulas, meu projeto de pesquisa. Agradecer também às turmas colaboradoras, tanto do estudo piloto quanto da implementação, pela colaboração para a construção de dados. Estendo o agradecimento à escola colaboradora, ao Núcleo Regional de Educação de Cascavel e ao Comitê de Ética da Unioeste por autorizarem o desenvolvimento dessa pesquisa.

Agradeço ainda aos grupos de pesquisa GEPSEM e GEPeDiMa pelas várias e importantes contribuições, trocas de experiências e discussões sobre temas relevantes para minha pesquisa.

Agradeço a todos os professores que passaram por minha vida, deixando um pouquinho de si e inspirando mentes e corações a pensar e lutar por um mundo

melhor, mais justo e igualitário, porque, como diz Paulo Freire, “ensinar exige a convicção de que a mudança é possível” e este trabalho é resultado, em parte, dessa certeza.

LEPREDA, A. S. R. **A mobilização de ideias-base de Função por estudantes autistas em uma perspectiva inclusiva**. 2023. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2023.

RESUMO

O propósito da Educação Inclusiva é oferecer oportunidades para que todos os estudantes aprendam juntos, sem discriminação. Contudo, não basta somente possibilitar que os alunos estejam em uma mesma sala de aula, pois incluir é proporcionar a todo e qualquer aluno o acesso ao conhecimento historicamente construído pelo homem. Na revisão bibliográfica realizada para a sustentação desta pesquisa, identificou-se que há carências de estudos teóricos e práticos em relação ao tema e a resposta à questão norteadora da investigação contribuirá para a prática docente, especialmente na mediação do acesso ao conhecimento a respeito de função, tanto para estudantes autistas quanto para não autistas. Dessa maneira, considerando-se a perspectiva da neurodiversidade, da Educação Matemática Inclusiva e do processo de ensino e de aprendizagem de alunos autistas, desenvolveu-se a investigação cujo objetivo foi identificar quais ideias-base de função são mobilizadas por estudantes de uma turma de oitavo ano, dentre os quais, dois autistas, na implementação de um conjunto de situações-problema de estruturas multiplicativas. A investigação buscou responder à seguinte questão: Que possibilidades e dificuldades a implementação, em uma perspectiva inclusiva, de um conjunto de situações-problema, envolvendo ideias-base de função, apresenta para a identificação e consolidação dessas ideias em estudantes de uma turma do oitavo ano, com dois alunos autistas? A investigação realizada, de característica qualitativa, sustentada na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, considerou trabalhos já desenvolvidos e implementados com estudantes não autistas, para desenvolver, como instrumento de produção de dados, um conjunto composto por oito situações-problema, elaboradas de forma a legitimar - no sentido de reconhecer, respeitar e valorizar - as diferenças dos estudantes autistas, objetivando a mobilização das ideias-base de função. Os resultados apontaram que os participantes da pesquisa mobilizaram as ideias-base de variável, dependência e regularidade, mas apresentaram dificuldades com a generalização. Isso ressalta a necessidade de retomar e aprofundar os estudos com as ideias-base, para sua consolidação, antes da formalização do conceito de função.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática; Teoria dos Campos Conceituais; Ideias-base; Inclusão; Autismo.

LEPREDA, A. S. R. **The mobilization of ideas-base of Affine Function by autistic students in an inclusive perspective**. 2023. 206 sheets. Dissertation (Master's Program in Science Education and Mathematics Education) – Program of Graduation in Science Education and Mathematics Education, Western State University of Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2023.

Abstract

The purpose of Inclusive Education is to provide opportunities for all students to learn together, without discrimination. However, it is not enough just to ensure that students attend the same classroom, because to include is to provide all students with access to the knowledge historically constructed by humankind. In the bibliographic review performed to support this research, it was identified that there is a lack of theoretical and practical studies regarding the theme and the answer to the guiding question of the investigation will contribute to pedagogical practice, especially in the mediation of access to knowledge about affine function, both for autistic and non-autistic students. Thus, considering the perspective of neurodiversity, Inclusive Mathematics Education and the teaching and learning process of autistic students, the investigation aimed to identify which basic ideas of function are mobilized by students of an eighth-grade class, among which two autistics, in the sequence of problem situations of multiplicative structures. The investigation aimed to answer the following question: What possibilities and difficulties does the implementation, in an inclusive perspective, of a sequence of problem situations, involving basic ideas of function, presents for the identification and consolidation of these ideas in students of an eighth-grade class, with two autistic students? The research conducted, of qualitative characteristic, supported by the Theory of Conceptual Fields, by Gérard Vergnaud, considered works already developed and implemented with non-autistic students, to develop, as an instrument of data production, a sequence composed of eight problem situations, elaborated in order to legitimize - in the sense of recognizing, respecting and valuing - the differences of autistic students, aiming at the mobilization of the basic ideas of function. The results indicated that the research participants mobilized the basic ideas of variable, dependence, and regularity, but had difficulties with generalization. This highlights the need to revisit and deepen the studies with the basic ideas, for their consolidation, before the formalization of the function concept.

Keywords: Mathematics Education; Conceptual Fields Theory; Ideas-base; Inclusion; Autism.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE – Atendimento Educacional Especializado
BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CID - Classificação Internacional de Doenças
COVID – Doença causada por Coronavírus
GEPeDiMa – Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática
GEPSEM - Grupo de Estudos e Pesquisas em Surdez e Ensino de Matemática
LBI - Lei Brasileira de Inclusão
LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC - Ministério da Educação e Cultura
NRE – Núcleo Regional de Educação
PAEE – Professor de Atendimento Educacional Especializado
PNE - Plano Nacional de Educação
PNEEPEI - Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva
PPGECEM – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática
PPP – Projeto Político Pedagógico
SEED – Secretaria Estadual de Educação
SRM – Sala de Recursos Multifuncionais
TCC – Teoria dos Campos Conceituais
TDAH - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade
TALE - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TEA – Transtorno do Espectro Autista
UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A intenção de cursar o mestrado surgiu de inquietações provocadas durante os anos de experiência profissional, enquanto professora da Educação Básica, e pela percepção de que o modelo tradicionalmente utilizado para o ensino de Matemática mostrou-se menos efetivo para aprendizagem dos estudantes, dificultando, assim, a formação integral. O ensino tradicional geralmente é pautado na memorização e centrado na figura do professor, em que o aluno não é o sujeito do seu processo de aprendizagem (Orrú, 2017). Outra inquietação diz respeito ao ensino e à aprendizagem dos alunos apoiados pela Educação Especial, historicamente excluídos dos bancos escolares (Mantoan, 2015; Mazzotta, 2011; Orrú, 2017). Diante disso, optei por trabalhar na perspectiva da Educação Inclusiva, antes mesmo de entender o que a expressão significava.

A utilização do termo “Educação Inclusiva”, nesta pesquisa, não deve ser confundida com “Educação Especial”, uma vez que a Educação Especial é uma modalidade de ensino em que, quase sempre, “[...] a baixa expectativa pedagógica em relação aos educandos especiais é naturalizada, principalmente pelo próprio educando” (Nogueira, 2019). Por outro lado, a Educação Inclusiva é uma política educacional em que a baixa expectativa em relação a qualquer educando, apoiado ou não pela Educação Especial, deve ser superada, pois todo indivíduo é capaz de aprender, respeitando-se os devidos tempo e ritmo.

A breve distinção entre Educação Inclusiva e Educação Especial, realizada no parágrafo anterior, é importante para compreender um dos focos desse trabalho: o Transtorno do Espectro Autista (TEA), ou, simplesmente, autismo, e sua relação, tanto com minha experiência profissional, quanto com o desenvolvimento dessa pesquisa.

O autismo foi caracterizado em meados do século XX, mediado por uma história cheia de episódios, com suposições, dúvidas e contestações. Contudo, uma coisa permaneceu praticamente inalterada ao longo das décadas: as características apresentadas pelos indivíduos autistas. Tais características estão relacionadas à incapacidade ou à dificuldade em estabelecer relações com outras pessoas, a atrasos ou alterações na aquisição e uso da linguagem, à tendência a atividades ritualizadas, a dificuldades para mudar a rotina e a comportamentos estereotipados e incomuns (Dovan, Zucker, 2017; Orrú, 2019; Romero, 2018). No entanto, o autista é exclusivo enquanto indivíduo e, embora possua características peculiares referentes ao autismo, “[...] suas manifestações comportamentais diferenciam-se segundo seu nível linguístico e simbólico, quociente intelectual, temperamento, acentuação sintomática, histórico de vida, ambiente, condições clínicas, assim como todos nós” (Orrú, 2012, p. 30).

Diante disso, surgem algumas questões, como: o que ensinar? Por que ensinar? Como ensinar? Por que incluir? Como incluir? Ou seja, o que precisamos nós, professores, saber para viabilizar o ensino e a aprendizagem de estudantes apoiados pela Educação Especial na perspectiva inclusiva?

Tais questões se tornaram mais frequentes à medida que, ano após ano, aumentava o número de alunos com algum tipo de deficiência nas classes regulares em que atuava como professora de Matemática do Ensino Médio de escola pública. Cada aluno representava um novo desafio. E, como muitos professores, não me sentia capacitada para trabalhar com os estudantes apoiados pela Educação Especial e, por muitos anos, busquei informações em diferentes fontes, de maneira informal. Porém, a partir de 2018, com a suspeita de que meu sobrinho Oliver[1] era autista, mais tarde confirmada, dediquei-me ainda mais às leituras, para compreender melhor o Transtorno do Espectro Autista (TEA). No entanto, desde 2014 já trabalhava em sala de aula com alunos autistas, cada um com suas peculiaridades. Não compreendia como indivíduos excepcionalmente hábeis em cálculos mentais[2] ou com boa capacidade de memorização, com habilidades ou curiosidades incomuns (como era o caso dos autistas que foram meus alunos) não assimilavam os conteúdos matemáticos. Cada um deles representava um desafio diferente que precisava ser superado.

A partir disso, em 2020, após uma busca inicial no banco de teses e dissertações da Capes, observei que o autismo é um tema pouco abordado no campo da Educação Matemática e elaborei um pré-projeto de pesquisa para concorrer a uma vaga de mestrado no PPGECEM – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática. No pré-projeto de pesquisa, cujo trabalho apresentei em 2020, tinha a intenção de elaborar e aplicar algumas situações-

---

[1] Nome fictício.

[2] Nem todos os autistas possuem essas habilidades, nem mesmo boa capacidade de memorização ou curiosidades incomuns. Cada autista é diferente, sendo impossível generalizar.

problemas sobre o ensino de álgebra, em classes regulares de ensino numa perspectiva inclusiva, com alunos autistas e não autistas. A proposta inicial passou por reelaborações, todavia, a ênfase na Educação Inclusiva com foco no autismo permaneceu.

A opção em pesquisar sobre educação para autistas surge da necessidade de compreender como esses indivíduos aprendem, mais explicitamente, de como levar esses estudantes a construírem conceitos matemáticos abstratos, como a linguagem algébrica e os diferentes tipos de equações e de funções. A ideia inicial era realizar uma pesquisa voltada para o ensino e aprendizagem de equações, mas, com a participação no Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática – GEPeDiMa[3], que estuda, atualmente, na ótica da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), o Campo Conceitual da Função Afim, o projeto de pesquisa foi redirecionado para as ideias-base de função (dependência, regularidade, variável e generalização), consideradas essenciais para o ensino desse conteúdo (Ciani, Nogueira, Berns, 2019; Lorencini, 2019; Calado, 2020; Silva, 2021; Merli, 2022), o que não está distante da proposta inicial.

No âmbito do GEPeDiMa, várias pesquisas já foram realizadas e outras tantas estão em desenvolvimento. Dentre estas, mencionamos a de Silva (2021) e a de Morás (2023). A primeira pesquisa, embora não tenha como foco a Educação Matemática Inclusiva, construiu um instrumento para a produção de dados constituído por uma sequência de situações-problema, que favorecem a mobilização das ideias-base de Função Afim e que contribuiu com este trabalho. Os colaboradores da investigação de Silva (2021) foram estudantes do atual quinto ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa de Morás (2023) objetivou construir enunciados de problemas para estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar, considerando variáveis didáticas que legitimassem[4] as diferenças dos estudantes surdos, visto que as variáveis são compreendidas “[...] como ferramentas essenciais das práticas matemáticas, ou seja, como ferramentas que vão possibilitar os estudantes acessarem o conhecimento” (Morás; Nogueira; Farias, 2021, p. 7). Como o aspecto

[3] Endereço da página do GEPeDIMA: https://prpgem.wixsite.com/gepedima.
[4] Legitimar as diferenças, de acordo com Nogueira (2020), significa reconhecer, respeitar e valorizar as diferenças.

visual é determinante, tanto para surdos, quanto para autistas, os estudos preliminares realizados a partir dessas pesquisas (Morás; Nogueira; Farias, 2021, 2022) contribuíram com a presente investigação.

Outra pesquisa que mencionamos, ainda que não tenha sido realizada no âmbito do GEPeDiMa, é a pesquisa de Pavan (2010). Assim como Silva (2021), Pavan (2010) construiu um instrumento de pesquisa organizado em uma sequência de situações-problema que permitiram identificar a mobilização, ou não, das ideias-base[5] de Função Afim. Os colaboradores da pesquisa estabeleceram intuitivamente as relações entre as ideias-base e as situações propostas.

Tendo como ponto de partida esses instrumentos já produzidos e testados, o objetivo, para o instrumento de produção de dados dessa pesquisa, foi a aplicação de um conjunto de situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo, fundamentado nas ideias-base de Função, considerando variáveis didáticas (redação de enunciados em frases curtas, sem utilização de pronomes, apoio visual como diagramas, tabelas, fotos ou ilustrações) que contemplassem as especificidades dos estudantes autistas, ou, de outra forma, que legitimassem suas diferenças.

O instrumento para a produção de dados da pesquisa sustenta-se na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud, matemático e psicólogo francês. Segundo Vergnaud (2017, p. 20), a "[...] TCC se interessa pela análise das operações de pensamento porque esse é o centro da conceitualização. Mas, é necessário que essas diversas operações de pensamento estejam presentes nos problemas que os alunos encontram". Portanto, é recomendável que os estudantes sejam apresentados a diversas situações-problema e são as variações dessas situações que potencializam a atividade. Cabe ao professor, então, oportunizar o acesso às situações com diferentes estruturas e mediar o desenvolvimento do processo de conceitualização do estudante.

As situações-problema do instrumento de pesquisa foram construídas considerando-se a classificação dos problemas multiplicativos apresentada por Gitirana *et al.* (2014) a saber, Comparação Multiplicativa, Proporção Simples e

[5] As ideias-base são conceitos imprescindíveis para o aprendizado de outro conceito, mobilizadas pelos alunos durante a resolução de situações-problema. Isto é, as "[...] ideias-base constituem os conceitos primários de outro conceito, ou seja, elas subsidiam a elaboração do conceito em consideração" (Merli, 2022, p. 144).

Produto Cartesiano, a partir de Vergnaud (2009a) e dos instrumentos de pesquisa de Pavan (2010) e de Silva (2021). Optamos por situações-problema do Campo Multiplicativo devido a apresentação formal dos conteúdos específicos referentes à Função, de acordo com os documentos que orientam o ensino de Matemática no Brasil (BNCC, 2018) e no estado do Paraná (Referencial Curricular, 2018), estar prescrita para o nono ano do Ensino Fundamental. Assim, compreender quais são os conhecimentos prévios dos estudantes do oitavo ano em relação ao tema, em particular os dos estudantes autistas, pode apontar possibilidades e dificuldades para os processos de ensino e de aprendizagem de Função, formalizado no nono ano do Ensino Fundamental.

Ressaltamos, ainda, que os colaboradores dessa pesquisa passaram mais de um ano e meio ausentes da escola, devido à pandemia de COVID – 19. As aulas presenciais foram suspensas os alunos, sujeitos de pesquisa, frequentavam o início do sexto ano escolar (ano de 2020), e boa parte desses alunos só voltou a frequentar a escola normalmente no ano letivo de 2022. Tal fator acarretou consequências para o ensino e pode ter influenciado para defasagens na aprendizagem, devido a barreiras enfrentadas tanto por educadores, quanto pelos estudantes e seus familiares, como acesso à internet, falta de equipamentos (celulares, tablets e computadores) e de infraestrutura adequada e apoio familiar insuficiente ou inexistente para o desenvolvimento das atividades remotas (Saviani, Galvão, 2021; Brasil, 2022).

Dessa forma, seria legítimo identificar se todos e cada um dos estudantes da turma colaboradora estavam de posse dos conceitos fundamentais para a formalização do conceito de função em geral, e função afim, em particular.

Assim, o instrumento de produção de dados foi elaborado considerando-se um conjunto de situações-problema, com objetivo de investigar quais ideias-base de Função são mobilizadas por alunos autistas e neurotípicos de uma classe inclusiva do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública Estadual, do município de Cascavel – PR.

Primeiramente, aplicou-se um piloto da pesquisa. A classe escolhida para o projeto piloto, na qual a pesquisadora também era professora de Matemática, era composta por dois alunos autistas, uma aluna com déficit cognitivo e demais alunos com suas peculiaridades. A intenção do estudo piloto foi verificar se as situações constantes no instrumento de produção de dados da pesquisa permitiam identificar as possibilidades e dificuldades de estudantes de uma turma inclusiva, para a aprendizagem do conceito e propriedades da Função Afim, em sua constituição final, ou seja, já formalizados. A proposta inicial, tanto para o estudo piloto quanto para a aplicação do projeto, era de que as tarefas seriam realizadas por todos os alunos da turma. Organizados em duplas ou em trios, seriam gravados os áudios das discussões produzidas durante o desenvolvimento das atividades. Além dos áudios, seriam utilizados como dados para a pesquisa os protocolos (registros escritos) produzidos pelos alunos. No entanto, durante as análises do estudo piloto, verificamos que a gravação seria inviável e optamos, a partir de sugestões recebidas no GEPSEM[6], por realizar entrevistas semiestruturadas com os alunos, após a implementação do instrumento de pesquisa.

Com a junção de tais objetivos, intencionando colaborar com as pesquisas do GEPeDiMa, que tem interesse na investigação da mobilização das ideias-base de Função por estudantes autistas, o presente trabalho propõe responder o seguinte problema de pesquisa: *que possibilidades e dificuldades a implementação, em uma perspectiva inclusiva, de um conjunto de situações-problema, envolvendo ideias-base de Função, apresenta para a identificação e consolidação dessas ideias em estudantes de uma turma do 8º ano, na qual estudam dois alunos autistas?*

Na tentativa de responder ao problema de pesquisa, emergiu o objetivo principal desse trabalho: *identificar quais ideias-base de função são mobilizadas por estudantes de uma turma de 8° ano, dentre os quais, dois autistas, na implementação de um conjunto de situações-problema de estruturas multiplicativas*. Tendo em vista o conteúdo e a teoria que se pretende utilizar, esse propósito desdobrou-se em dois objetivos específicos:

- Identificar se os alunos têm as ideias-base consolidadas para a formalização do conceito de Função.
- Identificar se as atividades elaboradas, pensando nos estudantes autistas, colaboram para a consolidação das ideias-base por todos os estudantes.

O trabalho dissertativo está divido em quatro capítulos, além da Introdução e das Considerações Finais. O Capítulo 1 aborda as concepções teóricas acerca da

[6] Grupo de Estudos e Pesquisas em Surdez e Ensino de Matemática.

Educação Inclusiva, Educação Matemática Inclusiva e sobre a educação para alunos do Transtorno do Espectro Autista, além de apresentar as principais leis que garantem os direitos dos estudantes autistas. O Capítulo 2 fundamenta elementos da Teoria dos Campos Conceituais e aborda as ideias-base de Função. O Capítulo 3 aborda os aspectos metodológicos, como a elaboração do instrumento de pesquisa, apresentação dos procedimentos para a produção dos dados e análises e descrição do ambiente de pesquisa e dos colaboradores participantes[7]. O Capítulo 4 apresenta a discussão das análises das situações-problema implementadas e, por fim, no último capítulo, realizamos as Considerações Finais.

[7] Foram atendidos todos os requisitos determinados pelo Comitê de Ética e trâmites na SEED para procedermos às assinaturas do TCLE pelos responsáveis.

CAPÍTULO 1

EDUCAÇÃO INCLUSIVA E AUTISMO

Discorremos, nessa seção, sobre a concepção de Educação Inclusiva adotada no presente trabalho; as principais características que, com frequência, estão presentes nos autistas; e sobre a legislação que os beneficia.

1.1 Educação Inclusiva

Mesmo que a educação brasileira, em meados do século XIX, já apresentasse inciativas isoladas de atendimento educacional especializado (Mazzotta, 2011), a ‘inclusão’ de crianças e adolescentes, apoiada pela Educação Especial[8], só começou a se tornar uma realidade no Brasil a partir da Constituição de 1988. Contudo, passados mais de trinta anos desde a promulgação da Carta Magna[9] e apesar da instituição de leis, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB (lei nº 9.394/96), que conta com um capítulo inteiro dedicado à Educação Especial e a Lei da Inclusão da Pessoa com Deficiência (nº 13.146/2015), entre outras leis e decretos, a inclusão ainda não é uma realidade plena nas instituições escolares.

A partir da promulgação, em 2008, da Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI), a escola democratizou-se e abriu-se para novos grupos sociais, mas, para Mantoan (2015), no que se refere aos conhecimentos trazidos por esses grupos à sala de aula, o estabelecimento de ensino não fez o mesmo. A escola ainda exclui “[...] os que ignoram o conhecimento que ela valoriza e, assim, entende que a democratização é a massificação de ensino, barrando a possibilidade de diálogo entre diferentes lugares epistemológicos” (Mantoan, 2015, p. 23).

No Brasil, a política educacional de inclusão surge a partir da Constituição de

---

[8] A Educação Especial é compreendida, segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996), como uma “[...] modalidade de educação escolar oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação”.

[9] A Constituição Federal de 1988, que rege nosso país, também é chamada de lei Suprema ou Carta Magna.

1988, que preconiza, em seu Capítulo III, Seção I, artigo 208, inciso III (BRASIL, 2016), que a educação é dever do Estado e que o atendimento educacional especializado deve ocorrer preferencialmente na rede regular de ensino. De lá para cá, vários esforços foram e têm sido desenvolvidos para incluir crianças e adolescentes nas instituições de ensino. No entanto, a inclusão de pessoas com deficiência ainda é precária e está longe de ser consolidada. Para a escola "[...] tornar-se inclusiva é necessária a transformação de todos os atores do processo educativo, da escola como um todo e das alternativas didático-pedagógicas em especial" (Nogueira, 2016, p. 55). E mais, precisa-se desenvolver a cultura da inclusão em toda a sociedade, produzindo uma reflexão profunda e humanizada sobre o que significa incluir e para que incluir. É indispensável promover uma reflexão, especialmente com os educadores, que esteja associada à facticidade, fortemente ligada aos aspectos culturais e históricos, ampliando o sentido da educação (Hermann, 2002).

Primeiramente, é preciso dizer que a inclusão não é a integração, muito menos a segregação, embora, alguns ainda não consigam "[...] distinguir a inclusão total da inserção parcial de alunos com ou sem deficiência nas escolas comuns" (Mantoan, 2015, p. 25). Na concepção integralista, nem todos os alunos apoiados pela Educação Especial participam na sala de aula comum e, os que o fazem, transitam entre a classe regular e a "classe especial", estando ora em uma ora em outra. Ou seja, mesmo frequentando a rede regular de ensino, o aluno da "classe especial" permanece apartado dos demais, pois a integração refere-se a "[...] uma concepção de inserção parcial, porque o sistema prevê serviços sociais segregados" (Mantoan, 2015, p. 27). A inclusão é incompatível com a integração, pois supõe que todos os alunos devem frequentar o ensino regular, em classes comuns. Isso requer uma mudança da perspectiva educacional. Já não se aceita o discurso determinista e fatalista, presente entre muitos educadores, de que alguns alunos não aprendem mesmo, não há nada que se possa fazer, para o qual a escola se torna apenas um espaço de socialização dos alunos "inclusos". Inclusão também não se confunde com tolerância ou aceitação uma vez que está para além desses termos.

Na perspectiva da educação inclusiva, os indivíduos do processo educativo são os atores principais, carregando consigo experiências subjetivas e conhecimentos prévios, que devem ser reconhecidos e valorizados. Nessa perspectiva, o professor tem o importante papel de mediador do processo de aprendizagem.

A inclusão desafia a escola a repensar o ensino e a aprendizagem. Dessa maneira, segundo Skovsmose (2019), não se pode considerar que qualquer tipo de atividade seja inclusão, simplesmente porque carrega esse nome, nem que “[...] qualquer atividade denominada de inclusão seja boa em si mesma” (Skovsmose, 2019, p. 19). O autor ainda diz que a ideia de incluir um grupo de pessoas em alguma coisa “[...] pode ser louvável sob algumas perspectivas, mas pode ser questionável sob outras. Inclusão é um conceito contestado” (Skovsmose, 2019, p. 20). Por isso, deve-se perguntar: inclusão de quem e para quem?

Quando se fala em inclusão escolar, logo se pensa em inclusão de deficientes. Porém, o termo inclusão transformou-se nos últimos anos em algo bem mais abrangente. Inclusão não se refere só a deficientes e, atualmente, engloba todos os indivíduos “diferentes”. E quem são esses diferentes?

Conforme Orrú (2017), há um conceito de normalidade que se confunde com uma idealização do humano. Os indivíduos costumam ser vistos segundo a condição binária: branco/negro, alto/baixo, magro/gordo, normal/deficiente etc., condição esta usada para classificar as pessoas. Porém, o normal não existe, não há padrões, visto que essa noção é uma invenção social, criação do homem, para nos disciplinar e nos submeter ao sistema. O ideal foi inventado, forjado pelo biopoder, para manter as massas submissas (Orrú, 2017). Por isso, a questão da normalidade precisa, juntamente com a inclusão, ser discutida por todos os agentes da educação.

A classificação de indivíduos, a partir de diagnósticos clínicos, não deve ser motivo de exclusão, de “*apartheid* daqueles que se encontram fora do padrão homogêneo estabelecido pela sociedade” (Orrú, 2017, p. 46). Ver primeiro a deficiência, para depois enxergar o indivíduo é uma atitude comum de exclusão que deve ser questionada. Afinal, a deficiência é só mais um atributo, uma singularidade, um componente identitário. Ela nunca deve vir antes do sujeito.

Nesse sentido, a inclusão, de acordo com Mantoan (2015), implica um processo de desestabilização do sistema de ensino e de transformação da escola. No processo inclusivo, o aluno com deficiência é a grande preocupação do professor e “[...] o objetivo é não excluir ninguém, melhorando a qualidade do ensino das escolas e atingindo todos os alunos que fracassam nas salas de aula” (Mantoan, 2015, p. 28).

A inclusão contraria os padrões de desenvolvimento e está, conforme Orrú (2017), para além da massificação do ensino, que produz trabalhadores para uma sociedade de consumo. Quando se fala em educação inclusiva, fala-se de todos e para todos os indivíduos, indiferente à credo ou condição social, cor de pele ou orientação sexual. Na perspectiva inclusiva, a escola é de todos e para todos, assim como o direito à educação de qualidade.

Segundo Hermann (2002) *apud* Gadamer (2000, p. 11), “educar é educar-se”, o que “implica apreciar a posição do outro – no caso, o aluno – como alguém que necessita ter suas capacidades e limites respeitados” (Hermann, 2002, p. 85). Pode-se dizer que os “[...] envolvidos no processo de educar devem permanecer abertos e dispostos a aprender um com o outro” (Hermann, 2002, p. 10). Isso é inclusão!

Porém, essa tarefa não é tão simples. É indispensável a transformação de consciências. Vivemos, como afirma Orrú (2017, p. 34), “[...] numa pseudoinclusão forjada na lei”. Um dos responsáveis é o diagnóstico médico que, de acordo com a autora, classifica, coisifica e destitui o indivíduo “anormal” de sua identidade natural. É como se o indivíduo ‘diagnosticado’ se transformasse apenas em seu diagnóstico, sendo ignoradas todas as suas diferenças que os caracterizam e os fazem únicos.

É preciso trabalhar e valorizar a diferença desde a mais tenra idade. As crianças e os adolescentes devem crescer habituados a conviver com as diferenças e a se assumirem como diferentes. É preciso que cada indivíduo tenha identidade própria e construa sua autonomia. A escola tem um papel fundamental para que isso aconteça. Entretanto, é preciso conscientizar os educadores, afinal, como irão ensinar seus alunos a valorizar e respeitar as diferenças, se, muitas vezes, nem eles mesmos o fazem?

Conforme Hermann, baseada em Gadamer (1992, p. 117),

> [...] para que conceitos como o de emancipação, tão caro à tradição educativa, não se tornem ‘pobres abstrações’, é preciso mostrar a profundidade com que os preconceitos atuam na estruturação de nossa compreensão e o quanto uma mera conscientização não pode superar a força com que agem sobre nós (Hermann, 2002, p. 85-86).

De acordo com Mantoan (2015) e Nogueira (2019), ainda persiste entre professores a ideia de que não estão preparados para lidar com todos os alunos. Isso deve ser modificado, os educadores precisam ter consciência da manipulação e do jogo de forças a que estão submetidos, de que a diferença é produzida e que, portanto, não pode ser naturalizada. Mudar consciências, para então construir um novo modelo de educação verdadeiramente inclusivo, no qual se assumam e se valorizem as diferenças é possível. A inclusão é realizável.

Quando se fala em Educação Inclusiva é importante considerar sobre quem se fala. Comumente pensa-se nessa área como sinônimo de Educação Especial, e os alunos com algum tipo de deficiência como sua "clientela". Contudo, como já mencionado anteriormente, a educação inclusiva é para todos os alunos, não somente para aqueles apoiados pela Educação Especial. No entanto, quando se trata de inclusão, "[...] o que nos interessa são as diferenças, o respeito a elas. A **indiferença às diferenças** transforma-as em dificuldades de aprendizagem" (Nogueira, 2019, n.p, grifo da autora). Isto é, se as diferenças são ignoradas, a educação que se propõe a todos, oferece êxito apenas para aqueles alunos "[...] que dispõem do capital cultural e linguístico, dos códigos, do nível de desenvolvimento, das atitudes, dos interesses e dos apoios que permitem tirar o melhor partido das aulas e sair-se bem nas provas" e não para os alunos "[...] que não dispõem desses recursos e convença-os de que são incapazes de aprender, de que seu fracasso é sinal de sua insuficiência pessoal mais do que da inadequação da escola" (Perrenoud, 2000, p. 9, *apud* Nogueira, 2019, n.p). Neste sentido, de acordo com Nogueira (2016, p. 55), "A escola que é inclusiva percebe que respeitar a diferença, destacá-la e favorecer o acesso de todos os alunos, a tudo que ela oferece, mesmo que por diferentes vias, é um fator de enriquecimento do processo educacional".

Nesse viés de destacar as diferenças, surgiu o movimento da neurodiversidade[10], um novo paradigma que emergiu a partir de "[...] mobilizações sociais, estudos e pesquisas relacionados principalmente ao grupo das pessoas autistas, alcançando diferentes esferas de discussão" (Viana; Manrique, 2020, p. 92). Segundo Pinheiro (2022), na neurodiversidade o autismo é compreendido como uma diferença e não como uma patologia, ou seja, é uma forma distinta de atividade cerebral, que deve ser respeitada. A pesquisadora também afirma que

> [...] a neurodiversidade dá voz às pessoas autistas que outrora encontravam-se à sombra das discussões sobre o autismo e modifica o tom do que se fala

[10] A expressão 'neurodiversidade' surgiu juntamente com as expressões 'neurotípico' e 'neurodivergente'. O termo 'neurodiversidade' foi utilizado pela primeira vez pela socióloga Judy Singer no final da década de 1990 e, se refere às variações naturais que existem em cada cérebro humano (ABREU, 2022). Segundo a socióloga, o termo é mais político do que científico e visa o reconhecimento e a garantia de direitos. Portanto, neurotípico é todo indivíduo que apresenta características comportamentais e de socialização e comunicação dentro dos padrões esperados socialmente.

> e se entende por autismo. O autista passa a adentrar os espaços sociais e políticos para participar de debates que tratam de sua própria condição, seguindo o slogan “Nada sobre nós, sem nós” (Pinheiro, 2022, p. 22).

Compreendemos, dessa maneira, que a neurodiversidade é uma importante contribuição às reflexões sobre Educação Inclusiva, visto que ela favorece o reconhecimento das diferenças de modo a transpor a ótica clínica e valorização de laudos médicos. Esse novo olhar para as diferenças é considerado “[...] como um pilar importante quando temos a proposta de construir uma escola mais inclusiva e preparada para interagir com a diversidade humana” (Viana; Manrique, 2020, p.92).

A reflexão hermenêutica pode ser uma aliada nesse processo. Ela permite, mediante a autocrítica e a reflexão sobre a prática, ampliar as possibilidades compreensivas, abrir espaço para a pluralidade e repensar a educação por meio do diálogo. A “hermenêutica traz à tona uma forma especial de tornar compreensível o mundo” (Hermann, 2002, p. 23). Ademais, “[...] amplia o sentido da educação para além da prevalência da normatividade técnico-científica, [...] para indicar que o processo educativo é uma experiência do próprio aluno, que se realiza pela linguagem” (Hermann, 2002, p. 83-84).

Para Mantoan (2015), a educação inclusiva, **sem diferenciar** o que é ensinado para um ou mais alunos, parte do princípio de que a diferenciação é realizada pelo próprio aluno ao aprender, e não pelo professor. Nessa mesma linha de raciocínio, Orrú (2017, p. 44) diz que, no “processo pedagógico dialógico e inclusivo a homogeneização do ensino é algo inaceitável”, mesmo que os alunos aprendam de formas e ritmos diferentes, deve-se levar em conta suas singularidades. Orrú (2017, 2019) ainda critica a excessiva importância que a escola dá para os laudos e avaliações diagnósticas. A autora diz que “[...] o diagnóstico biomédico não deve ser um dispositivo para discriminar e profetizar quem irá ou não aprender” e segue dizendo que “[...] as metodologias devem ser construídas junto COM o aprendiz e não a partir de critérios universais” (Orrú, 2017, p. 44).

Já para Nogueira (2016; 2019), para que todos os alunos sejam atendidos com a mesma qualidade e consigam ter acesso ao objeto de conhecimento, é necessária a adesão de currículos e práticas pedagógicas diferenciadas. Ainda afirma que “[...] a sensibilização e a conscientização do professor são fatores primordiais”, já que é sua responsabilidade diminuir as barreiras de acesso ao conhecimento, “[...] buscando para isso tanto o auxílio de tecnologias assistivas quanto diversificar sua metodologia" (Nogueira, 2019, n.p). Ou seja, as ações metodológicas e organizacionais devem ser realizadas considerando-se todos os alunos, de modo que se sintam bem amparados para se envolverem e aprenderem.

Embora pareça haver uma contradição, uma oposição de ideias entre as autoras mencionadas no parágrafo anterior, elas comungam do mesmo ideal, isto é, de que o professor deve trabalhar o mesmo conteúdo com todos os seus alunos, de modo que todos se apropriem do conhecimento científico. E, para isso, precisa dispor de diferentes metodologias, que serão desenvolvidas a partir do conhecimento e reconhecimento das diferentes singularidades. Porém, os diferentes métodos de ensino devem ser desenvolvidos de tal forma a atender a todos os alunos e não a alguns em específico. Assim, concordamos com Viana e Manrique (2020, p. 102) quando afirmam que o currículo deve ser pensado "a partir da diversidade e para a diversidade".

Cabe mencionar que a aprendizagem não será homogênea, visto que, como é natural dos seres humanos, ninguém aprende e se interessa pelo mesmo assunto em igual intensidade que outra pessoa. A homogeneidade é uma idealização, é irreal.

Para finalizar este item, gostaríamos de reforçar que, embora seja comum utilizar o termo Educação Inclusiva como sinônimo de Educação Especial, a Educação Inclusiva é muito mais ampla e abrangente que a Educação Especial. A Educação Inclusiva é como um enorme guarda-chuva e, a Educação Especial é uma das modalidades que está sob esse guarda-chuva, na medida que a inclusão propõe uma escola para todos os alunos, independente de posições socioculturais ou características pessoais.

1.2 Educação Matemática Inclusiva

A Educação Matemática constitui-se como campo de conhecimento que tem como pressuposto que o acesso ao saber matemático é possível para todos os estudantes, ou seja, ao ter como objeto de estudo os fenômenos que ocorrem no interior da sala de aula, os processos de ensinar e de aprender ganham relevância. Dessa forma, as diferentes tendências da Educação Matemática, sejam aulas investigativas ou metodológicas, empreendem esforços no sentido de compreender como os estudantes aprendem e como deve ser a atuação docente na mediação da construção do conhecimento matemático.

A Educação Inclusiva se constituiu a partir de discussões mundiais que aconteceram na década de 1990[11] e que estabeleceram, como pressuposto essencial, que todos têm o direito de ‘aprenderem’ juntos, em um mesmo ambiente escolar. Assim, apenas considerando-se os pressupostos aqui mencionados, da Educação Matemática e da Educação Inclusiva, é redundante falar-se em Educação Matemática Inclusiva.

Entretanto, ainda vivenciamos um momento em que a inclusão em geral, e a de estudantes apoiados pela Educação Especial, não se efetiva de maneira a proporcionar um ensino de boa qualidade e, portanto, como uma ‘ação afirmativa’, ainda é necessário discutir e realizar pesquisas em Educação Matemática Inclusiva. Entretanto, o que seria necessário para se pensar em uma sala de aula inclusiva?

Para Nogueira (2019), a inclusão efetiva-se mediante as tarefas que são propostas em sala de aula. Essas tarefas devem ser pensadas de maneira a legitimar, no sentido de reconhecer, respeitar e valorizar as diferenças dos estudantes da turma, desde o enunciado, os recursos didáticos e as estratégias metodológicas. Elaborar situações de aprendizagem com tais caraterísticas é o desafio fundamental do professor. Ainda, de acordo com a autora, o professor pode beneficiar seus alunos buscando contemplar suas eventuais necessidades educacionais específicas ao utilizar as “[...] recomendações gerais da Educação Matemática, a saber: trabalhar com situações significativas; entender a natureza do conhecimento matemático, considerar o conhecimento prévio dos alunos, etc.” (Nogueira, 2016, p. 56).

E, nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) pode ser uma aliada, pois “[...] busca analisar o desenvolvimento e a aprendizagem de competências complexas dos estudantes”, proporcionando ao professor “[...] compreender os processos e as práticas de ensino que possibilitem o desencadeamento dos processos de aprendizagem” (Santana; Alves; Nunes, 2015).

Associada a isso e não menos importante, tem-se a mediação possibilitada pelo professor. Autores como Nogueira (2016), Fleira e Fernandes (2019), Vergnaud

[11] Nas conferências sobre ‘Educação para Todos’ de Jontien, na Tailândia, em 1991 e de Salamanca, na Espanha em 1994.

(2017), Kranz e Campos (2020), dentre outros, discorrem sobre a importância de o docente selecionar e propor situações, além de buscar os meios materiais e humanos mais adequados para promover a aprendizagem de todos os estudantes. E, na perspectiva inclusiva, a mediação ganha papel relevante, pois, se

> [...] o sujeito é visto a partir da sua falta, da sua deficiência, ou seja, quando a escola tem o laudo clínico como principal elemento norteador de suas práticas, quando ele se constitui instrumento mediador, a mediação pedagógica que se efetiva tende a ser de baixa qualidade, infantilizadora (Kranz, Campos, 2020, p. 6).

Em vista disso, “[...] faz-se necessário que sejam desenvolvidas mediações inclusivas, por meio das quais seja possível ensinar conceitos também aos alunos com deficiência”, o que permitiria “a ressignificação do conceito individual de deficiência” (Kranz; Campos, 2020, p. 7).

Pressupõe-se, assim, que a Educação Matemática que é de fato inclusiva é aquela que, a partir da natureza do conhecimento matemático, trabalha com situações significativas, levando em consideração os conhecimentos prévios dos alunos e suas singularidades. A Educação Matemática Inclusiva não se baliza ao que o aluno não pode fazer, mas no que ele é capaz de aprender.

1.3 Educação de alunos do Transtorno do Espectro Autista

A revisão bibliográfica realizada para embasar e justificar a investigação aqui relatada, corroborou o estabelecido por Viana e Manrique (2019) e Lucena (2021), de que há escassez de estudos teóricos e práticos em relação ao tema em questão e que ainda existem pesquisas recentes em Educação Matemática que trazem princípios assentados em paradigmas não inclusivos (Russo, 2016; Colling, 2018; Faustino, 2019). Identificamos, também, que algumas pesquisas sobre o Transtorno do Espectro Autista (TEA) na área da Educação Matemática, mesmo tendo viés inclusivo, retratam a trajetória do autismo de forma mais clínica do que sociológica (Cardoso, 2016; Fleira, 2016; Sousa, 2020), dando ênfase a aspectos médicos, como laudos, classificações e diagnósticos.

Consideramos que a educação que se faz inclusiva tem um olhar para além do laudo médico, ou seja, não encerram o estudante autista em seu diagnóstico, pois, segundo Orrú (2019),

> Se explorarmos com atenção e criticidade os critérios diagnósticos para o TEA, veremos que ele declara o indivíduo com destaque reducionista de seu potencial de aprendizagem e desenvolvimento. O DSM não diz que esse indivíduo não aprenderá, mas realça tanto suas inabilidades e déficits num contexto generalizado de seu desenvolvimento que exprime à família, à escola a sensação de incapacidade de viver normalmente em sociedade (Orrú, 2019, p. 51).

Dessa maneira, optamos por descrever brevemente, nos parágrafos a seguir, as principais características do autismo seguindo a perspectiva da neurodiversidade e da inclusão, e, na sequência, fazemos uma análise hermenêutica com a interlocução de alguns dos trabalhos desenvolvidos nos últimos anos na área da Educação Matemática Inclusiva e autismo. Por último, apresentamos de maneira suscinta, as políticas públicas vigentes que amparam os alunos autistas.

Segundo Orrú (2019), a utilização do termo Transtorno do Espectro Autista (TEA) é recente e foi empregado em virtude de o autismo ser um transtorno que representa uma ampla categoria, isto é, o uso da palavra espectro é em virtude de um conjunto de características que, frequentemente, variam de indivíduo para indivíduo. Essas características são a incapacidade ou a dificuldade em estabelecer relações com outras pessoas, os atrasos ou alterações na aquisição e no uso da linguagem, a tendência a atividades ritualizadas, as dificuldades para mudar a rotina e os comportamentos estereotipados e incomuns.

Esses atributos geralmente causam prejuízos para o indivíduo autista. Os comportamentos ou interesses restritos e repetitivos e a sensibilidade de um ou mais dos cinco sentidos também podem afetá-los negativamente, pois dificultam ao autista interagir positivamente com o meio a sua volta. Outra característica comum, que aparece até mesmo em autistas sem *déficit* cognitivo, é a literalidade, isto é, prevalece a compreensão literal das palavras, o que gera dificuldades em compreender metáforas e ironias. É comum, também, a dificuldade com a linguagem abstrata e com instruções complexas. O que pode parecer algo simples para a maioria das pessoas, para o indivíduo autista pode ser complicado e desorientador (Romero, 2018; Orrú, 2012).

Todavia, o autista é exclusivo enquanto indivíduo e, embora possua características peculiares referentes à sua condição, “[...] suas manifestações comportamentais diferenciam-se segundo seu nível linguístico e simbólico, quociente intelectual, temperamento, acentuação sintomática, histórico de vida, ambiente, condições clínicas, assim como todos nós" (Orrú, 2012, p. 30). Ou seja, todas essas particularidades fazem de cada indivíduo autista um ser único, como todos os outros indivíduos.

Em relação ao nível de TEA em que o aluno se encontra, a mediação do professor é fundamental, e este deve estar apto a possibilitar para o estudante o auxílio necessário (Cardoso, 2016). Em outras palavras, na perspectiva da Educação Inclusiva, o professor deve estar disposto a conhecer cada um de seus alunos, as características e dificuldades, as diferenças e limites de cada um, pois, conforme Nogueira (2019), quando se fala de inclusão, o importante são as diferenças e o respeito a elas. A diferenciação e o reconhecimento das características e limites dos alunos não são, jamais, para classificá-los, mas para proporcionar ao professor subsídios para a elaboração de seu planejamento, buscando as melhores estratégias metodológicas.

Na concepção da Educação Inclusiva, as singularidades apresentadas por cada aluno, autista ou não autista, não devem ser, de maneira alguma, usadas como critérios para segregar ou excluir. Pelo contrário, podem servir de instrumento balizador para que o professor, ao considerar as diferenças, planeje ações didáticas diversificadas que as legitimem, ao mesmo tempo em que contribuam para o acesso ao saber de todos os seus alunos.

No que se refere às ações didáticas que legitimem as diferenças dos estudantes, um estudo de Viana e Manrique (2019), que teve como objetivo identificar o cenário brasileiro de pesquisas envolvendo estudantes autistas a partir das investigações com enfoque na Educação Especial, identificou que essas pesquisas ainda são representadas por um número muito pequeno de trabalhos na área da Educação Matemática se comparado com as pesquisas envolvendo estudantes com Deficiência, "[...] e têm se caracterizado por um movimento de pesquisadores que se ocupam com esta temática a partir da segunda década do século XXI", com mais intensidade a partir de 2014, "[...] com uma busca por estratégias e articulações que favoreçam o processo educativo de matemática" (Viana; Manrique, 2019, p. 252). Os pesquisadores relatam que no Brasil são recentes as pesquisas realizadas na área da Educação Matemática que refletem sobre as especificidades da Educação Especial e estas "[...] são cada vez mais estimuladas pelo movimento inclusivo (...) que direciona o sistema educacional para a promoção de uma educação para todos, a qual tem como meta a Educação Inclusiva" (p. 253). E os alunos autistas fazem parte desse processo de inclusão, que segundo os autores, são geralmente identificados como grupo-alvo da Educação Especial.

Em outro artigo, Viana e Manrique (2020, p. 91) buscaram compreender "[...] qual é o cenário de propostas curriculares de Matemática para a educação básica e com a perspectiva de incluir estudantes atípicos, que os professores e licenciandos encontram atualmente no sistema educacional brasileiro". Nesse trabalho, os autores identificam a neurodiversidade como "[...] um novo paradigma que emerge de mobilizações sociais, estudos e pesquisas relacionados principalmente, ao grupo das pessoas autistas" (p. 92), mas que na área da Educação Matemática tem sido pouco estudado no Brasil.

Um dos pontos da neurodiversidade é valorizar as diferenças, defendendo na educação uma abordagem menos clínica e mais sociológica para as pessoas que normalmente são identificadas como público-alvo da Educação Especial ou as consideradas neurodivergentes ou atípicas, como as diagnosticadas com o Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), discalculia ou autismo, por exemplo. E, de acordo com Viana e Manrique (2020), embasados em Armstrong (2010), pesquisas demonstraram que nos últimos anos, dentre esses diagnósticos, "[...] o autismo é o que mais se relaciona com o movimento da neurodiversidade, tanto por questões históricas da concepção desse movimento como na constituição de associações e grupos de apoio aos neurodiversos" (p. 95).

Seguindo o slogan da neurodiversidade (Nada sobre nós, sem nós), Pinheiro (2022) em sua pesquisa de mestrado optou por não seguir o viés clínico, apresentando algumas descrições do autismo utilizando autobiografias de quem está no espectro, "[...] a fim de provocar outros olhares sobre o TEA a partir do que nos dizem os próprios autistas" (Pinheiro, 2022, p. 18). No entanto, o objetivo de sua pesquisa era compreender/analisar, a partir de narrativas de estudantes autistas, os principais aspectos sobre a escolarização desses estudantes nas aulas de Matemática. A pesquisadora identificou três aspectos comuns nos relatos dos autistas colaboradores. 1) *(Im) Possibilidades nas aulas de Matemática com estudantes autistas*, se refere à ênfase dos participantes com relação às práticas (ou falta delas) dos professores de Matemática nas classes comuns. 2) *Por uma Matemática que se relaciona com a vida*, sobre a compreensão dos colaboradores "[...] de que há relevância e significado em aprender Matemática quando ela se relaciona com a vida cotidiana dos sujeitos". 3) *O que dizem autistas sobre inclusão nas aulas de Matemática*, ou seja, o que se constitui como inclusão nas aulas de Matemática na visão dos participantes autistas. Segundo Pinheiro (2022, p. 117), para os colaboradores de sua pesquisa, "[...] a inclusão nas aulas de Matemática depende do acesso a um ensino equitativo, em que suas necessidades educacionais específicas não definem sua capacidade de aprendizagem e participação nas aulas de Matemática".

Identifica-se assim, a partir dos estudos realizados (Nogueira, 2019; Viana; Manrique, 2020; Abreu, 2022, Pinheiro, 2022) que a Educação Matemática Inclusiva é, ou deveria ser, naturalmente neurodiversa, já que carrega em seu bojo a perspectiva de pensar a educação para TODOS os alunos. De outra forma, os currículos e as práticas pedagógicas, antes pensados para os estudantes atípicos, devem ser incorporadas e aplicadas para o coletivo de alunos, transformando a escola que "[...] historicamente nunca foi para todos", para que "[...] caminhe no sentido de efetivamente incluir todos os alunos" (Kranz, 2015, p. 253). E, uma das primeiras ações que o professor pode e deve fazer é ouvir seus alunos, conhecer seus interesses, para então planejar ações didáticas assertivas.

1.4 Políticas públicas que favorecem os estudantes autistas

Vivemos em um país de dimensões continentais, em que a maioria da população é formada pelo processo de miscigenação, com diferentes hábitos e culturas. Além de diferentes culturas, cada indivíduo de nossa sociedade é único, possuindo características singulares. E a escola é o espaço em que as diferenças humanas se encontram. Para muitas crianças, esse é o primeiro ambiente de convívio com o diferente. No entanto, nem sempre foi assim, a escola pensada para **todos** os alunos é uma conquista recente.

Conforme informado no início desse capítulo, a política de inclusão só começou a se tornar uma realidade no Brasil com a CF de 1988 e, desde então, há o empenho de tornar a inclusão uma realidade. Dentre as várias leis e decretos promulgados, mencionaremos os mais relevantes para a educação de alunos autistas.

A partir da nossa Lei Suprema e, segundo Pimenta (2019), influenciada pelas

Declarações de Jomtien (UNESCO, 1990) e de Salamanca[12] (MEC; UNESCO, 1997), nasceu a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB (lei nº 9.394/96). Em seu Capítulo V, artigos 58, 59 e 60, a LDB estabelece critérios para a inclusão de alunos apoiados pela Educação Especial nas classes comuns da rede regular de ensino, o que representa um importante avanço para o sistema educacional em termos de igualdade para o ensino e a aprendizagem.

De acordo com Pimenta (2019, p. 4), em maio de 1999, ocorreu a Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as Formas de Discriminação contra as Pessoas Portadoras de Deficiência e "[...] Seu conteúdo foi promulgado, no Brasil, pelo Decreto Legislativo nº 198/2001, contemporâneo do Plano Nacional de Educação – PNE, surgido no mesmo ano". Esse PNE tinha "[…] o compromisso de responder educacionalmente por uma ampla gama de grupos vulneráveis e de reduzir as desigualdades, no que diz respeito ao acesso, à permanência na escola e ao sucesso escolar" (BRASIL, 2001, p. 36). Ainda, segundo Pimenta (2019), embasado em Garcia (2013), em 2003 surgiu o Programa Educação Inclusiva: direito à diversidade, com a intenção de apoiar a formação de professores/educadores e gestores, para a transformação dos sistemas educacionais em sistemas inclusivos.

Seguindo essa perspectiva, foi promulgada em 2008 a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (PNEEPEI), que

> [...] tem como objetivo assegurar a inclusão escolar de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação, orientando os sistemas de ensino para garantir: acesso ao ensino regular, com participação, aprendizagem e continuidade nos níveis mais elevados do ensino; transversalidade da modalidade de educação especial desde a educação infantil até a educação superior; oferta do **atendimento educacional especializado**; formação de professores para o atendimento educacional especializado e demais profissionais da educação para a inclusão; participação da família e da comunidade; acessibilidade arquitetônica, nos transportes, nos mobiliários, nas comunicações e informação; e articulação intersetorial na implementação das políticas públicas (Brasil, 2008, p. 14, grifo nosso).

Segundo Pimenta (2019), a PNEEPEI representa um avanço e aprimoramento dos documentos anteriores, trazendo uma nova concepção de Educação Especial,

[12] Documento produzido pela UNESCO durante a Conferência Mundial sobre Educação Especial, em 1994 na Espanha. A Declaração de Salamanca tem norteado as políticas públicas de diversos países, entre eles o Brasil. Ela ratifica o direito dos alunos deficientes a uma educação de qualidade, atendendo às suas necessidades e incluindo-o na sociedade de maneira atuante.

realçando a disponibilização de recursos e serviços, por meio do atendimento educacional especializado (AEE). O AEE (BRASIL, 2009) é um apoio, um suporte pedagógico especializado, ofertado pelas instituições de ensino e deve integrar a proposta pedagógica da escola, pois, conforme Marquezine e Lopes (2012, p. 45) *apud* Yaegashi, Nader e Yaegashi (2021), o AEE se constitui por um "[...] conjunto de atividades, recursos de acessibilidade e pedagógicos organizados institucionalmente, prestado de forma complementar ou suplementar à formação dos alunos no ensino regular".

O AEE é destinado para os alunos apoiados pela Educação Especial, que, de acordo com a PNEEPEI,

> [...] é uma modalidade de ensino que perpassa todos os níveis, etapas e modalidades, realiza o atendimento educacional especializado, disponibiliza os recursos e serviços e orienta quanto à sua utilização no processo de ensino e aprendizagem nas turmas comuns do ensino regular (Brasil, 2008, p. 10).

Esse documento também define o público-alvo da Educação Especial (alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação), alterando posteriormente a LDB, por intermédio da Lei nº 12.796, de 4 de abril de 2013.

O autismo ou TEA é um dos transtornos globais do desenvolvimento, segundo a Classificação Internacional de Doenças (CID 10) e, portanto, contemplado na PNEEPEI. Porém, o novo manual, CID 11, une todos os diagnósticos antes considerados como transtornos globais do desenvolvimento no Transtorno do Espectro do Autismo, dentro do grupo dos distúrbios do neurodesenvolvimento, com exceção da Síndrome de Rett.

Outra importante lei promulgada no Brasil foi a Lei da Inclusão da Pessoa com Deficiência, conhecida como Lei Brasileira de Inclusão (LBI) ou Estatuto da Pessoa com Deficiência (nº 13.146/2015). Esse documento, em seu artigo 4º, estabelece que "Toda pessoa com deficiência tem direito à igualdade de oportunidades com as demais pessoas e não sofrerá nenhuma espécie de discriminação" (Brasil, 2015), representando, de acordo com Tamiozzo (2018, p. 45), "[...] um grande avanço na inclusão de pessoas com deficiência na sociedade ao tratar de questões relacionadas a acessibilidade, educação e trabalho e ao combate ao preconceito e à discriminação". Segundo essa mesma autora, no que se refere a educação da pessoa com deficiência, a LBI traz aspectos que estão contidos na Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva e no Plano Nacional de Educação – PNE/2014, “[...] visando assegurar o sistema educacional inclusivo em todos os níveis e modalidades” (Tamiozzo, 2018, p. 45) na forma da lei.

Em 2012, foi promulgada a lei nº 12.764, que instituiu a Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista, também conhecida como Lei Berenice Piana. Uma lei que tem como objetivo estabelecer diretrizes, garantias e direitos para o tratamento dos autistas no Brasil. Para os autores Yaegashi, Nader e Yaegashi (2021), a existência de uma lei que implementa uma política pública específica direcionada ao atendimento das pessoas com Transtorno do Espectro Autista, é de extrema importância, visto que, a partir dela, “[...] viabiliza-se a possibilidade de implantação de programas políticos e atos administrativos tendentes a resguardar esses direitos estabelecidos” (Yaegashi, Nader, Yaegashi, 2021, p. 10). Ainda conforme estabelecido nessa norma jurídica, para todos os parâmetros legais, a pessoa no espectro autista será considerada pessoa com deficiência, isto é, os autistas gozam de todas as normas jurídicas estabelecidas às pessoas deficientes em geral, salvaguardando uma abordagem mais inclusiva.

No entanto, a simples instituição de normas jurídicas não é suficiente para garantir uma educação realmente inclusiva, é necessária a adoção de estratégias metodológicas por todos os profissionais da educação, a fim de conciliar a política com a prática e garantir um ensino pautado nos princípios dos Direitos Humanos.

CAPÍTULO 2

IDEIAS-BASE DE FUNÇÃO E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Neste capítulo, abordamos as ideias-base de função e a importância do desenvolvimento dessas ideias para a compreensão do aluno, para a formalização do conceito de função. Com tal propósito, apresentamos a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud, e sua relação com o desenvolvimento do presente trabalho.

2.1 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), suporte teórico para a elaboração do instrumento de produção e para a análise dos dados desta pesquisa, foi desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud, que a define da seguinte maneira: "[...] uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que relevam das ciências e das técnicas" (Vergnaud, 1996, p. 155).

