



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ**  
**CENTRO DE EDUCAÇÃO, LETRAS E SAÚDE**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – MESTRADO**

**SANTA OTANI**

**CONTRIBUIÇÕES DE V. V. DAVYDOV PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:  
INTERFACE ENTRE A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A  
PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA**

**FOZ DO IGUAÇU – PARANÁ**

**2023**

**SANTA OTANI**

**CONTRIBUIÇÕES DE V. V. DAVYDOV PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:  
INTERFACE ENTRE A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A  
PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino – Nível Mestrado, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.

**Orientadora:** Prof.<sup>a</sup> Dra. Julia Malanchen

**FOZ DO IGUAÇU- PARANÁ**

**2023**

Ficha da identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Otani, Santa

CONTRIBUIÇÕES DE V. V. DAVYDOV PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA: INTERFACE ENTRE A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA / Santa Otani; orientadora Julia Malanchen. -- Foz do Iguaçu, 2023. 147 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Foz do Iguaçu) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2023.

1. Divisão aritmética . 2. Pedagogia Histórico-Crítica. 3. Teoria do Ensino Desenvolvimental. 4. Modo de organização do ensino. I. Malanchen, Julia, orient. II. Título.



**unioeste**

Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Reitoria  
CNPJ 78.680.337/0001-84  
Rua Universitária, 1619, Jardim Universitário  
Tel.: (45) 3220-3000 - Fax: (45) 3225-4590 - www.unioeste.br  
CEP: 85819-110 - Cx. P.: 701  
Cascavel - PARANÁ



## **SANTA OTANI**

### **CONTRIBUIÇÕES DE V. V. DAVYDOV PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA: INTERFACE ENTRE A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ensino, área de concentração Ciências, Linguagens, Tecnologias e Cultura, linha de pesquisa Ensino em Ciências e Matemática, APROVADO(A) pela seguinte banca examinadora:

---

Orientador(a) - Julia Malanthen

Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Campus de Foz do Iguaçu (UNIOESTE)

---

Susimeire Vivien Rosotti de Andrade

Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Campus de Foz do Iguaçu (UNIOESTE)

---

Silvia Pereira Gonçalves

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Foz do Iguaçu, 6 de março de 2023

Dedico este trabalho a minha mãe, Carmen da Cunha Otane, que mesmo não tendo acesso à educação, lutou bravamente para que eu tivesse as condições objetivas e subjetivas para chegar até aqui.

## AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Carmen da Cunha Otane que, apesar de analfabeta, porém alfabetizada na escola da vida, no alto de sua sabedoria, soube incentivar a todos os filhos e, a mim particularmente, o valoroso papel da educação escolar.

À minha filha, Bruna Otani Ribeiro, pela benevolência em me ensinar a empregar os recursos tecnológicos, quando tive que me apropriar de programas on-line, os quais jamais tinha visto antes, uma vez que pela situação pandêmica, todas as aulas foram desenvolvidas de forma on-line.

A todos os meus familiares, pela compreensão em me ajudar, quando mais necessitei de tempo para os estudos.

À minha orientadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Julia Malanchen que, com seu jeito brincalhona, mas, ao mesmo tempo, levando com seriedade o seu trabalho de orientação, me conduziu afetosamente com empenho na produção desta dissertação. Agradeço a paciência e dedicação em contribuir com o meu crescimento profissional e pelas valiosas correções e contribuições.

Às professoras Dr<sup>a</sup>. Janaina Damasco Umbelino, Dr<sup>a</sup>. Silvia Pereira Gonzaga de Moraes e Dr<sup>a</sup>. Susimeire Viven Rosotti de Andrade, que participaram da banca de qualificação e defesa, pelo tempo dedicado à leitura e pelas significativas contribuições na conclusão deste trabalho, meus sinceros agradecimentos.

Às pessoas dos grupos de estudos catarinense (GPEMAHC/TEDMAT), em especial à professora Dr<sup>a</sup> Josélia Euzébio da Rosa, pelas contribuições e discussões teóricas realizadas, durante os poucos encontros que pude participar.

Ao grupo de estudo da PHC, meus agradecimentos pela troca de experiência e discussões teóricas realizadas durante o período investigativo.

Aos amigos e amigas que o mestrado me deu, Calebe Fontenele, Rosane Fagnello Zanon, Andiara Drielli de Oliveira, Rafaela Johann e Evelyn, pelos momentos de estudos compartilhados.

É um agradecimento especial ao prof. Dr. Ademir Damazio, que me recebeu no grupo de estudos GPEMAHC, e pacientemente contribuiu significativamente com o meu fortalecimento teórico na produção deste trabalho.

A TODOS, MUITO OBRIGADA.

Sobre a ciência:

“Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como uma coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições.”

Caraça (1951, p. XIII)

## RESUMO

A presente pesquisa investigou aspectos teórico-metodológicos entre duas teorias críticas – a Histórico-Crítica e a Desenvolvimental, no contexto da Educação Matemática, particularmente no ensino do conceito da operação de divisão. A premissa básica firmou-se na defesa de que existe uma proximidade teórico-filosófica entre elas. A Teoria do Ensino Desenvolvimental proposta pelo autor russo V. V. Davydov, traz como fundamento básico o pressuposto de que a escola deve ensinar o aluno a pensar, mediante um ensino que impulse o desenvolvimento psíquico. Para isso, implantou um programa nas disciplinas escolares, cujos conhecimentos correspondem às realizações da ciência e da cultura moderna. Para o cumprimento desse programa, fez-se necessário aos professores compreenderem a verdadeira função da escola, que no entendimento do autor, não pode consistir em ensinar às crianças uma soma de fatos conhecidos ou da empiria da cotidianidade, mas ensinar a orientar-se pelos conhecimentos científicos, para a formação do pensamento teórico. Com tal característica para o ensino, também Saviani na Pedagogia Histórico-Crítica, ao explicitar a verdadeira função da escola destacou que ela é uma instituição cujo papel consiste na socialização do saber sistematizado por meio de conhecimentos científicos, que resultem no desenvolvimento das funções psíquicas superiores. Nesse sentido, o ensino dos conceitos matemáticos deve primar por atividades de ensino de caráter problematizador que mobilize o estudante a entrar em atividade de estudo. Isto é, um ensino que supere as práticas pedagógicas centradas na empiria do cotidiano em direção à organização de um ensino que promova o desenvolvimento do pensamento teórico. Frente a essas considerações, delineamos a problemática dessa investigação, que definiu a seguinte questão central: “Quais as manifestações e possibilidades de um diálogo entre o ensino do conceito de divisão proposto por Davydov e colaboradores na Teoria do Ensino Desenvolvimental com a Pedagogia Histórico-Crítica?”. Assim sendo, a pesquisa objetivou analisar as possibilidades de uma inter-relação do princípio de desenvolvimento do conceito da operação aritmética de divisão para os anos iniciais do ensino fundamental I, entre as Teorias Desenvolvimental e Histórico-Crítica. Foi um estudo realizado por meio de pesquisa bibliográfica com base nos fundamentos filosóficos, psicológicos e didático-pedagógicos entre a Teoria do Ensino Desenvolvimental e a Pedagogia Histórico-Crítica, com o intuito de revelar o modo de organização do ensino do conceito de divisão entre as duas teorias. O conceito de divisão, abordado por Crestani com base em Davydov, tem sua essência revelada nas ‘tarefas de estudo’, que envolvem as relações entre as grandezas e suas respectivas medidas, a partir das significações geométricas, algébricas e aritméticas, enquanto, a relação entre o lógico e o histórico no processo da divisão é apresentado por Duarte, no movimento organizacional por meio do processo algorítmico, centrado no sistema de numeração decimal a partir do instrumento ábaco. Portanto, em termos de concepção filosófica, há grandes aproximações entre as duas teorias, porém no que tange ao modo de organização do ensino do conceito de divisão, existem diferenças consideráveis. A conclusão é de que essa forma de conceber o Ensino de Matemática com base nas tarefas de estudo, desenvolvida por Davydov na Teoria do Ensino Desenvolvimental, é um horizonte que se abre como indicativo no sentido de aproximação, para pensar a prática pedagógica na Pedagogia Histórico-Crítica.

**Palavras-chave:** Pedagogia Histórico-Crítica; Teoria do Ensino Desenvolvimental; Divisão aritmética; Modo de organização do ensino.

## **V. V. DAVYDOV'S CONTRIBUTIONS TO MATHEMATICS TEACHING: INTERFACE BETWEEN DEVELOPMENTAL TEACHING THEORY AND HISTORICAL-CRITICAL PEDAGOGY.**

### **ABSTRACT**

This research investigates theoretical-methodological aspects between two critical theories – the Historical-Critical and the Developmental, in the context of Mathematics Education, specifically in teaching the concept of the division operation. The basic premise was established in the defense that there is a theoretical-philosophical proximity between them. The Theory of Developmental Teaching, proposed by the Russian author V. V. Davydov, has as its basic foundation the assumption that the school must teach the student to think, based on a teaching that boosts psychic development. For this, a program was implemented in school subjects, whose knowledge corresponds to the achievements of science and modern culture. For the fulfillment of this program, the understanding of the teachers about the true function of the school was necessary, since this, in the author's understanding, cannot consist of teaching children a sum of known facts or the empiricism of everyday life, but teaching them to orientate themselves. if for scientific knowledge, for the formation of theoretical thinking. By explaining the real function of schools, Saviani, in his Historical-Critical Pedagogy, states that its role as an institution consists in the socialization of systematized knowledge through scientific knowledge that results in the development of higher psychic functions. In this sense, the teaching of mathematical concepts should prioritize teaching activities of a problematizing nature that mobilize the student to engage in study activity. That is, a teaching that goes beyond pedagogical practices centered on everyday empiricism towards the organization of a teaching that promotes the development of theoretical thinking. Faced with these considerations, we outline the problem of this investigation, which defined the following central question: "What are the manifestations and possibilities of a dialogue between the teaching of the concept of division proposed by Davydov and collaborators in the Theory of Developmental Teaching with Historical-Critical Pedagogy?". Therefore, the research aimed to analyze the possibilities of an interrelationship with the development of the arithmetic operation division concept for the initial years of elementary school I, between Developmental and Historical-Critical Theories. The study was carried out through bibliographical research based on the philosophical, psychological and didactic-pedagogical foundations between the Theory of Developmental Teaching and Historical-Critical Pedagogy, with the aim of revealing the mode of organization of teaching the concept of division between the two theories. The concept of division, approached by Crestani based on Davydov, has its essence revealed in the 'study tasks', which involve the relationships between magnitudes and their respective measures, based on geometric, algebraic and arithmetic meanings, while the relationship between the logical and the historical in the division process is presented by Duarte, in the organizational movement through the algorithmic process, centered on the decimal numbering system from the abacus instrument. Therefore, in terms of the philosophical conception, there are great approximations between the two theories, however, regarding the way of organizing the teaching of the concept of division, there are considerable differences. The conclusion is that this way of conceiving mathematics teaching based on study tasks, developed by Davydov in the Theory of Developmental Teaching, opens a horizon that expands as an indication in the sense of approximation, to think about the pedagogical practice in Historical-critical Pedagogy.

**Keywords:** Historical-Critical Pedagogy; Developmental Teaching Theory; Arithmetic division; Mode of organization of teaching.

## LISTA DAS SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CIEM	Comissão Internacional de Ensino de Matemática
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino de Matemática
GPEMAHC	Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem Histórico-Cultural
MHD	Materialismo Histórico e Dialético
PEA	Programa de Educação de Adultos
PHC	Pedagogia Histórico-Crítica
SEMED	Secretaria Municipal de Educação de Cascavel
TED	Teoria de Ensino Desenvolvimental
TEDMAT	Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática
UNIOESTE	Universidade do Oeste do Paraná

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Demonstração.....	91
<b>Figura 2</b> – Demonstração.....	91
<b>Figura 3</b> – Demonstração.....	92
<b>Figura 4</b> – Demonstração.....	93
<b>Figura 5</b> – Demonstração.....	93
<b>Figura 6</b> – Demonstração.....	94
<b>Figura 7</b> – Demonstração com ábaco .....	95
<b>Figura 8</b> – Demonstração com ábaco .....	96
<b>Figura 9</b> – Demonstração com ábaco .....	96
<b>Figura 10</b> – Demonstração com ábaco .....	96
<b>Figura 11</b> – Modo geral de organização do ensino.....	103
<b>Figura 12</b> – Elementos constitutivos da relação essencial do conceito de divisão.....	104
<b>Figura 13</b> – 1ª tarefa, transferência de líquido.....	107
<b>Figura 14</b> – Tarefa 1 – unidade de medida básica e intermediária (volumes A e C) .....	107
<b>Figura 15</b> – Tarefa 1 – total de unidades básicas no esquema.....	107
<b>Figura 16</b> – 1ª tarefa, relação quantitativa entre unidade de medida básica e intermediária.	108
<b>Figura 17</b> – Modelo objetual gráfico e literal.....	110
<b>Figura 18</b> – Segunda tarefa, figura parcialmente oculta e esquema de setas .....	110
<b>Figura 19</b> – 2ª tarefa, figura parcialmente oculta e dados no esquema de setas.....	111
<b>Figura 20</b> – 2ª tarefa, figura parcialmente oculta e esquema que corresponde para $M=21$ ...	112
<b>Figura 21</b> – 2ª tarefa, resolução de $21 \div 3 = \underline{\quad}$ na reta numérica .....	112
<b>Figura 22</b> – 2ª tarefa, representação gráfica (esquema).....	113
<b>Figura 23</b> – 2ª tarefa, representação gráfica (reta numérica).....	113
<b>Figura 24</b> – 2ª tarefa, representação gráfica (esquema).....	114
<b>Figura 25</b> – 3ª tarefa esquema abstrato.....	115
<b>Figura 26</b> – Tarefa 4: modelação gráfica e literal.....	115
<b>Figura 27</b> – 5ª tarefa, representação dos dados no esquema de setas.....	117
<b>Figura 28</b> – 5ª tarefa, representação da operação de multiplicação $8 \times 6$ no esquema.....	117
<b>Figura 29</b> – 5ª tarefa, representação no esquema setas dos dados contidos na reta .....	117
<b>Figura 30</b> – 5ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão.....	118
<b>Figura 31</b> – 5ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão.....	118

<b>Figura 32</b> – 5ª tarefa, representação dos dados no esquema.....	118
<b>Figura 33</b> – 5ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão.....	119
<b>Figura 34</b> – 5ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão.....	119
<b>Figura 35</b> – 5ª tarefa, quadro-síntese da transformação do modelo .....	120
<b>Figura 36</b> – Quarta ação de estudo .....	121
<b>Figura 37</b> – 6ª tarefa, representação gráfica da conversão de medidas .....	121
<b>Figura 38</b> – 6ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão.....	122
<b>Figura 39</b> – 7ª tarefa, operação da divisão pelo método da decomposição numérica .....	123
<b>Figura 40</b> – 7ª tarefa, explicitação dos elementos da relação universal no algoritmo da divisão.....	123
<b>Figura 41</b> – 4ª tarefa, modelo literal no algoritmo.....	123
<b>Figura 42</b> – 8ª tarefa, operação de divisão no algoritmo .....	124
<b>Figura 43</b> – 9ª tarefa, esquema e figura quadriculada .....	125
<b>Figura 44</b> – 9ª tarefa, esquema e figura quadriculada .....	126
<b>Figura 45</b> – 9ª tarefa, esquema e figura quadriculada .....	126
<b>Figura 46</b> – Ação de controle e avaliação .....	128

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>CAPÍTULO I – ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO</b> .....	21
1.1 Concepção do conhecimento matemático e sua gênese .....	21
1.2 Períodos mais relevantes na história da matemática .....	26
1.3 O desenvolvimento histórico do Ensino de Matemática no Brasil.....	31
<b>CAPÍTULO II – TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NO TRABALHO EDUCATIVO DO PROFESSOR</b> .....	36
2.1 Aspectos históricos e constituição das tendências em Educação Matemática .....	39
2.2 Base Teórica da Tendência Histórico-Crítica do Ensino da Matemática.....	41
2.3 Base Teórica da Tendência Histórico-Cultural do Ensino da Matemática.....	44
2.4 A Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental: contribuições para o trabalho educativo.....	48
2.4.1 Fundamentos Teóricos da Pedagogia Histórico-Crítica .....	49
2.4.2 A educação como processo de formação humana .....	51
2.4.3 Os conteúdos escolares e a conversão do saber.....	54
2.4.4 Atividade humana passada ressignificada no processo de apropriação e objetivação	57
2.4.5 O apoderamento dos vivos pelos mortos.....	58
2.4.6 O ensino dos conteúdos escolares e a cotidianidade .....	59
2.4.7 O método na Pedagogia Histórico-Crítica.....	60
2.5 Vasili Vasilievich Davydov (1958–2015): dados bibliográficos e contextualização.....	65
2.5.1 O autor e sua obra.....	65
2.5.2 Elaboração e implementação da Teoria do Ensino Desenvolvimental.....	68
2.5.3 O sistema Elkonin-Davydov (1958 – 2015).....	70
2.5.4 O trabalho ou atividade prática como gênese do pensamento.....	71

2.5.5 Particularidades do pensamento empírico .....	75
2.5.6 Particularidades do pensamento teórico .....	77
<b>CAPÍTULO III – APROXIMAÇÕES E CONTRAPONTO ENTRE A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA: UM OLHAR PARA O CONCEITO DE DIVISÃO .....</b>	<b>82</b>
3.1 A busca pelo conceito da operação de divisão nos anos iniciais.....	82
3.2 O Ensino da Matemática por meio da categoria do lógico e do histórico .....	87
3.2.1 A operação aritmética de divisão pela técnica do algoritmo .....	90
3.2.2 A operação aritmética da divisão pelo uso do instrumento – ábaco.....	94
3.3 Análise da proposição do Ensino da Matemática na perspectiva do Ensino Desenvolvimental .....	97
3.3.1 A organização do ensino do conceito de divisão na atividade de estudo .....	100
3.3.1.1 PRIMEIRA AÇÃO DE ESTUDO: revelação dos dados que constituem relação universal.....	104
<b>Tarefa 1: transformação dos dados: unidade básica, intermediária e o total de ambas</b>	<b>106</b>
3.3.1.2 SEGUNDA AÇÃO DE ESTUDO: modelação da relação universal na forma objetal, gráfica e literal.....	109
<b>Tarefa 2: Modelação da relação essencial nas formas objetal e gráfica.....</b>	<b>110</b>
<b>Tarefa 3: Início da modelação literal.....</b>	<b>115</b>
3.3.1.3 TERCEIRA AÇÃO DE ESTUDO: transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades .....	116
<b>Tarefa 5: Transformação da relação universal em três modelos distintos .....</b>	<b>117</b>
3.3.1.4 QUARTA AÇÃO DE ESTUDO: construção de um sistema de tarefas singulares a partir da relação universal .....	120
<b>Tarefa 6: Sistematização das unidades de medida de comprimento a partir da relação universal .....</b>	<b>121</b>
<b>Tarefa 7: Sistematização do algoritmo com base na relação universal.....</b>	<b>123</b>
<b>Tarefa 8: A divisão no algoritmo.....</b>	<b>124</b>
3.3.1.5 QUINTA AÇÃO DE ESTUDO: controle da realização das ações.....	125

<b>Tarefa 9: controle do registro dos elementos que constituem a relação universal no esquema .....</b>	<b>125</b>
3.3.1.6 SEXTA AÇÃO DE ESTUDO: avaliação da aprendizagem do procedimento universal.....	127
3.3.2 Síntese das ações de estudo .....	128
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS: Inter-relações entre a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental.....</b>	<b>131</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>139</b>

## INTRODUÇÃO

[...] a psicologia da imagem (percepção)  
é um conhecimento concreto e científico  
sobre como, no processo de sua atividade, os indivíduos  
constroem sua imagem do mundo – mundo no qual vivem,  
atuam, o qual reconstroem e, em parte, criam;  
trata-se, inclusive, de um conhecimento de como  
funciona a imagem do mundo, mediatizando  
sua própria atividade em um mundo objetivo e real.  
LEONTIEV, 2004, p. 52

Porque uma epígrafe de Leontiev, se o objeto de investigação estará alicerçado nas contribuições de V. V. Davydov<sup>1</sup> e Saviani para fundamentar os princípios explanatórios do objeto de estudo, ou seja, do objeto de investigação?

Consta nos dados referenciais do autor russo V. V. Davydov, que ele foi aluno de renomados representantes da Teoria Histórico-Cultural, entre eles Leontiev. Ao longo de sua vida e obra, Leontiev grande estudioso da Teoria Histórico-Cultural elaborou uma de suas principais contribuições, a Teoria da Atividade. (LONGAREZI; FRANCO, 2013).

Foi inspirado no arcabouço filosófico e psicológico de Leontiev que Davydov formulou a Teoria da Atividade de Estudo. Nesse processo, elaborou um sistema de ensino para diferentes disciplinas e, entre elas, a Matemática, visando satisfazer necessidades formativas por meio do desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos. Desse modo, coloca a didática desenvolvimental a serviço da pedagogia.

Tal entendimento remete à educação escolar de orientação Histórico-Crítica, cujo principal nome de referência é Dermeval Saviani, o qual admite que é função da escola criar condições para formar na consciência do indivíduo a imagem de um mundo exterior, em suas múltiplas relações e determinações. A epígrafe expressa um movimento a ser engendrado pelo ensino escolar, de modo que os significados que compõem a realidade objetiva possam ser incorporados ao sistema da consciência individual do sujeito e refletir, em sua imagem subjetiva, o mundo tal qual ele é.

Ainda, nesta perspectiva, o problema da imagem subjetiva da realidade objetiva está diretamente ligado à educação escolar, que incide na formação da imagem subjetiva de mundo a ser incorporada pelo estudante. No entanto, é preciso compreender como ocorre esse processo pelo qual os indivíduos desenvolvem sua imagem mental do mundo. Ademais, em se tratando

---

<sup>1</sup> Utilizaremos a grafia “Davydov”, em virtude de ser esta a forma adotada em suas principais obras. No entanto, quando houver citação o nome do autor será mantido conforme aparece na obra referenciada.

de educação escolar, as perguntas pertinentes são: como o estudante forma a imagem subjetiva dos conteúdos escolares com o conceito teórico, como postula Davídov (1988) e Duarte (1987)? Como a educação escolar pode interferir nesse processo, conforme propõem a Teoria do Ensino Desenvolvimental (DAVÍDOV, 1988) e a Pedagogia Histórico-Crítica (SAVIANI, 2008) para que a imagem do mundo via conhecimentos científicos de fato reflita o mundo tal qual ele é? Ou ainda, como desenvolver o pensamento teórico dos estudantes, pela via dos conceitos científicos matemáticos?

Importa reafirmar que a função da ação educativa, focada em como tal realidade se reflete no psiquismo do estudante, só ocorre quando os professores a concebem, interpretam e transmitem sob o ponto de vista da ciência, isto é, pelos conhecimentos científicos. Ou seja, é função da escola o desenvolvimento da função psíquica, pensamento, que nas suas formas mais desenvolvidas se expressam na forma de pensamento teórico.

Davídov (1988) traz como princípio fundamental de suas investigações o pressuposto de que: a escola deve ensinar de forma com que as crianças pensem teoricamente. De maneira similar, Saviani (1984, p. 9), ao explicitar a função da escola, afirma que: “a escola é uma instituição cujo papel consiste na socialização do saber sistematizado”. Nesse contexto, adotamos como **tema** para a presente investigação as “Contribuições de V. V. Davydov para o Ensino de Matemática: interface entre a Teoria do Ensino Desenvolvimental e a Pedagogia Histórico-Crítica”. O tema em questão propõe uma reflexão acerca da organização do Ensino de Matemática disposto pelas Teorias Desenvolvimental e Histórico-Crítica. Em suas palavras, Davydov argumenta que não é possível examinar os problemas deste ensino “sem penetrar nas teorias filosóficas do pensamento, em particular na teoria filosófica chamada lógica dialética” (DAVIDOV, 1988, p. 5). Com base em tal abrangência teórica, consideramos importante a inclusão, no objeto de estudo, de conceitos como: reflexo, imagem, realidade objetiva, atividade e mundo, uma vez que são elementos de referência no ensino de uma ciência, no caso investigado, da ciência matemática, que explicita a necessidade de compreender como os estudantes formam os conceitos científicos e desenvolvem o pensamento.

Davídov (1982), no prefácio de seu livro “Tipos de generalización en la enseñanza”, resultado de sua tese de doutorado defendida em 1972, destacou como objetivo fundamental de sua investigação as peculiaridades psicológicas da formação do pensamento teórico nos alunos. Sua referência é, sobretudo, a abstração, a generalização e o conceito, como sendo bases para a estruturação das disciplinas escolares, com certa ênfase para o ensino da disciplina de Matemática.

As intenções da referida pesquisa, bem como dos outros pressupostos explicitados até o momento, se juntam as minhas vivências para a delimitação do objeto do problema e do objetivo de pesquisa. Em nossa trajetória de estudos, como professora do ensino fundamental I, na Rede Pública Municipal de Ensino do município de Cascavel, no Estado do Paraná, Brasil, tive contato com as Teorias Histórico-Cultural e Pedagogia Histórico-Crítica. Isso ocorreu por ocasião da elaboração de um currículo próprio para este município, cuja perspectiva basilar do documento estava fundamentada nas bases filosóficas do Materialismo Histórico-Dialético (MHD).

A elaboração do documento curricular teve início no ano de 2006, momento no qual eu atuava como coordenadora pedagógica da disciplina de Matemática na Secretaria Municipal de Educação (SEMED). Na oportunidade, pude participar ativamente do supramencionado processo. Nas situações vivenciadas nos meios escolares, junto aos professores, eles revelaram que, entre os conteúdos com maior dificuldade a serem explorados no processo de ensino, estão aqueles relativos às operações aritméticas e, entre elas, a divisão é considerada a mais problemática.

Nesse contexto, as dificuldades apresentadas por tais profissionais no processo de ensino, aliadas às necessidades de compreensão desta perspectiva teórica, demonstraram interesse em pensar um modo de organização do Ensino para a Matemática; naquele momento, particularmente no âmbito das operações aritméticas. As intenções manifestadas eram no sentido de saber como materializar esse processo a partir dos princípios filosóficos do Materialismo Histórico-Dialético.

Esta é também nossa preocupação, agora como pesquisadora. Entender como essas teorias podem contribuir com o processo de formação dos professores que atuam na referida Rede Municipal de Ensino, uma vez que os estudos a respeito da sistematização didática para o Ensino de Matemática, dentro do campo da Pedagogia Histórico-Crítica, ainda são insipientes.

É nesse contexto que a presente pesquisa emerge como necessidade de investigar os nexos conceituais metodológicos para a disciplina de Matemática, tendo em vista as fragilidades detectadas para tal ensino no contexto escolar. Com base neste cenário, estabelecemos a delimitação, uma vez que, esta pesquisa se inseriu no campo da Educação Matemática. De modo mais específico, ela se voltou ao possível diálogo, entre duas teorias da educação, ou seja, duas pedagogias concebidas em uma perspectiva crítica: a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental, as quais comungam de mesma base epistemológica que é o Materialismo Histórico-Dialético.

No intuito de que as teorias apontadas possam servir de instrumentalização na interação entre os modos de ensinar e aprender Matemática, formulamos a seguinte questão que se manifestou como expressão do **problema** dessa investigação: Quais as manifestações e possibilidades de um diálogo entre o ensino e o conceito de divisão proposto por Davydov e colaboradores na Teoria do Ensino Desenvolvimental com a Pedagogia Histórico-Crítica?

O problema da pesquisa foi elaborado com base em inquietações pessoais e coletivas e do potencial do próprio objeto, que se articula com a **hipótese** com teor questionador, de que o modo de organização do Ensino de Matemática que foca na formação de conceitos pautados na lógica formal, como acontece na escola tradicional, resulta somente no desenvolvimento do pensamento empírico e pragmático dos estudantes. Em contrapartida, emerge o pressuposto prospectivo da necessidade de superar essa concepção tradicional de ensino, que compreende os conceitos como definição prontas e cristalizadas. Entendemos que as contribuições de orientação teórico-metodológica apresentadas pela Teoria do Ensino Desenvolvimental, assim como o método proposto pela Teoria Histórico-Crítica, possam traduzir conexões orientativas que derivem um modo de planejar e realizar ações para o Ensino de Matemática. E, aqui, mais especificamente, oriente a organização do ensino do conceito de divisão.

Neste ínterim, a presente investigação, com base na hipótese de que é possível uma nova proposição para o modo de organização de conceitos matemáticos, definiu como **objetivo geral**: analisar as possibilidades de uma inter-relação do princípio de desenvolvimento do conceito da operação aritmética de divisão para os anos iniciais do ensino Fundamental I, entre as Teorias Desenvolvimental e Histórico-Crítica.

Para a concretização dessas interações, a pesquisa buscou apoio no âmbito da didática do Ensino Desenvolvimental, particularmente nas tarefas de estudo de Davydov e no método da Teoria Histórico-Crítica.

As pesquisas de Crestani (2016), Serconek (2018), Hobold (2014), Rosa (2012), Duarte (1987), Giardinetto (1991), entre outras, apontaram fragilidades que derivam do modo que o Ensino de Matemática se revela dentro das escolas brasileiras.

Para alcançar o objetivo proposto, definimos como **metodologia** para esta pesquisa a realização de estudos bibliográficos de materiais, tais como pesquisas (Teses e dissertações) e artigos relacionadas com o nosso tema, livros de fundamentação teórica, bem como livros didáticos de Matemática, desenvolvido pelas duas Teorias.

Vale lembrar que, particularmente, no terceiro capítulo direcionamos nosso olhar para o modo de organização do ensino de Matemática, em duas dissertações: uma proposta pela autora Sandra Crestani (2016), sob o título “Organização do ensino de Matemática na

perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico”, centrada no modo de organização do ensino a partir das proposições de Davydov; e a outra, proposta pelo autor brasileiro Newton Duarte (1987), intitulada como “A relação entre o lógico e o histórico no Ensino da Matemática Elementar”, a qual direcionou atenção ao modo de organização do ensino por meio do instrumento didático “ábaco” – instrumento que contém, entre outros conteúdos, a lógica da gênese dos algoritmos das operações aritméticas. Optamos por ambos trabalhos por estarem direcionadas às duas teorias as quais nos propomos investigar, e porque as duas tratam do conceito da operação de divisão. Esses materiais possibilitaram intervir em questões de aspectos teórico-metodológicos.

Sendo assim, a presente pesquisa tomou como referência, autores da Psicologia Histórico-Cultural, como Lev Semenovitch Vigotski, Alexéi Nikoláevich Leontiev, Alexander Románovich Luria, Daniíl Borísovich Elkonin com destaque para Vasili Vasilievich Davydov. Este último autor foi quem formulou proposições para o Ensino de Matemática e, com ajuda de seus colaboradores, pesquisaram e formularam um sistema de ensino para o qual tem se manifestado na “expressão mais atual e fiel aos princípios da Teoria anunciada” (ROSA, 2012, p. 14).

Nesse percurso, a pesquisa transitou entre as formulações apontadas no âmbito da Teoria do Ensino Desenvolvimental e da Pedagogia Histórico-Crítica. Para a última, foram utilizados autores como Demerval Saviani, Ligia Marcia Martins, José Paulo Netto, com destaque para Newton Duarte, entre outros. Vale reafirmar que tais teorias comungam da mesma base epistemológica que é o Materialismo Histórico-Dialético.

Dessa forma, a investigação suscitou a interação entre os pressupostos teóricos de ambas as teorias, com a finalidade de propor um Ensino de Matemática com características crítica e emancipatória, que promova um salto qualitativo em relação ao ensino e a aprendizagem tão marcadamente vinculada à concepção tradicional<sup>2</sup>.

Para tanto, a pesquisa foi organizada de maneira que no primeiro capítulo abordamos a vinculação da matemática na realidade social, com seus respectivos aspectos históricos, destacadamente à concepção do conhecimento matemático e sua gênese. (RÍBNIKOV, 1987). Logo após, destacamos os períodos mais relevantes na história da Matemática. Nele, realizamos

---

<sup>2</sup>Davídov (1987, p. 143) por tradicional, explicita ser um “[...] sistema relativamente único de educação europeia, que, em primeiro lugar, se formou no período do renascimento e florescimento da produção capitalista e a qual serviu; que, em segundo lugar, foi fundamentada nos trabalhos de Ya Komenski, I. Pestalozzi, A. Diesterweg, K. Ushinski e outros pedagogos principais daquele período e que, em terceiro lugar, conservou até agora seus princípios iniciais como base para a seleção do conteúdo e os métodos de ensino na escola atual”.

uma reflexão acerca das transformações históricas no contexto do ensino brasileiro (VALENTE, 1999), estabelecendo análises com a matemática na realidade.

No segundo capítulo, refletimos sobre as implicações que as tendências pedagógicas matemáticas exercem no ensino dos conteúdos matemáticos na orientação do trabalho pedagógico (FIORENTINI, 1995). Em seguida, revelamos as bases teóricas de duas tendências matemática que estão se destacando no âmbito do Ensino da Matemática, que são: a tendência matemática histórico-crítica (FIORENTINI, 1995) e a tendência histórico-cultural (DAMAZIO; ROSA, 2013). Com elas, apresentamos os fundamentos teóricos da Pedagogia Histórico-Crítica, assim como os fundamentos da Teoria do Ensino Desenvolvimental, que são duas pedagogias amplas, as quais serviram de base na constituição das duas tendências supracitadas.

No terceiro capítulo, analisamos o modo de organização do ensino do conceito da operação aritmética de divisão proposto pelo autor russo V. V. Davydov, com base na dissertação de Sandra Crestani (2016) e na proposta desenvolvida pelo autor brasileiro Newton Duarte em sua dissertação (1987). Nele, estabelecemos um diálogo com duas pesquisas – respectivamente, fundamentada na Teoria do Ensino Desenvolvimental e Pedagogia Histórico-Crítica –, as quais trazem como objetivo o ensino do referido conceito matemático.

Para finalizar, tecemos as considerações finais, centrando nossa análise nas possíveis aproximações e contrapontos, no modo de organização do Ensino de Matemática e no desenvolvimento do conceito de divisão, apresentado pelas duas perspectivas teóricas. Ou seja, pelas teorias do Ensino Desenvolvimental e Histórico Crítica.

## **CAPÍTULO I – ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO**

O esforço, nesse espaço de exposição da investigação referente à dissertação, é a revelação de alguns aspectos históricos centrais da Matemática, seu ensino e educação. Afinal, uma característica essencial das perspectivas teóricas, aqui adotadas, é a premissa de que a humanidade e suas produções se constituem no processo histórico de desenvolvimento. Importa a evidência de que a Matemática se constitui como um corpo de determinações humanas que foram produzidas por consequência de necessidades próprias das atividades emergentes no processo histórico de constituição do humano.

Como forma de explicitação desse processo histórico, o capítulo foi dividido em três seções, quais sejam: 1) Concepção do conhecimento matemático e sua gênese; 2) Períodos mais relevantes na História da Matemática; e 3) O desenvolvimento histórico do Ensino de Matemática no Brasil.

### **1.1 Concepção do conhecimento matemático e sua gênese**

Nesta seção explicitamos a concepção de ser humano e de conhecimento, particularmente o de matemática. Nesse ínterim, delineamos a gênese de tal ciência e os principais períodos históricos, fundamentados no Materialismo Histórico-dialético.

Além de outros autores, Ríbnikov (1987) e Ifrah (1998) consideram que a Matemática é uma das ciências mais antigas, sendo que o surgimento de seu conhecimento é praticamente inseparável do conhecimento geral de toda a história. Ele emerge das necessidades práticas, quando grupos de pessoas precisavam quantificar objetos da natureza, bem como estabelecer comparações de medidas entre os objetos. Também, por necessidades e preocupações de grupos sociais que buscavam recensear seus membros, seus bens e, ainda, ao procurar datar a fundação de suas cidades ou suas vitórias. Para isso, utilizavam de meios empíricos disponíveis, como entalhes, pedras, cordas, entre outros (IFRAH, 1998).

Nesse âmbito, o conhecimento Matemático se constitui como produção humana desde os primeiros estágios da mais imperfeita atividade produtiva, quando o ser humano, para suprir suas necessidades de subsistência, começa a agir na natureza. O predomínio da ação do homem sobre a natureza emerge a partir do momento em que ele, em um processo de diferenciação dos outros animais, utiliza como ferramenta a especialização das mãos, que se conectam com o cérebro. Consequentemente, essa articulação, funde “prática e pensamento” e, em termos

psíquicos, passa a existir a consciência. Para Marx e Engels (1998, p. 25), “a consciência é, portanto, de início, um produto social e o será enquanto existirem homens”.

Os autores mostram que a produção das ideias está entrelaçada na atividade e no intercâmbio material dos homens. Logo, a consciência é um produto da maneira pela qual os seres humanos produzem a sua própria vida. Dessa forma, os autores expõem: “não é a consciência que determina a vida, senão a vida é que determina a consciência” (MARX; ENGELS, 1998). Os homens que produzem as próprias ideias são condicionados pelo desenvolvimento das forças produtivas e pelo intercâmbio correspondente delas. Portanto, são nas relações sociais, bem como no modo de produzir a vida, que permitem a compreensão da forma de consciência, não o contrário.

O historiador soviético Konstantin Ríbnikov (1987), ao expor o caráter dialético das leis do desenvolvimento da Matemática, destaca:

A matemática como ciência é uma das formas de consciência dos homens. Por isso, apesar da conhecida singularidade qualitativa, as leis que regem seu desenvolvimento, no fundamental, são as gerais para todas as formas da consciência social (RÍBNIKOV, 1987, p. 15 tradução nossa).

O reconhecimento da produção do conhecimento matemático como ciência contribuiu sobremaneira para a formação da consciência social. A consciência, então, é produto da maneira com que os seres humanos produzem a própria história. Ela se revela, no homem, como um estágio de desenvolvimento superior ao instinto no animal. No mundo animal, as leis das quais fazem parte o seu desenvolvimento, estão submetidas ao fator biológico. Por sua vez, o ser humano, não as abandona, apenas as submete a um reequipamento, que incorpora às leis do desenvolvimento sócio-histórico.

Para produzir a história, os seres humanos carecem de satisfazer as suas necessidades e, para isso, precisam estar vivos. A condição para tal, de acordo com Marx e Engels (1998) requer subsídios básicos de nutrição, proteção, entre outros elementos. O fato de o homem necessitar satisfazer aquilo que é fundamental para produzir a realidade, e assim fazer história, torna-se condição para que ele opere na natureza, isto é, estabelecer relações sociais com outros seres humanos, para a satisfação dessas necessidades. O primeiro fato histórico a se constatar é, portanto, a organização corporal dos indivíduos e sua relação com a natureza. Dele decorre a concepção materialista da história.

Todavia, o fato histórico do ser humano necessitar desenvolver uma base material para a satisfação das necessidades de primeira ordem produz novas necessidades, sendo “o primeiro

ato histórico” (MARX; ENGELS, 1998, p. 22). É isso que diferencia o homem dos outros animais, os quais se adaptam à natureza. O homem, ao contrário, transforma o modo de produzir a vida e, por extensão, a natureza, o que gera novas necessidades, impulsionadora do desenvolvimento histórico da humanidade.

Outro aspecto apontado por Marx e Engels (1998), no processo de desenvolvimento histórico, é que os homens renovam, a cada dia, sua própria vida. Por meio do processo reprodutivo, eles perpetuam a própria espécie humana, numa relação entre homem e mulher passam a reproduzir e gerar novos seres humanos e, assim, pais e filhos formam a família. Esta “é a terceira relação que intervém no desenvolvimento histórico” (MARX; ENGELS, 1998, p. 23). Tal relação revela que há um desenvolvimento histórico de reprodução da vida humana de geração a geração, que não é meramente biológica, mas sim um processo histórico social.

Para produzir a vida pelo trabalho, é necessário considerar uma dupla relação entre os aspectos que coexistiram desde o começo da história dos homens: de um lado, uma relação natural – seres humanos com a natureza; de outro, uma relação social – seres humanos entre si. Portanto, uma relação conjugada entre vários indivíduos (MARX; ENGELS, 1998). Como decorrência, um modo de produção está determinado por uma forma peculiar de cooperação, ou seja, por distintas relações sociais e, ao mesmo tempo, pelo estágio das forças produtivas<sup>3</sup>.

O entrelaçamento entre forças produtivas e modo de produção, que se configuram pela forma de propriedade, expressam o modo de produção da vida material em uma determinada época. De acordo com Leontiev (1978, p. 70), com “o aparecimento e o desenvolvimento do trabalho, condição primeira e fundamental da existência do homem, acarretaram a transformação e a hominização do cérebro, dos órgãos de atividade externa e dos órgãos dos sentidos”. Trata-se, pois, de acordo com o mesmo autor, de um “reflexo generalizado da realidade, elaborado pela humanidade”, que se objetiva em diferentes produtos culturais (LEONTIEV, 1978, p. 70). Refere-se, então, a um modo de ação que engendra atividades especificamente humanas, capaz de produzir os meios para suprir suas necessidades.

É por meio do trabalho consciente que o homem, ao transformar a natureza externa, a fim de produzir os meios para satisfazer suas necessidades, também transforma a sua natureza interna, ou seja, a si próprio (KOSÍK, 1976). A busca pela satisfação das necessidades do homem ocorre por meio do processo dialético de objetivação e apropriação da produção e uso de instrumentos materiais. É, portanto, com base na concretização da vida material objetivada pelo homem, que acontece a apropriação dos instrumentos e signos matemáticos.

---

<sup>3</sup> Forças produtivas são o conjugamento da matéria prima, dos instrumentos necessários para operar e transformar a matéria prima e a capacidade humana de trabalho.

Desse modo, a “matemática é concebida como linguagem composta por um conjunto de signos que permite ao homem codificar e transmitir informações sobre o controle dos diferentes movimentos quantitativos” (CASCAVEL, 2020, p. 448). Estes símbolos numéricos e as formas espaciais formam as bases para o desenvolvimento do que, na atualidade, denomina-se de álgebra e geometria. Ao ser entendida por uma visão histórica e como fruto de necessidades práticas da vida social, a Matemática não se expressa na visão idealista, que a considera fruto do pensamento puro, independente do mundo material (ALEKSANDROV *et al.*, 1985). Ainda que o alto nível de abstração desta ciência dificulte a sua compreensão, é preciso considerar que tal característica presente em sua produção não é de sua exclusividade, mas de todas as ciências.

