

TCHIERLY JULIANI BIER DE OLIVEIRA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
NOS TRABALHOS ACADÊMICOS PRODUZIDOS NO BRASIL NAS ÚLTIMAS
TRÊS DÉCADAS.**

**CASCAVEL
2022**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGCEM

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
NOS TRABALHOS ACADÊMICOS PRODUZIDOS NO BRASIL NAS ÚLTIMAS
TRÊS DÉCADAS.**

TCHIERLY JULIANI BIER DE OLIVEIRA

CASCADEL-PR

2022

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO
PARANÁ CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E
TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
NOS TRABALHOS ACADÊMICOS PRODUZIDOS NO BRASIL NAS ÚLTIMAS
TRÊS DÉCADAS.**

TCHIERLY JULIANI BIER DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Dulcyene Maria Ribeiro

CASCADEL – PR

2022

Dados Internacionais de Catalogação-na- Publicação (CIP)

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Oliveira, Tchierly Juliani Bier de
Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino
Fundamental nos trabalhos acadêmicos produzidos no Brasil
nas três últimas décadas / Tchierly Juliani Bier de
Oliveira; orientadora Dulcyene Maria Ribeiro. -- Cascavel,
2022.
92 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Cascavel) --
Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Ciências
Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Educação Matemática, 2022.

1. Educação Matemática. 2. Pensamento algébrico. 3. Early
algebra. 4. Anos iniciais do Ensino Fundamental. I. Ribeiro,
Dulcyene Maria, orient. II. Título.

Tchierly Juliani Bier de Oliveira

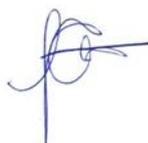
Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental nos trabalhos acadêmicos produzidos no Brasil nas três últimas décadas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestra em Educação em Ciências e Educação Matemática, área de concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação Matemática, APROVADA pela seguinte banca examinadora:



Orientadora – Dulcyene Maria Ribeiro

Universidade Estadual do Oeste do Paraná –
Campus de Cascavel (UNIOESTE)



Tiago Emanuel Klüber

Universidade Estadual do Oeste do Paraná -
Campus de Cascavel (UNIOESTE)



Silvia Pereira Gonzaga de Moraes

Universidade Estadual de Maringá (UEM)

Cascavel, 27 de junho de 2022

DEDICATÓRIA

À minhas Maria's (minhas filhas)
e meu esposo por terem
compreendido minhas
ausências.

AGRADECIMENTOS

À Professora Doutora **Dulcyene Maria Ribeiro**, por me acolher, pelas orientações precisas, paciência e exemplo de pessoa e profissional.

Aos professores participantes da banca examinadora, Prof. Dr. **Tiago Emanuel Klüber** e a Prof^a Dra. **Silvia Pereira Gonzaga de Moraes**, pela disposição em contribuir com meu trabalho.

Aos **professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência e Educação Matemática – UNIOESTE**, pelos ensinamentos durante as disciplinas e orientações para a conclusão deste trabalho.

Agradeço ao **Grupo de pesquisa Formação de Professores de Ciências e Matemática (FOPECIM)**, pelas discussões e trocas de experiências.

À **Secretaria Municipal de Educação de Cascavel**, na figura da secretária **Marcia Aparecida Baldini** e da diretora pedagógica **Rosane Aparecida Brandalise Côrrea** que proporcionaram as trocas de escala no meu trabalho para que eu pudesse participar das aulas e eventos.

Aos **colegas de turma do Mestrado e Doutorado** pelas conversas e trocas de experiências que oportunizaram momentos de grande aprendizado.

Obrigada a todos que participaram da minha caminhada!

OLIVEIRA, T. J. B. de. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental nos trabalhos acadêmicos produzidos no Brasil nas últimas três décadas**. 2022. 92. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2022.

RESUMO

O presente estudo, de abordagem qualitativa e de cunho bibliográfico, tem a intenção de investigar as compreensões sobre o pensamento algébrico e as proposições relacionadas às ações de ensino e aprendizagem nas produções acadêmicas produzidas no Brasil nas três últimas décadas (1990-2020). Objetiva-se responder os seguintes questionamentos: Qual tratamento o pensamento algébrico no Brasil vem recebendo nas últimas décadas nas produções acadêmicas? O que se mostra em relação à proposição de ações de ensino sobre álgebra nos anos iniciais de escolarização? O *corpus* de análise constituiu-se de 29 trabalhos, nove teses e vinte dissertações, os quais foram obtidos por meio digital, a partir das seguintes bases: Banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD. Após leitura minuciosa das teses e dissertações, que fazem parte do *corpus* de análise, foram analisados os dados gerais dos trabalhos, como autor, orientador, instituição, tipo de trabalho, ano de defesa e autores citados, que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico e posteriormente, retirados os excertos dos textos, organizadas as unidades de análise e as categorias, que são quatro: *Características do pensamento algébrico*, *Aprendizagem do alunos*, *Desenvolvimento de Ações de Ensino de álgebra e Formação de Professores*. A partir da análise dos trabalhos é possível afirmar que não há um consenso sobre quais são as características do pensamento algébrico, e isso se dá tanto nas teses e dissertações analisadas, como nos textos dos autores de referência sobre o tema. Evidencia-se que diversas são as caracterizações para os modos de produzir significados para os objetos e processos da álgebra e para os que organizam o pensamento algébrico. Não apresenta-se uma unidade sobre quais conteúdos/conceitos devem ser aprendidos pelos alunos. Observa-se algumas possibilidades de desenvolvê-los nas relações de regularidades, variação e modelação e na associação da álgebra com a aritmética. Os pesquisadores se aproximam e compartilham a ideia de que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido desde os anos iniciais de escolarização, muito antes do contato dos alunos com a linguagem algébrica formal. Em relação às proposições relacionadas às ações de ensino, as pesquisas apresentaram que é possível vincular o trabalho com o pensamento algébrico à capacidade de fazer generalizações, de observar regularidades em sequências e em padrões numéricos. Espera-se fomentar entre os professores o estudo e a efetivação do trabalho sobre o tema em sala de aula, contribuindo para que o processo de ensino e de aprendizagem seja significativo no que tange o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Álgebra; Linguagem algébrica formal; Pré-álgebra; Educação Matemática.