Antes de apresentarmos as principais ideias relacionadas à Teoria dos Campos Conceituais (TCC), é preciso esclarecer que ela não é uma teoria didática, embora forneça contribuições importantes para a Didática. Ela é, conforme o próprio Vergnaud (1996), uma teoria cognitivista que, por proporcionar um panorama para a aprendizagem, interessa à didática. Segundo o autor, "[...] sua principal finalidade é fornecer um quadro que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos [...], entendendo por 'conhecimentos', tanto o saber fazer como os saberes expressos" (Vergnaud, 1996, p. 155).

Dentre as várias ideias inerentes à TCC, uma delas é a definição de **conceito**. Nela, **conceito** é um conjunto estabelecido sobre um tripé de outros três conjuntos, a saber, o conjunto das **situações** que dão sentido ao conceito, o conjunto dos **invariantes operatórios** e o conjunto das representações ou **significantes** (Vergnaud, 1996, 2009a, 2017). Para Vergnaud, o significado de conceito é muito mais amplo do que o geralmente utilizado, uma vez que envolve um conjunto de situações que lhes dão significado. Os conceitos orientam as soluções para problemas, ao mesmo tempo em que são resultado dessas resoluções. Os conceitos organizam-se em forma de **esquemas** e não funcionam isoladamente. Uma situação pode exigir a utilização de vários conceitos, assim como um único conceito pode envolver um conjunto de situações. E o processo cognitivo ocorre por meio da formação de conceitos, em relação uns com os outros, formando uma ampla rede. É por isso que, inspirando-se em Piaget e Vygotski, e considerando, inicialmente, a Matemática, Vergnaud propôs a noção de campo conceitual (Vergnaud, 1996, 2009a, 2017, 2019).

Na resolução de um problema, "[...] Cada um dos caminhos ou procedimentos suscetíveis de serem engajados pelos sujeitos (...) pode se tornar um esquema. Alguns não conduzem ao êxito", e são geralmente "[...] abandonados antes mesmo de ser estabilizados. Outros são reforçados" (Vergnaud, 2009b). Vergnaud (1996, p. 157) chama de esquema "[...] à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações". E os esquemas não organizam apenas os procedimentos observáveis, eles constituem também o pensamento subjacente (Vergnaud, 2009b).

Os conhecimentos contidos nos esquemas são os **invariantes operatórios** e podem ser **conceitos em ação** e **teoremas em ação**. Para Vergnaud (1996, 2009b), um conceito em ação é um conceito julgado como adequado na ação em situação, permitindo identificar os objetos (materiais e imateriais), as propriedades e suas relações. Já um teorema em ação é uma proposição considerada verdadeira na ação em situação, porém, ele pode ser falso, a depender da situação. Por exemplo, o número de elementos do conjunto C, formado por A U B, será dado pelo teorema n(C) = n(A) + n(B) se a intersecção entre os conjuntos A e B for vazia, caso contrário, esse teorema será falso.

Em uma situação, a conduta do indivíduo não é formada apenas por suas ações, mas também por informações, regras e antecipações que lhes dão "[...] segurança de que ele fez o que pensava fazer e que ele continua no caminho escolhido" (Vergnaud, 2009b). E, de acordo com Vergnaud (2009b), são os conceitos em ação que permitem ao indivíduo extrair as informações pertinentes, selecionando os teoremas em ação mais adequados.

Vergnaud (1996, 2003, 2009a) considera que existem várias representações para um mesmo conceito, tal como existem diferentes classes de situações que o demandam em suas soluções. Além disso, no interior de cada classe de problemas, existem subclasses que envolvem uma série de conceitos, relacionados a diferentes formas de pensamento. Por exemplo, considerando os problemas de estruturas multiplicativas (aqueles que envolvem uma ou mais operações de multiplicação e/ou divisão), existem os problemas de Proporção Simples (relativamente mais fáceis para os alunos), os problemas de Produto Cartesiano e os de Comparação (Gitirana et al., 2014).

De acordo com Gitirana *et al.* (2014), para dominar o campo multiplicativo, o aluno deve ser capaz de resolver os vários tipos de situações desse campo conceitual e o mesmo vale para os demais campos conceituais. Não basta saber realizar uma operação numérica. Quando o aluno não é capaz de resolver as diferentes situações de um mesmo conceito, ele ainda não construiu esse conceito, pois o aprender é um processo complexo, que se desenvolve ao longo de toda a vida.

Para Vergnaud (2009b), fundamentado em Piaget, conhecimento é uma adaptação, que ocorre por meio da evolução das formas inteligentes da organização de atividades realizadas por um indivíduo. Outro constructo da TCC refere-se às formas **operatória** e **predicativa** do conhecimento. Isto é, a competência do "saber fazer" e a competência do "saber explicar o que faz e como faz", respectivamente. Nesse sentido, é importante propor aos alunos situações que possibilitem o desenvolvimento simultâneo tanto da forma operatória quanto da forma predicativa do conhecimento.

Conforme *Gitirana et al.* (2014), na TCC, a competência é compreendida como uma forma operatória do conhecimento, que possibilita ao sujeito atingir os objetivos e ser bem-sucedido em determinada situação, ou seja, "[...] a competência refere-se à capacidade de mobilizar concepções para se obter êxito em certas situações" e, "[...] as concepções evoluem à medida que os alunos enfrentam novas situações" (Gitirana *et al.*, 2014, p. 16). E, de acordo com Vergnaud (2011), não são em poucos dias ou em algumas semanas que um sujeito adquire uma nova competência ou um novo conceito, mas, sim, num longo prazo, que compreende muitos anos de escolarização e vários processos de filiações e rupturas. Esse processo leva à ampliação e à variação dos esquemas de ação do sujeito, ou seja, ao desenvolvimento cognitivo.

A TCC está centrada no aluno e em sua ação, afinal, o aluno é o protagonista dos processos de ensino e de aprendizagem; contudo, nesse processo, o professor tem o importante papel de mediador, e, por isso, também está no centro do processo educativo (Vergnaud, 2017). Para o autor, o aluno percorre boa parte do caminho, mas não aprende sozinho, visto que é o professor quem seleciona, elabora e propõe situações-problema incentivadoras e é quem instiga a interação entre aluno-situação e alunos-alunos.

E, nas palavras de Vergnaud (2017, p. 34), o principal benefício da TCC para a educação "[...] é a informação aos docentes sobre o processo dos alunos, que serão orientados pelos erros que eles cometem. Estes erros correspondem às hipóteses incompletas que os alunos percorrem numa aprendizagem". E "[...] o pesquisador que quer compreender o desenvolvimento da aprendizagem é, portanto, levado a tomar por objeto de estudo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos, ou seja, um campo conceitual" (Vergnaud, 2009b, p. 29). Deste modo, apresentamos, a seguir, o Campo Conceitual Multiplicativo, compreendido como essencial para estudar a mobilização das ideias-base de função.

2.2 Campo Conceitual Multiplicativo

O instrumento de produção de dados da investigação realizada constituiu-se de situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo, também chamado de campo das situações multiplicativas (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017) ou campo das estruturas multiplicativas (Gitirana *et al*., 2014) A opção por este campo conceitual se deu em virtude de pesquisas realizadas no âmbito do GEPeDiMa (Pavan, 2010; Silva, 2021) apontarem que a escolha e construção de diferentes problemas desse campo "[...] possibilitam o trabalho com as ideias base de função e colaboram para a compreensão deste conceito" (Silva, 2021, p. 23).

O campo das estruturas multiplicativas envolve vários conceitos relacionados às operações de multiplicação e/ou divisão, como razão, proporção, combinação, área, função linear e n-linear, entre outros. Ou seja, com a multiplicação, "[...] os alunos são levados a operações de pensamento que não se deixam reduzir a operações numéricas, mas implicam também raciocínios sobre quantidades e grandezas, um tipo precedente de análise dimensional" (Vergnaud, 2011, p. 23).

Consoante a Silva (2021, p. 24), fundamentada em Magina, Merlini e Santos (2016) e Magina e Porto (2018), o desenvolvimento do campo multiplicativo é fundamental para o desenvolvimento do conceito de função.

As estruturas multiplicativas foram classificadas por Vergnaud (2009a) em duas grandes categorias, as relações ternárias e as relações quaternárias. As situações classificadas como de relação ternária são as que relacionam três elementos/medidas entre si, enquanto as situações quaternárias relacionam quatro elementos/medidas. No quadro a seguir, elaborado a partir de Vergnaud (2009a) e Gitirana *et al.* (2014), ilustramos a classificação das situações do Campo Conceitual Multiplicativo consideradas no presente trabalho.

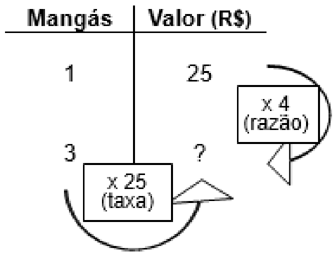
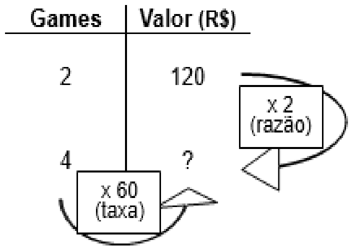
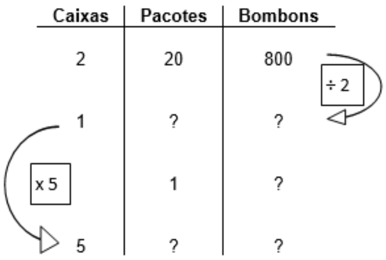
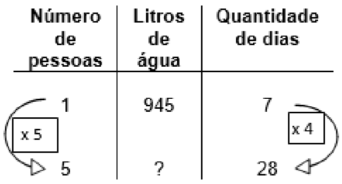
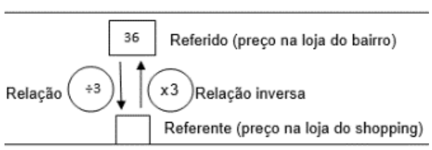
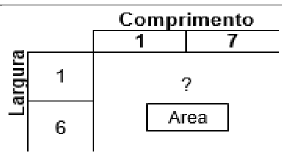
Relações	Classes	Subclasses
Quaternária	Proporção Simples	Multiplicação um para muitos Partição Cota Muitos para muitos
	Função Bilinear	-
	Proporção Múltipla	-
Ternária	Comparação Multiplicativa	Relação desconhecida Referido desconhecido Referente desconhecido
	Produto Cartesiano (Produto de medidas)	Área/Volume Combinação com todo desconhecido Combinação com parte desconhecida

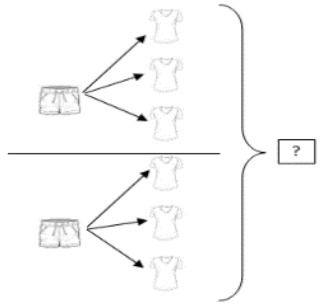
Quadro 1: Classificação das situações do Campo Conceitual Multiplicativo
Fonte: adaptado de Vergnaud (2009a) e Gitirana *et al.* (2014).

Observa-se, no Quadro 1, que as relações quaternárias são divididas em três classes, Proporção Simples, Proporção Múltipla e Função Bilinear, que são classificadas em Multiplicação Um para Muitos, Partição, Cota e Muitos para Muitos. Os problemas de Proporção Simples, da classe Muitos para Muitos, são denominados por Gitirana *et al.* (2014) como de Quarta Proporcional e, também, conhecidos como problemas de grandezas diretamente proporcionais.

As relações ternárias, por sua vez, estão divididas em duas classes, Comparação Multiplicativa e Produto Cartesiano. As situações de Comparação são classificadas em Relação desconhecida e Referido ou Referente desconhecido, dependendo do elemento a determinar. Já as situações de Produto Cartesiano, também chamadas de Produto de Medidas em Castro, Castro Filho e Barreto (2017), são classificadas em Área (Configuração Retangular) ou Volume e Combinação, que é subdividida em parte desconhecida e todo desconhecido, a depender do valor desconhecido.

Apresentamos a seguir, fundamentadas em Vergnaud (2009a), Pavan (2010), Gitirana *et al.* (2014), Castro, Castro Filho e Barreto (2017) e Silva (2021), alguns problemas para exemplificar e melhor explicar cada classe descrita no Quadro 1.

Classe/ Subclasses	Problema	Cálculo relacional
Proporção Simples: Multiplicação um para muitos e Cota	1) Carlos adora ler mangás. Carlos encontrou um site que vende mangás mais baratos. Cada mangá custa R$ 25,00. a) Se Carlos comprar 3 mangás, quantos reais irá gastar? b) Carlos tem R$ 150,00. Quantos mangás Carlos consegue comprar com R$ 150,00?	
Proporção Simples: Muitos para muitos e Partição	2) Num folheto de propaganda de games, o valor de cada game ficou encoberto por tinta. Sabendo que o valor de dois games é R$ 120,00, responda: a) Se comprarmos 4 games, quanto pagaremos? b) Nessa promoção, qual é o valor de cada game? c) Se comprarmos 9 games, quanto pagaremos?	
Proporção Múltipla	3) Em 2 caixas iguais, cabem 20 pacotes idênticos de bombons, totalizando 800 bombons. a) Quantos bombons há em cada pacote? b) Quantos bombons há em 5 caixas?	
Função Bilinear	4) Uma pessoa consome em média, durante uma semana, 945 litros de água para tomar banho. Quantos litros de água serão consumidos por um grupo de 5 pessoas, em 28 dias?	
Comparação: Referente desconhecido – vezes maior	5) Uma loja do Bairro vende tudo três vezes mais barato que uma loja do Shopping. Dona Cida comprou uma sandália que custa R$ 36,00 na loja do bairro. Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?	
Produto Cartesiano: Área	6) Uma sala de aula com formato retangular mede 6 metros de largura e 7 metros de comprimento. Qual é a área dessa sala de aula?	

Produto Cartesiano: Combinação com todo desconhecido	7) Julia tem três camisetas e dois *shorts* que ela usa para fazer caminhadas. Se Júlia combinar uma das três camisetas com um dos *shorts,* quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?	

Quadro 2: Exemplo de problemas de estruturas multiplicativas
Fonte: Elaborados pela pesquisadora, adaptados de Gitirana *et al.* (2014), Castro, Castro Filho e Barreto (2017) e Silva (2021).

Observa-se, a partir do Quadro 2, que os problemas de Proporção Simples são problemas que envolvem quatro medidas, sempre relacionadas duas a duas de mesma natureza. Esses problemas são comumente resolvidos utilizando-se uma regra de três, no entanto, para Castro, Castro Filho e Barreto (2017), deve-se ter cuidado ao apresentar o algoritmo da regra de três, evitando apresentá-lo de forma automática, pois os alunos precisam identificar e compreender o raciocínio envolvido na situação, que relaciona as grandezas duas a duas.

Ao examinar "[...] a estrutura de uma situação de proporção, é possível verificar propriedades que as relacionam com função, o que possibilita aos estudantes utilizarem não apenas os conceitos de aritmética, mas noções do campo algébrico" (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017, p. 19). Segundo Gitirana *et al.* (2014) e Castro, Castro Filho e Barreto (2017), as situações de Proporção Simples podem ser modeladas por uma função linear, pois a proporção que se estabelece é sempre entre duas grandezas. Dessa forma, uma situação de Proporção Simples pode ser representada pela relação $f(x) = ax$, em que a é a taxa que relaciona as duas grandezas.

Embora os problemas de Proporção Simples sejam mais fáceis, eles podem variar em complexidade, dependendo das variáveis envolvidas, como a operação para resolução (multiplicação ou divisão), os valores serem contínuos ou discretos, as medidas estarem explícitas ou implícitas no enunciado, entre outros.

As situações de Proporção Múltipla e Função Bilinear, exemplificadas no Quadro 2 por meio dos Problemas 3 e 4, também podem ser modeladas por uma função. No entanto, essas situações são mais complexas do que as de Proporção Simples, pois compreendem a composição de duas Proporções Simples, ou seja, envolvem “[...] mais de duas grandezas, relacionadas duas a duas, sendo que todas as medidas são proporcionais e dependentes duas a duas” (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017, p. 26). No Problema 3, há uma relação entre a quantidade de caixas e a quantidade de pacotes e uma relação entre a quantidade de pacotes e de bombons por pacote. Também pode-se relacionar a quantidade de bombons com a quantidade de caixas. Dessa maneira, ao alterar a quantidade de qualquer uma dessas grandezas (caixas, pacotes e bombons), alteram-se proporcionalmente todas as outras.

Situações de Proporção Múltipla podem ser representadas, de acordo com Castro, Castro Filho e Barreto (2017), como uma composição de funções, o que a torna, segundo Gitirana *et al.* (2014), mais difícil e pouco compreendida pelos alunos do Ensino Fundamental. No nosso exemplo, Problema 3, tem-se as funções $f(x) = 10x$ e $g(x) = 40x$, em que os números *10* e *40* são as taxas que relacionam tanto a quantidade de caixas com a quantidade de pacotes quanto a quantidade de pacotes com a quantidade de bombons, respectivamente. Das funções f e g, tem-se a composta dada por $f(g(x)) = 400x$, que relaciona a quantidade de caixas com a quantidade de bombons. Observa-se, dessa maneira, que a Proporção Múltipla também pode ser representada por meio de uma função linear.

Já as situações de Função Bilinear, também denominadas de Proporção Dupla (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017), são relativamente mais fáceis para os estudantes, quando comparadas com as situações de Proporção Múltipla (Gitirana *et al.*, 2014) e também podem ser expressas por meio de uma função, só que, nesse caso, por uma função de duas variáveis ou por uma função n-linear, com *n* variáveis (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017, p. 26).

Observa-se, no problema 4 do Quadro 2, que a razão entre o número de pessoas é diferente da razão entre a quantidade de dias. Isto acontece porque há três grandezas envolvidas, relacionadas duas a duas, formando uma relação proporcional de quatro quantidades. Ou seja, existem duas relações fixas: uma entre o número de pessoas com a quantidade de litros de água e outra entre a quantidade de água consumida em sete dias, porém, não há relação entre a quantidade de dias e o número de pessoas. Por consequência, pode-se alterar o número de pessoas sem alterar a quantidade de dias e vice-versa.

Em termos funcionais, a situação apresentada no Problema 4, pode ser representada por meio da função $f(x,y) = 945xy$, em que x representa o número de pessoas e *y* a quantidade de dias.

Assim como as situações de Proporção Simples, os problemas classificados como de Proporção Múltipla e Função Bilinear podem variar seu nível de complexidade dependendo de fatores como valor desconhecido, o valor da unidade estar ou não explícito, entre outros.

Passamos agora para as situações de relação ternária, a Comparação e o Produto Cartesiano, que, conforme Castro, Castro Filho e Barreto (2017), são aquelas que relacionam duas medidas de mesma natureza ou de naturezas distintas, gerando uma terceira medida e que podem ser representadas por meio de uma função *n*-linear. São exemplos de relações ternárias os problemas que abordam: comparação multiplicativa, área, volume, combinatória, dentre outros.

Os problemas de Comparação Multiplicativa são aqueles que compreendem uma relação entre duas quantidades de mesma natureza. Segundo Gitirana *et al.* (2014), esses são os problemas do Campo Multiplicativo que os alunos dominam mais rapidamente. São problemas muito próximos aos aditivos, nos quais duas grandezas de mesma natureza, uma sendo o referente e a outra o referido, são comparadas por um escalar.

No Problema 5 do Quadro 2, classificado como de Comparação Multiplicativa com referente desconhecido (loja do shopping), tem-se duas grandezas de mesma natureza (dinheiro) que se relacionam por meio de um escalar de comparação, o qual indica quantas vezes o referido é menor que o referente.

Essa situação pode ser representada por meio da proposição: “Referido = Referente ÷relação”, mas, como o valor desconhecido é o Referente, a operação a se utilizar se inverte, e, assim, tem-se que “Referente = 3 x Referido”. Pode-se variar o nível de dificuldade desse tipo de situação, alterando-se o valor desconhecido (Referido ou Relação).

Por fim, os problemas de Produto Cartesiano são aqueles que relacionam duas ou mais grandezas independentes entre si, gerando uma nova grandeza, tal como os problemas de área, de volume e de combinação. Os Problemas 6 e 7 do Quadro 2 são exemplos de situações desse tipo.

As situações que envolvem área, também chamadas de situações de configuração retangular, como a do Problema 6, podem ser compreendidas como de dupla proporcionalidade e serem representadas por meio de uma Função Bilinear

$f(x,y) = xy$, em que x e y são variáveis independentes (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017), isto é, uma não depende da outra, de forma que é possível, no caso do cálculo de área, fixar o comprimento e variar a largura e vice-versa. No entanto, "[...] *f(x,y) = x .y, não pode ser vista como uma* composição de funções" (*idem*, 2017, p. 31, grifos dos autores).

As situações combinatórias, como o Problema 7, por exemplo, são aquelas que relacionam, dois a dois, todos os elementos dos conjuntos envolvidos, produzindo novos conjuntos. Esse tipo de situação pode ser representado por meio de uma tabela de dupla entrada ou por meio de uma "arvore de possibilidades". Os alunos também poderiam somar as quantidades de combinações possíveis entre *shorts* e camisetas. Entretanto, esses caminhos podem levar o aluno a não desenvolver o raciocínio multiplicativo (Castro, Castro Filho, Barreto, 2017), além de que grandes quantidades inviabilizam tanto a representação quanto o processo de contagem. O mais adequado seria o aluno compreender que o total de combinações decorre do produto entre as quantidades de elementos dos conjuntos que representam as partes, isto é, o produto entre a quantidade de camisetas e a quantidade de *shorts* (Total de combinações = 3 camisetas x 3 *shorts*).

Os problemas de Comparação e de Produto Cartesiano, assim como os de Proporção, também podem variar o nível de dificuldade, a depender das variáveis envolvidas. Gitirana *et al.* (2014), por meio dos resultados de pesquisas realizadas, indicam ser possível elaborar problemas que alunos desde o início do Ensino Fundamental já mostram bom desempenho, até problemas extremamente difíceis para alunos do final dessa etapa de ensino.

No tópico a seguir, apresentamos o conceito matemático de função e suas ideias-base, bem como a importância do desenvolvimento dessas ideias para a compreensão e da formalização desse conceito para o aluno.

2.3 Ideias-base de Função

Em seus estudos, Vergnaud (1996, 2009a, 2017, 2019) estabeleceu os Campos das Estruturas Aditivas e Multiplicativas e o GEPeDiMa, por meio da tese de Merli (2022), confirmou a existência do Campo Conceitual de Funções e identificou suas ideias-base: *dependência, regularidade, variável* e *generalização*, consideradas no presente trabalho.

Compreender e identificar as ideias-base de função é de fundamental importância para o professor que deseja ver seus alunos de posse desse conceito. E, de acordo com Ciani, Nogueira e Berns (2019, p. 43), “[...] compreender o longo processo de criação do conceito de função pela humanidade é fundamental ao professor para entender que a formação do conceito de função pelos alunos também é um processo complexo e demorado”.

O conceito matemático de função “[...] é um dos mais importantes da matemática” (Nogueira, 2014) e não foi construído por um único matemático ou surgiu da noite para o dia. Há uma longa história por detrás do que hoje denominamos Função. Segundo alguns pesquisadores, como Calado (2020), as noções básicas de função podem ser observadas, por meio de estudos, já na Antiguidade com os babilônicos, que utilizavam tabelas de dependência, em que a ideia de regularidade e a relação funcional entre variáveis também são identificadas (Calado, 2020) e, de acordo com Nogueira (2014), os primeiros sinais surgiram com os pitagóricos (séc. VI a.c.), porém, a definição de função surgiu somente no século XVII, com Newton. Para Roque (2012), o uso de tabelas de correspondência pelos egípcios e babilônicos não são suficientes para afirmar que a noção de função surgiu na matemática antiga. Para a autora, existe “[...] um componente fundamental para o desenvolvimento do conceito de função que não estava presente nesse momento: a variação” (Roque, 2012, p. 369) e a “[...] noção de variável só foi introduzida formalmente no século XIX” (*Idem,* 2012, p. 371).

Para Calado (2020, p. 24), o “[...] conceito de função surge de buscar entender, explicar e, principalmente, prever fenômenos naturais, o que contribui para que as funções sejam um dos mais importantes conceitos da Matemática”. Para Nogueira (2014), o conceito de função nem sempre dispôs da generalidade que tem atualmente, pois foi ampliando-se ao longo da História, surgindo por meio do empenho de cientistas e filósofos em explicar a realidade, mais especificamente, os fenômenos naturais. Segundo a autora, seu ensino ficou por muito tempo (até meados do séc. XIX) restrito ao ensino superior. Somente com o Movimento da Matemática Moderna, na década de 1960, é que seu ensino tornou-se recomendado para o que hoje denominamos de Educação Básica (Nogueira, 2014).

A palavra função comporta diferentes significados, mas, de modo muito simples, “[...]o significado da palavra **função** poderia ser traduzido por uma **tabela**, onde está expressa a relação existente entre duas quantidades variáveis interdependentes” (Nogueira, 2014, grifos nossos). Ela ainda apresenta quatro diferentes formas que podem ser utilizadas para se definir função:

> 1. Uma função é uma associação entre os elementos dos conjuntos A e B, de modo que a cada elemento do conjunto A corresponda um único elemento do conjunto B. 2. Uma função é o conjunto de pares ordenados cujos primeiros elementos são todos diferentes. 3. Dados dois conjuntos A e B, chama-se função de A em B qualquer relação entre tais conjuntos que faça corresponder a cada elemento de A, um único elemento de B. 4. Se y é função de x, então y é igual a uma expressão algébrica em x (Nogueira, 2014, p. 16).

Caraça (1951) define função da seguinte maneira: dados *x* e *y*, duas variáveis representativas de conjuntos de números: tem-se que y é função de *x* e escreve-se *y=f(x)*, se entre as variáveis existir uma correspondência unívoca no sentido de $x \rightarrow y$, em que *x* é chamada variável independente e *y* variável dependente.

Nas definições de função é possível observar a presença das ideias de correspondência, dependência, regularidade, variável e generalização, essenciais para a compreensão do conceito de função, como atestam diferentes autores (Caraça, 1951; Calado, 2020, Silva, 2021, Tinoco, 2002; Nogueira, 2014), dentre eles, autores com trabalhos desenvolvidos no âmbito do GEPeDiMa. Essas cinco ideias (correspondência, dependência, regularidade, variável e generalização) foram consideradas, durante muito tempo, por diversos pesquisadores (Pavan, 2010; Calado, 2020, Silva, 2021) como ideias fundamentais para o desenvolvimento do conceito de função, isto é, suas ideias-base. No entanto, com a apresentação da pesquisa realizada por Merli (2022), a correspondência deixou de ser considerada ideia-base de função, pois, segundo o pesquisador, “[...] para estabelecer uma correspondência entre diferentes conjuntos, as crianças precisavam ter incorporadas as noções de relação, conservação, continuidade e ordem”, o que faz da correspondência, um “[...] conceito necessário para a constituição do número, posto que é essencial à contagem” (Merli, 2022, p. 165). Dessa maneira, “[...] por constituir o conceito organizador do número e, este ser organizador do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, não pode, em função da restrição realizada, ser considerada *ideia-base* de função” (*Idem*, 2022, p. 165).

Fundamentadas em nossos estudos (Caraça, 1951; Eves, 2011, Calado, 2020, Silva, 2021, Tinoco, 2002; Nogueira, 2014), juntamente com as ideias-base, o próprio conceito de função é de fundamental importância para o desenvolvimento do pensamento matemático e “[...] quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática” (Eves, 2011, p. 661).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que orienta a educação básica em todo o território brasileiro, a formalização do conceito de função deve ocorrer no 9º ano do Ensino Fundamental, iniciando-se com o estudo da Função Afim e da Função Quadrática (Brasil, 2018). Conforme esse documento, somente no Ensino Médio é que o aprofundamento do estudo das funções deve ocorrer, com o ensino de Função Logarítmica, Função Exponencial, Função Seno e Função Cosseno.

Contudo, muitos autores como Pavan (2010) e Silva (2021), defendem que é possível trabalhar com as ideias-base do conceito de função muito antes da sua formalização, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Até mesmo a BNCC, propõe que ideias ligadas “[...] a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (Brasil, 2018, p. 270). Assim sendo, a apresentação de situações que favoreçam o desenvolvimento das deias-base de função pelo professor aos seus alunos, em todos os anos do Ensino Fundamental e também do Médio, é crucial, não só para a aprendizagem do conceito de função, mas para o desenvolvimento do pensamento matemático em si.

Na sequência, apresentamos as ideias-base que constituem o conceito de função. Seguimos a mesma sequência mencionada em Roratto (2009). Silva (2021) também optou por seguir essa mesma ordem, no entanto, em sua pesquisa, a correspondência foi acrescentada e considerada como ideia-base de função.

Dependência

Conforme citado anteriormente, embora o conceito de função deva ser apresentado formalmente no 9º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018), os professores podem trabalhar com situações-problema que envolvam a mobilização de ideias-base de função desde o início da escolarização (Pavan, 2010; Silva, 2021). Assim, uma das ideias-base a ser desenvolvida é a ideia de *dependência*.

Para Tinoco (2002), a *dependência* é uma relação que ocorre entre duas variáveis e deve ser apresentada sempre que possível. A autora ainda lembra que a relação funcional, em que uma das grandezas (variável dependente) é determinada pela variação da outra (variável independente), deve surgir lentamente no decorrer do processo escolar e ser abordada de forma adequada pelo professor. Para Silva (2021), fundamentada em Ciani, Nogueira e Berns (2019), a escolha de tarefas que possibilitem sua compreensão é fundamental, visto que a relação de dependência entre duas variáveis é o que possibilita à função ser aplicada e representada considerando regularidades.

São várias as situações do cotidiano que expressam a relação de *dependência*, como o deslocamento de um objeto em função do tempo, o valor a pagar de determinado produto em função da sua quantidade, entre outros. É a relação de *dependência* entre duas grandezas variáveis que dá à função o seu caráter dinâmico (Pavan, 2010; Nogueira, 2014), tornando-a o conceito mais importante da matemática (Caraça, 1951).

Ao final deste capítulo, apresentamos a título de exemplo uma situação-problema, descrevendo como as ideias-base podem ser mobilizadas pelos alunos e identificadas pelo professor ou pesquisador.

Regularidade

A *regularidade* se refere aquilo que é regular, é uma característica das coisas constantes e contínuas, "[...] "regularidade" remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objectos (*sic)*, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga" (Ponte, 2009, p. 170, grifos do autor)

Habilidade essencial para a construção do conceito de função pelo aluno, a ideia de *regularidade* possibilita identificar a ocorrência regular de um determinado evento e constitui uma das primeiras noções para a construção do conceito de função (Tinoco, 2002). Esses eventos podem ser observados em situações reais, como em fenômenos naturais, padrões geométricos e sequências numéricas (Nogueira, 2014). Dessa maneira, a ideia de *regularidade*, segundo Magina e Porto (2018), pode estar presente desde a Educação Infantil, quando, nas atividades propostas, há um padrão em uma sequência de desenhos ou imagens.

Para Ponte (2009), na Língua Portuguesa, o termo *padrão* geralmente aparece associado à *regularidade*, porém, para o autor, são complementares. Há uma distinção entre os dois termos, visto que, a palavra *padrão* indica especialmente para algo que eventualmente se repete, exatamente igual ou de acordo com alguma lei de transformação (Ponte, 2009) e a ideia de *regularidade* surge a partir da identificação do *padrão*.

Variável

A ideia de *variável* é, de acordo com Caraça (1951), uma das mais difíceis de ser compreendida pelos alunos, pois ela é e não é um número qualquer de determinado conjunto. Ou seja, a *variável* é "[...] um número qualquer de determinado conjunto, mas não é especificamente nenhum dos números desse conjunto" (Tinoco, 2002, p. 35) e, geralmente, é representada por uma letra ou símbolo.

Para Zanella e Rezende (2022), a ideia de variável emerge a partir da necessidade de representar a relação entre elementos de conjuntos distintos, sendo oriunda da ideia de correspondência, pois, caso contrário, se fossem utilizados resultados particulares, não haveria uma generalização para uma dada situação.

A ideia-base *variável*, considerada por diversos autores (Caraça, 1951; Sierpinska, 1992; Nogueira, 2014) como de difícil assimilação pelos alunos, se desenvolveu, segundo Ciani, Nogueira e Berns (2019, p. 31), ao longo da história, "[...] à medida que a utilização de uma letra para representar uma variável difundiu-se e generalizou-se". Segundo os autores, a dificuldade enfrentada pelos estudantes talvez se deva ao fato de que uma letra (a mais comumente utilizada é x) pode representar tanto uma variável (expressões algébricas e funções) quanto uma incógnita (equações) e a diferenciação entre uma ou outra situação não é comumente enfatizada pelos professores.

Para Zanella e Rezende (2022, p. 157), nas "[...] situações multiplicativas, a ideia de variável nem sempre está explícita no enunciado do problema, uma vez que uma variável é dependente ou independente de outra grandeza". Para Pavan (2010, p. 23), "[...] é importante que o professor saiba e desenvolva atividades destacando os diferentes aspectos da variável para que o aluno não encare a variável como uma incógnita ou termo desconhecido".

Tinoco (2002), salienta que, pela sua importância, o processo de desenvolvimento da *regularidade* deve ocorrer ao longo de toda a educação básica e as pesquisas de Pavan (2010) e Silva (2021) mostraram que alunos do quinto ano do Ensino Fundamental ativam essa ideia em situações-problema especialmente elaboradas para averiguar sua mobilização.

Generalização

A *generalização* é passo decisivo para a construção do conceito de função, mas é uma ideia que envolve abstração, que nem sempre é fácil para os estudantes (Pavan, 2010). Para a autora, uma maneira de favorecer a sua compreensão, é “[...] utilizar atividades que sejam significativas para o aluno e estejam ligadas ao seu dia-a-dia (*sic*)” (Pavan, 2010, p. 26), pois, assim, o aluno vai se familiarizando com as diversas formas de representar as funções.

A ideia-base *generalização* só pode ser desenvolvida a partir da percepção da *regularidade*, já que essa ideia está presente em diferentes fenômenos naturais, em padrões geométricos e sequências numéricas.

Segundo Tinoco (2002, p. 6), em muitos casos,

> [...] os alunos generalizam situações que apresentam regularidade, verificando apenas se certa lei se aplica a casos particulares. É preciso que desenvolvam a capacidade de apresentar argumentos, na linguagem corrente, que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, registrando-os. O registro de leis gerais em linguagem algébrica ou geométrica é passo decisivo para que construam o conceito de função.

Compreende-se, dessa maneira, que a ideia de *generalização* envolve abstração e argumentação, tanto na elaboração quanto na verificação da validade de uma determinada lei de transformação, o que a torna a mais difícil de ser adquirida pelos alunos, “[...] talvez porque além de ser compreendida, a generalização exija também a representação utilizando a linguagem algébrica” (Ciani, Nogueira, Berns, 2019, p. 38). Ela está presente em situações multiplicativas e em todas as situações aritméticas, mesmo que não explicitamente (Zanella, Rezende, 2022).

Cada uma dessas ideias-base é fundamental para que o aluno possa compreender o conceito de função e elas podem e devem ser trabalhadas desde o início da vida escolar dos alunos. Silva (2021) descreve em sua tese que as ideias-base de *dependência* e *regularidade* estão recomendadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) desde o 1º ano do Ensino Fundamental. A ideia de *variável* associada ao pensamento funcional é recomendada, na BNCC (2018), para o 9º ano do Ensino Fundamental. E a *generalização* é indicada, em termos funcionais, para o Ensino Médio, no entanto, há, segundo Silva (2021), referências para o Ensino

Fundamental associadas a Álgebra, como generalização de padrões e generalização de uma propriedade.

O quadro abaixo apresenta um exemplo de situação-problema que favorece a mobilização das ideias-base e que pode ser proposto para alunos do Ensino Fundamental, variando-se o nível de complexidade conforme o ano de ensino.

Uma loja do Shopping vende tudo três vezes mais caro que uma loja do Bairro.

a) Dona Cida comprou uma sandália que custa R$ 35,00 na loja do bairro. Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?

b) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

Loja do Bairro	10,00	25,00		40,00	
Loja do Shopping	30,00		90,00		210,00

c) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 150,00 na loja do Shopping. Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?

d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.

Quadro 3: Exemplo de problema que favorece a mobilização das ideias-base
Fonte: Problema elaborado pela pesquisadora, adaptado de Gitirana *et al.* (2014).

O problema do Quadro 3 é classificado como um Problema de Comparação Multiplicativa, ora com referido (questões "a" e "b"), ora com referente desconhecido (questões "b" e "c"). Essa é uma situação bem próxima às aditivas, pois envolve somente duas grandezas que são comparadas de forma multiplicativa por um escalar. A relação entre as grandezas envolvidas nessa situação pode ser representada por "Referido = 3 x Referente".

A questão "a" trata-se de Comparação Multiplicativa com referido desconhecido – vezes maior e a operação envolvida é a mesma da relação. Nessa questão é possível analisar a mobilização das ideias-base de *dependência* e *variável*. Quando os alunos identificam que o valor do referido depende do valor do referente multiplicado por três, estão mobilizando a *dependência* e, quando identificam que variando-se o valor do referente, varia-se proporcionalmente o referido, mobilizam a ideia de *variável.*

A tabela, na questão "b", apresenta como elementos desconhecidos tanto o referido quanto o referente, permitindo identificar se os alunos mobilizam a ideia-base de *regularidade*, isto é, se eles compreendem que é possível calcular o valor de qualquer mercadoria em uma das lojas, a partir do valor desse mesmo produto na outra loja, variando-se proporcionalmente seu valor. Para isso, os alunos devem utilizar implícita ou explicitamente a relação “Referido = 3 x Referente” para determinar o valor na loja do Shopping e inverter a operação, utilizando a relação “Referente = Referido ÷ 3, para determinar o valor na loja do Bairro. A partir da tabela também é possível analisar a mobilização das ideias-base de *dependência* e *variável*, conforme descrito no parágrafo anterior.

A questão “c”, com referente desconhecido – vezes menor, é uma variação da questão “a” em que os alunos devem inverter a operação, ideia já presente na tabela. Dessa forma, a questão “c” permite analisar a mobilização das ideias-base de *dependência, variável* e *regularidade*, pelos mesmos motivos descritos nos parágrafos anteriores.

Por fim, a questão “d” permite analisar a mobilização da ideia-base da *generalização*. Para tal, os alunos precisam ser capazes de explicitar, em palavras ou por escrito, a relação entre as variáveis, mesmo que não utilizem linguagem algébrica.

Os problemas apresentados neste capítulo, salvo duas exceções, são situações muito semelhantes aos problemas elaborados no instrumento de pesquisa e posteriormente implementados. A exceção são os problemas de Função Bilinear e Proporção Múltipla, apresentados no Quadro 2. Esses dois eixos não foram contemplados no instrumento de pesquisa, por envolverem situações que tornam-se muito complexas para os alunos do oitavo ano, série na qual os participantes da pesquisa se encontravam.

No próximo capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa, explicitamos as variáveis didáticas envolvidas na elaboração do instrumento e descrevemos o contexto da pesquisa.

CAPÍTULO 3

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos os aspectos metodológicos, como contexto, descrição do ambiente e elaboração do instrumento de pesquisa segundo a perspectiva da TCC, apresentação dos colaboradores participantes e relato dos procedimentos para a produção dos dados e análises.

3.1 Contexto da pesquisa

Assumimos esta pesquisa como sendo de cunho qualitativo investigativo, com ênfase na Educação Matemática Inclusiva, sustentando-se na Teoria dos Campos Conceituais, particularmente para a elaboração do instrumento de produção de dados. Para o desenvolvimento da pesquisa, seguimos os protocolos recomendados pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Campus Cascavel e obtivemos autorizações da Secretaria Estadual de Educação (SEED) e da escola em que os sujeitos da pesquisa estudam, bem como o consentimento dos pais e assentimento dos próprios estudantes.

A pesquisa foi desenvolvida em colaboração com uma escola da rede pública estadual, localizada na periferia do município de Cascavel/PR. Instituição de grande porte, no momento da implementação com 38 turmas distribuídas em três períodos (matutino, vespertino e noturno), atendendo a alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. A escolha da escola foi em virtude de ser o atual local de trabalho da pesquisadora.

No estabelecimento de ensino, funciona, também, uma Sala de Recursos Multifuncionais (SRM), atendendo em contraturno os alunos apoiados pela Educação Especial. A SRM funciona em dois períodos (manhã e tarde) e, no momento da implementação da pesquisa, não era suficiente para atender a demanda de todos os alunos que necessitavam de atendimento especializado.

Os sujeitos, colaboradores da pesquisa, são estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental regular, em cuja turma estão inclusos dois estudantes autistas (foco dessa pesquisa), dentre outros alunos, cada um com suas particularidades. Os autistas, como estudantes apoiados pela Educação Especial, participavam duas vezes por semana, em contraturno, da Sala de Recursos Multifuncionais (SRM). E, por sua condição, também tinham direito ao Atendimento Educacional Especializado (AEE) em sala de aula regular. Direito que não era plenamente cumprido pelo órgão competente até meados do ano de 2022, quando a Secretaria Estadual de Educação, por meio do Núcleo Regional de Educação de Cascavel, finalmente disponibilizou um professor do AEE para atendê-los. Além do professor do AEE, os autistas também contavam com um profissional de atendimento especializado, que zelava pela segurança desses alunos em espaços fora da sala de aula regular, como acompanhá-los nos intervalos e idas ao banheiro.

Em virtude da pandemia de COVID-19, os estudantes colaboradores da pesquisa ficaram mais de um ano e meio sem aulas presenciais. Durante o período pandêmico, foram disponibilizadas pela Secretaria Estadual de Educação aulas remotas, mediadas por videoaulas e outros meios, tais como material impresso e plataformas digitais. Entretanto, a maioria dos estudantes da escola em que se desenvolveu a pesquisa não tinham acesso às plataformas digitais, e, sim, apenas aos materiais impressos, o que pode ter influenciado no processo de aprendizagem desses estudantes.

Considerando o momento de pandemia e que o conceito de Função é formalizado no 9º ano, estariam os estudantes de uma turma do 8º ano, na qual estudam dois alunos autistas, de posse dos conhecimentos prévios necessários para esta formalização? A esta questão, juntou-se outra: a implementação de um conjunto de situações-problema de estruturas multiplicativas, que possibilitam a mobilização das ideias-base de função, pode promover a consolidação destas ideias-base para estes estudantes?

Os dois questionamentos fundiram-se no seguinte problema de pesquisa: *Que possibilidades e dificuldades a implementação, em uma perspectiva inclusiva, de um conjunto de situações-problema, envolvendo ideias-base de função, apresentam para a identificação e consolidação dessas ideias em estudantes de uma turma do 8º ano, na qual estudam dois alunos autistas?*

Desse problema, emergiram os objetivos da pesquisa, a saber:

Objetivo Geral: *Identificar quais ideias-base de função são mobilizadas por estudantes de uma turma de 8° ano, dentre os quais, dois autistas, na implementação* *de um conjunto de situações-problema de estruturas multiplicativas*.

Objetivos Específicos:

- Identificar se os alunos têm as ideias-base consolidadas para a formalização do conceito de função.
- Identificar se as atividades elaboradas, ao considerar-se os estudantes autistas, colaboram para a consolidação das ideias-base por todos os estudantes.

Para atender não só aos objetivos da pesquisa, mas também auxiliar na busca de respostas para o problema proposto, foram adotados os seguintes procedimentos metodológicos:

- Elaboração de um conjunto de situações-problema do Campo Multiplicativo à luz da TCC, com foco nas ideias-base de função.
- Realização de um estudo piloto, em uma turma com características semelhantes às do estudo.
- Análise e interpretação dos dados do estudo piloto, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, a partir da transcrição dos áudios e dos registros escritos produzidos pelos alunos.
- Observação da turma dos sujeitos colaboradores da pesquisa. A pesquisadora acompanhou, no dia 20/04/2022, duas aulas de Matemática e duas aulas de Língua Portuguesa. Nesse dia, foi entregue aos alunos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Durante o período de observação da turma, a pesquisadora realizou um diário de bordo, registrando os fatos relevantes no decorrer das aulas, assim como o desempenho dos alunos.
- Conversa com os estudantes autistas e suas famílias, com o intuito de conhecê-los e identificar seus interesses.
- Reelaboração do instrumento de pesquisa, com base nas especificidades dos estudantes autistas e seus focos de interesse, além das contribuições dos grupos de pesquisa GEPSEM e GEPeDiMa.
- Implementação do instrumento de pesquisa, segundo a perspectiva da Educação Inclusiva e da TCC.
- Entrevista semiestruturada com algumas duplas, após a implementação, com questionamentos sobre os procedimentos utilizados na resolução das situações-problema.

- Análise e interpretação dos dados, à luz da TCC, a partir dos registros escritos produzidos pelos alunos e das entrevistas com as duplas selecionadas.

Apresentamos, na sequência, o detalhamento de todas as etapas da investigação, começando pela construção do instrumento de pesquisa utilizado para a produção dos dados.

3.2 Construção do instrumento de pesquisa segundo a perspectiva da TCC

Compreender tanto o processo de aquisição do conhecimento quanto os erros e equívocos cometidos pelos alunos sempre foram propósitos da pesquisadora, enquanto professora da Educação Básica e, assim, considerando que, para Vergnaud (2017), os erros e equívocos de pensamento dos alunos devem interessar ao professor, a adoção dessa teoria, como sustentação da presente pesquisa ocorreu naturalmente.

> O benefício principal da TCC no ensino é a informação aos docentes sobre o processo dos alunos, que serão orientados pelos erros que eles cometem. Estes erros correspondem às hipóteses incompletas que os alunos percorrem numa aprendizagem (Vergnaud, 2017, p. 34).

A TCC não é uma teoria didática, mas, conforme as palavras do próprio Vergnaud (1996, p. 155), ela interessa à didática, pois "[...] sua principal finalidade é fornecer um quadro que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo por 'conhecimentos', tanto o saber fazer, como os saberes expressos".

Dessa maneira, buscando atender aos anseios profissionais da pesquisadora, procurou-se elaborar um instrumento de pesquisa que, com base na TCC e colaborando com as pesquisas do GEPeDiMa, respondesse ao problema de pesquisa e permitisse identificar ideias-base de função mobilizadas pelos estudantes de uma turma do 8º ano do ensino regular, dentre os quais encontram-se dois autistas.

Como a aprendizagem dos conceitos matemáticos consolida-se a partir de uma variedade de problemas a resolver (Vergnaud, 1996), o instrumento de pesquisa para a produção dos dados – que, ao mesmo tempo, trata-se de um dispositivo didático – é um conjunto de oito situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo, cada qual com um cálculo relacional específico, tendo como foco as ideias-base de função. A elaboração das situações-problema teve como base os problemas propostos nas pesquisas de Pavan (2010) e de Silva (2021).

Pavan (2010), em sua pesquisa de mestrado, utilizou uma sequência de situações-problema, divididas em baterias, cada uma dando ênfase a uma das ideias-base de função. As situações-problema do instrumento de pesquisa de Pavan (2010) abordaram Combinação (com todo desconhecido), Proporção Simples (um para muitos e muitos para muitos, com as subclasses cota e multiplicação) e Problemas Mistos (adição e multiplicação). Silva (2021), em sua tese, ampliou a proposta de Pavan (2010) e inseriu algumas das classificações apresentadas em Gitirana *et al*. (2014), a saber, Combinação com parte desconhecida, Área (configuração retangular), Proporção Simples com partição. Tanto Pavan (2010) quanto Silva (2021) seguiram uma ordem de investigação em que cada bateria/bloco de situações privilegiavam uma determinada ideia-base, embora em um mesmo problema possam ser mobilizadas mais de uma ideia-base.

A partir dessas duas pesquisas, elaboramos a primeira versão do instrumento de produção de dados, versão que foi utilizada em um estudo piloto. O piloto da pesquisa foi determinante para o estabelecimento das situações-problema que foram implementadas na sala de aula *lócus* da presente investigação.

3.3 Estudo piloto

O estudo piloto compreendeu a implementação de oito situações-problema abrangendo as até então consideradas cinco ideias-bases de função (correspondência, regularidade, variável, dependência e generalização). A intenção do estudo piloto foi verificar se as situações propostas no instrumento de produção de dados da pesquisa permitiam identificar as possibilidades e dificuldades de estudantes de uma turma do ensino regular, com estudantes autistas, para a aprendizagem do conceito e propriedades de Função, em sua constituição final, ou seja, já formalizados.

A turma colaboradora para a implementação do estudo piloto foi escolhida devido à similaridade à classe dos participantes da pesquisa, tendo a pesquisadora como professora titular de Matemática. Era uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental, da mesma escola pública em que se desenvolveu a pesquisa, composta por dois alunos autistas, uma aluna com déficit cognitivo e demais alunos com suas peculiaridades, isto é, uma classe tipicamente heterogênea.

Apresentamos, na sequência, as situações-problemas constantes no instrumento do estudo piloto. Neste texto, as perguntas foram colocadas uma logo abaixo da outra, a fim de reduzir o espaço, no entanto, para os alunos, com exceção do Bloco 2, as situações foram apresentadas com espaçamento suficiente para que os estudantes pudessem resolver e responder logo abaixo da pergunta. No Bloco 2, em virtude da imagem do segundo problema ocupar uma área considerável, pedimos aos alunos que utilizassem o verso da folha, caso necessário.

Situações-problema do estudo piloto

Bloco 1

Ideia-base de função: **Regularidade**

Problema 1: Proporção Simples – Multiplicação e Cota

Na pista de ciclismo que Jeferson treina uma volta completa mede 7,5 quilômetros.

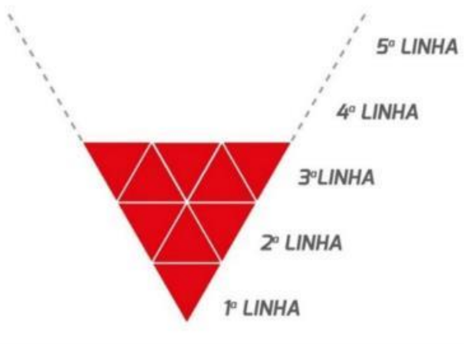
) Quantos quilômetros ele fará se completar 2 voltas?
) E se fizer 3 voltas completas?
) Com 6 voltas completas quantos quilômetros ele percorre?
) Complete a tabela considerando o número de voltas completas e os quilômetros percorridos.

Número de voltas completas	1	2	3	4	5	7	8	10	13
Total de quilômetros	7,5								

e) No treino de sábado Jeferson percorreu 90 quilômetros. Quantas voltas completas ele fez?

Problema 2: Problema Misto

Quero aumentar a figura:



a) Quantos triângulos vou precisar na 4ª Linha? E na 5ª Linha?
b) Complete a tabela relacionando cada linha com a quantidade de triângulos.

Linhas	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Quantidade de triângulos					

c) Se continuarmos completando a figura, na 8ª linha usaremos 15 triângulos. Como posso saber se essa resposta está certa ou errada?
d) É possível saber a quantidade de triângulos usados para qualquer número de linhas? Como?

Quadro 4: Situações-Problema do Bloco 1 do estudo piloto
Fonte: adaptados de Silva (2021).

No Bloco 1, a ideia-base enfatizada foi *regularidade*. O primeiro problema é de Proporção Simples, do tipo Multiplicação (um para muitos) e Cota. Já o problema 2 é uma situação de Problema Misto. O objetivo principal desse bloco era analisar se os estudantes conseguiam identificar a regularidade presente nas situações propostas, “[...] uma habilidade essencial à construção do conceito de função” (Pavan, 2010, p. 98).

No problema 1, buscava-se identificar a mobilização da ideia-base de *regularidade*, analisando se os alunos identificavam a relação entre a quantidade de quilômetros percorridos com a quantidade de voltas dadas. O problema 2 se difere do problema 1, pois é um problema misto (que envolve multiplicação e adição), no qual os alunos deveriam compreender qual foi a regra utilizada na construção da sequência de triângulos para determinarem os próximos termos da sequência. Ao compreenderem a regra utilizada (a cada linha aumenta-se dois triângulos), os alunos mobilizariam a ideia-base *regularidade*.

Bloco 2
Ideias-base de função: **Dependência e variável**
Problema 1: Proporção simples – Multiplicação e Cota Carlos adora ir ao parque de diversões. Para usar os brinquedos ele precisa comprar ingressos. O preço de cada ingresso é 4 reais. Se ele for em 3 brinquedos, quantos reais irá gastar? **a)** E se for em 8 brinquedos quanto gastará? **b)** O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar? **c)** Carlos tem 28 reais, em quantos brinquedos ele pode ir? **d)** E com 52 reais, quantos brinquedos pode usar? **e)** É possível calcular o valor para qualquer quantidade de brinquedos? Como faz para calcular?
Problema 2: Problema Misto Milena, Sergio, Bianca e Thiago, foram comprar *Hot-dog* e encontraram a seguinte propaganda.

- Milena escolheu um *hot-dog* com farofa e bacon.
- Sergio ficou apenas com o *hot-dog* simples.
- Bianca preferiu colocar todos os acompanhamentos.
- Thiago colocou milho, queijo e bacon.

a) Quantos reais cada amigo gastou com seu *Hot-dog*?

Milena	Sergio	Bianca	Thiago

b) Todos gastaram o mesmo valor? Por quê?

c) Se vocês estivessem no grupo, quais ingredientes escolheriam? Quanto pagariam pelo *Hot-dog?*

Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3

Quadro 5: Situações-Problema do Bloco 2 do estudo piloto
Fonte: adaptados de Silva (2021).

No Bloco 2, as ideias-base foram *dependência* e *variável*, com um problema de Proporção Simples, em que os alunos deveriam identificar que a quantia a ser paga pelos ingressos dependia do valor de cada ingresso e da quantidade de ingressos adquirida. Ou seja, ao identificar que o valor pago pelos ingressos poderia ser diferente, dependendo da quantidade de ingressos adquiridos, a ideia-base de variável também seria mobilizada. O segundo problema desse bloco é um Problema Misto, no qual objetivava-se identificar se os alunos reconheceriam a relação de dependência entre o valor a ser pago pelo cliente e a quantidade de acompanhamentos pedidos. Também, buscava-se identificar se os alunos mobilizariam a ideia-base de *variável*: se compreendiam que a quantidade de ingredientes poderia variar de um cliente para outro, interferindo no valor a ser pago.

Bloco 3

Ideia-base de função: **Correspondência**

Problema 1: Combinação – com todo desconhecido

Julia tem cinco camisetas e três *shorts* que ela usa para fazer caminhadas. Se ela combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o *short* verde, faz um conjunto. Se ela combinar a camiseta amarela com o *short* verde, faz outro conjunto diferente. Se ela combinar em cada dia uma das cinco camisetas com um dos três *shorts,* quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?

Figura - Apoio Visual do Problema 1

Problema 2: Combinação – com parte desconhecida

A sorveteria Gela-língua oferece, ao todo, 21 opções de sorvetes, combinando um sabor com um tipo de cobertura. Se na sorveteria há 7 sabores de sorvete, quantos tipos de cobertura ela oferece para fazer todas as combinações de sorvetes?

Exemplo: um sorvete com uma bola sabor chocolate pode ser combinado com uma cobertura também de chocolate. E, um sorvete com uma bola sabor chocolate pode ser combinado com uma cobertura sabor morango, formando uma nova combinação.

Sabores **Coberturas**

= 21 opções de sorvetes

Figura - Apoio Visual do Problema 2

Quadro 6: Situações-Problema do Bloco 3 do estudo piloto
Fonte: adaptados de Silva (2021).

O Bloco 3 focou na *correspondência*, que, no momento da elaboração, aplicação e análise do estudo piloto, ainda era considerada ideia-base de função. No primeiro problema desse bloco, esperava-se que os alunos identificassem que a solução do problema era dada pela correspondência entre cada um dos elementos do conjunto “camisetas” com cada um dos elementos do conjunto “shorts”.

O problema 2, do Bloco 3, foi classificado como problema de Combinação – com parte desconhecida. A intenção era identificar se os alunos mobilizariam a ideia de *correspondência* (correspondência termo a termo) em diferentes situações.

A *correspondência*, diferentemente de Pavan (2010) e de Silva (2021), foi abordada no terceiro bloco. Essa opção foi em virtude de que as situações-problema desse bloco são de Produto Cartesiano do tipo Combinação (com todo desconhecido e com parte desconhecida) e, segundo Silva e Pessoa (2016), em problemas de combinação, as percepções das propriedades invariantes envolvidas são pouco exploradas e, assim, os alunos geralmente demonstram dificuldades para resolvê-los. Ambas as situações-problema desse bloco, apresentam apoio visual, com nível maior de dificuldade no segundo problema, que apresentava o total de combinações e pedia pela parte desconhecida.