Ríbnikov (1987) indica que a abstração presente no objeto da Matemática, muitas vezes, é percebida como um elemento independente do seu conteúdo, em que os seus elementos sob investigação, geralmente, são representados separados dos objetos da realidade. No entanto, mesmo que o conceito seja, sem dúvida, extremamente abstrato, obstaculizando sua manifestação, há sempre um conteúdo completamente real e relacionado com a vida social.

Ao se discutir o reconhecimento da abstração para o Ensino de Matemática, destacou-se o objeto de estudo da Matemática. Desse modo, houve a demonstração da sua importância na atividade produtiva e social dos homens e a relação do conteúdo com as tarefas gerais. De acordo com Ríbnikov (1987), o objeto de estudo da Matemática, portanto, constituiu-se no controle do movimento das variações das diferentes grandezas, com a compreensão de que as relações entre elas revelaram os aspectos quantitativos e as formas espaciais. Nas palavras de Ríbnikov (1987, p. 11, tradução nossa), “Esse objeto, contudo, não se apresenta diretamente na realidade objetiva, é fruto da abstração” e existe, dessarte, como representação.

Ademais, Ríbnikov (1987) manifesta um entendimento da relação da Matemática com as necessidades práticas do mundo real. Vale reafirmar que se tratava de quantificar objetos e animais, de medir terras, comparar coleções de seres ou objetos, avaliar para fazer trocas entre gêneros ou mercadorias, construir moradias, entre outras necessidades. No entanto, toda essa relação é uma estrutura simbólica, que não está dada diretamente na natureza. O homem elaborou tal representação da natureza de um modo ideal mental e, com base nela, traduziu elementos da natureza de forma Matemática. A transposição dessa forma idealizada de atividades matemáticas materializada em conhecimentos matemáticos, na natureza, também é corroborada por Hogben (1970, p. 42) ao esclarecer que

[...] a atividade cerebral matemática, como qualquer outra atividade cerebral, é função da nossa herança biológica e social e do nosso ambiente social e

físico. [...] os maiores escritores de matemática da antiguidade, - viviam num mundo em que se podiam ver homens a medir os ângulos entre as estrelas, a edificar templos com o auxílio de figuras rabiscadas na areia, a calcular alturas pelo comprimento da sombra, a desenhar gráficos na argila e a fazer ladrilhos.

Com a materialidade do conhecimento matemático expressado de tal modo, busca-se mostrar o objetivo geral para o ensino escolar numa perspectiva desenvolvimental. Trata-se, pois, de: possibilitar, aos estudantes, a apropriação dos conceitos matemáticos produzidos historicamente, de modo que se tornem instrumentos simbólicos na relação com a prática social global.

Daqui, decorre o argumento para o pressuposto de que, se na construção coletiva do objeto da matemática se encerra a representação por meio de signos/conceitos, é na atividade pedagógica que esses conceitos serão elucidados via conteúdos escolares. Nesse sentido, buscamos a Teoria do Ensino Desenvolvimental, em conexão com a Teoria Histórico-Crítica, com a finalidade de que sejam instrumentos na formulação de ações de ensino para o trabalho com o conceito da operação de divisão no contexto do ensino nos anos iniciais. Essa formulação será explicitada adiante, no capítulo III desta investigação.

Sobre o caráter dialético do desenvolvimento da Matemática, a filosofia marxista concebe um método como a forma mais correta e completa de se interpretar as leis da realidade. Esse método proporciona condições favoráveis para situações de ensino com foco simultâneo em duas direções: observar as leis do desenvolvimento dialético da Matemática, no decorrer da história; e encontrar as formas particulares concretas das leis gerais, interpretá-las, citar exemplos e propor ações para as atividades humanas.

Apesar da conhecida singularidade qualitativa, as leis que regem seu desenvolvimento são as mesmas para todas as ciências (RÍBNIKOV, 1987). A história mostra que o desenvolvimento desta ciência, assim como de tantas outras, não se manifesta de forma harmoniosa, linear e sem contradições. Ao contrário, é uma história caótica e tumultuada, marcada por avanços e recuos, cheia de dúvidas e hesitações. Também, feita de tentativas e erros, de impasses e renúncias quando seus avanços ameaçavam interesses econômicos daqueles que detinham seu monopólio (IFRAH, 1998).

O desenvolvimento de tal ciência, na realidade, transcorreu em uma luta selvagem do novo contra o velho. A história abunda em exemplos que revelam a oposição de grupos religiosos que dificultaram o crescimento da ciência, destacadamente a Matemática. Quando um novo conhecimento se tornava vencedor, a oposição era tão forte que o avanço implicava no preço de vidas.

Por este contexto, a ciência Matemática alcançou o reconhecimento e posterior desenvolvimento somente no final do século XIX, após uma longa luta.

## 1.2 Períodos mais relevantes na história da matemática

Na presente seção, agimos pelo pressuposto de que, para uma melhor orientação dos fatos e do desenvolvimento da Matemática, é necessário evidenciar a periodização, a qual se efetua por descobertas relevantes que determinaram o caráter histórico do seu desenvolvimento. Para estabelecer os períodos mais relevantes da história da Matemática, Ríbnikov (1987, p. 16) baseou-se em A. N. Kolmogórov, por entender ser a sua periodização a mais exata, uma vez que ela apresenta, “seus principais métodos, ideias e resultados”. O referido autor, destaca os quatro períodos mais relevantes na história da Matemática, como: a) “Nascimento da Matemática”; b) “O período da Matemática elementar”; c) “Período de formação de Matemática de Magnitudes Variáveis” d) “Período da Matemática Contemporânea” (RÍBNIKOV, 1987), detalhados em sequência.

O primeiro período, demarcado como ‘Nascimento da Matemática’, estendeu-se desde os tempos pré-históricos até por volta do século V a.C., cujo início se perde nas profundezas da civilização primitiva.

As antigas civilizações deixaram seus rudimentos de conhecimentos matemáticos marcados em paredes de pedras, papiros e ossos de animais, os quais, depois de um longo período, compuseram o que hoje se conhece pela denominação de Matemática: “os materiais contidos em papiros, permitem afirmar que 20 séculos antes da nossa era no Egito, começaram a formar-se elementos da Matemática como ciência” (RÍBNIKOV, 1987, p. 27). A história dessa ciência revela que, por volta de 2000 a.C., os babilônios acumulavam registros do que atualmente se considera como conteúdo da Matemática algébrica.

Assim sendo, formaram-se as primeiras considerações feitas pelo pensamento humano a respeito da abstração do objeto da Matemática. Tal modo de abstração permitiu a introdução das demonstrações lógicas. No entanto, foi a partir das civilizações gregas, nos séculos VI e V a.C, que a Matemática recebe *status* de ciência. Nesse período, é possibilitado aos filhos da nobreza, o ensino da leitura e escrita. Um século depois é inserida, no cenário educacional, a Matemática de forma extremamente abstrata, pois era com base nela que os pensadores buscavam respostas a respeito da origem do mundo.

As teorias surgiram e se desenvolveram. Porém, a pressão de uma filosofia predominantemente idealista, a dissociação dos resultados entre teoria e prática e a

desintegração da estrutura escravista, produzidas em virtude da mudança na forma de produção, foram em última instância, a causa determinante da extinção temporária do desenvolvimento teórico-prático da Matemática. Neste contexto, aconteceu, segundo Ríbnikov (1987), a sistematização das Matemáticas estáticas. Para que o desenvolvimento da Matemática voltasse a crescer, foi preciso a ascensão das forças produtivas da sociedade humana, o que aconteceu depois de muitos séculos, com o final da época feudal e o começo do modo de produção capitalista.

No segundo período, denominado como ‘Período da Matemática Elementar’, a história estabelece um enorme intervalo de tempo que se estendeu desde o século V a.C., até por volta do século XVII. O período caracteriza-se pelo surgimento da Matemática como ciência teórica, bem como pela aparição do método dedutivo.

No decorrer dos séculos V–XV, na Europa, o sistema de ensino que incluía a Matemática foi, gradualmente, formado. A maioria das camadas dos indivíduos era instruída. Os cientistas que se interessavam pela Matemática e os estudantes das universidades assimilavam as conquistas da Grécia Antiga, dos povos árabes e da Ásia Central. Os Centros de Ensino eram subordinados absolutamente à igreja. Inicialmente, estudavam numa faculdade preparatória de artes, depois, passavam pelo estudo de teologia ou de medicina. O Ensino de Matemática fazia parte de uma das sete artes livres, que se dividiam em dois períodos. O primeiro era composto pelo *Trivium*, gramática, lógica e retórica, que significa a arte de expressar oralmente as ideias e a dialética, ou habilidade de levar a cabo as discussões. O segundo período, o *Quadrivium*, incluía a aritmética, a geometria, a astronomia e a música (EVES, 2011, p. 97).

O objetivo desse ensino era formar o homem político que, pela retórica, deveria dominar a arte da persuasão. O ensino da geometria e da aritmética ocorria de acordo com pensamento euclidiano, fundado no rigor das demonstrações. No final do período, a Matemática foi desenvolvida em função das exigências práticas da técnica e da navegação. Por isso, o ritmo da vida científica, a princípio lento, acelerou-se significativamente. Como as universidades estavam subordinadas aos desejos reacionários da Igreja, as ciências escolares degeneraram em raciocínios e discussões infrutíferas.

O sistema de instrução medieval, no decorrer de alguns séculos, foi uma premissa necessária; porém, não foi suficiente desde o ponto de vista do desenvolvimento da ciência Matemática. Apesar de muitos conteúdos criados, não resultou em uma nova ascensão científica. Assim, a opressão espiritual é consequência natural da opressão econômica e política. Os governantes e religiosos impediam o desenvolvimento das tendências progressistas, por

todos os meios. No Brasil, por volta do século XVI, a Matemática era ensinada nos três colégios jesuítas situados na Bahia, Rio de Janeiro e Pernambuco – e começava pela lição dos algarismos ou pelas operações. Um ensino atrelado ao ensino da física, de espírito escolástico. De acordo com Valente (1999), na biblioteca do colégio do Rio de Janeiro, existiam obras de Clavio<sup>4</sup>, Kircher<sup>5</sup> e Boskovich<sup>6</sup>, cujas vastas produções científicas incluem obras de Matemática. Entretanto, houve um distanciamento entre os conteúdos existentes e o que foi repassado à prática pedagógica nos colégios Jesuítas. Conforme o autor, a Matemática era negligenciada em detrimento das aulas de artilharia e fortificação.

No século XVII, ainda ocorreram contribuições para o período da Matemática elementar. As principais conquistas foram: a invenção dos logaritmos e métodos de cálculo exato ou aproximado (se o exato fosse impossível), das raízes das equações algébricas; todas inovações que enriqueceram a Matemática elementar. Ao mesmo tempo, cada uma dessas descobertas carregava, em si, os elementos que se caracterizavam partes não elementares: na análise e na álgebra superior. Ou seja, entre a Matemática elementar e a Matemática superior não existe uma fronteira definida. As ideias Matemáticas elementares são transformadas nos ramos superiores da Matemática; por sua vez, a Matemática elementar é completada com novos fatos e ideias da chamada Matemática superior. Nisso, foi revelada a particularidade do desenvolvimento em massa indivisível de todo o conteúdo da Matemática e a relativa artificialidade de sua divisão em elementar e superior, em diferentes disciplinas.

No Brasil, a separação dos conteúdos em elementar e superior ocorreu com a chegada da corte portuguesa, pois até então “não havia programas de ensino tampouco uma organização e seriação dos conteúdos a ensinar” (VALENTE, 1999, p. 106). O mesmo autor ressalta que foi a partir da criação da Academia Real Militar, que se estabeleceu tal separação no Brasil. Entretanto, Ríbnikov (1987) adverte que a separação de uma das faces dos ramos da Matemática, embora facilite o seu estudo, empobrece e impede o quadro geral do desenvolvimento da totalidade do conhecimento matemático.

---

<sup>4</sup>A obra de Clavio, bem como toda a produção da Companhia de Jesus, foi inventariada em 12 volumes, em 1890, cujos conteúdos são: Tomo I - complementos e comentários da Geometria de Euclides, seno, tangente secante; triângulos retilíneos e esféricos; Tomo 2 - complementos de geometria prática, aritmética prática e álgebra; Tomo 3 - complemento do tratado esférico de Sacrobosco e Astrolábio; Tomo 4 - explicações sobre astrolábio; Tomo 5 - construção de instrumentos para astronomia e calendário romano. (VALENTE, 1999, p. 29-31).

<sup>5</sup>Kircher escreveu numerosas obras, que incluem temas como magnetismo, óptica, acústica, música, astronomia, mecânica, aritmética, história natural, medicina, filosofia, teologia, filologia, arqueologia, história e geografia (La Grande Encyclopédie, Tomo 21). (VALENTE, 1999, p. 29-31).

<sup>6</sup>Boskovich é outro jesuíta que figurou em seu tempo como homem da ciência. Sua produção científica é muito extensa. Sommervogel lista 108 títulos. Para saber mais consultar (VALENTE, 1999, p. 29-31).

No terceiro período, chamado de ‘Matemática de Magnitudes Variáveis’, o qual iniciou nos anos finais do século XVI e se estende até meados do século XIX, a Matemática ocupa um lugar muito significativo. O começo desse período está representado pela introdução das grandezas variáveis, representadas pelos trabalhos da geometria analítica de René Descartes e a criação do cálculo diferencial e integral, nos trabalhos de Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, quando na Matemática ocorreram mudanças que a levou ao seu estado atual.

De acordo com Eves (2011, p. 417), “com essa invenção, a matemática criativa passou a um plano superior e a história da Matemática elementar essencialmente terminou”. O autor está fazendo referência ao alcance e implicações que a invenção do cálculo diferencial e integral, ou cálculo infinitesimal, trouxe para o mundo moderno. Antes da sua invenção, os matemáticos ficavam restritos às questões mais estáticas, que reduzia a Matemática ao contar, medir e descrever as formas. Com o advento do cálculo, foi possível aos matemáticos estudá-la em âmbito mais complexo de inter-relações conceituais.

[...] o movimento dos planetas e a queda dos corpos na terra, o funcionamento das máquinas, o fluxo dos líquidos, a expansão dos gases, forças físicas tais como o magnetismo e a eletricidade, o voo, o crescimento das plantas e animais, a propagação das epidemias e a flutuação dos lucros. A matemática tornou-se o estudo dos números, da forma, do movimento, da mudança e do espaço. (DEVLIN, 2010, p. 24-25).

O período da ‘Matemática de Magnitudes Variáveis’ foi de intensas revelações científicas. A formação de inúmeras leis das ciências naturais deu origem às ciências exatas, apresentada sob a forma de uma ciência geral, que explicava fenômenos da natureza, formulada matematicamente. A ideia filosófica do método matemático que refletia o rápido desenvolvimento da técnica, dominou as mentes de brilhantes cientistas. Assim, a ciência matemática, ao ter seu desenvolvimento sob a influência da prática e, em última análise, do progresso material, mudou a sua forma de existência no decorrer desse período. Nessa época, surgiu a organização das instituições e sociedade científica, em que iniciou sua atividade a Royal Society of London for Improving Natural Knowledge (A Sociedade Real de Londres para a Melhoria do Conhecimento Natural), a qual se converteu em uma forma frutífera de trabalho coletivo dos cientistas, com proteção estatal para a ciência (RÍBNIKOV, 1987).

A referida elaboração científica concentrou-se basicamente nos países Europeus que, no período compreendido na segunda metade do século XVIII, é caracterizada pelo modo de produção capitalista. O novo modelo de vida econômico aliado à nova formação capitalista conduziu uma reestruturação de concepções sociais, culturais e ideológicas. Com a revolução

industrial, a ciência se desenvolveu em ritmo acelerado, relacionada com a formação de um mercado mundial. No plano educacional, a ciência Matemática foi chamada para dar respostas às necessidades impostas pelo novo modo de produção que se estabeleceu entre classes sociais diferentes, uma vez que era a ciência que daria sustentação para solucionar os problemas da sociedade (VALENTE, 1999).

A mudança na situação prática, nas bases ideológicas, na estrutura organizacional e no papel da Matemática ocorreram junto das profundas mudanças qualitativas em seu conteúdo ao longo de tal período. O estudo dos números das grandezas constantes das figuras passou a ser complementado com o estudo dos movimentos e transformações das dependências funcionais. Mudou o conteúdo interno da Matemática, o qual adquiriu progressivamente o aspecto de Matemática das variáveis. Uma evidência dessa mudança é apontada por Engels (*apud* RÍBNIKOV, 1987, p. 153, tradução nossa), ao expressar que

O ponto de inflexão da matemática foi a variável de Descartes. Graças a ela, o movimento foi introduzido na matemática e com ele a dialética, graças a qual surgiu a necessidade imediata do cálculo diferencial e integral, que começa imediatamente, a partir de agora e que Newton e Leibniz em geral, aperfeiçoaram, mas não inventaram.

Fazendo referência a um material muito significativo e concreto que já existia, o que Newton e Leibniz fizeram foi dar continuidades às investigações e aperfeiçoá-las.

Ademais, o quarto período, denominado ‘Período da Matemática Contemporânea’, se estende desde o século XIX até os nossos dias. Aleksandrov *et al.* (1985, p. 89) o caracterizou como “a matemática de todas as possíveis relações e interdependências quantitativas entre magnitudes”. Assistiu-se um impetuoso e rico desenvolvimento, formando-se quase todas as disciplinas científicas conhecidas atualmente como os fundamentos clássicos da Matemática contemporânea. No entanto, o próprio Ríbnikov (1987) explica que o conceito de contemporaneidade na Matemática não é um conceito estático, pois entre os últimos acontecimentos e a atualidade, ocorreram novas produções e, portanto, um novo momento na história. O mesmo autor aponta um aumento significativo nas relações que expressam formas e quantidades, o que provocou o aparecimento de novas teorias. Tal fato tem levado a uma reconstrução e mudança nos fundamentos teóricos da Matemática, isto é, modificações no sistema de teorias e problemas históricos, lógicos e filosóficos. Neste período, houve uma reconsideração crítica do sistema de axiomas da Matemática, dos métodos lógicos e de demonstrações. Com isso, objetivou-se construir um rigoroso sistema de fundamentos da Matemática que correspondesse com a experiência acumulada pelo pensamento matemático da

humanidade. Os autores Miguel e Miorim (2004, p. 88) sintetizaram os quatro períodos do desenvolvimento matemático da seguinte forma:

As quatro etapas do desenvolvimento da matemática [...] correspondem naturalmente às distintas etapas de nossa formação matemática. [...] Os resultados básicos da aritmética e da geometria, obtidos no primeiro período do desenvolvimento da matemática, constituem o objeto de ensino da escola primária [...]. As mais importantes conquistas do segundo período, o da matemática elementar, são estudados nos centros de ensino médio. Os resultados básicos do terceiro período, os fundamentos da análise, a teoria das equações diferenciais, a álgebra superior etc. constituem os conhecimentos matemáticos de um engenheiro; são estudados em todos os centros de ensino superior, exceto naqueles dedicados exclusivamente às Humanidades [...]. Por outro lado, as ideias e os resultados do período atual da matemática, são estudados quase exclusivamente nos departamentos universitários de Matemática e Física.

Tal princípio estruturador assumiu uma organização curricular dos tópicos que expressaram a matemática escolar como síntese dos quatro períodos, qualitativamente distintos da Matemática explicitada até então.

### **1.3 O desenvolvimento histórico do Ensino de Matemática no Brasil**

Ao analisar os períodos históricos, foi possível demarcar as etapas mais relevantes da história da Matemática desde as antigas civilizações até a contemporaneidade. Na presente seção, então, cabe rastrear as origens do Ensino da Matemática no Brasil, bem como localizar os caminhos percorridos pela escolarização dessa ciência, até sua estruturação como elemento da cultura escolar brasileira. Ou seja, mais especificamente, é importante conhecer a trajetória constitutiva do conjunto organizado de conceito para o Ensino da Matemática, em nosso país.

Seguindo a cronologia, a história do Ensino de Matemática no Brasil remonta aos idos do século XV, com a chegada da Companhia de Jesus, no ano de 1549, conforme afirmam Neto e Maciel (2008, p. 171):

Para consecução dos objetivos do Projeto Português de colonização das terras brasileiras, a Coroa portuguesa contou com a colaboração da Companhia de Jesus. [...] a principal intenção do rei D. João III ao enviar os jesuítas para a Colônia brasileira, [...] foi para converter o índio à fé católica por intermédio da catequese e do ensino de ler e escrever português.

Ao ter por base o princípio de que a educação não é um ato neutro, o projeto educacional jesuítico tinha objetivos claros. Visava tanto o interesse dos portugueses quanto da ordem

religiosa ao propor um ensino rígido e de plena obediência aos superiores. Tinha como objetivo a formação de indivíduos de acordo com os princípios da escolástica, subservientes, que atendessem ao processo produtivo coerente com a formação de sociedade para o período do Brasil colônia. Conforme expressa Miorim (1998, p. 81), “o ensino brasileiro foi, durante mais de duzentos anos, dominado quase exclusivamente pelos padres da Companhia de Jesus”. Eles defendiam, nesse período, “uma educação baseada nas ‘humanidades clássicas’, cujas disciplinas eram a retórica, as humanidades e a gramática” (MIORIM, 1998, p. 81). Por humanidades clássicas, se entendia como

[...] a arte acabada da composição, oral e escrita. O aluno deve desenvolver todas as suas faculdades, postas em exercício pelo homem que se exprime e adquirir a arte de vazar esta manifestação de si mesmo nos moldes de uma expressão perfeita. As classes de gramática asseguravam-lhe uma expressão clara e exata, a de humanidades, uma expressão rica e elegante, a de retórica mestria perfeita na expressão poderosa e convincente “ad perfectam eloquentiam informat” (FRANCA, 1952, p. 49).

De Matemática, quase nada se estudava. O Ensino de Matemática não era atraente aos olhos dos dirigentes das escolas jesuíticas, uma vez que não era considerada relevante à formação daqueles homens. Mesmo que, na condição de necessária para as utilidades práticas, fosse preciso tal conhecimento, não despertou interesse para que a Matemática ganhasse *status* e lugar junto das letras, considerada como cultura geral escolar.

A intencionalidade do Projeto Educacional Jesuítico, além de catequizar os indígenas, apresentava interesses bem amplos, visto que arquitetavam a implementação de mudanças radicais na cultura indígena brasileira, a fim de transformá-los em “homens civilizados”. Em outras palavras, o projeto de ensino alinharia a população aos padrões culturais e sociais dos países europeus, e subsequente formação de uma nova sociedade. Tal preocupação não era, senão, nos limites da nova relação social burguesa: adaptá-los ao novo modo de produção.

Para Valente (1999), o pouco que se sabe com relação ao Ensino de Matemática é que ocorria dentro do espírito escolástico e atrelado ao ensino da física: “na física iria surgir o ensino dos rudimentos da Matemática” (VALENTE, 1999, p. 33). Conforme o autor, uma das dificuldades que impedia a difusão de tal ciência era a falta de professores habilitados para ensinar esse conhecimento. Apesar de os grandes colégios terem ricas bibliotecas com obras científicas de Matemática, pouca importância se deu a elas, pois eram priorizadas as quatro ciências escolásticas: a lógica, a metafísica, a ética e a física. Os dirigentes consideravam que o Ensino de Matemática roubaria tempo dos estudos com as letras, disciplina de grande

relevância na formação do homem. Pensamento partilhado inclusive por jesuítas de outros países:

O estudo das ciências especulativas como a geometria, a astronomia e a física é um divertimento vão. Todos esses conhecimentos estéreis e infrutíferos são inúteis por eles mesmos. Os homens não nascem para medir linhas, para examinar a relação entre ângulos e para empregar todo seu tempo em considerar os diversos movimentos da matéria. Seu espírito é muito grande, a vida é muito curta, seu tempo é muito precioso para se ocupar de tão pequenas coisas; (VALENTE, 1978, p. 332).

A trajetória de duzentos anos de escolarização jesuítica no Brasil mostra que a Matemática permaneceu tímida e não fez parte como elemento integrante da cultura escolar na formação daqueles que adentraram aos colégios da Companhia de Jesus.

Ao seguir do processo histórico, com o entendimento de que está constantemente em transformação, observa-se que há uma mudança no curso da história com a expulsão dos jesuítas do Brasil, em 1759, por ordem do então Primeiro-Ministro Sebastião José de Carvalho e Melo, também conhecido por Marquês de Pombal. Pode-se dizer que o fato teve cunho político, econômico e ideológico, uma vez que os jesuítas se tornaram empecilho aos interesses do Estado Moderno e educacional. Isso porque, por meio da educação, seria possível implantar ideias liberais do movimento Iluminista, a fim de formar um novo homem, o burguês, não mais com princípios cristãos.

Tal fato, porém, contribuiu sobremaneira para mudanças em relação ao ensino da ciência Matemática. Com a criação da Reforma Pombalina, em 1772, são introduzidas novas disciplinas junto ao estudo das humanidades, como a aritmética, a álgebra e a geometria. Como indica Silva (1959, p. 209), “Ao lado das matérias do ensino literário e religioso – o latim, a retórica, o grego, o hebraico, a teologia – a paisagem escolar do Brasil inclui as Matemáticas”. Apesar da baixa procura para frequentar tais disciplinas, essa nova Tendência ocasionou alguns efeitos na educação brasileira, tendo como consequência a criação do Seminário de Olinda, em 1798. O Seminário vigora, como indica Azevedo (1976), as novas tendências pedagógicas, nas quais eram pautados métodos mais humanos com relação ao respeito mútuo, bem como pela importância dada ao ensino das matemáticas.

No ano de 1827, assevera Valente (1999), foram criadas as escolas primárias, por meio de uma carta outorgada por D. Pedro I, na qual designava a gratuidade do ensino primário. Nesse sentido, é possível dizer que se abre um campo de discussões para saber quais

matemáticas deveriam fazer parte dessa etapa de ensino que, no século XVIII, atendia como primeiras letras. Depois de alguns debates, ficou estabelecido que

[...] a escola primária, conhecida como de primeiras letras, terá seu conteúdo definido como escola de aprender a ler, escrever e contar. Entendendo-se por “contar” o conhecimento das quatro operações fundamentais da aritmética. A geometria, [...] deveria ser reservada ao ensino secundário. (VALENTE, 1999, p. 113).

Finalmente, conforme o autor disserta, foi criado, em 1837, o Imperial Colégio D. Pedro II, no qual a Matemática se configurou como elemento cultural em todas as suas oito séries.

Com a República, todo o sistema educacional brasileiro passou por uma profunda reforma, denominada Reforma Benjamin Constant, em 1890; entretanto, não houve mudança na estrutura do ensino secundário brasileiro. Porém, de acordo com Miorim (1998), as mudanças ocorridas com a expansão da indústria nacional, o desenvolvimento da agricultura, a expansão dos centros urbanos e a influência das ideias que agitavam o cenário político internacional, após a Primeira Guerra Mundial, produziram, no Brasil, novas propostas educacionais. Estas caracterizaram o início da modernização do Ensino da Matemática no país, contra uma estrutura de educação artificial e verbalizada existente na época. “Essa nova proposta educacional surgiu através do que ficaria conhecido como o Movimento da Escola Nova” (MIORIM, 1998, p. 89).

As novas ideias que impulsionavam as discussões educacionais não resultaram em consequências maiores, quando o país participou, como convidado, da Comissão Internacional para o Ensino da Matemática. Somente em 1931, as ideias de modernização e reformulação do Ensino da Matemática foram efetivadas por meio da Reforma Francisco Campos. Fundamentada em Romanelli (1990), Miorim (1988) expressa que: “foi por meio dessa reforma que ficaram estabelecidos definitivamente o currículo seriado, a frequência obrigatória, dois ciclos, um fundamental e outro complementar, e a exigência de habilitação neles para o ingresso no ensino superior” (MIORIM, 1998, p. 94).

Após 1950, em virtude do Movimento Internacional de Matemática Moderna, do avanço da psicologia da aprendizagem e, da realização dos cinco Congressos brasileiros de Ensino da Matemática (1955, 1957, 1959, 1961 e 1966), o Ensino de Matemática passaria por grandes transformações.

No primeiro Congresso, realizado em 1955 em Salvador-BA, foi apresentado um manifesto da *Comission Internationale de l'Enseignement Mathématique* (CIEM), no qual um grupo de matemáticos e pedagogos – fundamentados nas afirmações de Piaget, sobre o

isomorfismo entre as estruturas operatórias do pensamento e as estruturas fundamentais da Matemática – que apresentava a defesa da reformulação curricular do Ensino da Matemática a nível primário e secundário. Tal subordinação da Matemática à ideia de estrutura encontraria, na Teoria dos conjuntos, apoio para a construção da nova constituição da Matemática.

Em 1957, então, acontecia o segundo Congresso, na cidade de Porto Alegre, onde surgiram manifestações desejosas, de parte de psicopedagogos e matemáticos, na incorporação da Matemática Moderna na reformulação curricular.

No entanto, as primeiras propostas concretas de implantação surgiram no terceiro Congresso, que aconteceu no Rio de Janeiro em 1959, cujos resultados só foram apresentados no quarto Congresso, em 1961, em Belém. Serviram como elementos de fundamentação para a organização da nova estrutura curricular: as discussões levantadas nos Congressos, o envio de propostas, por parte de pedagogos e psicopedagogos; e as ideias modernizadoras apresentadas nas propostas sobre as mudanças necessárias para o Ensino de Matemática brasileiro. No entanto, “não seriam eles que desencadeariam o Movimento da Matemática Moderna no Brasil” (MIORIM, 1998, p. 113). Todas estas ações somente se tornaram possíveis por ocasião da fundação do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), em outubro de 1961, contribuindo de maneira decisiva, por meio de cursos de sensibilização, de treinamentos e da edição de textos, para a disseminação da Matemática Moderna no Brasil.

Por ser assim, Fiorentini (1995) assevera que vários fatores colaboraram sobremaneira para a configuração das várias tendências pedagógicas no Ensino da Matemática, no Brasil. Dentre outras, destaca-se: a maneira pela qual essas ideias eram levadas aos professores; o modo com que se entrelaçavam com as contribuições da psicologia da aprendizagem, com destaque para os psicólogos (Piaget, Skinner, Rogers entre outros); como também, as influências do movimento empirista derivado da área de ciências.

## **CAPÍTULO II - TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NO TRABALHO EDUCATIVO DO PROFESSOR**

O presente capítulo tem sua centralidade em tendências que, de forma mais ou menos incisivas, se apresentaram como modos de organização do Ensino de Matemática e seus reflexos na formação de concepções das mais diversas ordens. Ele está dividido em duas seções, cada qual constituída de várias subseções, algumas delas com outros subtítulos. Porém, antes de tratar de cada uma delas, apresentamos uma introdução que explicita as razões de tratar a temática do capítulo, bem como indicar algumas das tendências trazidas pela literatura pertinente.

O percurso histórico da Educação Matemática no Brasil, configura-se com as várias tendências pedagógicas que permeiam as concepções de Ensino e, por consequência, determinam a maneira com que o professor desenvolve seu trabalho pedagógico. E, por que é importante, para nós, professores, termos o conhecimento dessas tendências no âmbito da Educação escolar? Porque, a depender da Teoria Pedagógica adotada, terá consequências no desenvolvimento da ação pedagógica e, conseqüentemente, no processo de apreensão dos conteúdos que se propõem ensinar aos estudantes. Em outras palavras, a concepção de mundo ou de sujeito que cada teoria imprime como pressuposto, determina o modo de atuar, de organizar o planejamento, de selecionar os conteúdos e de criar estratégias para que sejam apropriados pelos estudantes.

Moraes (2009, p. 587), em seu texto intitulado “A Teoria tem consequências: indagações sobre o conhecimento no campo da Educação”, faz provocações contundentes a respeito da escolha da teoria. Ela argumenta que a escolha da teoria pode trazer consequências negativas ou positivas a depender da abordagem em que se fundamenta.

Sob o ponto de vista das consequências negativas, a autora adverte que a opção por correntes que integram a agenda pós-moderna pode gerar momentos de “ceticismo, cinismo, niilismo e o [obscurantismo] sobre o conhecimento”. Por outro lado, se a opção for por abordagens críticas, marxistas, (opção pela qual também faço opção) ou seja, pelo lado oposto da abordagem pós-moderna,

[...] a teoria pode oferecer as bases racionais e críticas para rejeitar muito do que a nova direita nos apresenta como sabedoria política realista. No caso da Educação, ela pode nos ajudar a desnudar a lógica do discurso que, ao mesmo tempo em que afirma a sua centralidade, elabora a pragmática construção de um novo vocabulário que ressignifica conceitos, categorias e termos, de modo a torná-los condizentes com os emergentes paradigmas que referenciam as

pesquisas, reformar, planos e propostas para a educação brasileira. (MORAES, 2009, p. 587).

A compreensão das tendências pedagógicas que se configuraram no campo educacional se faz necessária, a fim de que possamos optar por aquelas cujo teor filosófico se apresentam de forma crítica. Afinal, são elas que se constituem em condições e possibilidades de desvelar a degradação da vida, produto do capitalismo instaurado em nossa sociedade. Além disso, denunciam a supressão de conteúdos escolares e as políticas educacionais implantadas no Estado brasileiro.

Na visão de Fiorentini (1995, p. 30), não significa que o professor deva se encaixar em uma ou outra tendência de forma acrítica, a-histórica, ou ainda, que ao desempenhar a sua prática pedagógica utilize de um ecletismo com os vários modos de conceber o Ensino de Matemática. Para o autor, “o desejável seria o professor tomar conhecimento da diversidade de concepções, [...] para, então, criticamente, construir e assumir, aquela perspectiva que melhor atenda às suas expectativas enquanto educador e pesquisador” (FIORENTINI, 1995, p. 30). Ainda, na concepção do referido autor, as tendências pedagógicas imprimem os modos de ver e conceber a Educação Matemática, que explicitam a forma pela qual o Ensino se torna fonte de transmissão/assimilação.

Portanto, é possível a consideração de que a prática pedagógica não é um fenômeno neutro, muito menos independente; pois ocorre dentro da instituição escolar que, por sua vez, é parte integrante de uma totalidade: a sociedade. Logo, o ato pedagógico está sujeito às interferências de ordem sociopolítica dessa mesma sociedade. Da mesma forma, o professor, por fazer parte do sistema, ao desenvolver seu trabalho pedagógico, o faz de acordo com algumas concepções pedagógicas que estão presentes na sociedade. Por consequência, o seu modo de agir na ação docente é determinado pelo modo de ver o mundo, o homem e a sociedade que permeiam as tendências pedagógicas.

Ainda mais, Fiorentini (1995) assevera que as concepções caracterizadas na prática pedagógica escolar estão sujeitas a interferências, visto que

A escola cumpre funções que lhes são dadas pela sociedade que, por sua vez, apresenta-se constituída por classes sociais com interesses antagônicos [...]. Fica claro, portanto, que o modo como os professores realizam seu trabalho, selecionam e organizam os conteúdos escolares, ou escolhem as técnicas de ensino e a avaliação, tem a ver com pressupostos teórico-metodológicos, explícita ou implicitamente (FIORENTINI, 1995, p. 04).

Desse modo, entendemos que a ação pedagógica escolar desenvolvida no Ensino de Matemática, está pulverizada por diferentes tendências, que incidem na função da escola e, portanto, na transmissão/assimilação dos saberes escolares presentes nas concepções dos professores, no exercício de sua função.

Damazio e Rosa (2013), fundamentados nas leituras respectivas da Coleção publicada pela Editora Autêntica e Fiorentini (1995), organizam as tendências em Educação Matemática em dois grupos: o primeiro, que diz respeito àquelas que surgiram no âmbito do Ensino da Matemática, especificamente, as ligadas às metodologias de ensino e aprendizagem e as caracterizam da seguinte forma: Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História e Ensino da Matemática, Tecnologias e Etnomatemática. O segundo grupo, por sua vez, está associado às bases teóricas da pedagogia, vinculada ao campo científico da Matemática e, é adjetivado por Fiorentini (1995), que defende que os modos de conceber o ensino da matemática está vinculado às correntes pedagógicas que se apresentaram no processo de ensino em determinado contexto histórico. O referido autor estabelece oito tendências pedagógicas para o Ensino da Matemática com as seguintes denominações: Formalista Clássica, Empírico-Ativista, Formalista Moderna, Construtivista, Tecnicista, Socioetnocultural Sociointeracionista Semântica e Histórico-Crítica.

A pretensão não é adentrar pelos teores dessas tendências. O propósito é, particularmente, analisar os pressupostos teóricos e as propostas daquelas que estão vinculadas às bases teóricas da pedagogia, as quais deram respaldo ao processo de Ensino da Matemática, que oferece aos professores possibilidades de ressignificar o trabalho pedagógico para esse ensino.

De tal base de compreensão é preciso, em primeiro lugar, que o professor tenha conhecimento das várias tendências pedagógicas existentes no campo da educação. Logo, é necessário que saiba o que cada uma delas preconiza para, então, de posse desses conhecimentos, posicionar-se diante daquela cuja abordagem lhe possibilite uma prática pedagógica escolar consistente. Desse modo, assegurará aos alunos um ensino que, para além dos limites pragmáticos, possa contribuir na transformação social.

Uma vez que tratando de um percurso histórico, passamos, ainda que de forma breve e superficial, por aquelas tendências que antecederam, ou que se destacaram concomitantemente, até chegar naquelas pelas quais optamos por analisar profundamente.

## 2.1 Aspectos históricos e constituição das tendências em Educação Matemática

A seção em processo de exposição, ao tratar das reflexões e abordagens teóricas das tendências pedagógicas, implica – dada, a concepção teórica adotada na dissertação – em considerar: 1) o processo histórico de sua constituição; 2) a Base Teórica da Tendência Matemática Histórico-Crítica; e 3) a Base Teórica da Tendência Histórico-Cultural, cada qual constituindo uma subseção. As duas últimas são destacadas por fundamentarem a presente pesquisa.

Por ocasião do sexto Simpósio Sul Brasileiro de Ensino de Ciências e Matemática (1988), Fiorentini (1995) realiza uma exposição, recuperando de forma histórica as ideias pedagógicas prevalentes em Educação Matemática nos diferentes momentos históricos no Brasil. O autor identifica várias tendências, a partir da década de 1950. Posteriormente, sistematiza detalhadamente cada uma delas no artigo intitulado “Alguns modos de ver e conceber o Ensino da Matemática no Brasil” (FIORENTINI, 1995).

O referido autor também destaca as ideias e formas pelas quais a Matemática se manifestou até a década de 1950. Uma matemática mais “Clássica” centrada em uma tendência formal e concebida de forma similar à visão platônica, isto é, estática e a-histórica, elaborada por regras prontas e cristalizadas. O processo de ensino esteve centrado no professor e no seu papel de transmissor e, aos estudantes, coube a memorização dos conteúdos. A relevância que se destaca nessa tendência, consiste, no entanto, nas exposições do conteúdo matemático, com demonstrações compreensíveis, com vistas ao desenvolvimento do pensamento lógico-dedutivo. Socio-politicamente isso traz implicações significativas na apreensão do conhecimento matemático, à medida em que tal ensino privilegiava a classe dominante, com uma matemática especulativa; e reservava, aos menos abastados economicamente, uma matemática puramente prática.

Após 1950, em virtude do Movimento Internacional de Matemática Moderna, do avanço da psicologia da aprendizagem; e, particularmente no Brasil, a realização de cinco Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática, houve grandes transformações, as quais geraram novas tendências.

O Movimento da Matemática Moderna<sup>7</sup> caracterizou-se, segundo Miorim (1958), pela reformulação e modernização do currículo escolar após serem constatadas discrepâncias nas

---

<sup>7</sup>“A organização da Matemática Moderna baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática. Esses três elementos foram responsáveis pela “unificação” dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento” (MIORIM, 1998, p. 114).

áreas de conhecimentos de ciências e matemática contidas no currículo escolar vigente, bem como no progresso científico-tecnológico da sociedade industrial. Segundo Stone (1961), os avanços científicos precisavam ser integrados aos novos programas curriculares escolares, com outros conteúdos e outras metodologias. Não somente o progresso científico estava em ascensão, como também a economia mundial crescia consideravelmente.

Tal reformulação curricular não acompanhou a efervescência de mudanças e avanços relacionados ao mundo capitalista pós-Segunda Guerra Mundial, favorecendo o aparecimento de outras tendências, tais como a Tecnicista, instaurada em meados da década de 1960, com o propósito de levar o mesmo modelo de aplicação tecnológica industrial à educação. De acordo com Fiorentini (1995), o tecnicismo corrobora com a pedagogia oficial do regime militar, que pretendia inserir a escola nos moldes do sistema de produção capitalista. Desse modo, a escola como parte do sistema é chamada a dar respostas e desempenhar a educação escolar com a finalidade de preparar e integrar o indivíduo na sociedade, a fim de torná-lo competente ao mercado de trabalho e, conseqüentemente, ajustá-lo ao sistema produtivo, tornando-o capaz e útil ao sistema capitalista.

Os preceitos de tal proposta, ainda que sob novos aspectos, é retomado e intensamente revigorado a partir de 2016, com a reformulação dos documentos orientadores das propostas curriculares, materializando-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). De acordo com Zank e Malanchen (2020, p. 131), “reflete medidas e reformas que atendem às transformações no mundo do trabalho e às demandas do capital”, o que exalta a competência técnica do saber fazer.

Outras tendências matemáticas surgiram e se tornaram hegemônicas entre professores de matemática e nos meios escolares, como é o caso do Construtivismo e da Etnomatemática – esta, inspirada na tendência Socioetnocultural (FIORENTINI, 1995). Aos construtivistas, a Matemática é concebida “como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis” (FIORENTINI, 1995, p. 20). Em outras palavras, a Matemática é vista como uma construção teórica, produto da ação interativa dos estudantes com o meio e nas atividades pedagógicas. A aprendizagem, nessa tendência, ocorre pela interação da criança com o objeto, a qual tem seu fundamento pautado em uma teoria biologizante. Tal perspectiva defende que a questão da aprendizagem na criança depende, em certa medida, do nível de desenvolvimento alcançado até então.