OLIVEIRA, T.J.B.de. **Algebraic Thinking in the Initial Years of Elementary School in academic works produced in Brazil in the last three decades.** 2022. 92. Dissertation (Master's in Science Education and Mathematics Education) - Postgraduate Program in Science Education and Mathematics Education, State University of West Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2022.

ABSTRACT

The present study, with a qualitative and bibliographic approach, intends to investigate understandings about algebraic thinking and propositions related to teaching and learning actions in academic productions produced in Brazil in the last three decades (1990-2020). The objective is to answer the following questions: What treatment has algebraic thinking in Brazil been receiving in recent decades in academic productions? What is shown in relation to the proposition of teaching actions on algebra in the early years of schooling? The corpus of analysis consisted of 29 works, nine theses and twenty dissertations, which were obtained by digital means, from the following bases: Bank of theses and dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel - CAPES and the Library Brazilian Digital of Theses and Dissertations – BDTD. After a thorough reading of the theses and dissertations that are part of the corpus of analysis, the general data of the works were analyzed, such as author, advisor, institution, type of work, year of defense and cited authors, which deal with the development of algebraic thinking and later, excerpts from the texts were removed, the analysis units and categories were organized, which are four: Characteristics of algebraic thinking, Student learning, Development of Algebra Teaching Actions and Teacher Training. From the analysis of the works, it is possible to affirm that there is no consensus on what their characteristics of algebraic thinking are, and this occurs both in the theses and dissertations analyzed, as in the texts of the reference authors on the subject. It is evident that there are several characterizations for the ways of producing meanings for the objects and processes of algebra and for those who organize algebraic thinking, there is no unit on which contents/concepts should be learned by students. There are some possibilities to develop them in the relations of regularities, variation and modeling and in the association of algebra with arithmetic. The researchers approach and share the idea that algebraic thinking can be developed from the early years of schooling, long before students' contact with formal algebraic language. Regarding propositions related to teaching actions, research has shown that it is possible to link work with algebraic thinking to the ability to make generalizations, to observe regularities in sequences and numerical patterns. It is expected to encourage among teachers the study and the effectiveness of work on the subject in the classroom, contributing to the teaching and learning process to be significant in terms of the development of algebraic thinking.

Keywords: Algebra; Formal algebraic language; Pre-algebra; Mathematics Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dados gerais da tese 02	8
Quadro 2 - Exemplo da organização realizada em relação aos excertos dos trabalhos analisados	9
Quadro 3 - Excertos sobre caracterização do pensamento algébrico	18
Quadro 4 - Excertos relacionados à importância do pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização	20
Quadro 5 - Excertos sobre como desenvolver o pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização	21
Quadro 6 - Vertentes fundamentais do pensamento algébrico	27
Quadro 7 - Teses brasileiras que versam sobre o pensamento algébrico	30
Quadro 8 - Organização das teses por anos de ensino e formação do professor dos anos iniciais	31
Quadro 9 - Dissertações brasileiras que versam sobre o pensamento algébrico	32
Quadro 10 - Organização das dissertações por anos de ensino e formação do professor	34
Quadro 11 - Formação dos Pesquisadores - Teses	37
Quadro 12 - Formação dos Pesquisadores - Dissertações	38
Quadro 13 - Dados gerais da tese 01	41
Quadro 14 - Construção das unidades de classificação - tese 01	42
Quadro 15 - Subcategoria de classificação	47
Quadro 16 - Identificação das categorias e subcategorias	48
Quadro 17 - As unidades de classificação e a organização em categorias	49
Quadro 18 - Excertos das teses e dissertações sobre a caracterização do pensamento algébrico	51
Quadro 19 - Excertos das teses e dissertações sobre generalização	53
Quadro 20 - Excertos das teses e dissertações sobre a aritmética e o desenvolvimento do pensamento algébrico	54
Quadro 21 - Excertos das teses e dissertações sobre a linguagem simbólica	55
Quadro 22 - Excertos das teses e dissertações sobre a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização	57
Quadro 23 - Excertos das teses e dissertações sobre aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem	59

Quadro 24 - Excertos de dissertações sobre aprendizagem significativa	60
Quadro 25 - Excertos das teses e dissertações sobre conhecimentos prévios	61
Quadro 26 - Excertos da teses e dissertações sobre aspectos simbólicos da álgebra	62
Quadro 27 - Excertos das teses e dissertações sobre o papel do professor no processo de aprendizagem	64
Quadro 28 - Excertos das teses e dissertações sobre quais conceitos os alunos dos anos iniciais devem aprender relacionados ao pensamento algébrico	64
Quadro 29 - Excertos das teses e dissertações sobre a intencionalidade pedagógica do professor	66
Quadro 30 - Excertos das teses e dissertações sobre a intencionalidade das ações de ensino	67
Quadro 31 - Excertos das teses e dissertações sobre trabalhar o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da resolução de problemas	69
Quadro 32 - Excertos das teses e dissertações sobre uso da tecnologia	70
Quadro 33 - Excertos das teses e dissertações sobre as contribuições da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico	72
Quadro 34 - Excertos das teses e dissertações sobre a formação inicial dos professores.....	74
Quadro 35 - Excertos das teses e dissertações sobre a formação continuada de professores.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relação de textos mais citados nas teses e dissertações produzidas no Brasil nos últimos 30 anos	18
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE: Atividade Orientadora de Ensino