Bloco 4
Ideias-base de função: **Variável e generalização**
Problema 1: Proporção simples – Partição e Cota Para ficar boa de uma doença, o médico pediu para Carol tomar 24 comprimidos em 8 dias. Ela tomou a mesma quantidade de comprimidos todos os dias. Quantos comprimidos ela tomou por dia? **a)** E se o médico tivesse receitado 42 comprimidos, quantos dias o tratamento teria durado? **b)** O médico pode calcular a quantidade de comprimidos para qualquer tempo de tratamento (em dia)? Como podemos fazer?
Problema 2: Proporção simples – Quarta proporcional com medidas que são múltiplas Esta semana tem promoção nas Lojas Bacanas para compras on-line. O preço de 2 games é 120 reais. **a)** Se comprarmos 4 games, quanto pagaremos? **b)** E se comprarmos 6, quanto pagaremos? **c)** Qual é o valor então de cada game? **d)** Podemos calcular o valor de quantos games quisermos? Como?

Quadro 7: Situações-Problema do Bloco 4 do estudo piloto
Fonte: adaptados de Gitirana et al. (2014) e Pavan (2014), respectivamente.

Por fim, no Bloco 4, também constituído por duas situações-problema, buscou-se analisar as ideias-base *variável* e *generalização*, com problemas de Proporção Simples. O primeiro problema refere-se à divisão por cotas e partição, já o segundo problema é classificado, na TCC (Magina *et al.*, 2014), como de quarta proporcional (muitos para muitos), com medidas que são múltiplas. Aqui, além de analisar se os alunos mobilizariam a ideia-base de variável, ao observar que ao alterar uma das grandezas a outra também se alteraria proporcionalmente, buscou-se identificar se os estudantes também generalizariam a quantidade de comprimidos para qualquer tempo de tratamento (problema 1) e/ou o valor pago pelos games para qualquer quantidade comprada.

Diferentemente das pesquisas de Pavan (2010) e de Silva (2021) que, por trabalharem com alunos do atual quinto ano do Ensino Fundamental, deram preferência a problemas com números naturais de baixo valor, o instrumento implementado nesta pesquisa utilizou números racionais com valores maiores.

A aplicação do estudo piloto aconteceu nos dias 09 e 10 de dezembro de 2021, na penúltima semana de aula do ano letivo. Por esse motivo, participaram do estudo piloto apenas 12 alunos, dentre eles uma autista. Os alunos foram divididos em duplas e em trios (três duplas e 2 trios). As oito situações-problema foram distribuídas em quatro blocos, cada bloco com duas situações-problemas organizadas em uma mesma folha sulfite. As folhas sulfites eram coloridas (brancas, azuis, amarelas e beges), para diferenciar-se das atividades que comumente os alunos realizam em sala de aula. Foram gravados, durante a realização das atividades, os áudios de três grupos, dentre eles o da aluna autista. Cada grupo levou cerca de uma hora-aula para concluir cada bloco de atividades (2 situações-problema por aula), sendo necessárias 4 horas-aula para a implementação do estudo piloto.

3.4 Contribuições do estudo piloto para o instrumento de pesquisa

A partir da análise dos registros escritos e dos áudios sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das situações-problema no estudo piloto, pudemos constatar equívocos ocorridos na formulação dos problemas e que, assim, deveriam ser repensados.

Uma das ações que a princípio consideramos importante para a análise dos registros produzidos pelos alunos, mas que se mostrou pouco eficaz, foi a gravação dos áudios. Como os alunos estavam todos numa mesma sala, os áudios de um grupo interferiram nos áudios de outro, o que dificultou e prejudicou a transcrição. Em alguns momentos, o áudio ficou inaudível devido a interferências. Dessa maneira, a partir das contribuições do GEPSEM, definiu-se que não haveria mais a gravação dos áudios durante a implementação do instrumento e, sim, uma entrevista semiestruturada com as duplas após a realização das atividades. Na entrevista, os alunos seriam questionados sobre os procedimentos utilizados durante a resolução das situações-problema, a fim de identificar os conhecimentos, conceitos e esquemas implícitos e verificar a mobilização das ideias-base de função.

A entrevista não foi realizada com todas as duplas. Entrevistamos as duplas dos estudantes autistas e selecionamos algumas duplas a partir da análise prévia das resoluções das situações-problema. Nessa análise, as duplas foram agrupadas de acordo com os esquemas utilizados na resolução e, depois, escolhemos uma dupla representativa de cada grupo para a entrevista.

Com relação à disposição e apresentação das situações-problema no estudo piloto, apresentou-se, dois problemas em uma única folha, isto é, um bloco por vez. Observou-se que o espaço disponibilizado para as resoluções e respostas foi insuficiente. Constatou-se, também, ansiedade e incômodo por parte de alguns alunos ao visualizarem várias questões em uma única folha. Por isso, para a implementação da pesquisa, apresentamos uma situação-problema de cada vez.

De acordo com Vergnaud (1996a, p. 176), existem três fatores que determinam o nível de complexidade de uma situação-problema: “[...] a estrutura dos problemas, os valores numéricos e os domínios da experiência”. É também, conforme Vergnaud (1996a), necessário considerar o sentido das situações-problema e a linguagem, pois ela tem um papel relevante na conceitualização e uma função comunicativa importante à aprendizagem.

Pensando então, na linguagem, o estudo piloto mostrou que os enunciados das situações-problema poderiam ser reescritos, de maneira a evitar qualquer possibilidade de ambiguidade. Além disso, pensando nos estudantes autistas, uma das características deste transtorno é o comprometimento nas áreas relacionadas à comunicação (Orrú, 2012). Outro aspecto, relacionado ao autismo é o hiperfoco, ou seja, os autistas costumam demonstrar grande interesse por determinado assunto, objeto, ação e canção, dentre os que tem acesso. Estudos recentes na área da Educação Matemática Inclusiva apontam que as diferenças entre os estudantes não devem ser desprezadas, e, sim, valorizadas mediante a adoção de estratégias de ensino e aprendizagem diferenciadas e, desse modo, esses aspectos foram contemplados na elaboração do instrumento final de produção de dados (Soares, Nogueira, Borges, 2019; Nogueira, Borges, 2019; Nogueira, 2020; Morás, Nogueira, Farias, 2021).

Dessa forma, na reelaboração do instrumento, considerando o nível escolar, as características e interesses dos estudantes, especialmente dos autistas, procurou-se elaborar os enunciados das situações-problema em frases curtas, evitando-se o uso de pronomes, de maneira que ficassem mais objetivos e facilitassem a compreensão de todos os estudantes. Pesquisas recentes, como a de Pinheiro (2022), mostram que os alunos autistas têm dificuldades de compreensão em textos longos e outros trabalhos (Soares, Nogueira, Borges, 2019; Morás, Nogueira, Farias, 2021) ressaltam a importância do reconhecimento de variáveis legitimantes[13] das diferenças em metodologias inclusivas, como o uso de apoio visual, por exemplo.

Para a identificação do hiperfoco dos estudantes autistas, foi realizada uma conversa com cada um deles e com seus familiares, constatando-se que ambos se interessam sobremaneira pelos animes japoneses, os *mangás*. O aluno autista também gosta de desenhar e a aluna gosta muito de games.

Todos os aspectos mencionados acima foram considerados na elaboração do instrumento de coleta de dados do presente trabalho, que, de início, foi elaborado com as situações-problema dispostas em blocos, como nas pesquisas de Pavan (2010) e Silva (2021), privilegiando ora uma, ora outra ideia-base de função. Porém, após a aplicação do piloto e fundamentando-se nos objetivos da pesquisa, a proposta foi repensada e, durante as análises dos dados do piloto, investigamos *quais* as ideias-base os alunos mobilizaram na resolução de cada situação-problema, sem dar ênfase a uma ou outra, pois as ideias-base estão diretamente relacionadas entre si e, como

[13] Por variáveis legitimantes das diferenças, entendemos aquelas que legitimam as diferenças e colaboram para que estudantes, apoiados ou não pela Educação Especial, tenham acesso simultâneo ao saber (Morás, Nogueira, Farias, 2021).

ressalta Silva (2021), uma situação permite a mobilização de mais de uma ideia-base, ou seja, permite analisar qual ou quais delas os alunos manifestam, independentemente da situação.

3.5 Versão final do instrumento de pesquisa

Com base nos resultados suscitados com a implementação do estudo piloto, a aproximação com a turma colaboradora e com a identificação dos interesses dos alunos autistas e as discussões nos grupos de pesquisa, iniciou-se a reestruturação do instrumento de pesquisa. O primeiro passo foi definir qual ou quais situações-problema seriam reelaboradas ou substituídas.

Primeiramente, optou-se por substituir o problema 1, do Bloco 4, pois nesse problema os alunos demonstraram dificuldade de compreensão e desinteresse pelo assunto (comprimidos por dia). Também observamos que o problema 1, do Bloco 2, poderia ser reelaborado, de maneira que contemplasse o tema de interesse dos alunos autistas, os *mangás*. Além desses, outros dois problemas foram substituídos a partir de contribuições do grupo de pesquisa GEPeDiMa. Compreendeu-se que os problemas classificados como Problemas Mistos não atenderiam aos objetivos da pesquisa. Ficando, no novo instrumento de pesquisa, somente problemas do Campo Multiplicativo. Os Problemas Mistos substituídos foram: Problema 2 do Bloco 1 e Problema 2 do Bloco 2.

No instrumento final, decidimos enumerar os dois problemas de Proporção Simples – Um para Muitos e Cota como problema 1, em que cada dupla de alunos escolheria um dos dois para resolver. Outra mudança ocorreu na organização das situações-problema, que não estão mais divididas em blocos e, sim, dispostas em uma sequência única de problemas, numerados de 1 a 7.

Definidas as situações-problemas do instrumento, passou-se à análise dos enunciados e das questões, procurando reescrevê-las de forma clara e concisa, em frases curtas, evitando o uso de pronomes. Constatamos, também, que havia um número grande de questões em algumas situações-problema. Dessa maneira, optamos por colocar no máximo quatro questões em cada situação-problema, ficando o instrumento de pesquisa final diferente do utilizado no piloto, tanto na disposição da formatação dos problemas quanto nos enunciados.

Apresentamos, a seguir, as situações-problema do instrumento de pesquisa, descrevendo os objetivos de cada problema e suas potencialidades, principalmente os que foram reelaborados ou substituídos.

Situações-problema do instrumento de pesquisa

Problema 1 – opção 1: Proporção Simples – Um para Muitos – Multiplicação e Cota

Jeferson treina em uma pista de ciclismo todos os dias.

Na pista de ciclismo que Jeferson treina, uma volta completa equivale a 7 quilômetros.

Fonte: http://fisicaevestibular.com.br/

a) Quantos quilômetros Jeferson percorre se completar 2 voltas?

b) Complete a tabela.

Escreva na tabela abaixo o total de quilômetros que Jeferson percorre para cada número de voltas.

Número de voltas completas	1	3	4	5	7	8	10	13
Total de quilômetros	7							

c) No treino realizado no sábado Jeferson percorreu 84 quilômetros.

Quantas voltas completas Jeferson percorreu?

d) É possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Expliquem.

Quadro 8: Problema 1 – Opção 1
Fonte: adaptado de Silva (2021).

Nesse problema, substituiu-se o pronome *ele* nas questões "a", "b" e "c" pelo nome *Jeferson*. Reelaborou-se o enunciado da pergunta "b", sobre a tabela que associa o número de voltas com o total de quilômetros percorridos, para que ficasse mais compreensível. E acrescentamos a pergunta "*é possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Explique*". A intenção nessa questão é analisar se os estudantes, ao identificarem que a quantidade de quilômetros percorridos depende do número de voltas, identificariam a relação inversa e conseguiriam generalizar a situação para qualquer quantidade de quilômetros. Desta forma, com as questões "c" e "d", diversificamos o nível de complexidade da situação, exigindo compreensão das relações e das operações envolvidas.

Este problema favorece a mobilização das quatro ideias-base. A *dependência* é mobilizada quando os estudantes constatam que o total de quilômetros percorridos depende do número de voltas completas, ou seja, ao número de voltas completas corresponde o total de quilômetros percorridos. A *regularidade* é constatada quando os alunos relacionam corretamente o total de quilômetros ao número de voltas completas percorridas, identificando que o total de quilômetros pode ser obtido multiplicando-se o número de voltas por sete. Já a ideia-base de *variável* aparece quando os alunos identificam que, a cada volta completa, a quantidade total de quilômetros também varia. E, por fim, a questão “d” também favorece a mobilização da *generalização*, que é identificada quando os alunos expressam, em linguagem corrente ou em linguagem matemática, a relação entre o número de voltas e o total de quilômetros.

Problema 1 – opção 2: Proporção Simples – Um para Muitos – Multiplicação e Cota Carlos adora ler mangás. Carlos encontrou um site que vende mangás mais baratos. Cada mangá custa R$ 25,00. **a)** Se Carlos comprar 3 mangás, quantos reais irá gastar? **b)** O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar? **c)** Carlos tem R$ 150,00. Quantos mangás Carlos consegue comprar com R$ 150,00? **d)** É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possui? Como faz para calcular?

Quadro 9: Problema 1 – Opção 2
Fonte: adaptado de Silva (2021).

Esse problema substitui o primeiro problema do bloco 2 do teste piloto. Foi elaborado a partir da conversa com os alunos autistas e baseado em assunto de seus hiperfocos. Dessa maneira, é possível analisar todas as ideias-base de função. De outro modo, o aluno mobilizaria a correspondência entre o valor a pagar e o custo de cada mangá e a ideia-base de *regularidade*, quando identificaria que o valor a pagar aumenta proporcionalmente à quantidade de mangás comprados. O aluno, também poderia identificar a ideia-base de *variável*, ao observar que o valor pago variava (*dependência*) de acordo com a quantidade de mangás comprados. Na questão “c”, o elemento desconhecido refere-se à identificação de quantas cotas de 25 reais obtém-se com R$ 150,00, ou seja, pede pela relação inversa da dependência. Por fim, a questão “d” contribuiria para a mobilização da *generalização*, ao identificarem que é possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor disponível, dividindo-se o valor pelo preço unitário de cada mangá.

Problema 2: Problema de Comparação Multiplicativa – Referente e Referido desconhecidos

Uma loja do Bairro vende tudo um terço mais barato do que uma loja do Shopping.

e) Dona Cida comprou uma sandália que custa R$ 36,00 na loja do bairro. Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?

f) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

Loja do Bairro	10,00	25,00		40,00	
Loja do Shopping	30,00		90,00		210,00

g) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 135,00 na loja do Shopping. Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?

h) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.

Quadro 10: Problema 2
Fonte: adaptado de Gitirana *et al.* (2014).

O Problema 2 substituiu o problema misto do Bloco 1 do estudo piloto. Na nova redação, o problema foi classificado como um Problema de Comparação multiplicativa, ora com referido (questões “a” e “b”), ora com referente (questões “b” e “c”) desconhecido. Essa é, segundo Gitirana *et al.* (2014), uma situação bem próxima às aditivas, uma vez que envolve somente duas grandezas que são comparadas de forma multiplicativa por um escalar.

Segundo Gitirana *et al.* (2014), em problemas como esse, a análise das dimensões envolvidas pode ser feita da seguinte maneira: “Referido = relação x Referente”. Porém, a relação entre referente e referido é criada por meio da fração ‘um terço’, assim, escrevendo a relação conforme o problema é apresentado, temos “Referente = $\frac{1}{3}$ x Referido”.

Na questão “a”, que traz o referido desconhecido – vezes maior, passando a relação acima para a forma apresentada por Gitirana *et al.* (2014), temos uma inversão entre o referido e o referente, em que a inversa da operação a ser utilizada ainda é a multiplicação “Referido = 3 x Referente”.

Nessa questão, é possível analisar a mobilização das ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável.* Ao identificar que o valor do referido depende do valor do referente multiplicado por três, os alunos mobilizariam a *dependência* e, quando identificassem que ao variar o valor do referente, varia-se proporcionalmente o referido, mobilizando as ideias de *regularidade* e *variável.*

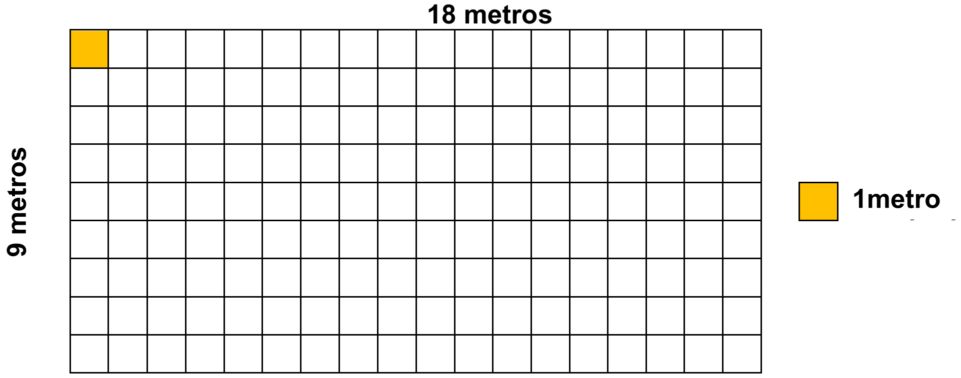
A tabela, questão “b”, introduzida com a intenção de mobilizar a ideia de *regularidade*, apresenta como elementos desconhecidos tanto o referido quanto o referente. Ou seja, os alunos deveriam utilizar implícita ou explicitamente ora uma, ora outra das relações anteriores, que associam Referente e Referido. Desse modo, é possível também analisar a mobilização das ideias de *dependência* e *variável*, além da *regularidade*, conforme explicitado no parágrafo anterior.

A questão “c” é uma variação da questão “a”, com referente desconhecido – vezes menor. Nessa questão, assim como fizeram na tabela, para encontrar o referente, os alunos deveriam inverter a operação usada na questão “a”, ou seja, realizar uma divisão. Assim, a questão “c” permite analisar a mobilização das ideias-base de *dependência, variável* e *regularidade*, pelos mesmos motivos descritos nos parágrafos anteriores.

E, por fim, a questão “d”, que assim como a questão “c”, pode ser representada por “Referente = Referido ÷ 3” e permite identificar se os alunos mobilizam a ideia-base de *generalização*, isto é, se eles compreenderiam que é possível calcular o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping.

Problema 3: Produto Cartesiano – Área e Comparação Multiplicativa – relação desconhecida

A figura a seguir representa o tamanho da quadra de voleibol de uma praça.



a) De quantos metros quadrados é a área da quadra de voleibol?

b) Vocês conhecem outra maneira diferente para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem.

c) Na praça também há uma quadra de futsal. A quadra de futsal tem 18 metros de largura e 36 metros de comprimento.
A área da quadra de futsal é quantas vezes maior que a área da quadra de voleibol?
( ) 2 vezes maior.
( ) 3 vezes maior.
( ) 4 vezes maior.
( ) 6 vezes maior.

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão “d”? Expliquem.

Quadro 11: Problema 3
Fonte: adaptado de Gitirana *et al.* (2014) e Silva (2021).

O Problema 3, substituiu o Problema 2 do segundo bloco do estudo piloto, o qual tratava de um Problema Misto. O atual problema foi classificado como de Produto Cartesiano (área) e de Comparação Multiplicativa (com relação desconhecida).

Considerando Silva (2021), o objetivo inicial desse problema era analisar principalmente a mobilização da correspondência, no entanto, a partir dos resultados de Merli (2022), em que correspondência deixou de ser considerada ideia-base de função, voltamo-nos para a possibilidade da manifestação das demais ideias-base.

Desta maneira, fundamentadas em Zanella e Rezende (2022), constatamos que é possível identificar a ideia-base de *dependência*, uma vez que permite aos estudantes refletirem sobre o significado de área e sua relação com as dimensões da quadra. A ideia-base de *dependência* surge a partir da correspondência entre a área da quadra com suas medidas de comprimento e altura, ou seja, a área depende do comprimento e da altura e, dessa maneira, pode ser obtida a partir da contagem dos “quadradinhos” ou, de forma mais rápida, multiplicando-se o comprimento pela altura.

O Problema 3 ainda propicia a mobilização da *generalização*, que surge quando os alunos compreendem que o cálculo de área independe dos valores das medidas de comprimento e altura e reconhecem a relação “Área = Altura x Comprimento” como sendo válida para qualquer figura retangular plana, explicitando-a verbalmente ou por escrito.

A questão “c”, que é uma comparação entre áreas, a relação que os alunos devem utilizar é a inversa da relação que está no enunciado (vezes maior). Espera-se que os alunos identifiquem que a relação entre as áreas depende do valor das medidas correspondentes a largura e ao comprimento, uma relação que não é fixa e que não corresponde à mesma relação entre as dimensões das quadras de voleibol e de futsal. Na questão “d”, especialmente formulada com o objetivo de fazer com que os alunos reflitam sobre os procedimentos utilizados na questão anterior, espera-se contribuir para a passagem do conhecimento operatório para o predicativo. De acordo com Silva (2021), essa passagem não acontece de forma natural, é algo complexo e difícil para os alunos e, por isso, faz-se necessário oportunizar situações que os levem a refletir sobre seus procedimentos.

Problema 4: Produto Cartesiano – Combinação

Julia tem cinco camisetas (amarela, azul, branca, verde e vermelha) e três *shorts* (rosa, verde e preto) que ela usa para fazer caminhadas.

Pinte as camisetas e os *shorts* conforme as cores citadas.

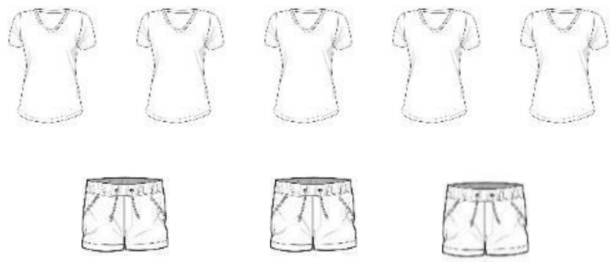


Figura - Apoio Visual do Problema 4

Se Júlia combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o *short* verde, faz um conjunto.

Se Júlia combinar a camiseta amarela com o *short* verde, faz outro conjunto diferente.

Se Júlia combinar uma das cinco camisetas com um dos três *shorts,* quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?

Expliquem como vocês encontraram o total de conjuntos.

Quadro 12: Problema 4
Fonte: adaptado de Pavan (2010).

O Problema 4 foi classificado como de Combinação com o todo desconhecido. Nesse problema, a principal mudança foi o formato de apresentação, em que se mudou a posição do apoio visual, trazendo-o logo após a informação da quantidade de camisetas e shorts, quebrando a extensão textual do enunciado. Outra alteração foi a substituição do pronome *ela* pelo nome *Júlia*, além de separar as frases em parágrafos.

Assim como o Problema 3, o Problema 4 objetivava principalmente a análise da correspondência, porém, é possível analisar a mobilização das ideias-base de *dependência* e *regularidade.* A *dependência* surge a partir da identificação de que o total de conjuntos depende da quantidade de *shorts* e camisetas e é dado pela multiplicação de uma quantidade pela outra. A ideia de *regularidade* pode ser mobilizada ao identificarem que para cada camiseta (ou cada *short*), formam-se o mesmo número de conjuntos.

No Problema 4, também é possível os alunos mobilizarem a *generalização*, que surge com a identificação da validade e posterior registro da relação "Total de Conjuntos = número de camisetas x número de *shorts*" para qualquer quantidade de *shorts* ou de camisetas, independentes uma da outra.

Problema 5: Produto Cartesiano – Combinação
A sorveteria Gela-língua oferece 21 combinações de sorvetes.
Cada combinação é composta por um sabor de sorvete com um tipo de cobertura.
Exemplo: um sorvete com uma bola sabor chocolate pode ser combinado com uma cobertura também de chocolate, formando uma combinação.
Um sorvete com uma bola sabor chocolate pode ser combinado com uma cobertura sabor morango, formando uma nova combinação.
Se há 7 sabores de sorvete, quantos tipos de cobertura a sorveteria oferece para fazer todas as 21 combinações?

Sabores **Coberturas**

= 21 opções de sorvetes

Figura - Apoio Visual do Problema 5

Expliquem como vocês encontraram o total de coberturas.

Quadro 13: Problema 5
Fonte: adaptado de Silva (2021).

O Problema 5 foi classificado como de Combinação com parte desconhecida. Nesse problema, assim como no anterior, é possível os alunos manifestarem a mobilização das quatro ideias-base. A *dependência* manifesta-se a partir da correspondência, com a identificação de que o total de combinações depende do número de elementos dos conjuntos que representam as partes. A *regularidade* é mobilizada quando os alunos identificam que, na correspondência com cada sabor de sorvete, para cada uma das coberturas formam-se o mesmo número de combinações e a solução é a soma dessas combinações ou, de maneira mais rápida, é o produto entre o número de sabores de sorvetes e o número de coberturas.

No entanto, como o valor desconhecido é uma das partes a combinar, é válida a relação ‘Coberturas = Total de Combinações ÷ Sabores de Sorvetes’. A ideia-base de *variável*, por sua vez, manifesta-se quando os alunos identificam que, ao variar o número de coberturas, varia-se proporcionalmente o conjunto solução (opções de sorvetes). E a *generalização* pode surgir a partir do registro da relação entre o total de combinações com as quantidades de sabores de sorvetes e de coberturas, quando os alunos identificam que essa relação é válida para qualquer quantidade de sabores ou de coberturas e que ambas são independentes entre si.

Embora já estivesse presente no estudo piloto, o problema 5 sofreu várias alterações na redação de seu enunciado, reescrito de maneira que ficasse mais compreensível aos alunos. Como no problema anterior, optou-se por separar as frases em parágrafos e a pergunta do problema foi colocada após o exemplo.

Problema 6: Proporção simples – Partição e Cota
Carol adora animes japoneses. O próximo anime que irá assistir é *Naruto*.
Devido aos estudos, a mãe de Carol disse que ela poderá assistir apenas alguns episódios do anime por dia.
Carol poderá assistir 21 episódios do anime por semana.

Carol irá assistir a mesma quantidade de episódios do anime todos os dias. **a)** Quantos episódios do anime Carol assistirá por dia? **b)** Quantos dias Carol levará para assistir 45 episódios do anime? **c)** A série de anime *Naruto Clássico* é composta por 220 episódios. Quantos dias, no mínimo, Carol levará para assistir a todos os episódios do anime? **d)** É possível calcular a quantidade de dias para qualquer quantidade de episódios? Como faz para calcular?

Quadro 14: Problema 6
Fonte: adaptado de Gitirana *et al.* (2014).

O problema 6 substituiu o primeiro problema do bloco 4 do estudo piloto. O problema dos comprimidos teve reclamações dos alunos, que diziam que não fazia sentido *“calcular quantos comprimidos ela tomou por dia”,* pois *“o médico já sabe quantos comprimidos o paciente tem que tomar”*. Dessa maneira, optou-se por elaborar um problema que atendesse aos interesses dos alunos.

Esse problema favorece a mobilização das quatro ideias-base de função, sendo que a *dependência* aparece quando o aluno identifica que a quantidade total de episódios assistidos depende do número de dias em que se assiste. Já as ideias-base de *regularidade* e *variável* são favorecidas quando os estudantes compreendem que, com a variação da quantidade de dias, varia-se proporcionalmente a quantidade de episódios. E a *generalização* pode ser identificada por meio da questão “d”, em que os alunos devem identificar que o número de dias pode ser encontrado dividindo-se o número de episódios por três, independente de quantos sejam o número de episódios.

Problema 7: Proporção simples – Quarta proporcional com medidas que são múltiplas Confira a promoção das Lojas Bacanas para compras on-line.

Giovana derramou tinta no folheto da propaganda.
O valor de cada game ficou encoberto por tinta.
Giovana sabe que o valor de dois games é R$ 120,00.

a) Se comprarmos 4 games, quanto pagaremos?
b) Nessa promoção, qual é o valor de cada game?
c) Se comprarmos 9 games, quanto pagaremos?
d) É possível calcular o valor para quantos games quisermos? Como?

Quadro 15: Problema 7
Fonte: adaptado de Pavan (2010).

O Problema 7 foi elaborado pensando nos interesses da aluna autista que, além de animes, também gosta de games. Esse problema foi classificado como de Proporção Simples, de quarta proporcional, com medidas que são múltiplas e já estava no estudo piloto, porém, seu enunciado foi reelaborado de maneira que ficasse mais atrativo para os alunos, com acréscimo de imagem. A mudança foi necessária em virtude de que a redação anterior, no estudo piloto, deu margem para que os alunos interpretassem que a compra dos games só poderia ser realizada aos pares (somente de 2 em 2), como observou-se na resposta da questão “d” feita por um dos grupos.

Último problema do conjunto, o Problema 7 favorece a mobilização das quatro ideias-base, *dependência, regularidade, variável* e *generalização*. A *dependência* é mobilizada quando os alunos reconhecem que o valor total depende da quantidade de games adquiridos. A mobilização da *regularidade* acontece quando os alunos reconhecem que, para calcular o valor total dos games, pode-se somar o valor de cada unidade ou pode-se utilizar a relação “Valor Total = Valor da Unidade x Quantidade”. Ainda é possível os alunos utilizarem a relação de proporcionalidade múltipla, descobrindo a razão entre as quantidades. A ideia-base de *variável* é identificada quando os alunos compreendem que, com a variação da quantidade de games comprados, varia-se proporcionalmente o valor a pagar. E a *generalização,* surge quando os alunos identificam a relação “Valor Total = Valor da Unidade x Quantidade” como sendo válida para qualquer quantidade de games adquiridos.

3.6 A classe colaboradora da pesquisa e os estudantes autistas

A partir da análise do estudo piloto, iniciamos a reestruturação do instrumento de pesquisa; antes disso, procuramos conhecer os sujeitos colaboradores, em especial os alunos autistas.

A pesquisadora conversou com a professora de Matemática da turma, pediu sua autorização para assistir algumas de suas aulas, para que os estudantes se familiarizassem com sua presença em sala de aula e autorização e colaboração para a aplicação do instrumento de pesquisa nessa turma. A observação aconteceu no dia 20/04/2022, no período de quatro aulas, sendo duas de Matemática e duas de Língua Portuguesa. Antes da observação, a pesquisadora informou e orientou os estudantes quanto à importância do estudo para a área acadêmica e educacional. Logo após, os alunos receberam o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (apêndice I), para leitura e esclarecimento de dúvidas e foram orientados para que entregassem aos seus responsáveis o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (apêndice II) para que eles autorizassem a participação na pesquisa.

Durante o período de observação, pode-se constatar que, de maneira geral, a turma é tranquila e os alunos realizam todas as atividades propostas pelos professores. Alguns alunos são mais distraídos do que outros, não prestando muita atenção à explicação e ao encaminhamento das atividades, o que gera dúvidas e equívocos no momento de realizar as atividades. No entanto, a maioria dos alunos, ao encontrar dificuldades ou em caso de dúvidas, chamam o professor para que lhes ajude (exceção para os alunos autistas e alguns alunos mais tímidos).

No decorrer da observação, foi possível constatar que, mesmo as atividades propostas pela professora de Matemática serem de realização individual, muitos estudantes trocavam informações e discutiam maneiras de resolvê-las, tirando dúvidas entre os próprios colegas. O que demonstra, segundo pesquisas recentes (Lorencini, 2019; Silva, 2021; Calado, 2020), a necessidade de promover situações didáticas em que os alunos trabalhem em duplas ou em grupos, favorecendo a troca de ideias e o respeito às diferenças.

Em relação aos estudantes autistas, em sala de aula, eles não expressavam suas necessidades e interesses, apenas ouviam as explicações do professor, repassadas para toda a turma, sem questionar sobre o que não compreendiam. Os professores de Matemática e de Língua Portuguesa costumam passar nas carteiras desses alunos, verificando se compreenderam a atividade proposta e fornecendo explicações adicionais, caso necessário. Os alunos autistas eram sempre muito educados, tanto com os professores, quanto com os colegas. Quietos, introspectivos, interagindo muito pouco com colegas e professores, ambos sentavam-se próximo à mesa dos professores, quase um ao lado do outro.

O aluno autista apresentava menos dificuldade em realizar as atividades de Matemática, quando o professor fazia a leitura dos problemas e/ou explicava para ele a situação. Apesar de quase não se relacionar com os colegas de turma, segundo o relato dos professores, ele não demonstrava muita resistência para realizar atividades em dupla ou em grupo.

Analisando o comportamento e o desempenho da aluna autista, observou-se que ela permanecia praticamente o tempo todo em silêncio. Interagia pouco, não fazia questionamentos aos professores, porém, demonstrava estar atenta a tudo. Aparentemente entendia os comandos dos professores, mas não obtinha sucesso na realização das atividades por dificuldades de compreensão dos conteúdos e/ou de interpretação dos enunciados das atividades, necessitando de auxílio constante dos professores.

Quando eram feitas perguntas de atividades práticas à turma, ao constatarem que ninguém respondia, os alunos autistas respondiam. De maneira geral, os dois eram muito tímidos e, mesmo tendo dificuldades de compreensão e realização das atividades, não solicitavam ajuda, nem aos professores, nem aos colegas. Como a turma era numerosa, nem sempre os professores conseguiam dar a eles a devida atenção. Mostravam-se, muito ansiosos e incomodados com barulhos e conversas.

Ambos estavam na idade prevista para o oitavo ano, sem histórico de reprovações.

Além desse contato prévio com a professora de Matemática e com os alunos, realizamos uma conversa informal com os alunos autistas e seus pais, com a intenção de conhecê-los melhor, descobrir seus interesses e curiosidades, para posteriormente elaborar ao menos uma situação-problema com assuntos de seus interesses.

A partir da conversa com os estudantes autistas, descobriu-se que, dentre vários assuntos de seus interesses, ambos adoravam os animes japoneses – mangás. O menino também gostava de arte (desenhar e pintar) e dizia gostar muito de Matemática, o que é confirmado pela professora, que dizia que ele não tinha dificuldades em sua disciplina. No entanto, ele apresentava dificuldades na leitura e interpretação de textos (segundo sua mãe, ele tem dislexia) e, de acordo com relato de seus professores, mostrava maior dificuldade nas disciplinas da área de humanas, devido à necessidade de leitura e interpretação de textos.

Quanto a aluna autista, ela gostava muito de jogos eletrônicos e, segundo sua família, preferia ficar trancada em seu quarto, jogando no celular. Dizia gostar de ir para a escola, sua cor favorita era roxa e gostava de desenhar e pintar. Segundo a professora de Língua Portuguesa, ela lia de forma acelerada, perdendo-se no caso de textos extensos. Não fazia a leitura respeitando pontuação, paragrafação e tinha dificuldades na interpretação de textos, por menores que fossem. Preferia fazer as atividades sozinha, embora não demonstrasse resistência se um professor pedisse para ela realizar trabalhos em dupla ou em grupo.

3.7 Implementação do Instrumento de Pesquisa

Durante a implementação, a pesquisadora enfrentou diversos obstáculos que suspenderam as análises, necessitando reorganizar todo o cronograma, que já havia sido reestruturado anteriormente em função da pandemia do Covid – 19. O primeiro obstáculo foi em relação às datas de implementação, que inicialmente seriam em agosto de 2022, mas devido ao calendário escolar, coincidiria com o fechamento do 2º trimestre (semanas de avaliações na unidade escolar) e precisou ser adiada para setembro.

O atraso na implementação consequentemente retardou as entrevistas, que foram realizadas somente em outubro de 2022. Para as entrevistas, como já mencionado anteriormente, seriam selecionadas as duplas de estudantes autistas e duplas que apresentassem resoluções e dificuldades representativas caracterizando os demais estudantes, entretanto, um dos alunos autistas mudou de cidade no início de outubro, logo após a implementação. A pesquisadora tentou realizar a entrevista por videochamada, mas, infelizmente, por falta de conhecimento tecnológico, o estudante não conseguiu participar. A pesquisadora fez então, no dia agendado, a entrevista somente com o companheiro de dupla desse estudante. Uma nova tentativa para entrevistá-lo foi realizada, e, devido a incompatibilidade de horários, aconteceu somente em 27 de outubro, um mês após o término da implementação. A entrevista ocorreu por videochamada pelo aplicativo *WhatsApp.* A ligação estava ruim e o aluno não tinha em mãos os registros das atividades, fato que a pesquisadora tentou contornar enviando-lhe fotos dos registros a ela entregues. Devido ao tempo transcorrido entre a implementação e a entrevista, muitas informações foram perdidas por esquecimento do aluno.

Ainda ocorreu outro fato em relação aos colaboradores da pesquisa, pois um dos alunos autistas participantes da implementação também participou do estudo piloto. Inicialmente, a escola previu que esses alunos ficariam em salas de aula distintas, porém, devido à logística educacional, a escola precisou matricular esses alunos em uma mesma turma, pois ambos necessitavam de professor do atendimento especializado (PAEE) e o Núcleo Regional de Educação (NRE) enviaria apenas um profissional para ambos os estudantes. A PAEE só iniciou suas atividades em julho de 2022 e, por estar gestante, faltava muito, sendo que em ambos os dias de implementação não esteve presente.

Além desses imprevistos, a pesquisadora enfrentou problemas de saúde próprios e de seus familiares, que ocasionaram atrasos nas transcrições das entrevistas e, consequentemente, das análises e discussões da implementação.

A implementação ocorreu nos dias 14 e 28 de setembro de 2022, com duração total de quatro horas-aula. Devido aos horários de trabalho da pesquisadora e os horários de aula de Matemática da turma colaboradora da pesquisa, o único dia da semana disponível para a implementação eram as quartas-feiras. A princípio, após readequação do cronograma, a implementação ocorreria nos dias 14 e 21 de setembro, no entanto, no dia 21 muitos alunos faltaram à escola, devido ao mal tempo, e em comum acordo com a professora regente da turma, o segundo momento da implementação ocorreu no dia 28 de setembro.

No primeiro dia de implementação, a pesquisadora apresentou aos alunos as orientações de como seriam realizadas as atividades, deixando-os à vontade para escolherem seus parceiros de dupla. Os alunos autistas mostraram-se receptivos a metodologia adotada e rapidamente juntaram-se a um colega para formarem suas duplas. Como informado anteriormente, na turma colaboradora da pesquisa estudavam dois alunos autistas e ambos estiveram presentes nos dias de implementação. Como no dia 14 de setembro tinham 29 alunos em sala, sendo que um deles chegou atrasado, formaram-se 13 duplas e 1 trio.

Durante a implementação do instrumento de pesquisa, a pesquisadora transitou por entre as duplas perguntando se tinham dúvidas e se estavam compreendendo as questões. Recebeu como resposta frases como: “está muito fácil”, “a Matemática da escola poderia ser assim”, “os problemas que a *profe* (sic) passa são mais difíceis”. Posteriormente ao contato inicial, as interações entre pesquisadora e alunos foram reduzidas, sendo acentuadas durante as entrevistas. As interações, durante a implementação, ocorreram entre os alunos parceiros de dupla e, eventualmente, aconteceram trocas de ideias entre alunos de duplas distintas, fatos que, assim que percebidos, foram mediados pela pesquisadora, orientando os respectivos alunos.

No primeiro dia de implementação do instrumento de pesquisa, os alunos resolveram, ao longo de duas horas-aula, três dos sete problemas, sendo que para o Problema 1 eles escolheram uma entre duas opções apresentadas. Para o segundo dia de implementação, ficaram os demais problemas, que, assim como no primeiro dia, foram distribuídos ao longo de duas horas-aula. Nos últimos problemas, os alunos reclamaram que, embora fossem fáceis, a sequência de problemas foi longa.

A implementação das situações-problema ocorreu da seguinte forma: logo após a orientação de como se daria o processo, entregamos uma cópia de cada opção do Problema 1 para a leitura e devida escolha de uma das opções por cada uma das duplas. A pesquisadora deixou os alunos à vontade para escolherem o problema que bem quisessem. Definida a opção, a dupla recebeu mais duas cópias do problema, pois uma cópia deveria ser devolvida à pesquisadora, e cada aluno anexou uma cópia ao seu caderno. O mesmo ocorreu para os demais problemas, com cada dupla recebendo três cópias, uma para cada estudante e uma para a pesquisadora. Os problemas seguintes foram apresentados aos alunos somente após todas as duplas devolverem o problema anterior. Diferentemente do estudo piloto, dessa vez cada folha sulfite continha apenas um único problema, também apresentados em folhas coloridas (amarela, rosa, verde e azul) para se diferenciarem das atividades cotidianas de sala de aula.

Ocorreu tudo dentro do previsto, a turma era participativa e disciplinada. Os alunos não apresentaram grandes dificuldades, porém, alguns problemas suscitaram dúvidas e mais discussões entre os alunos das duplas e, inclusive, entre alunos de duplas distintas. Esses problemas foram o Problema 2, com o termo “um terço” e o Problema 5, de Combinação com parte desconhecida.

as entrevistas com as duplas selecionadas estavam agendadas inicialmente para os dias 28 de setembro e 05 de outubro de 2022, mas, devido ao atraso na implementação, ocorreram nos dias 18 e 19 de outubro, com exceção da entrevista com o aluno autista, que, conforme já mencionado anteriormente, aconteceu somente no dia 27.

Durante as entrevistas, os alunos demonstraram nervosismo e, alguns, como os integrantes da Dupla 2 e Dupla 11, sentiram necessidade de justificar o baixo desempenho e eventuais dificuldades, dizendo que não eram bons em Matemática. Em alguns momentos, também não recordaram as estratégias utilizadas na resolução de alguns problemas, conforme descrito nas análises do próximo capítulo.

Em relação aos alunos autistas, a menina mostrou-se menos disposta no dia da entrevista, tanto que, quando a pesquisadora foi à sala de aula para convidar a ela e a sua colega de dupla para a entrevista, ela disse “de novo!”. Talvez sua atitude fosse devido ao fato de ela ter participado do estudo piloto, ou seja, a entrevista para ela se repetiu, o que a deixou, de certo modo, entediada. No entanto, em nenhum momento negou-se a participar ou a responder a qualquer questionamento. Quanto ao estudante autista, como sua entrevista foi por videochamada e ele não tinha as folhas das situações-problema em mãos, a condução foi mais difícil. Primeiramente, a pesquisadora enviou fotos das cópias das situações-problema entregues a ela e respondidas pelo aluno e seu companheiro de dupla. A ligação falhava por causa da internet e, em virtude do tempo decorrido desde a implementação até a entrevista, o aluno não recordava muito bem dos problemas e necessitava olhar as fotos em seu celular, para visualizar a respectiva resolução, o que atrapalhou a condução da entrevista e o raciocínio do aluno.

No próximo item, apresentamos o roteiro elaborado para a condução das entrevistas, realizadas com seis duplas previamente selecionadas, conforme descrito anteriormente.

3.8 Roteiro para as entrevistas

Durante o desenvolvimento da pesquisa, mais especificamente na análise dos dados do estudo piloto, constatou-se que gravar em áudio as discussões das duplas seria inviável, conforme já apontado. A partir de contribuições do grupo de pesquisa GEPSEM, chegou-se à conclusão de que uma entrevista com as duplas, logo após a implementação do instrumento, possibilitaria identificar os conhecimentos, conceitos e esquemas implícitos utilizados pelos alunos e auxiliaria a identificar se eles mobilizaram as ideias-base de função.

Para tal, elaborou-se, um roteiro para entrevista semiestruturada contendo questões norteadoras, com a finalidade de conduzir as explicações dos alunos aos objetivos da pesquisa. As questões direcionadoras, baseadas em Pavan (2010), foram as seguintes:

- Vocês entenderam o que o problema estava perguntando?
- Como vocês pensaram para resolver o problema? Me explique, para que eu possa compreender como vocês pensaram.
- Como vocês fariam para explicar esse problema a um colega que não compreendeu?
- Será que existe outra maneira de resolver este problema?
- Tem alguma conta que você já aprendeu na escola e que possa representar o que você acabou de me explicar?
- Por que você fez uma conta de vezes (de mais)?
- Que resposta vocês encontraram?
- Como vocês fariam para mostrar a um colega que o resultado está correto?
- O que vocês encontraram mais dificuldade de resolver neste problema?

Além dessas, realizamos perguntas particulares de cada problema, por exemplo:

- No problema 1: olhando essa tabela você observa algo que lhe chama atenção quanto a sequência dos resultados?

Ou, também, reforçando as questões descritivas que estão nos problemas, como, no problema 2:

- Se vocês comprarem uma mercadoria que custa R$ 10,00 na loja do bairro, pagarão mais ou menos pela mesma mercadoria na loja do Shopping? Quanto?

Essas perguntas colaboraram na identificação ou confirmação do que identificamos nos registros escritos. O tempo previsto para a entrevista com cada dupla foi de uma hora. Para não prejudicar a aprendizagem dos alunos e procurando colaborar com o funcionamento da escola, realizamos as entrevistas do estudo piloto em contraturno ao horário de aulas dos estudantes colaboradores, porém, as entrevistas com as duplas da turma colaboradora ocorreram durante o horário de aula, em função da dificuldade de alguns participantes em comparecerem em contraturno.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS DA IMPLEMENTAÇÃO

Apresentamos, neste capítulo, as análises e discussões realizadas para cada um dos problemas implementados. Conforme descrito anteriormente, a implementação ocorreu no mês de setembro de 2022 e, em outubro, as entrevistas com as duplas selecionadas.

Para procedermos as análises dos problemas implementados na turma de 8º ano, consideraram-se os registros produzidos pelos alunos; anotações no diário de bordo da pesquisadora e transcrições das entrevistas, elaboradas após a implementação do instrumento de produção de dados. Para orientar nossa análise e discussão, utilizamos como referência os resultados de Silva (2021) e Pavan (2010) e contribuições de outros pesquisadores, como Gitirana *et al*. (2014) e Filho, Santana e Lautert (2017).

A análise dos dados se deu à luz da Teoria dos Campos Conceituais, procurando identificar como as duplas e o trio realizaram as situações-problema propostas, particularmente as duplas com estudantes autistas. Buscamos identificar as principais fragilidades e, principalmente, se mobilizam as ideias-base de função.

Buscando facilitar a compreensão dos dados, durante as análises os problemas foram agrupados de acordo com a sua classificação: Na seção 4.1 apresentamos as análises referente aos problemas de Proporção Simples; a seção 4.2 refere-se ao Problema de Comparação Multiplicativa e a 4.3 refere-se aos problemas de Produto Cartesiano.

4.1 Problemas de Proporção Simples

Foram elaborados e implementados quatro problemas de Proporção Simples, com as subclasses Multiplicação Um para Muitos, Partição, Cota e Quarta Proporcional com medidas que são múltiplas. As situações-problema de Proporção Simples foram o Problema 1 – *opção 1* (Pista de Ciclismo), o Problema 1 – *opção 2* (Mangás), o Problema 6 (Série de Anime) e o Problema 7 (Games).

Na implementação do Problema 1, oportunizamos aos alunos a possibilidade de escolherem, entre duas opções, qual gostariam de resolver, pois os dois problemas apresentados são classificados como de Multiplicação Um para Muitos e Cota. A fim de distinguir os dois problemas durante a análise, chamaremos de *opção* 1 o problema que trata sobre a 'pista de ciclismo' e de *opção* 2, o problema que menciona os 'mangás'. Dos 14 arranjos formados (13 duplas e 1 trio), sete escolheram a *opção 1* e sete a *opção 2*. A numeração para a indicação das duplas e do trio deu-se a partir da escolha desse primeiro problema. Como os problemas tiveram a mesma quantidade de interessados, definiu-se para a identificação das duplas e do trio, atribuir números ímpares para os que escolheram a *opção 1* e, números pares para as duplas que ficaram com a *opção 2*. Cada dupla e o trio foram informados sobre sua numeração, que deveria ser devidamente identificada na folha de resposta.

Durante a implementação, as duplas e o trio foram assim identificados: D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, T13[14] e D14. Os estudantes autistas constituíram as duplas D1 e D5 e foram designados por A1 e A5. Os estudantes não autistas foram designados por A de aluno, seguida pelo número da dupla e pela ordem alfabética do nome de cada participante. Por exemplo, o aluno A112 é o segundo integrante da Dupla 11.

O Problema 1 – *opção 2* foi elaborado considerando os interesses dos alunos autistas colaboradores da pesquisa, auferidos em conversa prévia com seus familiares, no entanto, ele não foi a escolha das duplas em que esses alunos estavam. A D1 escolheu a primeira opção porque A1 havia participado do teste piloto do qual o Problema 1 fez parte. Isto é corroborado pelo fragmento extraído da transcrição da entrevista a seguir:

Pesquisadora: ...vocês lembram por que escolheram esse?
A1: Porque a gente já fez isso aqui.
Pesquisadora: Ah sim, você escolheu porque vocês já fizeram esse. Você, no caso, né?!
A1: Sim.

O fato de ter sido trazido problemas que A1 já conhecia, comprometeu a investigação, pois a questão do hiperfoco não pode ser, neste caso, mensurada e, o fato de A1 preterir um problema com tema de seu interesse ante um já conhecido, nos

[14] Em alguns momentos, no decorrer das análises, consideraremos o trio como uma dupla, assim como as demais.

permitiu inferir que A1 supôs ter melhor êxito no problema que lhe era familiar a tentar resolver um problema desconhecido.

Já D5, a dupla de A5, preferiu a opção 1 por achá-la mais fácil, conforme explicitado nos trechos a seguir, retirados das transcrições das entrevistas.

Pesquisadora: ... você lembra porque vocês escolheram esse da pista de ciclismo?
A51: É que eu... a gente achou mais fácil esse primeiro.

....

Pesquisadora: ... Você lembra porque escolheram esse?
A5: Ah, bom... o meu amigo A51 falou que era melhor fazer essa.

Inferimos que A5 deixou para o colega de dupla A51, a escolha de qual problema resolveriam, ou seja, apesar de o tema 'mangás' ser de seu interesse, não foi suficiente para convencer o colega a optarem por ele.

Para a análise dos problemas de Proporção Simples, optamos por dividir as duplas em dois grupos, um grupo formado pelas duplas com estudantes autistas e o outro grupo constituído pelas demais duplas.

4.1.1 *Duplas com estudantes autistas*

PROBLEMA 1 – PISTA DE CICLISMO

As duplas com estudantes autistas optaram por fazer o Problema 1 que falava sobre a pista de ciclismo. Este problema favorece a mobilização das quatro ideias-base de função, como mostraremos durante a análise.

Na questão "a", as duplas com estudantes autistas, D1 e D5, responderam utilizando a adição "7 + 7 = 14", conforme expresso na resolução de D5, de acordo com a Figura 1.

Problema 1 – Grupo 5

Jeferson treina em uma pista de ciclismo todos os dias.
Na pista de ciclismo que Jeferson treina, uma volta completa equivale a 7 quilômetros.

Fonte: http://fisicaevestibular.com.br/

a) Quantos quilômetros Jeferson percorre se completar 2 voltas?

R: 14 quilômetros

$$\begin{array}{r} 7 \\ +\ 7 \\ \hline 14 \end{array}$$

Figura 1: Resolução de D5, questão "a"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Na questão "b", foi solicitado o preenchimento da tabela (Figura 2) objetivando a mobilização da ideia-base *regularidade,* embasada em Silva (2021, p. 238) que, apoiada em Trindade e Moretti (2000), afirma que "[...] atividades com a utilização e preenchimento de tabelas são essenciais para a identificação da regularidade e para a construção e entendimento do conceito de função". D5 preencheu corretamente a tabela, enquanto D1 não a completou corretamente, conforme a Figura 2. Como não foi solicitado, as Duplas não registraram a forma que utilizaram para chegar nos resultados.

b) Complete a tabela.
Escreva na tabela abaixo o total de quilômetros que Jeferson percorre para cada número de voltas.

Número de voltas completas	1	3	4	5	7	8	10	13
Total de quilômetros	7	21	28	35	42	49	56	63

Figura 2: Resolução de D1, questão "b"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

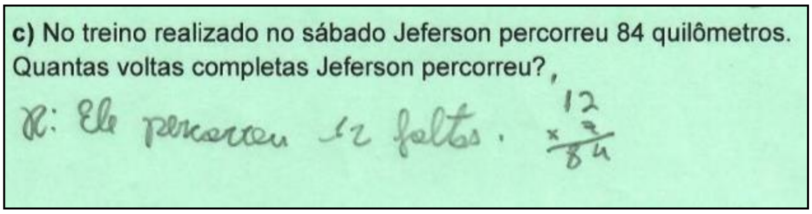
Conforme explicitado na Figura 2, ao preencherem o total de quilômetros, na segunda linha da tabela, não observaram que a sequência do número de voltas não era contínua. Embora tenham registrado corretamente a sequência dos múltiplos de sete, não responderam corretamente o total de quilômetros para as voltas correspondentes, o que mostra falha de atenção de D1 ao analisar os dados da questão.

Em relação a segunda dupla com estudante autista, D5, conforme exposto no início deste capítulo, não foi possível realizar a entrevista com os dois componentes de D5 juntos e, devido ao tempo transcorrido entre os momentos da implementação do instrumento e da realização da entrevista, ambos mostraram dificuldades em lembrar qual procedimento utilizaram para preencher a tabela. De acordo com o relato do Aluno 51, eles utilizaram a adição, no entanto, o Aluno 5 afirmou que aplicaram a multiplicação para completar a tabela, conforme trechos da transcrição a seguir.

Pesquisadora: E, aqui na tabelinha, aqui não... vocês não colocaram cálculo, mas você lembra como chegaram no resultado? Nesse aqui.
A51: É... a gente... na verdade não. Não consigo...
Pesquisadora: Não. Será que vocês fizeram continha de mais... de vezes...?
(silêncio)
A51: Foi de mais, a gente foi somando.
...
Pesquisadora: ... você lembra que continhas fizeram pra preencher a tabela? Conseguiu olhar ali? Você lembra?
A5: Aham... pera aí... eu acho, pelo que eu me lembro, foi conta de vezes, eu acho.

A partir da análise das questões “a” e “b”, constatamos que D1 e D5 manifestaram as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*. A *dependência* é mobilizada quando percebem que o total de quilômetros percorridos depende do número de voltas completas, ou seja, ao número de voltas completas corresponde o total de quilômetros. A *regularidade* é averiguada quando os alunos relacionam corretamente o total de quilômetros ao número de voltas completas percorridas. A ideia de *variável* aparece quando os alunos identificam que, a cada volta completa, a quantidade total de quilômetros também varia. Mesmo D1, que não preencheu corretamente toda a tabela, mobilizou as ideias-base de *dependência, variável* e *regularidade*, pois mostrou compreender que, para calcular o total de quilômetros posterior, basta adicionar 7 quilômetros a volta atual, determinando, dessa forma, os termos da sequência.

Na questão “c”, para determinar o número de voltas completas, D1 utilizou o algoritmo tradicional da divisão com chave, obtendo resposta correta, mobilizando as ideias-base de *regularidade, variável* e *dependência*. Conforme indicado na Figura 3, D5 realizou a multiplicação do número de voltas completas (resposta da questão) pela quantidade de quilômetros correspondentes a uma volta, obtendo os 84 quilômetros do enunciado da questão, ou seja, permaneceram utilizando o esquema relacional, Um para Muitos, não ampliando para a divisão por cotas.


c) No treino realizado no sábado Jeferson percorreu 84 quilômetros. Quantas voltas completas Jeferson percorreu?

R: Ele percorreu 12 voltas. $\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 7 \\ \hline 84 \end{array}$

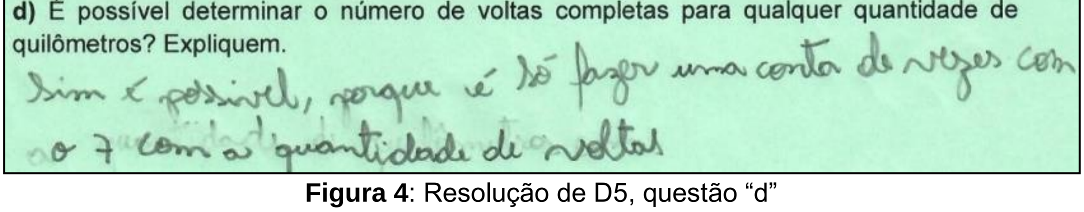
Figura 3: Resolução de D5, questão “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Durante a entrevista, o aluno A51 disse que eles primeiramente utilizaram adição para determinar o número de voltas, provavelmente utilizando os resultados obtidos na questão “b” (tabela), para depois fazerem pelo algoritmo da multiplicação, conforme trecho da entrevista a seguir.

Pesquisadora: Você lembra porque vocês usaram a continha de vezes, aqui, pra chegar nas 12 voltas?
(silencio)
A51: Porque... porque a gente achou... (algumas pessoas atrapalham a entrevista) ... a gente achou esse resultado em outra conta. Aí a gente pegou o resultado da conta de mais, aí que deu 12, daí a gente pegou 12 e fez o... daí pegou o número 7 e fez a conta de vezes pra chegar no resultado.

Os alunos de D5 mobilizaram, na questão “c”, as ideias-base de *regularidade* e *variável*, ao identificarem que, por meio da variação do número de voltas, varia-se proporcionalmente (de sete em sete) o total de quilômetros. Também mobilizaram a *dependência*, pois, embora não tenham utilizado a divisão, os alunos mostraram conhecer que o total de voltas completas depende dos quilômetros percorridos.