A tendência Socioetnocultural, por sua vez, valoriza os aspectos culturais da Educação Matemática, tendo sua base teórica fundamentada na abordagem da Etnomatemática. Para ela, o conhecimento matemático é visto como um saber prático, relativo, não universal, produzido

culturalmente nas diferentes práticas sociais. Essa tendência, aponta o fator cultural, peculiar a um determinado grupo, como sendo o elemento mais importante a se considerar na ação docente, pois defende que as ações realizadas pelos estudantes, devem ter vínculos com o cotidiano do aluno, sendo extraídas de suas experiências de vida. Assim sendo, o Ensino de Matemática na escola, pauta-se nas atividades vivenciadas pelos estudantes em seu cotidiano.

Giardinetto (2006) contrapõe-se a essa concepção de ensino que se preocupa em adaptar o indivíduo ao meio. Adverte que tal forma de ensinar não contribui para a formação de uma consciência histórica e crítica do sujeito, com relação ao seu lugar na sociedade. Argumenta, ainda, que esse modelo de ensino leva o indivíduo a alienar-se diante de um contexto social mais amplo. Além do que, nas palavras do autor, “ensinar conteúdos Matemáticos, somente pela mera utilização daquilo que faz parte da vivência do aluno, do que é inerente a sua vida diária, não contribui para que ocorra a superação das condições que fazem desse indivíduo um marginalizado cultural” (GIARDINETTO, 2006, p. 11). Portanto, um Ensino de Matemática que se propõe a trabalhar somente o aspecto da realidade do aluno, não contribui em nada à transformação social.

Feita a breve referência a tais tendências, a preocupação volta-se a outras duas, por serem, como anunciado anteriormente, aquelas que serão base de análise da presente pesquisa. Uma delas é a que Fiorentini (1995) denomina de **Tendência Histórico-Crítica**, fundamentada na Pedagogia Histórico-Crítica. A outra, a **Tendência Histórico-Cultural**, apontada por Damazio e Rosa (2013). Diante dessas considerações, as analisamos de forma mais abrangentes e, por isso, cada qual nomeia, respectivamente, uma nova subseção.

## 2.2 Base Teórica da Tendência Histórico-Crítica do Ensino da Matemática

Em contraposição às tendências citadas anteriormente, Fiorentini (1988) apresenta a tendência Crítico-Dialética, a qual denominou de Histórico-Crítica a partir de 1955. Essas denominações são tomadas de Saviani (2021), quando sistematizou as tendências pedagógicas no livro “Escola e Democracia”. A Matemática, sob a perspectiva Histórico-Crítica, adota não uma metodologia, mas, um método de Ensino que toma como ponto de partida uma concepção de mundo, de sociedade, de escola e de homem que se quer formar. Para a tendência Histórico-Crítica, a Matemática é vista como um saber vivo e dinâmico, um produto histórico-cultural e social, produzido coletivamente para atender as necessidades sociais e teóricas (FIORENTINI, 1995).

Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 68) compararam tal abordagem a uma câmera filmadora: “consegue registrar os fatos em movimento, isto é, a evolução e a dinâmica dos fenômenos”. Entretanto, para que o instrumento desempenhe o resultado satisfatório e possa captar o real em movimento, precisa de um hábil operador, com conhecimento aprofundado sobre como operá-lo, bem como deve conhecer os fenômenos a serem registrados por ele. Caso contrário, corre-se o risco de que o operador não capte as contradições presentes nos fenômenos da realidade. Com efeito, o registro aparecerá de forma linear, o que não condiz com a lei da unidade dos contrários presente nesta tendência pedagógica, advinda da dialética materialista e histórica.

O Ensino da Matemática, nessa tendência, não depende apenas de melhores métodos ou de novas abordagens dos conteúdos, mas subordina-se a toda uma conjuntura político-social e cultural na qual a escola está inserida. Depende, sobretudo, da postura político-pedagógica do(a) professor(a), em determinada realidade escolar, ou seja, a Educação Matemática, nessa perspectiva, é vista, portanto, como comprometida com a transformação social.

Nessa direção, Duarte (2001, p. 8) levanta questionamentos a respeito da dimensão política para o Ensino de Matemática. O autor apresenta as seguintes indagações: “O Ensino de Matemática contribui para as transformações sociais? Como isso se efetiva na prática”? Nas palavras do próprio autor, tal dimensão política contida nesse Ensino contribui para a transformação social à medida em que o seu conteúdo não apenas for socializado, mas também pela “dimensão política que é intrínseca a essa socialização” (DUARTE, 2001, p. 8). Trata-se, pois, de levar em consideração a dimensão política que é inerente ao processo de transmissão-assimilação dos conteúdos matemáticos escolares.

A respeito do debate sobre a dimensão política diluída no Ensino de Matemática, Duarte (2001, p. 9) esclarece que

Alguns educadores, no intuito de contribuir para as transformações sociais, têm procurado dar um caráter mais politizante ao ensino de matemática. Tais tentativas têm centrado o ensino em torno de temas relacionados ao custo de vida, à inflação, a cálculos de reajustes salariais, formação de cooperativas etc. O objetivo aí é o de que a matemática não seja vista separada dos problemas sociais. Essa vinculação entre a matemática e as necessidades sociais é realmente importante e tem sido destacada por vários autores. No entanto, não se pode perder de vista que o objetivo central da atividade daquele que se propõe a ensinar matemática é o ensino desta. [...] muitas vezes o ensino do conhecimento matemático propriamente dito acaba relegado a um segundo plano. [...] Assim, as camadas populares continuam sem o domínio dessa ferramenta cultural.

Sendo assim, o professor que realmente deseja que sua prática pedagógica possa contribuir para a transformação social, deve transmitir os conteúdos matemáticos não de forma espontânea e não-intencional. Ao invés disso, o conteúdo é tomado na sua forma elaborada e sistematizada, em uma rica formação cultural; isto é, como instrumentalização crítica para que o estudante possa entender a realidade, com vistas à transformação.

Ainda, sob a perspectiva Histórico-Crítica, Fiorentini (1988) identifica duas correntes: uma delas que entende a Educação Matemática como uma prática preferencialmente política, comprometida com as classes populares, cujo papel do ensino é a formação de uma consciência político-crítica ante a formação de um intelecto capaz de pensar tecnicamente. Assim, os conhecimentos científicos mais sistematizados, em muitas ocasiões, são questionáveis, porque foram produzidos pela e para a burguesia, preterindo-os em favor de conhecimentos práticos e populares. Do ponto de vista metodológico, propõe uma abordagem interdisciplinar a partir de temas norteadores levantados da realidade social. A relação professor-aluno é dialógica ambos sujeitos do ato de conhecer.

A outra corrente, então, entende que o papel sociopolítico da Educação Matemática, realmente comprometida com a transformação social, é garantir a socialização de conhecimentos científicos às classes populares. Não deixam de tratar os conteúdos relacionados com a crítica à sociedade capitalista, mas evitam o politicismo puro no ensino.

Snyders (2005) e Saviani (2008) sintetizam a tendência ao defenderem que, ao professor, de um lado, cabe garantir a ligação dos conteúdos clássicos e universais com a experiência concreta dos alunos (continuidade); e, de outro, propiciar elementos de análise crítica, a fim de ajudá-los a ultrapassar os limites da experiência pragmática (ruptura). Aos alunos, competem a apropriação, a memorização, a leitura e a interpretação dos conteúdos clássicos da Matemática, a fim de que possam desvelar sentidos e significados do seu verdadeiro saber.

Portanto, a tendência Histórico-Crítica propõe uma pedagogia que atenda aos interesses das classes populares, com a valorização da escola e dos conhecimentos científicos da Matemática, bem como que se comprometa com metodologias que superem por incorporação as contribuições anteriores.

### 2.3 Base Teórica da Tendência Histórico-Cultural do Ensino da Matemática

A Tendência Histórico-Cultural do Ensino da Matemática encontra sustentação na Teoria da Atividade, na Teoria Histórico-Cultural (particularmente, a Psicologia Pedagógica, preconizada por Vigotski) e a Teoria do Ensino Desenvolvimental (com ênfase ao proposto por Davidov), todas fundamentadas nas bases filosóficas do Materialismo Histórico-dialético. Todavia, não se trata da tendência que Fiorentini (1995) denominou de Sociointeracionista-Semântica que, segundo o autor, também tem seu fundamento na Teoria de Vigotski, voltada especialmente à linguagem como constituinte do pensamento.

Desse modo, a Tendência Histórico-Cultural estabelece relações com a Psicologia, a Filosofia, a Epistemologia e a Pedagogia para extrair pressupostos teóricos ao ensino e à aprendizagem matemática.

Sob o ponto de vista epistemológico, a Tendência Histórico-Cultural se baseia no modo pelo qual “os conhecimentos, signos e proposições matemáticas são produzidos e legitimados historicamente” (FIORENTINI, 1995, p. 32). Quanto à contribuição da pedagogia, expressa os modos de efetivação desses conhecimentos matemáticos, de modo particular na relação entre o ensino pela transmissão e aprendizagens pela assimilação. Significa, então, que a tendência estabelece relações entre conhecimentos sistematizados, fatos ou ideias e as representações (signos). Ainda mais, sob o ponto de vista psicológico, implica entender a constituição da formação da imagem subjetiva pelo psiquismo, da realidade objetiva. Nas palavras de Leontiev (1980), cumpre ao psiquismo a construção do reflexo<sup>8</sup> da realidade objetiva. Sendo assim, o contexto da aula de matemática é caracterizado como uma comunidade marcada por interações, mediadas pela produção apropriação de significados historicamente desenvolvidos no âmbito da Matemática. Desse modo, a Matemática é considerada “um texto ou um discurso com uma linguagem própria, constituída historicamente de símbolos que possuem duas faces: significante (que é a própria Matemática – texto) e significado (que é o conhecimento matemático – as afirmações/justificações) (FIORENTINI, 1995, p. 33).

De acordo com o referido autor, tal tendência é anunciada por Lins (1994) e emerge, muito timidamente no Brasil, a partir dos anos 1990, com a formação de grupos de estudos em Universidades. No entanto, pesquisas apontam que desde 1987, quando o banco de teses e

---

<sup>8</sup>O reflexo não deve ser entendido como uma cópia mecânica do real. Não vai ser como o reflexo de um espelho, mas será uma imagem que o homem produz na consciência. Trata-se de uma imagem que é sempre condicionada historicamente e, por isso, tem limites (LEONTIEV, 1980).

dissertações da Capes começou a ser alimentado, até 2005, não foram encontrados trabalhos voltados para área do Ensino de Matemática pelo viés Histórico-Cultural.

Todavia, a pesquisa de Navarro e Fillos (2017) teve um olhar analítico para teses e dissertações produzidas no Brasil: mapeou a produção acadêmica fundamentada na Teoria do Ensino Desenvolvimental, o que caracteriza a existência da Tendência Histórico-Cultural no Ensino de Matemática. O levantamento das dissertações e teses desenvolvidas nos Programas de Pós-Graduação brasileiros apontou que, a partir do ano de 2006 até o primeiro semestre de 2016, foram encontrados 115 trabalhos, em todas as áreas do conhecimento; destes, 40 estavam voltados para o campo da Educação Matemática. Consideramos, portanto, que a pesquisa sobre a Teoria Histórico-Cultural no Brasil, ainda que relativamente pequena naquele período, no campo da Educação Matemática, se configurou como uma tendência.

Neste contexto, consideramos relevante indicar o trabalho de Damázio e Rosa (2013), por trazem evidências e argumentos que consideram a emergência dessa tendência em Educação Matemática com denominação similar à Histórico-Cultural. Os autores reportam-se a posicionamentos relacionados ao próprio campo da Matemática ou, ainda, aos elementos oriundos da literatura, concebidos como caracterizadores de uma tendência em processo de construção. Destarte, justificam a pretensão recorrendo a dois argumentos:

O primeiro diz respeito à base teórica, entendida como os estudos da escola russa relacionados à matemática, realizados pelos precursores e continuadores da teoria histórico-cultural. Nessa perspectiva, apresentamos os temas de pesquisa de Vygotski, Leontiev, Davydov, Galperin, Krutestskii, Kalmykova, Talyzina, entre outros. O segundo argumento se refere à existência de grupos de pesquisa cadastrados na Plataforma Lattes do Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq). O foco foi os resumos do próprio diretório (CNPq), que traduzem os respectivos objetos de estudo e a explicitação dos fundamentos na teoria histórico-cultural (DAMÁZIO; ROSA, 2013, p. 34-35).

Além dos argumentos, é possível observar eventos internacionais e nacionais relacionados à Educação Matemática, a quantidade de textos com referenciais sobre a Teoria Histórico-Cultural, bem como a evidência do o Ensino Desenvolvimental.

As análises de Damázio e Rosa (2013) demonstram como a Teoria Histórico-Cultural, busca explicar os processos de formação humana, sua gênese, os “novos modos de existência e possibilidades do seu devir” (DAMÁZIO; ROSA, 2013, p. 39). Para isso, recorrem a Vigotski (1993), que utiliza dos estudos de Engels para demonstrar que é por meio do trabalho, da produção e uso de instrumentos que se compreende as mediações entre dois polos, ou seja, entre homem-natureza, promotoras de transformações mútuas. Aos autores, são esses mediadores

que constituem “condições necessárias para o surgimento das funções psicológicas superiores e do desenvolvimento histórico dos seres humanos” (DAMÁZIO; ROSA, 2013, p. 39). Portanto, a aprendizagem é condição necessária para o desenvolvimento das características tipicamente humanas.

A Teoria Histórico-Cultural tem como proponentes os psicólogos Alexis Nikolaevich Leontiev, Alexander Romanovich Luria e Lev Semenovich Vigotski, desde as primeiras décadas do século XX, sendo este último seu precursor. Vigotski, se contrapôs à psicologia, a qual qualificou como “Psicologia Tradicional” ou “velha psicologia” que ora privilegiava estudos sobre o comportamento, ora dava destaque à consciência. O autor postulava uma “Nova Psicologia” que fosse capaz de eliminar a dicotomia entre corpo e mente, isto é, entre materialismo e idealismo (MARTINS, 2016). Os pressupostos vygotkianos foram estudados por seus colaboradores e continuadores contemporâneos (DAMAZIO; ROSA, 2013, p. 39).

Outrossim, Leontiev (1978) considera a categoria da Atividade como constituinte do psiquismo humano e resgata, em particular, a função do trabalho na constituição da consciência. Para o autor, a atividade do homem está dirigida a satisfazer suas necessidades, das quais emergem os motivos que colocam o indivíduo, em processo de estabelecer fins e as suas condições peculiares à atividade. No entanto, é preciso considerar a dialética existente, entre as condições pessoais e as sociais, que cada indivíduo ocupa no sistema de relações. O que se coloca como prevalente, segundo Leontiev (2017, p. 45), são as relações sociais. Atualmente,

Nas condições da sociedade dividida em classe, os membros da classe explorada têm uma possibilidade muito limitada para satisfazer suas necessidades, que não podem ter um desenvolvimento amplo. Ao contrário, as pessoas que pertencem à classe exploradora têm as mais amplas possibilidades materiais para satisfazer suas necessidades, inclusive sua situação de classe engendra nela com frequência um desenvolvimento monstruoso e até uma desfiguração das mesmas.

Ou seja, as apropriações que são oferecidas, dão as características particulares, para uma e outra classe social.

Damazio e Rosa (2013) assumem um posicionamento para destacar o que Leontiev (1978) caracterizou em três grandes estágios acerca dos períodos do desenvolvimento humano: o jogo, que marca a infância pré-escolar; o estudo, no período escolar; e o trabalho, na idade adulta. Vale recorrer a Elkonin (1998), ao afirmar que essa caracterização, das atividades-guias<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> De acordo com Pasqualini e Lazaretti (2022, p. 64-65), o delineamento histórico da brincadeira como atividade-guia do desenvolvimento na idade pré-escolar, é justamente o caráter não utilitário da brincadeira. O fato de ela ser uma atividade livre do compromisso com um resultado ou produto útil que responda a necessidades de ordem

se expande de acordo com cada estágio de desenvolvimento, assim denominadas: a) primeiro ano de vida – atividade de comunicação direta; b) primeira infância – atividade objetal manipulatória; c) idade pré-escolar – atividade de jogos de papéis; d) idade escolar – atividade de estudos; e) adolescência inicial – atividade de comunicação íntima pessoal; f) adolescência – atividade profissional/de estudo.

Em continuidade aos estudos de Leontiev e de Vigotski, Elkonin (1998) desenvolve uma de suas obras mais completas a respeito do jogo protagonizado, que é a Psicologia do Jogo. A obra conclui para a Teoria Histórico-Cultural, como um eixo de educação na infância, caracterizado pelas atividades-guias ou dominantes, que incidem nos vários períodos da vida social.

Luria (2008) demonstrou a importância da função da escola no desenvolvimento dos processos mentais. Também, desenvolveu pesquisas matemáticas envolvendo formas geométricas com indivíduos analfabetos e outro grupo que já havia passado pela escola. Indivíduos analfabetos, ao serem questionados quanto a forma geométrica, apresentavam suas respostas de acordo com objetos de uso cotidiano. Por exemplo, o círculo era considerado a tampa da panela. Essa pesquisa revelou que o processo de percepção das formas geométricas, assim como de muitos outros conceitos, depende consideravelmente do ambiente cultural.

Segundo Núñez (2009), Galperin elaborou a Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos, que consiste na transformação da atividade externa em atividade interna, também conhecida como Teoria da Assimilação por etapas de conceitos científicos, as quais transcorre pelas seguintes etapas: motivacional; formação da base orientadora da ação; formação da ação no plano material ou materializada; formação da ação da linguagem externa; etapa da ação no plano mental.

Para o autor em destaque, o estudante deve assimilar ações mentais adequadas para se apropriar de conceitos. Tais ações, em um primeiro momento, assumem a forma de ações externas e, posteriormente, transformam-se em ações mentais internas. Ou seja, atende ao asseverado por Vygotski (1995, p.150) ao dissertar que “toda função entra em cena duas vezes, em dois planos, primeiro no plano social e depois no psicológico, ao princípio entre os homens como categoria intersíquica e logo no interior da criança como categoria intrapsíquica”.

Talízina (2005) deixou uma relevante contribuição à Educação e à Psicologia em estudos realizados em diversos países, se aplicando à formação de professores e de outros profissionais e à organização do ensino e da aprendizagem. Segundo a autora, em todos os anos

---

material ou produtiva, que permite que a criança realize no plano imaginário, ações que não pode realizar objetivamente nas relações sociais.

de pesquisa, não mudou sua orientação teórica: a histórico-cultural. Sua contribuição é pontuada no estudo dos problemas psicológicos e pedagógicos da formação de métodos para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Davídov (1988), ao propor as bases teórico-metodológicas para o ensino desenvolvimental, observou que o ensino vigente em seu país se pautava no plano verbal e na memorização, isto é, na lógica formal. O autor contrapôs-se a esse modelo de ensino ao alegar que produzia apenas um tipo de pensamento, o empírico. Para tanto, justifica a necessidade de uma outra categoria de ensino, que vai possibilitar o desenvolvimento das ações mentais e que provoque o desenvolvimento do pensamento teórico. Para o autor, não há de se desconsiderar o valor do pensamento empírico, mas adverte que ele “obstaculiza o caminho”, para alcançar o pensamento teórico (DAVÍDOV, 1988, p. 197).

Ainda mais, outro argumento que contribui para justificar o posicionamento da Tendência Histórico-Cultural, no Ensino da Matemática, segundo Damázio e Rosa (2013, p. 45), é a “presença de grupos de pesquisa em universidades brasileiras, procedendo, para tanto, desde 1992, ao levantamento no diretório dos grupos de pesquisa da Plataforma Lattes do CNPq”.

Entretanto, entendemos que a pesquisa sobre a Tendência Matemática Histórico-Cultural, no âmbito da educação Matemática, bem como a Teoria da Atividade de Estudo de V. V. Davydov ainda se mostram incipientes no Brasil. Em contrapartida, reconhecemos seu avanço no que diz respeito ao Ensino da Matemática por tal viés, se comparada com outras. Por sua recente história em nosso país, considera-se que a expressão “Tendência Histórico-Cultural” é um projeto histórico ainda em processo de consolidação no cenário educacional brasileiro.

Por fim, feitas as devidas considerações acerca das duas tendências matemáticas pelas quais ocorre nossa opção de análise, vale salientar que ambas possuem fundamentos em outras duas teorias mais amplas, quais sejam: a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental – objetos argumentativos, no que se refere à fundamentação teórica.

#### **2.4 A Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental: contribuições para o trabalho educativo**

O aporte teórico-metodológico que fundamenta a unidade entre a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental está alicerçado na mesma base filosófica: o Materialismo Histórico-Dialético. A premissa básica que sustenta tal conexão afirma a natureza social do desenvolvimento humano (SAVIANI, 2008; DAVÍDOV, 1988).

É possível considerar que tanto a Pedagogia Histórico-Crítica quanto a Teoria do Ensino Desenvolvimental tratam, em seus fundamentos, de princípios teórico-metodológicos para a organização do ensino. Com efeito, se a pedagogia visa o desenvolvimento humano, para que se efetive, é necessário que ocorra a aprendizagem. Tal relação se constitui em condição que é mediada pela educação escolar, cuja função é promover meios para transmissão/assimilação dos conteúdos historicamente sistematizados – para tanto, exige-se um ensino, ou seja, uma ação pedagógica previamente organizada objetivando tal finalidade.

Na busca de evidenciar os pressupostos que caracterizam a coerência entre tais teorias, a presente seção foi organizada em subseções, nomeadas por elas próprias com alguns aspectos que lhes são peculiares.

#### 2.4.1 Fundamentos Teóricos da Pedagogia Histórico-Crítica

A Pedagogia Histórico-Crítica foi gestada a partir do final da década de 1970 e meados da década de 1980. Saviani (2008, p. 5-9), situa o processo, pontuando o conjunto de quatro textos que compõe o livro “**Escola e Democracia**”, que se constituiu na base preliminar para a composição da Pedagogia Histórico-Crítica (PHC). A primeira edição de “Escola e Democracia” é lançada em 1983; já o ano de 1991 registra a primeira edição de “**Pedagogia Histórico-Crítica**” como continuidade das ideias que estavam presentes no livro anterior (SAVIANI, 2014).

Em determinados trechos na obra “Escola e Democracia”, o autor chama a PHC de Pedagogia Revolucionária, em alusão ao período de efervescência pelo qual passava nosso país, por ocasião do processo de redemocratização. Assim, a PHC emerge no cenário político e histórico de “abertura”, rumo à superação do regime civil militar; período no qual se discutiam os limites da dominação burguesa – em um contexto de discussão da educação como reprodutora das classes sociais dominantes. Em oposição aos sistemas político e pedagógico, a teorização crítica se levanta contra as teorias reprodutivistas. É, pois, “nessa direção que começa a se desenvolver um promissor esforço de elaboração teórica” (SAVIANI, 2021, p. 25), com destaque à importância de uma outra teoria pedagógica que defendesse o interesse das classes populares. De acordo com o autor, a construção de uma nova teoria crítica apenas seria possível

caso tivesse por base a luta contra a seletividade, a discriminação e o rebaixamento das classes populares.

A formulação dessa teoria da educação, considerando o movimento de luta contra os processos de dominação, se fundamenta no movimento de uma ideologia a favor do proletariado. Tal movimento engendrou métodos de ensino que fossem capazes de captar a realidade frente às desigualdades impostas pelo capital.

Do ponto de vista prático, trata-se de retomar vigorosamente a luta contra a seletividade, a discriminação e o rebaixamento do ensino das camadas populares. Lutar contra a marginalidade por meio da escola significa engajar-se no esforço para garantir aos trabalhadores um ensino da melhor qualidade nas condições históricas atuais. O papel de uma teoria crítica da educação é dar substância concreta a essa bandeira de luta de modo a evitar que ela seja apropriada e articulada com os interesses dominantes (SAVIANI, 2021, p. 25-26).

Todavia, Saviani (2021) explica que o conjunto de teorias educacionais críticas não possibilitou o reconhecimento de determinações recíprocas entre escola e relações sociais. Logo, não descortinavam nenhuma possibilidade da maneira que a educação escolar poderia trazer influências, isto é, determinações para as relações sociais mais amplas, pois eram uma análise crítica mecanicista. Por conseguinte, o estudioso a denominou de uma perspectiva crítica-reprodutivista, pois a educação escolar reproduzia, em seu interior, as determinações da sociabilidade burguesa e não conferia possibilidades superadoras de tal situação.

Na efervescência das discussões educacionais, grupos de professores se unem em diversos congressos de educação com a finalidade de concentrar esforços para formação de uma teoria pedagógica. A teoria, então, deveria conferir, à educação escolar, possibilidades de construção de um projeto de formação humana, com a perspectiva não somente de interferir nas relações sociais, mas também de superar o modo de produção capitalista.

É com tal intencionalidade que Saviani (2021) sistematiza os principais aspectos teóricos da Pedagogia Histórico-Crítica. Nesse sentido, anuncia a continuidade da teoria, observando que a educação escolar tenha como propósito a realização daquilo que lhe é próprio, específico, ou seja, estar relacionado com sua própria natureza. Destarte, ao conferir tal natureza e especificidade, a educação escolar também cumpre a sua função política. A partir dessa discussão sobre a natureza e especificidade da educação escolar, passamos a analisar a concepção de educação e de ser humano.

#### 2.4.2 A educação como processo de formação humana

A Pedagogia Histórico-Crítica, em suas bases filosóficas, expressa os diferentes tipos de saber ou de conhecimento (sensível, intuitivo, afetivo, lógico, estético entre outros); Saviani (2008) adverte que eles próprios não se bastam, mas interessam “enquanto elementos que os indivíduos da espécie humana necessitam assimilar para que se tornem humanos” (SAVIANI, 2008, p. 7). Esse pressuposto implica afirmar que o homem “não nasce sabendo ser homem, vale dizer, ele não nasce sabendo sentir, pensar, avaliar, agir” (SAVIANI, 2008, p. 7). Além disso, tal pressuposto aponta ao reconhecimento de que somente as características biológicas não conferem ao homem o postulado da humanização. Para que tal fenômeno aconteça, é necessário apropriar-se da cultura como resultado do produto histórico-social. Em outras palavras, Martins (2013, p. 271) advoga que “um ser que a princípio não dispõe de propriedades que assegurem, por si mesmas, a conquista daquilo que o caracteriza como ser humano”.

Na dependência deste produto que é histórico e cultural, homem e natureza entram em atividade. Nessa interação, mãos, cérebro e órgãos da linguagem se conectam, de modo tal que conduzem ao aperfeiçoamento do cérebro e, portanto, ocorre a transformação do ser orgânico em ser social. Duarte (2012) explica que essa transformação histórica não ocorre linearmente, mas requalifica o surgimento do ser. Ela acontece por meio de saltos ontológicos, os quais, em um primeiro momento, é caracterizado pela “passagem do ser inanimado ao ser vivo” e, posteriormente, pela “passagem do ser biológico ao ser social” (DUARTE, 2012, p. 37). A partir deste estágio, “apenas as leis sócio-históricas regerão doravante a evolução do homem” (LEONTIEV, 1978, p. 263). Entretanto, na continuidade da existência, a sua própria organização corporal exige que os homens entrem em atividade com a natureza e ajam sobre ela, em processo de mútua transformação. Portanto, a maneira com que “eles se apresentam é determinada por sua atividade, que é condicionada pelo nível atual de desenvolvimento de seus meios e formas de organização” (LEONTIEV, 2021, p. 45). É no bojo dessas relações que se desenvolve o reflexo psíquico da realidade, como assevera Martins, (2013a, p. 131):

Essa transformação engendrou o psiquismo humano, complexo, como imagem, subjetiva da realidade objetiva, a quem compete, fundamentalmente, a captação e reconstituição dos fenômenos objetivos no plano subjetivo, ou seja, engendrou a formação do “reflexo psíquico da realidade” [...] em seu mais complexo atributo: como reflexo consciente. Destarte, afirmar unidade entre atividade e consciência implica conceber o psiquismo humano como uma formação na qual a atividade condiciona a consciência – e esta, por seu turno, a regula.

É por meio da atividade vital, o trabalho, que o sujeito opera no mundo objetivo, tendo em vista atender suas necessidades e suas objetivações projetadas pela atividade consciente. Em decorrência dessa relação com o mundo, realiza um metabolismo intrapsíquico e interfuncional, captado como imagem subjetiva, identificada como reflexo psíquico consciente da realidade (LEONTIEV, 1978).

Portanto, se por um lado, as objetivações físicas e mentais se colocam como matéria prima para as apropriações, de outro e concomitantemente, elas se apresentam como condições indispensáveis para que o ser se transforme: de um ser outrora hominizado, para um ser humanizado pela apropriação da cultura (MARTINS, 2013a). A partir do estágio de desenvolvimento, em que ocorre um salto ontológico qualitativo em seu código genético, o homem se liberta de suas características puramente biológicas e avança ao modo de vida humana. Nela, as transformações são cada vez mais complexas e determinadas pelas relações que ele estabelece com as formas de atividades socialmente existentes. É por intermédio da atividade vital, denominada trabalho, que o ser humano, produz e reproduz bens materiais e espirituais e, estabelece relações sociais, isto é, constitui-se ser humanizado. Kosík (1976, p. 61) expressa o modo pelo qual o ser humano se constitui como

[...] sujeito histórico real, que no processo social de produção e reprodução cria a base e a superestrutura, forma a realidade social como totalidade de relações sociais, instituições e ideias; e nesta criação da realidade social objetiva cria ao mesmo tempo a si próprio, como ser histórico e social, dotados de sentidos e potencialidades humanas e realiza o infinito processo da “humanização do homem”.

A humanização é, assim, o resultado dessa cultura material e intelectual, incorporadas de forma historicamente universalizada. Contudo, o desenvolvimento humano não está dado de pronto: se forma e se transforma ao longo da trajetória do ser em transformação, a depender das condições nas quais ele está inserido. Nesse processo, na atualidade, o espaço escolar é o lugar privilegiado para promover tais transformações necessárias a fim de que, gradativamente, as apropriações sejam conquistadas pelo psiquismo (LEONTIEV, 1978).

Nesse sentido, o processo de educação escolar, coadunado à psicologia histórico-cultural, bem como à pedagogia histórico-crítica, operam no sentido de identificar as condições objetivas nas quais os indivíduos são colocados em condições desiguais de humanização, por decorrência da sociedade de classes. As duas bases teóricas se atentam para esse processo e evidenciam a necessidade de superar a ordem econômica fundada na propriedade privada, a fim de “oportunizar a apropriação dos conhecimentos historicamente sistematizados e, ao fazê-lo,

corroborar o enriquecimento do universo de significações instituinte da consciência dos indivíduos” (MARTINS, 2013a, p. 132).

De modo similar, Saviani (2008), alicerçado no movimento histórico das relações entre trabalho e educação, em suas formulações explicita que a natureza e a especificidade da educação passam, necessariamente, pelo entendimento de que a educação é um fenômeno próprio dos seres humanos. Assim sendo, para compreender a natureza da educação, é preciso reconhecer os seres humanos em processo educativo.

Nesse sentido, apreender a forma de ser da educação, a sua natureza, exige a compreensão das raízes históricas, por meio das quais os seres humanos produzem suas existências e a si, pelo processo de produção da existência social. Melhor dizendo, compreender a natureza humana é entender a forma de ser, deste “ser” social, que necessita produzir suas condições de existência e o faz por meio do trabalho. Em decorrência disso, o trabalho é o processo pelo qual ocorrem a apropriação e a transformação da natureza e, concomitantemente, da modificação da natureza humana.

Uma das características essenciais da categoria ontológica denominada trabalho, que explicita a forma de “ser” dos seres humanos, é a capacidade desenvolvida por eles de, no processo de apropriação da natureza, antecipar idealmente suas finalidades de ações para o processo de transformação. Assim, a atividade de trabalho que lhes permite a antecipação das suas ações de forma ideal, “pode ser traduzida pela rubrica trabalho não material. Trata-se aqui da produção, de ideias, conceitos, valores, símbolos, hábitos, atitudes, habilidades” (SAVIANI, 2008, p. 12). Ou seja, aquilo que é possível realizar e intervir na prática social, tendo em vista sua transformação.

Uma vez que os seres humanos precisam aprender a maneira de intervir objetivamente na natureza, o processo é educativo. Nesse sentido, em dado contexto histórico social, que trabalho e educação coincidem.

Saviani (2008) reconhece, na gênese do desenvolvimento humano, a própria gênese do fenômeno educativo. Portanto, considera a natureza da educação como uma forma de trabalho, isto é, trabalho educativo, que produz a humanidade em cada indivíduo singular. Por isso, requer que reconheçamos a função específica e propriamente pedagógica da escola, ligada ao conhecimento. “É preciso, pois, resgatar a importância da escola e reorganizar o trabalho educativo, levando em conta o problema do saber sistematizado, a partir do qual se define a especificidade da educação escolar” (SAVIANI, 2008, p. 98).

### 2.4.3 Os conteúdos escolares e a conversão do saber

Nos fundamentos da Pedagogia Histórico-Crítica, Saviani (2008) defende que não basta existir o saber sistematizado, na escola. É preciso disponibilizar formas de transmissão desse saber para que o estudante possa gradativamente assimilá-lo. É o saber dosado e sequenciado – transmitido pelo professor, dentro da instituição escolar – que o autor trata como conversão do saber elaborado em saber escolar. Entretanto, o autor adverte que, nem sempre, o professor que detém o domínio do conteúdo implica em ser o que melhor sabe ensinar. Ainda, alerta que o grau de importância dado ao domínio do conteúdo, precisa coincidir com a ação pedagógica. Por isso, Saviani (2008, p. 75) esclarece

Essa transformação é o processo por meio do qual se selecionam, do conjunto do saber sistematizado, os elementos relevantes para o crescimento intelectual dos alunos, e organizam-se esses elementos numa forma, numa sequência tal que possibilite a sua assimilação.

Nessa mesma direção, Giardinetto (2021) considera a importância da escola para a transmissão dos saberes matemáticos. Admite ser ela o espaço próprio em que se realiza o processo de ensino dos conteúdos escolares. E, acrescenta:

A função da escola é propiciar o acesso às objetivações para-si e, pela especificidade do grau de complexidade de tais objetivações, exige-se que o indivíduo se relacione de forma intencional, não-espontânea para a apropriação dessas objetivações (ao contrário do que ocorre na apropriação das objetivações em-si). A tarefa educativa escolar é intencional, sistemática e deliberada (GIARDINETTO, 2021, p. 26).

O desafio está, portanto, em como transmitir estes conceitos matemáticos. O que, de maneira deliberada, se observa em contextos escolares é a queixa de que os estudantes não se apropriam da matemática, ou então, que não possuem raciocínio lógico. Entretanto, como argumenta Duarte (2001, p. 9-10), ocorre que, muitas vezes, e até mesmo “sem perceber, transmitimos, através do fazer pedagógico, uma visão estática do conteúdo matemático, como se ele fosse pronto e acabado”. Ou ainda, encontramos aqueles que justificam o fracasso da matemática escolar pelo fator biológico, pela defesa da natureza genética das capacidades matemáticas. Nesse sentido, Talizina (2000, p. 17) reitera:

Assim, frequentemente, os professores explicam as notas baixas do aluno na matemática, como falta de capacidades matemáticas. Além disso, eles

acrescentam que os pais deste aluno também não tinham êxito nas matemáticas. [...] e não consideram que sua formação durante o processo de estudo das matemáticas, seja possível. Neste caso, o professor, praticamente, não se torna responsável pelos resultados alcançados pelos alunos.

É inegável a relevância dos conhecimentos matemáticos. Neste sentido, os argumentos citados pelos professores necessitam ser analisados sob o ponto de vista da dialética materialista, em que um dos seus princípios é a unidade e luta dos contrários. O desenvolvimento desses fenômenos (processo ensino-aprendizagem) não se apresenta, na realidade, de forma linear, direta ou mecânica. Ou seja, essa maneira de ver e pensar a realidade faz parte da lógica formal, vazia de contradições. Kopnin (1978) disserta que existem duas formas de pensar a realidade: pela lógica formal e pela lógica dialética. Tanto uma, quanto a outra, são modos de análise do pensamento. Porém, as análises e interpretações feitas pela lógica formal estão puramente no plano da aparência. Os critérios de pensamento lógico-formal, fundamentado no plano da aparência, caracterizam um movimento necessário no âmbito do trabalho pedagógico; porém, insuficientes para se obter uma correta apreensão do conhecimento dos objetos ou fenômenos estudados em toda sua complexidade. Vejamos como Kopnin (1978, p. 80) esclarece as duas formas de pensamento em relação ao método de conhecimento:

A lógica formal estuda apenas um aspecto especial do pensamento e por isso não pode pretender a condição de método universal de conhecimento. A filosofia marxista estuda o pensamento e suas leis com a finalidade de descobrir as leis gerais do desenvolvimento dos fenômenos do mundo exterior, bem como para revelar as leis do desenvolvimento do próprio conhecimento, esclarecer a relação deste com os fenômenos da realidade objetiva.

Algumas tendências pedagógicas se apropriam do modo de pensar o conhecimento no trabalho pedagógico pela lógica formal, pela não contrariedade dos fenômenos. Porém, a Pedagogia Histórico-Crítica considera em seus pressupostos o princípio da lógica dialética, que busca a raiz do problema, a essência do conhecimento dos objetos estudados. Para Kopnin (1978), a dialética, como lógica e teoria do conhecimento, trata de revelar e interpretar as características lógico e históricas do objeto em estudo, a fim de compreender “de que modo o conhecimento impreciso e incompleto se torna mais completo e mais preciso” (KOPNIN, 1978, p. 52). Pela lógica dialética, aparência e essência não coincidem, estão em relação e, por isso, não devemos desprezar o método de análise da lógica formal: ele complementa a lógica dialética que o supera por incorporação.

Ainda com relação ao conhecimento matemático ser transmitido como produto ou como algo pronto e cristalizado, Ilyénkov (2007), em uma obra intitulada “A escola deve ensinar a pensar”, faz uma crítica contundente. O autor salienta que, nos programas escolares, os conteúdos aparecem de modo definitivo, como verdades absolutas. São apresentados aos estudantes para que eles “engulam”. Logo, não oportunizam o movimento contraditório, intrínseco, presente nos conhecimentos em sua totalidade. Deste ponto de vista, o autor argumenta que a escola deve ensinar os estudantes a buscar respostas às investigações a respeito do conhecimento em processo, desde o primeiro passo. Salienta, ainda, que na ausência desse procedimento no processo de apropriação do conhecimento,

O resultado pronto, sem os caminhos que a ele conduziram, é um cadáver, ossos mortos, o esqueleto da verdade, incapaz de movimento independente. Ensinar o conhecimento científico estabelecido, registrado na terminologia verbal e separado do modo pelo qual foi adquirido, transforma-se numa casca verbal, mesmo que contenha todas as características externas da verdade (ILYÉNKOVA, 2007, p. 10).

Por outro lado, Duarte (2016) aponta tal formulação, ao lançar luz para uma problemática que justifica pela visão materialista da dialética. Não se trata de concordar com essa forma de trabalho, em que se utiliza dos conteúdos de uma forma cristalizada ou, ainda, de se utilizar do método investigativo como se fosse uma pesquisa no trabalho pedagógico. Trata-se, pois, de empregar a relação dialética entre o processo de objetivação da vida humana e as conquistas humanas de apropriação. O autor, logo no início do capítulo quatro, do livro “Os conteúdos escolares e a ressurreição dos mortos” traz o excerto que segue:

Uma crítica com muita frequência aos currículos escolares é a de que eles seriam constituídos por “conteúdos prontos e acabados”, coisas mortas, inerte, desconectados da vida dos alunos e opostos ao caráter ativo que deveria ter a aprendizagem. É nessa direção que a educação escolar recebe o adjetivo de “conteudista” e, em contraposição, é defendida uma educação pautada na vida, nos processos de construção do conhecimento e na realização de atividades voltadas para questões do cotidiano (DUARTE, 2016, p. 48).

Duarte defende que essa é uma crítica que não se sustenta na análise da PHC. Para tanto, recorre à teoria social de Marx para explicar as relações entre indivíduo e gênero humano, e a apropriação da cultura. Para a PHC, os conteúdos escolares presentes nos currículos escolares “são atividade humana historicamente produzida e condensada na forma de conhecimento” (DUARTE, 2016, p. 49).

O autor buscou desenvolver, inicialmente, as relações mais gerais entre: a) atividade humana passada e presente; b) os vivos ressuscitam os mortos e, ao mesmo tempo, os mortos apoderam-se dos vivos; c) o ensino dos conteúdos pela não cotidianidade, que explica o modo pelo qual o trabalho morto é trazido à vida pela educação. Essas relações gerais serão relatadas a seguir.

#### 2.4.4 Atividade humana passada ressignificada no processo de apropriação e objetivação

Duarte (2016) justifica que todo produto da atividade humana contém propriedades humanas em estado de latência, trazidas novamente à vida por meio da atividade das gerações atuais. É originado, desde então, o título do livro em análise: *Os conteúdos escolares e a ressurreição dos mortos*. Os conteúdos escolares são expressão de atividade humana, produzida historicamente e condensada na forma de conhecimento. O ensino desses conteúdos escolares, por sua vez, faz com que os indivíduos do tempo presente os reproduzam na sua atividade, atividade humana historicamente produzida e socialmente elaborada.

O conhecimento humano – sobre a vida natural, social e humana – são conhecimentos historicamente produzidos, agrupados na forma de conhecimentos sistematizados. À medida em que a escola transmite esses conhecimentos, permitindo que os indivíduos os apropriem, faz com que eles se transformem na forma de atividade efetiva, realizada pelos estudantes na nossa sociedade contemporânea.

Então, cabe a pergunta: o que está por trás da lógica da apropriação do conhecimento sistematizado? Em certa medida, é uma parcela da cultura humana, submetida ao processo de apropriação ativa. O conhecimento humano faz parte da cultura humana e o domínio, a apropriação desse conhecimento, é uma forma de apropriação ativa da cultura humana. Duarte (2016) desenvolve essa formulação ao dizer que a atividade humana pressupõe, dialeticamente, apropriação e objetivação.