BDTD: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC: Base Nacional Comum Curricular

CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNPq: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

NCTM: National Council of Teacher of Mathematics

RCP: Referencial Curricular do Paraná

SEMED: Secretaria Municipal de Educação

PCNs: Parâmetros Curriculares Nacionais

PNAIC: Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1.....	5
ASPECTOS METODOLÓGICOS ADOTADOS.....	5
1.1 Caminhos da pesquisa.....	5
CAPÍTULO 2.....	10
PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	11
2.1 O pensamento algébrico nos documentos oficiais.....	14
2.2 Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: com a palavra os pesquisadores.....	17
2.3 Discussão sobre o pensamento algébrico na perspectiva dos autores.....	22
CAPÍTULO 3.....	29
ANÁLISES DAS TESES E DISSERTAÇÕES.....	29
3.1 Descrição da seleção das pesquisas acadêmicas.....	29
3.2 Teses brasileiras sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	30
3.3 Dissertações brasileiras sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	32
3.4 Primeiras ponderações sobre o mapeamento.....	35
3.5 Quem são os sujeitos, autores das pesquisas analisadas?.....	36
3.6 Construção das unidades de análise: apresentação do processo realizado.....	41
3.7 Construção das categorias a partir das unidades de classificação.....	46
CAPÍTULO 4.....	51
PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O QUE SE EVIDÊNCIA NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS.....	51
4.1 Características do pensamento algébrico.....	51

4.2 Aprendizagem dos alunos.....	59
4.3 Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra.....	66
4.4 Formação de professores.....	73
CAPÍTULO 5.....	78
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	78
REFERÊNCIAS.....	84
APÊNDICE.....	92

INTRODUÇÃO

A produção do conhecimento no campo educacional está pautada na forma como os indivíduos produzem a materialidade de suas vidas, onde estão inseridos, interagem socialmente e são formados historicamente, considerando o complexo universo de relações em que se encontram os fenômenos das Ciências Humanas. O pesquisador introduzido neste contexto deve perscrutar um instrumental teórico metodológico “onde se encontrem as coordenadas epistemológicas, políticas e antropológicas de toda a discussão relevante e crítica da área” (SEVERINO, 2007, p.44). Salienta-se que essa afirmação pode ser estendida à área da pesquisa voltada ao Ensino.

O pesquisador ao buscar compreender a prática social no processo de produção do conhecimento, deve reelaborar aquilo que se descortina enquanto realidade em forma de representações, ou seja, para compreender seu “objeto” necessita preliminarmente desconstruí-lo, no sentido de atribuir uma atitude crítica à forma de compreendê-lo, aprimorado pela “práxis”, mediado por conceitos, buscando compreender o “objeto” na dialética do movimento social.

Assim, todo conhecimento produzido sistematicamente, seguindo um rigoroso método antecipadamente estabelecido, sustentado por técnicas de investigação que suscitem conhecimentos sobre um determinado objeto de estudo, pode ser considerado como ciência. A partir dessas reflexões sobre a produção do conhecimento, bem como da importância do método para interpretar a realidade, o rigor epistemológico, podemos ressaltar que a produção do conhecimento se dá sobre o objeto por meio do sujeito cognoscente, que ao examinar qualquer objeto utilizará dos seus conceitos, não sendo o sujeito puramente impactado por ele. É com essa compreensão sobre o processo de pesquisa que essa investigação foi realizada.

A educação brasileira tem como referência uma base legal explicitada por documentos oficiais. Tais documentos, são elementos constituintes da educação, expressam a intencionalidade de tornar mais uniforme o ensino desenvolvido em todos os lugares do país.

Quando se analisa os documentos oficiais brasileiros, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (2012) e Base Nacional Comum Curricular (2018), constata-se que apenas na BNCC está presente, orientações no que se refere ao pensamento algébrico de caráter normativo e não apenas orientativo como no caso dos PNAIC .

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) homologada em 20 de dezembro de 2017, tem cunho normativo e estabelece os conteúdos, competências e habilidades, consideradas como essenciais, as quais os alunos devem desenvolver na Educação Básica. A BNCC deve fundamentar a concepção, formulação, implementação, avaliação e revisão dos currículos da Educação Básica em escolas públicas e privadas de todo o país, o que deveria ter ocorrido até o início do ano de 2020. No âmbito da Matemática, a BNCC acrescenta a álgebra como unidade temática a ser desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com o desafio da reformulação do Currículo da Rede Pública Municipal de Cascavel-PR, rede na qual a autora desse trabalho atua como coordenadora pedagógica na Secretaria Municipal de Educação (SEMED), sendo responsável pela formação continuada dos professores em Matemática, o ensino de álgebra nos anos iniciais emergiu nas discussões com os professores. Surgiu também, a preocupação de como e quais conceitos relacionados à álgebra deveriam ser ensinados nesta etapa de escolarização. Outra questão que preocupava os professores era se os conceitos algébricos não seriam muito complexos e de acesso inatingível para os alunos. Muitas destas indagações estavam pautadas no conhecimento de álgebra que os professores apresentavam.

Neste contexto, começava-se a discutir a problemática do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais na rede pública do município de Cascavel. Estas situações levaram a autora a buscar processos de formação continuada, cursos, seminários e oficinas com a finalidade de conhecer e aprofundar o estudo sobre o tema.