Em relação a questão “d”, foi verificado que nenhuma das duplas apresentou como resposta algoritmo algébrico ou expressão algébrica representativa do problema. A dupla D1 apenas respondeu ‘sim’, sem conseguir explicar satisfatoriamente como proceder. Já D5, sendo fiel a maneira como responderam à questão anterior, explicaram em termos de Proporção Simples – Um para muitos, como determinar o total de quilômetros a partir do número de voltas, como pode ser constatado na Figura 4.


d) É possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Expliquem.

Sim é possível, porque é só fazer uma conta de vezes com o 7 com a quantidade de voltas

Figura 4: Resolução de D5, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir da análise da Figura 4, identificamos que D5 mobilizou, ao responder à questão “d”, as ideias de *regularidade* e de *variável*, porém a dupla não fez a *generalização* para o que foi solicitado, determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros. Entretanto, seguindo a forma como responderam à questão “c”, mobilizaram a *generalização* Um para Muitos, para determinar o total de quilômetros a partir do número de voltas.

PROBLEMA 6 – SÉRIE DE ANIME

O Problema 6, adaptado de Gitirana *et al.* (2014), é classificado como de Proporção Simples, de forma a favorecer a mobilização das quatro ideias-base de função, por meio das subclasses Cota e Partição. A ideia de *dependência* aparece quando os alunos identificam que a quantidade total de episódios assistidos depende da quantidade de dias. As ideias de *regularidade* e *variável* são mobilizadas quando os estudantes reconhecem a proporcionalidade (regularidade) entre a quantidade de episódios e o número de dias, compreendendo que, ao variar a quantidade de dias, varia-se proporcionalmente a quantidade de episódios. Já a *generalização,* pode ser mobilizada quando os alunos identificam que, para qualquer número de episódios, a quantidade de dias pode ser determinada dividindo-se o número de episódios por três.

As alunas de D1 não conseguiram responder adequadamente ao que era solicitado nas questões do Problema 6. Na questão “a”, elas escreveram o número 21 como resposta. Durante a entrevista, reconhecem o erro e apontam a operação correta, conforme trecho a seguir.

A12: A gente colocou 21 episódios por dia.
Pesquisadora: Mas, está correto o resultado de vocês?
A1: Não! A gente colocou por semana.
Pesquisadora: É, é por semana. Quando a gente está lendo, se não prestar atenção pode errar, pois estava falando por dia e depois fala por semana. Mas, se fosse pra vocês encontrarem a resposta agora, como fariam?
A1: A gente faria uma conta de dividir.
Pesquisadora: De dividir, é?! A12, é de dividir?
A12: Sim, divisão.
Pesquisadora: E, o que vocês vão usar pra fazer a conta de dividir? Quais números?
(as alunas apontam na folha o número 21)
A12: E sete.

De acordo com o excerto acima, inferimos que durante a entrevista as alunas de D1 mobilizaram oralmente a *dependência* e a *regularidade,* sendo possível identificar que a dupla não prestou atenção ao problema, no momento da implementação. Na questão “b”, isso se evidencia, pois apresentaram equivocadamente a divisão de 45 por 7, conforme pode ser observado na Figura 5.

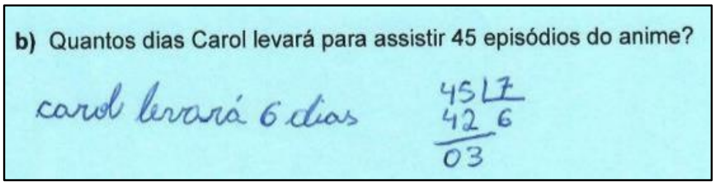


Figura 5: Resolução de D1
Fonte: Arquivo de Pesquisa

De acordo com as respostas apresentadas nas questões “a” e “b”, inferimos que a confusão se deve, provavelmente, ao dado do enunciado, que fornecia a quantidade de episódios por semana (“Carol poderá assistir 21 episódios do anime por semana”), quando as questões se referem a dias. Essa hipótese fica mais perceptível ao analisar as respostas apresentadas nas questões “c” e “d” indicadas na Figura 6.

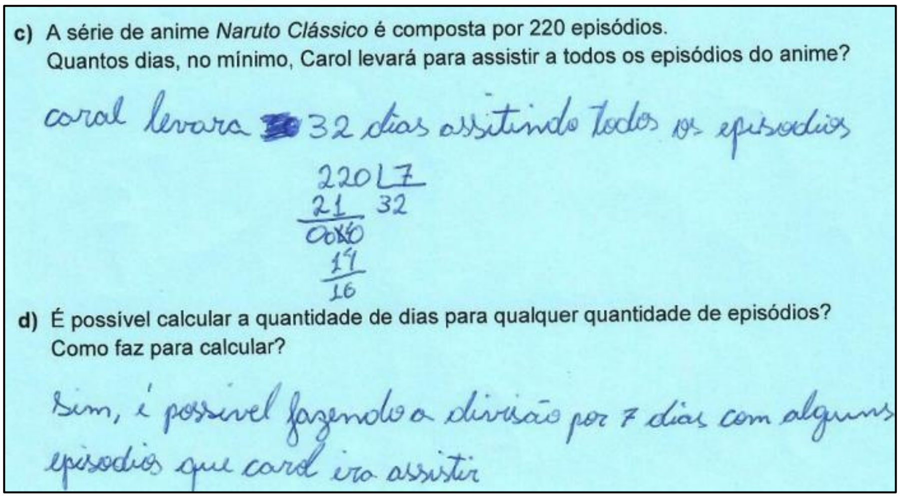


Figura 6: Resolução de D1
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Verifica-se, nas respostas apresentadas, que elas usaram a quantidade de dias que se tem em uma semana, ao invés do número de episódios que se assiste por dia. Na questão “c”, além de dividir equivocadamente por sete, D1 também comete dois erros no algoritmo da divisão (10 ÷ 7 = 2 e 10 – 14 = 16). Em relação à questão “d”, a partir da resposta, verifica-se que as alunas entenderam erroneamente que, para calcular a quantidade de dias, divide-se o número de episódios por “7 dias” e não por “3 episódios/dia”, erro que indica estar relacionado a incompreensão ou desatenção ao enunciado do problema, conforme tínhamos informado.

Dessa maneira, inferimos que não há indícios, nas questões “b” e “c”, da mobilização das ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*, e na questão “d”, apesar da falha de interpretação, houve uma evolução da dupla D1, pois as alunas conseguiram responder de maneira mais adequada ao que foi solicitado, mas generalizando de forma incorreta a quantidade de dias para qualquer número de episódios.

Quanto à D5, a dupla respondeu corretamente à questão “a” e cometeu algumas falhas nas questões “b” e “c”, como descrevemos a seguir. Na primeira questão, responderam adequadamente “3 episódios por dia” utilizando a operação de divisão, mobilizando, dessa maneira, as ideias-base de *dependência* e *regularidade,* uma vez que, ao responder com a divisão pelos valores corretos (21 ÷ 7), mostram compreender que uma semana tem sete dias e, assistindo 3 episódios todos os dias, Carol assistirá 21 em uma semana.

Na questão “b”, os alunos responderam equivocadamente “3 semanas e 3 dias”. Na Figura 7, é possível averiguar que D5 aplica corretamente a proporcionalidade, utilizando a operação de subtração em vez de utilizar a divisão, porém erra ao interpretar o resultado.

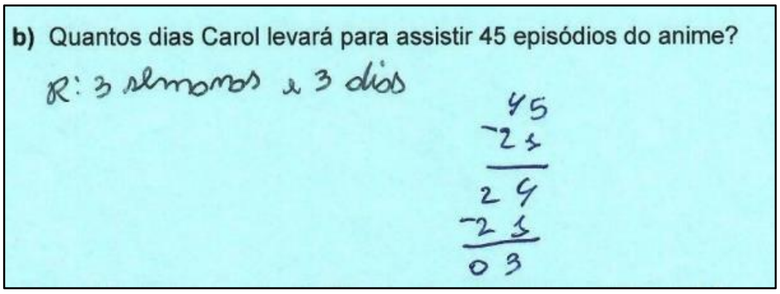


Figura 7: Resolução de D5
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Verifica-se, por meio da resolução, que os alunos erraram ao contar quantas vezes retiraram 21 de 45 e erraram ao interpretar os três episódios restantes como “3 dias”, além de que o enunciado da questão pedia quantos dias e não quantas semanas. Durante as entrevistas, os alunos tiveram dificuldades para compreender o equívoco, como pode ser analisado nos fragmentos abaixo.

A51: A gente pegou o 45 e diminuiu por 21.
(...)
A51: Porque 21 é o número de episódios de antes. Aí, 45... ah, não sei não.
Pesquisadora: Ô, é 45 episódios, quanto que a, quanto... quantos ela assiste por semana?
A51: Vinte e um.

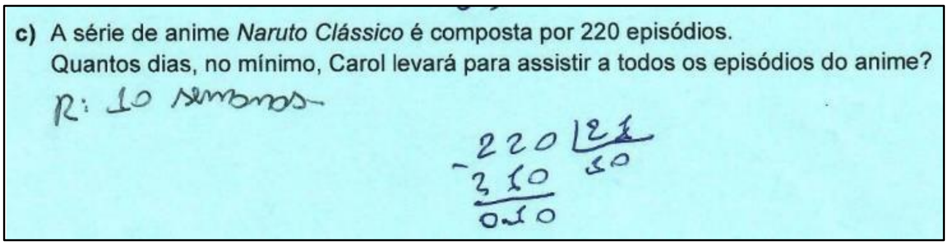
Pesquisadora: Então, aqui vocês colocaram menos... 45 menos...?
A51: Vinte e um.
Pesquisadora: Vinte e um, que sobrou?
A51: Vinte e quatro.
Pesquisadora: Então, esse vinte e um aqui corresponde ao quê? A uma?
A51: Semana.
Pesquisadora: Uma semana. Então, daí sobrou 24 e, daí vocês tiraram mais... fizeram de novo menos...?
A51: Vinte e um.
Pesquisadora: Que é outra semana. Então, quantas semanas vocês descontaram aqui?
A51: Três.
Pesquisadora: Três?! Três ou duas?
A51: Duas.
Pesquisadora: Duas. Então, aqui a resposta está correta?
(silêncio)
Pesquisadora: É três ou é duas semanas?
A51: Duas.

Por meio do diálogo, identifica-se que o aluno A51 hesita ao explicar o que fizeram, mostrando insegurança quanto ao procedimento adotado por sua dupla e, só reconhece o erro cometido após várias interferências da pesquisadora. A partir da entrevista com A5 (excerto abaixo), constata-se que a dificuldade de A51 deve-se ao fato de que o esquema apresentado por D5 foi pensado por seu colega, o qual também apresentou dúvidas quanto ao que fizeram, não identificando o erro.

A5: Agora é... agora... quando eu fiz isso, eu achei que estava totalmente certo, mas agora eu tô, eu tô um pouco pensativo, sabe?
Pesquisadora: Aham... então, esse 3 que sobrou ali é o que? O que você tava diminuindo ali? O 45 que tinha lá em cima era o que? Era 45... episódios, né? Então, esse 3 que sobrou é o que?
(silêncio)
A5: É, tipo... é o tanto de sema... eu acho... não, acho que... não, tipo, acho que é 3 semanas, porque 3 dias não ia dar. Eu acho, não...
(silêncio)

Observa-se que o aluno autista afirma que foi ele quem respondeu à questão, considerando-a “totalmente certa”, porém, durante a entrevista titubeou e não foi capaz de identificar seu equívoco. Consideramos que isso se deve à falta de atenção ao que era proposto e, também, ao tempo transcorrido entre a implementação dos problemas e a entrevista e pelas condições em que esta aconteceu, conforme descrito no início do capítulo.

Na questão “c”, a dupla seguiu o mesmo raciocínio da questão anterior, respondendo em semanas e não conforme o solicitado. Contudo, dessa vez utilizaram a divisão, dividindo o total de episódios por 21, de acordo com a Figura 8.


c) A série de anime *Naruto Clássico* é composta por 220 episódios.
Quantos dias, no mínimo, Carol levará para assistir a todos os episódios do anime?
R: 10 semanas

220 | 21
−210 | 10
010

Figura 8: Resolução de D5
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Os alunos, além de responderem em semanas, ignoraram os 10 episódios restantes. Durante a entrevista, de acordo com o fragmento a seguir, o aluno autista reconhece o equívoco.

A5: Eu acho que são 10 semanas e 3 dias, eu acho. Pô... porque naquela hora, é... a gente não, não reparou que foi (?) com vírgula, mas senão a gente não ia deixar.

Embora reconheça que poderiam ter convertido os 10 episódios restantes em dias, o aluno não identifica que serão necessários quatro dias, ao invés de três, como disse. Assim, ao utilizarem a ideia de proporcionalidade para responder as questões “b” e “c”, inferimos que os alunos de D5 mobilizaram a ideia de *dependência*, pois, mesmo respondendo em semanas, os alunos identificaram que a quantidade de episódios assistidos está em função do tempo. Também mobilizaram as ideias de *regularidade* e *variável*, ao identificarem que a quantidade de episódios varia semanalmente de 21 em 21. Ou seja, as ideias-bases foram mobilizadas, entretanto, os alunos não atenderam ao que realmente foi solicitado, no caso, ‘dias’ ao invés de ‘semanas’. Esse elemento direciona a reflexão de que a solução, de maneira adequada, necessita da utilização de recursos que vão além da mobilização de ideias-base, pois a matemática exige dos alunos várias habilidades ao resolver um problema.

Com relação a questão “d”, a dupla D5 não conseguiu respondê-la adequadamente e, dessa maneira, não foi possível inferir sobre a mobilização de ideia-base de Função.

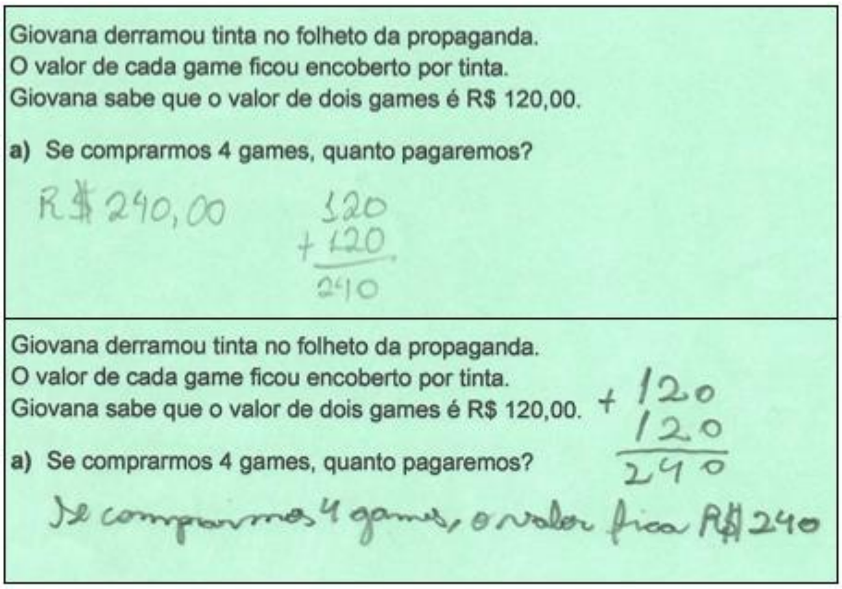
PROBLEMA 7 - GAMES

Último problema aplicado à turma colaboradora, o Problema 7 foi elaborado pensando na aluna autista que, além de animes, também gosta de games. Esse problema foi classificado como de Proporção Simples, com a subclasse quarta proporcional, com medidas que são múltiplas. Nesse problema, os alunos poderiam reconhecer a razão entre as quantidades de game e, aplicando a proporcionalidade, perceber que “o correspondente de um múltiplo de uma grandeza é o múltiplo do correspondente dessa grandeza” (Gitirana *et al.*, 2014, p. 66), ou seja, o valor necessário para comprar o dobro de games é o dobro do valor pago para comprar 2 games, por exemplo. Os alunos também poderiam determinar o valor da unidade e depois calcular o valor para outras quantidades.

Devido a sua classificação e estrutura, esse problema favorece a mobilização das quatro ideias-base, *dependência, regularidade, variável* e *generalização*, por meio de quatro questões.

A *dependência* é mobilizada quando os alunos reconhecem que o valor total depende da quantidade de games adquiridos. A *regularidade* é identificada quando os alunos reconhecem que, para calcular o valor total dos games, basta somar o valor da unidade de cada game ou pode-se utilizar a relação “Valor Total = Valor da Unidade x Quantidade” ou, no caso de medidas múltiplas, é necessário reconhecer a razão entre as quantidades e aplicar a ideia de proporcionalidade. A ideia de *variável* é identificada quando os alunos compreendem que, ao variar a quantidade de games comprados, varia-se proporcionalmente o valor a pagar. Já a *generalização* surge quando os alunos identificam a relação “Valor Total = Valor da Unidade x Quantidade” como sendo válida para qualquer quantidade de games adquiridos.

As questões “a”, “b” e “c” do Problema 7, que intencionavam a mobilização das ideias-base de função *dependência*, *regularidade* e *variável*, foram respondidas sem apresentar grau de dificuldade para as duplas com estudantes autistas. As duplas D1 e D5 utilizaram, conforme a Figura 9, a adição de parcelas iguais para encontrar a solução da questão “a”.



Giovana derramou tinta no folheto da propaganda.
O valor de cada game ficou encoberto por tinta.
Giovana sabe que o valor de dois games é R$ 120,00.

a) Se comprarmos 4 games, quanto pagaremos?

R$ 240,00   120 + 120 = 240

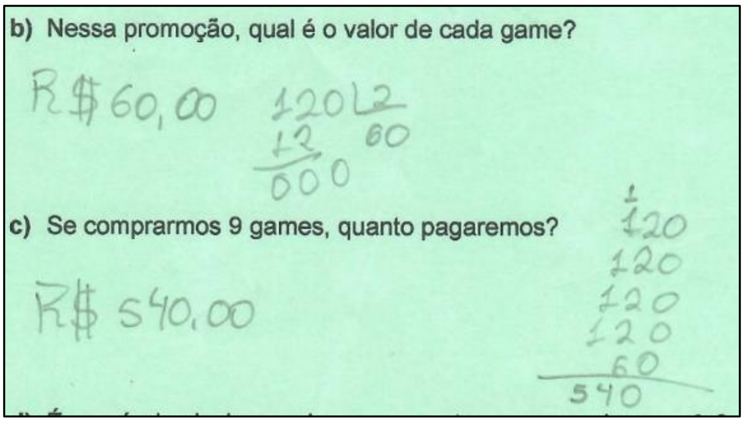
Giovana derramou tinta no folheto da propaganda.
O valor de cada game ficou encoberto por tinta.
Giovana sabe que o valor de dois games é R$ 120,00.   + 120 120 = 240

a) Se comprarmos 4 games, quanto pagaremos?

Se comprarmos 4 games, o valor fica R$ 240

Figura 9: Resoluções de D1 e D5, respectivamente, questão “a”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Ambas as duplas empregaram a ideia de proporcionalidade para determinar o valor de quatro games, isto é, se dois games custam R$ 120,00 e como quatro é o dobro de dois, logo, quatro games custarão o dobro de dois. Essa ideia fica mais evidente na questão “c”, em que, de acordo com a Figura 10, D1 soma várias vezes o valor de dois games para determinar a solução. A figura apresenta também a resolução de D1 para a questão “b”.



b) Nessa promoção, qual é o valor de cada game?

R$ 60,00   120 | 2 = 60

c) Se comprarmos 9 games, quanto pagaremos?

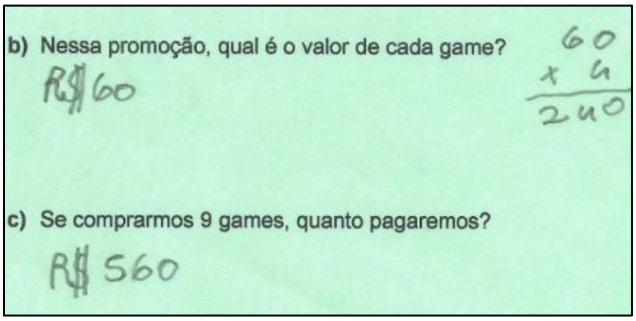
R$ 540.00   120 + 120 + 120 + 120 + 60 = 540

Figura 10: Resolução de D1, questões “b” e “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir da figura, observa-se que na questão “c” as alunas adicionaram quatro vezes o 120 e uma vez o 60, para completar o valor de nove games. O número 60 representa o valor de cada game, determinado na questão “b”, por meio da divisão de partição (120 por 2). Ou seja, por meio da *regularidade*, adicionaram quatro vezes o valor de dois games e, para completar os nove, adicionaram o valor de uma unidade, reconhecendo que variando-se as unidades varia-se proporcionalmente o valor total. No fragmento a seguir, retirado da entrevista, evidencia-se o raciocínio das alunas.

Pesquisadora: Como vocês fizeram? Qual foi a ideia?
A1: De mais!
Pesquisadora: De mais, mas me explica por que vocês fizeram assim? (a pesquisadora aponta para o cálculo que as alunas apresentaram)
A1: Era pra ter nove, só que a gente...
Pesquisadora: Vocês colocaram 120. Por quê?
A11: Porque é o valor de dois games. Daí a gente tem que achar o resultado de nove.
Pesquisadora: Isso. Então aqui tem...
A11: Dois, quatro, seis, oito e mais um, nove.

A partir do trecho da entrevista e mediante as respostas apresentadas por D1, inferimos que a dupla mobilizou, nas questões “a”, “b”, e “c”, as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável.* Quanto à D5, os alunos também responderam adequadamente à questão “b”, porém, não obtiveram êxito na questão “c”, conforme o Quadro 16, com as respostas da dupla e trechos da entrevista.

 **b)** Nessa promoção, qual é o valor de cada game? R$ 60 60 x 4 = 240 **c)** Se comprarmos 9 games, quanto pagaremos? R$ 560	**Pesquisadora:** ... poderia ter usado uma outra conta aqui? Nessa, de mais? **A5:** Acho que não... ou poderia fazer vezes dois. **Pesquisadora:** Isso. Muito bem. Daí, na letra “b”, ele pede o valor de cada game. Daí vocês colocaram 60 reais e, daí aqui do ladinho, vocês colocaram 60 vezes 4, que é igual a 240. Que era a resposta do anterior. Mas, assim, você deve ter feito cálculo mental, você lembra? **A5:** Dois é 120, então um game... é, 60. **Pesquisadora:** Isso, mas como você... como faz esse cálculo? Você fez cálculo mental agora, mas daí, como faz ele? **A5:** Tipo... ô, eu peguei a resposta do primeiro texto, assim, sabe? e depois como era 120, já sabia que era metade. (...) daí a gente só colocou conta tipo assim, sabe? Pensamos que podia ser a metade de, do... do preço de dois videogames. **Pesquisadora:** Isso, tá certo. E, daí aqui na letra “c”, ‘se comprarmos 9 games, quanto pagaremos? Vocês só colocaram a resposta, 560. Lembra que continha vocês fizeram? (...) **A5:** A gente fez continha, mas a metade foi mental. **Pesquisadora:** É? Hum, fizeram cálculo mental. Você, você... **A5:** Daí... sessenta vezes, sessenta vezes 9.

Quadro 16: Resolução de D5, questões “b” e “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

De acordo com o que se apresenta no quadro, a dupla D5 utilizou, por meio de cálculo mental, a ideia de partição para determinar a solução da questão “b” e a operação de multiplicação (60 x 4) foi só para confirmar a resposta. Na questão “c”, em que a dupla apenas indicou a solução (incorreta), evidencia-se, a partir da explicação de A5, que utilizaram adequadamente a ideia de *regularidade* e, a partir do valor da unidade, realizaram a multiplicação “60 x 9”. Conjecturamos que o erro na resposta apresentada deve estar na operação, mais especificamente na multiplicação de seis por nove.

A partir do exposto, inferimos que os alunos de D5 mobilizaram, nas questões “a”, “b”, e “c” as ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável.* Porém, na questão “d”, que objetivava a mobilização da *generalização*, a dupla com estudante autista, não respondeu adequadamente ao que foi solicitado. A dupla D1 também não registrou como calcular o valor para uma quantidade qualquer de games. Nem durante as entrevistas os alunos conseguiram apresentar um raciocínio que mostrasse a compreensão da passagem dos casos particulares para uma quantidade qualquer, com exceção de A51, que, segundo o excerto a seguir, consegue com o auxílio da pesquisadora explicitar a relação, ainda que com receio.

Pesquisadora: ... Então aqui, ele colocou “é só multiplicar”, mas multiplicar o que? Multiplicar...
A51: A quantidade...
Pesquisadora: Vezes...?
A51: Vezes 60?
Pesquisadora: Isso aí, é só multiplicar a quantidade vezes 60.

Com base no fragmento, inferimos que, por meio das perguntas realizadas pela pesquisadora, A51 mobiliza oralmente a ideia-base de *generalização*. Identificamos também que, quem respondeu à questão “d” foi o aluno A5 e, a resposta apresentada nos registros do problema foi “sim, é só multiplicar”, no entanto, ele não soube, durante a entrevista, explicar quais os elementos para legitimar a multiplicação, ou seja, não saiu dos casos particulares. Em relação à D1, as alunas avançaram durante a entrevista, contudo, não conseguiram explicitar a relação “Valor Total = Valor da Unidade x Quantidade”, identificando somente as operações possíveis, conforme fragmento extraído da entrevista.

Pesquisadora: (...) Vocês responderam “sim”. Mas, como?
A12: Fazendo uma continha de mais ou de vezes.

Como a aluna autista estava impaciente, a pesquisadora encerrou a entrevista sem insistir em uma resposta mais adequada. E, dessa maneira, não foi possível inferir, na questão “d”, sobre a mobilização de ideias-base, tanto por D1, quanto por D5.

O quadro seguinte apresenta o desempenho das duplas D1 e D5 quanto a mobilização das ideias-base de função nos problemas de Proporção Simples. Como nosso objetivo são as ideias-base, consideramos o raciocínio apresentado pelos alunos durante a tentativa de resolução e apresentamos no quadro as duplas que as mobilizaram, independente das respostas apresentadas pelos alunos estarem adequadas ao que foi solicitado nos problemas.

	Problema 1				**Problema 6**				**Problema 7**			
Questões / **Ideias-base**	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
Dependência	D1 e D5	D1 e D5	D1 e D5	-	D5	D5	D5	-	D1 e D5	D1 e D5	D1 e D5	-
Regularidade	D1 e D5	D1 e D5	D1 e D5	D5	D5	D5	D5	-	D1 e D5	D1 e D5	D1 e D5	-
Variável	D1 e D5	D1 e D5	D1 e D5	D5	-	D5	D5	-	D1 e D5	D1 e D5	D1 e D5	-
Generalização	-	-	-	D5	-	-	-	D1	-	-	-	-

Quadro 17: Mobilização das ideias-base pelas duplas com estudantes autistas nos Problemas de Proporção Simples.
Fonte: Dados da Pesquisa

Identifica-se, a partir do quadro, que as ideias-base de *dependência, regularidade* e *variável* foram manifestadas por ambas as duplas com estudante autista nos três problemas de Proporção Simples. E, a ideia-base de *generalização* foi manifestada, mesmo que de maneira inadequada, apenas uma vez por cada uma das duplas.

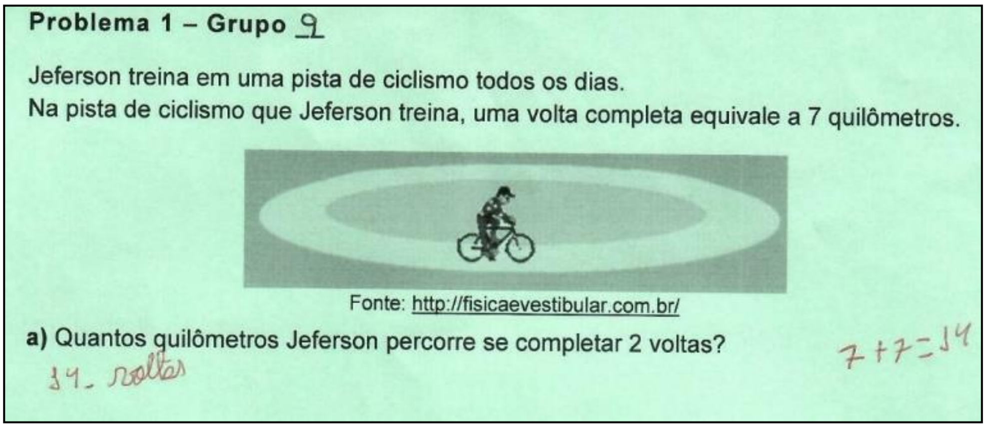
4.1.2 *Duplas sem estudantes autistas*

Conforme já explicitado, havia duas opções para o Problema 1, dessa maneira, realizamos a análise individualmente para cada opção.

PROBLEMA 1 – *OPÇÃO 1* – PISTA DE CICLISMO

As duplas que optaram pelo Problema 1 – *opção 1,* foram D3, D7, D9, D11 e o trio T13. Dessas, a única dupla entrevistada foi D11 e somente um dos alunos participou da entrevista. Segundo a professora regente da turma, o aluno A112 é faltoso e, de acordo com o colega A111, o aluno faltou porque não queria participar da entrevista. A pesquisadora remarcou a entrevista com essa dupla devido ao não comparecimento do aluno A112, porém o aluno também não compareceu na segunda data agendada e, assim, a entrevista foi realizada apenas com o aluno A111.

Para a questão “a”, D3 e D9 recorreram à adição “7 + 7 = 14” enquanto D7 e T13 utilizaram a multiplicação “7 x 2 = 14”. Já D11 colocou somente a resposta, *14 quilômetros*. Na entrevista, ao ser indagado sobre como chegaram nessa resposta, o aluno A111 disse que utilizaram adição ‘sete mais sete’. A dupla D9, por sua vez, conforme se depreende da Figura 11, embora tenha realizado o cálculo corretamente, indicou como resposta ‘14 voltas’, o que sugere fragilidade na interpretação do problema ou falta de atenção dos alunos, devido ao equívoco na resposta apresentada.


Problema 1 – Grupo 9

Jeferson treina em uma pista de ciclismo todos os dias.
Na pista de ciclismo que Jeferson treina, uma volta completa equivale a 7 quilômetros.

Fonte: http://fisicaevestibular.com.br/

a) Quantos quilômetros Jeferson percorre se completar 2 voltas?

14. voltas

7+7=14

Figura 11: Resolução de D9, questão “a”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

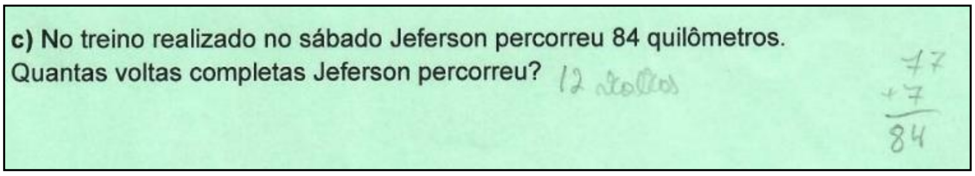
Inferimos, a partir da análise das respostas para a questão “a”, que D7 e T13 mobilizaram as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*. Já D3 e D11, em função de utilizarem a adição, mobilizam essas ideias, mas de maneira estática, para valores determinados.

Na questão “b”, em que era solicitada o preenchimento da tabela, D3, D7, D9, D11 e T13 preencheram corretamente a tabela, porém, como não havíamos solicitado, nenhuma dupla registrou a maneira que utilizou para responder. No entanto, como completaram a tabela de forma adequada, temos indícios de que mobilizaram as ideias-base de *dependência* e *regularidade*. Tal inferência é reforçada pela explicação do Aluno A111, conforme trecho da entrevista apresentado a seguir.

Pesquisadora: ... Como que vocês chegaram nesses resultados?
A111: Acho que eu fiz vezes, nem lembro muito bem.
Pesquisadora: Fez vezes? Como daí?
A111: Pegava ‘sete vezes três, 21’. Daí pegava ‘sete vezes quatro’... daí assim.

Três duplas, D3, D7 e D9 e o trio T13 responderam corretamente à questão “c”. A dupla D9 apresentou somente a resposta, 12 voltas, enquanto D7 e T13 utilizaram o algoritmo da divisão (84 dividido por 7), o que indica a mobilização das ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*.

A dupla D3 apresentou, conforme a Figura 12, uma adição, da qual é possível pressupor que, a partir do resultado obtido na tabela para 10 voltas (70 km), adicionaram mais uma volta, obtendo 77 quilômetros e registraram apenas o último cálculo, “77 + 7 = 84”, mobilizando a ideia de *regularidade*.

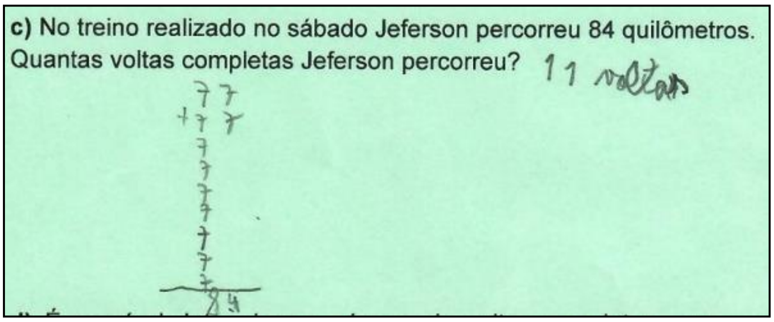

c) No treino realizado no sábado Jeferson percorreu 84 quilômetros.
Quantas voltas completas Jeferson percorreu? 12 voltas

77
+7
84

Figura 12: Resolução de D3, questão “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Na análise da resposta apresentada por D3, identifica-se o registro equivocado do algoritmo da adição, em que escreveram o número sete, equivalente a sete unidades, abaixo do número equivalente a sete dezenas. Podemos conjecturar as possíveis causas desse registro, distração e desatenção; não considerar importante o processo e sim o resultado, falta de familiaridade com esse tipo de algoritmo ou, ainda, incompreensão do algoritmo. Os dois últimos podem estar relacionados a, talvez em virtude de nessa faixa de ensino, não realizarem com frequência as operações na vertical.

Os alunos da dupla D11 não obtiveram sucesso na questão “c”. Eles realizaram adição de parcelas iguais, conforme o Quadro 18, chegando erroneamente na resposta de 11 voltas, fato que assinala que os alunos compreendem que por meio de uma variação de 7 em 7 quilômetros é possível chegar ao resultado esperado.

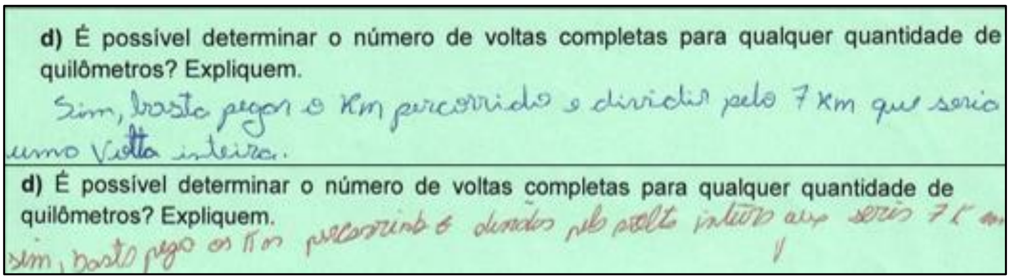
 **c)** No treino realizado no sábado Jeferson percorreu 84 quilômetros. Quantas voltas completas Jeferson percorreu? 11 voltas	**Pesquisadora:** Será que tinha outro jeito de chegar no resultado? **A111:** Eu acho que sim, acho que era vezes... acho que tinha. **Pesquisadora:** É? Como será? **A111:** Acho que era vezes. Eu não lembro muito bem.

Quadro 18: Resolução de D11, questão “c” e trecho da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Embora não tenham indicado corretamente o número de voltas, é possível inferir que os alunos de D11 mobilizaram corretamente a ideia-base de *regularidade* ao irem adicionando de sete em sete. Também é possível inferir que esses alunos mobilizaram as ideias-base de *dependência* e *variável*, ao identificarem que o total de quilômetros percorridos depende e varia de acordo com o número de voltas completadas. Porém, mostram fragilidade ao reconhecer a multiplicação como uma operação substitutiva da adição de parcelas iguais e, assim como D5, não identificam a divisão como operação adequada para a questão, como pode ser analisado no trecho transcrito da entrevista.

Planejamos intencionalmente questões com níveis de complexidade diferentes, pois pertencem a classes diversas, e isto, de acordo com o que propõe a TCC, contribui para a formação do conceito, pois proporciona ao estudante o contato com situações com diferentes cálculos relacionais (Vergnaud, 2009a). Dessa forma, a questão “d”, ao pedir pela determinação do número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros, possibilita aos alunos refletir sobre um esquema de resolução além das quantidades presentes no problema, contribuindo, desta maneira, para a mobilização da ideia-base de *generalização*.

Nenhuma dupla e nem o trio apresentaram como resposta, para a questão “d”, algoritmo algébrico ou expressão algébrica representativa do problema, no entanto, D7 e D9 manifestaram corretamente por escrito, conforme a Figura 13, a solução para a questão, ao mobilizarem a ideia-base de *generalização*.



d) É possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Expliquem.

Sim, basta pegar o Km percorrido e dividir pelo 7 Km que seria uma volta inteira.

d) É possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Expliquem.

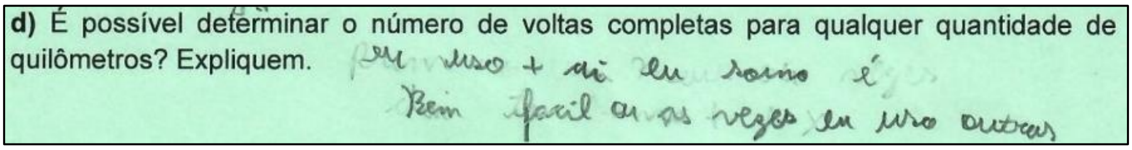
Sim, basta pegar os Km percorrido e dividir pela volta inteira que seria 7 Km

Figura 13: Resolução de D7 e D9, respectivamente, questão "d"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Identifica-se semelhança entre as respostas, o que indica a troca de ideias entre as duplas (fato descrito anteriormente, na introdução do capítulo). Além da *generalização*, inferimos que D7 e D9 também mobilizaram as demais ideias-base, *dependência*, *regularidade* e *variável*, pois, mesmo não tendo indicado uma expressão algébrica, as duplas conseguiram explicar como seria possível calcular o número de voltas para qualquer quilometragem, realizando a divisão do total de quilômetros por 7.

Em relação a dupla D11, de acordo com o Quadro 19, ela justificou a questão "d" a partir da estratégia utilizada na questão "c" e ainda acrescentou "uso outras", sem especificar *quais* seriam essas *outras*. A não *generalização* aqui, está relacionada ao fato de resolverem a questão por adição continuada, estratégia que possibilita a mobilização das ideias-base de *regularidade*, *variável* e de *dependência*, as duas últimas não estão evidenciadas, ou seja, são mobilizadas de maneira estática, para valores determinados, não para valores quaisquer e assim, não generalizam.

Durante a entrevista, conforme trecho do Quadro 19, ao ser indagado sobre a resposta, A111 não tinha certeza de qual operação utilizar.



d) É possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Expliquem. Eu uso + aí eu somo é Bem fácil ou as vezes eu uso outras

Pesquisadora: ... você colocou que '*é bem fácil ou às vezes eu uso outras*', mas daí qual seriam essas outras?
A111: Acho que seria vezes ou regrinha de três, por causa que é mais fácil.
Pesquisadora: Regra de três? E, como ficaria por regra de três?
A111: (risos) é que não sabia, eu não fiz ainda essa.

Quadro 19: Resolução de D11, questão "d" e trecho da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

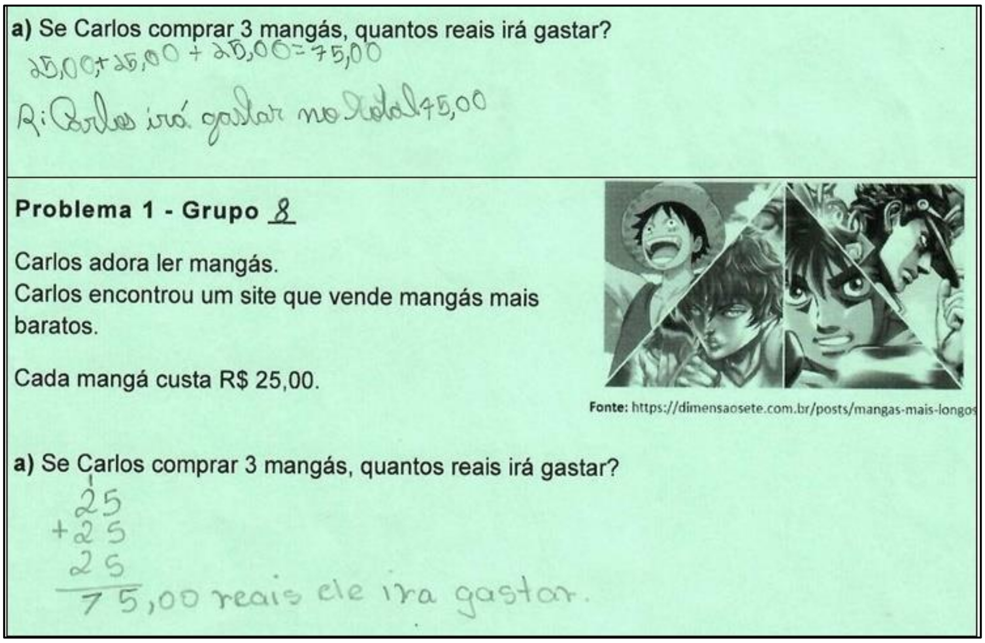
Como observado no diálogo e também já mencionado, o aluno A111 tem fragilidade em reconhecer a multiplicação como opção para a soma de parcelas iguais, além de não considerar a divisão como a operação mais apropriada para a situação. Ou seja, a dificuldade em apresentar uma resposta adequada parece estar, nesse caso, mais relacionada a déficits de aprendizagem matemática do que a falta de familiaridade com esse tipo de questão ou da não compreensão de seu enunciado.

PROBLEMA 1 – *OPÇÃO 2* - MANGÁS

Este problema foi a escolha de sete duplas, denominadas de D2, D4, D6, D8, D10, D12 e D14. As duplas que optaram por esse problema, o fizeram porque o acharam ‘mais fácil’. Identificamos que, por ‘mais fácil’, os alunos queriam dizer ‘menos cálculos’, já que a *opção 2* não tinha uma tabela como na *opção 1.*

Como não há duplas com estudantes autistas para esta opção, as análises seguem a ordem das questões apresentadas no problema.

Das três duplas entrevistadas, todas responderam corretamente à questão “a”. As duplas D2 e D8 utilizaram, para resolver a questão, a adição de 3 parcelas de 25 reais, conforme a Figura 14, e D6 utilizou a multiplicação “25 x 3”.


a) Se Carlos comprar 3 mangás, quantos reais irá gastar?
25,00+25,00 + 25,00= 75,00
R: Carlos irá gastar no total 75,00

Problema 1 - Grupo 8

Carlos adora ler mangás.
Carlos encontrou um site que vende mangás mais baratos.

Cada mangá custa R$ 25,00.

Fonte: https://dimensaosete.com.br/posts/mangas-mais-longos

a) Se Carlos comprar 3 mangás, quantos reais irá gastar?
25
+25
25
75,00 reais ele ira gastar.

Figura 14: Resolução de D2 e D8, respectivamente, questão “a”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Ao serem questionados, durante a entrevista, a respeito de uma outra operação, os alunos de D2 e D8 perceberam que poderiam ter utilizado o algoritmo da multiplicação para resolver a questão “a”, conforme as transcrições a seguir (D2 e D8, respectivamente).

Pesquisadora: Que outra continha poderiam ter usado?
A22: De vezes.
Pesquisadora: De vezes? E, fariam como, a continha?
A22: Colocar três vezes o valor dos mangás?!
Pesquisadora: Isso? Concorda com ele? (a pesquisadora se dirige ao aluno A21)
A21: (apenas consente com a cabeça)

....

Pesquisadora: Tem outra conta que poderia ser usada?
A81: De multiplicação.
A82: Acho que de vezes.
(Os alunos responderam simultaneamente)
Pesquisadora: Isso, de vezes. E, como vocês fariam?
A81: Vinte e cinco vezes 3.

Conforme os registros apresentados por D2, D6 e D8 e por meio das transcrições das entrevistas, verificamos que os alunos identificam a correspondência, ao utilizarem adequadamente as operações de adição ou de multiplicação e apontam compreender que a mudança na quantidade de mangás altera proporcionalmente o valor gasto, assim, inferimos que os integrantes das duplas mobilizaram a ideia de *dependência,* ao concluir que o valor total gasto depende da quantidade de mangás adquiridos. Ou seja, as duplas realizaram a correspondência entre a quantidade de mangás e o valor total gasto, mostrando compreender que o valor total dos mangás depende e varia de acordo com a quantidade de mangás comprada, mobilizando também a ideia de *variável*. As duplas também mobilizaram a ideia-base de *regularidade,* pois relacionaram corretamente o valor total gasto com a quantidade de mangás adquiridos, ou seja, identificaram que a cada mangá adquirido tem-se um aumento do valor unitário dos mangás, no valor da compra, apresentando uma regularidade de 25 reais. As duplas D2 e D8 responderam por meio da adição e D6 pela multiplicação.

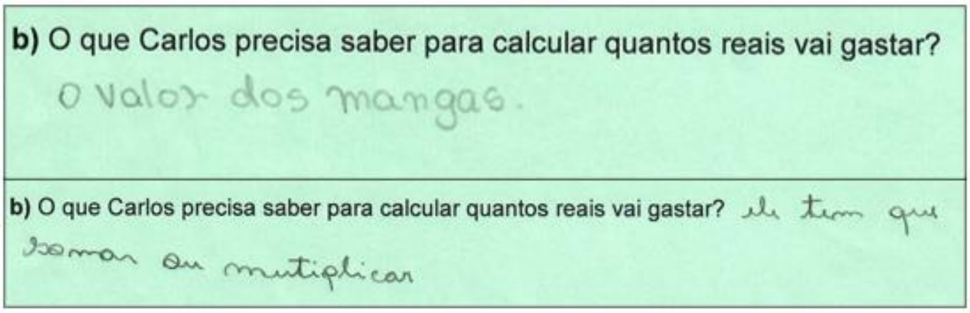
De acordo com Silva (2021, p. 231), e baseados em Pavan (2010) e Caraça (1951), podemos dizer que D6 aplicou o princípio da economia de pensamento, que se refere ao caminho mais rápido – nesse caso, a multiplicação – para determinar a resposta para a questão “a”.

Com relação as quatro duplas não entrevistadas, D4, D10, D12 e D14, todas responderam corretamente à questão “a” do Problema 1 – *Opção 2*, por meio da multiplicação “25 x 3”. Concluímos, assim, que as duplas mobilizaram as ideias-base de: *dependência*, ao compreender que o valor total gasto depende da quantidade de mangás adquirida; *regularidade* e *variável*, ao perceber que o valor total varia de 25 em 25 reais.

A questão “b”, introduzida com o objetivo de analisar se os alunos mobilizam as ideias-base de *variável* e *generalização*, gerou dificuldades para as duplas, como veremos adiante, as quais não compreenderam o que a questão estava pedindo, conforme registros da pesquisadora (Diário de Bordo) e repostas apresentadas.

Com o apoio da TCC (Vergnaud 2009a, 2017; Gitirana *et al*., 2014), consideramos que os erros/incompreensões permitem ao professor conhecer as dificuldades que os alunos enfrentam, e, a partir de então elaborar novos problemas, no sentido de ajudar os estudantes a superarem suas dificuldades. Dessa maneira, é importante analisar e compreender as respostas apresentadas pelas duplas, na resolução da questão “b” e, pensar em novas maneiras de redigir essa questão, de modo que fique evidente aos alunos o que o professor almeja.

As duplas D2 e D8 escreveram resposta muito semelhante para a questão “b”. De acordo com a Figura 15, identificamos que os alunos de D2 e D8 entenderam que é necessário saber o valor de cada mangá para calcular ‘quantos reais vai gastar’, ou seja, não viram a necessidade de dizer ‘como’ calcular, pois a questão não deixou isso evidente.


b) O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar?
O valor dos mangas.

b) O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar? ele tem que somar ou multiplicar

Figura 15: Resolução de D8 e D10, respectivamente, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Os alunos de D4, D6 e D10 apenas escreveram ‘adição ou multiplicação’, sem explicar como fariam essas operações, ou seja, não identificaram a necessidade de explicar como fazer a ‘adição’ ou a ‘multiplicação’, o que não nos permite concluir, para a questão “b”, se houve a mobilização da ideia-base de *generalização.* No entanto, é importante analisar as respostas apresentadas, de modo a verificar se os erros dos alunos se devem a má redação ou a interpretação da questão.

A partir da análise das respostas da D2 e da D8, consideramos que elas estão de acordo com o que pedia a questão “b”. Os alunos da D2, durante a entrevista, mostram dificuldade em compreender o que é necessário para responder satisfatoriamente a essa questão.

Pesquisadora: ... ‘o que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar’? (silêncio) O que vocês responderam?
(silêncio)
A22: Saber o valor dos mangás?!
Pesquisadora: Isso, vocês colocaram “saber o valor dos mangás”! E o que mais? Será que a resposta está completa?
A22: Fazer a conta.
Pesquisadora: Isso! E, que conta?
A22: A conta que ele vai fazer.
Pesquisadora: Mas, qual é a conta? A que vocês fizeram aqui? (a pesquisadora se refere a questão “a”) Ou uma conta como que vocês disseram que poderiam usar aqui (na questão “a”)? Que conta?
A22: De mais e de vezes.
Pesquisadora: Isso! Só? (silêncio)
A22: Precisa saber a quantidade de mangás que ele vai comprar.
Pesquisadora: Isso aí. Pois, se não sei quantos vou comprar, como vou saber quanto vou pagar?
A22: Né?!

Conforme o trecho acima, somente após as várias interferências da pesquisadora é que o aluno A22 percebe que, além de ‘saber o valor dos mangás’, é necessário ‘saber a quantidade de mangás que ele vai comprar’, o que dificulta a mobilização da ideia-base de *generalização*.

Outra resposta para a questão “b” é a da D14. Conforme a Figura 16, identificamos que a dupla não compreendeu a questão como uma possibilidade de *generalizar* o problema, mas sim, como uma continuação da questão “a”.

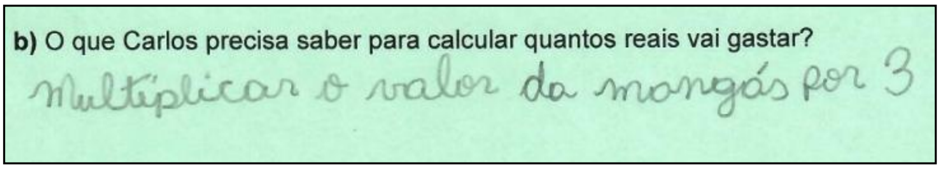
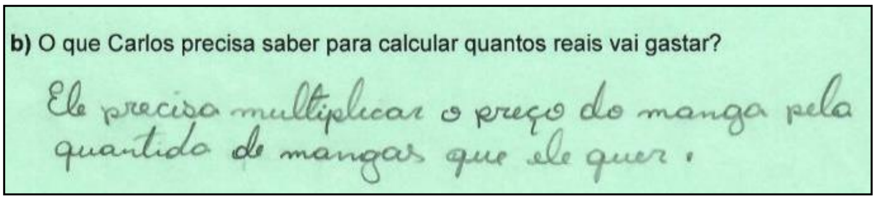

b) O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar?
Multiplicar o valor da mangás por 3

Figura 16: Resolução de D14, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Somente a dupla D12, embora não tenha registrado uma expressão algébrica, apresentou para a questão “b” o que supúnhamos como resposta adequada, conforme a Figura 17, generalizando a situação para qualquer quantidade de mangás. Portanto, perceberam que o valor gasto na compra dos mangás varia e depende da quantidade de mangás comprados.



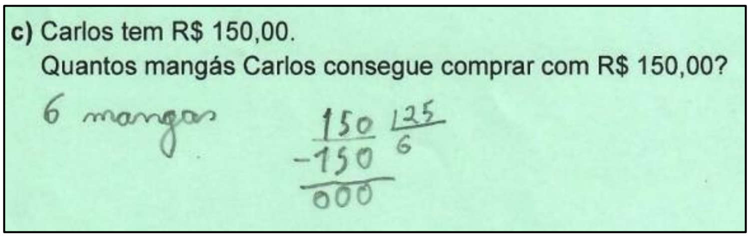
b) O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar?

Ele precisa multiplicar o preço do manga pela quantida de mangas que ele quer.

Figura 17: Resolução de D12, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Analisando as repostas das duplas D2, D4, D6, D8, D10 e D14 e, considerando o propósito da pesquisa, constatamos que essa questão foi mal elaborada, visto que não ficou evidente para os alunos que se tratava de uma generalização e nem que deveriam explicar como fariam os cálculos. Uma redação mais adequada seria: ‘É possível Carlos calcular o valor para quantos mangás quiser? Como Carlos faz para calcular?’.

Para a questão “c”, que era de Proporção Simples – Cota, D6 empregou o algoritmo tradicional da divisão com chave, ao escrever, também, a resposta da questão, como mostra a Figura 18, e mobilizar, dessa maneira, as ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável*.



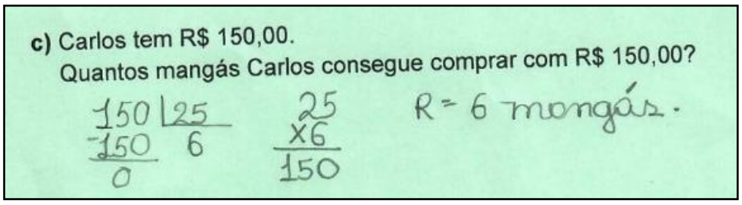
c) Carlos tem R$ 150,00.
Quantos mangás Carlos consegue comprar com R$ 150,00?

6 mangas

150 | 25
-150 6
000

Figura 18: Resolução de D6, questão “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

As duplas D10, D12 e D14 também utilizaram o algoritmo tradicional da divisão com chave, mobilizando as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*. E D4, além do algoritmo da divisão, utilizou também a multiplicação, fazendo a prova real com a operação inversa, como pode ser visualizado na Figura 19.



c) Carlos tem R$ 150,00.
Quantos mangás Carlos consegue comprar com R$ 150,00?

150 | 25
-150 6
0

25
x6
150

R= 6 mangás.

Figura 19: Resolução de D4, questão “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

As duplas D2 e D8 optaram por utilizar a adição e a multiplicação, respectivamente. Identificamos que D8, ao utilizar o algoritmo da multiplicação (25 x 6), mobilizou a *regularidade*, ou seja, utilizaram a informação do valor total, informado no enunciado, para encontrar a resposta ao problema, por meio do esquema relacional de Um para Muitos, sem ampliar para o de divisão por cotas. Durante a entrevista, os alunos mostraram dificuldade em perceber que a divisão e a multiplicação são operações inversas e que, nesse caso, também poderiam ter utilizado a divisão.

Pesquisadora: Aqui na letra "c", ele diz que 'Carlos tem 150 reais, quantos mangás ele consegue comprar com 150 reais'?
A81: Seis.
Pesquisadora: Seis! Aqui vocês fizeram conta de...
A81: Multiplicação.
Pesquisadora: Multiplicação. Tem outra conta que poderia...
A82: Acho que adição... só que... se tivesse paciência pra fazer vinte e cinco, vinte e cinco, vinte e cinco..., ficaria assim.
Pesquisadora: Aham, e além da adição, não tem nem uma outra?
A82: Eu acho... Bom, tenho uma suposição, divisão, mas acho que não daria muito certo, não sei...
Pesquisadora: É?! Então, aqui a gente poderia também ter usado a divisão.
A81: Isso.
Pesquisadora: Né? O valor que ele possui dividido por?
A82: Vinte e cinco?
A81: É, vinte e cinco.

A única dupla que, apesar de apresentar resposta adequada, utilizou a adição de parcelas iguais, e a usou incorretamente, foi D2. Conforme o registro apresentado pela dupla (Figura 20), os alunos somaram apenas três parcelas de 25 reais.

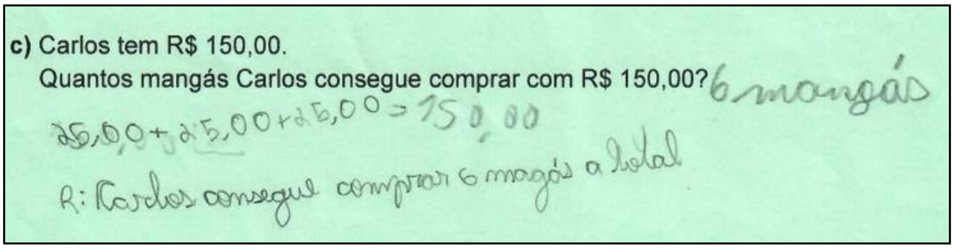

c) Carlos tem R$ 150,00.
Quantos mangás Carlos consegue comprar com R$ 150,00? 6 mangás
25,0,0 + 25,00 + 25,00 = 150,00
R: Carlos consegue comprar 6 magás a total

Figura 20: Resolução de D2, questão "c"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Ao longo da entrevista, os alunos da D2 mostram dificuldade em visualizar o erro que cometeram e, assim como as duplas anteriores, também tiveram dificuldade em identificar a divisão como uma operação adequada para essa questão, conforme trecho a seguir.