Para melhor explicar esse processo, tomamos como exemplo a criação de um instrumento – que teve um impacto muito relevante na produção do conhecimento matemático, no que diz respeito ao processo da contagem e às operações numéricas: o ábaco. Trata-se, pois, de um instrumento cujo processo de objetivação emerge da necessidade do homem, na medida em que necessitou de algo que lhe ajudasse no processo de contagem e operativo. Tal objetivação é o processo de transferência de atividade humana (física e mental) nesse instrumento que, depois de criado, passa a ser portador – e carrega nele – a atividade subjetivada do sujeito. O ábaco, portanto, é resultado dessa atividade material e intelectual do ser humano,

ao mesmo tempo que contém a função social de uso, que é agilizar a contagem e a realização de grandes operações aritméticas. Tal função social é fruto da referida necessidade de teor matemático. Duarte (2001, p. 47) resume bem esse processo.

Uma necessidade (a necessidade de registro) levou à utilização dos dedos e esta utilização encontrou um obstáculo (a limitação de dez dedos); a busca de superação dessa limitação levou a criação de uma operação de raciocínio (a relação um para dez) e esta levou à criação de uma forma de registro bastante eficiente, que é o ábaco, gerando o alcance do objetivo almejado.

Portanto, depois de produzido – por consequência de uma determinada necessidade de um momento histórico, revelador de um nível de desenvolvimento – o ábaco torna-se instrumento de transferência da cultura humana para o sujeito aprendiz. O estudante, desse modo, se apropria de um conhecimento que é resultado da experiência humana. Contudo, para que isso ocorra, necessitará da intervenção de um processo de socialização desses conhecimentos por parte do professor.

#### 2.4.5 O apoderamento dos vivos pelos mortos

Todo produto contém propriedades peculiares em estado de latência que são trazidas novamente à vida por meio da atividade das gerações atuais. Com essa formulação, Duarte (2016) quer explicar que os conteúdos, isto é, conhecimentos produzidos por gerações passadas, vêm à vida novamente. Ou seja, são ressuscitados por meio da atividade dos sujeitos vivos (professores) e, ao mesmo tempo os mortos (conteúdos), em certa medida, apropriam-se dos vivos. Afinal, o conhecimento historicamente desenvolvido pelos seres humanos, ao serem apropriados pelos indivíduos, passa a fazer parte da natureza dos indivíduos. Nisso, consiste a ideia do movimento dialético de: os vivos ressuscitam os mortos que, por sua vez, se apropriam dos vivos.

O entrelaçamento, da atividade do tempo presente e do passado, é desenvolvido por meio do trabalho pedagógico na escola hoje, o que caracteriza uma forma de acionamento da atividade humana historicamente desenvolvida. Os indivíduos de hoje podem incorporar à sua individualidade a atividade dos seus antepassados na forma de uma segunda natureza. A cultura material e imaterial humana, apropriada pelas novas gerações, é um contínuo intercâmbio entre latência e efetivação. Nas palavras do autor em referência,

A atividade humana objetivada na cultura integra-se ao ser do indivíduo, transforma-se em órgãos da sua individualidade, humaniza a subjetividade individual desde o nível dos cinco sentidos até o das formas mais ricas e complexas que assume o psiquismo humano (DUARTE, 2016, p. 56).

Fica evidenciado, com tal formulação, a relação dialética entre indivíduo e gênero. Em outras palavras, aquilo que o estudante apropria do acervo cultural do gênero humano – no caso da escola, os conhecimentos sistematizados na forma de conteúdos escolares – o saber escolar enriquece a sua individualidade, ao tempo que potencializam a sua individualidade (do estudante) para agir no mundo e enriquecer o gênero humano.

A formação dos cinco sentidos em um indivíduo é trabalho de toda a história. Para a PHC, a apropriação dos conteúdos escolares é uma potencialidade de elevação da individualidade aos níveis mais ricos, mais complexos, alcançados pelo gênero humano. Para que isso ocorra, não se pode prescindir do trabalho educativo.

#### 2.4.6 O ensino dos conteúdos escolares e a cotidianidade

Para que o indivíduo se aproprie dos cinco sentidos – isto é, se humanize –, não se pode prescindir do trabalho educativo, pois ele é uma mediação entre o indivíduo e o gênero. Por isso, Saviani (2008) declara que a tarefa da PHC, em relação ao trabalho educativo, deve: identificar as formas mais desenvolvidas do saber objetivo produzido, manifestado na forma de conteúdos escolares; bem como identificar o provimento dos meios necessários para que esses conteúdos sejam apropriados.

Ainda nesse contexto de teorização, Duarte (2016) chama a atenção à problemática dos conteúdos escolares: o papel que eles desempenham no processo de luta contra a reificação e a alienação humana. O autor esclarece a influência da ciência, arte e filosofia na luta contra as formas fetichizadas de relação dos indivíduos com o mundo. Para o autor, trata-se de formas distintas de conhecimentos que se situam na esfera da vida não cotidiana. Portanto, elas condensam uma força, uma riqueza, uma potência de capacidades e de atividades humanas que possibilitam a superação da cotidianidade. Duarte (2016) enfatiza que, na vida cotidiana, dificilmente conseguiremos compreender a realidade para além da aparência das coisas.

Netto e Carvalho (2007, p. 10) oferecem uma amostra do que seja o problema da vida cotidiana.

Nesta vida habitual [...] cotidiana nada se realiza totalmente, nada jamais é levado a seu termo... Tudo escorre, tudo se mistura sem freios e forma uma

aliagem impura; tudo é destruído, tudo é desmontado, jamais coisa alguma não floresce até a vida verdadeira. Viver é poder viver algo até o fim [...] A verdadeira vida é sempre irreal, sempre impossível, para a vida empírica.

A cotidianidade da vida não permite o desenvolvimento pleno da relação entre sujeitos e vida social, uma vez que ela possui como determinações a imediatividade e a superficialidade. O cotidiano é suprimível, porém não é possível viver fora dele. Ele não pode ser cancelado, mas a natureza fetichizada das relações sociais – que aparecem na cotidianidade como natural, de forma imediata, de forma aparente – pode ser superada. As formas mais elevadas de conhecimento social, ou as formas mais elevadas de consciência social (a ciência, arte e filosofia) são capazes de propiciar um conhecimento real e concreto.

Desta forma, a PHC – uma teoria que defende a ciência de modo geral –, se apresenta na luta, por meio da escola, pela formação humana, no sentido de empenhar-se no esforço de possibilitar instrumentos aos de filhos e filhas da classe trabalhadora.

#### 2.4.7 O método na Pedagogia Histórico-Crítica

Com o intuito de atender aos anseios de profissionais de educação, assim como ao seu próprio, pois também fazia parte desse contingente de profissionais, Saviani (2021)<sup>10</sup> formula um método para a PHC. Tal formulação, segundo Saviani (2017), em entrevista convertida em artigo de revista, obteve respaldo em autores como Lefebvre, Sartre e Marcuse. Porém, o autor admite tal inspiração logo após ter feito um apurado estudo do texto “O método da economia política”, de Marx; constatou no texto, a compreensão do princípio que requer que se considere a dialética para a questão educacional que buscava. Na compreensão do autor, um método com “esse movimento que parte da síntese (a visão caótica do todo) e chega, pela mediação da análise (as abstrações e determinações mais simples), à síntese (uma rica totalidade de determinações e relações numerosas) constitui o próprio método dialético” (SAVIANI, 2017, p. 714-715). Vale ressaltar que, ao pensar o método para a PHC, o autor em evidência expôs que ele não poderia ter um caráter eclético e, portanto, tal método preconizado teria vinculação com a educação e a sociedade. Por isso, o ponto de partida, seria a prática social.

Desse modo, o método pedagógico formulado por esse autor teve inspiração naquele que Marx propôs na análise da economia política. Para atingir o concreto, tanto para Marx como para Saviani, é necessária a mediação das abstrações ou, ainda, a explicitação do movimento

---

<sup>10</sup> Embora a edição utilizada seja do ano de 2021, vale destacar que a primeira edição é conferida na data de 1983, sendo a versão utilizada 44ª edição.

que vai da síntese à síntese, pela mediação da análise. Dessa forma, os momentos do método pedagógico articulam-se dialeticamente no trabalho educativo, tendo a prática social como ponto de partida e de chegada no interior da prática social global. Os três momentos intermediários são denominados pelo autor de: “*problematização*” da prática social, “*instrumentalização*”, compreendida como apreensão dos instrumentos teóricos, e “*catarse*”, que constitui a efetiva apropriação dos instrumentos culturais, convertidos em aspectos ativos de transformação social (SAVIANI, 2021). Esses momentos, conforme o autor, não devem ser trabalhados de forma linear, mas como momentos articulados em torno dos conteúdos escolares.

Esse método pedagógico, tal como preconizado por Saviani (2021), assume a orientação de realizar uma atividade educativa que se caracterize por um processo ativo de apropriação da experiência social, pressuposto também presente na Teoria do Ensino Desenvolvimental, quando Davíдов (1988) ressalta, a *necessidade* da atividade de estudo.

Tomar a prática social, que se expressa de forma concreta nas atividades humanas materiais e imateriais, como ponto de partida e de chegada do trabalho educativo, significa reconhecê-la como dimensão objetiva da universalidade do ser social. Assim, ela se identifica como expressão dos elementos essenciais culturais, que devem ser apropriados pelas novas gerações, com intuito de prover novas necessidades. A escola cumpre a tarefa de produção intencional dessas novas necessidades, instrumentalizando os estudantes para o enfrentamento das problemáticas da sociedade capitalista.

Mostra-se relevante o estabelecimento de relações entre novos carecimentos ou novas necessidades levantadas por Leontiev (1980) com o momento da *catarse* postulado por Duarte (2019, p. 18) na PHC, que afirma: “De certa maneira, a *catarse* é uma produção de necessidades que apontam para a ampliação do universo das relações sociais nas quais o indivíduo está inserido, bem como para um novo posicionamento do indivíduo perante a realidade da qual ele faz parte”. O autor aponta que o método pedagógico tem como momento auge a *catarse*, entendida como transformação qualitativa na consciência do estudante. A partir desse momento, novas necessidades passarão a compor a experiência do sujeito no mundo, podendo, portanto, impulsioná-lo a novas atividades, a novas formas de atuar na sociedade. Com isso, atinge-se a prática social como ponto de chegada requalificada.

Outro caminho profícuo para tecer relações entre o conceito de necessidade em Leontiev (1980), citado por Davíдов (1988), e o movimento de *problematização* caracterizado pela Pedagogia Histórico-Crítica, é o conceito de *problema* formulado por Saviani (1996, p. 14-18), na obra *Educação: do senso comum à consciência filosófica*. Estabelecendo o devido distanciamento da acepção corriqueira do termo, que o toma como mero sinônimo de questão,

tema ou assunto, o autor postula que “*a essência do problema é a necessidade*”. O problema é, pois, uma necessidade que se impõe objetivamente, reconhecida subjetivamente. Um indicativo fundamental para se pensar o ensino na PHC é que os estudantes possam identificar os problemas ou as necessidades objetivamente colocadas na prática social e se implicar subjetivamente com elas.

Entender que esses três momentos do método se articulam entre teoria e prática, numa relação dialética no ato pedagógico, é compreender que ele se realiza indiretamente sem a necessidade de seguir linearmente seus passos.

Esse método vem sendo utilizado pelos profissionais da educação, como postulam Lavoura e Martins (2017, p. 532), os quais demonstram uma preocupação com o que denominam por uma: “possível e, em alguns casos, notória – didatização e desmetodização do método da Pedagogia Histórico-Crítica”.

Em uma tentativa pioneira de formalizar e sistematizar uma didática para a PHC, o autor João Luiz Gasparin, lança o livro: *Uma didática para a Pedagogia Histórico-Crítica* publicado em 2002. Nessa obra, o autor ensaiou uma transposição direta da metodologia da PHC expressa em cinco passos, no sentido de indicar os procedimentos a serem seguidos pelos professores em sala de aula. Por conta da necessidade de sistematizar o modo de organização do ato de ensinar fundamentado na PHC, Gasparin (2002) apresenta planos de aula nas diferentes disciplinas escolares. Os autores Lavoura e Martins (2017, p. 536) questionam essa formalização do método da PHC, que converte o movimento dialético existente entre teoria e prática, na “existência autônoma e isolada, sem referência, relação e mediação orgânica com seus fundamentos teóricos”.

Embora os autores, Galvão, Lavoura e Martins (2019) reconheçam a importância da obra, quando o autor explicita estar buscando “correlacionar a teoria dialética do conhecimento com a correspondente metodologia de ensino-aprendizagem” (GASPARIN, 2012, p. 5 *apud* GALVÃO; LAVOURA; MARTINS, 2019, p. 120), eles observam certas fragilidades e problemas, relativos ao método. Esses autores denunciam que tais fragilidades comprometem o aspecto dialético do movimento contraditório e as “determinações recíprocas daquilo que se caracteriza como uma totalidade de elementos e momentos constitutivos da organização e do agir didático” (GALVÃO; LAVOURA; MARTINS, 2019, p. 122). Tal qual analisados pelos autores, eles apontam o equívoco e o problemas central da obra:

Um equívoco em termos de método dialético no que se refere ao movimento de superação da síncrese à síntese pela análise, reduzindo o fundamento do

método a procedimento de ensino, o que tem gerado um conjunto de simplificações, esquematismos e formalização inadequada do método pedagógico e da didática histórico-crítica em passos estanques e mecanizados (GALVÃO; LAVOURA; MARTINS, 2019, p. 122).

Em contraposição à visão do método, a obra *Fundamentos da didática histórico-crítica*, dos autores Galvão, Lavoura e Martins (2019), nasce no seio do reconhecimento de que é preciso revisitar a concepção teórico filosófica que sustenta o método da PHC, de maneira mais coerente com as proposituras das práticas pedagógicas expressas na didática propriamente dita. Ao manifestar a necessidade de se explicitar e sistematizar o modo como a concepção filosófico-científica que constitui o alicerce da PHC, o livro *Fundamentos da didática histórico-crítica* (GALVÃO; LAVOURA; MARTINS, 2019) dá origem a uma nova concepção de teoria didática.

Esta obra expressa os fundamentos enquanto elementos que conservam questões fundamentais do acúmulo teórico-pedagógico, desenvolvidos até o presente momento em termos de fundamentação didático-teórica. No livro, os autores consideram que não há como materializar os planos de aulas embasados na PHC, sem dominar seus fundamentos teóricos – pilares constitutivos do método pedagógico. Há que se dominar a teoria para que se possa desenvolvê-la na prática. Saviani (2021) também ratifica esse pressuposto quando afirma: “uma teoria é prática na medida em que materializa” por meio de mediações, aquilo que antes, existia no plano mental ou ideal, como conhecimento real (VASQUEZ, 1968, p. 206-207 *apud* SAVIANI, 2021, 58-59).

Essa relação configurada em teoria e prática-pedagógica apenas se desenvolve quando se estabelece uma vinculação entre fundamentos filosóficos e psicológicos com os aspectos didático-pedagógicos. “Mas para que isso ocorra, a articulação precisa se dar em torno de uma mesma matriz teórico-metodológica em virtude de suas especificidades” as quais manifestam determinada “visão de mundo, ser humano e sociedade” (GALVÃO; LAVOURA; MARTINS, 2019, p. 98).

Tais considerações nos remetem particularmente ao processo de ensino e aprendizagem, ao supor que o conteúdo e a forma estão relacionados com o destinatário, e que os níveis de desenvolvimento dos sujeitos, a escolarização, determina a complexidade do conteúdo e condiciona a forma de realizar o trabalho pedagógico. Os autores da obra, Galvão, Lavoura e Martins, (2019, p. 103) chamam atenção para o seguinte fato:

[...] de não existir “a” forma de organização do trabalho didático na pedagogia histórico-crítica, e menos ainda que essa forma seja correlata de sequências de

atividades contidas em planejamento de ensino para a prática social inicial, outras para a problematização, outras para instrumentalização, e assim por diante.

De tal maneira, a Pedagogia Histórico-Crítica, conclama para compreensão de que não existe a forma de organizar o trabalho didático-pedagógico, mas uma articulação entre forma e conteúdo que se organizam em torno do destinatário. Esta concepção configura-se na tríade forma-conteúdo-destinatário, dado que se revela em condição essencial para seleção e organização do trabalho pedagógico.

Diante dessas considerações, Galvão, Lavoura e Martins (2019, p. 103) questionam: “quais são as formas de organização do trabalho didático para que este então corresponda aos anseios da pedagogia histórico-crítica?”, ao tempo em que buscam em Saviani (2008, p. 9) respostas para suas indagações. Tendo a escola a incumbente tarefa de identificar as formas mais desenvolvidas do saber, converter este saber em saber escolar e organizar os meios necessários para a sua apropriação; ao professor cabe essa tarefa, sendo o sujeito responsável pela organização desse processo. Isso implica viabilizar condições, selecionando, dosando e sequenciando os conteúdos escolares a fim de que sejam assimilados pelos alunos por meio de tarefas escolares. O processo é referenciado por uma “(correlação dialética entre forma e conteúdo), [...] determinado por finalidades educativas (objetivos)” e condicionados pelas circunstâncias materiais e objetivas da prática educativa e pelo próprio nível de desenvolvimentos dos estudantes (destinatário) (GALVÃO; LAVOURA; MARTINS, 2019, p. 104).

Os autores entendem que há muito que se fazer em torno de um trabalho de desenvolvimento de concreção desses fundamentos, em todas as especificidades do ensino, em cada uma das disciplinas escolares de cada área do conhecimento. Entretanto, postulam ser um indicativo seguro de orientação para que os professores possam organizar seus planos de ensino e estabelecer procedimentos na realização do trabalho pedagógico.

Entendemos que a obra dos autores Galvão, Lavoura e Martins (2019) resulta no que há de mais avançado em termos de pressupostos teórico-pedagógicos. Reconhecemos nela, uma profícua proximidade do método pedagógico com a Teoria da atividade de estudo desenvolvida por Davydov. Contudo, o método pedagógico proposto pelo autor russo Davydov (1988) avança no sentido de que ele, além de formular os pressupostos filosóficos e psicológicos, também elaborou princípios pedagógicos pautados nas tarefas de estudo. As tarefas de estudo, estão disponibilizadas em livros didáticos para os alunos, assim como em manuais de orientação didático-pedagógica para os professores.

Explicitada a fundamentação da Pedagogia Histórico-Crítica, passamos, então, a apresentar os pressupostos filosóficos da Teoria do Ensino Desenvolvimental. Em seguida, é exposta a origem da escola de Vigotski, bem como os seus sistemas pedagógicos. Ou seja, o sistema Galperin-Talízina, o sistema Zankoviano e sistema Elkonin-Davydov, sendo este último, o foco desta investigação.

## **2.5 Vasili Vasilievich Davydov (1958–2015): dados bibliográficos e contextualização**

### 2.5.1 O autor e sua obra

O psicólogo e pedagogo Vasili Vasilievich Davydov faz parte da terceira geração do grupo de psicólogos que sucederam Vigotski e, se insere, neste contingente, com certo destaque, por volta dos anos de 1950, por formular proposições para o ensino das diferentes disciplinas escolares, inclusive a Matemática.

Vasili Vasilievich Davydov, nasceu em Moscou (atual capital da Rússia), em 1930, em uma família de trabalhadores; o pai era metalúrgico e a mãe trabalhadora têxtil. Nessas circunstâncias, estava predestinado a seguir a profissão do pai. Entretanto, mudou os rumos da sua história, “ingressando no Departamento de Psicologia da Faculdade de Filosofia da Universidade Estadual de Moscou” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 316).

Em 1953, formado em Filosofia e Psicologia, inicia sua carreira como pesquisador e cientista no campo da psicologia pedagógica. Concluiu a pós-graduação em Filosofia no ano de 1958, e obteve o grau de doutor em Psicologia em 1970, sendo aluno de reconhecidos representantes da Teoria Histórico-Cultural, como Leontiev, Luria, Rubinstein, Galperin e Elkonin.

Integrante da Academia de Ciências Pedagógicas, doutor em psicologia, professor universitário, escreveu vários livros, entre eles: *Tipos de Generalización en la Enseñanza*, resultado de sua tese de doutorado, defendida em 1972. No prefácio deste livro, Davydov destaca o objetivo fundamental de sua investigação, base psicológica para a formação do psiquismo, que se centra nas estruturas psicológicas, “sobretudo a abstração, a generalização e o conceito”. O conteúdo deste livro é referência para a “estruturação das disciplinas escolares” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 318).

Além disso, constitui-se em referência para que ele, Elkonin e um grupo de colaboradores se envolvessem assiduamente nas investigações científicas referentes ao desenvolvimento da atividade de estudo, por meio de experimentos. Por decorrência, além da

teorização da atividade de estudo, ocorre a sistematização de um sistema de ensino denominado: Elkonin – Davydov – cuja organização do processo didático/pedagógico/metodológico das disciplinas escolares é considerada ímpar por atender, de forma inequívoca, as teses e princípios da filosofia e método Materialista Histórico-Dialético.

Os estudos com o companheiro Ewald V. Ilyénkov, que em sua tese de doutorado apresentou uma crítica ao dogmatismo marxista, permitiu a Davydov perspectivas teóricas para formular novos métodos de investigação. Alicerçado nas ideias do referido companheiro, que defendeu em sua tese *A dialética do abstrato e do concreto*, Davydov articulou questões sobre um método de ensino que versasse sobre apreensão do movimento do pensamento do abstrato ao concreto, com a teoria da atividade e com a generalização em sua relação com a aprendizagem. Com essa articulação, tem início a formulação de sua Teoria do Ensino Desenvolvimental.

No período de 1959 a 1983, Davydov liderou as pesquisas experimentais, sendo chefe do laboratório de Psicologia, no Instituto de Psicologia Geral e Pedagógica, da Academia de Ciências Pedagógica da União Soviética, onde trabalhou com seus colaboradores Elkonin, Luria e Leontiev, formando sua própria equipe de pesquisadores, juntamente com A. K. Markova e A. I. Aidarova. Em 1973, foi nomeado diretor do Departamento de Filosofia da Universidade de Moscou e, em 1978, assumiu a direção geral deste Instituto.

No entanto, em sua trajetória de vida, nem tudo aconteceu como celebridade. Em 1983, foi demitido do referido cargo e desligado do Partido Comunista por razões políticas, sendo reintegrado somente em 1986. Novamente, é designado diretor do mesmo Instituto em 1989; juntamente aos principais educadores e psicólogos soviéticos, reorganizou o conteúdo das pesquisas em consonância com a política educacional de reforma nas escolas soviéticas. Esse grupo de pesquisadores continua desenvolvendo suas pesquisas, mas foram as investigações de Davydov – em parceria com Elkonin, professores e alunos, especialmente da Escola Experimental nº 91 de Moscou – “que foram dando forma às bases da Teoria do Ensino Desenvolvimental” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 320).

Desse modo, o avanço das investigações permitiu a constatação de que, nas escolas, a atividade de estudo estava ausente. Elkonin e Davydov propuseram novos conteúdos e método nos programas do ensino primário, centrado nas ideias de Vigotski, ao defender que “as bases do desenvolvimento intelectual das crianças é o conteúdo dos conhecimentos assimilados” (DAVYDOV, 1988 *apud* LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 320).

Libâneo e Freitas (2013) relatam que, nesse laboratório, surgiu a hipótese central explorada nas pesquisas de Davydov, sob o tema “as crianças pequenas podem desenvolver o

pensamento teórico por meio da assimilação de conhecimento teórico”. Nesse contexto, criou-se o sistema didático Elkonin-Davydov que, atualmente, é um entre os adotado em escolas da Rússia.

O trabalho experimental, realizado nos anos iniciais da educação geral básica, em algumas disciplinas (idioma natal e literatura, matemática, física e biologia), ficou, principalmente, a cargo de V. V. Davydov e E. G. Bodanski, responsáveis pela disciplina de Matemática. Por consequência, oportunizou a elaboração de vários livros didáticos de Matemática – os quais, eram utilizados pelas crianças – e livros de orientações metodológicas aos professores.

Davydov faleceu em 19 de março de 1998, meses antes da realização do IV Congresso Internacional de Pesquisa sobre a Teoria Histórico-Cultural e da Atividade. Nesse Congresso, sua companheira de estudos, Marianne Hedegaard, proferiu o discurso em memória do grande cientista, Professor Vasili V. Davydov, e, em seguida, leu o texto que o próprio autor havia deixado preparado sob o título: “Uma nova abordagem para a compreensão da estrutura e conteúdo da atividade” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 322).

Davydov faleceu, mas as suas produções permaneceram vivas nas Universidades, nos laboratórios e comunidade escolares da ex-União Soviética. Em 2003, foi realizado um Congresso em sua memória com o tema “Estratégias inovadoras de desenvolvimento geral da Educação”. O texto foi elaborado pelo amigo Y. V. Gromiko, intitulado: “O método de Davydov”. Em 2010, mais três eventos Internacionais foram realizados.

Sua Teoria do Ensino Desenvolvimental incorporou ideias de Vigotski, Rubinstein, Leontiev, Luria, Galperin, Elkonin, Zaporozhets, entre outros.

Suas obras *Tipos de generalização no Ensino* e *La enseñanza escolar el desarrollo del psiquismo*, são as que circulam com maior frequência no cenário de ensino brasileiro. Davydov liderou um grupo de pesquisadores que, por mais de 50 anos desenvolveu um verdadeiro arcabouço teórico a respeito do Ensino Desenvolvimental, inclusive com acréscimos de livros didáticos para a área do Ensino de Matemática. Conforme Libâneo e Freitas (2013, p. 324) “Em suas biografias, são mencionados mais de 250 trabalhos científicos, publicados em diferentes partes do mundo como Inglaterra, EUA, Alemanha, Holanda, Itália, Espanha e Japão”.

### 2.5.2 Elaboração e implementação da Teoria do Ensino Desenvolvidor

A Teoria do “Ensino Desenvolvidor”<sup>11</sup>, surgiu na ex-União Soviética, a partir da segunda metade da década de 1950, associada à pedagogia, filosofia, fisiologia e, em especial, à Psicologia Histórico-Cultural. Esta Teoria desenvolveu-se fundamentada na chamada Escola de Vigotski, a partir do próprio Vigotski, em 1920, juntamente com um grupo de “psicólogos e pedagogos que vieram a constituir uma elite de pesquisadores na antiga URSS, entre eles A. N. Leontiev e A. R. Luria” (LIBÂNEO; FREITAS, 2006, p. 1). O grupo trabalhou nestas pesquisas e se estendeu por volta do ano de 1934, vindo a formar a base teórica da Psicologia Histórico-Cultural. Eles desenvolveram temas relacionados com os processos intelectuais, envolvendo as emoções, a linguagem e o desenvolvimento humano.

Na sequência, sob a liderança de Leontiev, desenvolveu estudos sobre atividade humana, que veio a resultar na formulação da Teoria da Atividade, posteriormente ampliada por autores como “Galperin (Psicologia infantil), Elkonin (Psicologia do desenvolvimento), Zaporoyetz (Psicologia da evolução) Boyovich (Psicologia da personalidade) e Levina (Psicologia da educação)” (LIBÂNEO; FREITAS, 2006, p. 1).

A teoria de Vigotski chega lentamente ao Brasil, a partir da segunda metade da década de 1970. Ganha contornos mais elevados em meados da década de 1980, por ocasião do contexto histórico e político pelo qual o país vivia, sobretudo com o processo de redemocratização. Tal fato favoreceu a retomada das discussões educacionais, sob a ótica de perspectivas mais críticas e políticas (MAINARDES; PINTO, 2000).

Entretanto, o acesso à literatura dos autores soviéticos foi e continua sendo limitado devido às dificuldades de compreensão da língua russa. São raras as traduções em língua portuguesa e nem sempre são fidedignas à teoria original. Por isso, a referência dos estudos desenvolvidos no Brasil, em maior parte, tem sido por meio da literatura espanhola, por expressar maior rigor nas traduções dessas produções. Os estudos sobre a Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov, no entanto, só teve início em nosso país, no final da década de 1990, basicamente anunciada por Lins e Gimenez (1997) em um dos capítulos do livro “*Perspectiva da Aritmética e da Álgebra para o Século XXI*”<sup>12</sup>.

<sup>11</sup> A expressão “ensino desenvolvidor” é a tradução do termo russo развивающего обучени. No Brasil, também são empregados os termos “ensino desenvolvente” e “ensino para o desenvolvimento”

<sup>12</sup> LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

De acordo com a pesquisa apontada por Damazio e Rosa (2013), existem diversos grupos de pesquisas em Educação Matemática de várias universidades brasileiras segundo levantamento feito desde 1992, no Diretório dos Grupos de Pesquisa da Plataforma Lattes do CNPq. O Quadro 1, a seguir, demonstra o interesse por esta teoria conforme apresentados por esses autores, até o ano de 2010.

**Quadro 1**– Formação de grupos de pesquisas em Universidade brasileiras

	<b>Instituição</b>	<b>Nome do Grupo</b>	<b>Ano de Formação</b>	<b>Líderes do Grupo</b>
1	Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP	Prática Pedagógica em Matemática	1995	Dione L. de Carvalho e Dario Fiorentini
2	Universidade de Passo Fundo-UPF	Teoria Histórico-Cultural e Educação Matemática	1997	Neiva Ignês Grando
3	Universidade do Extremo Sul Catarinense-UNESC	Educação Matemática: uma Abordagem histórico-cultural	2001	Ademir Damazio
4	Universidade de São Paulo -USP	Grupos de Estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica	2002	Manoel Oriosvaldo de Moura e Elaine Sampaio Araújo
5	Universidade Bandeirante de S. Paulo - UNIBAN	Processos de ensino-aprendizagem Educação Matemática	2004	Maria Helena Palma de Oliveira
6	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho UNESP	A Pedagogia Histórico-Crítica e o Ensino-aprendizagem da Matemática	2004	Marta Sueli Simão Maraes
7	Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG	Grupo de Pesquisa e Estudos Histórico-culturais em Educação Matemática e em Ciências	2008	Jussara de Loiola Araújo Maria Manoela Martins Soares David

Fonte: Damazio e Rosa (2013, p. 45).

A formulação da Teoria do Ensino Desenvolvidor, de Davydov, incorpora pressupostos formulados por Vigotski, sobre o papel da educação e do ensino no desenvolvimento do psiquismo humano, assim como os conceitos da teoria da atividade de Leontiev. Além disso, considera os pressupostos da teorização de Elkonin, sobre os processos da periodização caracterizados pelas atividades-guias ou dominantes. Para Davídov (1988, p. 3, tradução nossa) “a tarefa da escola contemporânea [...] consiste em ensinar os alunos [...] a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra, [...] ensiná-los a pensar, [...] mediante um ensino que impulse o desenvolvimento psíquico”.

De acordo com Libâneo e Freitas (2006, p. 5), a teoria do “Ensino Desenvolvidor”<sup>13</sup>, incorpora os conceitos de Leontiev, Galperin, Elkonin entre outros, mantendo os pressupostos

<sup>13</sup> Para maiores esclarecimentos, sugerimos consultar obras produzidas pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática Desenvolvidor e Profissionalização Docente (GEPEDI), vinculado ao Programa de Pós-graduação em educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia, nos seguintes livros: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvidor**: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Livro I. Uberlândia: EDUFU, 2013.; PUENTES, R. V. *et.al.* **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Kepkin. Livro I. Uberlândia: EDUFU, 2021.;

básico da Teoria Histórico-Cultural, segundo a qual “a educação e o ensino são formas universais necessárias do desenvolvimento humano, em cujo processo estão relacionados aos fatores socioculturais e a atividade interna dos indivíduos” (LIBÂNEO; FREITAS, 2006, p. 5).

Apesar desta teoria estar fundamentada em uma base comum marxista, os autores da psicologia soviética a interpretaram de maneira diferenciada, alguns dos postulados por ela propostos. Puentes (2017) ressalta que, apesar de se tratar de movimentos com pontos de vista comuns, existem divergências teórico-metodológicas, assim como desacordos com relação à interpretação das teses de Vigotski sobre o papel do ensino e da educação no desenvolvimento humano. Com isso, gerou-se distintos sistemas didáticos, entre eles, estão o sistema Zankoviano, o sistema da Teoria da formação por etapas mentais e de conceitos de Galperin e Talízina e o sistema Elkonin-Davydov. No contexto do presente trabalho, o foco é para o último.

### 2.5.3 O sistema Elkonin-Davydov (1958 – 2015)

Puentes (2017) afirma que o sistema Elkonin-Davydov consolida-se por estar alicerçado nas teses de Vigotski, como citado anteriormente. Este sistema trata especificamente da didática desenvolvimental da atividade, que cria condições para que se possa localizar e analisar: seu processo de origem; parcerias estabelecidas com diversos grupos; diferentes teorias desenvolvidas; frentes de trabalhos mais importantes e a publicação de várias obras elaboradas, coletiva e individualmente.

As teses fundamentais do sistema Elkonin-Davydov foram desenvolvidas em colaboração com um grande grupo de cientistas e professores das diversas cidades da antiga União das Repúblicas Socialistas Soviéticas. Teve como pressuposto básico, as pesquisas experimentais desenvolvidas por mais de cinco décadas de trabalho contínuo (DAVYDOV *apud* PUENTES, 2017). Mas, para desenvolver esse sistema, que também é chamado de Teoria do Ensino Desenvolvimental, Davydov se baseia, principalmente, na tese de Vigotski, relacionando instrução, os processos de aprendizagem e os processos de desenvolvimento do sujeito. Davydov, assim como Vigotski, desconsiderou a tese segundo a qual instrução e aprendizagem são independentes. Isto é, a instrução não altera os processos de desenvolvimento do sujeito e para tal, ele precisa atingir uma certa maturidade. Pelo contrário, Davydov (1995) se utiliza da tese em que Vigotski afirma ser a instrução que possibilita e estimula, no sujeito, os processos internos de desenvolvimento.

Libâneo e Freitas (2013) explicam que Davydov incorpora uma outra tese de Vigotski, em que a aprendizagem não é, em si, desenvolvimento. Logo, se a instrução for organizada corretamente, pode ativar os processos mentais que seriam impossíveis fora desse processo. Nas palavras de Puentes (2017), o sistema Elkonin-Davydov caracteriza-se por **consolidar-se**, em 1994, depois de ter passado por inúmeros obstáculos; de ordem política e ideológica, **funda** numerosos grupos de trabalhos e centros de pesquisas espalhados por diversas cidades da Rússia; **cria** um eficiente programa de ensino primário e médio e **estabelece** instituições de formação continuada de professores, que funcionam até hoje.

O fundamento essencial deste sistema está estruturado no desenvolvimento de uma teoria de atividade de estudo, segundo a qual: “tem como conteúdo principal a autotransformação do sujeito por intermédio da formação do pensamento teórico, a qual se constitui sobre a base do ensino dos conceitos científicos e das ações mentais” (PUENTES, 2017, p. 53).

#### 2.5.4 O trabalho ou atividade prática como gênese do pensamento.

Compreender a gênese, o desenvolvimento e a estrutura do pensamento humano, implica trazer à baila elementos da própria gênese da função psíquica, que toma como categoria fundante do pensamento, a atividade humana e, como base dele, a prática social.

Logo no início do primeiro capítulo está a afirmação: “As teses fundamentais da filosofia materialista dialética têm importância decisiva na elaboração dos problemas e da ciência psicológica” (DAVIDOV, 1988, p. 17, tradução nossa). Com isso, Davydov demonstrava o grau de coerência e fidelidade aos filósofos e cientistas soviéticos que, após a Revolução Socialista de outubro de 1917, intentavam incorporar os fundamentos dessa filosofia, de forma a se contrapor ao idealismo e ao materialismo mecanicista. De igual maneira, Leontiev (1978; 1980) ratifica a mesma tese materialista, por resgatar a importância do fundamento teórico-filosófico no qual a Psicologia Histórico-Cultural está ancorada.

Davídov (1988) afirma que foi Marx quem introduziu a categoria da atividade na análise do desenvolvimento histórico e na própria teoria do conhecimento, com um sentido profundamente materialista. O autor adota por base as obras de K. Marx, F. Engels e V. I. Lenin, a fim de identificar nos escritos da filosofia materialista, problemas relevantes da pesquisa vinculados ao estudo sobre o ser social, e das principais categorias da dialética de Marx.

A formação do pensamento é analisada por Davydov, com base na teoria materialista dialética do conhecimento. É considerada um “processo objetivo da atividade da humanidade,

o funcionamento da civilização humana, da sociedade, como verdadeiro sujeito do pensamento” (DAVÍDOV, 1988, p.115, tradução nossa). O autor busca na produção do conhecimento, a origem do pensamento, que se apresenta diretamente vinculada à atividade produtiva humana. Sua inspiração, em Marx, consegue estabelecer a relação do sujeito com a natureza, mediada pela ação humana, trabalho, como categoria fundante da produção de conhecimento. Por isso, Davidov (1988, p. 115, tradução nossa) afirma:

A base de todo conhecimento humano é a atividade objetual – prática produtiva: o trabalho. A análise da origem e do desenvolvimento do pensamento deve começar esclarecendo as particularidades da atividade laboral humana.

Para esclarecer as particularidades da atividade humana, Marx e Engels (1998) afirmam que os indivíduos são movidos pela carência de contato, em relação ativa com o mundo exterior. A necessidade de produzir as condições da própria existência é uma condição humana. Este ato tem no trabalho a atividade fundante do ser social. O homem, ao transformar objetos da natureza no processo de trabalho, põe em evidência suas propriedades essenciais, o que pressupõe uma formulação como imagem ideal do produto requerido, para que se cumpra uma função. Davidov (1988, p.118) expressa a maneira pela qual surge a formulação ideal do objeto.

Nesta via, teve importância decisiva a transformação radical do caráter da sensibilidade do homem em comparação com a dos animais. Precisamente, esta transformação assegurou, à sensibilidade do homem, a função de ligação entre as ações materiais e as representações, a função de forma inicial da formulação ideal dos objetos, a que levou ao desenvolvimento de todos os tipos de atividade espiritual do homem, entre eles, o pensamento (tradução nossa).

Nesse sentido, o próprio reflexo da realidade surge e se desenvolve no processo de desenvolvimento dos vínculos reais dos humanos cognoscentes com o mundo objetivo que os circundam; a formulação manifesta sua expressão no Materialismo Histórico-Dialético. Significa dizer, então, que a dimensão ontológica tem prevalência sobre a dimensão gnosiológica e, portanto, o “conhecer” aparece como exigência e resultado da própria realidade efetiva. Desse modo, na análise da compreensão do que seja o pensamento e as suas formas de expressão, é impossível restringi-la somente à dimensão gnosiológica, isto é, desconsiderar o estatuto ontológico da própria realidade. Portanto, essa é uma determinação.

Uma segunda dimensão – que não pode ser ignorada quando se analisa o ideal como reflexo psíquico – é o caráter histórico e social do processo de desenvolvimento do pensamento.

Davíдов (1988) busca em Leontiev a compreensão de um dos principais métodos que estuda os processos de desenvolvimento do reflexo psíquico, que é a transformação da atividade objetiva externa em atividade interna. Seu pressuposto é de que “foi a análise das modificações na atividade objetual externa, responsável pela mediação do vínculo entre o sujeito e o mundo real” (DAVÍDOV, 1988, p. 29, tradução nossa).

Ainda, em suas análises, Davyдов verifica em Leontiev um princípio comum entre a estrutura da atividade externa e da atividade interna: ambas mediatizam as inter-relações do homem com o mundo e os possíveis trânsitos entre elas. “Simultaneamente, a atividade objetual externa é geneticamente primária, e a interna seu derivado” (DAVÍDOV, 1988, p. 30, tradução nossa). O elo funcional entre elas é expresso por suas passagens e transformações mútuas. O autor interpreta a essência deste processo como sendo a transformação da função psíquica superior desde o plano social externo (relação entre pessoas) ao plano individual interno de sua realização.

A psique humana é manifestação da existência do homem como ser social, isto é, não pode prescindir da dimensão social e histórica. É por meio da educação, na sua forma mais ampla de transmissão da cultura de uma geração à outra, que o indivíduo entra em contato com a experiência humana mais elaborada e dela se apropria. Trata-se, pois, conforme Leontiev (1980, p. 61) de “um processo real que pode ser cientificamente investigado, o processo da assimilação pelo sujeito do mundo objetivo na sua forma ideal, a forma do reflexo consciente”. O mesmo autor complementa essa ideia com a afirmação de que, com a internalização do objeto, o mesmo pode ser transmitido pela linguagem, de forma a tornar-se um conteúdo culturalmente disponível. Tal formulação verbal “constitui, portanto, a segunda condição inevitável do processo de assimilação pelos indivíduos dos progressos do desenvolvimento sócio-histórico da humanidade” (LEONTIEV, 1978, p. 238), isto é, antecedida pela primeira, a **atividade**. Em suma, trata-se de reconhecer a atividade prática do sujeito como mediação da constituição da imagem subjetiva da realidade objetiva, da sua consciência como formação dessa função psíquica, denominada pensamento.

Ao tratar das questões relativas ao processo psíquico, ou cognitivo, é necessário que considere o conjunto da prática humana e não apenas a prática individual do sujeito. Portanto, o pensamento não existe à margem da sociedade, dos conhecimentos acumulados pela humanidade e dos procedimentos das atividades pensantes.

Cada indivíduo singular se converte em sujeito somente quando entra no círculo da atividade prática histórico social. Com base nela, desenvolve representações ideais da realidade

objetiva que, cada vez mais, se complexifica em reflexos generalizados da experiência prática social.

Dessa forma, o reflexo é uma dimensão ideal subjetiva do sujeito, ou seja, está na ordem do sujeito. Sendo assim, ele não emerge da interioridade do sujeito, mas da objetividade, da realidade objetiva. Esta determinação se configura nas palavras de Leontiev (1980) quando postula que “a imagem mental está desde o primeiro momento relacionada com uma realidade que é externa ao cérebro do sujeito, e que não é projetada no mundo externo, mas antes extraída escavada dele” (LEONTIEV, 1980, p. 61). Portanto, a dimensão do ideal subjetivo precisa ser escavada da materialidade da vida real e, isso só acontece quando o sujeito entra em atividade com a materialidade real.