Logo, a partir do contato com os demais professores durante as formações, percebeu-se que as angústias em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, crescia à medida que avançava os estudos para a reformulação do Currículo. Então, a autora deste trabalho começou a questionar-se em relação a como colaborar com a formação de professores? Qual era seu papel

enquanto formadora? Como, a partir da formação continuada, poderia auxiliar os professores no trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais? De que forma contemplar suas necessidades?

As questões elencadas e a busca por possíveis respostas, levaram-na ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), no qual ingressou no mestrado em 2020. No entanto, a definição do objeto de estudo, da questão investigativa, e até mesmo a construção de argumentos, não foram imediatas. Sendo um processo de muitas idas e vindas, mediado pelo contato com a literatura sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais, estudos, leituras, momentos de discussões e reflexões com a orientadora, responsável pelo direcionamento para a construção desta dissertação, e pela consciência de que a autora não responderia, pelo menos durante o mestrado, a todos os questionamentos feitos.

A partir deste processo, evidenciou-se que era preciso entender o que é pensamento algébrico, o que é a álgebra e o que realmente deve ser trabalhado nos anos iniciais. Com essa intenção em mente, foi iniciada esta pesquisa de mestrado, que tem como objetivo investigar as compreensões sobre o pensamento algébrico e as proposições relacionadas às ações de ensino e de aprendizagem contidas nas produções acadêmicas brasileiras nos últimos 30 anos (1990-2020). Para dar conta desse objetivo buscou-se identificar as compreensões sobre o pensamento algébrico e as proposições relacionadas às ações de ensino¹ e de aprendizagem apresentadas nesses trabalhos.

O capítulo um apresenta o embasamento metodológico que sustentou a investigação e os procedimentos de coleta de dados, sendo também tecidas, considerações sobre o modo de construção desta dissertação de mestrado. O capítulo dois configura-se como uma revisão bibliográfica e tem por objetivo apresentar os textos mais citados nas teses e dissertações produzidas no Brasil nos últimos 30 anos, que tratam sobre pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização

No capítulo três há uma primeira aproximação aos trabalhos estudados, as 29

¹Neste texto, ações de ensino é tomada como os procedimentos que os professores realizam ao trabalharem com os conteúdos escolares.

teses e dissertações produzidas nas últimas três décadas no Brasil, selecionadas como fonte para essa investigação. Para realizar a pesquisa foram organizados e analisados os dados gerais dos trabalhos, como: autor, orientador, instituição, tipo de trabalho, ano de defesa e autores citados, que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico e, posteriormente, os dados circunstanciais, com o enfoque dado a quem são os “sujeitos” autores das teses e dissertações sobre pensamento algébrico. E por fim, destacam-se os excertos dos trabalhos que servirão para as análises posteriores. No capítulo quatro, apresentam-se algumas reflexões sobre as unidades de análises categorizadas, que foram organizadas em categorias e ficaram assim definidas: Características do pensamento algébrico; Aprendizagem dos alunos; Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra; Formação de Professores. Essa organização permitiu avançar na compreensão sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização, tendo como base o que as pesquisas acadêmicas vêm explicitando sobre o assunto em tela. No quinto capítulo, apresentam-se as considerações finais da pesquisa.

CAPÍTULO 1

ASPECTOS METODOLÓGICOS ADOTADOS

Neste capítulo, apresenta-se o embasamento metodológico que sustentou esta investigação e os procedimentos da construção dos dados. Também são tecidas considerações sobre o modo de elaboração desta dissertação de mestrado.

1.1 Caminhos da pesquisa

Para realizar uma pesquisa é necessário examinar o percurso mais adequado às questões a serem investigadas pelo pesquisador. A escolha da matriz epistemológica é tanto considerável como o próprio objeto, pois é por meio desta corrente de pensamento que será justificável investigar o objeto a ser pesquisado. Cabe ao pesquisador, considerando seu objeto, recorrer à corrente que melhor explique-o:

[...] um vasto campo de conhecimento, que descreve e explica um conjunto de fenômenos, fornece o conhecimento dos fundamentos reais de todas as teses lançadas, e reduz os descobrimentos em determinado campo e as leis a um princípio unificador único (KOPNIN, 1978, p.237).

Ao analisar o objeto, atento às contradições políticas e econômicas, este precisa estar a todo momento concatenado com o material, o mundo sensível e a “práxis” social, compreendendo que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser, considerando o desenvolvimento histórico e o constituir-se teórico dos conceitos durante a atividade de pesquisa. Quando se analisa o trabalho de um pesquisador, suas pesquisas não estão desvinculadas do percurso da vida dos mesmos e os meios de sua produção. A pesquisa nunca é impessoal, assim como o conhecimento científico nos diferentes momentos históricos.

A fim de atender ao objetivo da pesquisa, realizou-se um mapeamento das dissertações e teses produzidas no Brasil nas últimas três décadas, que versam sobre o pensamento algébrico. Compreende-se mapeamento tal como Fiorentini *et al.*:

[...] processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos. (FIORENTINI *et al.*, 2016, p. 18).

O objeto de análise são as teses e dissertações sobre a temática, produzidas no período de 1990 a 2020, que constem no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), desenvolvida e coordenada pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia. E, também, os documentos de base legal provenientes do Ministério da Educação (MEC), tais como: Parâmetros Curriculares Nacionais, Base Nacional Comum Curricular, Referencial Curricular do estado do Paraná e outros documentos que se refiram ao objeto de estudo desta investigação.

A escolha dos locais da pesquisa, o Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, se deu por considerar que estes apresentam uma considerável produção acadêmica brasileira, o que permite que o pesquisador busque, com maior segurança, materiais sobre o tema que se intenta pesquisar, permitindo acesso à produção científica atualizada.