Pesquisadora: Dá uma olhadinha na conta que vocês fizeram aqui. Quantos mangás vocês somaram? (silêncio) Quantos ali? (silêncio) Hein?
A21: Quatro mangás?! (silêncio)
Pesquisadora: Aqui vocês responderam seis. E quantos vocês somaram aqui? (silêncio) Vinte e cinco, mais 25, mais... 25. Quantos vocês somaram?
A22: Três.
Pesquisadora: Vocês somaram três. Só que, três mangás dá quanto?
A22: Setenta e cinco reais.
Pesquisadora: Setenta e cinco. Então, esses '25 + 25 + 25' igual a 150 tá correto?
(o aluno A21 murmura alguma coisa)
Pesquisadora: Não! A resposta, a continha, a continha que vocês fizeram está correta? Vinte e cinco mais 25, mais 25 está correta?
A21: Não.
Pesquisadora: Por quê? Por que 25 + 25 +25 dá...?
A22: Setenta e cinco.
Pesquisadora: Setenta e cinco e não 150. Opa! Então, falta mais o quê pra chegar ao 150?
A21 e A22: Três!
Pesquisadora: Três? O quê? Por que esses três 25 dá 75? E...? Mais outros...? Vocês falaram? Faltam ...?
A21 e A22: Três. (um dos alunos mostra a resolução anterior, com a soma 25 + 25 + 25).
(silêncio)
Pesquisadora: Ahn... Isso? Vai dar 150?
(silêncio)
Pesquisadora: Vocês não mexem com dinheiro? Setenta e cinco reais é muito dinheiro?
A21: É.
A22: Vai dar os 150.
Pesquisadora: (...) Mas, tem uma outra conta? Ou não?
A22: De vezes.
Pesquisadora: De vezes? E, como vocês fariam se fosse de vezes?
A22: Seis vezes 25?!
Pesquisadora: E, se vocês não soubessem que a resposta é seis, como fariam pra chegar no resultado?
A22: Fazer uma conta de mais?
Pesquisadora: Mas, a conta de mais vocês já fizeram. Né? Será que não existe outra conta, outro jeito de chegar na resposta? Então, ele tem 150 reais e cada mangá custa 25, então, como que ele descobre quantos mangás consegue comprar com esses 150 reais? (silêncio, depois barulho de toque de celular, barulho do sinal da escola)
A21: De divisão.

Com base nas transcrições das entrevistas realizadas com D2 e D8, é possível verificar que os alunos manifestam as ideias-base de *dependência* e *variável*, pois compreendem que a quantidade de mangás que Carlos consegue comprar com R$ 150,00 corresponde às cotas de R$ 25,00, ou seja, a quantidade de mangás depende da quantidade de cotas de R$ 25,00 necessárias para se chegar aos R$ 150,00. A ideia de *variável* aparece quando os alunos percebem que, ao variar a quantidade de mangás, varia-se também o valor gasto.

Em relação a questão "d", que objetivava a *generalização,* a resposta de D2 (Figura 21), indica que os alunos não compreenderam adequadamente o que a atividade estava solicitando, já que responderam de maneira incompleta a questão.

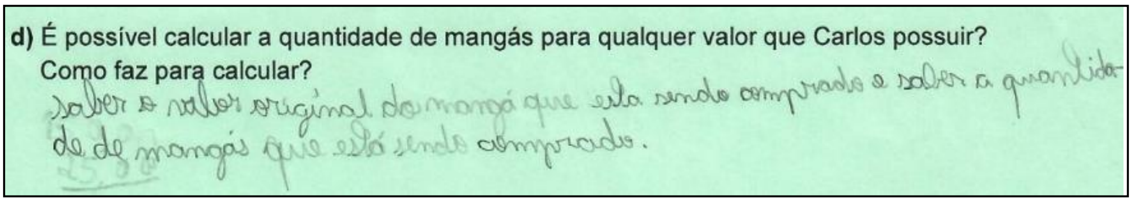

d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir?
Como faz para calcular?
saber o valor original do mangá que esta sendo comprado e saber a quantidade
de de mangás que está sendo comprado.

Figura 21: Resolução de D2, questão "d"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se também que, por "valor original", os alunos queriam dizer "valor unitário". Assim como D2, as duplas D4, D8 e D14 também não obtiveram sucesso na questão "d". Em relação à resposta apresentada por essas duplas, conjecturamos que os alunos possuem dificuldades em expressar suas ideias, ou por falta de experiência com questões que solicitam descrever seus raciocínios e resoluções ou por dificuldade em mobilizar um esquema válido para qualquer quantidade de mangás. Respaldadas em Vergnaud (2009b, p. 18), podemos dizer que a *forma predicativa* dos seus conhecimentos, para calcular uma quantidade determinada de mangás, não atinge sua *forma operatória*, ou seja, "[...] raciocina em situação, sem, entretanto, estar em condições de formular completamente o que ele considera verdadeiro ou razoável". Essa hipótese é corroborada com a entrevista da D2, na qual os alunos revelam dificuldade em visualizar a divisão como a operação mais adequada para a questão "d", conforme trecho a seguir:

Pesquisadora: ... 'é possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir'? (os alunos assentem) 'Como faz para calcular?'
A22: Fazendo uma conta.
Pesquisadora: Fazendo uma conta, e que conta?
A22: Mais, vezes, divisão.
Pesquisadora: É, mas olha, aqui quer saber a quantidade de mangás. Mais ou menos o que tá pedindo na letra "c". Se ele tem, sei lá, 300 reais, e ele quer gastar tudo isso com mangás, então, eu faço que conta? Qual seria a outra continha? A última que vocês tinham me falado lá que a gente pode usar...
A22: De divisão.

É possível identificar, por meio da transcrição da entrevista e dos registros escritos, que os alunos de D2 possuem dificuldades de compreender a multiplicação como uma relação de proporcionalidade entre duas grandezas (quantidade de mangás e o valor gasto), isto é, de acordo com Gitirana *et al.* (2014), eles ainda não estabeleceram a propriedade linear das relações proporcionais. Os integrantes da D2, também demonstram dificuldades em compreender a divisão como uma operação inversa da multiplicação. Fato que foi identificado, com o proceder das análises, em outras duplas, ou seja, os alunos apresentam recorrentes dificuldades relacionadas a problemas que abordam as ideias de divisão. Dificuldade igualmente apresentada por D8, que não identifica a divisão como possibilidade de cálculo, como pode ser observado na Figura 22.

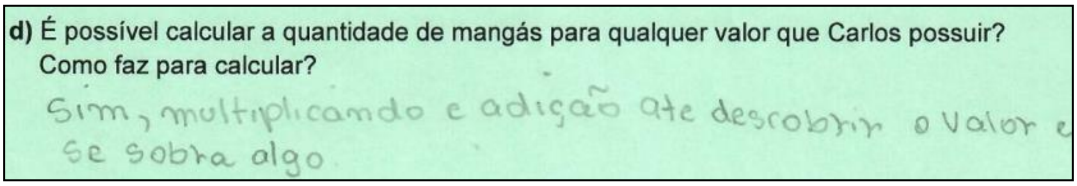

d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir? Como faz para calcular?
Sim, multiplicando e adição ate descobrir o valor e se sobra algo.

Figura 22: Resolução de D8, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A dupla D6, por sua vez, escreveu uma *generalização*, porém, conforme a Figura 23, generalizaram o valor total a pagar para qualquer quantidade de mangás, e não o que se pedia – determinar a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir, ou seja, não conseguiram generalizar para a divisão em Cotas.

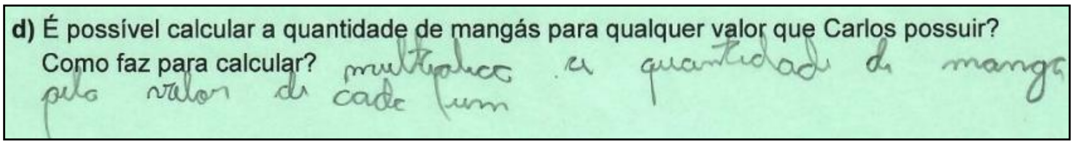
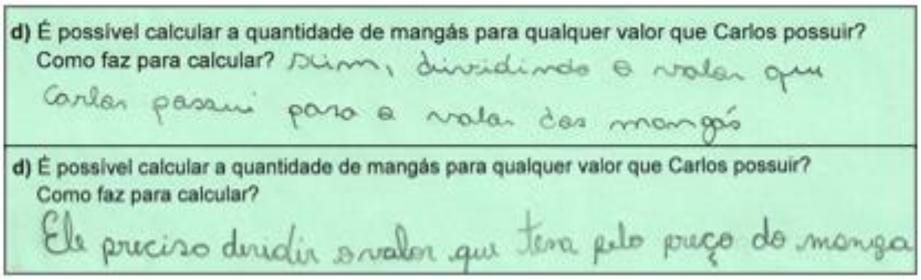

d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir? Como faz para calcular? multiplica a quantidade de manga pelo valor de cada um

Figura 23: Resolução de D6, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Somente D10 e D12 registraram uma resposta que apresenta corretamente a ideia de *generalização*, conforme a Figura 24.

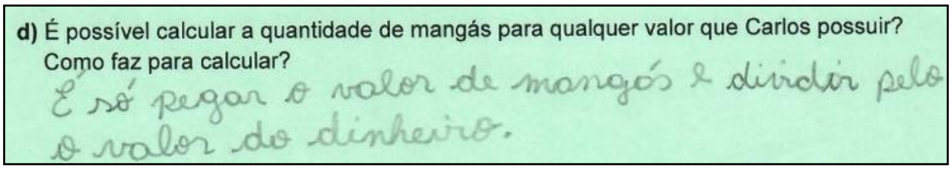

d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir? Como faz para calcular? Sim, dividindo o valor que Carlos possui para o valor dos mangás

d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir? Como faz para calcular?
Ele preciso dividir o valor que tem pelo preço do manga

Figura 24: Resolução de D10 e D12, respectivamente, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

É possível inferir, também na questão “d”, a partir da mobilização da ideia-base de *generalização*, que D10 e D12 mobilizaram *dependência*, *regularidade* e *variável*, pois, mesmo sem a indicação de uma expressão algébrica, as duplas conseguiram explicitar como seria possível calcular a quantidade de mangás.

A dupla D14, embora tenha mobilizado a ideia de *generalização*, inverteu dividendo e divisor ao registrar a resposta, como mostra a Figura 25.


d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir? Como faz para calcular?

É só pegar o valor de mangás e dividir pelo o valor do dinheiro.

Figura 25: Resolução de D14, questão "d"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

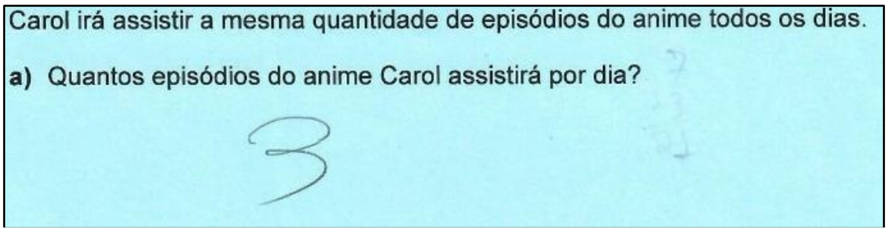
Assim como nas análises de D10 e D12, inferimos que os alunos de D14 mobilizaram as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*.

De maneira geral, as duplas não obtiveram sucesso na resolução da questão "d", assim como na questão "b". No entanto, nas questões que apresentavam valor numérico conhecido, os alunos apresentaram respostas adequadas ao que foi solicitado, até mesmo D2, que, na questão "c", apresentou cálculo incompleto.

PROBLEMA 6 – SÉRIE DE ANIME

Das duplas sem estudante autista, D2 e D9 foram as que mais apresentaram dificuldades, uma vez que não conseguiram responder adequadamente nenhuma das quatro questões do Problema 6.

As duplas D3 e D10 apresentaram somente a resposta, sendo que D3 escreveu e apagou a operação "7 x 3 = 21", como observa-se na Figura 26.


Carol irá assistir a mesma quantidade de episódios do anime todos os dias.

a) Quantos episódios do anime Carol assistirá por dia?

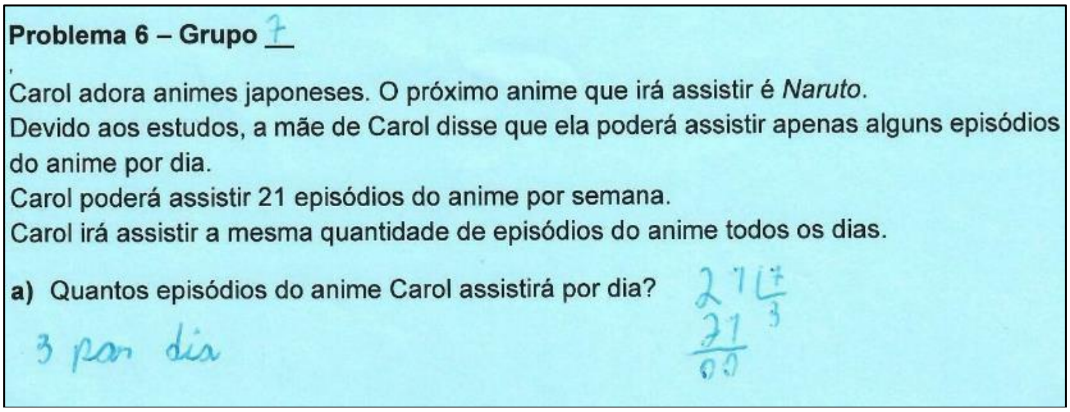
3

Figura 26: Resolução de D3
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A resposta de D3, juntamente com sua operação 'apagada', indica que para alguns alunos os cálculos auxiliares não são importantes e, quanto mais limpa estiver a resolução, mais demonstram saber a respeito do conteúdo. Identifica-se, também, a partir do cálculo realizado, que a dupla utilizou a classificação Um para Muitos, não expandindo para a divisão por cotas, e nos leva a inferir que houve a mobilização das ideias de *dependência* e *regularidade*.

A dupla D11 apenas apresentou a resposta, sem indicar o cálculo utilizado. Durante a entrevista, o aluno A111 não soube explicar como chegaram no resultado, o que não nos permite avaliar a mobilização de ideias-base.

As demais duplas, D4, D6, D7, D8, D12, D14 e o trio T13 responderam utilizando a operação tradicional de divisão, conforme apresentado na Figura 27, com a solução de D7.


Problema 6 – Grupo 7

Carol adora animes japoneses. O próximo anime que irá assistir é *Naruto*.
Devido aos estudos, a mãe de Carol disse que ela poderá assistir apenas alguns episódios do anime por dia.
Carol poderá assistir 21 episódios do anime por semana.
Carol irá assistir a mesma quantidade de episódios do anime todos os dias.

a) Quantos episódios do anime Carol assistirá por dia?

3 por dia

21 | 7
21   3
00

Figura 27: Resolução de D7
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir das respostas apresentadas, inferimos que D4, D6, D7, D8, D12, T13 e D14 mobilizaram, ao responder à questão “a”, as ideias-base de *dependência,* e *regularidade*, pois, ao indicar a divisão, os alunos mostram compreender que, se Carol assistir todos os dias a mesma quantidade, o número de episódios que ela assistirá por dia depende dos 21 episódios que ela assiste por semana.

Na questão “b”, os alunos da D2 indicaram somente “6 dias’’ como solução, sem apresentar cálculos. No entanto, conforme o trecho a seguir, durante a entrevista, a partir da correção da questão “a” o aluno A22 indica corretamente a solução para a questão “b”.

A22: Duas semanas? Duas semanas e alguns dias?
Pesquisadora: É!
(os alunos murmuram algo, porém a conversa de fundo atrapalha a compreensão).
A22: Talvez, duas semanas e um dia.
Pesquisadora: Isso, 2 semanas e um dia. Dá quantos dias, então?
A22: Quinze.

Inferimos, portanto, que o aluno mobilizou mentalmente as ideias de *regularidade* e *dependência*, ao identificar que 45 episódios vão dar 2 semanas e um dia. Das demais duplas, somente seis responderam adequadamente à questão “b”, dessas, D4, D12 e D14 utilizaram a divisão, como mostra a Figura 28, com a resolução de D4.

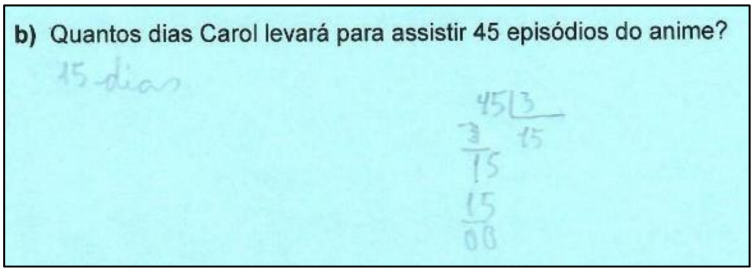


Figura 28: Resolução de D4
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Em vista disso, deduzimos que essas duplas mobilizaram as ideias de *dependência, regularidade* e *variável*, pois, ao indicar a divisão de 45 por três, mostram compreender que a quantidade de dias depende do número de episódios que se assiste por dia, ou seja, também identificam a regularidade e que ao variar a quantidade de dias, varia-se proporcionalmente o número de episódios.

A dupla D11 respondeu apenas “2 semanas e 1 dia” e, as duplas D6 e D8 indicaram “15 dias” como solução, sendo que D8 não apresentou cálculos e D6 resolveu, de acordo com a Figura 29.

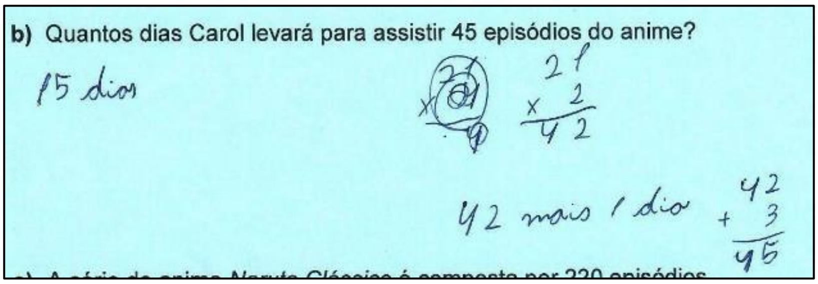


Figura 29: Resolução de D6
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se, por meio da imagem acima, que D6 utilizou, a partir da ideia de proporcionalidade, a quantidade de episódios semanais para determinar o número de dias, evitando dessa maneira a divisão. E ainda o fizeram por meio de tentativa e erro, excluindo a operação que não atendeu ao que procuravam. Durante a entrevista, a dupla compreende que poderiam ter utilizado a divisão, conforme excerto abaixo.

Pesquisadora: (...) aqui, achei interessante que vocês foram... é... fizeram de vezes primeiro, né. Vinte um mais 21, por que 21 é por semana, daí chegaram que é 42, que com mais 3, 45. Achei interessante o jeito de vocês fazerem, mas, e de que outro jeito a gente poderia fazer?
A62: Divisão! Dividir o 45 por 15.
Pesquisadora: Isso, uma divisão, aham. Mas, é 45 dividido por 3.

A62: Ah, por 3, tá certo, por causa que é quantos episódios ela assiste por dia.

O aluno A62 se equivoca ao indicar a divisão por 15, mas, logo após a correção da pesquisadora, demonstra ter compreendido a situação ao complementar dizendo "por causa que é quantos episódios ela assiste por dia".

A dupla D8, que só apresentou a resposta, indicou adequadamente durante a entrevista como resolveram a questão "b", de acordo com o fragmento abaixo.

A81: Acho que eu tinha feito em outra folha a conta, mas acho que foi multiplicação... não, pera... foi divisão.
A82: Divisão, 45 dividido por sete, talvez?
Pesquisadora: Olha, são três episódios por dia e a gente quer saber quantos dias leva pra assistir 45 episódios.
A81: Ah, acho que foi, tipo... como são 21 episódios por semana, duas semanas, no caso, tem 14 dias, daí 21 mais 21, no caso, dá 42, daí ia ficar, no caso, 1 anime, pra assistir depois, que ficou fora dos dias contados, por isso ficou 15 (dias).
Pesquisadora: Isso, na verdade dá 42, pra 45 faltam 3 episódios, mais um dia (as alunas concordam).

Observa-se na explicação da aluna A81 o mesmo raciocínio utilizado por D6, isto é, a ideia de proporcionalidade, a partir da quantidade de episódios semanais. Raciocínio também evidenciado por D11, conforme a explicação de A111 durante a entrevista.

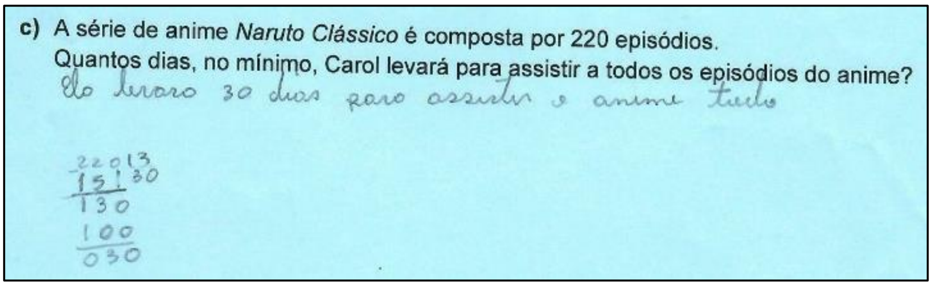
A111: É, por semana. Vinte e um por semana, aí eu usei 2 semanas, porque ficaria 42, aí um dia você assiste três, aí fica 45.

Como exposto, as duplas D6, D8 e D11 utilizaram o mesmo raciocínio da dupla D5, em outros termos, mobilizaram as ideias-base, todavia, não atenderam ao que realmente foi solicitado, respondendo em 'semanas' ao invés de em 'dias'. Assim, identificaram a *regularidade* na quantidade de episódios semanais e diários, mobilizando também as ideias de *dependência* e *variável*, ao identificar que o tempo para assistir o total de episódios depende da quantidade de episódios que se assiste por semana e por dia. E que ao variar o número de episódios, varia-se proporcionalmente o tempo.

O trio T13, respondeu à questão "b" utilizando a ideia de proporcionalidade, semelhante ao que D5 e D6 fizeram, porém, utilizaram duas adições (21 + 21 = 42 e 42 + 3 = 45) para chegar em "2 semanas e um dia". Portanto, infere-se que T13 também mobilizou as ideias de *dependência, regularidade* e *variável.*

Na questão "c", conjecturamos que T13 seguiu o mesmo raciocínio da questão anterior, visto que indicaram a divisão de 220 por 21, ainda que sem resolvê-la, provavelmente por dificuldades com o algoritmo ao efetuar o cálculo. Já as duplas D4, D8, D11, D12 e D14 indicaram adequadamente a divisão de 220 por 3. No entanto, D4, D12 e D14 apresentaram equivocadamente como resposta 73 dias. Somente D12 acrescentou na resposta “faltará 1 episódio”, porém, os alunos ignoraram que esse episódio representa um dia a mais na resposta.

De acordo com a Figura 30, outra dupla que também indicou a divisão foi D10.

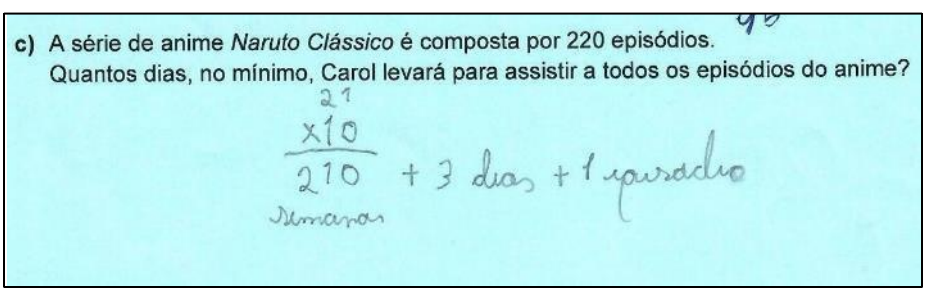

c) A série de anime *Naruto Clássico* é composta por 220 episódios.
Quantos dias, no mínimo, Carol levará para assistir a todos os episódios do anime?

Ele levaro 30 dias paro assistir o anime tudo

Figura 30: Resolução de D10
Fonte: Arquivo de Pesquisa

No entanto, observa-se a partir da imagem que, embora os alunos identifiquem a operação mais adequada para determinar a solução, eles não tiveram êxito em sua resolução, mostrando fragilidade na compreensão do algoritmo. Em vista disso, pressupomos que D10 e T13, assim como D4, D8, D11, D12 e D14, mobilizaram a *dependência, regularidade* e *variável* ao responder (ou tentar responder) a questão “c”, uma vez que, ao indicar a divisão de 220 por 3, as duplas indicam compreender que a quantidade total de episódios assistidos depende do número de episódios assistidos por dia. Assim, os estudantes reconhecem a proporcionalidade entre a quantidade de episódios e o número de dias e compreendem que ao variar a quantidade de dias, varia-se proporcionalmente a quantidade de episódios.

Ainda em relação a questão “c”, D6 permaneceu, assim como na questão anterior, na relação Um para Muitos, não expandindo para a divisão em cotas. No Quadro 20 apresentamos a resolução de D6.


c) A série de anime *Naruto Clássico* é composta por 220 episódios.
Quantos dias, no mínimo, Carol levará para assistir a todos os episódios do anime?

21 x10 = 210 semanas + 3 dias + 1 episodio

Pesquisadora: ... Aqui ficou meio confuso, vocês fizeram 21 x 10, que deu 210 e, daí, apareceu aqui mais 3 dias e mais 1 episódio. No fim, 210 é o que? O que é esse 210 que vocês encontraram?
A61: É os 210 episódios.
Pesquisadora: Duzentos e dez episódios?
A61: Não, pera... semanas?
A62: Não! Pera, 210 semanas daí é...
A61: É! (o aluno murmura mais alguma coisa)
A62: Vinte e um vezes dez...ah, é por causa que o 21 é quantos episódios ela assiste na semana.
A61: É...
A62: Daí aqui é 10 semanas, 10 semanas com 3 dias e...
A61: Com mais um, dá o total de 220 episódios.
A62: Vai dar 73 dias e um episódio.
Pesquisadora: Uhum, só que, esse um episódio que sobra, ela vai assistir...
A62: No outro dia!
Pesquisadora: No outro dia, então...
A62: Então são 74 dias!

Quadro 20: Resolução de D6, questão "c" e trecho da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se na imagem do quadro acima que D6 indica erroneamente as semanas e não inclui o episódio restante aos dias necessários para assistir a todos os episódios. E, conforme o trecho apresentado da entrevista, após um instante de confusão, os alunos conseguem explicar o que fizeram e respondem corretamente, em dias, a questão. Assim, inferimos que a dupla D6 mobilizou adequadamente as ideias de *dependência, regularidade* e *variável* ao responder à questão "c".

Por fim, na questão "d", que visava a mobilização da ideia-base de *generalização*, a maioria das duplas não conseguiu responder ao que foi solicitado. Somente D12 e D14 apresentaram resposta que sugere a mobilização da *generalização*, como observado na Figura 31.

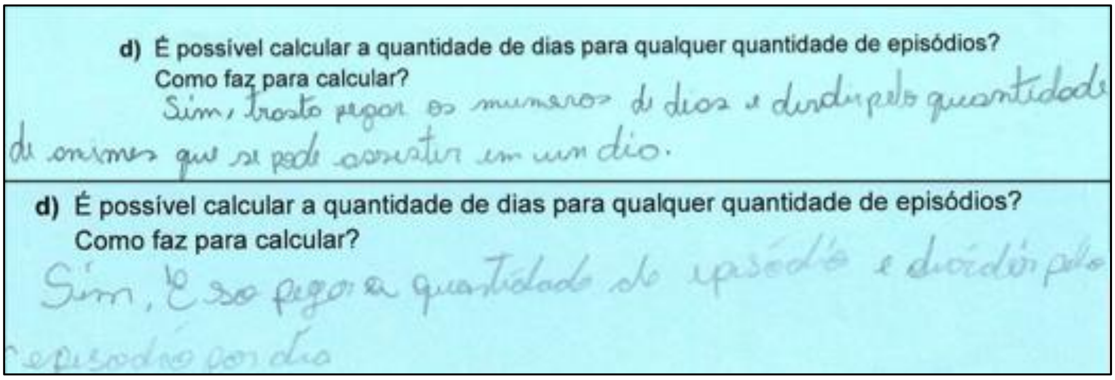


Figura 31: Resolução de D12 e D14, respectivamente.
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se, a partir da figura, que D14 indicou adequadamente a divisão do total de episódios pelo número de episódios que se assiste por dia, porém, D12 indicou equivocadamente a divisão da quantidade de dias pelo número de episódios/dia.

Assim, inferimos que somente D14 mobilizou a ideia-base de *generalização* e, em virtude disso, mobilizou também as ideias de *dependência, regularidade* e *variável*.

PROBLEMA 7 – GAMES

O desempenho das demais duplas no Problema 7 foi semelhante ao das duplas com estudante autista, obtendo êxito nas questões “a”, “b” e “c” e apresentando dificuldades na questão “d”.

Na questão “a”, as duplas D2, D3, D7, D9, D10, assim como D12 (Figura 32) usaram o valor de 2 games e, por meio da adição de parcelas iguais, determinaram adequadamente o valor para quatro games.

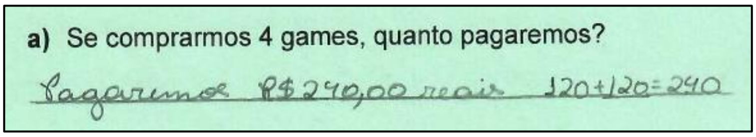


Figura 32: Resolução de D12, questão “a”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

As duplas D6 e D14 utilizaram a multiplicação de 120 por 2, isto é, ambas as duplas reconheceram a relação de proporcionalidade entre as grandezas. As duplas D8 e D11 e o trio T13 apenas indicaram a resposta (R$ 240,00), no entanto, de acordo com os fragmentos a seguir, durante a entrevista as duplas informaram que responderam por meio da adição.

A81: É, que aqui, no caso, a gente vai fazer 120 mais 120, que no caso dá... que dois games no caso dá 120, 4 games vai dar 240.

A111: Duzentos e quarenta, por causa que é 80 cada um, não... pera, é 60 cada um.
Pesquisadora: Isso, então como que vocês fizeram? Pegaram a informação dos dois, que tem aqui, isso?
A111: Sim. Aí, fiz mais, por causa que era mais fácil.

E, a dupla D4, de acordo com a Figura 33, primeiro determinou o valor da unidade, respondendo também a questão “b”, e com a multiplicação, encontrou o valor para as quatro unidades.

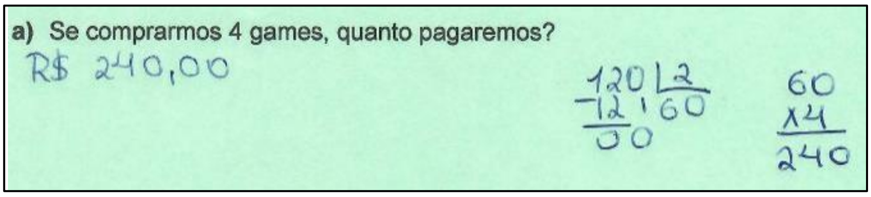


Figura 33: Resolução de D4, questão “a”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Mediante o exposto, verifica-se que D4 respondeu à questão “a” reconhecendo a relação de proporcionalidade entre a quantidade de games e o valor a pagar, como as demais duplas. Dessa maneira, inferimos que as 11 duplas e o trio mobilizaram apropriadamente as ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável.*

Na questão “b”, que pedia pelo valor de cada game, das quatro duplas entrevistadas apenas D6 registrou a operação utilizada. De acordo com a Figura 34, a dupla empregou a divisão por partição com chave.

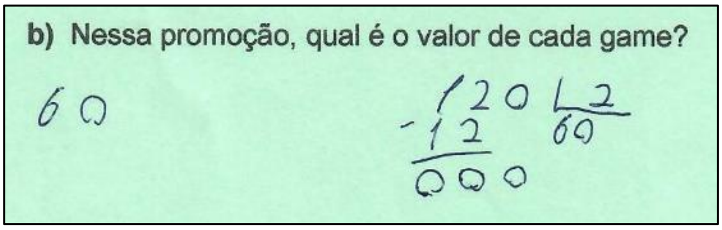


Figura 34: Resolução de D6, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

As outras três duplas entrevistadas, D2, D8 e D11, informaram, durante a entrevista, que também realizaram a divisão por partição, conforme trechos a seguir.

A22: Pensando... cento e vinte é o valor de 2 games, então é só diminuir a metade. E, a metade, de 120 é 60.

A82: A gente fez 120 dividido por... foi dividido né A61?
A81: Foi. Dois games. Cento e vinte dividido por 2 que dá 60 reais, no caso.

A111: É por causa que eu fiz menos, menos... menos 20, menos 120. Cento e vinte menos... é, dois.
Pesquisadora: Menos? Cento e vinte menos 2, será que dá certo?
A111: (risos) acho que não. Eu não lembro como que eu fiz essa conta.
Pesquisadora: Mas, se fosse agora, se você não soubesse, como que você pensaria? Olha, 120 é dois, como é que eu faço pra descobrir o valor de um?
A111: Um, é verdade, é 60, eu pensaria em diminuir, tipo... se é 120, eu pegaria tipo 12 e ficaria 6.

Mediante o exposto, pressupomos que as quatro duplas aplicaram, na questão “b”, as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável.* Verifica-se, no fragmento de D11, que o aluno A111 tem bom domínio do sistema de numeração.

Das demais duplas, D3, D10 e T13 somente indicaram a solução, R$ 60,00, sem apresentar cálculos. As duplas D4, D12 e D14 usaram a divisão por partição (120 ÷ 2) e D7 e D9 indicaram, a partir do resultado, a adição de parcelas iguais (60 + 60 = 120). Conjecturamos que D7 e D9, assim como D2 e D11, determinaram a metade de 120 por meio de cálculo mental, visto que utilizaram a divisão por partição e indicaram a adição como forma de confirmar o resultado. Dessa forma, sobre a mobilização das ideias-base, inferimos que D4, D7, D9, D12 e D14 manifestaram a *dependência*, *regularidade* e *variável.*

Em relação à questão "c", as duplas D2, D7, D8, D11 e o trio T13 indicaram somente a solução, R$ 540,00, porém, nas entrevistas os integrantes das duplas D2, D8 e D11 explicaram como determinaram a solução, de acordo com os excertos abaixo.

Pesquisadora: Então, quanto que a gente vai pagar se comprar 9 games? Vocês colocaram o resultado sem a continha. Lembram que conta fizeram aqui?
A22: Eu fiz de cabeça. Fiz 240 mais 240, depois adicionei 60.
Pesquisadora: É! E, você fez 240 mais 240 por quê?
A22: Porque cada um é 4 games. Depois eu multipliquei, ficou 8 e daí eu só juntei com 60.

A82: Adição ou pode fazer... multiplicação também.
A81: É.
A82: Só que eu fiz a adição, nessa, de cabeça. Que eu coloquei... Deixa eu ver... como são dois, eu fui colocando 120, 120, 120, 120, só que chegou... como são nove, e aqui são par de dois, eu fiz uma conta só com 60, daí. Eu tipo... o resultado que deu eu juntei com 60.

A111: É que... eu só... eu fiz a mesma coisa que o outro, eu peguei os... como que eu sabia que era 240 quatro games, eu peguei os... os outros quatro, que ficaria oito e mais 60 do... do...
Pesquisadora: Do nono daí, que completaria nove.
A111: Sim.

Identifica-se, a partir dos fragmentos, que as três duplas utilizaram a proporcionalidade para realizar as adições e só recorreram ao valor da unidade para completar os nove games. As duplas D2 e D11 partiram do resultado obtido na questão "a" (valor de quatro games) e D8 pegou o valor de dois games dado no enunciado. Dessa maneira, infere-se que as três duplas mobilizaram as ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável* ao determinar a solução para a questão "c". E depreendemos que T13 também mobilizou tais ideias-base, tendo em vista que o trio indicou adequadamente (Figura 36) que, para calcular o valor para uma quantidade qualquer, deve-se "multiplicar um várias vez".

Ainda na questão "c", as duplas D4, D6, D12 e D14 registraram a operação de multiplicação "60 x 9", partindo do valor da unidade, indicando a mobilização das ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*. Durante a entrevista, a dupla D6 também apresenta indícios da mobilização da *generalização,* conforme o fragmento a seguir.

Pesquisadora: ... tem outras formas de chegar no resultado, né?
A61: Somando?

A62: Você soma 60 + 60 + 60... (o colega concorda), daí você, se você, se já soubesse o resultado, você podia dividir por 60, também.

Observa-se que o aluno A62 identifica corretamente a operação de divisão no caso de o problema apresentar o valor e pedir pela quantidade de games, mostrando compreensão da situação e domínio das operações matemáticas.

E, por fim, as duplas D3, D9 e D10, assim como D1, adicionaram quatro vezes o valor de dois games e, para completar os nove, adicionaram o valor de uma unidade. No entanto, D9 indicou erroneamente 480 como solução, falhando possivelmente ao adicionar o valo da unidade, como pode ser observado na Figura 35.

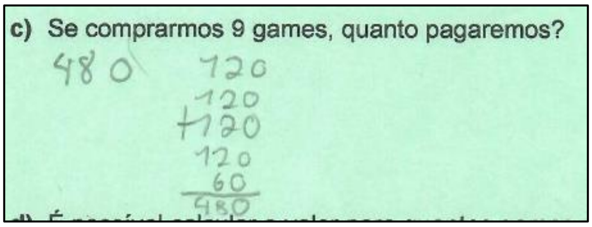


Figura 35: Resolução de D9, questão “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Apesar da falha de cálculo da D9, inferimos que D3, D9 e D10 mobilizaram adequadamente as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*.

Na questão “d”, que buscava pela generalização, assim como nos problemas anteriores, nenhuma das duplas indicou a resposta usando uma expressão algébrica, no entanto, D12, T13 e D14 apresentaram resposta adequada ao que foi solicitado, conforme a Figura 36.

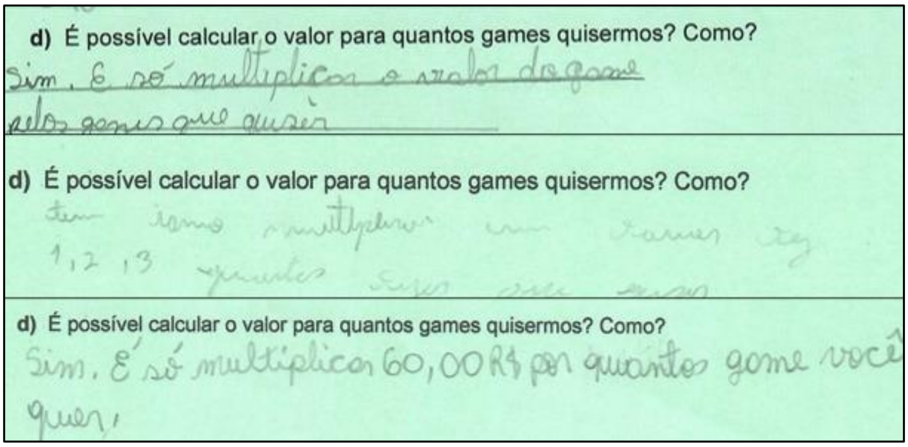


Figura 36: Resoluções de D12, T13 e D14, respectivamente, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Com base na figura, inferimos que D12, T13 e D14, ao responder à questão "d", mobilizaram adequadamente as ideias de *dependência*, *regularidade*, *variável* e *generalização*. As duplas D2, D4 e D10 também mostram em suas respostas (Figura 37) indícios da *generalização*, embora não tenham explicitado de forma adequada.

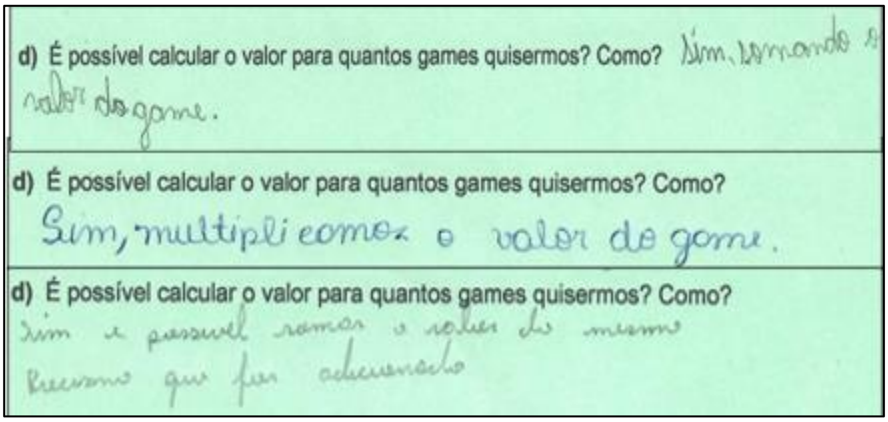


Figura 37: Resoluções de D2, D4 e D10, respectivamente, questão "d"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir das respostas de D2, D4 e D10 para a questão "d" e, considerando que essas duplas responderam adequadamente as questões anteriores, depreendemos que a fragilidade se deve à falta de experiência com esse tipo de questão. Durante a entrevista, os integrantes de D2 não conseguiram explicitar de modo mais adequado como fariam para determinar o valor de uma quantidade qualquer, como observado no fragmento abaixo.

Pesquisadora: Então, é possível calcular o valor pra quantos games a gente quiser?
(os alunos concordam)
Pesquisadora: E, como?
A22: Usando contas.
Pesquisadora: E, que contas?
A22: matemáticas.
(pesquisadora sorri)
Pesquisadora: Com certeza, mas que tipo de contas? Quais foram as contas que você usou nas anteriores?
A22: De mais, de vezes e de divisão.

Observa-se, a partir dos fragmentos apresentados e baseadas em Vergnaud (2009b), que, embora os integrantes de D2 mostrem compreender a situação, explicando adequadamente, nas questões anteriores, o raciocínio utilizado, a *forma predicativa* dos seus conhecimentos não atinge sua *forma operatória*. O que corrobora com Silva (2021, p. 301), que identificou "que ao resolver os problemas, alguns alunos obtinham êxito, mas ao explicitar o seu pensar, a resolução realizada, o porquê de adotar determinada estratégia, apresentavam dificuldades". Conjecturamos, dessa maneira, que as respostas dos alunos estão, muitas vezes, mais associadas ao processo de resolução do que a compreensão da generalização.

As duplas, D6, D8 e D11 apresentaram durante a entrevista, conforme os fragmentos seguintes, indícios da mobilização da *generalização*, e, apesar disso, não conseguiram mobilizá-la adequadamente.

A62: Sim.
A61: Multiplicando e dividindo.
A62: E, somando, também.

A81: Sim, somando os valores e fazendo divisão também, se a gente tiver um caso assim.

A111: Fazendo mais ou vezes, tá falando aqui, né.
Pesquisadora: Então, você concorda com o que você escreveu ali, agora?
A111: Comigo de hoje, acho que de vezes não, por causa que... por causa que tipo... só tem um valor, não tem outro, daí não daria pra fazer vezes.
Pesquisadora: mas, se eu quiser comprar 10 games, como é que eu faço pra descobrir o valor de 10 games?
A111: É mais 60, tipo você já sabe que é ... o valor de cada um game é 60, daí você soma mais... 60.
Pesquisadora: Ir fazendo 60 + 60 + 60...?
A111: Não, eu fiz pelos 4 aqui ainda.
Pesquisadora: Ah, usando o 4 ainda.
A111: Que eu já sabia o valor.

Identifica-se, nos fragmentos apresentados, que as duplas D8 e D11 indicam a operação por meio da adição de parcelas iguais e, segundo A111, a multiplicação "não daria pra fazer" porque "só tem um valor, não tem outro". Ou seja, por meio da adição, os alunos conseguem identificar mais facilmente a possibilidade de determinar o valor para qualquer quantidade, basta somar tantas vezes quantos games forem necessários. Já na multiplicação, lhes falta algo, não conseguem verbalizar a relação "Valor Total = 60 x Quantidade". E, dessa maneira, não é possível afirmar sobre a mobilização da ideia-base de *generalização*.

O quadro seguinte apresenta o desempenho das duplas D2, D3, D4, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, D14 e do trio T13 quanto a mobilização das ideias-base de Função nos problemas de Proporção Simples. As duas opções do Problema 1 foram condensadas, visto que cada uma das duplas escolheu apenas uma das opções.

Problema	**Questão**	***Dependência***	***Regularidade***	***Variável***	***Generalização***
1	**A**	D2, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D2, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D2, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	-
	B	D3, D7, D9, D11, D12, T13	D3, D7, D9, D11, D12, T13	-	D12

	C	D2, D3, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D3, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D2, D3, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	-
	D	D7, D9, D10, D12, D14	D7, D9, D10, D12, D14	D7, D9, D10, D12, D14	D7, D9, D10, D12, D14
6	**A**	D3, D4, D6, D7, D8, D12, T13, D14	D3, D4, D6, D7, D8, D12, T13, D14	D3, D4, D6, D7, D8, D12, T13, D14	-
	B	D4, D6, D8, D11, D12, T13, D14	D4, D6, D8, D11, D12, T13, D14	D4, D6, D8, D11, D12, T13, D14	-
	C	D4, D6, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D4, D6, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D4, D6, D8, D10, D11, D12, T13, D14	-
	D	D14	D14	D14	D14
7	**A**	D2, D3, D4, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, T13, D14	D2, D3, D4, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, T13, D14	D2, D3, D4, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, T13, D14	-
	B	D4, D6, D7, D8, D9, D11, D12, D14	D4, D6, D7, D8, D9, D11, D12, D14	D4, D6, D7, D8, D9, D11, D12, D14	-
	C	D2, D3, D4, D6, D8, D9, D10, D11, D12, D14	D2, D3, D4, D6, D8, D9, D10, D11, D12, D14	D2, D3, D4, D6, D8, D9, D10, D11, D12, D14	D6[15]
	D	D12, T13, D14	D12, T13, D14	D12, T13, D14	D12, T13, D14

Quadro 21: Ideias-base Mobilizadas pelas duplas sem estudante autista nos Problemas de Proporção Simples.
Fonte: Dados da Pesquisa

Com respeito aos problemas classificados como de Proporção Simples, as análises mostram que o Problema 6 foi o que as duplas mais apresentaram dificuldades. Consideramos que isso se deva ao fato de que nesse problema havia questões das subclasses cota e partição, ou seja, questões cuja solução requer, de modo mais eficaz, uma divisão. E como temos constatado desde o Problema 1, os alunos apresentam fragilidades relacionadas à divisão. Outra fragilidade constatada foi em relação à interpretação e compreensão do problema, em que algumas duplas, como D1, fizeram confusão com uma das informações apresentadas no enunciado, que apresentava a quantidade de episódios por semana.

Inferimos que, para esses alunos, as ideias de divisão não estão completamente construídas, pois os alunos não compreendem adequadamente as relações existentes entre as grandezas e medidas envolvidas na situação, o que nos permite inferir, com base em Castro, Castro Filho e Barreto (2017), que essa dificuldade pode comprometer a construção do conceito de função, previsto para o fim do Ensino Fundamental.

[15] Ideia-base mobilizada oralmente durante a entrevista.

4.2 Problema de Comparação Multiplicativa

Adaptado de Gitirana *et* al. (2014), o problema classificado como de Comparação Multiplicativa, com referido e referente desconhecidos assincronamente, foi o segundo problema implementado e trazia a comparação de preços das mercadorias de duas lojas. Esse problema suscitou mais discussões e dificuldades do que o problema 1, corroborando os resultados de Silva (2021), que identificou que os alunos dialogam mais e justificam melhor quando possuem colegas no grupo necessitando de explicações. Durante a implementação, alguns alunos auxiliaram alunos de outras duplas na compreensão do significado da expressão ‘um terço’, que aparece no enunciado do problema.

Na sequência, apresentamos as análises realizadas e, assim como nos problemas de Proporção Simples, optamos por dividir as duplas em dois grupos, um formado pelas duplas com estudantes autistas e o outro constituído pelas duplas que não tinham estudantes autistas.

4.2.1 Duplas com estudantes autistas

A questão “a” trata de um problema de Comparação Multiplicativa com referido desconhecido – vezes maior, no entanto, o enunciado do problema apresenta a relação do referente com o referido por meio da fração ‘um terço’. Segundo Gitirana *et al.* (2014), em problemas como esse, a análise das dimensões envolvidas pode ser realizada por meio da relação “Referido = relação x Referente”, porém, reescrevendo-a conforme o problema é apresentado, temos “Referente = $\frac{1}{3}$ x Referido”. Passando para a forma apresentada por Gitirana *et al.* (2014), tem-se “Referido = 3 x Referente”, ocorrendo uma inversão entre o referido e o referente, em que a inversa da operação a ser utilizada ainda é a multiplicação, o que pode gerar dificuldades para os alunos.

A questão “a”, do problema 2, também pode ser representada por “Referente = Referido ÷ 3”. Das duplas com estudantes autistas, D5 não respondeu adequadamente essa questão. Os alunos escreveram erroneamente “69 reais no Shopping” como resposta, sem registrar o cálculo utilizado. Durante a entrevista, o aluno A51 disse que, após interferência da pesquisadora, utilizaram a adição de três parcelas iguais, conforme trecho a seguir, no entanto, os alunos não percebem que o resultado não está correto.

A51: A gente pegou... a gente somou mais três, aí depois nós mediu, aí depois, é... chegou nesse resultado.
Pesquisadora: É? Mas, é 36 mais três ou 36 mais 36 mais 36? Não entendi.
A51: É... a gente ficou... a gente somou 3 vezes o 36.

A dupla D1 utilizou corretamente, para determinar a resposta na questão “a”, a adição de três parcelas iguais, somando três vezes R$ 36,00, mobilizando a ideia-base de *regularidade*. No entanto, a aluna autista compreendeu que poderiam ter utilizado a operação de multiplicação, como fica evidente no excerto da entrevista abaixo:

Pesquisadora: Isso aí, na loja do shopping é mais caro, muito bem! E se não quisessem usar a continha de mais, teria outra conta que poderíamos usar aqui?
A1: De vezes.

Ao responder à questão “a”, D1 mobilizou, também, as ideias-base de *dependência* e *variável,* ao identificar que cada mercadoria no Shopping custa três vezes o valor da mesma mercadoria na loja do Bairro, ou seja, identificaram a relação de dependência entre as variáveis.

Na questão “b”, constava uma tabela em que os alunos deveriam preencher ou o preço na loja do Bairro (referente) ou o preço na loja do Shopping (referido). Essa questão tinha como objetivo analisar a mobilização das ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável* e, mostrou-se particularmente difícil para os alunos, com baixo desempenho em 4 das 14 duplas, como veremos no decorrer das análises desse problema.

Nenhuma das duas duplas com estudante autista conseguiu preencher satisfatoriamente essa tabela. A dupla D1 seguiu erroneamente, na segunda linha da tabela, o raciocínio de colocar múltiplos de 30, sem relacionar com os valores da primeira linha, como pode ser observado na Figura 38 e conforme transcrição da entrevista a seguir.

b) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

Loja do Bairro	10,00	25,00	36,00	40,00	50,00
Loja do Shopping	30,00	60,00	90,00	120,00	210,00

Figura 38: Resolução de D1, questão "b"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Pesquisadora: Três vezes mais?! Então aqui (mostra na tabela o valor 25,00), 3 vezes mais que 25 vai dar 60? Será?
A11: O que você acha A1, acha que vai dar 60?
A1: Eu também acho.
Pesquisadora: Vinte cinco mais vinte e cinco, vai dar quanto?
(as alunas pensam em silêncio)
A11: dá trinta e... trinta... não, quarenta!
Pesquisadora: não dá mais?
A1: Dá 50.
Pesquisadora: Isso, cinquenta. Isso, duas vezes mais já dá 50, agora três vezes mais. Cinquenta mais vinte e cinco? Vai dar quanto?
A11: Setenta e cinco!
Pesquisadora: Isso, muito bem, 75! Então, não é sessenta. Mas, entendi o que vocês pensaram aqui... Como tem 30 aqui e 90 aqui, então vocês foram colocando de 30 em 30, foi isso? (as alunas apenas consentem com a cabeça) Mas, não era essa a ideia. Era pra olhar o valor que estava aqui (mostra a linha correspondente a loja do bairro) e completar aqui. E aqui, aqui tá 90 (preço na loja do shopping), então aqui em cima é três vezes...menos, né?! Então aqui... que número vocês colocaram aqui?
A11 e A1: 36.
Pesquisadora: Trinta e seis, mas será que está correto? O que custa 36 na loja do Bairro, vocês calcularam aqui (questão a) que irá custar...
A11 e A1: Cento e oito.

Verifica-se, a partir do trecho acima, que os alunos tiveram dificuldade para identificar a resposta correta, mesmo após as intervenções da pesquisadora.

A dupla D5, como nota-se na Figura 39, relacionou os dados da tabela estabelecendo uma diferença de 30 reais entre as informações da primeira e segunda linhas, o que nos possibilita inferir que os alunos consideraram 'um terço' como sendo 30 reais, ou seja, interpretaram equivocadamente a informação do enunciado do problema.

b) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

Loja do Bairro	10,00	25,00	60,00	40,00	180,00
Loja do Shopping	30,00	55,00	90,00	10,00	210,00

Figura 39: Resolução de D5, questão "b".
Fonte: Arquivo de Pesquisa

No momento da entrevista, o aluno A51 diz corretamente o cálculo que deveriam ter realizado, segundo o excerto a seguir, no entanto, os resultados apresentados na tabela não estão corretos.

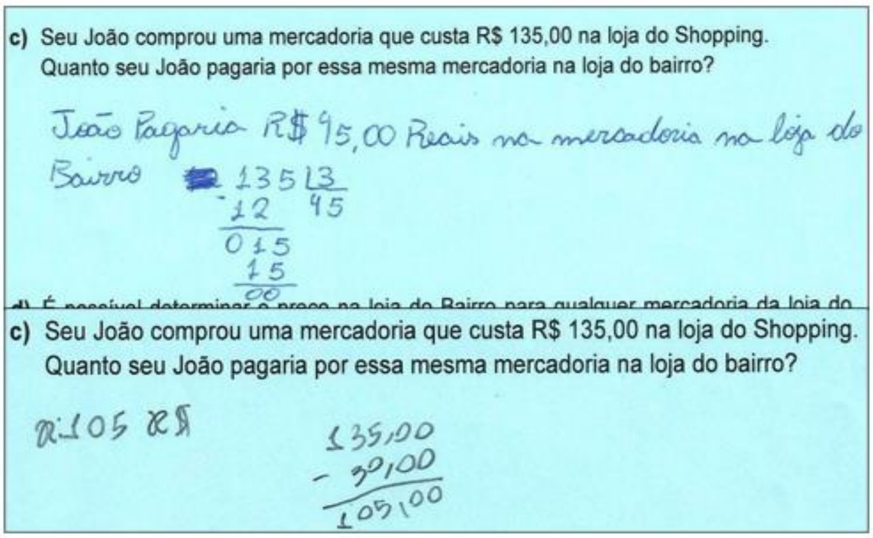
A51: Pegava o 25 e somava 3 vezes o 25.

Já o aluno autista (A5), não soube dizer como chegaram nos resultados apresentados e, ao ser indagado se haviam compreendido o problema, respondeu afirmativamente, porém, não soube explicá-lo, como pode ser analisado no trecho a seguir.

Pesquisadora: Então... vocês entenderam o que o problema tava pedindo?
A5: Sim. Barato...
Pesquisadora: Ahn?
A5: Nada, nada.
Pesquisadora: É, que assim, dizia que a loja do bairro vende tudo um terço mais barato que a loja do shopping. Então, o que quer dizer esse um terço mais barato?
(silêncio)
A5: Um ter... ah, tipo... três (silêncio). Ah, faz, faz muito tempo, sabe, daí não vou me lembrar direito.

A partir da análise realizada, compreendemos que D1 e D5 não mobilizaram as ideias-base de *regularidade, dependência* e *variável* na questão “b”.

Em relação a questão “c”, de acordo com a Figura 40, D1 respondeu satisfatoriamente utilizando a correspondência ‘Referente = Referido ÷ 3’, ou seja, utilizaram uma divisão. É possível inferir que os alunos mobilizaram as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*, pois identificaram corretamente a relação de dependência entre as variáveis.


c) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 135,00 na loja do Shopping.
Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?

João Pagaria R$ 45,00 Reais na mercadoria na loja do Bairro

135 | 3
-12   45
015
 15
 00

c) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 135,00 na loja do Shopping.
Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?