De acordo com Leontiev (1980), as etapas do desenvolvimento da atividade cada vez mais se complexifica, como também a regulação psíquica. Diante dessa problemática, a psicologia científica precisa considerar a própria complexificação do desenvolvimento histórico da sociedade e da totalidade do desenvolvimento do gênero humano.

A complexificação do desenvolvimento da prática social revela, também, como esse mesmo processo ocorre, em relação ao ideal. Ou seja, do reflexo subjetivo da realidade no interior da função psíquica, denominada pensamento. Em virtude dessa complexificação da vida social, é possível afirmar a existência de diferentes formas e distintos níveis de desenvolvimento do reflexo psíquico. A partir disso, é possível pensar nas distinções do pensamento. Isto é, estas diferentes formas de conteúdo do pensamento, é o que diferencia o pensamento empírico do pensamento teórico.

Enfim, nesta subseção, a análise adotou como pressuposto a atividade prática, que funda o próprio pensamento. Com base nela, ocorreu a compreensão do seu papel mediador para permitir que os sujeitos, ao longo da história, elaborassem e produzissem um reflexo ideal da realidade objetiva. Em seguida, houve a discussão sobre necessidade de que o reflexo ideal não seja tomado como um processo que se produz isoladamente. Por último, o esforço foi na demonstração de como a complexidade do desenvolvimento da prática histórica permite a formação de distintos níveis de reflexo ideal da realidade objetiva, que gera dois tipos de pensamentos: o empírico e o teórico, os quais serão analisados na sequência.

### 2.5.5 Particularidades do pensamento empírico

Como dito, a educação pública soviética, após a Revolução de outubro de 1917, passou por uma reforma significativa. A escola deveria optar por métodos de ensino orientados por uma prática pedagógica que desenvolvesse a personalidade dos estudantes em todos os níveis do ensino a começar pela idade pré-escolar. No decorrer dessa reforma, impôs-se a elaboração de diretrizes científicas e psicológicas relacionadas ao ensino desenvolvimental.

A formulação da Teoria do Ensino Desenvolvimental, na sua maior parte, teve por base a Teoria Histórico-Cultural, de Vigotski. Parafraseando Davidov (1988), a questão principal da psicologia pedagógica assenta-se na relação entre educação e desenvolvimento, explicada na lei geral da gênese das funções psíquicas. O método de criação do Ensino Desenvolvimental, elaborado por Davydov-Elkonin, centrou esforços em conhecer melhor os processos de neoformações psíquicas e em como desenvolvê-las no processo do ensino escolar. Os autores concluíram que os estudantes em idade escolar podem resolver tarefas de aprendizagem, se neles forem promovidas transformações básicas por meio de atividade de estudo, do pensamento teórico-abstrato e da regulação da conduta.

Para isso, Davýdov (1982) apresentou um método para a Teoria do Ensino Desenvolvimental, em que indica a forma pela qual a atividade de estudo deve ser estruturada. O autor argumenta que os estudantes devem partir da reprodução do caminho percorrido pelo cientista, a fim de obter conclusões científicas acerca do objeto. Ele observa que, por essa via, os estudantes formarão o pensamento teórico. Para tanto, o professor deve apresentar, aos estudantes, tarefas com problemas que os coloquem no processo de busca científica das condições de origem do objeto, pelo movimento do abstrato ao concreto. Escreve o autor: “Por conseguinte, trata-se de incluir nas disciplinas não definições extraídas dos conceitos e suas ilustrações, mas problemas que exijam esclarecer as condições de origem desses conceitos” (DAVÝDOV, 1982, p. 418-419, tradução nossa).

Conforme o autor, as descobertas e as elaborações sistemáticas - produzidas nas distintas áreas de conhecimento - desenvolvem-se, historicamente, alicerçados em dois tipos de pensamento: o empírico e o teórico. É preciso pois, que o professor compreenda em que consiste esses dois tipos de pensamentos. Também entenda as implicações que cada um deles produzem no desenvolvimento do pensamento dos estudantes. Só assim, é possível apresentar a exigência de que o professor elabore meios de como promover no ensino, o desenvolvimento do pensamento teórico, nos estudantes.

Davidov (1988, p.122) considera que o pensamento empírico tem sua origem relacionado às bases iniciais do desenvolvimento histórico da humanidade. Afirma ele: “o pensamento empírico, está historicamente ligado às épocas mais tempranas, aos primórdios do desenvolvimento da vida social” (tradução nossa). Dessa forma, o autor relaciona a origem do pensamento empírico às práticas históricas da humanidade.

Este tipo de pensamento pode ser uma das primeiras formas de se constituir uma imagem subjetiva da realidade objetiva. Entretanto, conforme citado anteriormente, se o reflexo psíquico se generaliza em distintas formas, conforme o próprio desenvolvimento histórico, isso significa que o próprio pensamento empírico que possui a sua gênese nos primórdios da humanidade, também vai se desenvolver conforme a complexificação do desenvolvimento da humanidade.

Ao se referir ao pensamento empírico, Davidov (1988) se utiliza de formulações de Marx (2008), ao trazer o aspecto empírico da realidade, ou seja, a dimensão do aspecto essencial ou concreto. Para tanto, faz uma distinção entre o real empírico e o real concreto, o real aparente e o real com traços essenciais. Davydov recorre ao próprio questionamento de Marx (2008) para apresentar uma crítica referente ao pensamento empírico:

Mas o economista vulgar crê que faz uma grande descoberta quando, em lugar de revelar a conexão interna das coisas, proclama orgulhosamente que, nos fenômenos, as coisas têm uma aparência completamente distinta. De fato, se orgulha de posicionar-se ante a aparência e toma esta como última palavra. Que falta pode fazer então a ciência? (DAVIDOV, 1988, p. 61-62, tradução nossa).

Davydov (1988) reconhece que o pensamento empírico traz contribuições ao desenvolvimento do pensamento dos estudantes, uma vez que ele possibilita ações mentais de classificação, sistematização e a hierarquização dos objetos. Salienta, ainda, que esse tipo de pensamento permite a apreensão dos objetos apenas pelos seus traços sensoriais externo aparentes. Entretanto, admite ser essa a sua principal limitação.

A característica central do pensamento empírico é o seu aprisionamento à realidade e à dimensão empírica da realidade. Assim, o empírico pode ser considerado conhecimento factual, isto é, a dimensão factual das coisas, aquilo que se mostra na imediatez do aspecto aparente do processo. O conteúdo do pensamento empírico é a dimensão fenomênica da realidade - apreendida como fatos - que ganha forma por uma representação geral, edificada sobre a base de uma denominação comum. O pensamento empírico opera por meio das definições, por classificação geral, que torna possível o processo de identificação, comparação, classificação e

generalização. Quanto maior forem os processos de generalizações, nessa operação de pensamento, tanto maior será a apreensão da realidade. Porém, ainda não atingirá o nível do pensamento teórico. Nessa relação conteúdo e forma opera sob a base da lógica formal, fundamentada nos princípios de identidade. Também, pelo princípio da repetibilidade, que tem sua importância, pois ele é quem capta a regularidade dos fenômenos, que permite a orientação no mundo.

Estes princípios do pensamento empírico, busca identificar e separar propriedades e qualidades repetidas comuns, por meio de identificação, comparação, generalização e classificação. Portanto, se configuram sobre a base da lógica do princípio de identidade e da não contradição, por isso, analítico formal. (DAVÍDOV, 1988, p. 130) caracteriza a compreensão empírica dos fenômenos da realidade da seguinte forma:

[...] a compreensão empírica das coisas, própria de um “observador alheia à ciência”, a que, ao invés de penetrar na relação interna, “(...) limita-se a descrever, catalogar, expor e esquematizar, à medida que o autor descobre, todas as manifestações externas do processo da realidade”. A repetição externa, a semelhança, a separação, são as propriedades gerais da realidade captada e “esquematizadas” pelos conceitos empíricos (tradução nossa).

O limite do pensamento empírico está que, para funcionar, requer um universo estático para que possa captar os fenômenos. É um tipo de pensamento que funciona no âmbito da estabilidade. Porém, o mundo, na sua efetividade, é movimento. Assim entendido, o pensamento empírico só é capaz de classificar os fenômenos, porém, incapaz de captar e explicar seus movimentos.

#### 2.5.6 Particularidades do pensamento teórico

No campo do Materialismo Histórico-Dialético, há um certo consenso de que o pensamento teórico - ou seja, a função psíquica peculiar, capaz de teorizar a realidade - se constitui como uma modalidade muito peculiar do conhecimento. Marx (2008) afirma, em seus escritos, as diversas possibilidades de conhecimento, entre eles, o conhecimento teórico, prático, empírico, místico, religioso, enfim, há várias possibilidades do conhecimento. Quando se trata de conhecimento teórico, há, no seu interior, uma função psíquica, exigida para essa atividade peculiar da vida humana, bem como, um lugar especial na discussão no campo do Materialismo Histórico-Dialético (MHD). Isso não significa afirmar que outras modalidades de conhecimentos são menos importantes. Trata-se de conceber o conhecimento teórico, e o seu

peculiar pensamento, nas máximas possibilidades de desenvolvimento. Ou seja, como aquela modalidade do pensar e do conhecer que permite apreender a realidade, em seu grau mais elevado de desenvolvimento. Porém, de modo que leve em consideração o movimento da realidade, todas as suas contradições, os nexos, e as relações das determinações que a constitui.

Mas, afinal em que se constitui o movimento da realidade para o MHD? Hegel, em seus escritos afirma que tudo é ‘processo’, que se pode compreender como movimento base fundamental do MHD. Segundo Kopnin (1978), esse movimento constitui-se na relação entre: o concreto e o abstrato, entre o fenômeno e a essência, entre o singular e o universal, constituintes do mundo real. O autor afirma que: “o materialismo dialético considera o conceito uma *forma original de reflexo dos objetos, das coisas do mundo material e das leis do movimento destes*” (KOPNIN, 1978, 204).

Portanto, tal movimento visa à apreensão das possibilidades do conhecimento teórico que, por sua vez, busca o movimento dos objetos ou fenômenos constitutivos da realidade que, na sua totalidade, se constitui como tal, na processualidade. Essa é uma característica do pensamento teórico: compreender processos, elementos, fenômenos e objetos da realidade em movimento.

O seu traço peculiar pode ser expresso em uma modalidade de pensamento que permite: a inteligibilidade do real, a captação da realidade em movimento. Diferentemente do pensamento empírico, o pensamento teórico não busca estabelecer semelhanças externas, aparentes em uma dada classe de objetos, mas, “revelam as interrelações e traços de objetos isolados dentro do todo, dentro do sistema de sua formação” (DAVIDOV, 1988, p. 131, tradução nossa).

Ao pensamento teórico correspondem a abstração e a generalização substantivas. Davidov (1988, p. 143, tradução nossa) descreve a abstração teórica como aquela “conexão historicamente simples, contraditória e essencial do concreto reproduzido”

Davidov (1988), em suas teses, expressa que a formação de conceitos e generalizações empíricas, embora importantes, é apenas o início do processo de conhecimento. O nível superior desse processo é o pensamento teórico, que tem como conteúdo a existência mediatizada do objeto, refletida, essencial que reproduz sua forma universal, teoricamente. O pensamento teórico é definido por Davidov (1988, p.125) como sendo:

[...] o processo idealizado de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral das pessoas como experimentação objetual sensorial peculiar. Depois este experimento adquire cada vez mais um caráter

cognoscitivo, que permite às pessoas passar, com o tempo, aos experimentos realizados mentalmente, tradução nossa).

Desta forma, para que o estudante possa formar um conceito sobre um objeto, ele precisa saber “reproduzir mentalmente seu conteúdo, elaborá-lo. A ação mental de elaboração e transformação do objeto, constitui o ato de sua compreensão e explicação, a descoberta de sua essência” (DAVIDOV, 1988, p. 126, tradução nossa).

Para que o pensamento possa reproduzir o movimento do conteúdo na realidade, precisa superar a aparência fenomênica, isto é, superar o processo do pensamento empírico. Isso requer, um rico processo analítico que (DAVÍDOV, 1988, p. 108, tradução nossa) chamou de “método geral do conhecimento científico”, referindo-se a lógica materialista dialética, a lógica da transformação, da mudança. Neste caso, a realidade é entendida como em constante movimento determinado pelo conflito (contradição) entre forças opostas constitutivas de todos os fenômenos (JAPIASSU, MARCONDES, 2001).

Este movimento analítico, de sucessivas abstrações, penetra nas relações internas que desvelam: o conhecimento teórico, ou seja, o que está oculto, a estrutura e a dinâmica, a gênese e o desenvolvimento do fenômeno ou do objeto em si. Estrutura e dinâmica são nexos de determinações que permitem compreender os traços essenciais, isto é, conhecer, compreender e explicar os elementos nucleares de um determinado objeto.

Se o conteúdo do pensamento empírico é a realidade na sua aparência factual imediata, por conseguinte, o conteúdo do pensamento teórico é a dimensão concreta da realidade, apreendida como síntese de múltiplas determinações. É, pois, a dimensão concreta, ou seja, o real concreto, aquele que existe efetivamente na realidade. Entretanto, a relação que se estabelece com a realidade, não necessariamente, possibilita apreendê-la concretamente no plano imediato. Um pensamento capaz de reproduzir a dimensão concreta da realidade, é uma conquista, pois, não está dado na imediatez da relação sujeito-mundo.

Do ponto de vista de suas formas, o pensamento empírico opera por meio de distintas maneiras que, em última instância, chegam a atos de generalizações, aos quais Davidov (1988) qualifica como generalizações abstratas, isto é, carentes de determinação. No pensamento teórico, a forma de sua realização está substancialmente nas generalizações caracterizadas como as mais essenciais ou generalizações substanciais.

A abstração e a generalização substanciais aparecem como “dois aspectos de um processo único de ascensão do pensamento ao concreto” (Davidov, 1988, p. 151, tradução nossa). Por meio da abstração, o homem procura reter na mente, o aspecto geral da relação real

entre as coisas que preserva a sua especificidade. Mas, no processo da generalização, estabelecem-se conexões entre a relação geral e os fenômenos ou objetos particulares. Na ausência desse movimento, isto é, sem o estabelecimento dessas conexões, uma relação não pode ser considerada geral. “O geral substantivo é inseparável do especial e singular: eles se expressam um através do outro” (DAVÝDOV, 1982, p. 353, tradução nossa).

Desse modo, fica esclarecido que existe um movimento do concreto caótico ao abstrato, que objetiva ser geral, concreto pensado, mas que só se concretiza uma vez que expressa o particular em sua singularidade, dado que revela um movimento, do concreto pensado caótico à abstração e desta ao concreto pensado real. Portanto, há dois tipos de generalizações: uma que, por um processo de análise da forma simples e geral de um sistema, possibilita chegar à essência; e outra que consiste em desvelar a forma simples a que se reduzem os fenômenos complexos, que (DAVIDOV, 1988, p.151), denomina substantiva.

A generalização, em cuja realização, se descobrem e acompanham as inter-relações reais do universal com o particular e o singular, [...] fazer uma generalização substantiva significa descobrir certa sujeição à lei, uma inter-relação necessária dos fenômenos particulares com a base geral de certa totalidade, descobrir a lei de formação da unidade interna deste (tradução nossa).

Davydov e colaboradores elaboraram as particularidades básicas do pensamento empírico e teórico, em que distingue as características de cada um e como deveriam ser desenvolvidos na escola. O autor assinala que, embora os dois tipos de pensamento se complementem, os resultados de seu funcionamento são diferentes. O pensamento empírico, está direcionado às manifestações exteriores e para a classificação dos objetos, o que possibilita a generalização formal (empírica) e as noções, que são indubitavelmente, importantes, mas não suficientes, para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Por outro lado, o pensamento teórico implica a generalização substantiva, isto é, descobrir num sistema de objetos de conhecimento seu fundamento geneticamente original, essencial, universal, por meio do qual se deduz sua aplicação a peculiaridades e casos específicos do sistema analisado. A partir desta perspectiva entre esses dois tipos de pensamentos: empírico e teórico, traçamos um paralelo entre eles que será representado a seguir, pelo quadro 2.

**Quadro 2 – Paralelo entre o pensamento empírico e o pensamento teórico, sob a perspectiva davydoviana**

<b>FUNDAMENTOS LÓGICOS DO PENSAMENTO EMPÍRICO E DO PESAMENTO TEÓRICO</b>		
<b>LÓGICA É O MÉTODO DE PENSAMENTO (KOPNIN, 1978)</b>		
	<b>PENSAMENTO EMPÍRICO</b>	<b>PENSAMENTO TEÓRICO</b>
<b>LÓGICA</b>	Formal: conceitos empíricos e cotidianos	Dialética: conceitos científicos
<b>PONTO DE BASE</b>	Elaborado por meio de comparação entre os objetos e as suas representações	Elaborado através de análise do papel e da função de relação peculiar, dentro do sistema integral
<b>ELABORAÇÃO</b>	Comparação, isolamento e classificação de propriedades comuns aparentes	Apreensão de um sistema de relações de uma coisa e entre coisas
<b>FINALIDADE</b>	Busca catalogar e classificar os objetos e fenômenos	Busca a essência
<b>FUNDAMENTAÇÃO</b>	Observação e descrição factual, a-histórica e sem processualidade	Explicitação do movimento e processualidade histórica do objeto
<b>CONTEÚDO</b>	Os conhecimentos empíricos; apoiados nas observações, refletem em representações as propriedades externas dos objetos	Os conhecimentos teóricos; surgem apoiado na transformação mental dos objetos que, refletem as relações e conexões internas
<b>FORMA DE EXPRESSÃO</b>	Conceito descritivo: definição	Conceito explicativo: síntese de múltiplas determinações
<b>GENERALIZAÇÃO</b>	Formal e abstrata, possibilita situar objetos específicos no interior de uma classe	Universal, caracteriza as formas particulares e reproduz a integralidade do sistema de relações
<b>PERCURSO LÓGICO</b>	Do sensorial à abstração formal; do empírico ao abstrato; do particular ao geral	Da essência às relações numerosas; do abstrato ao concreto; do geral ao particular

Fonte: Elaborado pela autora (2023) com base em Davidov (1988); Davýdov (1982) e Lavoura (2019).

### **CAPÍTULO III – APROXIMAÇÕES E CONTRAPONTO ENTRE A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E A PEDAGOGIA HISTÓRICO-CRÍTICA: UM OLHAR PARA O CONCEITO DE DIVISÃO**

À luz destas teorias, procuramos, neste terceiro capítulo, analisar a organização do ensino do conceito da operação aritmética de divisão, proposta pelo autor russo V. V. Davydov, com base na dissertação de Sandra Crestani (2016) e na proposta desenvolvida pelo autor brasileiro Newton Duarte em sua dissertação (1987). Portanto, estabelecemos um diálogo com duas pesquisas, respectivamente, fundamentada na Teoria do Ensino Desenvolvidor e Pedagogia Histórico-Crítica – as quais trazem como objetivo o ensino do referido conceito matemático. A pesquisa de Crestani (2016) tem o título “Organização do Ensino de Matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão”. Já Duarte (1987) intitula sua pesquisa de mestrado como “A relação entre o lógico e o histórico no Ensino da Matemática Elementar”. Centramos, na análise de possíveis aproximações e contrapontos, caso existam, no modo de organizar o ensino do conceito matemático de divisão, pelas duas perspectivas teóricas, consideradas de teor crítico em relação às tendências tradicionais. Ambas obras constituem a fonte de dados referente às propostas russa e brasileira, as quais passamos a analisar.

#### **3.1 A busca pelo conceito da operação de divisão nos anos iniciais**

A história dos conhecimentos matemáticos revela que eles sempre estiveram presentes na vida em sociedade, desde os mais rudimentares usados nas antigas civilizações, até os mais desenvolvidos que vieram compor a Matemática tal qual se conhece hoje. Dada sua relevância, hoje é parte de todos os currículos escolares, desde os primeiros anos de escolaridade da criança (MACHADO, 1987).

O currículo para os anos iniciais, nesta área do conhecimento, propõe que se trabalhe com os conteúdos das quatro operações aritméticas, ou seja, com a adição subtração, multiplicação e divisão. O que se observa, entretanto, em âmbitos escolares – como exposto na introdução desta dissertação – é que, do ponto de vista do ensino e da aprendizagem, a operação aritmética de divisão é considerada a mais problemática, tanto aos que irão transmiti-la (professores) quanto àqueles que irão apropriá-la (estudantes).

Conforme Souza (2004, p. 190), isso acontece porque existe uma “naturalização do processo de transmissão da prática social na escola”. Nas palavras da autora, subjaz a esse

processo uma “concepção mecanicista e comportamentalista de aprendizagem do cálculo escrito” (SOUZA, 2004, p. 195), em que os procedimentos algorítmicos são apresentados numa didatização de passos desprovidos de significados. Por ser uma operação com distintos níveis de abstrações, torna-se de difícil compreensão para os estudantes. Somente a utilização do algoritmo<sup>14</sup>, bem como o emprego de técnicas convencionais, não possibilita, ao estudante, a compreensão do exato significado desta operação aritmética.

Da mesma forma, Miguel e Miorim (1986) enfatizam que o desenvolvimento de práticas pedagógicas, por meio de algoritmo, não deveria ser abordado no início da apresentação das operações. Os autores consideram importante, antes de apresentar o algoritmo, explorar distintas situações introdutórias, que possibilitem a organização de diversas formas de operar. Após variadas elaborações exploradas, junto dos estudantes, é que se torna pertinente a introdução do algoritmo e, ainda assim, “de forma não compulsória, mas como uma opção” (MIGUEL; MIORIM, 1986, p. 25).

Entretanto, não existe um consenso entre autores quanto à utilização, ou não, do algoritmo na prática pedagógica com as operações aritméticas. Entre os opositores ao uso do algoritmo, encontramos aqueles que consideram que deve ser dada autonomia para que os estudantes encontrem seus próprios caminhos. De outro lado, existem correntes que defendem o ensino orientado pelo algoritmo, amparadas na tradição escolar e com o argumento de que tal uso faz parte dos currículos, pois constituem-se uma produção humana elaborada historicamente.

Diante dessas considerações, entendemos que o algoritmo, como instrumento de resolução das operações aritméticas, tem sua origem na ação mental da contagem e no seu registro. Logo, é parte constitutiva do processo histórico desenvolvido pela humanidade, além de ser elemento constitutivo do que Vigotski (2000) denomina de sistema conceitual, no caso, a divisão.

Desta forma, entendemos que, a cada nova abordagem de qualquer conceito, é imprescindível que se busque o processo de compreensão do desenvolvimento lógico e histórico, no momento da organização e efetivação do ensino. Assim, é possível que o estudante se aproprie, para além da utilização algorítmica, das significações do conteúdo teórico das operações matemáticas, assim como de seus respectivos modos de ação (DAVÍDOV, 1988).

---

<sup>14</sup> “Algoritmo é uma indicação precisa e delimitada sobre quais operações realizar e em qual sequência deve ser resolvido o problema. Um algoritmo é uma generalização, desde que seja aplicado a todos os problemas de um determinado tipo” (KRUTETSKII, 1976, p. 46).

A defesa é por um ensino que não se centre em modos mecânicos de operação com linguagem verbal, isto é, excluído do processo de ensino. Dito com outras palavras, que se estabeleça “o vínculo entre o conceito e os processos mentais utilizado pelos homens para resolver problemas ligados a esse conteúdo” (MOURA, 2017, p. 92). Para isso, apegamo-nos à literatura produzida por autores clássicos da Matemática – como, por exemplo, Caraça (1951), Hogben (1958), Boyer (1974) – a fim de identificar a gênese e o desenvolvimento do conceito da operação de divisão aritmética. Afinal, ali estão os elementos da relação essencial que caracteriza o conceito teórico, conforme preconiza a Teoria do Ensino Desenvolvimental, ou como reivindica a Pedagogia Histórico-Crítica, que, no ensino, se contemple o movimento histórico que caracteriza a produção das principais ideias do conceito (DUARTE, 1987).

Historicamente, desde que os homens se organizaram em grupos, sentiram a necessidade da divisão. Contudo, nas sociedades primitivas, era feita à base de trocas, originárias das necessidades de cada grupo. Desta forma, dividiam alimentos, tarefas e até territórios. Porém, como assinala Saviani (2007), “prevalencia, aí, o modo de produção comunal, [...] Tudo era feito em comum” (SAVIANI, 2007, p. 154).

De acordo com Moura (s/d, p. 63), neste momento da história, ainda não havia a necessidade de divisão em partes iguais. [...] “alguns grupos, no momento da divisão de alimentos, os homens recebiam mais que as mulheres, que por sua vez, recebiam mais que as crianças”. O critério utilizado para esse tipo de divisão, era de acordo com as características biológicas, de gênero e grau.

Todavia, em um determinado estágio do desenvolvimento da produção, esse movimento conduz a uma divisão do trabalho. A partir daí, com a apropriação privada da terra, tem-se o principal meio de produção, o que deu origem histórica da divisão dos homens em classes. A partir destas transformações, inicia-se o processo de comunidades organizadas, com necessidade de ter os chefes para comandar a divisão técnica do trabalho entre os indivíduos. Com a divisão do trabalho, a escola tem sua origem, “centrada em atividades intelectuais, na arte da palavra, e nos exercícios físicos de caráter lúdico ou militar” (SAVIANI, 2007, p. 155). É com o surgimento da escola que a divisão, entendida como conceito escolar, é estruturada.

O conceito da operação de divisão tem sua gênese ligada à resolução de problemas de diferentes ordens. Porém, encontramos em Caraça (1951) um relato histórico sobre o nascimento da geometria, cujo processo serviu de base para a construção do campo dos racionais. O episódio também serve de fundamento para a operação de divisão com a ideia de medida. De acordo com o autor, a operação de divisão com ideia de medição consiste em

comparar duas grandezas de qualquer espécie (comprimentos, pesos, volumes, etc.) e observar quantas vezes a medida menor (unidade) está contida dentro da maior.

Caraça (1951) cita o historiador grego Heródoto e o relaciona com a história dos egípcios no livro II (Euterpe) como referência ao nascimento da geometria:

Disseram-me que esse rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o tivesse ficado da terra. Eu creio que foi daí que nasceu a geometria e que depois ela passou aos gregos. (HERÓDOTO *apud* CARAÇA, 1951, p. 32).

Percebe-se, dessa maneira, como a necessidade histórica desencadeia os processos criativos dos conceitos. A história da humanidade mostra problemas da vida real, influenciados pelas relações sociais e econômicas, que determinam o modo de ser das coisas. As contínuas disputas sobre impostos e direitos de propriedades deram origem aos vários outros conceitos de medição, como, por exemplo, o ângulo e as superfícies.

A conclusão a que chega Heródoto, o historiador grego do século V a.C., é de que a necessidade de medição e delimitação das terras, intuiu os egípcios a criar os números racionais, sobretudo, o conceito de operações com divisões.

De acordo com Caraça (1951), o processo da contagem se efetivou por meio da operação mental, estabelecida por relações de correspondência. Assim sendo, muito antes de sentir a necessidade de se obter meios para calcular, a humanidade civilizada ideou símbolos escritos para representar os números. Destarte, ainda que o indivíduo não dominasse a leitura e a escrita dos números, ele poderia ter conhecimentos matemáticos e agir mentalmente por relações de correspondência. Por conseguinte, se um indivíduo quisesse contar uma coleção de objetos, procedia da seguinte forma:

Aponta para um dos objetos e diz: um; aponta outro e diz: dois; e vai procedendo assim até esgotar os objetos da coleção; se o último número pronunciado for oito, dizemos que a coleção tem oito objetos. Por outras palavras, podemos dizer que a contagem se realiza fazendo corresponder sucessivamente, a cada objeto da coleção, um número da sucessão natural. Encontramo-nos assim em face da operação de ‘fazer corresponder’, uma das operações mentais mais importantes, e que na vida de todos os dias utilizamos constantemente (CARAÇA, 1951, p.7).

A relação de correspondência é importante, pois dela deriva nosso sistema de numeração, que está disposto em uma relação de correspondência de um para dez. E, é com base nessa relação que se permite o algoritmo das operações. Ao elaborarem suas escritas numéricas, os homens não faziam ideia da futura exigência dos números, com os quais pudessem resolver simples questões aritméticas. À medida que se viam forçados a lidar com números cada vez maiores, ficavam mais preso ao uso de instrumentos que lhes ajudassem a circunscrever suas expectativas matemáticas.

Hogben (1958, p. 51) relata a origem desse instrumento que permitiu, ao homem, o registro das quantidades e o algoritmo das operações feitas nele.

Logo que o homem cessou de confiar inteiramente em talhas e de representar os números por entalhes e gravações, concebeu a ideia de utilizar seixos e conchinhas, que podia desarmar com facilidade e tornar a usar quantas vezes quisesse. É esta, provavelmente, a origem do ábaco. A princípio mais não era, talvez, que uma superfície lisa sulcada por vários rasgos paralelos. Com o passar dos anos transformou-se numa série de estacas verticais em que se enfiavam seixos furados, conchas e missangas, até que, finalmente, a armação fechada [...] suplantou o tipo primitivo. O aparelho de contar, ou ábaco é uma descoberta antiquíssima.

O autor observa, ainda, que o ábaco era o único instrumento usado para calcular que dispunham as antigas civilizações até o início da era cristã. Na história da invenção deste instrumento, o passo mais revolucionário foi a invenção hindu do sinal '0', cuja função era ocupar a coluna vazia do ábaco. Com a invenção do símbolo 'zero', é possível fazer duas observações de muita relevância: a primeira é que, como o nosso sistema de numeração é decimal, doravante, para representarmos qualquer número imaginável, é suficiente o zero e mais nove algarismos; a outra consequência é que ela permitiu efetuar, no papel, de forma similar às operações executadas no ábaco.

Feitas tais considerações históricas, na seção a seguir, a centralidade é o modo de organização do Ensino de Matemática em uma das referências teórica de análise do objeto de estudo, qual seja: a Pedagogia Histórico-Crítica.

### 3.2 O Ensino da Matemática por meio da categoria do lógico e do histórico

Para fins deste estudo, analisamos, a seguir, a proposição de ensino e do processo do conceito da operação de divisão aritmética, tratada por Duarte (1987), sob o título “A Relação entre o Lógico e o Histórico no Ensino da Matemática Elementar”. A pesquisa do autor está alicerçada nos fundamentos teóricos-metodológicos da Pedagogia Histórico-Crítica e na Psicologia Histórico-Cultural, ambas fundamentadas nos pressupostos filosóficos do Materialismo Histórico e Dialético.

Duarte (1987, p. 10) busca responder à questão central do problema que é a “necessidade de compreender como se efetiva, na prática do Ensino de Matemática Elementar a relação dialética entre o lógico e o histórico, para que o educador possa dirigir intencionalmente [...] o processo ensino-aprendizagem”. A pesquisa foi realizada em uma turma de alfabetização, no Programa de Educação de Adultos (PEA) da UFSCAR, na área do Ensino da Matemática. Seu foco foi o processo de ensino das quatro operações aritméticas, com orientação guia, de análise, a relação entre o lógico e o histórico. Porém, o autor ressalta que o desenvolvimento da sua pesquisa não se reduz somente à referida relação, pois outras categorias perpassaram a prática pedagógica durante o processo. Diante destas considerações, analisamos como o autor se utilizou das categorias do Materialismo Histórico-Dialético, sobretudo da categoria do lógico e do histórico para desenvolver e executar procedimentos didáticos relativos à operação aritmética de divisão.

Ao afirmar que a educação “é um fenômeno próprio dos seres humanos” Saviani (2008, p. 12) assume a dialética existente entre educação e trabalho. Isso porque o movimento histórico da forma de ser da educação, como a forma dos seres humanos realizarem processos educativos ao longo da história, permite-lhe caracterizar a natureza da educação como forma de trabalho não material: “a produção de ideias, conceitos, valores, símbolos hábitos, atitudes, habilidades” (SAVIANI, 2008, p. 12), ou seja, trata-se da produção do saber propriamente humano. Ao considerar tal saber objeto específico da atividade escolar, a PHC atribui que sua tarefa em relação à educação escolar pressupõe: “Provimento dos meios necessários para que os alunos não apenas assimilem o saber objetivo enquanto resultado, mas apreendam o processo de sua produção, bem como as tendências de sua transformação” (SAVIANI, 2008, p. 9).

Diante deste postulado, Duarte (1987) afirma ser a relação dialética entre o lógico e o histórico, um meio para que o processo do Ensino da Matemática se realize. Para o autor, o saber objetivo como resultado é a lógica do produto, a forma mais desenvolvida do saber.

Porém, alerta que, no Ensino de Matemática, ao priorizar somente a lógica do produto, se restringe à forma acabada, isto é, um ensino tradicional, que não leva em conta o processo.

Por outro lado, Duarte (1987) também adverte para os problemas do ensino que privilegia apenas a sequência histórica, por se traduzir em uma mera reprodução do processo histórico, sem levar em consideração as situações que surgem em decorrência do processo gerador do conceito matemático. Ademais, quando Saviani (2008, p. 9) aponta que os alunos igualmente devem apropriar-se do “processo de sua produção, bem como as tendências de sua transformação”, significa que ele se refere ao desenvolvimento histórico do conceito, mas em seus aspectos essenciais.

Cumprindo observar, conforme Duarte (1987, p. 25), que “compreender o desenvolvimento histórico do objeto estudado não significa conhecer toda a história factual que o antecede”. Fundamentado nas contribuições de Volpe (1984) e de Marx (1983), Duarte (1987, p. 29-30) explica que “o lógico é o ponto de partida e de referência para a seleção das etapas essenciais do desenvolvimento do histórico, mas essas etapas não se encontram direta e imediatamente expressas no lógico”.

Citando Marx e Kopnin, Duarte (1987) assinalou também o fato de que a lógica do produto revela e esconde a lógica do processo:

A sequência das relações lógicas do objeto reflete, portanto, a sequência cronológica dessas relações no processo de formação do objeto, mas esse reflexo não é direto e pode ser até um reflexo numa sequência inversa. Mas essa lógica do produto é a chave para compreender a lógica do processo e então elaborar teoricamente aquela sequência das etapas essenciais que estaria mais de acordo com a lógica do processo, ou seja, a sequência lógico-histórica (MARX; KOPNIN *apud* DUARTE, 1987, p. 30).

Assim sendo, o autor admite a necessidade de compreensão do movimento histórico de um determinado conhecimento, que é lógico, inclusive, constituído pelo movimento do pensamento, revelador da essência do conhecimento, em uma relação entre conceitos. A essência do objeto, na compreensão de Kopnin (1978), passa pela investigação de sua história, de seu desenvolvimento e de sua produção. É no decorrer da investigação histórica que se revelam aspectos fundamentais para a compreensão da lógica constituída no produto. Nesse processo, podem se esconder aspectos que, recuperados por meio de uma análise profunda, possibilita a compreensão da lógica final. Em outras palavras, a “lógica do produto” **revela** a “lógica do processo”, pois é **síntese** dos aspectos históricos essenciais e **esconde**, é na **análise**

do seu processo de construção que se descobre os aspectos essenciais. Kopnin (1978, p. 186) justifica a unidade entre os aspectos lógico e históricos da seguinte forma:

O estudo da história do desenvolvimento do objeto cria, por sua vez, as premissas indispensáveis para a compreensão mais profunda de sua essência, razão por que, enriquecidos da história do objeto, devemos retomar mais uma vez a definição de sua essência, corrigir, completar e devolver os conceitos que o expressam. Deste modo, a teoria do objeto fornece a chave do estudo de sua história, ao passo que o estudo da história enriquece a teoria, corrigindo-a, completando-a e desenvolvendo-a.

Para tanto, torna-se indispensável iniciar o estudo pelo conhecimento da história do conceito, de sua produção e desenvolvimento. Ou seja, buscar a estrutura lógica do conteúdo e, dentro dela, os aspectos essenciais presentes no corpo teórico que define um conceito matemático – são aspectos necessários à organização do processo de ensino. Com base nesta compreensão, Duarte (1987) apresenta as etapas de elaboração de uma sequência lógico-histórica do processo de ensino e aprendizagem.

- a) Analisar a estrutura lógica de conteúdo a ser ensinado. Essa análise fornecerá pontos de referência para dentro os dados da história de desenvolvimento desse conteúdo, seja os antecedentes históricos (e não meramente cronológicos).
- b) Com base na análise do item anterior, selecionar bibliografia disponível, referentes aos antecedentes históricos, isto é, as etapas essenciais de evolução daquele conteúdo.
- c) Elaborar uma sequência lógico-histórica da evolução daquele conteúdo e considerá-lo na sua etapa mais desenvolvida como ponto de referência; além disso, verificar se a sequência elaborada realmente retrata a evolução daquele conteúdo.
- d) Para que essa sequência se efetive, enquanto sequência de ensino-aprendizagem é preciso verificar em que ponto dela está o conhecimento dos educandos. Muitas vezes, eles já superaram alguma etapas, mas de uma maneira precária, conhecem elementos isolados de etapas posteriores, sem ter ainda passado pelas etapas precedentes etc. Muitas vezes essa verificação se dá ao longo do desenvolvimento da própria sequência, com os educandos, quando então se vai detalhando mais certos passos e acelerando outros. (DUARTE, 1987, p. 32).

A partir dessa orientação, o autor organizou sequências metodológicas com o objetivo de realizar o ensino do conceito de número e das quatro operações elementares na alfabetização de jovens adultos. Primeiramente, o autor analisou a estrutura lógico do conteúdo matemático a ser ensinado. Em seguida, selecionou os antecedentes históricos e elaborou uma sequência lógico-histórica do conteúdo. Por fim, analisou o processo lógico-histórico de ensino-aprendizagem que desenvolveu com os estudantes.

Convém observar que Duarte (1987) desenvolveu a sua proposta de ensino, para as operações aritméticas, em uma lógica que permeia o sistema de numeração decimal. As sequências lógico-históricas revelaram a importância da utilização do ábaco no processo de ensino. Porém, não somente para compreensão do sistema de numeração decimal, mas também para compreensão lógica da origem dos algoritmos das quatro operações aritméticas.

Um outro alerta importante do autor, é que as operações aritméticas fazem parte de um sistema conceitual, isto é, o sistema de numeração decimal; portanto, não devem ser apresentadas de forma fragmentada e mecânica. Ao contrário disso, os conceitos de uma operação mantêm conexão com a outra. Assim, todas elas, estão, de certo modo, interconectadas com o sistema de numeração. Ou seja, “assim como a adição e a subtração são operações inversas entre si, também o são a multiplicação e a divisão, na medida em que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais e a divisão é uma subtração de parcelas iguais” (DUARTE, 1987, p. 49).

O referido autor faz uma análise das quatro operações, porém, como há um limite temporal para a escrita dessa dissertação, optamos pelo recorte apenas com a operação de divisão e seus “nexos conceituais”<sup>15</sup>.

### 3.2.1 A operação aritmética de divisão pela técnica do algoritmo

Antes de iniciar o procedimento com as operações, Duarte (1987) faz considerações importantes a respeito deste conceito. Observa que “a lógica do cálculo no ábaco é a mesma do cálculo escrito” (DUARTE, 1987, p. 73) – Algoritmo; constata que o instrumento ábaco, leva em sua estrutura traços essenciais da origem do sistema de numeração indo-arábico, bem como das quatro operações aritméticas. Logo, os conceitos de: valor posicional, a relação de correspondência um para dez; valor relativo e valor absoluto; representação da coluna vazia pelo símbolo “zero”, estão presentes nele.

Como citado anteriormente, a lógica do cálculo, no ábaco, é a mesma do cálculo escrito. Por isso, Duarte (1987) utiliza, primeiramente, de estratégia metodológica da operação de divisão com o algoritmo. Em seguida, procede da mesma maneira e utiliza de estratégias presentes na estrutura funcional do ábaco, para operar com ele, a operação aritmética da divisão.

---

<sup>15</sup> Nexos conceituais configuram-se no meio pelo qual os aspectos lógicos do conceito unem-se dialeticamente aos seus aspectos históricos, vinculando a gênese do conceito por meio da história de sua formulação, considerando as contribuições humanas, a fim de possibilitar ao aprendiz um pensamento teórico que leve em consideração não só os aspectos externos do objeto estudado (COLETIVA, 2022, p. 25).

Para iniciar o algoritmo da divisão, Duarte (1987, p. 49) explicita que é preciso compreender que ela, a divisão, é “uma subtração de parcela iguais”. Em seguida, apresenta o exemplo:  $5734 \div 2$  e orienta os passos de como proceder.

**Figura 1 – Demonstração**

Um	C	D	U	
5	7	3	4	2
—				—
4				2
—				—
1				Um

Fonte: Elaboração da autora com base em Duarte (1987).

Primeiro passo – decompor o dividendo em: “cinco unidades de milhar, sete centenas, três dezenas e quatro unidades de acordo com a própria lógica do sistema de numeração” (DUARTE, 1987, p. 49).

Em seguida, subtraem-se duas parcelas de 2 unidades de milhar, isto é, a subtração de 4 unidades de milhar, que resta 1 unidade de milhar. O valor relativo deste 1 que restou, equivale 10 centenas, ou 100 dezenas ou 1000 unidades.

Ao abaixar as 7 centenas ao lado da 1 unidade de milhar que restou, não é possível operar com duas grandezas diferentes. Então, 1 unidade de milhar, é trocada por dez centenas que, somadas às sete abaixadas, resulta num total de dezessete centenas.

**Figura 2 – Demonstração**

Um	C	D	U	
5	7	3	4	2
—				—
4				2
—				—
1	7			Um
—				C
1	6			
—				
0	1			

Fonte: Elaboração da autora com base em Duarte (1987).

São subtraídas duas parcelas de oito centenas, isto é, subtraem-se 16 centenas, restando uma. O autor observa que, ao se colocar o 8 no quociente, “é preciso lembrar do valor relativo desse oito, isto é, que são oito centenas e, portanto, oito é colocado à direita do dois”. E, assim, procede-se até se abaixar todos os algarismos do dividendo (DUARTE, 1987, p. 49).