O período pesquisado de 1990 a 2020 se justifica devido aos documentos oficiais nacionais mencionarem o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de 1998, com os Parâmetros Curriculares Nacionais. Neste documento sinaliza-se para o trabalho com a pré-álgebra nos anos iniciais. Nesse sentido, a busca a partir da década de 1990 caracteriza-se por compreender que os estudos sobre álgebra ganharam notoriedade, sendo sistematizado no PCN-Matemática e acredita-se que com este advento, os estudos sobre o tema passaram a ser desenvolvidos com maior intensidade nos anos posteriores à sua publicação.

Ao realizar a pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Tese e Dissertações, de modo a selecionar os materiais a serem analisados, a busca, primeiramente, foi por “pensamento algébrico”. Utilizou-se apenas o filtro do período, trabalhos realizados a partir de 1990, pois o objetivo foi abranger todo o escopo de dissertações e teses que tratam

sobre o assunto.

No Catálogo de Teses e Dissertações da Capes foram encontrados um total de 133 trabalhos, porém destes, 55 eram anteriores à Plataforma Sucupira e não apresentavam seus respectivos resumos, inviabilizando verificar se tratavam do pensamento algébrico nos anos iniciais. Assim, realizou-se a leitura dos resumos de 78 trabalhos, sendo que destes, 25 tratavam do objeto da pesquisa, 16 dissertações e 5 teses.

Para os 55 trabalhos, anteriores à Plataforma Sucupira, procedeu-se a busca na Biblioteca Digital Brasileira de Tese e Dissertações e nas bibliotecas das próprias instituições em que foram desenvolvidos. Dessa forma, foi possível realizar a leitura dos resumos de mais 49 destes trabalhos, restando apenas 6 trabalhos sem acesso ao resumo e somente com a leitura dos títulos não foi possível identificar se o trabalho tratava do objeto desta pesquisa. Tais trabalhos não fizeram parte das fontes dessa investigação. Convém ressaltar que os trabalhos sobre pensamento algébrico existentes no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes iniciam em 1997, com um trabalho publicado nesse ano, o qual não foi analisado por não se encontrar em nenhum local de pesquisa mencionado acima.

Ao pesquisar o banco de dados da Biblioteca Digital Brasileira de Tese e Dissertações com a expressão de busca “pensamento algébrico”, foram encontrados 92 trabalhos, que depois de realizada a leitura dos resumos, verificou-se que 20 tratavam do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesta análise foram encontrados cinco dos trabalhos registrados como anteriores à Plataforma Sucupira no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e onze trabalhos referentes ao objeto de pesquisa repetidos em relação ao Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, além de outros quatro trabalhos novos. Os quadros completos com esses trabalhos estão apresentados no capítulo 3.

Após a seleção dos trabalhos iniciou-se a leitura destes e a organização dos dados para posterior análise, considerando alguns dados gerais, tais como o título, autor, orientador, instituição, tipo de trabalho, ano de defesa, problema apresentado, objetivo geral, autores citados (principais que tratam do pensamento algébrico) e resultados. Posteriormente, expõe-se os excertos destacados dos trabalhos, efetuando a organização das unidades de classificação.

Os dados gerais estabelecem uma compreensão inicial dos trabalhos, uma

visão da totalidade da intenção da pesquisa. Para tanto a organização destes dados servem como ponto de partida das compreensões do objeto de pesquisa. A organização dos dados gerais foram apresentados em quadros como é exemplificado abaixo:

Quadro 1 - Dados gerais da tese 02

Título	Número natural: conhecimentos de-para professores polivalentes em um curso de especialização
Autor	Denise Di Giovanni Lamberti
Orientador	Profª. Dra. Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão.
Instituição	PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
Tipo de trabalho	Tese
Ano de defesa	2014
Problema apresentado	Em que medida uma disciplina que trata da Matemática, em um curso de pós-graduação lato sensu, na modalidade semipresencial, pode contribuir para a constituição de conhecimentos do professor sobre número natural?
Objetivo Geral	Investigar conhecimentos relativos ao número natural, oportunizados e atingidos pelas professoras-alunas na disciplina Construção do conhecimento lógico-matemático, de um curso de especialização, semipresencial, "Psicopedagogia com foco em sala de aula", realizado pela primeira vez em 2011, na cidade de Regente Feijó-SP.
Principais autores citados	DEVLIN, K. J.(2002); FIORENTINI,D.; MIORIN, M. A.; MIGUEL, A. 1993); MARANHÃO, M. C. S. A. (2012);
Resultados	O estudo revelou a multiplicidade de características do curso, configurando o conhecimento base do professor necessário à ação docente, mostrando também limitações. Considerou que o tempo destinado à disciplina voltada à educação matemática deva ser maior para que esta contemple a reflexão e o relacionamento entre assuntos tratados e práticas dos professores, para desenvolvimento de conhecimentos necessários à atividade profissional docente.

Fonte: Elaborado pela autora

A finalidade da etapa mencionada foi a de fornecer uma visão geral sobre as produções elaboradas entre os anos de 1990 a 2020, elencar aspectos presentes nas teses e dissertações, de modo a apresentar as possíveis tendências nos estudos realizados neste período.

A leitura destes trabalhos foi realizada por meio das orientações de Salvador (1986):

- i) leitura de reconhecimento das fontes de pesquisa - seleção do material bibliográfico;
- ii) leitura exploratória - verificação de dados;
- iii) leitura seletiva - seleção dos dados relevantes a pesquisa;
- iv) leitura reflexiva ou crítica - ordenar e sumarizar informações contidas nos textos relevantes à pesquisa;

v) leitura interpretativa - relacionar as ideias dos textos ao objeto de pesquisa.