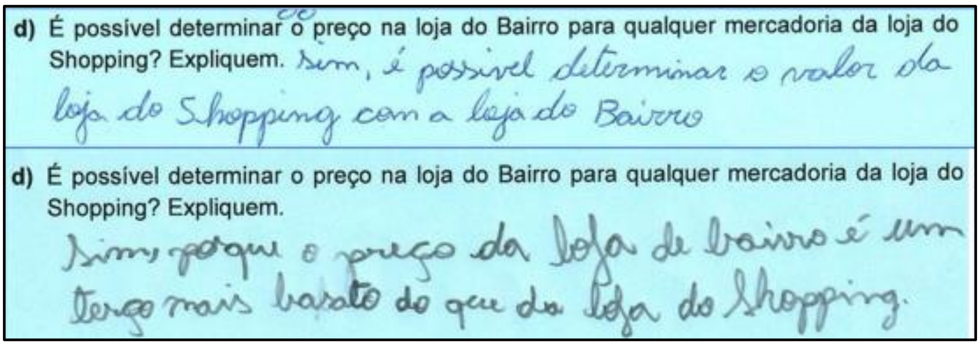
R: 105 R$

 135,00
- 30,00
 105,00

Figura 40: Resolução de D1 e D5, respectivamente, questão “c”.
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Verifica-se, também, a partir da Figura 40, que D5 não obteve sucesso. Fica evidente o equívoco dos alunos ao interpretar 'um terço' como sendo 30 reais.

Na questão "d", em que o objetivo era analisar a mobilização da *generalização*, ambas as duplas (D1 e D5) não obtiveram êxito, pois não responderam adequadamente ao que era solicitado, como pode ser observado na Figura 41. Dessa maneira, não foi possível determinar se os alunos mobilizaram a ideia-base em questão.


d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem. Sim, é possível determinar o valor da loja do Shopping com a loja do Bairro

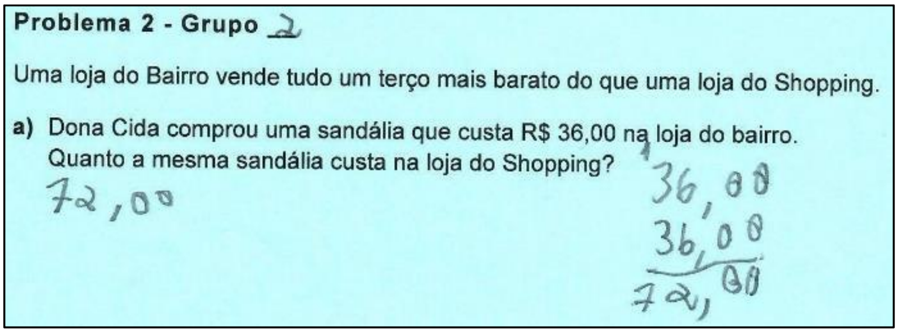
d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.
Sim, porque o preço da loja de bairro é um terço mais barato do que da loja do Shopping.

Figura 41: Resolução de D1 e D5, respectivamente, questão "d".
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir da análise das respostas apresentadas por D1 e D5 para o Problema 2, é possível dizer que esses alunos apresentam dificuldades em responder adequadamente as questões às quais não estão habituados a resolver (questões "b" e "d") e, especificamente os alunos de D5, não compreendem conceitos básicos, como o termo 'um terço', que nesse problema corresponde a relação entre o Referente e o Referido.

4.2.2 Duplas sem estudantes autistas

Nesse item descrevemos as análises das demais duplas e do trio. Dessas, somente D2 não respondeu corretamente à questão "a" do Problema 2. A dupla utilizou a operação de adição, somando apenas 2 parcelas de R$ 36,00, conforme a Figura 42.



Problema 2 - Grupo 2

Uma loja do Bairro vende tudo um terço mais barato do que uma loja do Shopping.

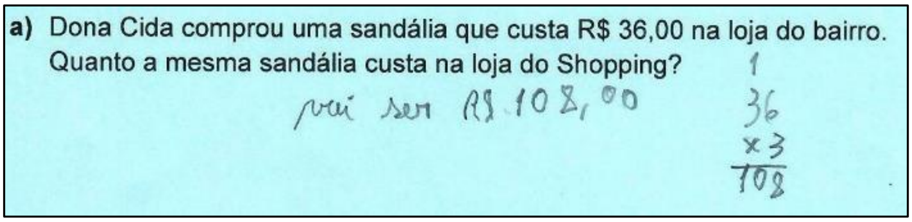
a) Dona Cida comprou uma sandália que custa R$ 36,00 na loja do bairro.
Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?

72,00

36,00
36,00
72,00

Figura 42: Resolução de D2, questão "a"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A dupla D9 escreveu apenas a resposta e as demais duplas resolveram utilizando a multiplicação '36 x 3', conforme a imagem da resposta do Grupo 11 expresso na Figura 43.



a) Dona Cida comprou uma sandália que custa R$ 36,00 na loja do bairro.
Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?

vai ser R$ 108,00

36
x3
108

Figura 43: Resolução de D11, questão "a"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

O que nos permite inferir que os alunos das duplas D3, D4, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, D14 e de T13 mobilizaram as ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável*.

Com relação ao equívoco dos alunos da D2, estes mostraram-se muito nervosos e inseguros e, antes de iniciar a entrevista, ambos disseram ter dificuldades em Matemática, dificuldade que é evidenciada ao longo da entrevista. Torisu (2010), embasado na Teoria Social Cognitiva, diz em relação a matemática que

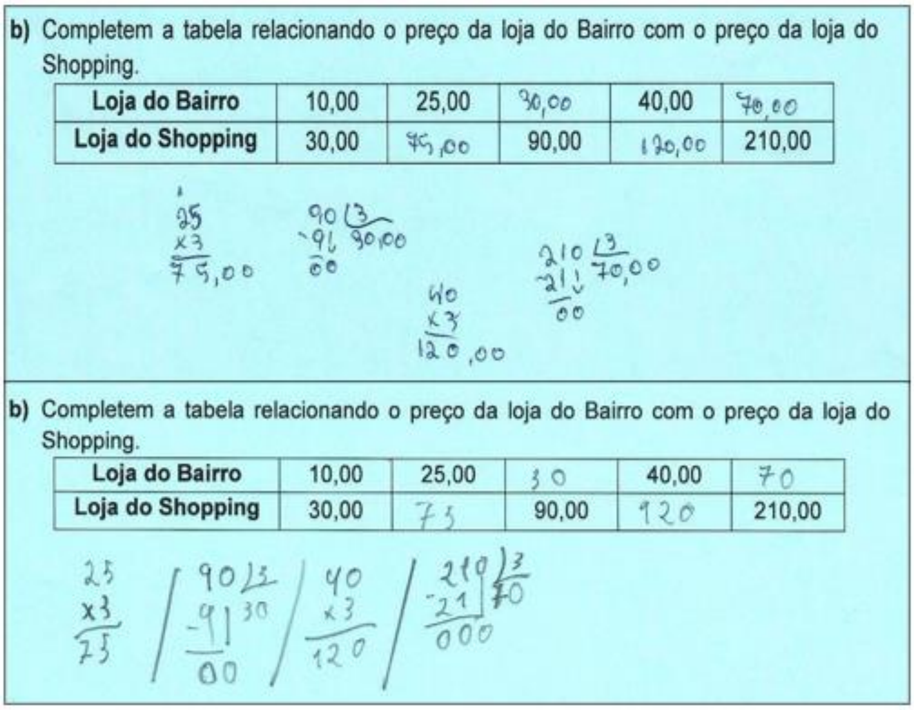
> [...] alunos que não possuem crenças robustas acerca de sua própria capacidade para aprender essa disciplina, tendem a não se perceberem capazes de realizar as tarefas e a apresentar maior dificuldade para adquirir e aplicar conceitos matemáticos, principalmente em situações de avaliação (Torisu, 2010, p. viii).

No excerto a seguir, os alunos revelam dificuldade para compreender a relação entre as variáveis, o que dificulta na compreensão do cálculo mais adequado a se fazer.

Pesquisadora: Então, a loja do bairro é mais barata que a loja do Shopping. Mas, é quantas vezes mais barato?
A22: Três vezes?!
Pesquisadora: Isso, três vezes. Então, quando diz que é um terço mais, é um terço mais barato, significa que é três vezes mais barato, ou seja, custa três vezes... menos, né?! Então, a loja do Shopping é três vezes mais?
A21: Mais barato.
Pesquisadora: A do Shopping é mais?
A22: Cara?
Pesquisadora: Mais cara, isso aí! Então, essa sandália que custa 36 reais na loja do Bairro, quanto que ela vai custar na loja do Shopping? Vocês fizeram essa continha aqui (a pesquisadora mostra a resolução dos alunos). Será que ela está correta?
A21: Não.
Pesquisadora: Então, como vocês fariam essa conta para ficar correta? (silêncio). Olha o que vocês fizeram. A sandália custa 36 reais na loja do bairro (os alunos consentem), só que a loja do Bairro é três vezes mais barata que a loja do Shopping. Então, o que faltou aqui pra chegar na resposta correta?
A22: Descobrir quanto que era um terço de 36 e diminuir de... por 36?
(a pesquisadora murmura algo)
Pesquisadora: A21? Então, se... a sandália custa 36 na loja do Bairro, só que a loja do Bairro é mais barata que a loja do Shopping, mais barato. Então quer dizer que a loja do Shopping é mais...?
A22: Cara.
Pesquisadora: Mais cara. Três vezes mais cara, então faltou o quê pra chegar na resposta correta?
A21: Mais três?
(silêncio)
Pesquisadora: Quantas vezes vocês somam..., aqui é conta de mais? Vocês não colocaram o sinal de mais.
A21: É de mais.
Pesquisadora: Então, quantas vezes vocês somaram o 36 ali? Quantas vezes?
A21: duas vez.
Pesquisadora: Duas vezes. Trinta e seis mais 36. Só que, se é três vezes mais caro, faltou o que ali?
A22: Um 36.
Pesquisadora: É?... isso aí, faltou somar um 36. Então, aqui pegaria esse resultado, 72, mais...
A22: Trinta e seis.

Podemos inferir do trecho anterior que os alunos demoram para compreender o equívoco cometido e o embaraço dificulta a compreensão da relação entre as variáveis e a mobilização de ideias-base.

Na questão “b”, as duplas D3, D4, D6, D7, D8, D10, D12 e D14, completaram corretamente a tabela, destas, somente D3, D6, D8 e D10 registraram as operações utilizadas, conforme a Figura 44.


b) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

Loja do Bairro	10,00	25,00	30,00	40,00	70,00
Loja do Shopping	30,00	75,00	90,00	120,00	210,00

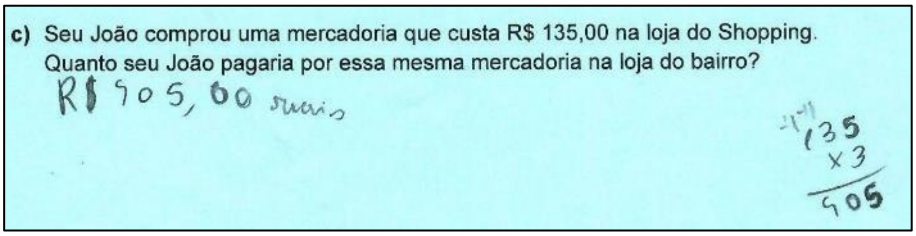
b) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

Loja do Bairro	10,00	25,00	30	40,00	70
Loja do Shopping	30,00	75	90,00	120	210,00

Figura 44: Resolução de D3, questão "b"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Verifica-se, a partir da figura, que os alunos das duplas D3, D4, D6, D7, D8, D10, D12 e D14 aparentam ter mobilizado adequadamente as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*. As duplas D2, D9 e D11, além do trio T13, não obtiveram sucesso ao responder à questão "b".

As mesmas duplas que tiveram dificuldades ao preencher a tabela da questão "b", não responderam adequadamente ao que se pedia na questão "c". Sem apresentar como chegaram ao resultado, D9 escreveu equivocadamente como resposta '40,00'. E, T13 utilizou erroneamente a relação 'Referido = 3 x Referente', como pode ser observado na Figura 45. Em outras palavras, os alunos inverteram a relação de dependência entre as variáveis.


c) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 135,00 na loja do Shopping. Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?

R$ 405,00 reais

Figura 45: Resolução de T13, questão "c"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A dupla D2 utilizou a operação de divisão para chegar na resposta, porém, apresentou equívocos na operação e na resposta, conforme a Figura 46, o que demonstra fragilidade dos alunos na compreensão do algoritmo da divisão e aponta, inclusive, para uma não consolidação do Sistema de Numeração Decimal.

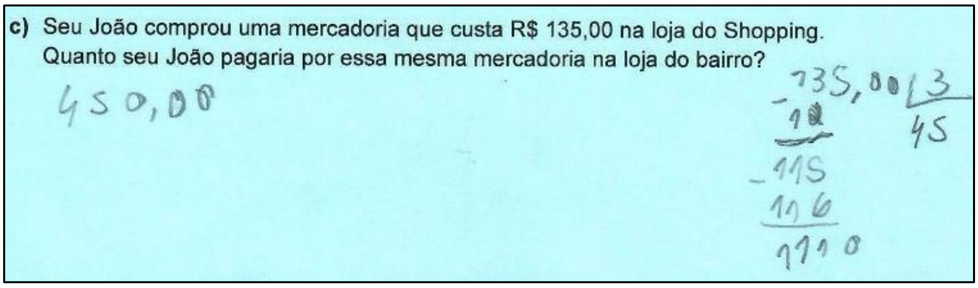
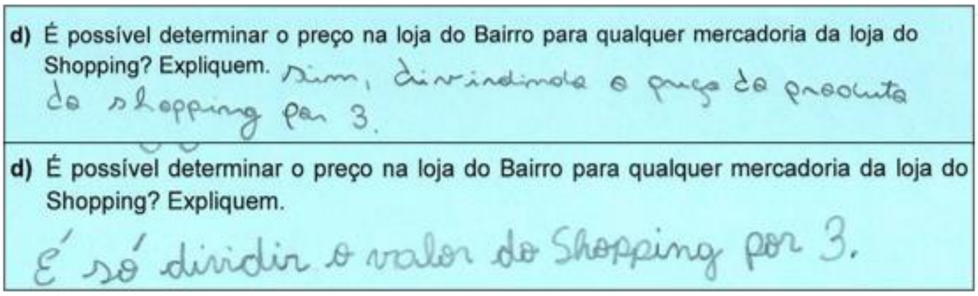

c) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 135,00 na loja do Shopping.
Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?
450,00

Figura 46: Resolução de D2, questão “c”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

As demais duplas (D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12 e D14) responderam corretamente à questão “c” utilizando a relação ‘Referente = Referido ÷ 3’, ou seja, resolveram por meio da divisão ‘135 ÷ 3 = 45’, e, de acordo com a análise realizada, inferimos que mobilizaram as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável* ao responder adequadamente à questão “c”.

Em relação a questão “d”, que pedia pela generalização da situação do Problema 2 para a relação ‘Referente = Referido ÷ 3’, somente D10 e D14 apresentaram resposta adequada, como pode ser observado na Figura 47.


d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem. Sim, dividindo o preço do produto do shopping por 3.

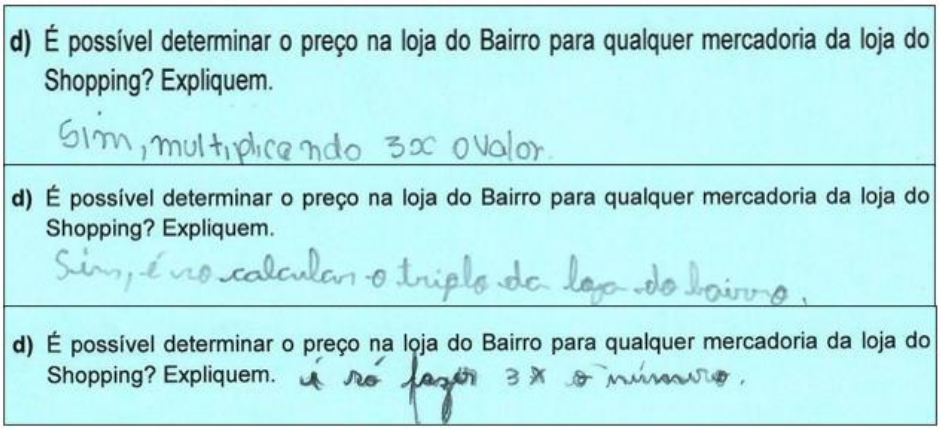
d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.
É só dividir o valor do Shopping por 3.

Figura 47: Resolução de D10 e D14, respectivamente, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Desta maneira, inferimos que as duplas D10 e D14 mobilizaram, além da *generalização*, as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*.

Das demais duplas, D4, D8 e T13 apresentaram uma generalização para a questão “d”, porém, não para o solicitado, mas sim, para a relação ‘Referido =

Referente x 3’. conforme a Figura 48. Verifica-se que os alunos generalizaram a situação na relação Um para Muitos, mobilizando, portanto, a ideia de *regularidade*.


d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.

Sim, multiplicando 3x o valor.

d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.

Sim, é só calcular o triplo da loja do bairro.

d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem. é só fazer 3 x o número.

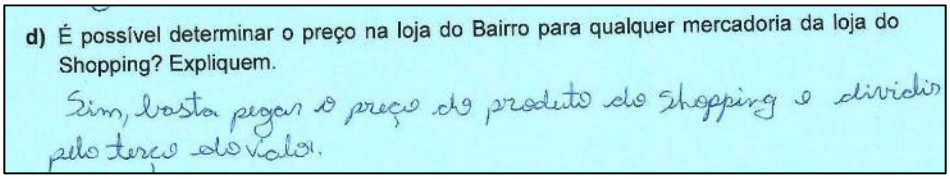
Figura 48: Resolução de D4, D8 e T13, respectivamente, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Verifica-se, na imagem acima, que T13 permaneceu no mesmo esquema relacional utilizado na questão “c”, invertendo a relação de dependência entre as variáveis e, D4, embora tenha respondido adequadamente à questão “c”, não foi capaz de generalizar o esquema para a questão “d”. No trecho da entrevista abaixo, o aluno A82 explica, logo após a pesquisadora ler o enunciado da questão, seu raciocínio e, na sequência, após interferência da pesquisadora, a dupla compreende qual deveria ser a operação.

A82: Sim, multiplicando 3 vezes o valor e, ele também podia fazer adição, tipo... adicionado três vezes o valor e somar.
Pesquisadora: Uhum... só que, aqui... é... você quer saber o preço da loja do Bairro, você tem o preço da loja do...
A82: Shopping.
Pesquisadora: Do Shopping. Então, é multiplicando que faz? Eu tenho, olha, o preço da loja do Shopping, eu quero saber o preço na loja do Bairro.
A82: Ah, entendi...
Pesquisadora: Então, aqui, a continha é...?
A81 e A82: Divisão!

A partir da transcrição da entrevista, é possível identificar que as alunas compreendem a relação entre as variáveis e sua possível *generalização*, porém, por falta de atenção ou de interpretação no momento da implementação, elas confundem as variáveis.

Uma resposta diferente de todas as demais duplas foi apresentada por D7, conforme a Figura 49.


d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.

Sim, basta pegar o preço do produto do Shopping e dividir pelo terço do valor.

Figura 49: Resolução de D7, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Temos por hipótese que, os alunos dessa dupla consideram que ‘dividir pelo terço do valor’ é o mesmo que ‘dividir por três’, já que a dupla respondeu adequadamente as questões anteriores, o que mostra uma fragilidade dos alunos na compreensão do significado do termo ‘terço do valor’.

As demais duplas, D2, D3, D6, D9, D11 e D12, também não conseguiram fazer a *generalização* ao que foi solicitado na questão “d”.

O quadro a seguir apresenta uma síntese com as duplas que mobilizaram as ideias-base em cada questão do Problema 2.

Questão	*Dependência*	*Regularidade*	*Variável*	*Generalização*
A	D1, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D1, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	D1, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, T13, D14	-
B	D3, D4, D6, D7, D8, D10, D12, D14	D3, D4, D6, D7, D8, D10, D12, D14	D3, D4, D6, D7, D8, D10, D12, D14	-
C	D1, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, D14	D1, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, D14	D1, D3, D4, D6, D7, D8, D10, D11, D12, D14	-
D	D10, D14	D8, D10, D14	D10, D14	D10, D14

Quadro 22: Mobilização das ideias-base pelas duplas sem estudante autista no Problema de Comparação Multiplicativa
Fonte: Dados da Pesquisa

De maneira geral, as duplas não entrevistadas (D3, D4, D7, D10, D12 e D14) apresentaram melhor desempenho nas questões do Problema 2.

As duplas que mais encontraram dificuldades ao responder as questões desse problema foram D2, D5 (dupla de aluno autista) e D9. Essas duplas não conseguiram responder adequadamente nenhuma das questões, não mobilizando as ideias-base de função. A *generalização* foi, novamente, a ideia-base de maior complexidade para os alunos, com apenas 2 duplas (D10 e D14) mobilizando-a adequadamente. Já as ideias de *dependência*, *regularidade* e *variável* foram manifestadas igualmente nas questões “a”, “b” e “c”.

4.3 Problemas de Produto Cartesiano

Foram aplicados três problemas de Produto Cartesiano. O Problema 3 (Quadra de Voleibol e futsal) que é sobre área, o Problema 4 (Conjuntos de Shorts e Camisetas) sobre combinação com todo desconhecido e o Problema 5 (Sorvetes) sobre combinação com parte desconhecida. Do mesmo modo que nos problemas anteriores, optamos por dividir as duplas em dois grupos, o grupo das duplas com estudantes autistas e outro constituído pelas duplas sem estudantes autistas.

4.3.1 Duplas com estudantes autistas

Os problemas de Produto Cartesiano foram relativamente mais difíceis para os alunos, particularmente para a dupla D1, com estudante autista. Dos três problemas, a dupla conseguiu responder adequadamente apenas um, o Problema 5, como veremos.

PROBLEMA 3 - QUADRA DE VOLEIBOL E FUTSAL

O Problema 3 corresponde a classificação Produto Cartesiano – Área e Comparação Multiplicativa, com Relação Desconhecida. Foi o último problema proposto aos alunos no primeiro dia de implementação e, assim como ocorreu no Problema 2, houve trocas de ideias entre alunos de duplas distintas e muitos equívocos nas respostas apresentadas. A hipótese é a de que, para esses alunos, o conceito de área ainda não está consolidado.

No enunciado do problema há um apoio visual, com a representação de uma quadra de voleibol por meio de um retângulo dividido em quadradinhos, que representam 1 m² cada. A questão “a” solicitava a área dessa quadra de vôlei e a questão “b” perguntava se os alunos conheciam outro método para calcular essa área. A questão “c”, por sua vez, apresentava as dimensões de uma quadra de futsal, porém sem apoio visual e a pergunta não era diretamente sobre a área dessa quadra, mas sim, a comparação entre as áreas das duas quadras, de futsal e de voleibol, ou seja, para resolver adequadamente a questão, saber calcular a área da quadra de futsal era essencial. A questão “d”, última questão do problema, pedia para os alunos explicarem como pensaram para responder à questão anterior.

Esse problema foi adaptado de Silva (2021), na qual o objetivo era analisar a mobilização da correspondência, no entanto, a partir dos resultados da pesquisa de Merli (2022, p. 165), em que correspondência deixou de ser considerada ideia-base de função, “[...] por constituir o conceito organizador do número e, este ser organizador do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas”, voltamo-nos à definição de cada uma das quatro ideias-base identificadas pelo autor e consideradas nesta pesquisa, a fim de identificar qual ou quais ideias-base poderiam ser mobilizadas.

Em vista disso, e considerando o trabalho de Zanella e Rezende (2022), identificamos que no Problema 3 é possível analisar a mobilização da ideia-base de *dependência*, que surge na correspondência da área da quadra com suas medidas de comprimento e altura, ou seja, a área depende do comprimento e da altura e, dessa maneira, pode ser obtida a partir da contagem dos “quadradinhos” ou, de forma mais rápida, multiplicando-se o comprimento pela altura.

Também constatamos que, a partir das entrevistas e das questões “b” e “d”, seria possível identificar a ideia-base de *regularidade*, visto que a área é proporcional à altura quando o comprimento se mantém constante e, variando-se o comprimento, varia-se proporcionalmente a área. Isso também é válido quando fixamos a altura. Ou seja, a *regularidade* surge da identificação de que na correspondência com a altura (ou com o comprimento), para cada unidade de medida de comprimento (ou de altura), a área será sempre a mesma e, a solução é obtida somando-se as colunas, ou as linhas, ou multiplicando-se o comprimento pela altura. Dito de outra forma, quando os alunos identificam que o produto entre as medidas de comprimento e altura é a maneira mais eficaz de determinar a área da quadra, não sendo necessário contar de 1 em 1, a *regularidade* é mobilizada.

O Problema 3 ainda propicia a mobilização da *generalização*. Ela aparece quando os alunos compreendem que o cálculo de área depende dos valores das medidas de comprimento e altura e reconhecem a relação “Área = Altura x Comprimento” como sendo válida para qualquer figura retangular plana.

De maneira geral, as duplas com estudante autista encontraram dificuldades, principalmente na questão “c”, para resolver satisfatoriamente o Problema 3, como apresentamos a seguir.

Para a questão “a”, ambas as duplas – D1 e D5 – apresentaram somente a resposta. D5 escreveu corretamente “162 metros quadrados”, contudo, D1 escreveu erroneamente “161 metros quadrados”. Durante a entrevista, foi possível perceber que o conceito de área ainda não está totalmente formalizado para os alunos de D1, conforme excerto a seguir.

Pesquisadora: Vocês compreenderam o que o problema estava pedindo?
A11: No começo a gente não tinha entendido, por causa que (a aluna falava muito baixo e não foi possível compreender a última palavra que ela falou)
Pesquisadora: A figura a seguir representa o tamanho da quadra de voleibol de uma praça. Então, aqui (a imagem) é como se fosse a quadra de vôlei e está toda quadriculada, olha. E, aqui ao lado, tem uma informação. O que diz essa informação?
A11: Que é um metro quadrado.
Pesquisadora: Um metro quadrado, que quer dizer o que? (silêncio das alunas) Que cada quadradinho desse mede?
A11: Um metro quadrado.
Pesquisadora: Isso, um metro quadrado. E daí aqui (questão “a”), ele pergunta de quantos metros quadrados é a área dessa quadra de voleibol. (silêncio das alunas) Vocês colocaram que é de 161 metros quadrados.
A1: A gente contou os quadradinhos.
Pesquisadora: Ah, vocês contaram os quadradinhos, ok. E, aqui (questão “b”) perguntava se tinha outra maneira de calcular essa área. Vocês não encontraram outra maneira? Não lembram outra forma de calcular? Contaram um por um, os quadradinhos?
(as alunas consentem)
Pesquisadora: Não lembram outra forma de calcular?
A1 e A11: Não, não.
A11: Mas, tem outra forma que a professora... de mais. Soma os lados.
Pesquisadora: De mais, como assim, soma os lados?
A11: É que aqui é 18, aqui mede 18 metros, daí mais nove metros e aqui é um né?! Ou será que não A1?
(trecho de áudio ruim, com interferências e as alunas falaram ao mesmo tempo)
Pesquisadora: É, aqui tá falando um só, esse um quadradinho. Cada quadradinho desse mede um metro quadrado. Essa informação quer dizer isso.
A11: Acho que não dá...
Pesquisadora: Então vocês não lembram mesmo outra maneira? Aqui, na verdade, o problema está tratando de área. E, como se calcula a área? Então, quando eu conheço essa medida aqui e tenho essa outra aqui (a pesquisadora se refere as dimensões da quadra) então a gente faz vezes. Então, é nove vezes?
A11: Vezes dezoito.

Conforme o trecho destacado acima, as alunas contaram, de um em um, os quadradinhos, não recordando a relação “Área = Altura x Comprimento”. A aluna A11 confunde área com perímetro, ao dizer “soma os lados” e, a aluna autista (A1) quase não responde às perguntas realizadas pela pesquisadora. Ela é categórica ao afirmar que contaram os quadradinhos e que não conhece outra maneira de determinar a área, como identificado no diálogo transcrito.

Na questão “b”, as alunas de D1 informaram não conhecer outra maneira para determinar a área da quadra de voleibol, conforme Figura 50 a seguir. Resposta que se manteve durante a entrevista, de acordo com o trecho apresentado acima.

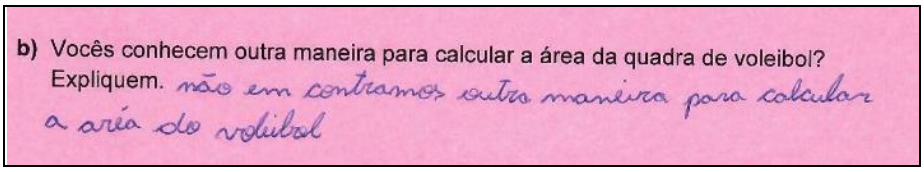
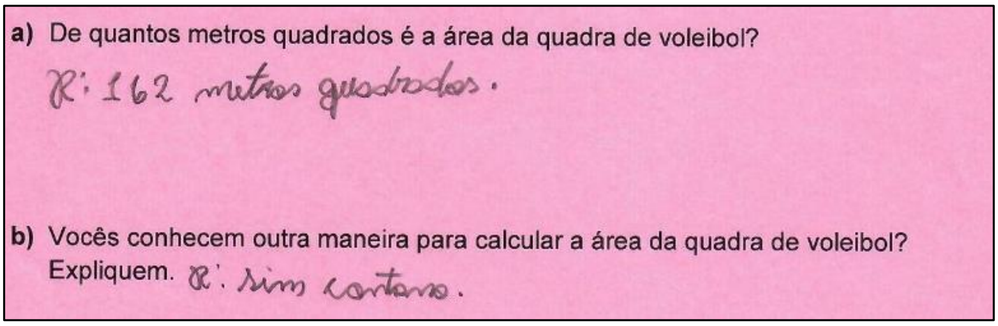

b) Vocês conhecem outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem. não em contramos outra maneira para calcular a área do voleibol

Figura 50: Resolução de D1, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir da análise das respostas das questões “a” e “b” e do trecho da entrevista, inferimos que as alunas de D1 mobilizaram a ideia-base de *dependência* e não houve indícios da mobilização das outras ideias-base, já que as alunas não identificaram outra maneira de calcular a área, além da contagem de um em um.

O Quadro 23 apresenta as respostas para as questões “a” e “b” indicadas por D5 e trechos extraídos das entrevistas com os estudantes dessa dupla.


a) De quantos metros quadrados é a área da quadra de voleibol?
R: 162 metros quadrados.

b) Vocês conhecem outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem. R: sim contamo.

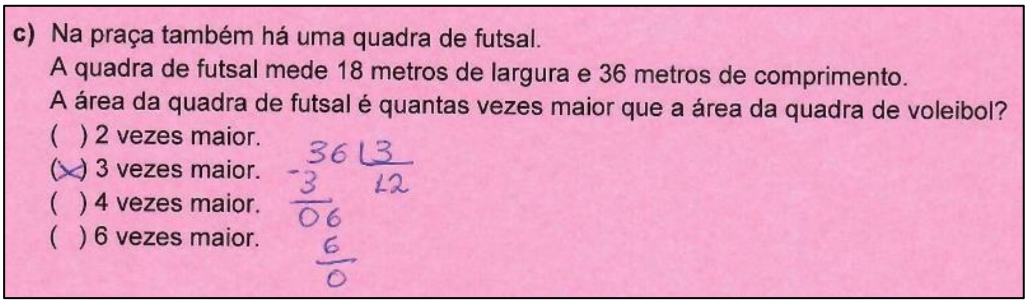
Pesquisadora: ... você lembra como é que faz pra calcular a área?
A51: Fazer a base vezes a altura.
Pesquisadora: Isso, a base vezes a altura. Então, pra chegar nesse resultado aqui, como é que faz?
A51: A gente ficou contando os quadrados ou a gente somou a quantidade de quadrados aqui e a quantidade de quadrados aqui (o aluno se refere ao número de quadradinhos relativos a altura e ao comprimento da figura).
Pesquisadora: E daí?
A51: Deu esse resultado. Mas, eu acho que a gente somou cada quadradinho.
Pesquisadora: É! Mas, você falou pra mim que ia fazer base vezes altura, não é? E, qual que é os valores aqui?
A51: Como não tinha valores, aí a gente só...
Pesquisadora: Não tem?!
A51: Só contou... a gente só contou aqui dentro do quadrado (o aluno conclui seu raciocínio).
....
Pesquisadora: ... você lembra como vocês fizeram? Tem a letra “a” ali, como vocês chegaram no resultado da “a”? Você lembra?
A5: Eu só... só fiz vezes e o A51 ficou contando.

Pesquisadora: Ah, um fez vezes e o outro contou. É, que aqui embaixo tem, né, se vocês conhecem outra maneira de calcular área, vocês colocaram 'sim, contando'. Isso, e você fez vezes, daí você lembra o que você multiplicou? **A5:** Sim, foi... foi 18 vezes 9.

Quadro 23: Resolução de D5, questões "a" e "b", respectivamente e trechos da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Os alunos da D5, conforme quadro acima, compreendem que podem calcular a área por meio da multiplicação entre as dimensões da quadra de vôlei, no entanto, o aluno A51 disse que, na questão "a", contaram os quadradinhos e, conforme o aluno A5, ele multiplicou as dimensões da quadra de voleibol, enquanto o colega contou os quadradinhos. Ou seja, a dupla utilizou as duas técnicas para determinar a área da quadra. Com base nas respostas apresentadas, inferimos que D5 mobilizou, nas questões "a" e "b", as ideias de *dependência* e *regularidade*. No trecho da entrevista também foi possível perceber que o aluno A51 generaliza verbalmente a relação "Área = Altura x Comprimento".

A questão "c" envolvia Produto Cartesiano – Área e Comparação Multiplicativa com Relação Desconhecida. Nessa questão, ambas as duplas não responderam adequadamente o que se pedia, pois assinalaram a opção '3 vezes maior'. Sem apresentar registros, D5 apenas indicou a resposta, e D1 (Quadro 24) utilizou a divisão "36 ÷ 3".


c) Na praça também há uma quadra de futsal.
A quadra de futsal mede 18 metros de largura e 36 metros de comprimento.
A área da quadra de futsal é quantas vezes maior que a área da quadra de voleibol?
( ) 2 vezes maior.
(x) 3 vezes maior.
( ) 4 vezes maior.
( ) 6 vezes maior.

Pesquisadora: E, o que é esse 12 que vocês encontraram? **A1:** É que não tá nessa resposta. **Pesquisadora:** Não está aqui? **A1:** Não! **Pesquisadora:** Mas, será que é três vezes maior? **A11:** Acho que tá errado professora. Acho que é duas vezes só. **Pesquisadora:** Duas? **A1:** Ou quatro vezes. **Pesquisadora:** Por que você acha que é duas (aponta para a aluna A11)? E, por que você acha que é quatro (aponta para a aluna A1)? **A1:** É vezes (a aluna sussurra, quase inaudível), porque é vezes. Por causa que a gente não tinha entendido (a aluna comenta desanimada).

Quadro 24: Resolução de D1, questão "c" e trechos da entrevista

Fonte: Arquivo de Pesquisa

Durante o desenvolvimento da entrevista, conforme o quadro anterior, a aluna A1 afirma, constrangida, que não haviam compreendido o problema. No entanto, anterior a isso, após interferências da pesquisadora, ela demonstra entender que compreende a situação do problema e apresenta a resposta correta para a questão “c”.

Na questão “d”, pretendíamos que os alunos explicitassem o raciocínio utilizado na obtenção da resposta para a questão anterior, já que tinha um cálculo de área subjacente e o objetivo era analisar a mobilização de ideias-base. A resposta de D1 indica o cálculo realizado na questão anterior, sem explicar o porquê, como pode ser observado na Figura 51.

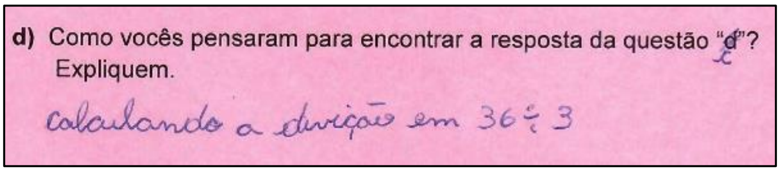
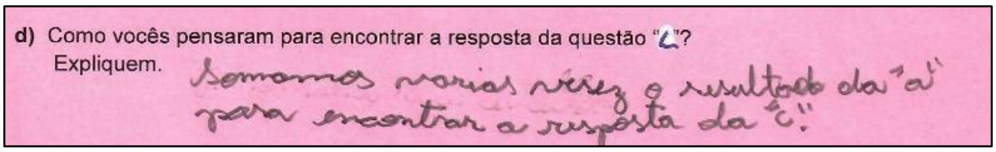

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão “d”? c
Expliquem.
calculando a divição em 36 ÷ 3

Figura 51: Resolução de D1, questão “d”[16]
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A razão para tal resposta deve-se ao fato de as alunas de D1 não haverem compreendido a questão “c” e não recordarem cálculo de área, conforme explicado por A1 no excerto anterior da entrevista. Inferimos, dessa maneira, que as alunas de D1 não mobilizaram, nas questões “c” e “d”, ideias-base de função durante a implementação do problema.

A resposta apresentada por D5 para a questão “d” está mais apropriada ao que era solicitado, como pode ser visto na Quadro 25, porém, os alunos não apresentaram valores numéricos e nem indicaram o cálculo utilizado para determinar a área da quadra de futsal.


d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão “c”?
Expliquem. Somamos varias vezez o resultado da “a” para encontrar a resposta da “c”.

A5: A “c”, ah... é... (silêncio) pera aí, eu lembro, mas não lembro (silêncio). Ah, eu acho que, tipo... ah, eu acho que eu fiz, tipo o resultado três vezes.

---

16 Há um erro de digitação no final da questão “d”, que foi corrigido verbalmente durante a implementação.

(...)
Pesquisadora: Você não chegou a calcular a área da quadra de futsal?
A5: Eu cheguei a calcular, tipo, no meu caderno.
....
Pesquisadora: Você lembra como que vocês chegaram nesse resultado?
A51: A gente pegou, já que era 18 por 36, a gente fez a mesma conta, 18 por 36.
Pesquisadora: Isso. E, fez o que pra chegar em 3 vezes maior?
A51: Eu não lembro.

Quadro 25: Resolução de D5, questão "d" e trechos da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A partir da entrevista, trechos no quadro acima, constatamos que os alunos sabiam calcular corretamente a área da quadra de futsal e erraram ao contar quantas vezes somaram a área da quadra de voleibol para obter a mesma área da quadra de futsal. Ainda que o aluno A51 informe corretamente o cálculo realizado para determinar a área e estivesse com o registro da resposta da questão "d" em mãos, ele não soube dizer como chegaram na resposta apresentada na questão "c".

A resolução de D5 indica, novamente, a fragilidade que os alunos possuem em reconhecer a divisão como a operação mais adequada em casos como este, já que recorrem a operações mais elementares, como a adição. Deduzimos, desse modo, com base na entrevista e a partir das respostas apresentadas nas questões "c" e "d", que D5 mobilizou a ideia-base de *dependência*, ao identificar que a área da quadra de futsal depende das medidas de comprimento e altura e, ao determinar, mesmo que incorreta, a proporcionalidade (escalar de comparação) entre as áreas das duas quadras, somando a área da quadra menor até encontrar a área da quadra maior, há indícios da mobilização da ideia de *regularidade*.

PROBLEMA 4 – CONJUNTOS DE SHORTS E CAMISETAS

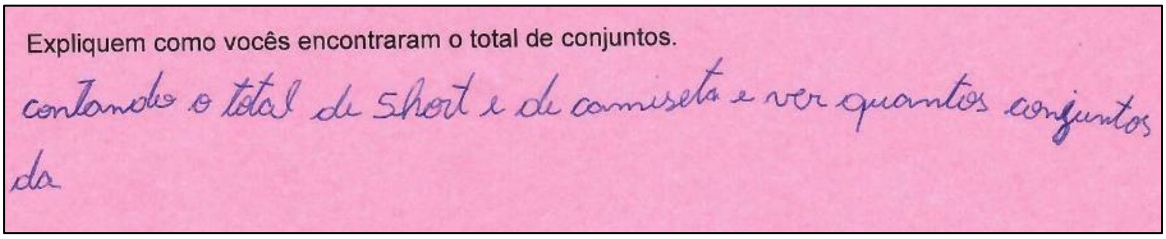
Classificado como Produto Cartesiano – Combinação, com todo desconhecido, o Problema 4 aborda um conteúdo previsto no Planejamento da professora regente – Contagem e Probabilidade. De acordo com informações dos alunos e da própria professora, esse conteúdo foi abordado no decorrer do 2º trimestre, ou seja, antes da implementação.

O Problema 4 foi o primeiro problema proposto aos alunos no segundo dia de implementação e a ideia-base a ser priorizada era a correspondência, no entanto, como já mencionado no Problema 3, baseadas em Merli (2022), deixamos de considerar a correspondência como ideia-base de função e, desse modo, para analisar os registros dos alunos, identificamos a mobilização das ideias-base de *dependência* e *regularidade.*

A *dependência* surge a partir da correspondência, quando os alunos identificam que o conjunto solução depende do número de elementos dos conjuntos que representam as partes. A *regularidade* é estabelecida quando da identificação de que, para cada uma das camisetas, formam-se o mesmo número de pares na correspondência com cada um dos shorts e que o conjunto solução pode ser obtido somando-se os pares formados ou, de maneira mais rápida, multiplicando-se o número de camisetas pelo número de shorts.

Embora o problema contasse com apoio visual, representando as 5 camisetas e os 3 shorts, no qual os alunos poderiam determinar a solução fazendo a correspondência entre as camisetas e os shorts, nenhuma dupla com estudante autista indicou a correspondência explicitamente, como vemos a seguir.

Por conter apenas uma questão, os alunos resolveram esse problema relativamente mais rápido do que os demais, no entanto, D1 apresentou como resposta “5 conjuntos” e, conforme a Quadro 26, no campo destinado à explicação de como encontraram o total de conjuntos, verifica-se que não houve compreensão da situação, e nem ao que foi solicitado.


Expliquem como vocês encontraram o total de conjuntos.
contando o total de short e de camiseta e ver quantos conjuntos da

Pesquisadora: ... se ela combinar cada uma dessas cinco camisetas com cada um desses três shorts, quantos conjuntos diferentes ela vai fazer?
A1: Não sei.
A11: Cinco.
Pesquisadora: Cinco? Será? É isso mesmo? Vocês entenderam?
A pesquisadora continua: Olha, se ela combinar a camiseta branca com o short verde, faz outro conjunto?
A11: Uhum.
Pesquisadora: E agora, se eu pegar essa mesma camiseta com o short rosa?
A11: Outro conjunto.
Pesquisadora: Outro conjunto. E a camiseta vermelha com o short rosa?
A11: Outro conjunto.
Pesquisadora: Outro conjunto também. Agora vejam, será que é só cinco ou dá pra fazer mais conjuntos?
A11: Dá pra fazer mais.

Quadro 26: Resolução de D1, Problema 4 e trechos da entrevista

Fonte: Arquivo de Pesquisa

Incompreensão que fica mais explícita no momento da entrevista, em que as alunas, mesmo com a interferência da pesquisadora, demoraram a compreender a necessidade da correspondência entre um short e uma camiseta para a formação de um conjunto. A partir do excerto da entrevista acima, identifica-se que as alunas de D1 compreenderam a correspondência entre um *short* e uma camiseta para a formação de um conjunto, no entanto, elas não souberam calcular a quantidade, como indica o fragmento abaixo.

Pesquisadora: Quantos?
(silêncio)
A11: Dezoito conjuntos.
Pesquisadora: Dezoito?
A1: Pra mim, acho que é nove.
Pesquisadora: Nove? Por quê?
A1: É que eu contei quantos conjuntos vai ser com esses três shorts. É...
Pesquisadora: Então, para cada shorts a gente tem quantas camisetas?
A1: Cinco.
Pesquisadora: Cinco, porque cada uma dessas camisetas com cada um desses shorts é...
A1 e A11: um conjunto.
Pesquisadora: Um conjunto. Porque se eu pegar esse short, com cada camiseta, são outros conjuntos. E, com o short preto a mesma coisa. Então, quantas camisetas para cada shorts?
A1 e A11: Cinco.
Pesquisadora: E, a gente tem quantos shorts?
A1 e A11: Três.
Pesquisadora: Então vai dar quanto?
A1: Nove conjuntos.
(silêncio)

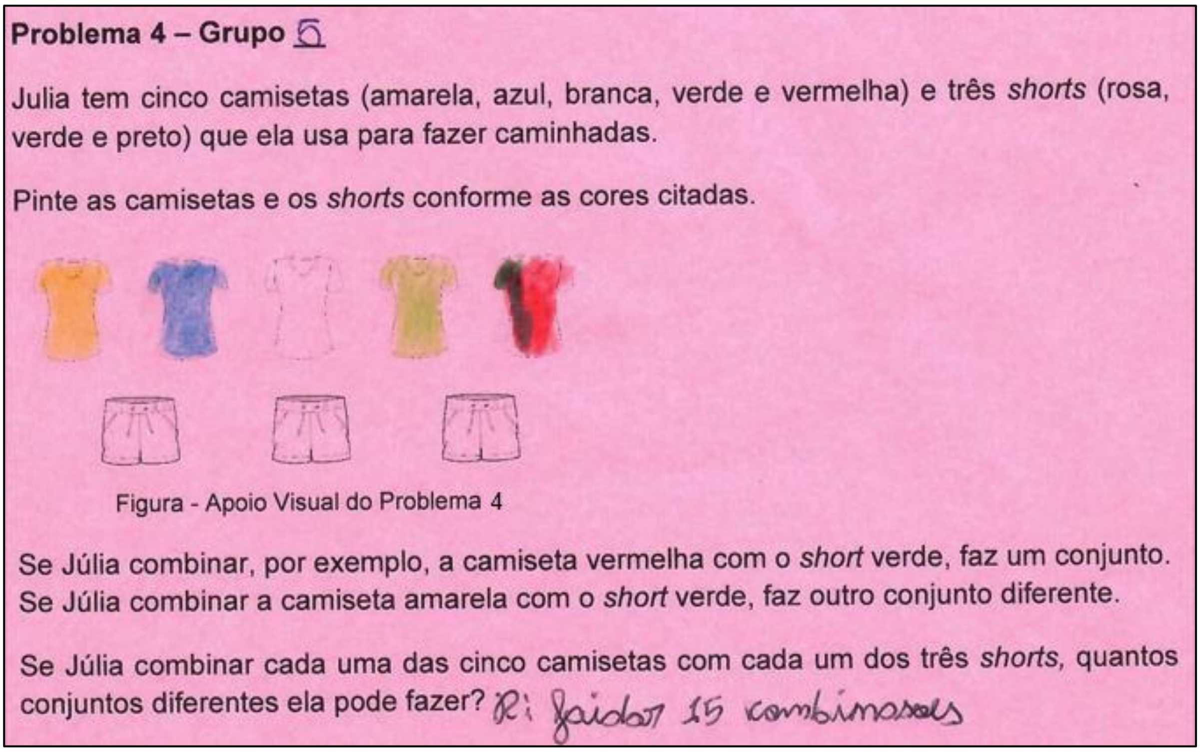
Observa-se que as alunas A1 e A11, mesmo compreendendo que para cada short existe a possibilidade de combiná-lo com cada uma das cinco camisetas, têm dificuldades para determinar o total de combinações. Somente após novas interferências da pesquisadora, a aluna A11 consegue calcular o resultado, de acordo com a continuação da entrevista.

Pesquisadora: Será que são nove?
A11: (a aluna sussurra algumas palavras) O que você acha A1, vinte?
A1: Eu falei que era nove.
Pesquisadora: A A1 está no nove. Olha, então para esse short são cinco conjuntos, não é? (as alunas assentem) Cada camiseta com esse short é um conjunto, certo? Então vai dar cinco, certo? (alunas confirmam) Então, com o short verde, a gente vai ter mais quantos conjuntos?
A11: Mais cinco.
Pesquisadora: Mais cinco. Então, cinco mais cinco é quanto?
A1 e A11: Dez.
A11: Dez com cinco mais cinco, vinte.
Pesquisadora: porque cinco mais cinco, se só tem mais um short?
A11: É!
A1: Vixi! Deu vinte...

A11: Não, aqui A1, cinco, mais cinco aqui e mais cinco aqui, 15.
A1: É, vai dar quinze mesmo.

A aluna A1, conforme o trecho, só se convence de que a resposta não é nove após a explicação da colega, que também demora a compreender a situação do problema. Dessa maneira, inferimos que não houve a mobilização de ideias-base no momento da implementação do problema por D1.

A segunda dupla com aluno autista, D5, indicou adequadamente a resposta para o problema, ainda que apresentassem erros gramaticais, como pode ser observado na Figura 52.


Problema 4 – Grupo 5

Julia tem cinco camisetas (amarela, azul, branca, verde e vermelha) e três *shorts* (rosa, verde e preto) que ela usa para fazer caminhadas.

Pinte as camisetas e os *shorts* conforme as cores citadas.

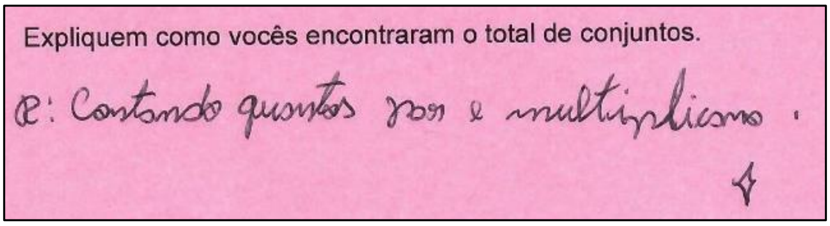
Figura - Apoio Visual do Problema 4

Se Júlia combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o *short* verde, faz um conjunto.
Se Júlia combinar a camiseta amarela com o *short* verde, faz outro conjunto diferente.

Se Júlia combinar cada uma das cinco camisetas com cada um dos três *shorts*, quantos conjuntos diferentes ela pode fazer? R: faidor 15 combinasoes

Figura 52: Resolução de D5, Problema 4
Fonte: Arquivo de Pesquisa

E, a partir da explicação de como encontraram o total de conjuntos (Quadro 27), temos como hipótese que os alunos realizaram a correspondência termo a termo, ou seja, mesmo não evidenciando no apoio visual, fizeram a correlação de cada camiseta com cada short, contando um por um. Essa hipótese confirma-se com a transcrição das entrevistas, também apresentadas no Quadro 27.



A5: Ah, a gente (palavra sem compreensão) tipo, sabe? Esse com esse, sabe?
Pesquisadora: Sei, entendi. Uma camiseta pra... a camiseta amarela com o short verde, assim? Foram fazendo cada camiseta com os shorts?
A5: tipo... é. Daí, tipo... faz... é, vou ter que contar agora pra relembrar qual foi a resposta.

....

A51: A gente foi juntando as... os pares. Deixa eu ver... quantos ia dar.

Quadro 27: Resolução de D5, Problema 4 e trechos da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Embora tenham explicado a correspondência termo a termo, conforme os fragmentos a seguir, eles não souberam explicar o que seria o “multiplicano (*sic.*)”. Conjecturamos que a palavra ‘multiplicando’ tenha sido utilizada de maneira equivocada e queria dizer ‘somando’, referindo-se a contagem dos pares ou, por não considerarem a contagem como solução adequada, sentiram necessidade de indicar uma operação.

Pesquisadora: ... vocês só colocaram a resposta, não falaram como... tá. Mas aqui embaixo, você colocou ‘quantos par e multiplicando’. Mas, esse ‘multiplicando’, o que você iria multiplicar? Tem cinco camisetas e três shorts.
A5: Ah, essa daí, tipo... fazer, foi o A51.
Pesquisadora: Ah, foi o A51. Mas, pra chegar no 15, como será que você ia multiplicar? Ô, a resposta é 15 e tem cinco camisetas e três shorts.
A5: Ah, tipo, no total ia ter oito, cinco camisa e três shorts. Eu acho que ia ser vezes três. Não, pera aí, é... hum, não, acho que não ia ser não.
Pesquisadora: Ô, 5 camisetas e 3 shorts, o resultado é 15.
(silêncio)
A5: Eu acho que ia ser 5 vezes 3.

....

Pesquisadora: vocês foram juntando os pares, os conjuntinhos?
A51: (depois de confirmar, o aluno conclui) ...e depois multiplicamos.
Pesquisadora: Multiplicaram? Mas, o que que vocês multiplicaram, você lembra?
(uma aluna de outra turma interrompe a entrevista)
Pesquisadora: ... não lembra? Não? Mas, olhando aqui os números... o resultado tá certo, é 15 e olhando a quantidade de camisetas... quantas camisetas são?
A51: Cinco.
Pesquisadora: Cinco. E, quantos shorts?
A51: Três.
Pesquisadora: Três. Olhando o número cinco, o número três e o resultado que é 15, que conta será que foi usada aí?
A51: É...
Pesquisadora: Que conta? Que conta?
A51: Multiplicação.
Pesquisadora: Multiplicação. O que, pelo que?
(silêncio)

A51: Uhm... Esse aqui com esse aqui?
Pesquisadora: Isso. Então, quanto que é cinco vezes três?
A51: Quinze.

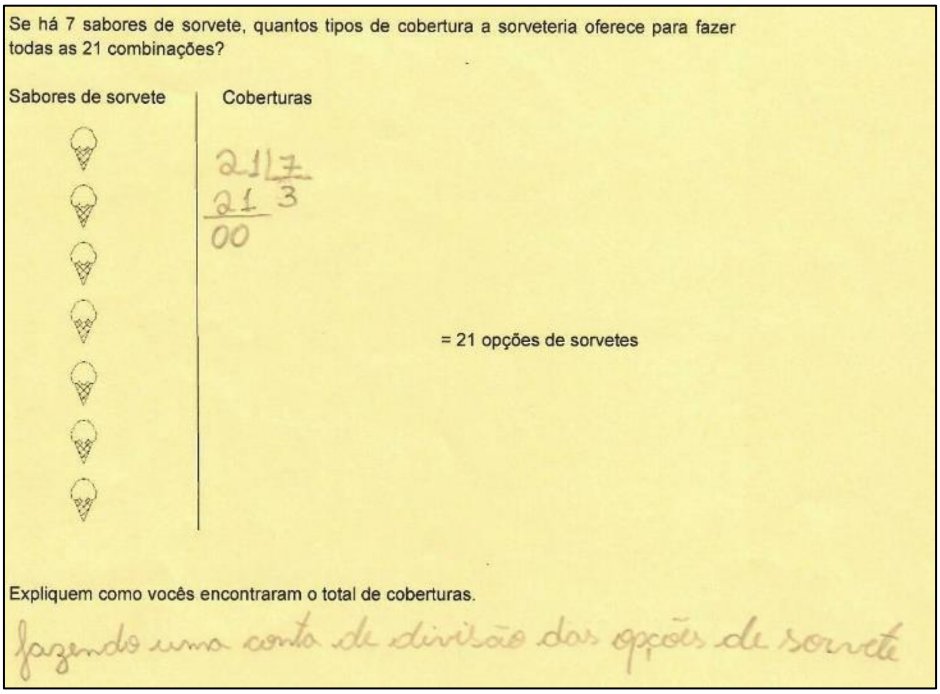
Verifica-se, nos trechos apresentados, que os alunos tiveram dificuldade para identificar a operação '5 x 3' como opção adequada para obter a solução do problema. Conjecturamos também, a partir das análises realizadas, que o embaraço de A5 e A51 pode ser em virtude do nervosismo apresentado por eles durante a realização da entrevista, visto que ambos foram entrevistados individualmente, conforme descrito no início do capítulo. Uma segunda hipótese seria uma possível 'cola' de uma dupla vizinha. Em vista disso, como os estudantes identificaram durante a implementação que o conjunto solução depende da correspondência termo a termo, inferimos que houve a mobilização da ideia-base de *dependência*.

PROBLEMA 5 – SORVETES E COBERTURAS

Classificado como Produto Cartesiano – Combinação, com parte desconhecida, o Problema 5 possibilita a investigação da mobilização das ideias-base de *dependência* e *regularidade.*

Da mesma maneira que no Problema 4, a ideia de *dependência* surge a partir da correspondência, na identificação de que o total de combinações depende do número de elementos dos conjuntos que representam as partes. Já a *regularidade* é mobilizada quando os alunos identificam que, na correspondência com cada sabor de sorvete, para cada uma das coberturas formam-se o mesmo número de combinações e a solução é a soma dessas combinações ou, de maneira mais rápida, é o produto entre o número de sabores de sorvetes e o número de coberturas. Porém, como nesse problema, o valor desconhecido é uma das partes a combinar, o cálculo mais adequado é a divisão, dada pela relação 'Coberturas = Total de Combinações ÷ Sabores de Sorvetes'.