**Figura 3 – Demonstração**

Um	C	D	U	
—	5	7	3	4
	4			
—	1	7		
	1	6		
—	0	1	3	
		1	2	
—		0	1	4
			1	4
—			0	0

2				
	8	6	7	
	Um	C	D	U

Fonte: Elaboração da autora com base em Duarte (1987).

Duarte (1987) explica que a multiplicação está presente na divisão. Isso se observa, por exemplo, na operação efetuada, anteriormente, na ordem da centena, quando se diz que duas vezes oito é dezesseis, que é subtraído de dezessete, e resta um. Ou seja, a multiplicação está implícita na divisão.

Uma outra maneira utilizada pelo autor é a técnica operatória da divisão, efetuada pelo processo breve. Nele, a subtração é uma operação feita mentalmente, pois ela não aparece na técnica operatória. Só se apresenta o resultado da subtração entre o dividendo e, o produto do quociente pelo divisor. Em seguida, o autor apresenta a divisão  $586.748 \div 129$ , com a adoção das duas técnicas para evidenciar a diferença entre elas. Divide-se inicialmente 586 por 129. Duarte (1987, p. 51) explica que cinco é muito para começar a dividir, marca-se quatro no quociente. Até então, as duas estão iguais.

Figura 4 – Demonstração

$$\begin{array}{r} \overline{)586748} \\ \underline{129} \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{)586748} \\ \underline{129} \\ 4 \end{array}$$

Fonte: Elaboração da autora com base em Duarte (1987).

Na primeira técnica, multiplica-se o 4 por 129 e anota-se o resultado que é 516, abaixo do 586 e efetua-se a subtração. Na segunda, multiplica-se o 4 por cada um dos algarismos do 129, a começar pelo 9 e subtrai-se mentalmente, colocando-se o resultado da subtração abaixo do 586. O autor procede da seguinte maneira: efetua as multiplicações do quociente 4, uma de cada vez, pelos respectivos algarismos do divisor 129, a começar pelo 9. Assim: “4 x 9 = 36; para 36, nada, vai -três; 4 x 2 = 8, mais três, onze, para 18, sete, vai um; 4 x 1 = 4, e um, cinco, para cinco, nada” (DUARTE, 1987, p. 51). Nas palavras do autor, a subtração é efetuada por meio da técnica austríaca<sup>16</sup> da subtração. De acordo com o autor em referência, essa técnica permite atuar com cada algarismo na sua ordem, “sem que seja necessário preocupar-se com o todo” (DUARTE, 1987, p. 52).

Figura 5 – Demonstração

$$\begin{array}{r} \overline{)586748} \\ \underline{129} \\ 516 \\ \hline 070 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{)586748} \\ \underline{129} \\ 070 \end{array}$$

Fonte: Elaboração da autora com base em Duarte (1987).

Para dar continuidade ao procedimento da primeira técnica, abaixa-se o 7 ao lado do 70 e divide 707 por 129. Não se utiliza o 6 no quociente, pois  $6 \times 129 = 774$ , o que ultrapassa o dividendo. Neste caso, utiliza-se o 5, que é escrito à direita do quatro no quociente. Na primeira técnica, multiplica-se o 5 por 129, cujo resultado 645 é colocado abaixo do 707 e efetua-se a subtração, que resta 62. Na segunda técnica, “multiplica-se  $5 \times 9 = 45$ , para 47, faltam 2, vão-quatro; cinco vezes dois, dez, e quatro quatorze, para vinte, faltam dois, vão dois; cinco vezes um, cinco, e dois sete, para sete, nada” (DUARTE, 1987, p. 52). Procede-se assim, até o final.

<sup>16</sup> “A técnica austríaca se baseia numa propriedade da subtração segundo a qual, somando-se a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo, o resto não se altera. [...] o conceito de subtração que está sendo empregado não é mais o de retirar-se um certo número de elementos de um conjunto e verificar-se quantos elementos restaram, mas a subtração é vista enquanto uma comparação entre duas quantidades” (DUARTE, 1987, p. 43-44).

Figura 6 – Demonstração

5 8 6 7 4 8	1 2 9	5 8 6 7 4 8	1 2 9
— 5 1 6	4 5 4 8	0 7 0 7	4 5 4 8
— 0 7 0 7		0 6 2 4	
6 4 5		1 0 8 8	
— 0 6 2 4		0 5 6	
— 5 1 6			
1 0 8 8			
— 1 0 3 2			
0 0 5 6			

Fonte: Elaboração da autora com base em Duarte (1987).

O autor adverte que a segunda técnica apresenta um teor de abstração muito maior do que a primeira. Esta, segundo Duarte (1987), é de mais fácil compreensão. Por isso, orienta ser mais conveniente começar por ela, o procedimento com a operação aritmética de divisão.

### 3.2.2 A operação aritmética da divisão pelo uso do instrumento – ábaco

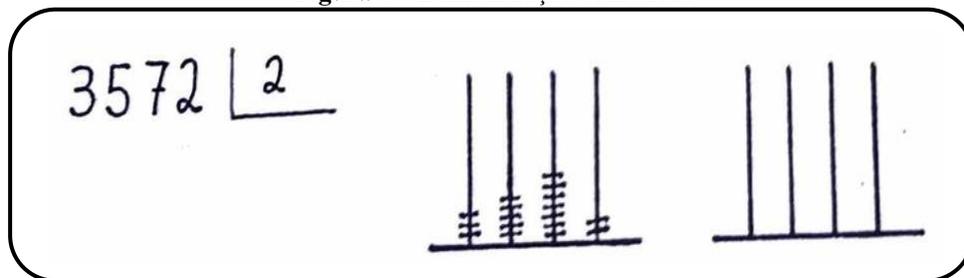
Ao iniciar as operações aritméticas com o uso do ábaco é preciso estar atento para que este instrumento não se torne uma limitação no processo de ensino e de aprendizagem. O ábaco possibilita a compreensão do cálculo escrito, no entanto, uma vez apropriado a sua lógica, é perfeitamente possível que o estudante atue com as operações independentemente dele. Por isso, Duarte (1987, p. 67) afirma: “Foi no ábaco que o homem sintetizou pela primeira vez aquilo que é a lógica do nosso sistema de numeração e também dos algoritmos das quatro operações”. E, em outro texto, o autor complementa essa ideia ao salientar “a importância do ábaco para se compreender o cálculo escrito” (DUARTE, 1989, p. 67). Portanto, a lógica de cálculo no ábaco é a mesma do cálculo escrito.

Duarte (1987) faz alguns esclarecimentos antes de ilustrar o processo de sistematização da operação de divisão no ábaco. Observa que: 1) seu objetivo ao utilizar o ábaco não era a utilização da técnica operatória neste instrumento, mas a compreensão de que a lógica dos procedimentos nele utilizadas permitiu, em última instância, a compreensão da lógica do sistema de numeração e da técnica operatória; 2) a preocupação que houve no processo de transformação histórica do algoritmo da divisão, era a de garantir a colocação dos algoritmos nas casas decimais corretas, sendo que o ábaco possibilitou essa visualização; 3) dentre as

quatro operações, a divisão é a que mais explora o valor posicional dos algarismos e a relação que existe entre eles; 4) é equivocada a ideia de que para efetuar as operações necessita-se de mais de um ábaco. “O homem percebeu que não precisaria ficar contando o novo conjunto formado pela união de dois outros. Ele poderia simplesmente juntar os dois registros no ábaco” (DUARTE, 1987, p. 59). Fica evidente que, historicamente, basta apenas um ábaco para realizar todas as operações. Mais uma vez, há a observância de que o histórico esclarece o lógico.

O autor procurou deixar claro como efetuou a divisão no ábaco – explicitou, passo a passo, o procedimento com a operação  $3.572 \div 2$ , que foi representada no algoritmo e paralelamente no ábaco. “No ábaco da esquerda está representado o número 3.572 e no ábaco da direita, que está vazio, será colocado o resultado da divisão” (DUARTE, 1987, p. 171).

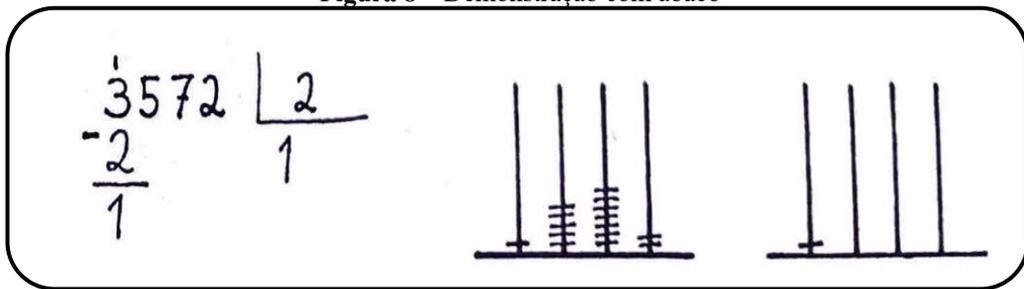
**Figura 7** – Demonstração com ábaco



Fonte: Duarte (1987).

Das três miçangas que estão representadas na coluna das unidades de milhar, tira-se duas, que é colocada nessa mesma coluna, no ábaco que está vazio, o que corresponde à divisão em duas parcelas de 1. No algoritmo, procede-se da mesma maneira. Tira-se 2 de 3, restando 1 e é escrito 1 no quociente, o que corresponde àquela miçanga colada no ábaco que estava vazio.

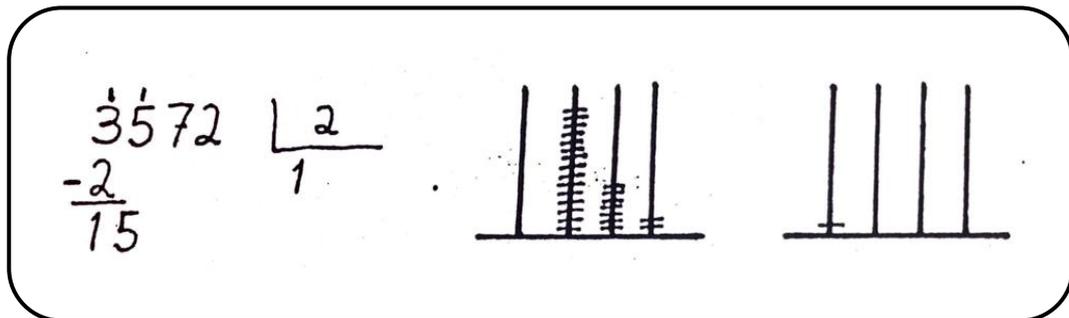
Figura 8 – Demonstração com ábaco



Fonte: Elaboração, Duarte (1987).

A miçanga que sobrou no ábaco da esquerda, da figura anterior, não pode ser partida ao meio, mas ela pode ser trocada. Ela vale dez centenas que será colocada na coluna à direita, que ficará com 15 miçangas no ábaco à esquerda (a seguir), isto é, 15 centenas. No algoritmo abaixa-se o cinco ao lado do um.

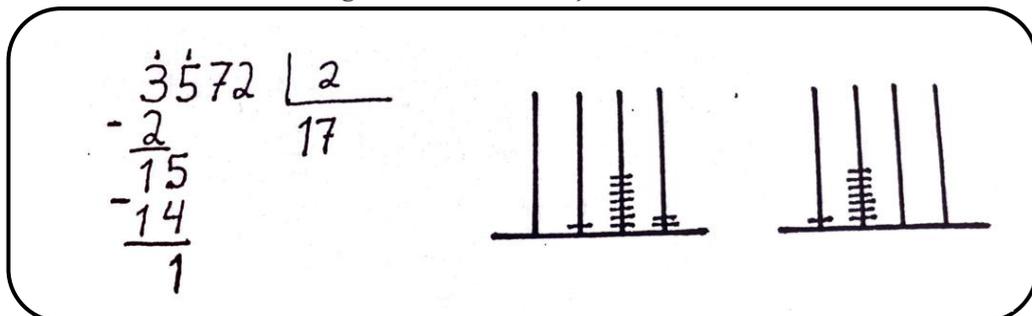
Figura 9 – Demonstração com ábaco



Fonte: Elaboração Duarte (1987).

Dessas quinze miçangas, são subtraídas quatorze e a metade disso, ou seja, sete, serão colocadas na coluna das centenas do ábaco da direita. No algoritmo, o sete é colocado no quociente à direita do um. O ato de realizar a operação de divisão pelo algoritmo e pelo ábaco, concomitantemente, possibilitou, ao estudante, perceber o valor posicional dos algarismos.

Figura 10 – Demonstração com ábaco



Fonte: Elaboração Duarte (1987).

O autor prosseguiu com adoção dos mesmos procedimentos até o término da divisão.

Por fim, esclarece que “Na história da humanidade, foi necessário todo um processo de transformações das técnicas operatórias para alcançar, progressivamente, uma simplificação cada vez maior do algoritmo” (DUARTE, 1987, p. 169). É com essa simplificação algorítmica que o conceito da operação aritmética de divisão é tratado, hoje, no âmbito da maioria das escolas brasileiras.

Duarte (1987) utilizou a categoria do “lógico e do histórico” como recurso metodológico para análise e compreensão dos traços essenciais da gênese do sistema numérico de base decimal; bem como demonstrou a importância da utilização do instrumento ábaco, na compreensão do processo da lógica dos algoritmos das quatro operações, com destaque nesta investigação para a operação de divisão, aspecto que se mostrou imprescindível no processo do ensino e da aprendizagem.

Nesta seção, analisamos como foi desenvolvido o ensino do processo do conceito de divisão aritmética e o seu respectivo modo de organização, tratado pelo autor Newton Duarte, em sua pesquisa de mestrado (1987). A seguir, buscamos analisar a organização do ensino do conceito da operação aritmética de divisão, tratada por Sandra Crestani, em sua pesquisa de mestrado (2016), com base no autor russo V. V. Davydov e seus colaboradores.

### **3.3 Análise da proposição do Ensino da Matemática na perspectiva do Ensino Desenvolvimental**

De modo similar ao procedimento da seção 3.2, analisaremos a proposição de ensino e do processo da constituição do conceito da operação de divisão aritmética, no sistema de ensino desenvolvimental proposto por Davydov e estudada por Crestani (2016). No entanto, a fonte de pesquisa aqui, será o estudo da autora em referência, cujo título é: “Organização do Ensino de Matemática na Perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão”.

É uma pesquisa de natureza bibliográfica com respaldo nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, que se articula com a Teoria do Ensino Desenvolvimental, ambas fundamentadas nos pressupostos filosóficos do Materialismo Histórico-Dialético.

Crestani (2016, p. 29) procurou responder à questão central do problema que se apresentou como sendo: “Qual é a relação universal do conceito de divisão e sua manifestação nas tarefas particulares correspondentes às seis ações de estudo?”.

Para responder a tal questão, a autora contou com apoio do material teórico e didático de autores soviéticos, sobretudo referendado por V. V. Davýdov (1982) e Dvídodov (1988), como também de autores brasileiros, com destaque, em especial, para a área de Matemática. O conteúdo da investigação transcorreu em torno da organização do ensino de conceitos matemáticos no contexto da atividade de estudo, direcionados ao ensino do conceito de divisão.

Vale lembrar que, em nossa investigação, a análise nesta seção voltou-se mais precisamente ao capítulo dois de Crestani (2016), que trata das proposições davydovianas para o conceito de divisão no contexto das seis ações de estudo. Foi no processo de desenvolvimento das dessas seis ações que se revelou a relação universal do conceito de divisão, por meio de tarefas particulares. Essas tarefas foram extraídas dos livros didáticos e livros de orientação ao professor, organizadas por Davýdov e colaboradores, na Rússia.

Crestani (2016) relata que o ensino desenvolvimental parte da atividade de estudo, que é condição *sine qua non* para o desenvolvimento do pensamento teórico. De acordo com a autora “a terminologia do Ensino Desenvolvimental, advém da relação entre aprendizagem e desenvolvimento, e atribui ao ensino, como seu papel principal” (CRESTANI, 2016, p. 22). Ademais, Davídov (2021, p. 249) assinala que, “Em geral, esses dois conceitos – Atividade de Estudo e aprendizagem desenvolvimental – estão inter-relacionados”.

Ao realizar a atividade de ensino, a autora admite que é por meio de um processo de reflexão que o professor propicia aos estudantes, na atividade de estudo, que os torna sujeitos em atividade no processo de desenvolvimento. Davídov (1988, p. 172) apoia-se em alguns pressupostos para dizer que: “a base do ensino desenvolvimental são os conteúdos, por meio dos quais se derivam o método e os procedimentos para a organização do ensino”. Importa observar, diante de tais considerações, que não é qualquer conteúdo que o estudante realiza na escola, que se configura de fato atividade de estudo. Os autores Davydov e Márkova (1987, p. 324) defendem, sobretudo, que a atividade de estudo “é, antes de tudo, aquela atividade cujo produto são transformações no aluno. Se trata de uma atividade de autotransformação; nisto consiste sua principal particularidade”.

Davídov (1988) entende que a atividade principal, ou atividade guia no processo de estudo, em idade escolar, é a atividade de estudo que tem como conteúdo o conhecimento teórico. Importante lembrar que as crianças aprendem por meio de vários tipos de atividades, como pelo jogo ou pelo lazer, por exemplo; porém a atividade principal que conduz ao desenvolvimento de neoformações psíquicas é aquela advinda da atividade sócio-organizacional realizada no interior da escola – a atividade de estudo formal. O autor considera

que o ensino, desde os anos iniciais, deve possibilitar aos estudantes a apropriação teórica da realidade objetiva, sendo ela a base da atividade de estudo.

Desse modo, o autor estabelece que a unidade fundamental da atividade de estudo é a tarefa de estudo, cuja finalidade é a promoção de sua autotransformação, que só se configura por meio das ações objetivas realizadas pelo sujeito. Crestani (2016) esclarece, com base nos estudos de Davydov, Slobodchikov e Tsukerman (2014), que as tarefas de estudo “focam um problema de forma a centralizar vários aspectos das contradições, que são discutidas coletivamente (CRESTANI, 2016, p. 22). A autora salienta, ainda, que os estudantes justificam e legitimam suas opiniões até que o objeto em análise seja transformado em seu significado. Portanto, esclarece que, por essa via, a “atividade assegura o desenvolvimento da reflexão, da iniciativa, [...] e, fundamentalmente, do desenvolvimento cognitivo do estudante” (CRESTANI, 2016, p. 22).

Para a concretização de sua investigação, Crestani (2016) adota os seguintes procedimentos: estudo das seis ações davydovianas, com foco no conceito de divisão; análise das tarefas de estudos; seleção das tarefas que compõem o sistema relativos às seis ações de estudo; e uma reflexão sobre os objetivos e finalidades que foram propostas.

A autora explica, com base nos estudos de Davídov e Slobódchikov (1991), que a estrutura da atividade de estudo é composta por tarefas de estudo, referentes aos conceitos ou sistemas conceituais que, no caso, está relacionado ao conceito de divisão. Cada tarefa é composta por seis ações de estudo, desenvolvidas por meio de um sistema de tarefas particulares. O êxito da tarefa de estudo, suas correspondentes ações e tarefas particulares que compõem a atividade de estudo, depende de uma correta organização do ensino para sua plena efetivação.

Para esta correta organização do ensino, Crestani (2016) rememora o método que deve ser utilizado, elaborado por Davídov (1988).

Ao iniciar a aprendizagem de qualquer disciplina científica, os estudantes, com a ajuda do professor, analisam o conteúdo do material didático, separam nele a relação universal, constatando, simultaneamente, que se manifesta em muitas outras relações singulares existentes no material dado. Fixando, por meio de signos, a relação universal, os estudantes realizam a abstração substancial do objeto estudado. Continuando a análise do material, revelam a vinculação regular desta relação inicial com suas diferentes manifestações e, assim, obtêm a generalização substancial do objeto estudado. Logo as crianças utilizam a abstração e a generalização substanciais para a dedução sucessiva (também com a ajuda do professor) de outras abstrações mais particulares e para sua união no objeto integral (concreto) estudado. Quando os estudantes começam a utilizar a abstração e a generalização substanciais

como meios para deduzir e unir outras abstrações, eles convertem as estruturas mentais iniciais em conceito, que fixa certa ‘célula’ do objeto estudado. Esta célula serve posteriormente aos estudantes como princípio geral para orientar-se em toda a diversidade do material fático, que devem assimilar em forma conceitual pela ascensão do abstrato ao concreto. (DAVÍDOV, 1988, p. 175 *apud* CRESTANI, 2016, p. 36, tradução da autora).

Por meio de tal método, a autora deduz que o conceito não é apresentado em sua forma pronta, mas é reproduzido por meio do movimento lógico e histórico, pelos estudantes, sob a orientação do professor. A autora admite que foi por meio dos fundamentos da lógica dialética que Davýdov (1982) elaborou a estrutura da tarefa de estudo para o desenvolvimento do sistema conceitual.

### 3.3.1 A organização do ensino do conceito de divisão na atividade de estudo

Os estudos realizados com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental demonstram um modo de organização do ensino centrado na teoria da atividade de estudo. Esta, por sua vez, está relacionada, de acordo com Davýdov (1999, p. 1), ao conceito geral de **atividade** que “significa transformação criativa pelas pessoas da realidade circundante”, e se expressa na sua forma original pelo trabalho.

Davýdov (1988, p. 27, tradução nossa) afirma que, “A categoria filosófica de atividade é a abstração teórica de toda a prática humana universal, que tem um caráter histórico-social. [...]. Na atividade, põe-se à mostra a universalidade do sujeito humano”. A atividade é o conjunto de processos mentais de abstração que o sujeito realiza na sua vida, na realidade objetiva que o rodeia. Porém, esse mesmo autor adverte que, no contexto escolar, existe uma particularidade importante da atividade, que se refere diretamente à questão relacionada à “atividade de estudo do aluno na escola” e, que contém um conteúdo específico, orientado para um objeto, que difere de qualquer outro tipo de atividade. Nas palavras do autor, para que o aluno entre em atividade de estudo e se aproprie dos conhecimentos, é preciso que haja o princípio criativo ou transformador e, para isso, é necessária uma correta organização do ensino.

Conforme Davýdov (1999), para que o estudante possa apropriar-se dos conhecimentos sob a forma de atividade de estudo, precisa ter uma necessidade interna tal, que se adquire pela motivação, a qual deverá estar relacionada com a obtenção do material a ser apropriado. Tal apropriação ocorre com a transformação do material, o que implica na aquisição de um novo

produto mental, ou seja, em conhecimento. O autor resume os componentes para a organização do ensino da seguinte maneira:

As necessidades e os motivos de estudo direcionam as crianças para a apropriação de conhecimentos como resultado de transformações de um dado material. Tal transformação revela, no material, certas relações internas ou essenciais, cuja consideração permite ao aluno detectar a origem das manifestações externas (aparências) do material que está sendo apropriado. A necessidade de aprendizagem vem a ser a necessidade que o aluno tem de experimentar de forma real ou mental este ou aquele material de modo a desmembrar nele aspectos gerais essenciais e aspectos particulares, e ver como estes aspectos estão inter-relacionados (DAVÍDOV, 1999, p. 2).

Uma segunda condição para a correta organização da atividade de estudo, postulada por Davydov (1999), é a colocação de tarefas de estudos que exijam dos estudantes a experimentação, impulsionando-os às ações que possibilitarão a busca de soluções.

Diante dessas considerações, os estudos realizados por Davídov (1988) sobre a atividade de estudo destacam princípios teórico metodológicos que orientam um modo geral de organização do ensino com base nas tarefas de estudo. Estas, por sua vez, são constituídas por ações de estudo, com as quais “as crianças possam realizar as transformações [...] objetivas e mentais” (DAVÍDOV, 1999, p. 3). As ações de estudo têm como finalidade a execução de tarefas particulares objetivadas em operações de estudo.

Em sua investigação, Crestani (2016) buscou investigar as manifestações da relação universal do conceito de divisão nas tarefas particulares no âmbito das seis ações de estudo. Para tanto, adotou como unidade de análise os polos: geral-particular e universal-singular. Didaticamente, a autora explicou em que consiste cada um desses pares, em relação ao conceito de divisão.

O geral consiste na interconexão das grandezas de mesma natureza, a qual possibilita atingir a representação geral do objeto, ou seja, seu modelo algébrico. A partir dessa revelação, de caráter geral, o particular se configura como o elemento mediador do processo. No conceito de divisão, o particular se expressa na medida intermediária, válida para a multiplicação e divisão (multiplicando e divisor, respectivamente). Em continuidade, num processo de idas e vindas, permeado por abstrações, o universal se revela. Este se constitui das muitas representações da relação essencial do conceito (objetal, gráfica e literal), que culminará com sua aplicação nas diferentes singularidades (CRESTANI, 2016, p. 29-30, grifos da autora).

Desta forma, a autora empenhou-se em revelar a integralidade do sistema expresso nas tarefas particulares, no que diz respeito às seis ações de estudo, para o ensino do conceito de

divisão. Crestani, com base nos estudos de Davídov (1988), propõe as seis ações de estudo, como sendo a forma de organização do ensino, que evidencia o caráter universal dos conceitos contemplados nelas.

1. Transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação universal do objeto estudado;
2. Modelação da relação universal na forma objetiva, gráfica e literal;
3. Transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades em ‘forma pura’;
4. Resolução de um sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral;
5. Controle da realização das ações anteriores;
6. Avaliação da apropriação do procedimento universal como resultado da solução da tarefa de estudo dada. (CRESTANI, 2016, p. 22).

As “tarefas particulares consistem em situações singulares do movimento de formação do conceito teórico, mediado pela abstração da relação essencial, universal, entre as grandezas (geral)” (CRESTANI, 2016, p. 39).

O conceito de divisão, juntamente com o de multiplicação, formam um sistema conceitual mais amplo, que faz parte da terceira tarefa de estudo, proposta por Davídov (1988). Ainda, Crestani (2016), esclarece que o ponto de partida se dá na multiplicação<sup>17</sup>, por meio da constituição das unidades de medidas básicas, intermediárias e o total delas, e se estende para a divisão. Esse processo acontece não de forma isolada, mas articulada de forma mútua. A partir da execução da tarefa, reproduz-se o processo de desenvolvimento e formação do conceito, em nível de concreto ponto de chegada. A interconexão entre os objetos singulares se revela unicamente nesse processo.

Portanto, como aponta a autora, abstrato e concreto “são dois momentos na separação do próprio objeto, da própria realidade refletida na consciência e, graças a isso, são momentos derivados da atividade mental” (DAVÝDOV, 1982, p. 340-341, tradução da autora).

Crestani (2016, p. 39) relata que, no processo de formação do pensamento teórico, o concreto também se constitui em dois momentos: “como ponto de partida, na percepção e na representação sensível do conceito que, no caso da Matemática, consiste nas relações estabelecidas entre grandezas e, também, como resultado mental, uma síntese possível, por meio das abstrações realizadas”.

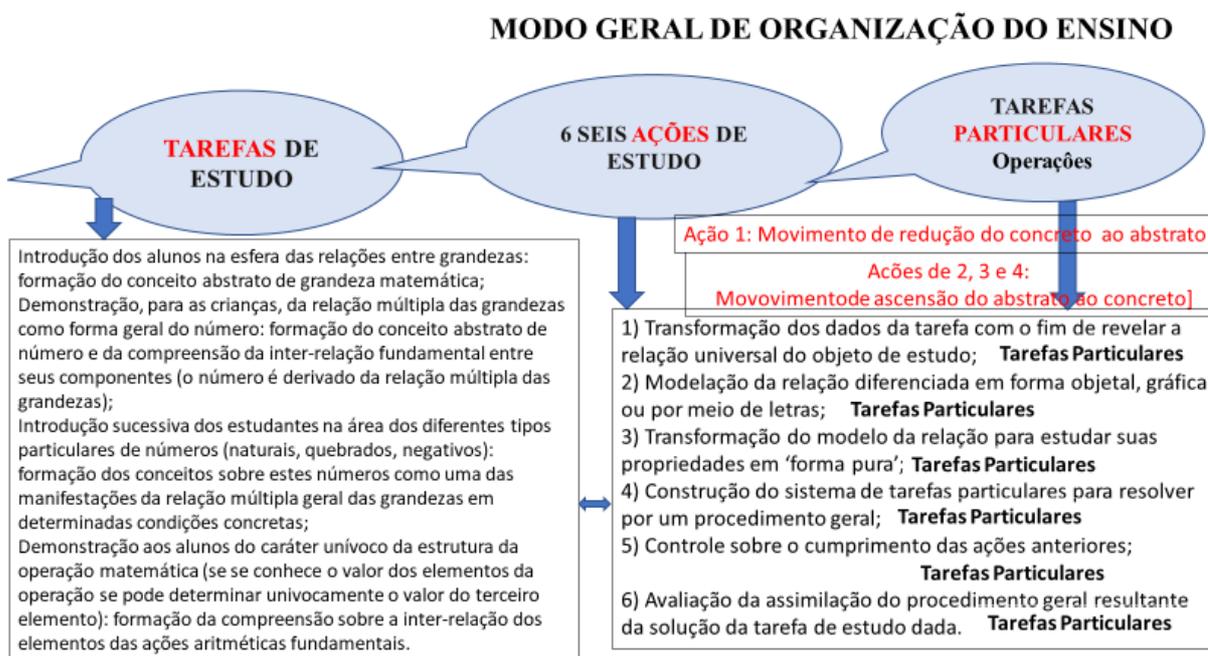
---

<sup>17</sup> Para aprofundar os conceitos de multiplicação sugere-se a leitura das dissertações de Madeira (2012) e Hobold (2014).

Ademais, a autora apresenta esse duplo movimento, de redução do concreto ao abstrato e o ulterior, ascensão ao concreto pensado, com base na proposição davydoviana. Destaca, ainda, que as ações de estudo foram retiradas do livro didático do segundo, terceiro e quarto anos do ensino fundamental I, organizado por Davydov e colaboradores. Nas palavras da autora, o conceito de divisão e multiplicação, formam um sistema conceitual mais amplo, o qual faz parte da terceira tarefa de estudos. Explica que isso ocorre, porque as operações são interconectadas. Verifica-se que o ponto de partida acontece pela multiplicação constitui-se por meio das unidades de medidas básicas intermediárias e o total delas estendendo-se para a divisão. Porém, explica que não será possível expressar a relação de maneira integral, em virtude da delimitação do objeto com foco no conceito de divisão. Contudo, importa considerar que, para Davydov (1982), as duas operações formam uma unidade. Portanto, difere da concepção de Duarte (1987), ao afirmar que uma é inversa da outra.

Damazio (2022) sintetizou as tarefas de estudo no seguinte quadro:

**Figura 11** – Modo geral de organização do ensino



Fonte: Damazio (2022).

Crestani (2016) partiu de tal movimento de organização. O ensino transcorreu por meio das seis ações de estudo, cada qual expressada por uma ou mais tarefas particulares, as quais apresentamos a seguir.

### 3.3.1.1 PRIMEIRA AÇÃO DE ESTUDO: revelação dos dados que constituem relação universal

O foco de análise na primeira ação de estudo ocorre pela transformação das unidades durante o experimento objetual. Este, é reproduzido na primeira ação de estudo, a qual consiste na *revelação* pelos estudantes, sob a orientação do professor, *dos dados que constituirão a relação essencial, universal do conceito*. Na especificidade do conceito de divisão, a “Relação Universal” se constitui dos seguintes dados: unidade de medida básica, unidade de medida intermediária e quantidade de vezes que ambas se repetem. É considerado “não somente as propriedades externas dos objetos, mas também as conexões internas que permitem modificar suas propriedades e fazê-los passar de um estado a outro” (DAVÍDOV, 1988, p. 116 *apud* CRESTANI, 2016, p. 40, tradução da autora). Nessa ação, a prática-objetiva-social – que, historicamente se iniciou com o trabalho e que é a base do desenvolvimento humano – é reproduzida.

Importa salientar que o sistema conceitual de multiplicação e divisão se apresenta, articuladamente, “com a essência do objeto matemático teórico, geral, que, para Davydov (1982), são as grandezas. Estas e as relações entre si geraram, historicamente, o conceito de número e, por extensão, todos os demais que se referem à Matemática” (MADEIRA, 2012, p. 34).

De acordo com a autora, Crestani (2016), durante a realização da transformação objetual, as significações conceituais da multiplicação e divisão são reveladas. Enfatiza que, com base em uma unidade de medida básica, surgem outras (medida intermediária, total de medida básica e total de medidas intermediárias), conforme ilustração a seguir. Ela apresenta os dados constituintes da relação universal (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

**Figura 12** – Elementos constitutivos da relação essencial do conceito de divisão



Fonte: Elaboração Crestani (2016).

De acordo com o explicitado pela autora em referência, a partir da *unidade de medida básica* de uma grandeza, obtém-se a *unidade de medida intermediária*.

O referido processo ocorreu histórico e socialmente no desenvolvimento da contagem feita de um a um, mas se mostrou insuficiente para a contagem de grandes quantidades. Com isso, gerou-se a necessidade de desenvolver um modo de contagem que fosse mais eficiente e ágil, o que possibilitou o surgimento da contagem por agrupamentos que, nesse contexto, trata-se da medida intermediária. Este fato possibilitou ao homem a criação de diferentes bases numéricas – decimal, binária sexagenária entre outras.

A unidade de medida intermediária consiste em agrupamentos formados por unidades de medidas básicas. A complexificação da necessidade humana de medir, gerou a sistematização da medida intermediária, bem como culminou com a padronização do sistema de medidas, que se tornou universal (CRESTANI, 2016, p. 41).

Cabe ressaltar que a formação do sistema conceitual de multiplicação e divisão só foi possibilitado a partir da criação da medida intermediária (multiplicando e divisor, respectivamente). Esse processo permitiu ao homem um alto nível de elaboração mental, e a complexificação dos conceitos científicos.

A unidade intermediária se configura como um elemento essencial para a unidade conceitual – multiplicação/divisão –, pois, parafraseando Madeira (2012), determina os dois fatores componentes da operação multiplicação (multiplicando e multiplicador) e da divisão (dividendo, divisor, quociente e resto). É dela, que

[...] em termos aritméticos, surge a quantidade de vezes que uma determinada quantidade de unidade está sendo multiplicada. Sua presença no contexto conceitual passa ser um elemento mediador na superação de contagem um a um, própria do pensamento empírico, para o pensamento teórico multiplicativo (MADEIRA, 2012, p. 159).

Em tal contexto, se apresenta a primeira ação por expressar o movimento de transformação da contagem inicial (um a um) para a contagem de forma mais rápida (por agrupamentos). Isso gera a formação de unidade de medida intermediária que, aliada aos demais elementos da relação essencial do conceito de divisão, encontra-se no contexto da conexão universal de todos os conceitos matemáticos, isto é, a partir das relações entre as grandezas (DAVÍDOV, 1987).

Crestani (2016, p. 42) salienta que “durante o experimento objetual estabelecem-se relações de comprimento com comprimento, área com área, volume com volume, entre outras”. A partir de tal momento inicial, considerado o concreto ponto de partida, realiza-se a atividade objetual sensível, conteúdos iniciais que, por meio de sucessivas abstrações gráfica (esquema, mapa, diagrama) e literal (letras), atinge o concreto ponto de chegada (DAVÍDOV, 1988).

A autora, com base nos estudos de Davydov, esclarece que, no ponto inicial em que se observam todos os atributos da realidade, a função da análise é obter a relação interna que propicia a externa. Observamos a evidência de tal processo quando Davídov (1988, p. 116, tradução nossa) ressalta que “Essas relações não podem ser reveladas enquanto a transformação prática dos objetos ou sem ela, não for realizada, pois, somente nesse processo tais relações ficam evidentes”. Isso indica que, no processo da atividade de estudo, o pensamento do estudante, em certa medida, é semelhante à função dos cientistas “os quais expõem os resultados de suas investigações por meio das abstrações e generalizações substâncias e os conceitos teóricos” (DAVÍDOV, 1988, p. 173, tradução nossa).

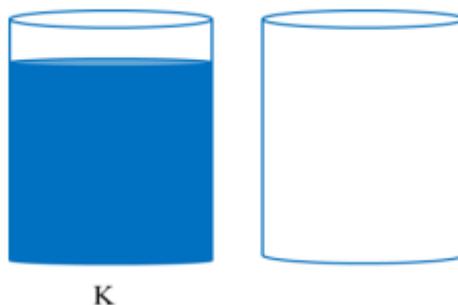
A ação investigativa, proporcionada pelas próprias tarefas particulares, possibilita, ao estudante, a superação do pensamento empírico pelo pensamento teórico. Convém observar, porém, que essa similaridade não se configura idênticas às investigações dos cientistas, pois os estudantes não criam conceitos, apenas se apropriam deles.

Portanto, a revelação das interações objetivas da relação essencial ocorre pela “separação e fixação somente das condições decisivas, verdadeiramente indispensáveis de reprodução de uma ou outra forma de movimento dos objetos” (DAVÍDOV, 1988, p. 116, tradução nossa). Conforme constatado por Crestani (2016, p. 42) esse movimento decorre “da relação entre as unidades de medida básica, intermediária e o total de ambas, modelada de início na forma objetual, depois gráfica e, por fim, literal”. A seguir são apresentadas as tarefas.

A primeira tarefa, ou Tarefa 1, pertinente à primeira ação de estudo, é representada pela transformação dos dados referentes à composição da relação universal do conceito de divisão.

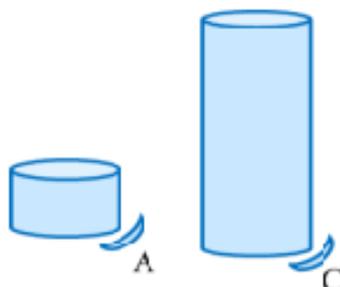
### **Tarefa 1: transformação dos dados: unidade básica, intermediária e o total de ambas**

Dada a primeira tarefa, são colocados sobre duas mesas dois recipientes de mesma forma e tamanho. Um com líquido, outro vazio, conforme a Figura 13. A tarefa consiste em transferir o líquido de um recipiente ao outro, sem retirá-los do lugar (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2009).

**Figura 13** – 1ª tarefa, transferência de líquido

Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2012).

A condição estabelecida para a transferência do líquido de um recipiente ao outro é que não se pode retirar os recipientes do lugar. Desse modo, será preciso um terceiro recipiente para que a transferência seja efetivada. O professor propõe um recipiente de tamanho menor (recipiente com volume A).

**Figura 14** – Tarefa 1 – unidade de medida básica e intermediária (volumes A e C)

Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2012).

Em seguida, o professor relata que uma determinada criança precisou repetir o procedimento por vinte e quatro vezes ao utilizar o recipiente de volume A. Enquanto faz a exposição, ele sistematiza no quadro o seu relato.

**Figura 15** – Tarefa 1 – total de unidades básicas no esquema

Fonte: Crestani (2016), com base nas proposições davydovianas.

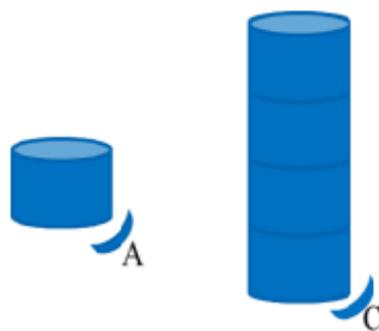
A transferência resulta em um problema, uma vez que será muito demorado a transferência do líquido. A orientação que se tem é para que se utilize um recipiente maior (volume C), momento em que surge a medida intermediária, de acordo com a Figura 14.

A unidade de medida básica é representada pelo recipiente de volume A, enquanto a unidade de medida intermediária é a representação do recipiente de volume C. Estes recipientes são de mesma forma do que aqueles representados inicialmente na tarefa, porém menores e com volumes desiguais (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2009). Os estudantes serão estimulados a refletirem sobre qual dos recipientes possibilitará maior agilidade na transferência do líquido.

Davíдов e Slobódchikov (1991), citados por Crestani (2016) evidenciam que os estudantes somente entram em atividade de estudo a partir de necessidades que, neste caso, está posta na tarefa, bem como a possibilidade de supri-la. A orientação vem do professor: para uma transferência mais rápida, é necessário realizar a medição por meio da unidade de medida intermediária. Essa terminologia está relacionada ao seu tamanho médio se comparada a menor (básica) e a maior (volume total de líquido a ser transferido).

Cabe refletir, então: qual o valor da medida intermediária? A polêmica é levantada para que os estudantes reflitam sobre a transformação da unidade de medida que antes era a básica e, a partir de agora, passa a ser a intermediária. Sugere-se, então, que determine o valor a partir daquela dada inicialmente. Feitas as medições, concluem que a unidade de medida intermediária equivale a quatro vezes a unidade de medida básica (Figura 16).

**Figura 16** – 1ª tarefa, relação quantitativa entre unidade de medida básica e intermediária



Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2012).

Conseqüentemente, os dados são revelados: quantidade do volume menor (unidade de medida básica); do intermediário (unidade de medida intermediária); e do maior (total de medidas básicas e intermediárias). Os valores não estão explicitados de forma clara na tarefa. Os valores devidamente calculados requerem que se estabeleçam determinadas relações entre

os dados. Porém, a autora adverte que este não é o foco da primeira ação, mas, nela, ocorre a revelação dos dados e a transformação. Isto é, a unidade de medida que no início era básica, passou a ser intermediária e a quantidade de vezes que uma e outra se repetem na medição. Estes dados constituem a relação universal do conceito de divisão.

De acordo com os dados da tarefa, que surgiram no decorrer do experimento objetal na transferência de líquidos, a próxima etapa que é a segunda ação de estudo, consiste na revelação e modelação da relação universal para o referido conceito.