Ao se aprofundar nas leituras passou-se a uma segunda etapa, na qual foram destacados os fragmentos dos textos, denominados 'excertos', com intuito de relacionar o que está exposto nos trabalhos acadêmicos com o objeto desta pesquisa. Após a seleção dos excertos dos textos, os quais passam a fazer parte da análise, foi organizada a transcrição destes excertos, uma interpretação destes fragmentos para contextualizá-los no contexto de suas produções, para depois destacar as unidades de classificação que foram isoladas e posteriormente categorizadas. Assim como expõe Moraes:

A fragmentação dos textos é concretizada por uma ou mais leituras, identificando-se e codificando-se cada fragmento destacado, resultando daí as unidades de análise. Cada unidade constitui um elemento de significado referente ao fenômeno que está sendo investigado. Entretanto, como na fragmentação sempre se tende a uma descontextualização, é importante reescrever as unidades de modo que expressem com clareza os sentidos construídos a partir do contexto de sua produção. Isso implica incluir alguns elementos posteriores dentro da seqüência do texto original. Isso se faz necessário, pois as unidades, quando levadas à categorização, estarão isoladas e é importante que seu sentido seja o mais claro possível. Finalmente, para facilitar o passo seguinte da análise, a categorização, é interessante atribuir a cada unidade de análise, assim construída, um título. Este deve apresentar a idéia central da unidade (MORAES, 2003, p. 195-196).

Essa organização está exemplificada no Quadro X. O código (Xy;z) ao final de cada unidade de análise, indica o tipo de trabalho (X) (tese ou dissertação), o número (y) referente a ordem dos trabalhos e o último número (z) indica a unidade de análise do trabalho que está sendo considerado, por exemplo: o código (T1;2) refere-se à tese 1 e a segunda unidade de análise. O código (D5,9) refere-se à dissertação 5 e a nona unidade de análise.

Quadro 2 - Exemplo da organização realizada em relação aos excertos dos trabalhos analisados

Excerto do texto	Transcrição da unidade	Unidade de classificação
Precisamos pensar em um <u>currículo</u> no qual os estudantes construam o <u>conhecimento matemático e algébrico a partir de uma variedade de representações e situações, considerando a observação de regularidades em tabelas e gráficos.</u>	Para a autora o currículo precisa ser pensado para a construção de um conhecimento matemático e algébrico que considere a observação de regularidades no trabalho	Currículo que contemple o conhecimento matemático e algébrico a partir de uma variedade de representações e situações, considerando a observação de

<p>Para que essas mudanças ocorram no âmbito da escola é preciso investir na <u>formação de professores para a compreensão de conceitos algébricos de forma aprofundada, e entender quais atividades facilita a apreensão pelos alunos</u> (p.18).</p>	<p>com tabelas e gráficos. É necessário realizar investimento na formação dos professores relacionados aos conceitos algébricos com vistas à aprendizagem dos alunos.</p>	<p>regularidades em tabelas e gráficos (T1;1) Formação de professores para a compreensão de conceitos algébricos (T.1;2) Entender quais atividades facilita a apreensão pelos alunos (T.1;3)</p>
--	---	--

Fonte: Elaborado pela autora

A partir da análise das unidades de classificação, foi realizada uma análise textual na busca por compreensões aprofundadas, que respondessem às interrogações da pesquisa. A análise dos dados de cunho qualitativo pode ser definida como: “[...] um processo trabalhoso e meticuloso que implica múltiplas leituras do material disponível, tentando nele buscar unidades de significados ou, então, padrões e regularidades para, depois, agrupá-los em categorias (FIORENTINI; LORENZATO 2007, p.133)”.

O objeto observado não pode estar desarticulado da realidade, tal característica tem o intuito de delinear adequadamente uma investigação que pretenda reproduzir o movimento concreto de determinado fenômeno.

Nesta perspectiva, a análise do objeto exige que o pesquisador em educação reflita sobre as concepções teóricas e os fenômenos educacionais que foram determinantes para a organização do ensino, considerando seu percurso histórico e a implicação destes, de forma a compreender as mudanças ocorridas no limite do recorte da pesquisa, bem como estas determinam os resultados, aos quais o pesquisador chegará em seu caminho investigativo, e como estes se refletem na realidade dos sujeitos.

CAPÍTULO 2

PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Este capítulo configura-se como uma revisão bibliográfica e tem por objetivo apresentar e discutir os textos mais citados nas teses e dissertações produzidas no Brasil nos últimos 30 anos, que tratam sobre pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização. Apresentam-se inicialmente, algumas ideias sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais e como ele é tratado nos documentos oficiais da educação brasileira.

Discute-se, com base nos textos mais citados nas dissertações e teses, a importância do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a definição e caracterização do pensamento algébrico e as formas de desenvolvê-lo. Compreende-se que os excertos apresentados são apenas fragmentos do trabalho dos autores e não a totalidade das reflexões sobre o tema. É relevante destacar que o levantamento dos dados expostos nesta discussão, no que se refere aos textos mais citados nas teses e dissertações, estabeleceu-se a organização dos dados, em que todos os textos que tratam do pensamento algébrico citados nos trabalhos estudados foram organizados, para que em posterior análise, se levantassem os mais citados.

Para discutir sobre pensamento algébrico nos anos iniciais é preciso se distanciar da ideia de Álgebra, muitas vezes vinculada ao ensino tradicional, conforme explica Canavarro (2007, p. 88) “a Álgebra escolar tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia per si”.