A dupla D1 registrou de forma correta, no campo destinado a representação das coberturas, uma conta de divisão, sem indicar adequadamente qual a resposta para o problema. Durante a entrevista, conforme fragmento do Quadro 28, a aluna A12 indica corretamente a solução.



Se há 7 sabores de sorvete, quantos tipos de cobertura a sorveteria oferece para fazer todas as 21 combinações?

Sabores de sorvete | Coberturas

21 |7
21 3
00

= 21 opções de sorvetes

Explíquem como vocês encontraram o total de coberturas.

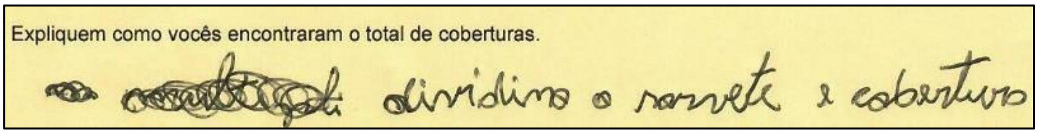
fazendo uma conta de divisão das opções de sorvete

A12: Aqui a gente dividiu 21 com sete, deu três coberturas.

Quadro 28: Resolução de D1, Problema 5 e trecho da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Nos registros apresentados pela dupla, conforme quadro acima, no campo destinado a explicarem como determinaram o total de coberturas, as alunas mais uma vez apenas descrevem a operação utilizada, sem explicar o porquê. Durante a entrevista, as alunas também não explicaram por que utilizaram a divisão. Como a aluna A1 estava um tanto quanto impaciente e sua colega declarou, antes da entrevista, que “não era boa em matemática”, demonstrando dificuldades em explicitar como resolveram os problemas, a pesquisadora não insistiu com as alunas. No entanto, como responderam adequadamente o problema usando a relação ‘Coberturas = Total de Combinações ÷ Sabores de Sorvetes’, inferimos que a dupla mobilizou as ideias-base de *dependência* e *regularidade*.

De acordo com os fragmentos da entrevista a seguir (Quadro 29), a segunda dupla com aluno autista, D5, respondeu, conforme o aluno A5, por tentativa e erro, utilizando a correspondência termo a termo. No entanto, seu colega A51 deu uma resposta mais próxima ao registrado pela dupla durante a implementação.



Expliquem como vocês encontraram o total de coberturas.

dividimo o sorvete e cobertura

A5: É, eu desenhei, mas eu... eu apaguei.
(...)
A5: É, 3 coberturas, eu ia... é, tipo, eu desenhava 2 coberturas e daí eu via as combinações, entendeu? (a pesquisadora acena que sim) tipo, aqui tem... era 7 vezes 2, vezes 3, sabe?

....

Pesquisadora: ... qual que foi a resposta de vocês?
A51: Três.
Pesquisadora: Três. Por quê?... lembra a continha que foi feita aqui?
A51: A gente... acho que a gente dividiu a... os sorvetes e as opções.
Pesquisadora: É? Então, você disse os sorvetes pelas opções. Sete dividido por 21 ou 21 dividido por 7?
A51: Acho que 21 dividido por 7.

Quadro 29: Resolução de D5, Problema 5 e trechos da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Entende-se, por meio da resposta escrita e da explicação dos alunos, que a partir da identificação da *regularidade*, encontraram a quantidade de coberturas que, na correspondência com os sabores, resultava nas 21 opções de sorvetes. E, conjecturamos que em seguida, dividiram as opções de sorvete pelas coberturas para validar a resposta. Dessa maneira, inferimos que D5 mobilizou, além da *regularidade*, a ideia de *dependência*, pois, na fala de A5, identifica-se que eles compreendem que o total de combinações depende da quantidade de sabores de sorvete e do número de coberturas e, variando-se o número de coberturas, varia-se proporcionalmente o total de combinações.

Verifica-se uma evolução das alunas de D1 nesse problema, se comparado ao problema anterior. Identificamos, por meio das análises, que a dupla costuma ter bom desempenho nos problemas em que a divisão é a operação mais rápida para determinar a solução, mostrando compreensão tanto do algoritmo quanto das ideias a ele associadas, o que vai na contramão das demais duplas, que, como já descrevemos, costumam encontrar dificuldades nessas situações.

O quadro a seguir apresenta o desempenho das duplas com estudantes autistas quanto a mobilização das ideias-base de Função nos problemas de Produto Cartesiano.

Problemas / Ideias-base	Problema 3				Problema 4	Problema 5
	A	B	C	D		
Dependência	D1, D5	D1, D5	D5	D5	D5	D1, D5
Regularidade	D5	D5	D5	D5	-	D1, D5
Variável	-	-	-	-	-	-
Generalização	-	-	-	-	-	-

Quadro 30: Ideias-base Mobilizadas pelas duplas com estudante autista nos Problemas de Produto Cartesiano.

Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se, a partir do Quadro 30, que a dupla D5 teve melhor desempenho nos Problemas de Produto Cartesiano, comparado a dupla D1 e, embora o Problema 5 seja de combinação com parte desconhecida, o que o torna, de acordo com Gitirana *et al.* (2014), mais complexo para os alunos, os resultados mostram que as duplas com estudante autista tiveram melhor desempenho nesse, comparado ao Problema 4.

4.3.2 Duplas sem estudantes autistas

Os problemas classificados como de Produto Cartesiano, particularmente os Problemas 3 e 4, foram mais difíceis para as duplas e o trio. Na sequência apresentamos a análise desses problemas, bem como conjecturamos as possíveis causas para as dificuldades apresentadas.

PROBLEMA 3 - QUADRA DE VOLEIBOL E FUTSAL

De forma geral, sete duplas responderam satisfatoriamente as questões do Problema 3 e quatro duplas e o trio não obtiveram sucesso, sendo que a maior fragilidade dos alunos parece estar na consolidação do conceito de área, como veremos a seguir.

Na questão “a”, as duplas D3, D6, D7, D8, D9, D10 e D12 indicaram corretamente a área da quadra de voleibol. Destas, apenas D9 apresentou somente a resposta. As demais duplas utilizaram o algoritmo tradicional da multiplicação para obter a resposta e D12 usou também a multiplicação na horizontal, como mostra a Figura 53, indicando a unidade de medida para metro quadrado ao lado desta operação.

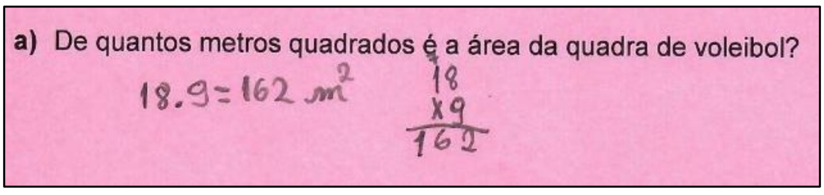
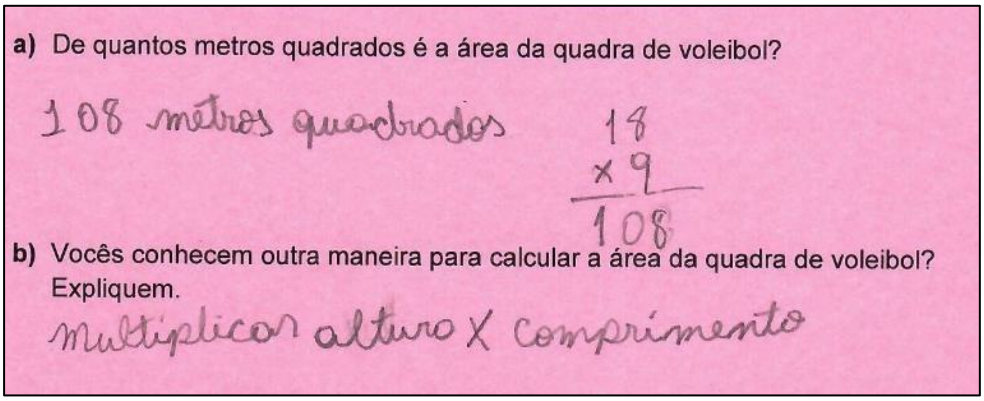


Figura 53: Resolução de D12, questão “a”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

As duplas D2, D4, D11, D14 e o trio T13 não responderam adequadamente a questão “a”. Porém, D14 mostra compreender como se calcula a área de um retângulo e o equívoco está na operação, como pode ser analisado na Figura 54.


a) De quantos metros quadrados é a área da quadra de voleibol?

108 metros quadrados

18
x 9
108

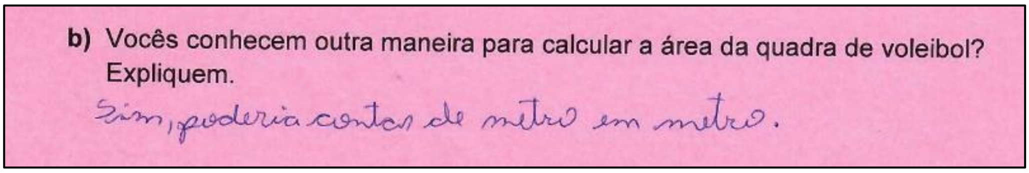
b) Vocês conhecem outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem.

multiplicar altura X comprimento

Figura 54: Resolução de D14, questões “a” e “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se, nas respostas apresentadas por D14, nas questões “a” e “b”, algo similar ao que D12 apresentou na questão “a”. Conjecturamos que, para estes alunos, a multiplicação na horizontal é diferente da operação de multiplicação realizada na vertical. A dupla D12 indicou, na questão “b”, ‘não’ conhecer outra maneira para calcular a área e, na questão anterior, como já reportado acima, duas formas diferentes de multiplicação, evidenciando a hipótese de que os alunos entendem que as duas maneiras de indicar a multiplicação são operações distintas e que a forma ‘correta’ de calcular área é utilizando a relação na horizontal.

Com respeito à questão “b”, as duplas D3, D6, D7, D8, D9 e D10 indicaram, como outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol, contar os quadradinhos, conforme apontado por D7, na Figura 55.


b) Vocês conhecem outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem.

Sim, poderia contar de metro em metro.

Figura 55: Resolução de D7, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Compreendemos que a resposta apresentada por D7, “contar de metro em metro”, refere-se a contagem dos quadradinhos utilizando o apoio visual.

A partir das respostas apresentadas, inferimos que D3, D6, D7, D8, D9 e D10 mobilizaram adequadamente, nas questões “a” e “b”, a ideia de *dependência*. Na entrevista, é possível observar que o aluno A62 compreende a validade da relação "Área = Altura x Comprimento", conforme excerto a seguir.

Professora: Como que vocês pensaram esse daqui pra resolver?
A62: Ah, é o cálculo de área né, a base vezes a altura.
Pesquisadora: O que fizeram aqui, 18 x 9... ou 9 x18, 162, isso?
A62: Isso, o dezoito é a base e o 9 é a altura.

No fragmento apresentado, o aluno A62 generaliza oralmente a relação para o cálculo de área, indicando compreender a correspondência entre a fórmula e suas respectivas medidas.

Das duplas que não apresentaram resposta satisfatória para a questão "a", a dupla D2 (Figura 56) indica dois resultados diferentes para a questão "a", ambos incorretos. No entanto, a dupla informa o procedimento utilizado (contagem dos quadradinhos).

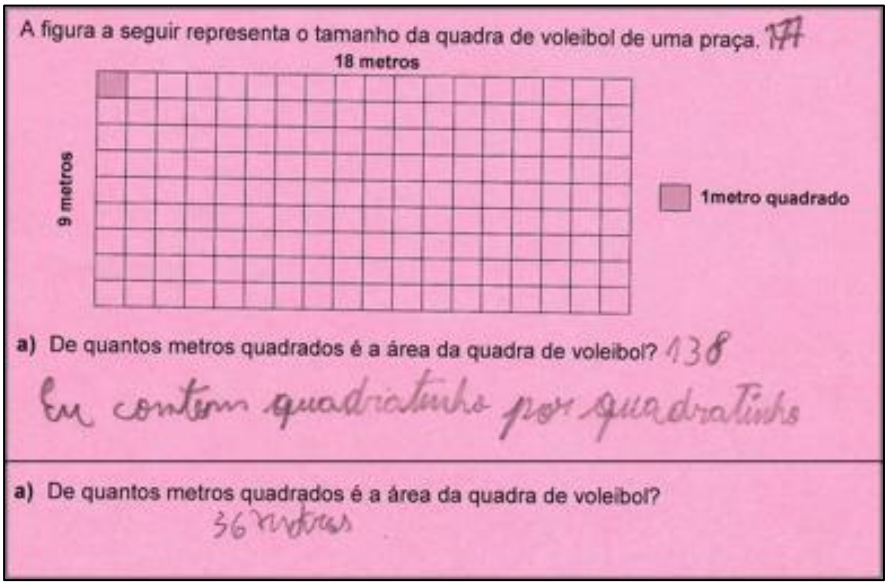
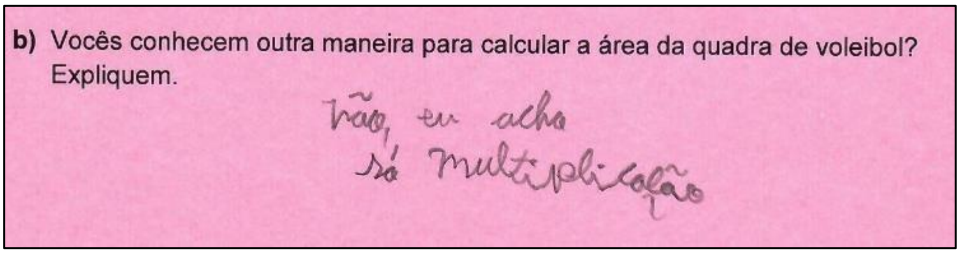


Figura 56: Resolução de D2 e D11, respectivamente, questão "a"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Já D11, de acordo com a imagem acima, apresenta somente a resposta, e incorreta. E, para a questão "b", D2 não apresenta resposta adequada e D11 aponta, conforme mostra a Figura 57, a operação utilizada, porém, sem apresentar cálculo.


b) Vocês conhecem outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem.

Não, eu acho
só multiplicação

Figura 57: Resolução de D11, questão “b”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Durante a entrevista, de acordo com o excerto a seguir, o aluno A111 explica como determinar a área, mostrando conhecer a relação “Área = Altura x Comprimento”, embora não tenham apresentado resposta adequada.

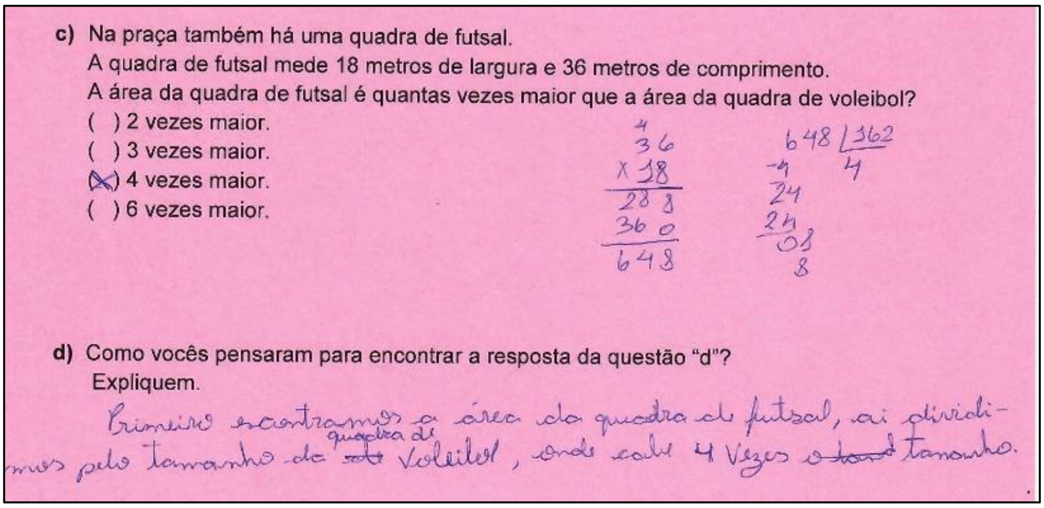
A111: É base vezes altura, daí você calcula é... de... multiplicação.
Pesquisadora: Isso, multiplicação. Será que tá correto o resultado aqui?
A111: (risos) Não sei...
(...)
A111: Eu não tenho cálculo mental muito bom, daí.
Pesquisadora: Então, seria nove vezes...?
A111: Dezoito.

O aluno A22 da dupla D2, durante a entrevista, também indica adequadamente duas maneiras de se calcular área, conforme fragmento a seguir.

A22: Eu contei por fileira.
(...)
A22: Dá pra fazer de vezes. Dá pra fazer quantas fileiras tem pelo número de quadradinhos em cada fileira.

Dessa maneira, supomos que as duplas D2 e D11 mobilizaram, ao responder as questões “a” e “b”, a ideia de *dependência* e o aluno A22 mobilizou, durante a entrevista, a ideia-base de *regularidade*.

Na questão “c”, que pedia pela comparação entre as áreas das duas quadras (de voleibol e de futsal), as duplas que obtiveram êxito foram D3, D6, D7, D8, D10 e D12, assinalando corretamente a razão entre a área das duas quadras. Destas, somente D6, D7 e D8 indicaram adequadamente os cálculos utilizados. Em outras palavras, apresentaram o cálculo da área da quadra de futebol (36 x 18) e a multiplicação ‘162 x 4 = 648’ para determinar a razão entre as duas quadras, conforme mostra a Figura 58 com a resolução de D7.


c) Na praça também há uma quadra de futsal.
A quadra de futsal mede 18 metros de largura e 36 metros de comprimento.
A área da quadra de futsal é quantas vezes maior que a área da quadra de voleibol?
( ) 2 vezes maior.
( ) 3 vezes maior.
(X) 4 vezes maior.
( ) 6 vezes maior.

36
x 18
288
360
648

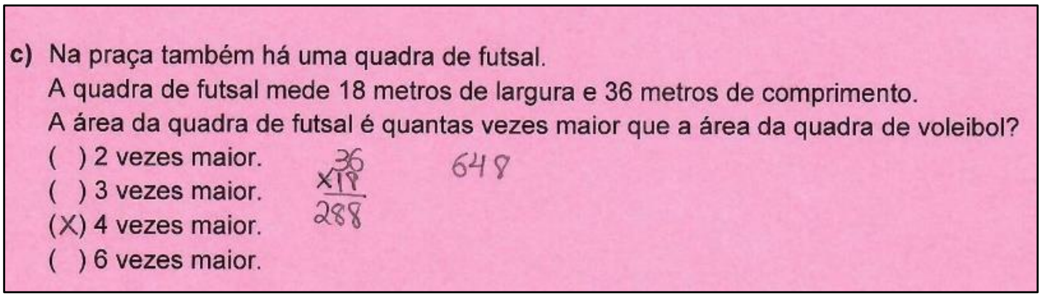
648 | 162
4

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão "d"?
Expliquem.
Primeiro encontramos a área da quadra de futsal, ai dividimos pelo tamanho da quadra de voleibol, onde cabe 4 vezes o tamanho.

Figura 58: Resolução de D7, questões "c" e "d"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Por meio da imagem acima, verifica-se que D7 descreve apropriadamente, na questão "d", os passos seguidos para a obtenção da resposta na questão anterior. Dessa maneira, é possível depreender que os alunos de D7 mobilizaram satisfatoriamente as ideias-base de *dependência* e *regularidade*. Os alunos de D6 e D8 também mobilizaram a *dependência* e a *regularidade.*

Ainda na questão "c", D4 assinalou corretamente a alternativa '4 vezes maior', que se refere a razão entre a área das duas quadras. No entanto, temos como hipótese que D4 pode ter obtido a resposta com outra dupla ou, simplesmente, ter 'chutado' a resposta, como pode ser visto na Figura 59.


c) Na praça também há uma quadra de futsal.
A quadra de futsal mede 18 metros de largura e 36 metros de comprimento.
A área da quadra de futsal é quantas vezes maior que a área da quadra de voleibol?
( ) 2 vezes maior.
( ) 3 vezes maior.
(X) 4 vezes maior.
( ) 6 vezes maior.

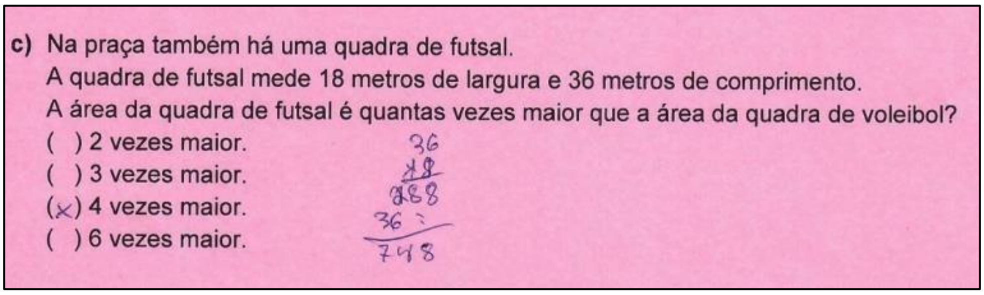
36
x18
288

648

Figura 59: Resolução de D4, questão "b"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A dupla não respondeu adequadamente às outras questões do Problema 3 e, conforme imagem acima, apesar de indicar a operação de multiplicação corretamente, não a conclui, indicando o resultado da operação ao lado.

A dupla D14 seguiu corretamente o mesmo raciocínio de D7, entretanto, indicou como resposta a alternativa "6 vezes maior", devido ao erro cometido ao calcular a área da quadra de voleibol, conforme mostrado anteriormente na Figura 54. E D3, como pode ser observado na Figura 60, indicou somente a multiplicação '36 x 18', obtendo erroneamente 748.



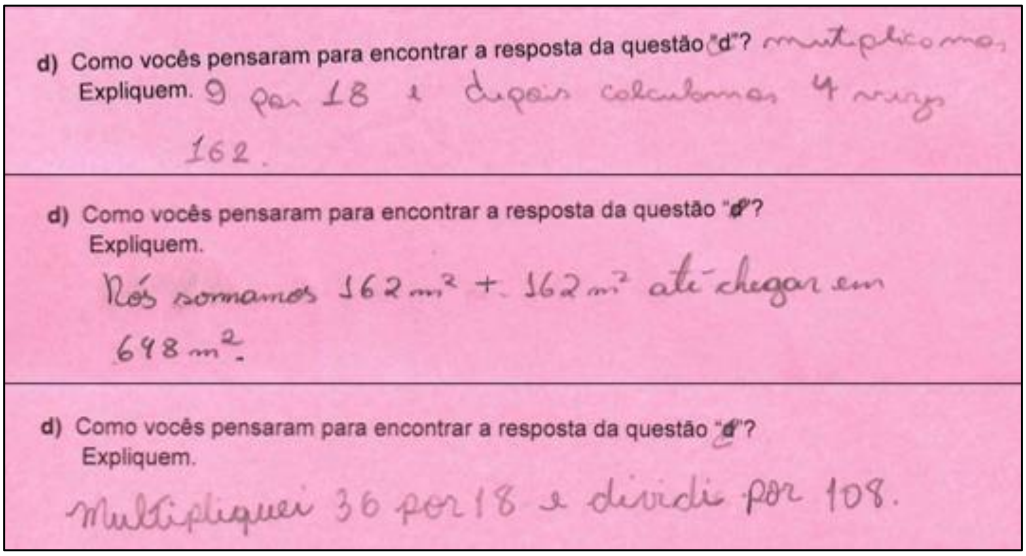
c) Na praça também há uma quadra de futsal.
A quadra de futsal mede 18 metros de largura e 36 metros de comprimento.
A área da quadra de futsal é quantas vezes maior que a área da quadra de voleibol?
( ) 2 vezes maior.
( ) 3 vezes maior.
(x) 4 vezes maior.
( ) 6 vezes maior.

36
x18
288
36 +
748

Figura 60: Resolução de D3, questão "c"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

O equívoco está na construção do algoritmo e no resultado da adição, pois posicionaram errado o 36 abaixo do 288 e conjecturamos que, na hora de adicionar, os alunos baixaram o oito, depois somaram oito mais seis, que deu 14 e erraram ao fazer a soma de '3 + 2 +1', colocando sete e não seis.

Na questão "d", além de D7, as duplas D10, D12 e D14 também registraram adequadamente o procedimento utilizado na questão anterior, como pode ser observado na Figura 61.



d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão "d"? multiplicamos
Expliquem. 9 por 18 e depois calculamos 4 vezes
162.

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão "d"?
Expliquem.
Nós somamos 162 m² + 162 m² até chegar em
648 m².

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão "d"?
Expliquem.
Multipliquei 36 por 18 e dividi por 108.

Figura 61: Resolução de D10, D12 e D14, respectivamente, questão "d"
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se mais uma vez, na Figura 61, a dificuldade que os alunos têm (nesse caso, das duplas D10 e D12) em identificar a divisão como uma operação possível. De acordo com Gitirana *et al.* (2014), esse tipo de situação, Comparação Multiplicativa com relação desconhecida, em que se deve realizar uma divisão, é complexa para os alunos e, mesmo ao final do Ensino Fundamental, “[...] o desempenho dos estudantes situa-se entre médio e bom” (p. 53). Verifica-se ainda que D14 apresentou adequadamente o raciocínio utilizado, no entanto, indicou erroneamente a divisão por 108, ao invés de 162.

Assim, a partir das respostas apresentadas na questão “d”, entendemos que D7, D10, D12 e D14 mobilizaram as ideias-base de *regularidade* e *dependência*. Na questão “d”, D6 e D8 não indicaram satisfatoriamente o procedimento usado para determinar a resposta da questão anterior. “Multiplicando” foi a resposta apresentada por D6 e, de acordo com o seguinte trecho, extraído da transcrição da entrevista, os alunos utilizaram tentativa e erro.

A62: Ah, é por causa que a gente fez no caderno, a gente foi multiplicando esse daqui (se refere a área da quadra de voleibol) até chegar nesse daqui (se refere a área da quadra de futsal).
Pesquisadora: Uhm, pra ver, daí, quantas vezes o 162...
A62: A gente fez 162 vezes 3, daí vezes 4, que daí a gente achou o resultado.
A61: Foi até achar o resultado.

A dupla D8 respondeu “multiplicando e dividindo por 4”, como pode ser visto na Figura 62. Porém, na questão “c” a dupla não indicou a divisão, somente a multiplicação.

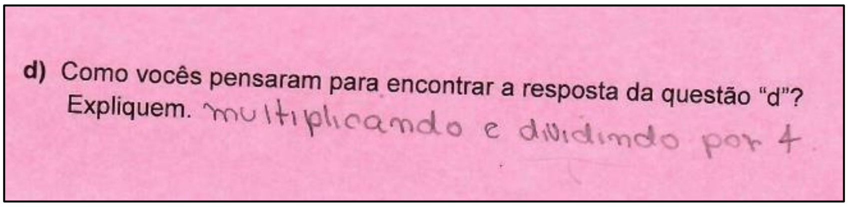

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão “d”? Expliquem. multiplicando e dividindo por 4

Figura 62: Resolução de D8, questão “d”
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Durante a entrevista, a pesquisadora questionou os alunos sobre a possibilidade de haver outra forma de resolver a questão “c”, como pode ser acompanhado no fragmento a seguir.

Pesquisadora: ... a pergunta era quantas vezes essa quadra aqui é maior que essa.
A81: Ah, 4 vezes maior.
A82: Porque aqui, olha, é... 162 vezes 4, tipo multiplicação. Daí dá 4 vezes o tamanho.
Pesquisadora: E, tinha outro jeito de encontrar essa resposta, 4 vezes?
A82: Acho que somando.
Pesquisadora: Somando o quê daí?
A82: Cento e sessenta e dois, no caso, colocando 4 vezes e somando, acho que ficaria 648 também.
Pesquisadora: Uhum. Mas, ainda tem uma outra conta que poderia usar aqui.

A82: Acho que multiplicação não, multiplicação teria que fazer mesmo pra encontrar o valor.
Pesquisadora: Então, aqui daria pra dividir, a área dessa pela área... dessa, que chegaria no... 4 como resposta.
A82: Sim, também. Acho que fiz isso em outra folha e por isso coloquei o 4 ali, se não me engano.
Pesquisadora: É, vocês até colocaram aqui, olha.
A82: É, acho que fiz isso, no 4 (risos)

No excerto apresentado, evidencia-se novamente a fragilidade dos alunos para reconhecer a divisão como uma operação adequada para encontrar o escalar que determina a razão, que nesse caso é entre a área da quadra de voleibol e a área da quadra de futsal. Problema semelhante também é evidenciado pela dupla D6, em que o aluno A62 apresenta, com hesitação, a divisão como opção, conforme recorte da entrevista abaixo.

Pesquisadora: Ok, mas, vocês sabem que poderiam fazer de outra forma? Que outra conta?
A61: Aqui, eu não vejo outra forma. Que outro tipo de conta que poderia fazer.
A62: Não é só dividir esse daqui (área da quadra de futsal) pelo valor desse aqui (área da quadra de voleibol)? Tipo, 648 dividido por 162?
Pesquisadora: E aí, o que você...
A62: Ou... não... ficaria... acho que... não daria certo.
Pesquisadora: O que você acha A21?
A61: Acho que aqui é a única conta que..., é o que eu penso agora, única conta que poderia fazer.

A partir das respostas apresentadas por D6 e D8, pressupomos que os alunos mobilizaram, nas questões “c” e “d”, as ideias-base de *dependência* e *regularidade*, esta última mobilizada na comparação entre as áreas das duas quadras. Em relação as duplas D2, D9 e D11, além do trio T13, estas não responderam adequadamente as questões “c” e “d” e, durante as entrevistas, não identificamos indícios da mobilização de ideias-base de função.

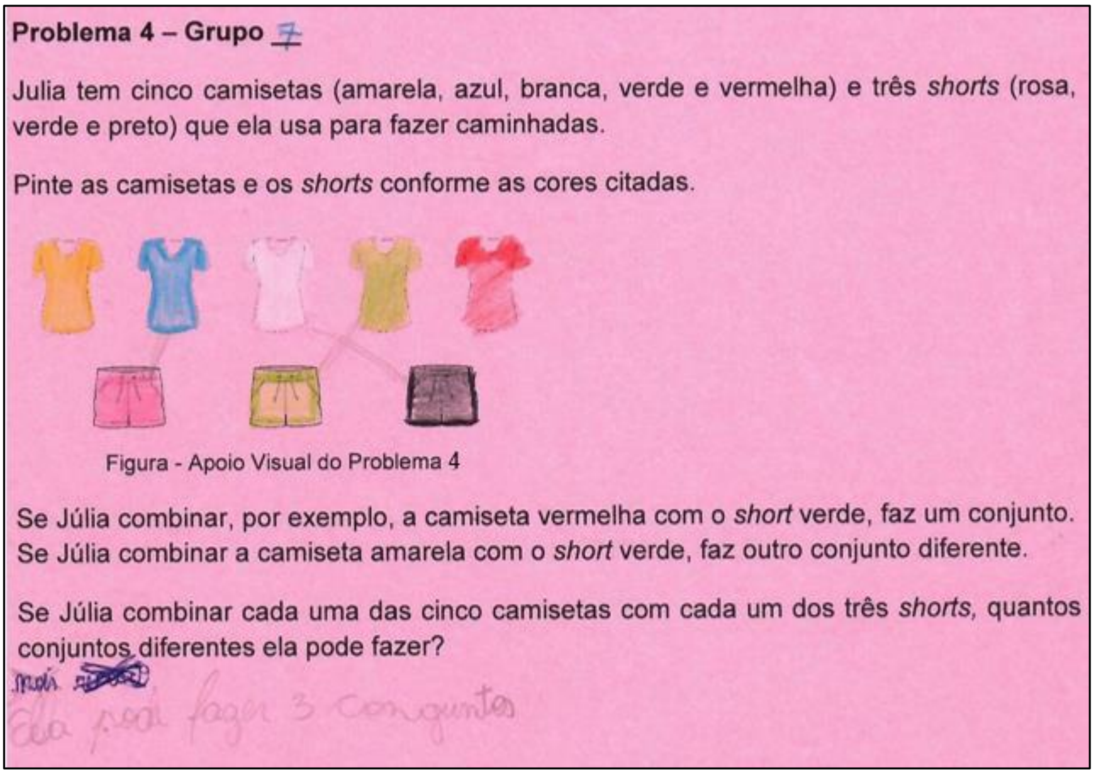
Constatamos, a partir da análise do Problema 3, como já havíamos identificado nos Problemas 1 e 2, que os alunos têm dificuldades para explicar, tanto por escrito quanto verbalmente, como pensam para resolver as questões apresentadas, ou seja, a *forma predicativa* não atinge a *forma operatória* do conhecimento, como indica Vergnaud (2009b).

Também identificamos, na análise do Problema 3, que a maioria das duplas (nove das 14 duplas, dentre elas uma de estudante autista) reconhecem como forma mais eficaz para o cálculo de área de um retângulo a relação ‘altura x comprimento’ e, das cinco duplas que não obtiveram êxito nos cálculos de área, duas utilizaram o método da contagem dos quadradinhos. Dentre essas duplas, está a da estudante autista, que afirmou, durante a entrevista, não ter consolidado o conceito de área.

PROBLEMA 4 – CONJUNTOS DE SHORTS E CAMISETAS

O Problema 4 contava com apoio visual, representando as 5 camisetas e os 3 shorts, o qual os alunos poderiam utilizar para determinar a solução fazendo a correspondência entre as camisetas e os shorts. Porém, apenas uma das 12 duplas agora analisadas utilizou o apoio visual para indicar a resposta, por meio da correspondência entre os elementos dos conjuntos e somente nove indicaram adequadamente a solução, como veremos a seguir.

As duplas que não indicaram adequadamente a solução para o Problema 4 foram D7, D9 e D10 e, das 14 duplas colaboradoras, somente D7 usou o apoio visual para fazer a correspondência entre os shorts e as camisetas, e a fez de maneira equivocada, como pode ser observado na Figura 63.



Problema 4 – Grupo 7

Julia tem cinco camisetas (amarela, azul, branca, verde e vermelha) e três *shorts* (rosa, verde e preto) que ela usa para fazer caminhadas.

Pinte as camisetas e os *shorts* conforme as cores citadas.

Figura - Apoio Visual do Problema 4

Se Júlia combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o *short* verde, faz um conjunto. Se Júlia combinar a camiseta amarela com o *short* verde, faz outro conjunto diferente.

Se Júlia combinar cada uma das cinco camisetas com cada um dos três *shorts*, quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?

Ela pod fazer 3 conjuntos

Figura 63: Resolução de D7
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A dupla não compreendeu que cada short poderia ser relacionado com cada uma das camisetas, o que nos conduz a conjecturar que houve incompreensão ou falta de atenção ao ler o enunciado do problema.

Ainda em relação às duplas que não determinaram adequadamente a solução para o problema, D9 explicou que contaram “cada roupa como conjunto até chegar no resultado”, conforme a Figura 64.

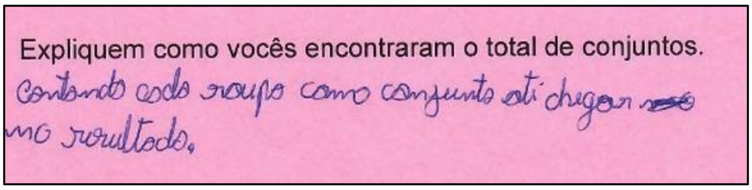
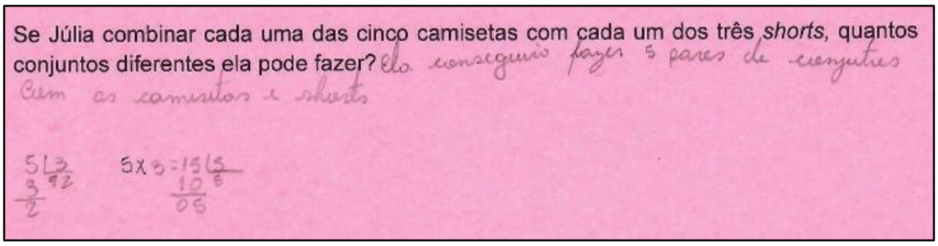

Expliquem como vocês encontraram o total de conjuntos.
Contando cada roupa como conjunto até chegar no resultado.

Figura 64: Resolução de D9
Fonte: Arquivo de Pesquisa

E D10 indicou “5 pares” como resposta (Figura 65), apresentando duas operações incorretas de divisão, evidenciando uma vez mais a dificuldade que os alunos têm em relação ao algoritmo e à conceitualização.


Se Júlia combinar cada uma das cinco camisetas com cada um dos três *shorts*, quantos conjuntos diferentes ela pode fazer? Ela conseguiu fazer 5 pares de conjuntos com as camisetas e shorts

5X3=15

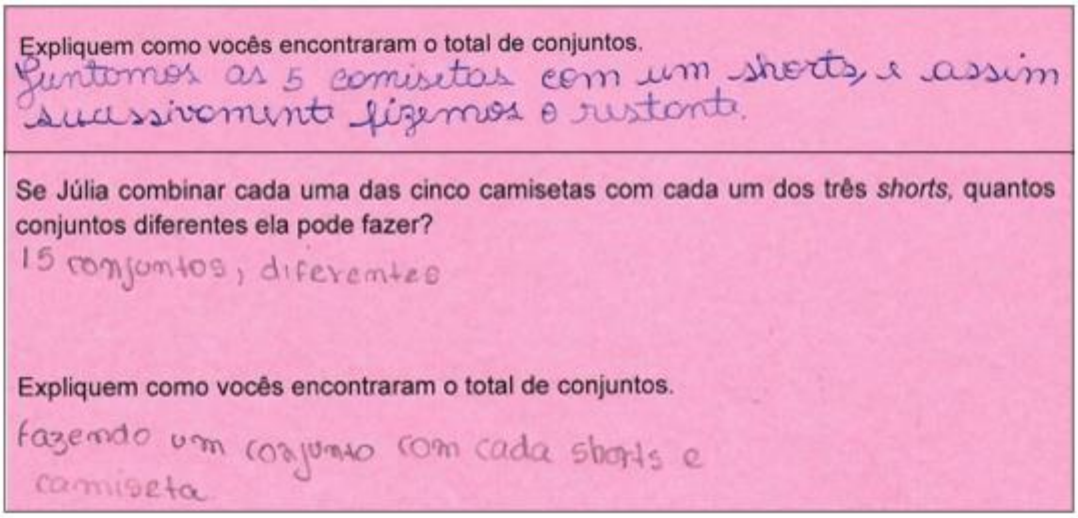
Figura 65: Resolução de D10
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se, a partir da imagem, que a dupla realizou corretamente a multiplicação “5x3” e, depois, dividiu o resultado por 5, como se quisessem tirar a prova real, porém, não obtiveram êxito nessa operação e a solução que indicaram refere-se, possivelmente, ao quociente dessa divisão.

As soluções apresentadas por D7, D9 e D10 mostram que não houve compreensão do problema proposto, o que corrobora com os resultados apontados por Pessoa e Borba (2009) e, também identificados por Silva (2021), de que, nesses casos, os alunos realizam operações inadequadas, ao utilizar os números que estão no enunciado do problema.

De acordo com Vergnaud (2017, p. 20), a mediação do professor desempenha papel indispensável na conceitualização e “O primeiro ato de mediação é a apresentação de situações”. Nesse sentido, é importante propor aos alunos uma variedade de problemas que abordem as diferentes classes do campo das estruturas multiplicativas e, assim, avaliamos que a inserção do Problema 4 foi positiva, apesar de que poderiam ser propostos questionamentos que melhor possibilitassem a identificação das ideias-base, pois é o professor quem “[...] identifica e seleciona a informação pertinente e como dela fazer uso” (Vergnaud, 2017, p. 20).

As duplas D2, D3, D6, D11, D12, D14 e T13 responderam adequadamente ao que era solicitado no Problema 4, utilizando a multiplicação ‘5 x 3’ e indicando mobilizar a ideia-base de *dependência*. Já as duplas D4 e D8, que também indicaram adequadamente a solução, não utilizaram a multiplicação ‘5 x 3’. Conforme a Figura 66, as duplas usaram a correspondência termo a termo.


Expliquem como vocês encontraram o total de conjuntos.
Juntamos as 5 camisetas com um shorts, e assim sucessivamente fizemos o restante.

Se Júlia combinar cada uma das cinco camisetas com cada um dos três *shorts*, quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?
15 conjuntos, diferentes

Expliquem como vocês encontraram o total de conjuntos.
fazendo um conjunto com cada shorts e camiseta

Figura 66: Resolução de D4 e D8, respectivamente, Problema 4
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Segundo a Figura 66, as duplas constataram que, na correspondência com cada um dos *shorts*, para cada uma das camisetas forma-se o mesmo número de conjuntos e o conjunto solução pode ser obtido somando-se esses conjuntos, mobilizando as ideias de *dependência* e *regularidade*.

No entanto, de acordo com o excerto abaixo, extraído da entrevista, a dupla D8 explica que, a partir da correspondência das camisetas com cada um dos shorts, utilizaram a multiplicação.

A82: a gente fez de cabeça mesmo, porque se a gente pensasse assim, olha, cinco blusas dá pra usar com 1 short, então cada um cinco, cinco shorts (a aluna diz shorts ao invés de conjuntos) então 3 vezes 5, dá 15, então a gente pensou assim.
Pesquisadora: Isso, continha de vezes então vocês fizeram?
A81: Sim.

Das duplas que apresentaram a operação de multiplicação, os alunos de D2 mostraram, durante a entrevista, dificuldade para lembrar e explicar como pensaram para resolver o problema 4, conforme o fragmento a seguir.

Pesquisadora: ... é o número 15?
A21: É.
Pesquisadora: Tá certo. E, como que vocês pensaram pra encontrar a resposta correta? (silêncio) Vocês explicaram aqui que conta fizeram... (silêncio dos alunos e muito barulho externo). Só relembrando a situação, ela tem três shorts e 5 camisetas e pode combinar com...
A22: Com uma camiseta.
Pesquisadora: Então, formam quantos conjuntos pra cada short?
A22: Cinco.
Pesquisadora: Cinco conjuntos com cada shorts, então, são quantos conjuntos? (silêncio) São 5 conjuntos pra cada short, 5 pra esse, 5 conjuntos pra esse outro e...?
A22: Cinco com esse.
Pesquisadora: E cinco com esse, então no total vai dar...? Quantas vezes?
A22: Ahn... três de cinco.
Pesquisadora: Isso, três vezes cinco, porque são três shorts, vezes o cinco, que são... quantas camisetas?
A22: Cinco.
Pesquisadora: Vezes 5, porque são cinco camisetas. Alguma coisa pra falar, alguma dificuldade nesse ou...
A22 e A21: Não.
Pesquisadora: Tentando lembrar como você pensou?
A22: Acho que já pensei de cara que era três vezes cinco. Eu acho, né.

Constata-se, a partir do trecho apresentado, que houve uma tentativa, por parte da pesquisadora, de que os alunos de D2 identificassem a *regularidade*, com questionamentos direcionados, no entanto, sem muito sucesso. Cabe mencionar que, assim como D5, os alunos de D2 também se mostraram nervosos no decorrer da entrevista, o que pode ter contribuído para a falta de respostas ou, ainda, a falta de respostas pode ter sido em decorrência de não recordarem o que fizeram, gerando nervosismo. Outra dupla que não soube explicar, com pouca certeza do que fizeram, foi D11, conforme o excerto abaixo.

A111: Eu peguei, que tem 5 camiseta, daí eu fiz multiplicação, por causa dos 3 shorts, daí deu 15.
Pesquisadora: Mas, porque, porque multiplica esse 5 vezes o 3, aqui? Qual que é a ideia que você acha que dá certo a multiplicação?
A111: Eu acho que...por causa que... tipo... tava pedindo pra fazer o negóc... o resultado, aí eu tive que somar, por causa que muito menor os shorts e maior as camisetas.

O aluno A111 também se mostrava demasiado nervoso no momento da entrevista, apresentando voz trêmula e mãos inquietas, conforme registros do Diário de Bordo da pesquisadora. Consideramos que, tanto os alunos de D2 quanto de D11, podem ter recordado os problemas trabalhados pela professora regente, e, apesar disso, não desenvolverem a compreensão do raciocínio subjacente na resolução. Dessa maneira, só foi possível identificar, em ambas as duplas, a ideia de *dependência*.

Conforme informado durante as análises das duplas com estudante autista, a professora regente havia trabalhado o conteúdo de Análise Combinatória com a turma colaboradora. E, durante a entrevista, o aluno A62 confunde o Problema 4 com outro problema apresentado anteriormente pela professora, conforme excerto abaixo.

A62: Essa daí você explicou no quadro, eu acho. Você ou a outra professora... que você pega quantos conjuntos de camisetas tem e quantos conjuntos de shorts tem e multiplica, esse daqui (camisetas) por esse daqui (shorts). Não lembro se foi você ou a professora XXXX.
Pesquisadora: Não, eu não fui. Foi a prof. XXXX, então.
A61: Acho que não! Essa daí é muito fácil, por que é só... tipo assim, tem 5 camisetas e 3 shorts, então, cada shorts é 5 combinações.

Após a entrevista, a pesquisadora questionou a professora regente sobre uma possível correção com os alunos dos problemas do instrumento de pesquisa, todavia, a professora garantiu que não o fez, afirmando ter trabalhado recentemente com problemas similares.

A partir do fragmento anterior da entrevista e dos registros apresentados por D6, supomos que os alunos mobilizaram as ideias-base de *dependência* e *regularidade*. O aluno A62 também mobiliza, durante a entrevista, a ideia de *generalização* ao indicar adequadamente que, para obter a solução, deve-se multiplicar o número de elementos do conjunto das camisetas pelo número de elementos do conjunto dos *shorts.*

Conforme as análises, a ideia-base que mais se evidencia no Problema 4, a partir das respostas das duplas, é a *dependência*, seguida pela *regularidade.* A *generalização*, só foi manifestada pelo aluno A62 durante a entrevista e, a *variável*, não foi possível identificá-la.

Analisamos que as demais ideias-base poderiam ser identificadas adicionando, tanto no enunciado do problema quanto na entrevista, questões que as favorecessem. Contudo, como citado na análise do problema anterior, não pensamos em elaborar tais questionamentos, o que gerou alguns hiatos na realização da análise.

PROBLEMA 5 – SORVETES E COBERTURAS

Das duplas sem aluno autista, somente D10 não apresentou resposta adequada para o Problema 5. Das duplas que indicaram adequadamente a solução para o problema, há algumas ‘incoerências’, que analisaremos na tentativa de compreendê-las. A primeira ‘incoerência’ é de D2, em que os alunos apresentam corretamente a divisão tradicional por chave, indicando como resposta o número três, porém, no campo destinado a explicação, os alunos escreveram “conta de adição”, conforme Figura 67.

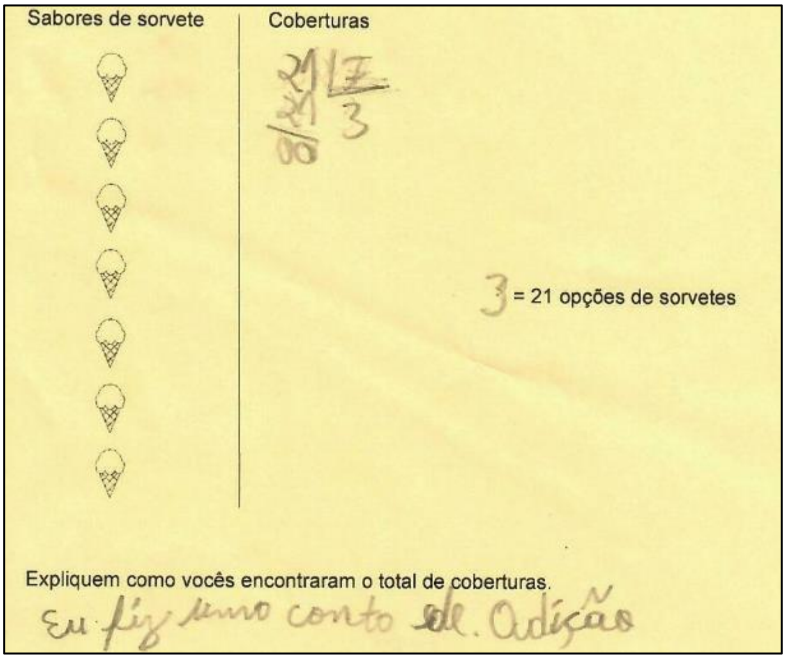


Figura 67: Resolução de D2
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Na entrevista, conforme trecho a seguir, a pesquisadora falou aos alunos que a situação do Problema 5 era semelhante à do problema anterior, na tentativa de verificar se os alunos compreendiam o que haviam registrado, isto é, verificar se a incongruência entre a operação realizada e a indicada referia-se a um erro de escrita ou, se os alunos realmente utilizaram as duas operações para determinar a solução do problema.

Pesquisadora: Que resposta vocês colocaram aqui?
A21: Três.
Pesquisadora: Três, e agora que vocês sabem a resposta, porque está aqui a resposta, ela está correta? Usando o mesmo raciocínio da situação anterior, aqui é três e aqui é...?
A21 e A22: Sete.
Pesquisadora: Sete. Será que vai dar 21? (...) que conta foi feito aqui?
A22: De vezes.
Pesquisadora: E, aqui tá certo daí?
A22: Uhumm.

A21: Não.
Pesquisadora: Uhm, não?! Que conta que tem que fazer? A22 fala ali pro A21 que conta que tem que fazer. Que conta foi feito aqui?
A22: De vezes.
Pesquisadora: (...) tá, e o quê vezes o quê?
A22: Coberturas vezes o número de sorvetes?
Pesquisadora: É, então, como é que é? (sem resposta) Quantos sorvetes aqui?
A21: Sete
Pesquisadora: Sete. E, aqui? Que número é esse?
A21: Três.
Pesquisadora: Então, sete vezes...?
A21: Três.
A22: Vinte e um.
Pesquisadora: Vezes 3. Sete vezes 3, dá 21? (silêncio)
A22: Vinte e seis.
Pesquisadora: Não, tá certo, é 21... a continha tá certa, só gostaria de saber se vocês lembravam como que chegaram nessa conta. Como vocês chegaram nesse resultado? Vocês fizeram sozinhos ou tiveram a ajuda de alguém?
A21: Eu tentei fazer sozinho.
Pesquisadora: É! E aqui, 'expliquem como vocês encontraram o total de coberturas'? Aqui tem uma continha e, aqui você respondeu outra coisa. O que que vocês fizeram aqui?
(barulhos e conversas ao fundo atrapalham)
A21: Eu fiz uma conta de divisão.

Verifica-se, a partir do excerto, que a pesquisadora foi questionando a partir da ideia da multiplicação durante a condução da entrevista, tentando fazer com que os alunos estabelecessem relação com a ideia da divisão, operação registrada pela dupla na folha de resposta, conforme a Figura 67. Observa-se ainda que o aluno A21 tem dificuldade para realizar cálculo mental e, identifica-se que a dupla fez indicação incorreta da "conta de adição", visto que os alunos não manifestaram ter somado três vezes a quantidade de sorvetes, o que mostra uma fragilidade em relação ao vocabulário matemático, fragilidade identificada também no Problema 4 por D5, ou seja, não existe clareza quanto as denominações das operações. Todavia, como o aluno A22 indica compreender a situação do problema e a dupla registrou corretamente a operação de divisão e a solução, inferimos que os alunos de D2 mobilizaram adequadamente as ideias-base de *dependência* e *regularidade*.

A dupla D6 também apontou, por meio dos registros apresentados (Figura 68), a mobilização das ideias-base de *dependência* e *regularidade*, ao indicar a multiplicação com o número sete (quantidade de sabores de sorvete) "até chegar no 21" (total de opções) como estratégia de solução.

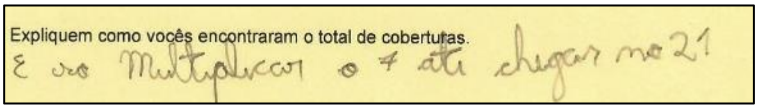

Expliquem como vocês encontraram o total de coberturas.
É só Multiplicar o 7 até chegar no 21

Figura 68: Resolução de D6

Fonte: Arquivo de Pesquisa

Há, novamente, no registro apresentado por D6, uma suposta fragilidade para identificar a divisão como a operação mais eficaz para esse problema. Entretanto, de acordo com o trecho abaixo, os alunos mostram compreender que poderiam ter utilizado a divisão.

Pesquisadora: (...) vocês colocaram que é só multiplicar o sete até chegar no 21.
A62: É, mas dava pra fazer, também, 21 dividido por 7. Que daí você pega aqui o 21 e divide pela quantidade de sorvetes.
A61: É.

Verifica-se, dessa maneira, que no momento da entrevista, os alunos de D6 indicam corretamente a operação de divisão como opção para determinar a solução do problema.

As duplas D3 e D4 apresentaram respostas muito semelhantes, porém, com equívoco, pois ambas as duplas indicaram ’21’ como solução, embora tenham efetuado adequadamente a multiplicação ‘7x3’, como pode ser observado nos registros de D3, na Figura 69.

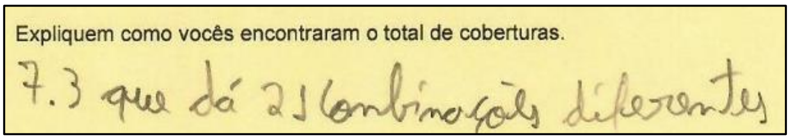

Expliquem como vocês encontraram o total de coberturas.
7.3 que dá 21 combinações diferentes

Figura 69: Resolução de D3
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se, na imagem, que a dupla compreende que o total de combinações, nesse caso, que o total de opções de sorvetes depende da quantidade de coberturas multiplicadas pela quantidade de sabores, ou seja, identificam a relação ‘Opções de sorvete = 7 x coberturas’ e, desse modo, infere-se que as duplas D3 e D4 mobilizaram as ideias de *dependência* e *regularidade*.

Outras três duplas também empregaram a multiplicação para determinar a solução do problema, D7, D8 e D12. A dupla D7, além de deixar evidente a multiplicação, também registrou o algoritmo tradicional da divisão e, na explicação, escreveram “Eu pensei na tabuada”. Já D12, por sua vez, indicou apenas a multiplicação, explicando adequadamente o raciocínio que utilizaram, conforme a Figura 70.

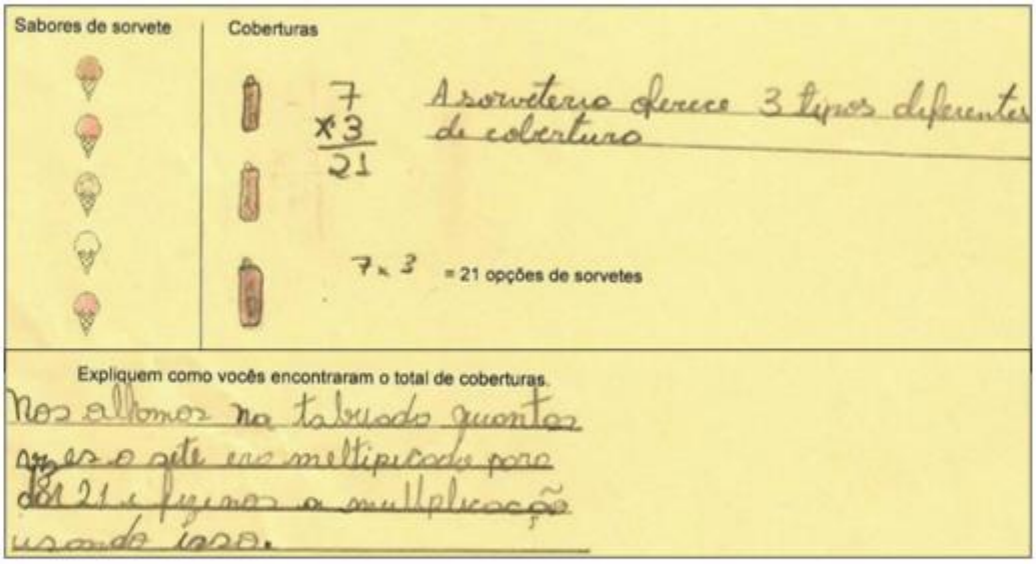
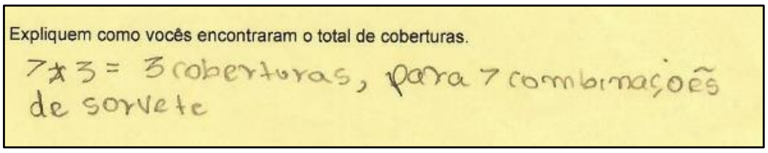


Figura 70: Resolução de D12
Fonte: Arquivo de Pesquisa

A dupla D8, contudo, emprega de forma incorreta a linguagem matemática, conforme Quadro 31. Observa-se que a dupla indica erroneamente “7 x 3 = 3 coberturas”, referindo-se ao procedimento usado para determinar a quantidade de coberturas (solução do problema).

	**A82:** (...) eu pensei assim, é, como o sete vezes três dá 21, então teria três coberturas pra sete sorvetes. Então, daí, 3 vezes 7 daria 21 coberturas (a aluna confunde cobertura com opções de sorvetes).