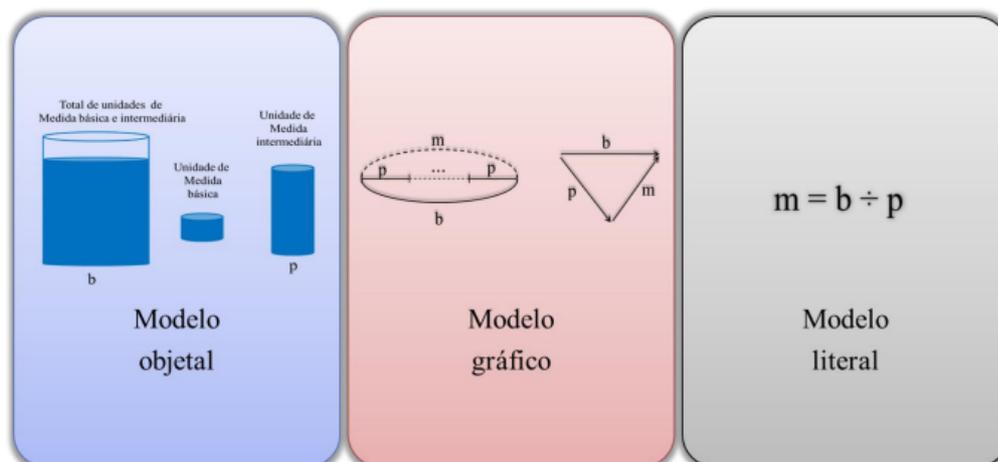
Na segunda ação de estudo, correspondente ao conceito de divisão, a relação será modelada e abstraída por meio de um sistema de símbolos. Estes serão representados pela reta numérica, esquema de setas e letras, os quais constituem os elementos mediadores entre a ação objetal e a mental.

### 3.3.1.2 SEGUNDA AÇÃO DE ESTUDO: modelação da relação universal na forma objetal, gráfica e literal

Nesta segunda ação de estudo, revela-se a necessidade de articulação com os dados levantados na primeira ação de estudo. Crestani (2016) explica que tal articulação ocorre por meio da relação geneticamente inicial, essencial, universal do conceito em referência que será modelada nas formas objetal, gráfica e literal. Explicita-se: “o caráter externo é o ponto de partida, mas é superado por abstrações e generalizações teóricas” (HOBOLD, 2014 *apud* CRESTANI, 2016, p. 45).

A autora também destaca que as representações da relação universal se manifestam de maneira diferenciada. De início, na forma objetal, como concreto sensorial, ponto de partida e, posteriormente, nas formas gráfica e literal, como objetivação idealizada, num movimento de abstração. A passagem do experimento objetal para o gráfico e, deste, para o literal propicia analisar a gênese e desenvolvimento do objeto.

**Figura 17** – Modelo objetual gráfico e literal



Fonte: Crestani (2016).

O conjunto dessas abstrações sucessivas (objetual, gráfico e literal) constitui a abstração substantiva ou substancial, definida no capítulo II de nossa dissertação, também denominado por Davíдов (1988) como pensamento teórico. Crestani (2016) afirma, com base nos estudos de Davydov (1982), que a modelação literal é a expressão da imagem subjetiva, em nível teórico, da realidade objetiva. A conexão entre a representação da modelação objetual e a literal consiste na representação da modelação gráfica.

### Tarefa 2: Modelação da relação essencial nas formas objetual e gráfica

A tarefa 2 (a) é constituída por três itens. No primeiro são dispostos 'M' objetos em coluna composta por três deles cada (Figura 18). A problematização consiste em saber: quantas colunas há ao todo? (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЪЕВА, 2003).

**Figura 18** – Segunda tarefa, figura parcialmente oculta e esquema de setas



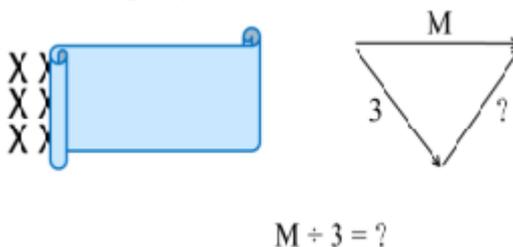
Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

Os estudantes deverão completar o esquema e indicar a operação aritmética a ser utilizada para determinar a quantidade total de colunas. Crestani (2016) busca, no manual de orientação, o procedimento de resolução da tarefa. Para determinar o resultado, será necessário

contar de 3 em 3, uma vez que a medida intermediária adotada consiste em três unidades de medidas básicas. Depois da análise da figura (representação objetiva) e do próprio enunciado no esquema, (representação gráfica) (Figura 18), os estudantes registram os dados. Cada seta do esquema representa uma medida – a seta horizontal representa o total de unidades básicas que, no caso foi representado pela letra M. Ao lado da seta inclinada à esquerda, insere-se o número que representa a medida intermediária, 3 (Figura 19). E, ao lado da seta inclinada à direita, completa-se o valor correspondente à quantidade de medidas intermediárias que compõem o todo. Cada valor no esquema é a representação dos elementos constituintes das operações de multiplicação e divisão. O total de unidades básicas é, simultaneamente, produto e o dividendo. A medida intermediária é o primeiro fator na multiplicação, e divisor na divisão.

Ao analisar esta tarefa proposta pela Figura 18, Crestani (2016, p. 50), com base nos manuais didáticos de Davydov (2003, 2009), chama a atenção o fato de que os objetos não são apresentados diretamente aos alunos, são parcialmente visualizados. Logo após, apresenta-se o valor do dividendo por uma letra ‘M’. Essa circunstância, gera no estudante um processo de reflexão sobre como atingir a representação total. É por meio de tal ação investigativa que se revela a relação essencial do conceito, que é gradativamente elevada ao plano mental. Não sem antes, ter atuado no plano objetivo.

**Figura 19** – 2ª tarefa, figura parcialmente oculta e dados no esquema de setas



Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

A constatação é de que o valor desconhecido consiste na quantidade de colunas. A determinação da quantidade de vezes que a unidade de medida intermediária cabe no todo se estabelece por meio do conceito de divisão, cuja expressão é representada, neste caso, pela sentença matemática ( $M \div 3 = ?$ ). Mesmo não sendo centralidade do presente estudo, vale mencionar o teor algébrico nessa tarefa, basicamente introdutória do conceito de divisão. Ainda mais, traz fortes vínculos com a aritmética e com a geometria. Por sinal, segundo Rosa (2012), esta é uma das características que coloca a adjectivação de ineditismo ao sistema de ensino organizado sob a liderança científica de Davydov. Na tarefa 2(b), o professor atribuiu um valor

para  $M$  ( $M = 21$ ) e sugere um novo registro, tanto no esquema quanto na operação aritmética (Figura 20).

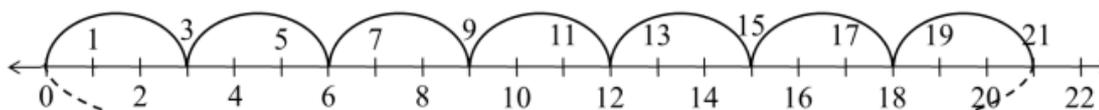
**Figura 20** – 2ª tarefa, figura parcialmente oculta e esquema que corresponde para  $M=21$



Fonte: Crestani (2016).

A questão que está posta refere-se à quantidade de colunas que compõem a figura parcialmente oculta. Em outros termos, quantas vezes a unidade de medida intermediária cabe no todo? A questão é representada matematicamente pela operação:  $21 \div 3 = \underline{\quad}$ . Na Figura 21 é possível verificar que a resolução ocorre na reta numérica, no contexto geométrico, que possibilita a determinação de quantas medidas intermediárias cabe no total de medidas básicas. Tal como o esquema, a reta numérica reproduz, teoricamente, a representação da relação universal.

**Figura 21** – 2ª tarefa, resolução de  $21 \div 3 = \underline{\quad}$  na reta numérica

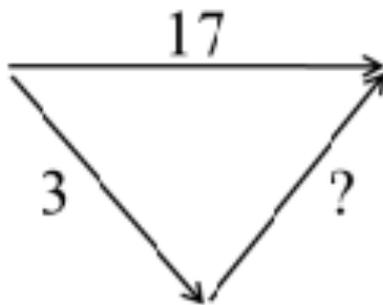


Fonte: Crestani (2016).

Na reta numérica, são formados agrupamentos de três unidades em cada arco (unidades intermediárias). Ao chegar em 21 unidades básicas, é possível verificar sete agrupamentos. A operação que se refere ao conceito de divisão, permitindo determinar a quantidade de medidas intermediárias (divisor) que cabe no total de unidades básicas (dividendo).

E na tarefa 2(c), o professor propõe aos estudantes, com base no item anterior, que determinem a quantidade de colunas, considerando  $M = 17$ . Os estudantes completam, no esquema os dados da tarefa: 17 unidades de medidas básicas (dividendo), distribuídas em colunas compostas por três unidades básicas (divisor), como mostra a Figura 22. Crestani (2016) explicita essa tarefa com base nos estudos de Горбов, Микулина e Савельева (2003).

**Figura 22** – 2ª tarefa, representação gráfica (esquema)

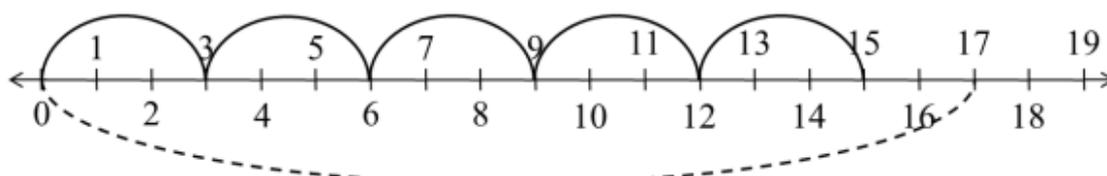


Fonte: Crestani (2016).

Faz-se necessário ressaltar que, na tarefa 2, constituída por 3 itens (tarefas particulares) – os quais, representados respectivamente, no primeiro item, pela unidade básica (dividendo) ‘M’, no segundo, 21 e, neste último, 17 – independentemente dos valores atribuídos, a relação é a mesma, portanto universal. Importante observar que, durante a realização das tarefas particulares, introduz-se o esquema de setas (Figura 22). Ele é o modelo gráfico, contexto da relação universal, por isso é válido no auxílio de qualquer tarefa ou situação singular concernente ao sistema conceitual de multiplicação e divisão. O esquema, representação geométrica da relação genética do conceito de divisão, o modelo gráfico, opera como instrumento para captar a essência, a qual possibilita a representação ideal no plano mental, o que dispensa, nesse estágio, o modelo objetal. Este, representa a operação  $17 \div 3$ , que será resolvida com o auxílio da reta numérica, base para determinar a quantidade de vezes que a medida intermediária cabe no total de unidades de medida básica. Contudo, esta última representação ganha um elemento novo: a introdução da divisão com resto.

Na reta numérica (Figura 23), o todo é formado por 17 unidades de medidas básicas (arco tracejado) e a medida intermediária (divisor) é agrupada em arcos, composta por três unidades básicas (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

**Figura 23** – 2ª tarefa, representação gráfica (reta numérica)

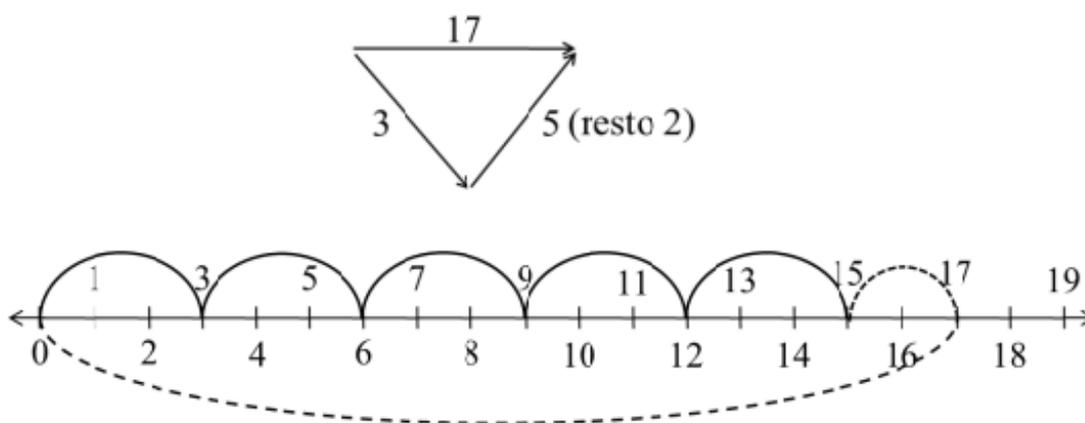


Fonte: Crestani (2016).

Fica evidente que, a que a unidade de medida intermediária cabe inteira, cinco vezes no total de unidades de medida básica e restam duas unidades sem serem agrupadas (Figura 23).

Os colaboradores de Davydov (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003) sugerem, ao professor, a explicação: em divisões com resto, deve-se colocar a quantidade de medidas intermediárias que cabem na grandeza  $\epsilon$ , ao lado, entre parênteses, a quantidade de medidas básicas restantes:  $17 \div 3 = 5$  (resto 2). Isso se explicita na representação gráfica (reta e esquema) da operação (Figura 24).

Figura 24 – 2ª tarefa, representação gráfica (esquema)



Fonte: Crestani (2016).

Os colaboradores de Davydov sugerem que o professor elabore, no quadro de giz a sentença matemática que, nesse caso, caracteriza o resultado expresso pela reta numérica, isto é,  $17 = (3 \times 5) + 2$ . Em seguida, enfatiza que a medida intermediária pode não caber exatamente o número inteiro de vezes no total de medidas básicas. Nessa situação, define-se o total que couber inteiro e, logo após, mede-se as quantidades de unidades de medidas restantes, que se denomina resto (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

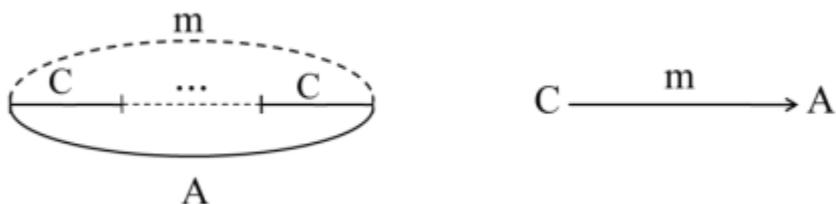
Crestani (2016) chama a atenção para o processo que ocorre na passagem do modelo objetual para o literal (algébrico) e orienta que ela é mediada pela modelação gráfica (reta numérica e esquemas). A autora, com base nos estudos de Davydov (1982), entende que isso ocorre porque existem meios específicos para se representar um objeto de conhecimento, tanto no plano material quanto mental. E conclui: atingir a representação no plano mental, da relação essencial por meio de símbolos, significa reproduzir teoricamente o objeto de estudo (DAVÝDOV, 1982).

Para dar continuidade ao processo de abstração da relação universal, da reprodução teórica do conceito de divisão, a autora apresenta a tarefa que prevê a modelação algébrica.

### Tarefa 3: Início da modelação literal

Para realizar esta tarefa, o professor propõe que os estudantes estabeleçam relações entre o desenho e o esquema apresentado na Figura 25 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

Figura 25 – 3ª tarefa esquema abstrato

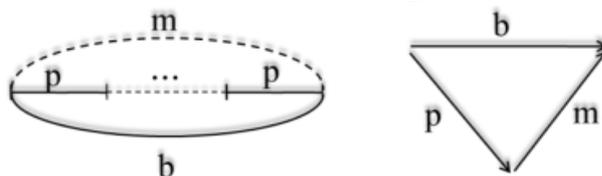


Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

Porém, antes que os estudantes estabeleçam qualquer relação, o professor coordena as reflexões, com base no que sugere os colaboradores Горбов, Микулина e Савельева (2003) em direção à síntese: as representações (Figura 25), ainda que aparentemente diferentes, são constituídas pelos mesmos elementos. ‘C’ é a medida intermediária (divisor); ‘m’ é a quantidade de vezes que ‘C’ se repete (quociente); e, ‘A’ é o total de unidades básicas (dividendo). As representações indicam que ‘A’ corresponde ‘m’ vezes de ‘C’. Em outras palavras, o inteiro (A) é composto de ‘m’ partes iguais ‘C’, ou o inteiro (A) é dividido em ‘m’ partes iguais ‘C’. A medida ‘C’ cabe na grandeza ‘A’, ‘m’ vezes. Portanto, é uma tarefa que corresponde ao movimento de modelação realizado até então, agora na forma literal.

Para finalizar a tarefa, o professor propõe a reflexão dos modelos gráfico e literal.

Figura 26 – Tarefa 4: modelação gráfica e literal



$$m = b \div p$$

Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

A relação universal atinge o nível máximo de abstração, quando expressa em sua forma literal, isto é:  $(m = b \div p)$ . De acordo com a autora, é a expressão do experimento objetal ponto de partida, porém em nível teórico. Crestani (2016) esclarece que, durante o movimento de

redução, alguns elementos foram abstraídos, tais como: os objetos, suas respectivas grandezas, os esquemas, a reta numérica, entre outros. No entanto, permaneceu o essencial, os dados que constituem a relação universal do conceito da divisão, pois na Figura 26, ‘b’ representa o total de unidades básicas (dividendo); ‘p’, a unidade de medida intermediária (divisor); e, ‘m’ a quantidade de vezes que ‘p’ se repete. Isso porque, para se determinar o total de partes que se repetem, é necessário dividir o todo (dividendo) pelo valor da medida intermediária (divisor). O modelo literal expressa as características internas do conceito, cuja transformação ocorre na terceira ação de estudo.

### 3.3.1.3 TERCEIRA AÇÃO DE ESTUDO: transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades

Na terceira ação, realiza-se a transformação do modelo que possibilitará o estudo das propriedades do conceito. É na especificidade deste estudo que acontece a transformação do modelo referente à relação universal do conceito de divisão.

De acordo com a Teoria do Ensino Desenvolvimental, no que tange ao conhecimento científico-teórico, como herança da humanidade e a sua devida preparação e condução na atividade de estudo, deve ser realizada pelos estudantes desde os primeiros anos escolares. O conceito de divisão, bem como os demais conceitos – como admite Marx (2011) – é sinônimo de múltiplas determinações. No contexto pedagógico, necessita ser ensinado como afirma Davíдов (1988), na sua forma mais elaborada, em nível teórico mais avançado. Portanto,

[...] a tarefa consiste em representar o concreto como algo em formação, no processo de sua origem e mediatização, porque somente tal processo conduz a completa diversidade das manifestações do todo. Trata-se de examinar o concreto em desenvolvimento, em movimento, podendo ser descobertas as conexões internas do sistema e, com elas, as relações do singular e do universal. (DAVÍDOV, 1988, p. 131, tradução nossa).

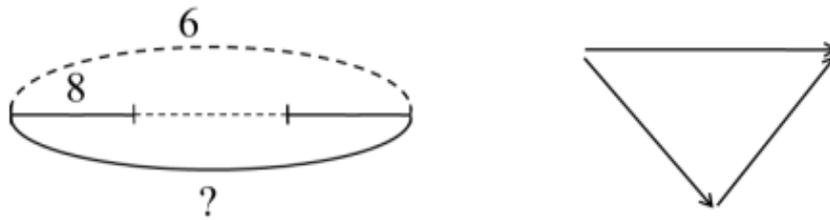
Nesse percurso, é que se revelam aspectos essenciais do conceito estudado (divisão), por meio da interconexão entre as formas universais e singulares, em que tal objeto se manifesta em condições particulares (DAVÍDOV, 1988).

Para tanto, será efetuado o estudo das propriedades que compreendem as transformações decorrentes da relação universal do conceito, ou seja, as múltiplas transformações que podem ocorrer no modelo representativo da relação universal, de acordo com a seguinte tarefa.

### Tarefa 5: Transformação da relação universal em três modelos distintos

a) A tarefa é constituída de três itens que, de acordo com Crestani (2016), no primeiro, o professor propõe aos estudantes, tendo como referência as ilustrações da Figura 27, que completem o esquema de setas e determinem o valor desconhecido, com base na relação universal do conceito.

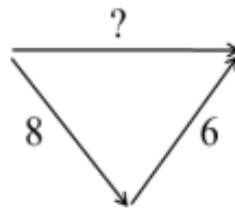
**Figura 27** – 5ª tarefa, representação dos dados no esquema de setas



Fonte: Crestani (2016) com base em Давыдов *et al.* (2009).

De acordo com a Figura 27, o número 8 representa a unidade de medida intermediária e 6, a quantidade de vezes que 8 se repete. O valor desconhecido é o total de unidades de medida básica. Portanto, a operação a ser realizada é a multiplicação. Os estudantes completam o esquema de acordo com a Figura 28 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

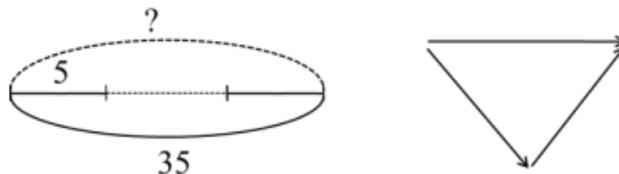
**Figura 28** – 5ª tarefa, representação da operação de multiplicação  $8 \times 6$  no esquema



Fonte: Crestani (2016).

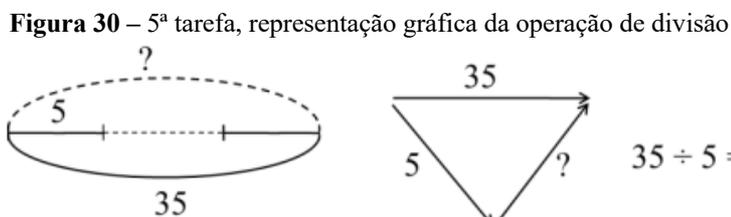
b) Em seguida, os estudantes são orientados a completar o esquema de setas (Figura 29) e determinar o valor desconhecido (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

**Figura 29** – 5ª tarefa, representação no esquema setas dos dados contidos na reta



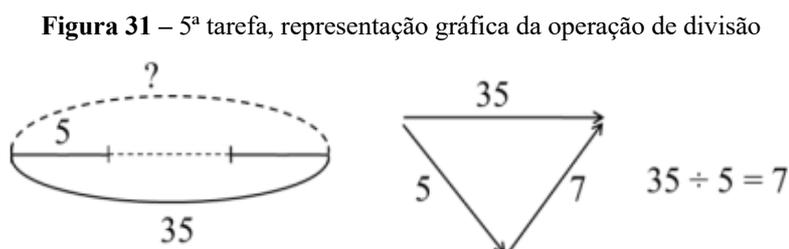
Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

Com base nas informações apresentadas, o valor 5 representa a unidade de medida intermediária (divisor); e 35, o total de unidades de medida básica (dividendo). Assim, tem-se o dividendo e o divisor. O valor desconhecido é o quociente (Figura 30).



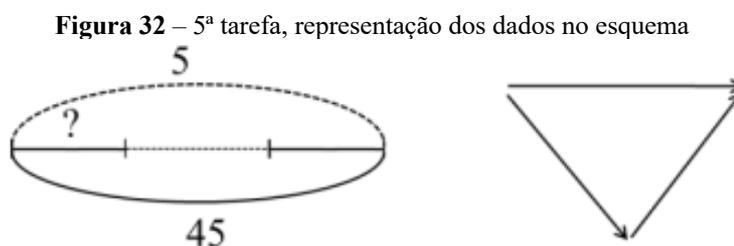
Fonte: Elaboração Crestani (2016)

Assim, elabora-se a síntese de que o 5, multiplicado por 7, terá o resultado 35. Ou ainda, 5 cabe 7 vezes em 35 (Figura 31).



Fonte: Crestani (2016).

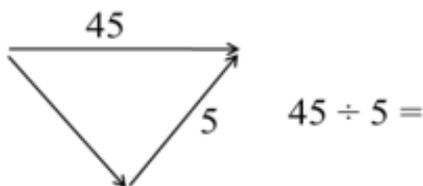
c) O terceiro item (Figura 32) é semelhante aos anteriores, porém com valores distintos (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).



Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

São apresentados: o valor da unidade de medida básica e a quantidade de vezes que a unidade de medida intermediária cabe no total. A determinação recai sobre o valor da unidade de medida intermediária (Figura 33).

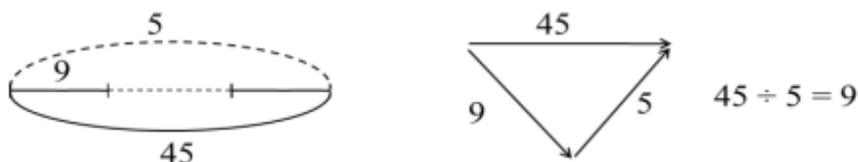
**Figura 33** – 5ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão



Fonte: Crestani (2016).

Para determinar um dos fatores, o professor explica que basta dividir o dividendo pelo fator conhecido – neste caso, é o 5 –, isto é,  $(45 \div 5)$ , tem-se como resultado o 9, como mostra a Figura 34.

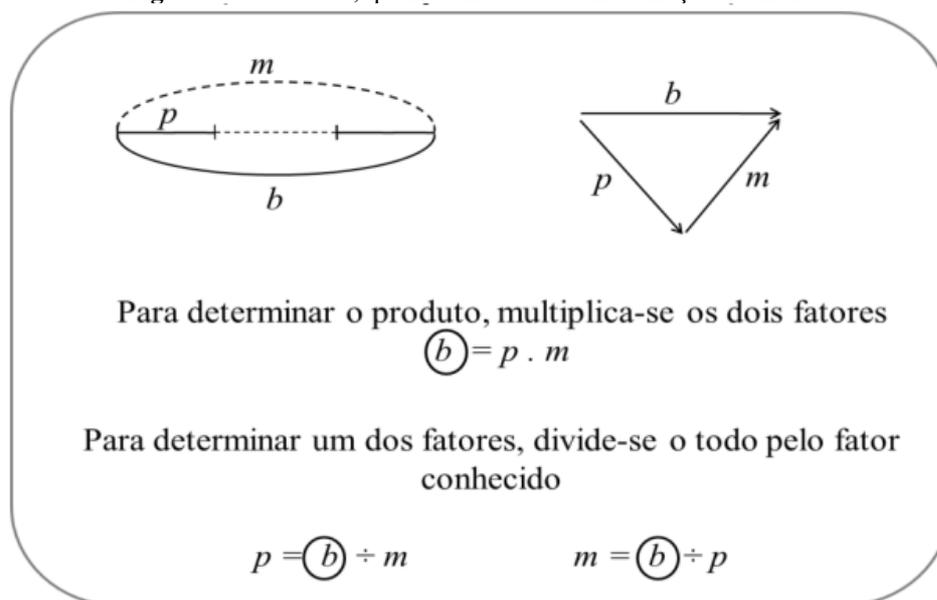
**Figura 34** – 5ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão



Fonte: Crestani (2016).

Crestani (2016) destaca que, em cada uma das situações anteriores (itens a, b e c), o valor desconhecido refere-se a um elemento distinto da relação universal: na primeira é o total de unidades básicas (produto); na segunda, o total de unidades intermediárias (quociente); e na terceira, o valor da própria medida intermediária. Em decorrência, a relação universal pode ser transformada em três modelos distintos, conforme a Figura 35, na sequência:

**Figura 35** – 5ª tarefa, quadro-síntese da transformação do modelo



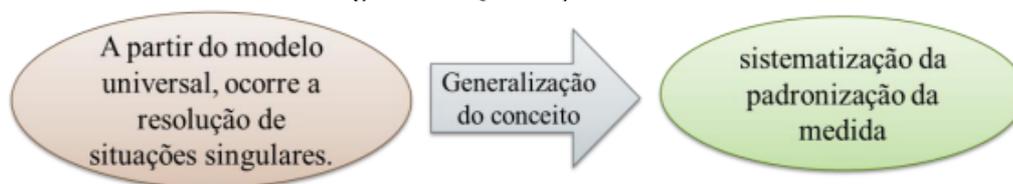
Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

De acordo com a autora, a transformação da relação universal possibilita o estudo das propriedades do conceito de divisão na próxima ação.

3.3.1.4 QUARTA AÇÃO DE ESTUDO: construção de um sistema de tarefas singulares a partir da relação universal

Na quarta ação de estudo, conforme Crestani (2016), é construído um sistema de tarefas singulares, a partir da relação universal, revelada na primeira ação de estudo, modelada na segunda e transformada na terceira. Destaca ainda, com base nos estudos de Davíдов (1988) que, nesta ação, ocorre a análise das propriedades da relação universal em suas manifestações singulares. Neste estágio, os estudantes analisam, com a orientação do professor, os dados da tarefa particular, captam a conexão essencial e a aplicam na resolução.

Nesta ação, acontece a passagem do universal para o particular e singular; logo, a partir deste estágio, ocorre a sistematização da padronização das medidas. Cumpre-se a singularização das ações por meio de representações numéricas e suas respectivas unidades (metro, múltiplos e submúltiplos). Em outras palavras, com base na relação universal, é possível extrair relações particulares para resolver uma situação singular, como mostra a Figura 36.

**Figura 36** – Quarta ação de estudo

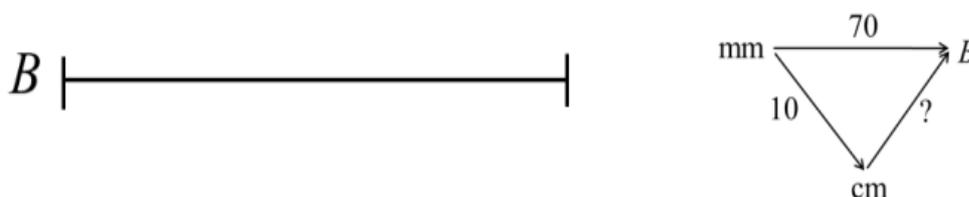
Fonte: Elaboração Crestani (2016)

A autora orienta-se nos estudos de Davídov (1988, p. 152), ao afirmar que, neste estágio, o conceito teórico constitui “o procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal. Graças a isso, o conteúdo do conceito teórico são os processos de desenvolvimento dos sistemas integrais”.

As quatro primeiras ações de estudo, conforme o movimento sugerido por Davýdov (1982), reflete o princípio da dialética materialista, que perpassa o movimento do geral universal ao particular e singular, com o reconhecimento de que “o conhecimento do singular e do particular enriquece nosso conhecimento do universal e converte este de universal abstrato, em um universal pleno de determinações e de movimento” (STERNIN, 1960, p. 275, *apud* CRESTANI, 2016, p. 70). A transformação do resultado da tarefa não consiste somente na transformação do objeto de estudo, mas também do próprio estudante, como será observado na próxima tarefa, apresentada a seguir, por meio da construção das unidades de medidas, com base na relação essencial (Figura 37).

### Tarefa 6: Sistematização das unidades de medida de comprimento a partir da relação universal

**Figura 37** – 6ª tarefa, representação gráfica da conversão de medidas

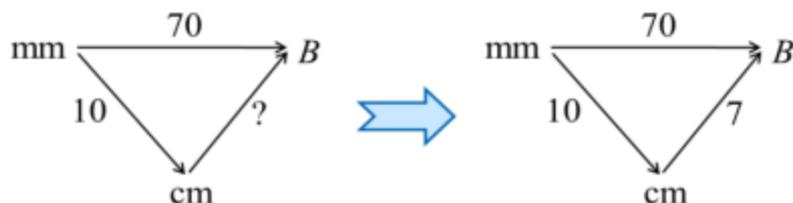


Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

Na Figura 37, o segmento ‘B’ corresponde ao comprimento que mede o todo. No esquema, há o registro da medida do segmento (70 milímetros). É necessário estabelecer o valor da medida intermediária para determinar valor desconhecido. Trata-se da relação entre centímetros e milímetros. Como um centímetro é composto por 10 milímetros, este será o valor

da medida intermediária. Quantas medidas intermediárias (10 mm) cabem no comprimento 'B'? O resultado é obtido por meio da operação de divisão:  $70 \div 10 = 7$  (Figura 38).

**Figura 38** – 6ª tarefa, representação gráfica da operação de divisão



Fonte: Crestani (2016).

Nesta tarefa, aparecem todos os elementos da relação universal, mas na condição de uma situação singular: unidade de medida básica (1 centímetro), unidade de medida intermediária (10 milímetros), total de unidades intermediárias (7 centímetros) e total de unidades básicas (70 milímetros). Logo após, o professor orienta os estudantes para que efetuem o processo de verificação, por meio da medição do segmento com o uso do instrumento de medida régua.

Desse modo, acontece o trânsito da relação universal, para a explicação das manifestações singulares, que se expressa na tarefa em análise, e é evidenciada na expressão aritmética da medida 'B'. Esta surge de uma unidade de medida particular, o metro e seus submúltiplos. Dito de outra maneira, com base na relação universal, deduz-se as condições e métodos de medição da grandeza comprimento.

Crestani (2016) chama atenção, tendo como referência os estudos de Гопбoв *et al.* (2004), para o fato de que, nas proposições davydovianas, as tarefas referentes a cada conceito não são apresentadas separadas, mas interconectadas, como também não se apresenta um conceito e, em seguida, o outro, sem grandes articulações. Ao invés disso, um contribui para o desenvolvimento do outro de tal modo que fica difícil a identificação das tarefas correspondentes a cada conceito específico. Ainda, observa que o conceito de divisão começa a ser gestado desde o primeiro ano, a partir do desenvolvimento do sistema de numeração que ocorre com a composição e decomposição numérica. Tal sistematização só ocorre no quarto ano escolar, após o desenvolvimento da relação universal do sistema de numeração, válida para qualquer base numérica.

### Tarefa 7: Sistematização do algoritmo com base na relação universal

A resolução da operação aritmética  $648 \div 2 = 324$  é apresentada pelo professor (Figura 39). Em seguida, solicita aos estudantes que expliquem os registros (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2004).

**Figura 39** – 7ª tarefa, operação da divisão pelo método da decomposição numérica

$$648 \div 2 = \underbrace{6 \text{ centenas} \div 2}_{3 \text{ centenas}} + \underbrace{4 \text{ dezenas} \div 2}_{2 \text{ dezenas}} + \underbrace{8 \text{ unidades} \div 2}_{4 \text{ unidades}} =$$

$$\begin{array}{r} 648 \quad | \quad 2 \\ \hline 3 \quad 2 \quad 4 \end{array}$$

Fonte: Crestani (2016), com base em ДАВЫДОВ *et al.* (2011).

A orientação é para que se estabeleça conexão entre o método da decomposição e o algoritmo que é a base da operacionalização teórica, fundamentada na lógica da constituição do sistema de numeração. A Figura 40 demonstra a constituição do algoritmo formada pelos elementos da relação universal do conceito de divisão.

**Figura 40** – 7ª tarefa, explicitação dos elementos da relação universal no algoritmo da divisão

Total de unidades básicas	Unidade de medida intermediária
	Quantidade de vezes que a unidade de medida intermediária se repete

Fonte: Crestani (2016).

Desse modo, o algoritmo do conceito de divisão é constituído pelos elementos que compõem a relação universal. Segundo Crestani (2016), são os mesmos elementos revelados na primeira ação de estudo e modelados na segunda, sendo que o essencial se conserva em todos os estágios, até atingir o algoritmo da divisão (Figura 41).

**Figura 41** – 4ª tarefa, modelo literal no algoritmo

$$\begin{array}{r} b \quad | \quad p \\ r \quad \hline \quad \quad m \end{array} \quad b \div p = m + r$$

Fonte: Crestani (2016).

Então, o algoritmo é composto algebricamente pelo dividendo ‘b’, divisor ‘p’, quociente ‘m’ e o resto ‘r’.

### Tarefa 8: A divisão no algoritmo

Com base em Давыдов *et al.* (2011), Crestani (2016) expõe a explicação do professor para a resolução da seguinte operação:  $948 \div 4 = \underline{\quad}$ , de acordo com a (Figura 42).

Apresenta-se, então, a seguinte explicação: 9 centenas divididas por 4, resultam em 2 centenas. Das 9 centenas, subtraímos 8 e restará 1; sendo o primeiro dividendo parcial. Em seguida, prossegue a resolução com a divisão da dezena. 1 centena (100) e 4 dezenas (40) são 14 dezenas (140). 14 dezenas divididas por 4, resultarão em 3 dezenas. Das 14 dezenas, subtraímos 12 e restarão 2 dezenas. Este é o segundo dividendo parcial. Na sequência, efetua a resolução com a divisão das unidades. São 2 dezenas (20) e 8 unidades, portanto, 28 unidades. Assim, 28 unidades divididas por 4, resultarão em 7 unidades exatas, ou seja, não haverá resto. O resultado total da divisão é 237 ou 2 centenas, 3 dezenas e 7 unidades.

Figura 42 – 8ª tarefa, operação de divisão no algoritmo

$$\begin{array}{r}
 948 \overline{)4} \\
 \underline{-8} \phantom{0} \\
 14 \phantom{0} \\
 \underline{-12} \phantom{0} \\
 28 \\
 \underline{-28} \\
 0
 \end{array}$$

Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2011).

A verificação do resultado ocorre por meio da relação revelada durante a terceira ação de estudo: a multiplicação. Crestani (2016) destaca que a sistematização do algoritmo da divisão ocorre na proposição davydoviana, após o estudo da relação universal do sistema de numeração, válida para qualquer base numérica.

### 3.3.1.5 QUINTA AÇÃO DE ESTUDO: controle da realização das ações

Esta é uma ação que, segundo a autora, demonstra, de modo proposital, algumas incoerências quanto à relação universal do conceito. Nela, permite-se a satisfação das necessidades, tanto do professor quanto dos estudantes, do controle sobre a efetivação ou não da aprendizagem, conduzida pela relação essencial do conceito, bem como leva em consideração as suas características de uma ação em relação a outra. Crestani (2016) cita Davíдов (1988, p. 184, tradução da autora) ao afirmar que:

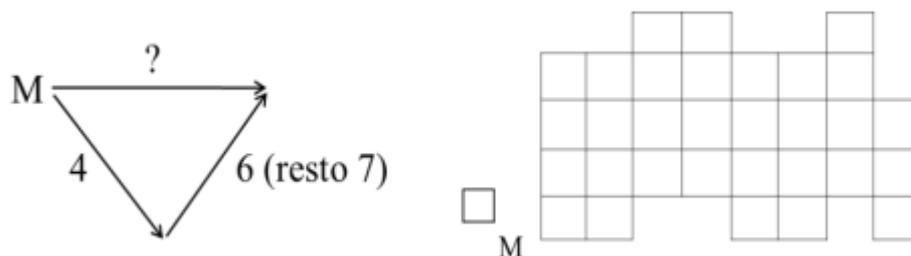
O controle consiste em determinar a correspondência de outras ações de estudo às condições e exigências da tarefa de estudo. Permite, ao estudante, mudar a composição operacional das ações, revelar sua relação com umas ou outras peculiaridades dos dados da tarefa a resolver e do resultado obtido. (DAVÍDOV, 1988, p. 184 *apud* CRESTANI, 2016, p. 76, tradução da autora).

Nessa ação, o professor propõe alguns resultados incorretos e questiona os estudantes sobre a sua veracidade. Essa atitude possibilita a reflexão dos estudantes sobre o procedimento correto da tarefa, o que permite a superação do equívoco.

#### Tarefa 9: controle do registro dos elementos que constituem a relação universal no esquema

A tarefa é apresentada aos estudantes por meio do esquema de setas e da malha quadriculada. Em seguida, o professor sugere que os estudantes determinem o valor desconhecido. A finalidade é verificar se os estudantes percebem que os dados da tarefa estão registrados de forma incorreta (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

**Figura 43** – 9ª tarefa, esquema e figura quadriculada

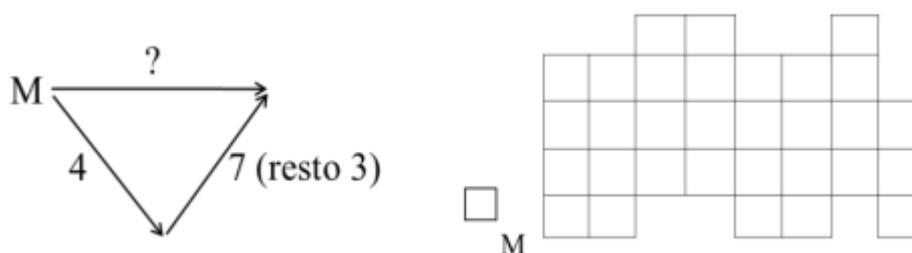


Fonte: Crestani (2016), com base em Давыдов *et al.* (2009).

A malha quadriculada é composta por sete colunas de quatro unidades cada e sobra uma coluna com três unidades. Diante de tal situação, os estudantes deverão constatar que a representação no esquema, não é a expressão da malha quadriculada.

Com esta constatação, o professor estimula que os estudantes indiquem outra possibilidade de resolução. Logo após, o esquema será retificado de acordo com a Figura 44 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003).

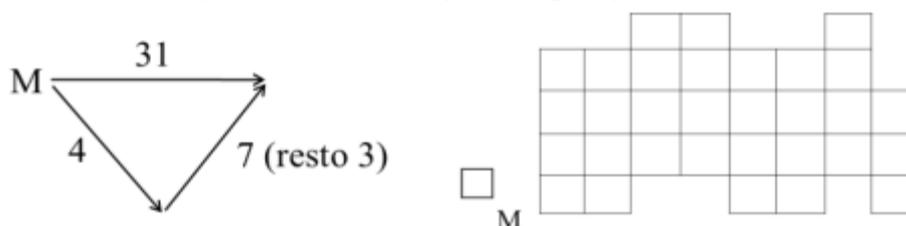
**Figura 44** – 9ª tarefa, esquema e figura quadriculada



Fonte: Crestani (2016).

Na sequência, é apresentado um novo registro com o resultado correto no esquema, de acordo com o total de unidades da malha.

**Figura 45** – 9ª tarefa, esquema e figura quadriculada



Fonte: Crestani (2016).

A conferência do resultado ocorre por meio da operação inversa, a multiplicação:  $(4 \times 7) + 3 = 31$ .

É possível verificar, na proposta de Davydov e colaboradores (DAVÍDOV *et al.*, ANO), que os próprios estudantes analisam os dados e resultados das tarefas, em conformidade com o modelo, sem o auxílio do professor. Adquirem o autocontrole na avaliação e definição das divergências existentes nas tarefas. De acordo com Davídov (1979, p. 95), “o estudante vê como os possíveis resultados estão vinculados com as particularidades das ações e elege os vínculos corretos. Então, reduzem ao mínimo os erros na execução prática das tarefas”.