Quadro 31: Resolução de D8 e trecho da entrevista
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Silva (2021), relata casos semelhantes em que os alunos indicam a operação de multiplicação para determinar a solução do problema, utilizando implicitamente o raciocínio da divisão para encontrar o número (parte desconhecida) que, multiplicado pela parte conhecida, resultaria no total de combinações. No caso do Problema 5, a dupla sabe que ‘7 x 3’ é 21 e, sabe também, que um dos termos da operação é a resposta e não 21, o que leva a indicação incorreta “7 x 3 = 3”. Outro erro aparece ao indicar sete combinações ao invés de 21.

Durante a entrevista (Quadro 31), o aluno A82 explica como pensaram para obter a resposta, porém, identifica-se novamente em D8 a fragilidade para identificar a divisão como uma opção para o problema, pois não fizeram alusão a ela, nem nos registros escritos, nem durante a entrevista. A pesquisadora também não questionou sobre essa possibilidade, perguntando apenas se identificaram semelhanças com o problema anterior, ao que o aluno A82 respondeu somente “Eu acho que a multiplicação”, indicando que a dupla utilizou o mesmo raciocínio do problema anterior. Dessa maneira, inferimos que D8 mobilizou adequadamente a ideia-base de *dependência*, sem clareza da mobilização da ideia de *regularidade*. E, com base nos registros apresentados pelas duplas D7 e D12, inferimos que os alunos mobilizaram adequadamente as ideias-base de *dependência* e *regularidade.*

As duplas D9 e D14, assim como D11 (Figura 71), utilizaram a operação de divisão, e, no campo destinado a explicação, apenas indicaram a operação utilizada.

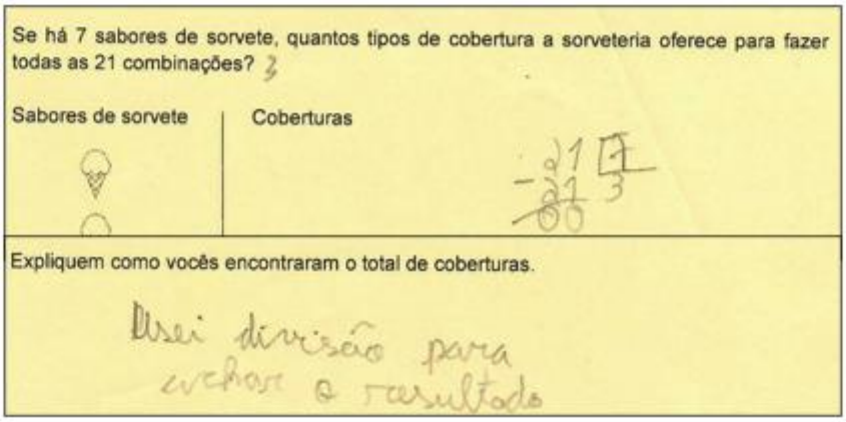


Figura 71: Resolução de D11
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Inferimos que as três duplas mobilizaram as ideias-base de *dependência e regularidade*. Na entrevista, verificou-se que os alunos de D11 compreendem que a solução é “três coberturas” e que, o total de combinações depende da quantidade de sabores de sorvete e de coberturas, conforme trecho abaixo.

Pesquisadora: Você lembra como pensou nesse?
(silêncio dos participantes, apenas barulhos externos que continuam a atrapalhar a gravação)
A111: Eu pensei nas coberturas e nos sorvetes, daí eu fiz divisão. Pensando neles. Também vi ali o exemplo.
Pesquisadora: Aham... viu alguma semelhança com o anterior ou acha que não tem nada a ver com esse daqui?
A111: Tem uma semelhança. Praticamente igual.
Pesquisadora: Ah é... consegue dizer em que?
A111: No caso aqui, tá pedindo as mesma coisa, sabores e coberturas, o outro tá pedindo conjuntos, tipo calça e camiseta.
Pesquisadora: Ah, na verdade tem uma palavrinha que une este com esse, que se chama...aqui cadê... aqui olha...
A111: Combinar.
Pesquisadora: Isso, combinar. Aqui está combinando camiseta com shorts e aqui tá combinando o quê? O que que está combinando aqui?
A111: Sabor de sorvete e cobertura.

Pesquisadora: isso aí. E, qual que é a resposta aqui então?
A111: É três.
Pesquisadora: Três. Três o quê?
A111: Três coberturas.

Identifica-se, a partir das entrevistas, que ao pedir para os alunos explicarem como encontraram a resposta, a ação poderia ser conduzida de maneira mais veemente, insistindo para que descrevessem o raciocínio utilizado e, não uma simples descrição das operações, que não auxilia na comprovação da mobilização das ideias-base.

Ainda apresentamos, na Figura 72, a resolução do trio T13, na qual os alunos utilizaram uma representação para indicar a construção do raciocínio e determinar a quantidade de coberturas.

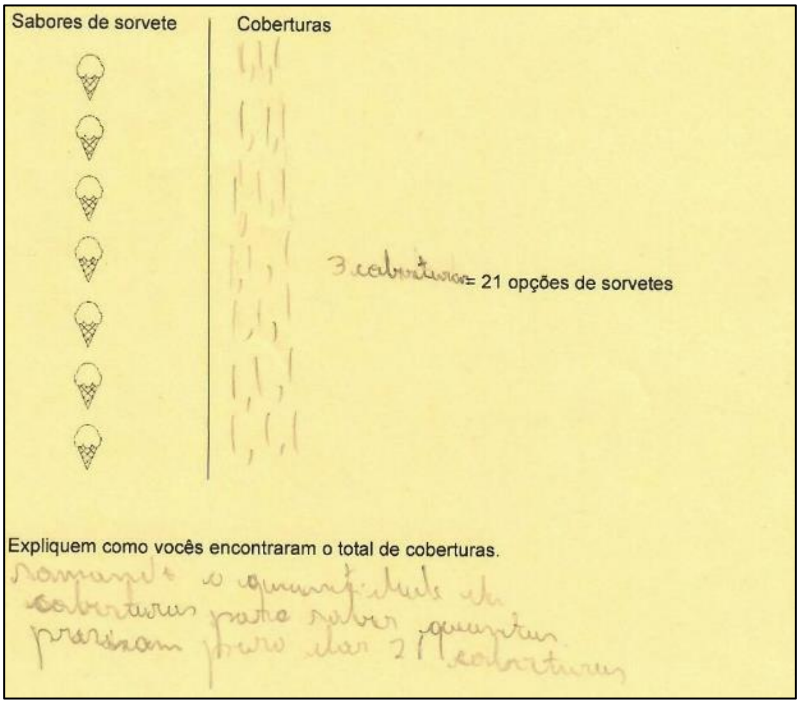


Figura 72: Resolução de T13
Fonte: Arquivo de Pesquisa

Observa-se na figura que os alunos identificaram cada combinação com um risquinho, organizando-os em colunas, de forma que ficasse uma coluna para cada cobertura, ou seja, três colunas com os sete sabores de sorvete em cada uma delas. Na explicação, o trio disse que somou a ‘quantidade de coberturas’ (referindo-se à quantidade de coberturas para cada sabor de sorvete) até obter as 21 combinações. Identificamos que, por somar as coberturas, os alunos queriam dizer que, para cada sabor de sorvete, tem-se 3 coberturas e a soma delas dará as 21 combinações.

A partir da solução e da explicação de T13, inferimos que os alunos mobilizaram as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável*. Afinal, mesmo utilizando uma representação sem a utilização de algoritmos, verifica-se que o trio compreendeu o problema e identificou que as 21 opções de sorvetes dependem do número de elementos dos conjuntos que representam as partes (sabores e coberturas). Os alunos também mostram ter identificado que, na correspondência com os sabores de sorvete, para cada uma das coberturas formam-se o mesmo número de combinações e a solução é a soma dessas combinações, ao passo que, variando-se a quantidade de coberturas (colunas de risquinhos), varia-se proporcionalmente o total de combinações.

Embora o Problema 5 seja de combinação com parte desconhecida, o que o torna, de acordo com Gitirana *et al.* (2014), mais complexo para os alunos, os resultados mostram que os colaboradores da pesquisa tiveram melhor desempenho nesse, comparado ao Problema 4, também de Análise Combinatória.

Verifica-se, nas análises do Problema 5, que a ideia de *dependência* foi novamente a ideia-base que mais apareceu, seguida pela *regularidade*. Quanto à *generalização*, ela não foi identificada nos registros das duplas.

Trazemos no quadro a seguir a síntese com as duplas que mobilizaram as ideias-base nos problemas de Produto Cartesiano.

Problemas / **Ideias-base**	**Problema 3**				**Problema 4**	**Problema 5**
	A	**B**	**C**	**D**		
Dependência	D2, D3, D6, D7, D8, D9, D10, D11	D2, D3, D6, D7, D8, D9, D10, D11	D6, D7, D8	D7, D10, D12, D14	D2, D3, D4, D6, D8, D11, D12, T13, D14	D2, D3, D4, D6, D8, D9, D11, T13, D14
Regularidade	D2	D2	D6, D7, D8	D6, D8	D4, D6, D8	D2, D3, D4, D6, D9, D11, T13, D14
Variável	-	-	-	-	-	T13
Generalização	D6[17]	-	-	-	D6[3]	-

Quadro 32: Ideias-base Mobilizadas pelas duplas sem estudante autista nos Problemas de Produto Cartesiano
Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se, a partir do quadro acima, que a ideia-base mais mobilizada pelos estudantes nos problemas de Produto Cartesiano foi a *dependência*, seguida pela

[17] Ideia-base mobilizada oralmente durante a entrevista.

regularidade, a qual aparece um pouco mais no Problema 5. A *variável* e a *generalização* foram manifestadas apenas uma vez, esta última manifestada oralmente durante as entrevistas, pois as situações-problemas apresentadas não as favoreceram.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com Vergnaud (2017, p. 20), a mediação do professor desempenha papel indispensável na conceitualização e "O primeiro ato de mediação é a apresentação de situações". Nesse sentido, para responder ao questionamento da pesquisa, elaboramos e propomos aos alunos de uma turma de 8º ano com estudantes autistas um conjunto de oito situações-problemas que abordaram as diferentes classes do campo das estruturas multiplicativas. Para a resolução dessas situações, a turma foi organizada em 13 duplas e um trio. E, logo após a implementação, realizamos as entrevistas semiestruturadas com seis dos 14 arranjos formados. Embora, reconheçamos que era mais apropriado realizar as entrevistas com todos os alunos, isso não foi possível devido a diversos obstáculos enfrentados no decorrer da pesquisa, como problemas de saúde e logísticas da escola colaboradora. Contudo, avaliamos que a metodologia adotada atendeu aos objetivos propostos.

O principal objetivo da pesquisa foi identificar quais ideias-base de função eram mobilizadas pelos estudantes da turma de oitavo ano, dentre eles, dois autistas, na implementação das situações-problema de estruturas multiplicativas. Analisamos que, ao considerar-se todos os problemas propostos, esse objetivo foi atingido, pois identificamos a mobilização de todas as ideias-base de função, inclusive pelos estudantes autistas. Inferimos que a *generalização* foi a ideia-base de maior dificuldade para todos os alunos, corroborando com os resultados apontados por Calado (2020) e Silva (2021), ambas as pesquisas realizadas no âmbito do GEPeDiMa.

Nos objetivos específicos, intentamos identificar se os alunos já tinham as ideias-base consolidadas para a formalização do conceito de Função e verificar se as atividades elaboradas, pensando nos estudantes autistas, colaboravam para a consolidação[18] das ideias-base por todos os estudantes. Assim, analisamos que os

[18] As situações-problemas elaboradas favoreceram a mobilização das ideias-base, no entanto, para analisar a contribuição para a consolidação dessas ideias-base, deveríamos ter aplicado dois instrumentos, em que, logo após a implementação do primeiro realizar a correção com os alunos para, em seguida, aplicar o segundo instrumento, fazendo um comparativo do desempenho dos estudantes em ambos os instrumentos de produção de dados.

alunos de algumas duplas ainda não possuíam as ideias-base consolidadas, principalmente as de *variável* e *generalização* e a forma que organizamos o conjunto de situações-problema, cobrindo uma variedade de situações de Estruturas Multiplicativas e considerando variáveis didáticas que legitimassem as diferenças dos estudantes autistas, além das entrevistas com as duplas selecionadas, favoreceu a identificação da mobilização e manifestação das quatro ideias-base de função durante a resolução dos problemas.

Observou-se, a partir das análises, que as ideias-base de *dependência*, *regularidade* e *variável* foram manifestadas pelo menos uma vez por todas as duplas nas situações-problemas classificadas como de Proporção Simples. As ideias-base de *dependência* e *regularidade* foram as mais manifestadas, com a de *variável* variando pouco em relação as outras duas. Ou seja, quando uma dupla mobilizou a ideia-base de *dependência,* ela muito provavelmente também mobilizou a *regularidade* e a *variável,* o que nos leva a afirmar, corroboradas por Silva (2021, p. 298), que as ideias-base de função "[...] se complementam e a compreensão de uma auxilia na compreensão das demais".

A *generalização*, por sua vez, foi a ideia-base de maior complexidade para os alunos, identificada nos registros de apenas cinco dos 14 arranjos formados (D7, D9, D12, T13 e D14), dos quais somente D12 e D14, mobilizaram-na mais de uma vez. A dupla D6 também apresentou, durante a entrevista, indícios da mobilização da *generalização*. Esses resultados indicam que esta ideia-base ainda não está consolidada para a maioria dos alunos, em acordo com os resultados obtidos por Calado (2020) e Silva (2021).

Quanto às duplas com estudante autista, o desempenho nos problemas de Proporção Simples foi semelhante ao das demais duplas, apresentando maior dificuldade nas questões que objetivavam a mobilização da *generalização*. As duplas D1 e D5 conseguiram indicar resposta próxima ao que era solicitado em apenas uma das três situações-problemas que foram propostas. A dupla D1 no Problema 6 (Série de anime) e a dupla D5 no Problema 1 (Pista de Ciclismo).

Inferirmos assim que, de maneira geral, os alunos mostraram bom desempenho nos problemas de Proporção Simples, apresentando mais dificuldades no Problema 6. Analisamos que isso se deva ao fato de que nesse problema havia questões das subclasses Cota e Partição, ou seja, questões cuja solução requer, de modo mais eficaz, uma divisão. E, como constatado durante as análises, os alunos apresentaram fragilidades relacionadas à divisão, principalmente os alunos das duplas D2, D3, D5, D8 e D11. Esse problema também foi identificado por outros pesquisadores, como Pavan (2010), Barreto, Castro e Castro Filho (2017) e Silva (2021), que constataram que o desempenho dos estudantes é melhor nas situações de Proporção Simples – multiplicação um para muitos e tende a ser pior nas situações que exigem a inversa da multiplicação, isto é, a divisão.

Na contramão das duplas D2, D3, D5, D8 e D11 esteve a dupla D1, com a estudante autista. Identificamos, por meio das análises, que a dupla apresentou bom desempenho nas questões em que a divisão era a operação mais adequada, demonstrando compreensão tanto do algoritmo quanto das ideias a ele associadas. Porém, o Problema 6, de Cota e Partição, foi exceção. As informações apresentadas no enunciado do problema aparentaram demasiado complexidade para as estudantes e, conforme descrito nas análises, consequentemente, não apresentaram respostas adequadas ao que era solicitado.

Nos problemas de Comparação Multiplicativa, Problema 2, exclusivamente de comparação, com Referido e Referente desconhecidos e Problema 3, questão “d”, com relação desconhecida, os alunos apresentaram melhor desempenho no Problema 2, em que as duplas e o trio mobilizaram as ideias-base de *dependência, regularidade* e *variável*. Nesse problema, as ideias foram mobilizadas igualmente por 11 duplas na questão “a”, por oito duplas na questão “b” e por dez na questão “c”. Três das catorze duplas não responderam adequadamente a nenhuma das quatro questões, não mobilizando as ideias-base, dentre elas a dupla D5, com estudante autista. Na questão “d”, que buscava pela *generalização*, constatamos que apenas as duplas D10 e D14 apresentaram resposta adequada. Quanto às demais duplas, mesmo que a maioria delas tenham respondido apropriadamente às questões anteriores, observamos, fundamentadas em Vergnaud (2009b), que a forma predicativa dos seus conhecimentos não atingiu a forma operatória. Dito de outra maneira, mesmo que nos casos particulares os alunos identifiquem a operação mais adequada, eles não conseguem transpor o raciocínio para uma quantidade qualquer. Os estudantes do oitavo ano ainda apresentaram dificuldades para lidar com quantidades abstratas, o que indica a necessidade de os professores trabalharem mais com problemas como esses na escola.

De todas as oito situações-problema, os estudantes autistas mostraram mais dificuldade no Problema 2, de Comparação Multiplicativa. A fragilidade, observada durante as análises refere-se à compreensão de conceitos matemáticos básicos e à falta de compreensão ao enunciado do problema. A dupla D5 interpretou erroneamente a informação do enunciado do problema, considerando ‘um terço’ como sendo sempre 30 reais e, dessa forma, não respondeu adequadamente a nenhuma das questões do problema. A outra dupla com estudante autista, D1, respondeu apropriadamente às questões “a” e “c” e apresentou dificuldades nas questões “b” (preenchimento da tabela) e “d”. Supomos, a partir das análises, que D1 não preencheu adequadamente a tabela devido à dificuldade em relacionar as informações da primeira com a segunda linha, ou seja, baseadas em Orrú (2012), conjecturamos que as informações aparentaram alta complexidade para as estudantes, o que dificultou a análise da mobilização das ideias-base.

Em relação aos problemas de Produto Cartesiano, com as subclasses Área (Problema 3) e Combinação com todo desconhecido (Problema 4) e parte desconhecida (Problema 5), a ideia-base mais identificada foi a *dependência*. Avaliamos que isso se deva ao modo como os problemas foram elaborados e que as demais ideias-bases poderiam ser igualmente mobilizadas se fossem incluídos questionamentos que corroborassem com a identificação de todas as ideias-base, como a inserção de tabelas (*regularidade*) e questões específicas, solicitando a explicação do esquema utilizado em sua resolução (*generalização*).

Os resultados mostraram também que, embora o Problema 5 seja de combinação com parte desconhecida, o que o torna mais complexo para os alunos (Gitirana *et al.,* 2014). Os colaboradores da pesquisa tiveram melhor desempenho nesse, quando comparado com o Problema 4, de Combinação com todo desconhecido. Conjecturamos que isso se deva ao fato de o Problema 4 falar sobre combinações de *shorts* com camisetas, em que para se obter todas as opções (combinações) de conjuntos, deve-se fazer e desfazer conjuntos. Ou seja, um mesmo *short* deve ser combinado com cada uma das camisetas, o que não ocorre com as combinações de coberturas com sabores de sorvete, pois é possível combinar a mesma cobertura com mais de um sabor sem “desmontar” o sorvete anterior.

No mais, constatamos, a partir das análises, que as dificuldades e fragilidades apresentadas pelas duplas nos problemas de Produto Cartesiano são, dentre outras, semelhantes às encontradas nos demais problemas do instrumento de pesquisa, a saber: dificuldades relacionadas à própria Matemática, como dificuldades na compreensão do conceito de área, não mobilização da *generalização* e dificuldades para explicar, tanto por escrito quanto verbalmente, como pensaram para resolver às questões apresentadas.

O desempenho das duplas com aluno autista permaneceu similar as demais e, no comparativo entre ambas, D5 atuou melhor nas situações de Produto Cartesiano. A dupla D1 apresentou resposta adequada somente para o Problema 5, de Combinação com parte desconhecida, que apontava a divisão como opção mais viável para determinar sua solução. E no Problema 3 a dupla não obteve êxito porque, para seus integrantes, o conceito de área ainda não estava consolidado.

Identificamos, portanto, que assim como na pesquisa de Silva (2021), as situações-problema da classe Proporção Simples foram as que mais possibilitaram a mobilização das quatro ideias-base (*dependência, regularidade, variável* e *generalização*) e os problemas da classe Produto Cartesiano, da maneira como foram elaborados, favoreceram com maior intensidade a manifestação da *dependência,* não sendo favoráveis a mobilização da *variável* e da *generalização*. Identificamos ainda que as duplas que não responderam adequadamente aos problemas e não mobilizaram as ideias-base, realizaram as operações sem considerar o contexto de cada situação, mostrando incompreensão ao que era proposto, reforçando os resultados apontados por Pessoa e Borba (2009) e Silva (2021), de que, nesses casos, os alunos realizaram operações inadequadas, apropriando-se das informações que estavam no enunciado do problema.

Nas questões que buscavam pela *generalização*, a maioria das duplas se deteve na descrição do procedimento, sem conseguir generalizar, com dificuldades em trabalhar com valores abstratos. Ou seja, assim como ocorreu com os participantes da pesquisa de Silva (2021), a maioria das respostas apresentadas pelas duplas estava mais relacionadas ao processo de resolução do que com a compreensão da *generalização* e, de acordo com Rezende, Nogueira e Calado (2020), para a consolidação da *generalização*, é importante que os estudantes estejam aptos a descrever o conhecimento que está sendo produzido e testado. Dito isso, é importante propor aos alunos, autistas ou não, questões que exijam a reflexão e descrição do como fazer, de modo sistematizado, possibilitando o desenvolvimento da forma predicativa do conhecimento. O que nos leva a afirmar que "[...] é importante que a ideia de generalização seja explorada em tarefas ao longo da vida escolar" (Silva, 2021, p. 304) do aluno, mesmo que seja em língua corrente, sem uso da linguagem algébrica, a fim de promover a sua consolidação.

Avaliamos, assim, que a inserção das questões que intencionavam a *generalização* nas situações-problema foi adequada, uma vez que, além de mostrar que os alunos ainda não têm essa ideia-base consolidada, indicou que eles não estão habituados a resolver na escola questões que solicitem o relato do esquema utilizado. Segundo a TCC, nem sempre o aluno consegue representar gráfica e simbolicamente o que está raciocinando e assimilando, o que demanda esforço tanto do professor, para identificar as estratégias utilizados pelos alunos, quanto do próprio estudante, para compreender suas representações mentais e operações de pensamento (Magina et al, 2008). As atividades em dupla ou em grupo favorecem a compreensão dessas representações por meio da socialização de raciocínios, esquemas e objetivos, contribuindo com o desenvolvimento cognitivo e social (Lorencini, 2019). Afinal, os alunos não aprendem e evoluem sozinhos; e o professor tem o papel primordial de mediar e possibilitar situações que promovam o desenvolvimento tanto do processo cognitivo quanto do social. Do mesmo modo, é possível afirmar que o aluno autista necessita da intervenção e mediação do professor e de seus colegas, corroborando como os resultados de Sousa (2020).

Outro fato que identificamos, ainda que não fosse objetivo da pesquisa, foi que os estudantes obtiveram mais êxito nas questões em que a operação esperada para a solução era a multiplicação do que naquelas que requisitavam a divisão e muitos alunos tiveram dificuldade para reconhecer a multiplicação como uma operação substitutiva da adição de parcelas iguais e dificuldade para identificar, em várias situações, a divisão como uma operação adequada em questões de cota e partição. Assim como relatado por Gitirana et al. (2014), ao resolverem situações que envolviam a operação de divisão, geralmente, os alunos utilizavam a operação inversa. A dificuldade em relação à divisão não se refere somente ao algoritmo, pois está também relacionada à compreensão dos dados e como estes se relacionam em cada situação. Tal problema também foi relatado por outros pesquisadores, como Silva (2021), embora seus colaboradores fossem estudantes do 5º ano. Essa situação indica fragilidade no ensino e na aprendizagem dessas operações na segunda fase do Ensino Fundamental e mostra pouco domínio desses estudantes sobre o campo das estruturas multiplicativas.

Para o domínio do Campo Conceitual Multiplicativo, é fundamental que situações-problema diversificadas, contemplando as diferentes classes, como as implementadas, sejam propostas aos estudantes em todos os anos escolares, pois o conhecimento conceitual não surge “[...] a partir da resolução de um único problema, nem tampouco de problemas similares” (Gitirana *et al.,* 2014, p. 9). Ou seja,

> [...] A competência para resolver problemas multiplicativos é desenvolvida num longo período de tempo, o que implica dizer que problemas envolvendo as operações de multiplicação e de divisão devem ser trabalhados durante todo o ensino fundamental e médio (...) é preciso que o professor esteja atento à complexidade de cada tipo de situação, para não ficar apenas repetindo problemas que requeiram o mesmo raciocínio” (Gitirana, 2014, p. 41).

Além da dificuldade com a divisão, outra fragilidade constatada e já mencionada refere-se à interpretação e compreensão de como os dados e informações nas situações-problema se relacionam. Algumas duplas fizeram confusão com as informações apresentadas, como a dupla com estudante autista D1 que, conforme as análises, não compreendeu adequadamente o enunciado do Problema 6 ou a Dupla D5, também com estudante autista, que não tinha bem claro o significado do termo ‘um terço’. Inferimos que uma forma de contribuir com a superação dessas dificuldades é a correção, tanto coletiva, em que o professor ou um aluno faz a correção na lousa para toda a turma, quanto cruzada, em que um grupo de alunos corrige as atividades de outro grupo. De acordo com Silva (2021, p. 300), as correções coletivas têm “[...] papel fundamental na questão do trato com os erros, pois a partir das apresentações os grupos identificavam que haviam utilizado esquemas inadequados e se esforçavam no sentido de reorganizá-los” e, com a prática da correção cruzada, os alunos compreendem que devem estar cientes de sua forma operatória para então avaliar a produção dos colegas. Já para os professores, identificar os esquemas utilizados pelos alunos, seja nas resoluções corretas, seja nas erradas, pode ajudá-lo a compreender as fragilidades dos alunos e pensar em práticas de ensino que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, contribuindo, dessa forma, com o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

E por falar em compreender as fragilidades dos alunos, identificamos que, embora os colaboradores da pesquisa fossem estudantes do oitavo ano, o desempenho destes foi similar ao dos colaboradores da pesquisa de Silva (2021), que cursavam o quinto ano do Ensino Fundamental. Pressupomos que um dos motivos para esse resultado foi a pandemia de Covid – 19, em que os alunos ficaram afastados da escola por quase dois anos. E, como a maioria desses alunos não tinham acesso a aulas online, houve uma defasagem na aprendizagem. Defasagem que demandará ações diferenciadas e tempo para ser eliminada.

Assim, concluímos que a pesquisa, da maneira como foi elaborada, considerando as especificidades dos estudantes autistas, tais como seus interesses pelos mangás e a forma de apresentação dos enunciados e implementação, de forma a promover o diálogo entre os alunos, contribuiu para o desenvolvimento e apreensão das ideias-base de função, tanto por estudantes neurotípicos quanto neurodivergentes. Atividades como essas devem ser propostas aos estudantes antes da formalização do conceito de função. Já para os docentes, os resultados da pesquisa fornecem subsídios para identificar as possibilidades e dificuldades de alunos autistas na aprendizagem do conceito e propriedades da função.

Como proposta para futuras pesquisas, avaliamos que, a partir das situações-problema implementadas nesta pesquisa, poder-se-ia elaborar duas sequências didáticas abrangendo uma variedade maior de problemas, como os problemas mistos e, objetivando a formalização do conceito de Função Afim, aplicá-la em turmas de nono ano, a fim de verificar as contribuições para a compreensão do conceito. A ideia seria analisar duas turmas, em uma delas implementar-se-ia, antes de apresentar o conceito de função, uma sequência de situações-problema e na outra turma não. Após introduzir o conceito, aplicar-se-ia uma nova sequência de situações para ambas as turmas para compararmos os resultados e avaliar a eficácia da sequência anterior.

REFERÊNCIAS

Abreu, T. **O que é neurodiversidade?** [livro eletrônico] Goiânia: Cânone Editorial, 2020.

ARMSTRONG, T. The power of neurodiversity: unleashing the advantages of your differently wired brain. Cambridge: Da Capo Press, 2010.

BARRETO, M. C.; CASTRO, J. B.; CASTRO FILHO, J. A. Desempenho e esquemas de estudantes do 6° ao 9° ano ao resolverem situações multiplicativas. In: J. A. Castro Filho, E. R. S. Santana & S. L. Lautert (org.), **Ensinando multiplicação e divisão do 6º ao 9º ano**. Itabuna: Via Literarum, 2017. p. 41 – 82.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, 2016. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 20 de set. 2020.

BRASIL. **Lei nº 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB. Brasília, DF: Presidência da República, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 21 de set. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação**. Resolução nº. 4, de 2 de outubro de 2009.** Diretrizes operacionais da educação especial para o atendimento educacional especializado (AEE) na educação básica. Brasília, DF: MEC/SEESP, 2009. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_09.pdf. Acesso em: 14 de jun. de 2023.

BRASIL. **Lei nº 12.764/12, de 27 de dezembro de 2012.** Institui a Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista. Brasília, DF: Presidência da República, 2012. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/lei/l12764.htm. Acesso em: 21 de set. 2020.

BRASIL. **Lei nº 13.146/15, de 06 de julho de 2015.** Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência) Brasília, DF: Presidência da República, 2015. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2015/Lei/L13146.htm. Acesso em: 15 de ago. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política nacional de educação especial na perspectiva da educação inclusiva.** Brasília: MEC/SEESP, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf. Acesso em: 11 de jan. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum – BNCC.**

Brasília: 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 de abr. de 2022.

BRASIL. Ministério da Saúde. Departamento de Informática do Sistema Único de Saúde. **CID 10**. Brasília: DATASUS, 2021. Disponível em: http://datasus1.saude.gov.br/sistemas-e-aplicativos/cadastros-nacionais/cid-10. Acesso em 17 jun. 2021.

BRASIL. Senado Federal. **Impactos da pandemia na educação.** Brasília: Senado Federal, 2022. Disponível em: https://www12.senado.leg.br/institucional/datasenado/materias/pesquisas/impactos-da-pandemia-na-educacao-no-brasil#:~:text=Al%C3%A9m%20dos%20preju%C3%ADzos%20no%20ensino,amadurecimento%20das%20crian%C3%A7as%20e%20adolescentes. Acesso em 27 set 2023.

CALADO, T. V. **Invariantes operatórios relacionados à generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim.** 2020, 197 p. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Cascavel, 2020.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa, 1951.

CARDOSO, D. M. P. **Funções executivas:** habilidades matemáticas em crianças com transtorno do espectro autista (TEA). 2016, 159 f. Tese de doutorado do Programa de Pesquisa e Pós-graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação. Salvador, 2016.

CASTRO, J. B.; CASTRO FILHO, J. A.; BARRETO, M. C. Teoria dos Campos Conceituais. In: CASTRO FILHO, J. A.; SANTANA, E. R. S.; LAUTERT, S. L. (org.), **Ensinando multiplicação e divisão do 6º ao 9º ano**. Itabuna: Via Literarum, 2017, pp. 13 – 39.

CIANI, A. B.; NOGUEIRA, C. M. I.; BERNS, M. A construção do Conceito de Função: aspectos teóricos, históricos e didáticos. In: CEOLIM, A. J.; REZENDE, V.; HERMANN, W.(Org). **Diálogos entre a Educação Básica e a Universidade**: reflexões acerca do conceito de função nas aulas de Matemática. Curitiba: Editora CRV, 2019. p. 29-50.

COLLING, A. P. S. **Olhares da inclusão**: estudo sobre o processo de aprendizagem matemática de uma aluna com Síndrome de Jacobsen. 2018. 196 f. Tese de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2018. Disponível em: http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/download/358/352. Acesso em: 03 mar. 2023.

DOVAN, J.; ZUCKER, C. **Outra sintonia:** a história do autismo. Trad. Luiz A. de Araújo. 1 ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.

FAUSTINO, F. S. **A articulação entre o AEE e o professor de ensino de ciência e matemática:** um estudo na microrregião de Itajubá-MG. 2019. 124 f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2019. Disponível em: https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/bitstream/123456789/1928/1/dissertacao_2019047.pdf. Acesso em: 25 mai. 2023.

FLEIRA, R. C. **Intervenções pedagógicas para a inclusão de um aluno autista nas aulas de matemática:** um olhar vygotskyano. 2016. 135 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: https://repositorio.pgsscogna.com.br//handle/123456789/21815. Acesso em: 11 jun. 2023.

FLEIRA, R. C.; FERNANDES, S. H. A. A. Ensinando Seus Pares: a inclusão de um aluno autista nas aulas de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 64, p. 811-831, 2019. Disponível em: https://repositorio.pgsscogna.com.br//handle/123456789/21815. Acesso em: 10 jun. 2022.

GADAMER. **Erziehung ist sich erziehen.** Heidelberg: Kurpfälzischer, 2000.

GITIRANA, V. *et al*. **Repensando a Multiplicação e a Divisão**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

HERMANN, N. **Hermenêutica e educação**. São Paulo: DP&A, 2002.

KRANZ, C. R. **O desenho universal pedagógico na educação matemática inclusiva**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

KRANZ, C. R., CAMPOS, H. R. Educação especial, psicologia e políticas públicas: o diagnóstico e as práticas pedagógicas. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 24, p. 1-9, 2020. Disponível em: https://doi.org/10.1590/2175-35392020218322. Acesso em: 23 mai. 2023.

LORENCINI, P. B. M. **Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim**. 2019, 226 p. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Cascavel, 2019.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa a luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem In: Castro Filho et al. (Org.) **Matemática, Cultura e Tecnologia**: perspectivas internacionais. Curitiba: CRV, 2016, p. 66-82.

MAGINA, S.; PORTO, R. S. O. É possível se ter raciocínio funcional no nível dos Anos Iniciais? Uma investigação com estudantes do 5º ano do ensino fundamental.

In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. **Anais VII SIPEM**. Foz do Iguaçu, 2018.

MANTOAN, M. T. E. **Inclusão Escolar:** o que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Sammus, 2015.

MAZZOTTA, M. J. S. **Educação Especial no Brasil:** História e políticas públicas. 6 ed. São Paulo: Cortez, 2011.

UNESCO. **Declaração de Salamanca**: sobre princípios, políticas e práticas na área das necessidades educativas especiais. Brasília: 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf. Acesso em: 14 jun. 2023.

MERLI, R. F. **Do Pensamento Funcional ao Campo Conceitual de Função: o desenvolvimento de um conceito**. 2022. 216f. Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2022. Disponível em: https://tede.unioeste.br/handle/tede/6451. Acesso em: 17 fev. 2023.

MORÁS, N. A.B; NOGUEIRA, C. M. I.; FARIAS, L. M. S. O acesso ao saber matemático para todos os estudantes: estudo da geração de tipos de tarefas estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas. *In:* **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Anais. Uberlândia, 2021. Disponível em: https//www.even3.com.br/anais/VIIISIPEMvs2021/381051-O-ACESSO-AO-SABER-MATEMATICO-PARA-TODOS-OS-ESTUDANTES--ESTUDO-DA-GERACAO-DE-TIPOS-DE-TAREFAS-ESTRUTURADOS-EM-VARI. Acesso em: 27 abr. 2023.

MORÁS, N. A.B; NOGUEIRA, C. M. I.; FARIAS, L. M. S. **O acesso ao saber matemático para estudantes surdos e ouvintes**: estudo de tarefas estruturadas em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas. No prelo, 2022.

MORÁS, N. A. B. **Um dispositivo didático com potencialidades inclusivas**: um estudo a respeito de problemas de estruturas aditivas com números naturais. 2023. 335 f. Tese de Doutorado do Programa em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2023. Disponível em: https://tede.unioeste.br/handle/tede/6618. Acesso em: 13 jun. 2023.

NOGUEIRA, C. M. I. Construindo o conceito de funções. In: NOGUEIRA, C. M. I; A. S.; REJANI, F. C. **Teoria e Prática de Funções**. Maringá: Centro Universitário de Maringá. Núcleo de Educação a Distância, 2014.

NOGUEIRA, C. M. I. Educação especial, inclusão e educação matemática nos anos iniciais de escolarização. In: BORBA, R. E. S. R; CRUZ, M. C. S. (Org.) **Ciclo de palestras**: volume 2. Recife: Editora UFPE, 2016.

NOGUEIRA, C. M. I. Educação matemática e educação especial na perspectiva inclusiva: educação matemática inclusiva? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2019, Cuiabá. Anais do **XIII ENEM**: Educação

Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula. Cuiabá: SBEM, 2019, n.p. Disponível em: https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/3655/2013. Acesso em: 02 ago. 2021.

NOGUEIRA, C. M. I. Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem fala? In: KALEFF, A. M. M. R.; PEREIRA, P. C. (Org.). **Educação Matemática**: diferentes olhares e práticas. Curitiba: Appris, 2020. p. 109-132.

ORRÚ, S. E. **Autismo, linguagem e educação:** interação social no cotidiano escolar. Rio de Janeiro: Wak, 2012.

ORRÚ, S. E. **O re-inventar da inclusão:** os desafios da diferença no processo de ensinar e aprender. Petrópolis, RJ: Vozes, 2017.

ORRÚ, S. E. **Aprendizes com Autismo**: Aprendizagens por eixos de interesse em espaços não excludentes. 2 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2019.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Referencial Curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações. Curitiba, PR: SEED/PR, 2018

PAVAN, L. R. **A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas.** 2010. 195 p. Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

PERRENOUD, P. **Pedagogia Diferenciada**: das intenções à ação. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ**, São Paulo, v. 17, n. 31, jan/jun, p. 105-150, 2009.

PINHEIRO, V. C. **Que “história” é essa de inclusão nas aulas de matemática?** Uma discussão a partir de narrativas de autistas. Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2022.

PONTE, J. P. Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (org.). **Padrões:** Múltiplas Perspectivas e Contextos em Educação Matemática. Projecto Padrões, p. 169 - 175, 2009.

ROMERO, P. **O Aluno autista:** avaliação, inclusão e mediação. 2 ed. Rio de Janeiro: Wak, 2018.

RORATTO, C. **A história da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciências e o Ensino de Matemática.

Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

RUSSO, A. M. **A contribuição da Khan Academy na aprendizagem de conteúdos matemáticos**: uma proposta para alunos com transtorno de déficit de atenção e hiperatividade – TDAH. 2016. 193 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/bitstream/handle/19416/2/Alexandre%20Matias%20Russo.pdf. Acesso em: 27 mai. 2023.

SANTANA, E.; ALVES, A. A.; NUNES, C. B. A Teoria dos Campos Conceituais num Processo de Formação Continuada de Professores. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 29, n. 53, p. 1162-1180, dez. 2015. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a18. Acesso em: 27 ago. 2021.

SAVIANI, D.; GALVÃO, A. C. Educação na pandemia: a falácia do “ensino” remoto. **Universidade e Sociedade** (BRASÍLIA), v. 67, p. 36-49. 2021.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.) **The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy**. Washington, USA: Mathematical Association of America, 1992. p. 25-58.

SILVA, M. C.; PESSOA, C. A. dos S. A combinatória em livros didáticos do ensino fundamental. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 23, n. 2, p. 377–394, 2016. DOI: 10.20396/zet.v23i44.8646544. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646544. Acesso em: 14 abr. 2022.

SILVA, L. D.C. P. **As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por alunos do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa:** uma investigação das ideias base de função. 2021. 555 p. Tese de doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.

SKOVSMOSE, O. Inclusões, Encontros e Cenários. **Educação Matemática em Revista**. Brasília, DF: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. 24, n. 64, p. 16-32, set./dez. 2019.

SOARES, B. I. N.; NOGUEIRA, C. M. I.; BORGES, F. A. Diferentes formas de apresentação de enunciados de problemas matemáticos: subsídios para inclusão de estudantes surdos. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. **Anais VII SIPEM**. Foz do Iguaçu, 2018.

SOUSA, J. J. **Mediação lúdica no Transtorno do Espectro Autista**: desenvolvimento de conceitos científicos algébricos. 145 p. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologias. Campina Grande, 2020.

TAMIOZZO, D. E. H. **A Contribuição do Direito para a Inclusão da Pessoa com**

Deficiência no Sistema Educacional. Monografia do Curso de Direito da Universidade do Sul de Santa Catarina, Palhoça, 2018. Disponível em: https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/16913/1/tcc-DeiseTamiozzo-pdfA.pdf. Acesso em: 20 mai. 2023.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o Conceito de Função**. 4. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2002.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 03, p. 155-192.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. *In*: Grossi, E. P. (Org.). **Porque ainda há quem não aprende.** A teoria. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 21-60.

VERGNAUD, **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino de Matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. UFPR, 2009a.

VERGNAUD, G. O que é aprender? *In*: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009b.

VERGNAUD, G. **O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática**. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial, p. 15-27, 2011.

VERGNAUD, G. A didática é uma provocação: ela é um desafio. *In:* GROSSI, E. P. (org.). **Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud:** Teoria dos Campos Conceituais TCC. Coleção Campos Conceituais. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

VERGNAUD, G. **Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder?** Caminhos da Educação Matemática em Revista, online, v. 9, n. 1, p. 5-28, 2019.

VIANA, E. A.; MANRIQUE, A. L. Cenário de pesquisas sobre o autismo na educação matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 64, p. 252-268, set./dez. 2019. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/24184/1/Viana2019Cen%C3%A1rio.pdf. Acesso em 29 mai. 2023.

VIANA, E.A.; MANRIQUE, A.L. A neurodiversidade na formação de professores: reflexões a partir do cenário de propostas curriculares em construção no Brasil. **BOLETIM GEPEM**. Rio de Janeiro, n. 76, p. 91 – 106, jan./jun. 2020. Disponível em: http://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/512/886. Acesso em: 01 jun. 2023.

World Health Organization. ICD-11 for mortality and morbidity statistics. Version: 2019 April. Geneva: WHO; 2019 [citado 20 ago 2019]. Disponível em: https://icd.who.int/browse11/l-m/en. Acesso em 20 mai. 2023.

YAEGASHI, J. G.; NADER M.; YAEGASHI, S. F. R. A política nacional de educação especial na perspectiva inclusiva e o transtorno do espectro autista: aspectos históricos e legais. In: **Revista Internacional de Formação de Professores** (RIFP), Itapetininga, v. 6, p. 1-19, 2021. Disponível em: https://periodicoscientificos.itp.ifsp.edu.br/index.php/rifp/article/download/317/116. Acesso em: 25 mai. 2023.

APÊNDICE I

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Comitê de Ética em Pesquisa – CEP

Aprovado na CONEP em 04/08/2000

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE
(de 07 a 18 anos de idade)

Título do Projeto: IDEIAS BASE DE FUNÇÃO AFIM NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES AUTISTAS EM UMA PERSPECTIVA INCLUSIVA[19]

Pesquisadora responsável: Adriana Schawabe Reis Lepreda
Pesquisadora colaboradora: Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira

Convidamos você estudante a participar de nossa pesquisa, que tem como objetivo **investigar o processo de desenvolvimento e apreensão das ideias base de função afim por alunos autistas e neurotípicos, numa perspectiva inclusiva**. Um propósito da Educação Inclusiva é oferecer a todos os estudantes uma educação de boa qualidade, em que todos os alunos aprendam juntos, sem discriminação. No entanto, não basta possibilitar que os estudantes estejam em uma mesma sala de aula. Incluir vai além disso, é proporcionar a todo e qualquer aluno o acesso ao conhecimento historicamente construído pelo homem. Portanto, este trabalho visa contribuir com a prática docente, objetivando melhorar a qualidade de ensino e aprendizagem dos estudantes.

O trabalho será desenvolvido em sala de aula, propondo a você e seus colegas atividades a serem realizadas em dupla ou trio. A professora/pesquisadora coletará os dados para esta pesquisa por meio dos registros escritos apresentados por vocês e através de áudios gravados durante o desenvolvimento das atividades.

Durante a execução do projeto, a professora/pesquisadora responsável irá ministrar as aulas de Matemática normalmente, porém, com atividades que explorem as ideias base de função afim. Existe o risco de você não conseguir desenvolver as atividades propostas, mas, caso isso aconteça, ressaltamos que esse fato não trará prejuízos, nem para a pesquisa nem para você estudante. Os alunos serão orientados a participarem com respeito às opiniões dos demais colegas, evitando que constrangimentos ou incômodos ocorram. Caso aconteçam situações de desconforto, a professora/pesquisadora fará a mediação entre as partes envolvidas, buscando

[19] Esse era o título do projeto no momento da entrega dos termos de assentimento e consentimento.

empreender um clima de aprendizado e respeito mútuo. Todo o apoio necessário para o desenvolvimento das atividades será oferecido pela professora/pesquisadora.

A participação nesta pesquisa é voluntária e, portanto, você não pagará nem receberá nada ao participar deste estudo. Destacamos que se em algum momento, durante o desenvolvimento das atividades, o estudante se sentir desconfortável, poderá solicitar o encerramento de sua participação na pesquisa. Salientamos ainda que este estudo traz riscos mínimos a você estudante. Lembramos também que a identidade dos participantes estará em absoluto sigilo, pois as informações obtidas na pesquisa serão utilizadas somente para análise científica dos dados e, de forma alguma, os nomes dos participantes serão divulgados. Afirmamos que a professora/pesquisadora assumirá toda e qualquer responsabilidade, fornecendo a assistência necessária a qualquer intercorrência durante a pesquisa.

Pesquisas acadêmico científicas apontam como positivo o desenvolvimento de projetos em sala de aula, contribuindo para o avanço da qualidade da educação. Por esse motivo, reiteramos a importância da participação do estudante nesta pesquisa, sem prejuízos para sua aprendizagem.

Este documento é entregue em duas vias, uma ficará com o estudante e a outra deverá ser entregue à professora/pesquisadora. Para algum questionamento, dúvida ou relato de um acontecimento, os pesquisadores poderão ser contatados pelo telefone (45) 99949 0438 a qualquer momento durante a pesquisa. Poderá, também, procurar pessoalmente o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da UNIOESTE (CEP), de segunda a sexta-feira, das 08h00 às 15h30min, sala do Comitê de Ética, PRPPG, situado na rua Universitária, 1619 – Bairro Universitário, Cascavel – PR. Ou, você pode entrar em contato via e-mail: cep.prppg@unioeste.br ou pelo telefone do CEP (45) 3220-3092.

Declaro estar ciente sobre os fatos informados neste documento e aceito participar desta pesquisa.

Nome do aluno participante: ____

Assinatura do aluno participante: ____

Eu, **Adriana Schawabe Reis Lepreda**, declaro, para os devidos fins, que forneci todas as informações sobre este projeto de pesquisa ao participante e/ou responsável.

____

Adriana Schawabe Reis Lepreda

Cascavel, ____ de ________________ de 2022.

APÊNDICE II

Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Comitê de Ética em Pesquisa – CEP

Aprovado na CONEP em 04/08/2000

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Título do Projeto: IDEIAS BASE DE FUNÇÃO AFIM NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES AUTISTAS EM UMA PERSPECTIVA INCLUSIVA

Pesquisadora responsável: Adriana Schawabe Reis Lepreda
Pesquisadora colaboradora: Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira

Convidamos seu filho ou filha a participar de nossa pesquisa que tem como objetivo **investigar o processo de desenvolvimento e apreensão das ideias base de função afim por alunos autistas e neurotípicos, numa perspectiva inclusiva**. Um propósito da Educação Inclusiva é oferecer a todos os estudantes uma educação de boa qualidade, em que todos os alunos aprendam juntos, sem discriminação. No entanto, não basta possibilitar que os estudantes estejam em uma mesma sala de aula. Incluir vai além disso, é proporcionar a todo e qualquer aluno o acesso ao conhecimento historicamente construído pelo homem. Portanto, este trabalho visa contribuir com a prática docente, objetivando melhorar a qualidade de ensino e aprendizagem dos estudantes.

O trabalho será desenvolvido em sala de aula, propondo aos alunos atividades a serem realizadas em dupla ou trio. A pesquisadora coletará os dados para esta pesquisa por meio dos registros escritos apresentados pelos alunos e através de áudios gravados durante o desenvolvimento das atividades.

Durante a execução do projeto, a professora/pesquisadora responsável irá ministrar as aulas de Matemática normalmente, porém, com atividades que explorem as ideias base de função afim. Existe o risco de os estudantes não conseguirem desenvolver as atividades propostas, mas, caso isso aconteça, ressaltamos que esse fato não trará prejuízos, nem para a pesquisa nem para o estudante. Os alunos serão orientados a participarem com respeito às opiniões dos demais colegas, evitando que constrangimentos ou incômodos ocorram. Caso aconteçam situações de desconforto, a professora/pesquisadora fará a mediação entre as partes envolvidas, buscando empreender um clima de aprendizado e respeito mútuo. Todo o apoio necessário para o desenvolvimento das atividades será oferecido pela professora/pesquisadora.

A participação nesta pesquisa é voluntária e, portanto, você não pagará nem receberá nada ao permitir que seu filho ou sua filha participe do estudo. Destacamos que se em algum momento, durante o desenvolvimento das atividades, o estudante se sentir desconfortável, poderá solicitar o encerramento de sua participação na pesquisa. Salientamos ainda que este estudo traz riscos mínimos ao estudante. Lembramos também que a identidade dos participantes estará em absoluto sigilo, pois as informações obtidas na pesquisa serão utilizadas somente para análise científica dos dados e, de forma alguma, os nomes dos participantes serão divulgados. Afirmamos que a professora/pesquisadora assumirá toda e qualquer responsabilidade, fornecendo a assistência necessária a qualquer intercorrência durante a pesquisa.

Pesquisas acadêmico científicas apontam como positivo o desenvolvimento de projetos em sala de aula, contribuindo para o avanço da qualidade da educação. Por esse motivo, reiteramos a importância da participação do estudante nesta pesquisa, sem prejuízos para sua aprendizagem.

Este documento é entregue em duas vias, uma ficará com o responsável pelo estudante e a outra deverá ser entregue à professora/pesquisadora. Para algum questionamento, dúvida ou relato de um acontecimento, os pesquisadores poderão ser contatados pelo telefone (45) 99949 0438 a qualquer momento durante a pesquisa. Poderá, também, procurar pessoalmente o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da UNIOESTE (CEP), de segunda a sexta-feira, das 08h00 às 15h30min, sala do Comitê de Ética, PRPPG, situado na rua Universitária, 1619 – Bairro Universitário, Cascavel – PR. Ou, você pode entrar em contato via e-mail: cep.prppg@unioeste.br ou pelo telefone do CEP (45) 3220-3092.

Declaro estar ciente sobre os fatos informados neste documento e **autorizo o(a) estudante** ____ a participar desta pesquisa.

Nome do responsável: ____

Assinatura do responsável: ____

Eu, **Adriana Schawabe Reis Lepreda**, declaro, para os devidos fins, que forneci todas as informações sobre este projeto de pesquisa ao participante e/ou responsável.

____

Adriana Schawabe Reis Lepreda

Cascavel, ____ de ________________ de 2022.

APÊNDICE III

Instrumento de Pesquisa tal como foi disponibilizado aos estudantes

Problema 1 – Opção 1 - Grupo __

Jeferson treina em uma pista de ciclismo todos os dias.
Na pista de ciclismo que Jeferson treina, uma volta completa equivale a 7 quilômetros.

Fonte: http://fisicaevestibular.com.br/

a) Quantos quilômetros Jeferson percorre se completar 2 voltas?

b) Complete a tabela.
Escreva na tabela abaixo o total de quilômetros que Jeferson percorre para cada número de voltas.

Número de voltas completas	1	3	4	5	7	8	10	13
Total de quilômetros	7							

c) No treino realizado no sábado Jeferson percorreu 84 quilômetros.
Quantas voltas completas Jeferson percorreu?

d) É possível determinar o número de voltas completas para qualquer quantidade de quilômetros? Expliquem.

Problema 1 – Opção – Grupo __

Fonte: https://dimensaosete.com.br/posts/mangas-mais-longos

Carlos adora ler mangás.
Carlos encontrou um site que vende mangás mais baratos.

Cada mangá custa R$ 25,00.

a) Se Carlos comprar 3 mangás, quantos reais irá gastar?

b) O que Carlos precisa saber para calcular quantos reais vai gastar?

c) Carlos tem R$ 150,00.
Quantos mangás Carlos consegue comprar com R$ 150,00?

d) É possível calcular a quantidade de mangás para qualquer valor que Carlos possuir?
Como faz para calcular?

Problema 2 - Grupo __

Uma loja do Bairro vende tudo um terço mais barato do que uma loja do Shopping.

a) Dona Cida comprou uma sandália que custa R$ 36,00 na loja do bairro. Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?

b) Completem a tabela relacionando o preço da loja do Bairro com o preço da loja do Shopping.

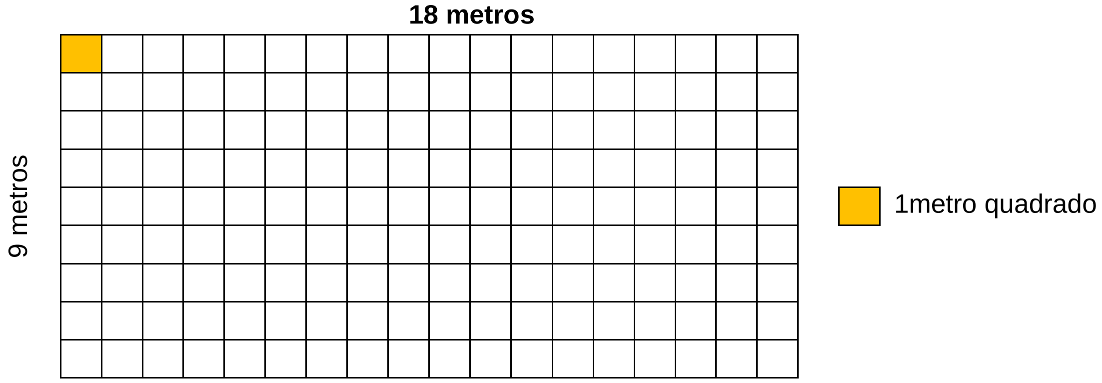
Loja do Bairro	10,00	25,00		40,00	
Loja do Shopping	30,00		90,00		210,00

c) Seu João comprou uma mercadoria que custa R$ 135,00 na loja do Shopping. Quanto seu João pagaria por essa mesma mercadoria na loja do bairro?

d) É possível determinar o preço na loja do Bairro para qualquer mercadoria da loja do Shopping? Expliquem.

Problema 3 – Grupo __

A figura a seguir representa o tamanho da quadra de voleibol de uma praça.



a) De quantos metros quadrados é a área da quadra de voleibol?

b) Vocês conhecem outra maneira para calcular a área da quadra de voleibol? Expliquem.

c) Na praça também há uma quadra de futsal.
A quadra de futsal mede 18 metros de largura e 36 metros de comprimento.
A área da quadra de futsal é quantas vezes maior que a área da quadra de voleibol?
( ) 2 vezes maior.
( ) 3 vezes maior.
( ) 4 vezes maior.
( ) 6 vezes maior.

d) Como vocês pensaram para encontrar a resposta da questão “d”?
Expliquem.

Problema 4 – Grupo __

Julia tem cinco camisetas (amarela, azul, branca, verde e vermelha) e três *shorts* (rosa, verde e preto) que ela usa para fazer caminhadas.

Pinte as camisetas e os *shorts* conforme as cores citadas.

Figura - Apoio Visual do Problema 5

Se Júlia combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o *short* verde, faz um conjunto.
Se Júlia combinar a camiseta amarela com o *short* verde, faz outro conjunto diferente.

Se Júlia combinar cada uma das cinco camisetas com cada um dos três *shorts,* quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?

Expliquem como vocês encontraram o total de conjuntos.

Problema 5 – Grupo __

A sorveteria Gela-língua oferece 21 combinações de sorvetes.
Cada combinação é composta por um sabor de sorvete com um tipo de cobertura.

Exemplo: um sorvete com uma bola sabor chocolate pode ser combinado com uma cobertura também de chocolate, formando uma combinação.
Um sorvete com uma bola sabor chocolate pode ser combinado com uma cobertura sabor morango, formando uma nova combinação.

Se há 7 sabores de sorvete, quantos tipos de cobertura a sorveteria oferece para fazer todas as 21 combinações?

Sabores de sorvete | Coberturas

= 21 opções de sorvetes

Expliquem como vocês encontraram o total de coberturas.

Problema 6 – Grupo __

Carol adora animes japoneses. O próximo anime que irá assistir é *Naruto*.
Devido aos estudos, a mãe de Carol disse que ela poderá assistir apenas alguns episódios do anime por dia.
Carol poderá assistir 21 episódios do anime por semana.
Carol irá assistir a mesma quantidade de episódios do anime todos os dias.

a) Quantos episódios do anime Carol assistirá por dia?

b) Quantos dias Carol levará para assistir 45 episódios do anime?

c) A série de anime *Naruto Clássico* é composta por 220 episódios.
Quantos dias, no mínimo, Carol levará para assistir a todos os episódios do anime?

d) É possível calcular a quantidade de dias para qualquer quantidade de episódios?
Como faz para calcular?

Problema 7 – Grupo __

Confira a promoção das Lojas Bacanas para compras on-line.

Giovana derramou tinta no folheto da propaganda.
O valor de cada game ficou encoberto por tinta.
Giovana sabe que o valor de dois games é R$ 120,00.

a) Se comprarmos 4 games, quanto pagaremos?

b) Nessa promoção, qual é o valor de cada game?

c) Se comprarmos 9 games, quanto pagaremos?

d) É possível calcular o valor para quantos games quisermos? Como?