### 3.3.1.6 SEXTA AÇÃO DE ESTUDO: avaliação da aprendizagem do procedimento universal

A sexta ação de estudo constitui-se no momento avaliativo em que se verifica a aprendizagem, ou não, por parte do estudante, com relação ao conceito referente à tarefa de estudo. A partir desta ação, o professor avalia se o resultado das ações de estudo tem correspondência ou não com o objetivo final da tarefa de estudo proposta no início. Com isso, constata-se a apropriação do conceito em que,

[...] se refletem os traços gerais e essenciais de um conjunto mais ou menos amplo de objetos. O conceito é o resultado da abstração do singular e do particular, do descobrimento do universal no singular e da fixação deste último em nosso pensamento (STERNIN, 1960 *apud* CRESTANI, 2016, p. 80).

A avaliação determina o nível de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa anterior, pois mantém uma íntima conexão com a ação de controle, cuja função é assegurar que o estudante resolva corretamente as diversas tarefas particulares. A avaliação permite revelar se o estudante está preparado para resolver nova tarefa de estudo que impõe um novo procedimento de resolução.

Crestani (2016) ressalta que, na proposição davydoviana, o professor mantém o protagonismo na organização da ação de controle, bem como na realização da avaliação. Porém, esclarece: à medida que os estudantes adquirem o autocontrole, assumem, também, a ação da avaliação. Com base nos estudos de Aquino (2015), a autora afirma que o autocontrole e a autoavaliação possibilitam o desenvolvimento do senso crítico na resolução da tarefa e no comprometimento com o estudo.

Em tom de crítica, Davídov (1979) postula que a avaliação pautada na nota não é indicativo de aprendizagem, ou não, do conhecimento e, sobretudo, não permite identificar as causas da não aquisição de aprendizagem. A avaliação com foco no método de atividade de estudo permite verificar a apropriação, ou não, do conceito e a orientação para superar a ausência de acertos. Assim sendo, ela tem a função de arguição qualitativa dos conteúdos teóricos desenvolvidos nas ações anteriores.

Partindo deste princípio, pode-se concluir que a avaliação tem o papel de intermediar o processo da atividade de estudo e, ao finalizá-la, ratificar a aprendizagem do estudante. Entretanto, se a avaliação não surtir resultados satisfatórios, cabe ao professor criar mecanismos – elaborar e propor novas tarefas particulares – para que os estudantes passem do não domínio ao desenvolvimento de variações nas tarefas de estudo (DAVÍDOV, 1979). De forma geral, “a

avaliação ocorre durante todo o processo, nas diferentes tarefas desenvolvidas no decorrer das ações anteriores, em conjunto com a ação de controle” (CRESTANI, 2016, p. 81). A ilustração seguinte mostra esse processo.



Fonte: Crestani (2016).

### 3.3.2 Síntese das ações de estudo

A organização do ensino proposto por Davídov (1988) prevê o desenvolvimento de habilidades e capacidades de formação do pensamento teórico, de modo a forjar nos estudantes a necessidade da atividade de estudo. Importa lembrar que, para tanto, Davídov (1988) propõe um modo peculiar de organizar o ensino por meio da seguinte estrutura de atividade: tarefas de estudo, ações de estudo e tarefas particulares.

As tarefas de estudo, de início, não podem ser resolvidas pelos estudantes de forma espontânea. Faz-se necessário a colaboração do professor, mediante orientações apropriadas das ações, a fim de que eles possam executá-las.

Tal como preconizada por Davídov (1988), a tarefa de estudo tem como finalidade a transformação do estudante como sujeito ativo; se manifesta nele ao se apropriar dos conceitos científicos. Galperin *et al.* (1987, p. 304, tradução nossa) assinalam que “O conhecimento sobre as coisas é formado como resultado de ações com essas coisas. As próprias ações, ao serem formadas, tornam-se capacidades e, à medida que se automatizam, hábitos”.

Para o desenvolvimento da *tarefa de estudo*, Davídov (1988) propõe *seis ações de estudo*, as quais são desenvolvidas por *tarefas particulares*. Ou seja, para cada ação, se propõe

um sistema de tarefas particulares, as quais serão resolvidas conforme a especificidade de cada tarefa de estudo. Ademais, as ações de estudo apresentam algumas peculiaridades. A primeira delas corresponde à transformação dos dados da tarefa de estudo, cuja finalidade apontada por Davidov (1988, p. 182, tradução nossa) é: “revelar uma certa relação universal do objeto dado, o que deve ser refletido no correspondente conceito teórico”. Tal busca constitui-se em conteúdo de análise mental, no processo de formação do conceito que, neste caso, é o conceito de divisão.

A modelação – em forma objetual, gráfica e literal, correspondente à segunda ação de estudo – busca representar em forma de modelo a relação geral universal, de um certo objeto de estudo. “Por modelo se entende um sistema concebido mentalmente ou realizado em forma material, que, refletindo ou reproduzindo o objeto da investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo nos dê nova informação sobre o dito objeto” (DAVÍDOV, 1982, p. 313, *apud* SHTOFF, 1996, p. 19). No modelo de estudo, ocorre transformações dos dados da tarefa, que possibilita a fixação das características internas do objeto, como produto de análise mental (DAVÍDOV, 1988).

A terceira ação de estudo, ainda, refere-se à transformação do modelo universal que tem por finalidade estudar as propriedades em sua “forma pura”, abstrata. O desenvolvimento desta ação, permite aos estudantes observar as mudanças e transformações que ocorrem no modelo, em seu aspecto concreto, o que possibilita identificação do núcleo do conceito, que só aparece pelas múltiplas manifestações particulares. Ou seja, propicia o estudo de outras tarefas em que o objeto é apresentado em situações particulares. A partir do estudo dessa ação, se adquire o conhecimento das propriedades da relação universal (DAVÍDOV, 1988).

A quarta ação de estudo, de acordo com Davidov (1988, p. 183) “consiste na dedução e construção de um determinado sistema de tarefas particulares” que são resolvidas por um único procedimento geral. A partir desta ação, os estudantes descobrem as condições de surgimento do conceito, por eles assimilado. Ainda, sob a orientação sistemática do professor, gradativamente muda sua atuação, que lhes proporciona maior autonomia no estudo e apreensão do objeto.

A quinta e a sexta ação, correspondem ao controle e à avaliação da tarefa de estudo.

A ação de controle e suas respectivas operações têm o papel de determinar se o estudante atende às condições exigidas pela tarefa. Segundo Davidov (1988), o controle consiste no exame qualitativo do resultado da aprendizagem em relação ao objetivo de ensino proposto, o que equivale à autoavaliação dos estudantes, em relação ao conteúdo de suas ações e a devida verificação com o que pede a tarefa. A autoavaliação dos estudantes, também chamada de

reflexão, possibilita a realização crítica das próprias ações mentais e objetiva a sua reorganização, se necessário.

A avaliação, por fim, consiste na verificação da apropriação, ou não, da tarefa de estudo por parte do estudante. É a avaliação que informa ao estudante o resultado de sua aprendizagem. Tanto o controle quanto a avaliação estão presentes durante o processo de estudo.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS: Inter-relações entre a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria do Ensino Desenvolvimental**

Ao desenvolver este estudo investigativo, buscamos na literatura, tanto brasileira quanto russa, autores que comungavam de uma mesma base filosófica, qual seja: o Materialismo Histórico e Dialético. A busca foi no sentido de encontrar pontos de semelhança ou discrepância entre dois modos de organização do Ensino de Matemática: um pautado na Pedagogia Histórico-Crítica e o outro na Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Nesse sentido, direcionamos nosso olhar para leituras relacionadas a essas duas teorias pedagógicas e, particularmente, para o modo de organização do Ensino de Matemática, em duas dissertações: uma proposta pela autora Sandra Crestani (2016), com base no modo de organização do ensino do autor russo V. V. Davydov, sob o título “Organização do Ensino de Matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico”. A outra, proposta pelo autor brasileiro Newton Duarte (1987) intitulada “A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar”.

Nessa direção, trouxemos como premissa básica, *o objeto de estudo*: as possibilidades de uma inter-relação do princípio de desenvolvimento do conceito da operação aritmética de divisão para os anos iniciais do ensino Fundamental I, entre as Teorias Desenvolvimental e Histórico-Crítica.

Logo, emergiu a questão central, como *problema* e a necessidade de se compreender: “quais as manifestações e possibilidades de um diálogo entre o ensino e o conceito de divisão proposto por Davydov e colaboradores com a Pedagogia Histórico-Crítica?”. Nesse contexto, para ter condições de aventar algumas pistas para dar respostas ao problema apresentado, definimos como *objetivo geral*: analisar as possibilidades de uma inter-relação do princípio de desenvolvimento do conceito de divisão entre as Teorias do Ensino Desenvolvimental e Histórico-Crítico.

No decorrer da investigação, estudar os pressupostos da Pedagogia Histórico-Crítica, assim como os princípios da Teoria do Ensino Desenvolvimental e, confrontá-los em uma situação de análise, foi um intrincado trabalho, entretanto significativo por apresentar elucidacões à questão posta e, ao mesmo tempo, ao próprio processo de aprendizagem.

Frente ao arcabouço teórico explicitado, abordamos a estrutura e desenvolvimento das teorias do Ensino Desenvolvimental e Histórico-Crítica, de modo a explorar suas implicações educacionais. Além disso, de certa forma, em um sentido mais amplo, as considerações

apontadas podem contribuir para a compreensão de muitos conhecimentos, a respeito da atividade de ensino que será compartilhada com os leitores deste trabalho.

O aporte teórico-metodológico que sustenta a unidade entre a Pedagogia Histórico-Crítica e a Teoria de Ensino Desenvolvimental é o Materialismo Histórico-Dialético, ratificado por uma concepção filosófica que afirma a natureza social do desenvolvimento humano. Esta concepção se faz presente em uma e outra teoria (SAVIANI, 2008; DAVIDOV, 1988). Dessa forma, colocamos em destaque pontos de convergência ou de discrepâncias que consideramos pertinentes entre elas.

Quanto a gênese – a Pedagogia Histórico-Crítica teve sua origem na década de 1980 (SAVIANI, 2008, p. 5-9), num cenário político e histórico de abertura, rumo à superação do regime militar, em que se discutiam os limites da dominação burguesa em um contexto de discussão da educação como reprodutora das classes sociais dominantes. Ela emergiu em oposição a esse sistema político e pedagógico, com a proposta de uma nova teoria que primasse pela defesa das classes populares. Uma teoria crítica cuja base fosse à luta contra a seletividade, a discriminação e o rebaixamento das classes populares (SAVIANI, 2021, p. 24).

De modo similar, a Teoria do Ensino Desenvolvimental emergiu no final da década de 1950, na antiga União Soviética, em oposição a escola tradicional – cuja tarefa social, correspondia integralmente ao conteúdo empírico-utilitário. (DAVIDOV, 2021, p. 251) propôs um novo sistema de ensino denominado teoria do Ensino Desenvolvimental centrado na formação do conceito de Atividade de estudo. Essa nova teoria objetivava oferecer um ensino desenvolvente das máximas capacidades intelectuais, às escolas de massa, sobretudo aos filhos dos camponeses.

Quanto à função da escola – de acordo com a Pedagogia Histórico-Crítica, o papel da educação escolar é oportunizar a apropriação dos conhecimentos historicamente acumulados, ou seja, fazer a conversão desses conhecimentos sistematizados, em saber escolar. Giardinetto (2021, p. 26) com base nos fundamentos da PHC, defende que, “a função da escola é propiciar o acesso às objetivações para-si<sup>18</sup> e, pela especificidade do grau de complexidade dessas objetivações, exige-se que o indivíduo se relacione de forma intencional [...] para a apropriação dessas objetivações”.

Da mesma forma, a Teoria do Ensino Desenvolvimental compreende “a escola como espaço de apropriação do conhecimento mais elaborado pela humanidade” e, conseqüentemente de aprendizagem e desenvolvimento do pensamento teórico (PANOSSIAN *et al.*, 2017, p. 129).

---

<sup>18</sup> De acordo Heller (2002, *apud* Giardinetto, 2021, p. 11), as objetivações para si são a ciência, a filosofia, a arte, a moral, a ética e a política. É o nível de relação intencional, com consciência.

A Teoria de Ensino Desenvolvimental afirma a necessidade de formar nos estudantes, as bases para que eles tenham capacidades de estabelecer uma relação teórica com a realidade. Um tipo de relação que possa superar os limites do cotidiano, para introduzir as novas gerações no amplo círculo de relações e mediações concretas com o mundo objetivo. Para isso, Davídov (1988) afirmou que é necessária uma atividade especial que, no caso da educação escolar, é a atividade de estudo.

*Quanto ao método* – um dos pressupostos da relação conteúdo e estrutura da atividade de estudo, defendido por Davídov (1988) na Teoria do Ensino Desenvolvimental, assegura que “a base do ensino desenvolvimental é o seu conteúdo, por meio dos quais derivam os métodos ou (modelos) para a organização do ensino” (DAVÍDOV, 1988, p. 172). Com base nesse pressuposto, o autor reconhece que a lógica do ato de ensinar assemelha-se com aquilo que Marx (2008) denominou como método de exposição. Também, Saviani (2008), na Pedagogia Histórico-Crítica, apresenta como método de exposição, ao destacar que, pelo ensino, expõem-se os resultados alcançados pela humanidade acerca dos conhecimentos sistematizados. A isso, ele denominou de conversão do conhecimento sistematizado em saber escolar. E, Davídov (1988) complementa: é um procedimento de exposição dos conceitos científicos, com os resultados de investigação que se diferencia do método de investigação. Citando Marx, Davídov (1988) postula essa diferenciação.

[...] o método de exposição deve distinguir-se, formalmente, do método de investigação. A investigação tem que apropriar-se da matéria investigada em seus detalhes, analisar suas diversas formas de desenvolvimento e estabelecer os nexos entre ambas. Somente após a conclusão deste trabalho é que o investigador pode expor adequadamente o movimento real (MARX *apud* DAVÍDOV, 1988, p. 173, tradução nossa).

Nesse excerto, Davídov (1988) reporta-se à sua formulação de Marx acerca do processo de conhecimento. Primeiramente, investiga-se o objeto que se quer conhecer e, depois de percorrido o caminho, é possível expor o movimento daquilo que o objeto realmente é. Nesse sentido, Saviani (2021) lembra que o método de Marx (2008), é seguro, tanto para a produção do conhecimento (desenvolvimento da ciência) quanto para o ensino. Portanto, do ponto de vista da organização do ensino, tanto Saviani (2021) quanto Davídov (1988), criaram um método de ensino.

Ao pensar um método para a Pedagogia Histórico-Crítica, Saviani (2021) expôs que ele não poderia ter um caráter eclético. Por sua vez, teria vinculação com a educação e a sociedade, e a sua referência seria a prática social. Desse modo, o método pedagógico formulado pelo autor

em destaque, teve inspiração naquele que Marx (2008) propôs na análise da economia política, cujo movimento para se atingir o concreto exige a mediação das abstrações. É um método dialético, constituído de cinco passos, os quais não são desenvolvidos de forma linear, mas como momentos articulados em torno dos conteúdos escolares.

De outro lado, Davýdov (1982) apresentou um método para a Teoria do Ensino Desenvolvimental, em que indica a forma pela qual a atividade de estudo deve ser estruturada. Trata-se, também, de uma tradução do método dialético, estabelecido de modo mais detalhado que coloca o estudante em movimento de pensamento de redução do concreto ao abstrato e de ascensão do abstrato ao concreto, traduzidos nas seis ações de estudos e, ainda, desenvolvidas por suas tarefas particulares. Isso significa, conforme argumenta autor, que os estudantes devem partir da reprodução do caminho percorrido pelo cientista, a fim de obter conclusões científicas acerca do objeto. Ele observa que, por essa via, os estudantes formarão o pensamento teórico. Para tanto, o professor apresenta aos estudantes, tarefas com problemas que os coloquem no processo de busca científica das condições de origem do objeto, pelo movimento do abstrato ao concreto. Escreve o autor: “Por conseguinte, trata-se de incluir nas disciplinas não definições extraídas dos conceitos e suas ilustrações, mas problemas que exijam esclarecer as condições de origem desses conceitos” (DAVÝDOV, 1982, p. 418-419, tradução nossa).

Observa-se que a necessidade emergente no objeto do ponto de vista da atividade de estudo exige ações e operações que conduzem a própria atividade. Portanto, as ações, com vistas a um determinado fim, precisam ser objetivadas num fim consciente e, só pode se realizar no interior de condições concretas. Tais ações, então, exigem uma série de operações ou procedimentos específicos para a sua própria execução. A dinamicidade das ações, propostas por Davýdov (1988) só tem sentido no contexto das tarefas de estudo, cuja perspectiva é colocar em movimento um método de ensino nas suas máximas possibilidades de inteligibilidade, que é o pensamento teórico.

Ao propor o método com as tarefas de estudo, Davýdov (1988) afirma que elas só se objetivam pelo conjunto das cinco ações de estudo. Assim, a orientação do ato pedagógico na articulação com as ações de estudo em torno de um sistema de conceito requer a criação de condições para que os estudantes desenvolvam as ações e as respectivas operações, de forma que ambas permitam reconstruir o movimento do conceito no pensamento.

A aproximação mais evidente entre o método elaborado por estes dois autores, ocorre quando Saviani (2021) destaca que o concreto ocorre pela mediação das abstrações e, de modo similar, Davýdov (1988) afirma que o professor deve propor tarefas que levem o estudante a buscar a origem do objeto, pelo movimento do abstrato ao concreto.

Uma discrepância evidenciada no método da Pedagogia Histórico-Crítica, em relação ao método da Teoria do Ensino Desenvolvimental, é a ausência de procedimentos ou estratégias na consecução do processo de ensino, que não se faz visível. De outro lado, o método estruturado por Davídov (1988), na Teoria do Ensino Desenvolvimental, se concretiza pela devida organização da atividade de ensino, que se objetiva na estrutura da atividade de estudo e estabelece como materialidade as tarefas de estudo.

Diante dessas formulações, é possível observar uma profícua aproximação do método pedagógico da Pedagogia Histórico-Crítica com a teoria da atividade de estudo desenvolvida por Davídov (1988). Os momentos de articulação do método da Pedagogia Histórico-Crítica – instrumentalização, problematização e catarse – mantêm estreita relação com o conceito de necessidade expresso por Davídov (1988) na Teoria do Ensino Desenvolvimental. Desse modo, considera-se que, a apropriação dos instrumentos culturais, instituídos na instrumentalização, impulsionada pela elevação subjetiva e singular da necessidade objetiva e social de conhecer e modificar a realidade, por meio da problematização, possa transformar os modos de perceber, pensar e agir do estudante na catarse.

A aproximação de ambas as teorias defende que o ensino escolar se oriente de acordo com o que há de mais desenvolvido em termos de signos culturais objetivados no conhecimento sistematizado, como condição fundamental para a atividade consciente (teoria da atividade) guiando-se em direção à consciência filosófica na Pedagogia Histórico-Crítica.

Quanto à formação do conceito de divisão: O ensino do conceito de divisão proposto pelo autor brasileiro, Duarte (1987), pautou-se pela Pedagogia Histórico-Crítica, cuja base filosófica é o Materialismo Histórico-Dialético. Nessa concepção filosófica, o autor transitou por algumas categorias dialéticas, como: teoria e prática, conteúdo e forma, o técnico e o político, geral e específico, abstrato e concreto, análise e síntese, etc. Entretanto, priorizou a categoria da relação entre o lógico e o histórico para guiar o seu trabalho.

Duarte (1987, p. 10) buscou responder à questão central do problema que é a “necessidade de compreender como se efetiva, na prática do Ensino de Matemática Elementar a relação dialética entre o lógico e o histórico, para que o educador possa dirigir intencionalmente [...] o processo ensino-aprendizagem”.

Conforme observado por Duarte (1987, p. 25-30) “compreender o desenvolvimento histórico do objeto estudado não significa conhecer toda a história factual que o antecede”. Nas palavras do autor em referência, “o lógico é o ponto de partida e de referência para a seleção das etapas essenciais do desenvolvimento do histórico, mas essas etapas não se encontram direta e imediatamente expressas no lógico” (DUARTE, 1987, p. 25-30).

Por fim, o autor julga ser indispensável iniciar o estudo pelo conhecimento da história do conceito, de sua produção e desenvolvimento. Ou seja, buscou a estrutura lógica do conteúdo e, dentro dela, os aspectos essenciais presentes no corpo teórico que definiu o conceito matemático, da divisão. Com base nessa compreensão, Duarte (1987, p. 32) apresentou as etapas de elaboração de uma sequência lógico-histórica do ensino-aprendizagem, para desenvolver a origem do conceito de divisão. Operou com as etapas para desenvolver o processo de divisão com o ábaco e restringiu-se ao processo algorítmico.

É importante observar que o momento histórico em que Duarte (1987) produziu sua dissertação, na década de 1980, a Pedagogia Histórico-Crítica estava começando a ser gestada. A teorização Crítica despontava muito timidamente nas escolas brasileiras e a linha de investigação na educação matemática se limitava a retratar a concepção positivista da qual a matemática é parte. Após quarenta anos de estudos da Pedagogia Histórico-Crítica, a luta pelo conhecimento matemático enquanto ciência a ser apropriada na sua versão escolar ainda passa pelo acirramento das tensões ideológicas e disputas a serem enfrentadas. Duarte (1987), quando expõe o produto de sua dissertação em palestras proferida à professores, reconhece que alguns aspectos presentes nela, encontram-se superados. Contudo, há que se destacar a relevância da produção desse trabalho no campo do Ensino de Matemática, considerando a Pedagogia Histórico-Crítica, como uma tendência pedagógica.

Por outro lado, o ensino do processo da constituição do conceito da operação de divisão aritmética, defendida por Crestani (2016), apoiou-se na Teoria do Ensino Desenvolvimental (TED), criada pelo autor russo V. V. Davydov, também com base filosófica no Materialismo Histórico e Dialético. Durante a investigação, a autora transitou por várias categorias dialéticas, tais como: lógico e histórico, teoria e prática, abstrato e concreto, análise e síntese, entre outras. Entretanto, no que tange às tarefas de estudo, a presente investigação destacou como unidade de análise os pares: geral-particular e universal-singular. Ademais, Crestani (2016, p. 29) procurou responder à questão central do problema que se apresentou como: “Qual é a relação universal do conceito de divisão e sua manifestação nas tarefas particulares correspondentes às seis ações de estudo”?

Com base nos estudos de Davídov (1988), a autora propôs as seis ações de estudo, como sendo a forma de organização do ensino, que evidencia o caráter universal do conceito de divisão. Crestani (2016, p. 29) explicou que “o geral consiste na interconexão das grandezas de mesma natureza”. “A partir dessa revelação, de caráter geral, o particular se configura como o elemento mediador do processo”.

*No que se refere ao desenvolvimento do conceito de divisão*, bem como a realização de desenvolvimento do processo da operação de divisão, ambas as teorias apresentaram discrepância. O autor brasileiro (DUARTE, 1987), desenvolveu o processo e resolveu a operação por procedimento algorítmico. O ato de realizar a operação de divisão ocorreu pelo algoritmo e pelo ábaco, concomitantemente. Isso possibilitou ao estudante perceber a lógica e a estrutura do sistema de numeração decimal, o conceito de valor posicional e a realização das trocas dos algarismos, nas suas devidas ordens, assim como a compreensão da lógica da origem das quatro operações. Vale lembrar que, no caso específico desta investigação, foi dissertado apenas sobre o conceito de divisão.

O autor esclareceu que “Na história da humanidade, foi necessário todo um processo de transformações das técnicas operatórias para alcançar, progressivamente, uma simplificação cada vez maior do algoritmo” (DUARTE, 1987, p. 169). E, é com essa simplificação algorítmica que o conceito da operação aritmética de divisão é tratado hoje, no âmbito da maioria das escolas brasileiras.

Por sua vez, Crestani (2016), com base nos estudos de Davídov (1988), utilizou procedimentos realizados por meio de tarefas de estudos. No modo de organização davydoviano, os conceitos não são apresentados de forma pronta aos estudantes, mas de modo que o seu percurso de formação seja reproduzido por meio de tarefas particulares. Inicialmente são realizadas em forma de experimento objetual, até atingir o plano mental.

Só depois de reconstruído o processo de formação do conceito no plano mental é que se propõe a realização da operação de divisão pelo processo algorítmico. É, pois, a partir da execução da tarefa, que se reproduz o processo de desenvolvimento e formação do conceito, em nível de concreto ponto de chegada.

Considerando as semelhanças entre tais teorias, assim como o enriquecimento que ambas conferem ao desenvolvimento das funções psíquicas superiores na formação do pensamento teórico, vislumbramos a possibilidade de adoção das ações de estudo, defendida na proposição davydoviana como um caminho para elucidação da problemática de ordem pedagógica, para a didática histórico-crítica. Essa forma de conceber o Ensino de Matemática, com base nas tarefas de estudo, apresentada por Davídov (1988) na Teoria do Ensino Desenvolvidor, é um horizonte que se abre como indicativo de diálogo, no sentido de aproximação, para pensar a prática pedagógica na Pedagogia Histórico-Crítica.

Finalizamos este trabalho com a convicção de que este é só mais um recorte que nos foi possibilitado nos limites do espaço de produção que o tempo permitiu. A investigação não esgota a possibilidade de continuidade dos estudos sobre a organização do ensino escolar

brasileiro, no contexto da matemática, conforme orientação da proposta do autor russo V. V. Davydov. Esperamos que ele seja fonte de inspiração para novos estudos, sob novos olhares, constituídos histórico e culturalmente para a apropriação dos significados que compõem a ciência, a filosofia e as artes, isto é, as formas desenvolvidas de consciência social.

A reflexão sobre a análise das duas teorias investigadas possibilitou constatar muitas semelhanças, particularmente no que diz respeito aos fundamentos filosóficos e psicológicos, entretanto, nos pressupostos pedagógicos, há discrepâncias consistentes que as condições do presente estudo não puderam evidenciar e discutir. Isto significa dizer que esta pesquisa conclama por continuidade.

## REFERÊNCIAS

- ALEKSANDROV, Aleksandr Danilovich *et al.* **La matemática**: su contenido, métodos y significado. Madrid: Alianza, 1985.
- COLETIVA, Produção *et al* (org.). **Verbetes da Atividade Orientadora de Ensino**: grupo de estudos sobre situações desencadeadoras de aprendizagem. Santo André Sc: Univinte, 2022.
- AQUINO, O. F. Conceção didática da tarefa de estudo: dois modelos de aplicação. *In*: REUNIÃO NACIONAL DA ANPED, 37., Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: UFSC, 2015.
- AZEVEDO, Fernando. **A transmissão da Cultura**. São Paulo: Melhoramentos, 1976.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1974.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática de Lisboa, 1951.
- CASCAVEL. SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO (PR). **Currículo para a Rede Pública Municipal de Cascavel**. V. II, Cascavel: Semed, 2020. 529 p.
- CRESTANI, Sandra. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico**: uma reflexão a partir do conceito de divisão. 2016. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.
- DAMAZIO, Ademir; ROSA, Josélia Euzébio da. Educação Matemática: possibilidades de uma tendência histórico-cultural. **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 33-53, jan./jun. 2013.
- DAMAZIO, Ademir. Modo geral de organização do ensino. Uberlândia, 10 nov. 2022. **YouTube**. Disponível em: <https://youtu.be/GXfyx9rRKLg>. Acesso em: 12 dez. 2023.
- DAVÍDOV, Vasili Vasilievich. **La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico**. Habana: Progreso, 1988.
- DAVÍDOV, Vasili Vasilievich. Atividade de Estudo e Aprendizagem Desenvolvimental. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin. Curitiba: CRV, 2021. Cap. 13. p. 247-264.
- DAVÍDOV, Vasily Vassilyevich. O que é a atividade de estudo. **Revista Escola Inicial**, n. 7, 1999.
- DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. El desarrollo del pensamiento en la edad escolar. *In*: SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS**. Moscú: Progreso, 1987. p. 173-193.

DAVÝDOV, Vasili Vasilievich. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVYDOV, V. V.; SLOBODCHIKOV, I.; TSUKERMAN, G. A. O aluno das séries iniciais do ensino fundamental como sujeito da atividade de estudo. **Ensino Em Re-Vista**, v. 21, n. 1, p. 101-110, jan./jun. 2014

DAVÍDOV, V. V.; SLOBÓDCHIKOV, V. I. *In: La enseñanza que desarrolla en la escuela del desarrollo*; en La educación y la enseñanza: una mirada al futuro. Moscú: Progreso, 1991. p. 118-144.

DEVLIN, Keith. **O gene da matemática**. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

DUARTE, Newton. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar**. 1987. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1987.

DUARTE, Newton. **O ensino de matemática na educação de adultos**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

DUARTE, Newton. **Sociedade do conhecimento ou sociedade das ilusões?** Campinas: Autores Associados, 2003.

DUARTE, Newton. **Vigotski e o "aprender a aprender"**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2004.

DUARTE, Newton. A ontologia do ser social e a pedagogia histórico-crítica. *In: SAVIANI, Dermeval; DUARTE, Newton (orgs.). Pedagogia histórico-crítica e luta de classes na educação escolar*. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 37-56.

DUARTE, Newton. **Os conteúdos escolares e a ressurreição dos mortos**: contribuição à teoria histórico-crítica do currículo. Campinas: Autores Associados, 2016.

DUARTE, Newton. **A catarse na didática da pedagogia histórico-crítica. Pro-Posições**, Campinas, v. 30, n. e20170035, p. 1-23, 2019.

ELKONIN, Daniil Borisovich. **Psicologia do Jogo**. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2011.

FIorentini, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetikê**, Campinas, n. 4, p. 1-38, nov. 1995.

FIorentini, Dario. **Tendências da educação matemática no Brasil**. Campinas: Unicamp, 1988.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sergio. **Investigações em educação matemática**: percursos teóricos metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FRANCA, Leonel Edgard da Silveira. **O método pedagógico dos jesuítas: o ratio studiorum.** Rio de Janeiro: Agir, 1952.

GALVÃO, Ana Carolina; LAVOURA, Tiago Nicola; MARTINS, Lígia Márcia (org.). **Fundamentos da didática histórico-crítica.** Campinas: Autores Associados, 2019.

GALPERIN, *et al.* Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades em los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. *In: La Psicología evolutiva y pedagógica em la URSS. Antología.* Moscu: Editorial Progreso, 1987.

GASPARIN, João Luiz. **Uma didática para a pedagogia histórico-crítica.** Campinas: Autores Associados, 2002.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **A relação entre o abstrato e o concreto no ensino da geometria analítica a nível do 1º e 2º graus.** São Carlos, São Paulo: UFSCar, Dissertação, 1991.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. Sujeitos, escola e produção de conhecimento: a pedagogia histórico-crítica subsidiando a reflexão da questão cultural na educação escolar. *In: MENDONÇA, Sueli Guadalupe de Lima; MILLER, Stela (orgs.). Vigotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas.* São Paulo: Junqueira & Marin, 2006. p. 85-122.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Pedagogia Histórico-Crítica e Educação Matemática: fundamentos teóricos e incursões pedagógicas.** Jundiaí: Paco, 2021.

HOBOLD, E. S. F. **Proposições para o Ensino da tabuada com base nas Lógicas Formal e Dialética.** 2014. 199 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2014.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos.** Porto Alegre: Globo, 1958.

IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção.** São Paulo: Globo, 1998.

ILYÉNKOVA, Évald V. Our schools must teach how to think. **Journal of Russian and East European Psychology**, v. 45, n. jul./aug. 2007, p. 9-49. [Tradução em inglês do texto russo “Shkola dolzhna učit’ myslit’!” *In: E. V. Ilyenkov, Shkola dolzhna učit’ myslit’ (Moscow and Voronezh: Moskovskii psikhologo-sotsial’nyi institute and Izdatel’stvo IPO MODEK, 2002), pp. 6–55. Publicado com a permissão de Elena Evaldovna Illiesh. Traduzido por Stephen D. Shenfield. (tradução em espanhol)].*

JAPIASSU, Hilton; MARCONDES, Danilo. **Dicionário básico de Filosofia.** Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

KOPNIN, Pável Vassílyevitch. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A, 1978.

KOSÍK, Karel. **Dialética do Concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

KRUTETSKII, Vadim Andreevich. **The psychology of mathematics abilities in schoolchildren**. Chicago: Chicago Press, 1976.

LAVOURA, Tiago Nicola. **Teoria da Atividade, Pedagogia Histórico-Crítica e prática pedagógica: Leontiev; Davídov e o ensino**. 2019. Disponível em: [www.youtube.com/playlist?list=PLkOuDl1m8yPyLmmv0MxBpnF6HWK6CR4V](http://www.youtube.com/playlist?list=PLkOuDl1m8yPyLmmv0MxBpnF6HWK6CR4V). Acesso em: 11 maio 2021.

LAVOURA, Tiago Nicola; MARTINS, Lígia Márcia. A dialética do ensino e da aprendizagem na atividade pedagógica histórico-crítica. **Interface - Comunicação, Saúde, Educação**, [S.l.], v. 21, n. 62, p. 531-541, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1807-57622016.0917>. Acesso em: 7 maio 2023.

LEONTIEV, Aleksei Nikoláievich. **Atividade. Consciência. Personalidade**. Bauru: Mireveja, 2021.

LEONTIEV, Alexis. **O Desenvolvimento do Psiquismo**. Lisboa. Livros Horizontes. 1978.

LEONTIEV, Aléxei. A imagem do mundo. *In*: GOLDBERGER, Mario (org.). **Leontiev e a psicologia histórico-cultural: um homem em seu tempo**. São Paulo: Xamã, 2004. p. 47-63.

LEONTIEV, Alexei Nicolaevitch. As necessidades e os motivos da Atividade. *In*: LONGAREZI, Andréia Maturano; PUENTES, Roberto Valdez (orgs.). **Ensino Desenvolvimental: ontologia**. Uberlândia: Edufu, 2017. p. 39-57.

LEONTIEV, Alexei Nicolaevitch. Atividade e consciência. *In*: VILHENA, Vasco de Magalhães (org.). **Práxis: a categoria materialista de prática social**. São Paulo: Horizontes, 1980. p. 04-77.

LIBÂNIO, José Carlos; FREITAS, Raquel A. Marra da Madeira. Três aportes teóricos para a teoria histórico-cultural e suas contribuições para a didática. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 4., 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: Editora Vieira/UCG, 2006, p.1-10.

LIBÂNIO, José Carlos; FREITAS, Raquel A. Marra da Madeira. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. *In*: LONGAREZI, Andréia Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (orgs.). **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: Edufu, 2013. p. 315-350.

LINS, Romulo Campos; GIMENES, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

LONGAREZI, Andréia Maturano; FRANCO, Patrícia Lopes Jorge. A. N. LEONTIEV: a vida e a obra do psicólogo da atividade. *In*: LONGAREZI, Andréia Maturano; PUENTES, Roberto Valdez (orgs.). **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: Edufu, 2013. p. 67-110.

LONGAREZI, Andrea Maturano.; PUENTES, Roberto Valdez. **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Livro I.** Uberlândia: EDUFU, 2013.

LONGAREZI, Andrea Maturano; PUENTES, Roberto Valdez. (Orgs.) **Ensino Desenvolvimental: Antologia. Livro I.** Uberlândia: EDUFU, 2017.

LURIA, Alexander Románovich. **Linguagem e pensamento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2008.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade.** São Paulo: Cortez, 1987.

MADEIRA, Silvana Citadin. **“Prática”:** Uma leitura Histórico-Crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação. 2012. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2012.

MAINARDES, Jefferson; PINTO, Angel. Publicações brasileiras na perspectiva vigotskyana. **Educação & Sociedade**, [s. l], n. 71, p. 255-269, 2000.

MARTINS, Lígia Márcia. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica.** Campinas: Autores Associados, 2013.

MARTINS, Ligia Marcia. Os fundamentos psicológicos da pedagogia histórico-crítica e os fundamentos pedagógicos da psicologia histórico-cultural. **Germinal Marxismo e Educação em Debate: Marxismo e Educação em Debate**, Salvador, v. 5, n. 2, p. 130-143, dez. 2013a.

MARTINS, Lígia Marcia. Fundamentos da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico crítica. *In*: PAGNONCELLI, Cláudia; MALANCHEN, Julia; MATOS, Neide da Silveira Duarte de (orgs.). **O trabalho pedagógico nas disciplinas escolares: contribuições a partir dos fundamentos da pedagogia histórico-crítica.** Campinas: Armazém do Ipê, 2016. p. 49-93.

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã.** São Paulo: Martins Fontes, 1998.

MARX, Karl. **Contribuição à crítica da economia política.** 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2008. 288 p.

Marx, Karl. **Miséria da Filosofia:** resposta à filosofia da miséria do senhor Proudhon. São Paulo: Centauro, 2011.

Marx, Karl. **Crítica da filosofia do direito de Hegel.** São Paulo: Expressão Popular, 1983.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de; SFORNI, Marta Sueli de Faria; LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. *In*: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. Cap. 3. p. 71-100.

NAVARRO, Eloisa Rosotti; FILLOS, Leoni Malinoski. Perspectiva teórica de Davydov na educação matemática: um olhar analítico para teses e dissertações produzidas no Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 11, p. 142-160, jul./dez. 2017.

SHIGUNOV NETO, Alexandre; MACIEL, Lizete Shizue Bomura. O ensino jesuítico no período colonial brasileiro: algumas discussões. **Educar**, Curitiba, v. 31, p. 169-189, 2008. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/er/a/VKN68qKSCDDcvmq5qC7T6HR/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 7 maio 2023.

NÚÑEZ, Isauro Beltrán. **Vygotsky Leontiev Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

PANOSSIAN, *et al.* Relações entre o movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. *In*: MOURA, Manoel Oriosvaldo de, (organizador). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017. Cap.5. p. 101-124.

PASQUALINI, Juliana Campregher; LAZARETTI, Lucinéia Maria. **Que educação infantil queremos?** - um manifesto em defesa da educação escolar para crianças pequenas. Bauru: Mireveja, 2022.

PUNTES, Roberto Valdez. *et.al.* **Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Kepkin**. Livro I. Uberlândia: EDUFU, 2021.

ROMANELLI, Otaiza de Oliveira. **História da Educação no Brasil (1930/1973)**. Petrópolis: Vozes, 1990.

ROSA, Josélia Euzébio da. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas**. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

RÍBNIKOV, Konstantin Alekseevich. **História de las Matemáticas**. Tradução de Valdés Castro. Moscú: Editorial Mir, 1987.

SAVIANI, Dermeval. Infância e pedagogia histórico-crítica. *In*: MARSIGLIA, A. C. G. (Org.). **Infância e pedagogia histórico-crítica**. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 247-280.

SAVIANI, Dermeval. A pedagogia histórico-crítica. **Revista Binacional Brasil Argentina**, Vitória da Conquista, v. 3, n. 2, p. 11-36, 2014.

SAVIANI, Dermeval. Da inspiração à formulação da Pedagogia Histórico-Crítica (PHC). Os três momentos da PHC que toda teoria verdadeiramente crítica deve conter. **Interface** -

**Comunicação, Saúde, Educação**, [s.l.], v. 21, n. 62, p. 711-724, set. 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1807-57622017.0001>. Acesso em: 7 maio 2023.

SAVIANI, Dermeval. **Educação**: do senso comum à consciência filosófica. 11. ed. Campinas: Autores Associados, 1996.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e Democracia**. 44. ed. Campinas: Autores Associados, 2021.

SAVIANI, Dermeval. O ensino básico e o processo de democratização da sociedade brasileira. **ANDE – Revista da Associação Nacional de Educação**. v. 4, p. 9-13, 1984.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia Histórico-Crítica**: primeiras aproximações. 10. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

SAVIANI, Dermeval. Trabalho e educação: fundamentos ontológicos e históricos. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, v. 12, n. 34, p. 152-180, jan./abr. 2007.

SERCONEK. 2018. SILVA, Geraldo Bastos. **Introdução à Crítica do Ensino Secundário**. Rio de Janeiro: MEC, 1959.

SNYDERS, Georges. **Escola, classe e luta de classes**. São Paulo: Centauro, 2005.

STONE, Marshall Harvey. **La Reformé des Études de Mathématiques in Mathématiques Nouvelles**. Paris: Oece, 1961.

TALIZINA, Nina Fiodorovna. **Manual de Psicologia Pedagógica**. San Luis Potosína, México: Editorial Universitaria Potosina, 2000.

TALÍZINA, Nina Fiodorovna. Memórias pensamentos conversas: “Estou certo de que o futuro da psicologia está na abordagem da atividade”. Entrevista conduzida por V. I. Artamonov. **Revista Psicológica**, [s. l.], v. 26, n. 4, p. 105-113, 2005.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, v. 23, p. 23 36, 1978.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume, 1999.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 25, n. 8, p. 583-613, set/nov. 2008.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

DELLA VOLPE, Galvano. **A lógica como ciência histórica**. Lisboa: Edições 70, 1984.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. **Obras escolhidas**: tomo III. Madrid: Visor, 1995.

ZANK, Debora Cristine Trindade; MALANCHEN, Julia. A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio e o retorno da Pedagogia das competências: uma análise baseada na pedagogia histórico-crítica. *In*: MALANCHEN, Julia; MATOS, Neide da Silveira Duarte de; ORSO, Paulino José. **A Pedagogia Histórico-Crítica, as políticas educacionais e a Base Nacional Comum Curricular**. Campinas: Autores Associados, 2020. Cap. 7. p. 131-160.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. **Обучение математике. 3 класс**: Пособие для учителей начальной школы. 2-е изд. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2003.

ГОРБОВ, С. Ф. et al. **Обучение математике. 4 класс**: Пособие для учителей начальной школы. 2-е изд. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2004.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. **Обучение математике. 2 класс**: Пособие для учителей начальной школы. 2-е изд. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2009.

ДАВЫДОВ, В. В. О. *et al.* **Математика**: Учебник для 3 класса нач. школы (Система Д. Б. Эльконина - В. В. Давыдова). В 2-х кн. 7-е изд. - М.: ВИТА-ПРЕСС, 2009. - 112 с.: ил.

ДАВЫДОВ, В. В. О. *et al.* **Математика, Учебник для 2 класса начальной школы**. В 2-х кн. (Система Д. Б. Эльконина - В. В. Давыдова). 11-е изд. - М.: ВИТА-ПРЕСС, 2012. - 96 с.: ил.