Porém, estudos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico apresentam a direção contrária:

É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que $33 + 8 = 8 + 33$ não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente) (CANAVARRO, 2007, p. 89).

Pode-se inferir que o pensamento algébrico é requerido para desenvolver sentido à aritmética, uma vez que o pensamento algébrico provoca reflexões na forma da construção dos conceitos da aritmética.

Desta forma, é pertinente distinguir álgebra e pensamento algébrico. Squalli (2000, p.277) entende esses conceitos como indissociáveis. Para este autor a álgebra é entendida como um “tipo de atividade matemática e o pensamento matemático como um conjunto de habilidades intelectuais que intervêm nessas atividades”. Compreende-se que a álgebra é formada por três componentes essenciais e indissociáveis: 1) construção e interpretação de modelos algébricos de situações reais ou matemáticas; 2) manipulação de expressões algébricas seguindo regras pré-definidas; e 3) elaboração e aplicação de estruturas (estruturas algébricas, estruturas de situações reais ou matemáticas) e de procedimentos (regras, algoritmos, heurísticas etc.).

Ao caracterizar o pensamento algébrico, este mesmo autor expõe que ele é constituído por habilidades que possibilitam pensar analiticamente sobre cada um dos componentes que constitui a álgebra, por esse motivo, que estes dois conceitos se apresentam de forma indissociável. Mediante esse pensamento, os alunos generalizam e abstraem relações, regras e estruturas, e manipulam a linguagem algébrica.

Para Radford (2013) a caracterização do pensamento algébrico está na compreensão ao sentido do termo desconhecido, como parte conhecida dos problemas com o raciocínio analítico, não somente a habilidade de construir e solucionar equações com indeterminantes. Outra característica apontada por Radford (2010) é a expressão semiótica, o autor defende que para ensinar e aprender a linguagem algébrica, a expressão semiótica sobrepõe-se à questões do simbolismo sintático e mental, ultrapassam medições exatas e incorpora elementos de análise multimodais.

A expressão semiótica apontada pelo autor. diz respeito a qual meio semiótico os alunos utilizam para nomear o indeterminante de uma equação. De acordo com Radford (2013) o sujeito tem possibilidade de pensar com e por meio do corpo, neste sentido, expõe a importância dos meios semióticos manifestados pelos alunos ao se referirem ao indeterminado. O autor explicita que o pensamento algébrico não é representado apenas no que é mental, mas também é constituído

por componentes externos e corporais, se estruturado como multimodal.

Em seus textos Radford estabelece a relação da álgebra com os meios multimodais², evidenciando o desenvolvimento do pensamento algébrico, relacionado principalmente com as generalizações de padrões numéricos e geométricos, afirmando que “[...] há algo inerente aritmético em álgebra e algo inerentemente algébrico na aritmética [...]” (RADFORD, 2012, p.676, tradução nossa)³.

O pensamento algébrico é indispensável para o desenvolvimento do pensamento abstrato das crianças, como afirma Vigotsky (1983, p. 114, tradução nossa) ao explicitar que “[...] a álgebra liberta o pensamento da criança do cativo de dependências numéricas concretas e eleva-a ao nível de um pensamento mais generalizado”⁴.

[...] a assimilação da álgebra eleva a um nível mais alto o pensamento aritmético, permitindo entender qualquer operação aritmética como um caso particular de expressão algébrica, proporcionando uma visão mais livre, mais abstrata e mais generalizada e, com isso, mais profunda e mais rica para operações com quantidades concretas (VIGOTSKY, 1983, p. 113, tradução nossa)⁵.

Vigotski (1983) trata em sua obra *Pensamento e Linguagem* sobre o desenvolvimento infantil e compara que ao apropriar uma linguagem estrangeira, a criança é capaz de elevar a língua materna a um nível superior, assim como a relação entre a álgebra e o pensamento aritmético.

A partir desta compreensão sobre pensamento algébrico, torna-se oportuno o conhecimento de como se apresentam as concepções de álgebra e pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

² Ao tratar sobre os meios multimodais, Radford refere-se as diversas modalidades comunicativas (fala, gestos, texto, processamento de imagem, etc.)

³ No texto em inglês lê-se: [...] there is something inherently arithmetic in algebra and something inherently algebraic in arithmetic [...].

⁴ No texto, em espanhol, lê-se: [...] el álgebra libera el pensamiento del niño del cautiverio de las dependencias numéricas concretas y lo eleva al nivel de un pensamiento más generalizado.

⁵ No texto, em espanhol, lê-se: [...] la asimilación del álgebra eleva a un nivel superior el pensamiento aritmético, permitiendo comprender cualquier operación aritmética como un caso particular de una algebraica, proporcionando una visión más libre, más abstracta y más generalizada y con ello más profunda y rica a las operaciones con cantidades concretas.

2.1 O pensamento algébrico nos documentos oficiais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1ª a 4ª série, consideram que a aprendizagem em Matemática está ligada à apreensão de significados (BRASIL, 1997). O documento não discorre sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais, porém afirma que:

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. (BRASIL, 1997, p. 24).

Ao considerar o trecho acima, é possível inferir que no documento são citados alguns elementos que podem ser considerados como integrantes do pensamento algébrico: regularidades e generalização.

O termo pensamento algébrico não figura no texto do PCN, “Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra⁶, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados” (BRASIL, 1997, p.39). Porém, por meio de conceitos relativos aos números e ideias introdutórias, a pré-álgebra é considerada uma passagem da aritmética à álgebra.

Mesmo que o documento não indique o desenvolvimento do pensamento algébrico, nos seus objetivos para o primeiro ciclo, recomenda-se que sejam oportunizadas aos alunos situações de observação e identificação de regularidades.

- Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática.
- Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados (BRASIL, 1997, p.47).

Reforça-se assim a percepção de uma intencionalidade, ainda que latente, do trabalho com elementos do pensamento algébrico, todavia, não aponta de que maneira isso possa ocorrer e o que deve ser considerado para que se efetive.

Considerando os documentos nacionais, é no *Caderno de Apresentação* do Programa Nacional Alfabetização na Idade Certa - PNAIC (2014) que o pensamento algébrico é apresentado enquanto eixo no ensino da Matemática para os anos

⁶ Pré-álgebra entendido como preparação para o ensino da álgebra.

iniciais. Está definido como:

Este eixo diz respeito a uma série de habilidades que, de alguma forma, já constam nos outros eixos, seja no reconhecimento de padrões numéricos e na realização de determinados tipos de problemas, dentro do eixo números e operações, seja no reconhecimento de padrões geométricos e da classificação, presentes no eixo geometria. Destaca-se como objetivo geral “compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos” [...] (BRASIL, 2014, p.50).

O documento apresenta que a criança tem o direito de aprender a:

I. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção. II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas. III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação. IV. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução. V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações (BRASIL, 2014, p.42).

Ressalta-se que o objetivo principal do pensamento algébrico, no Ciclo de Alfabetização, destacado no caderno do PNAC, é o de compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos, ou seja, possibilitar à criança: estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos; reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples. (BRASIL, 2014). Essas são as formas que a criança pode utilizar para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com a homologação da BNCC, define-se um conjunto de objetos de conhecimento e habilidades que devem ser abordados na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. O documento organiza os conteúdos matemáticos em unidades temáticas, sendo que há uma destinada à álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objetivo principal “desenvolver o pensamento algébrico”. De acordo com esse documento normativo, é “[...] imprescindível que algumas dimensões do trabalho com álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais” (BRASIL, 2018,

p. 270).

Desta forma, pressupõe-se o trabalho com o pensamento algébrico por meio de:

[...] ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2018, p. 270).

Então, a BNCC estabelece conteúdos e habilidades específicos para o ensino da álgebra, apresentando alguns exemplos de como potencializar o seu desenvolvimento, destacando a importância do trabalho com a educação algébrica desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir da homologação da BNCC, o Estado do Paraná elaborou o Referencial Curricular do Paraná - RCP (2018). Os municípios, em regime colaborativo, elaboram/implementam as suas propostas curriculares a partir desses dois documentos. No entanto, o RCP traz a álgebra conjuntamente com os números, na unidade temática intitulada “números e álgebra”. A opção pela união entre as duas unidades temáticas, diferentemente da forma como estão apresentadas na BNCC, em que números e álgebra, constituem unidades próprias, é justificada no documento:

A BNCC propõe cinco unidades temáticas para o Ensino Fundamental: números; álgebra; geometria; grandezas e medidas; probabilidade e estatística. No Referencial Curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações – Matemática, amplia-se estas unidades, sendo então denominadas de números e álgebra; geometrias; grandezas e medidas e tratamento da informação. A opção por números e álgebra (a álgebra é abordada desde o 1.º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio da resolução de problemas que envolve, em especial, a busca de padrões e regularidades em sequências figurais e numéricas) justifica-se pela necessidade de “[...] buscar a coexistência da educação algébrica com aritmética, de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra”

(LINS & GIMENEZ, 1997, p. 159). Porém, não se deve enfatizar o pensamento numérico em detrimento do algébrico, nem fragmentar os dois processos, ambos são importantes e precisam ser trabalhados de forma integrada (PARANÁ, 2018, p.808).

O Referencial Curricular do Paraná acompanha a BNCC ao evidenciar o pensamento algébrico nos anos iniciais, ampliando no sentido de apresentar “princípios fundamentais que orientam e dão suporte ao trabalho pedagógico no âmbito da formação integral, com vistas à interação crítica e responsável do estudante na vida em sociedade” (PARANÁ, 2018, p.09). Nesta perspectiva procura dar suporte ao professor que atua com os anos iniciais, no que diz respeito ao trabalho pedagógico com a apresentação dos direitos e objetivos de aprendizagem, por etapas e anos de escolaridade, segundo suas especificidades.

2.2 Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: com a palavra os pesquisadores

O pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização tem sido tema de pesquisa de vários autores. O levantamento realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, buscando mapear as teses e dissertações produzidas no Brasil nos últimos 30 anos, que versam sobre o tema, resultou em um total de 29 trabalhos, sendo 9 teses e 20 dissertações.

A partir da definição do escopo dos trabalhos a serem analisados e da leitura inicial destes, organizou-se os dados gerais e estruturais das teses e dissertações. Entre os dados estruturais, foram levantados os autores que tratavam do pensamento algébrico e estavam sendo citados em cada um dos trabalhos. Em uma análise mais pormenorizada foram elencados os textos destes autores que estavam referenciados nos trabalhos. Considerando esta análise, evidenciou-se um total de 389 textos que tratam sobre o pensamento algébrico citados nesses trabalhos. Em seguida, foi levantado o número de trabalhos que um determinado texto foi citado. Assim, estabeleceu-se para esta discussão, que seriam analisados os textos que apareceram em mais de 10 trabalhos, devido a esse total corresponder a mais de um terço das teses e dissertações analisadas.

Neste levantamento, o texto mais citado foi Blanton e Kaput (2005), o qual apareceu em 21 dos 29 trabalhos analisados. Outros autores que também foram citados em mais de 10 trabalhos foram: Lins e Gimenez (1997); Kieran (2004); Fiorentini, Miguel e Miorim (1993); Ponte, Branco e Matos (2009); Kaput (1999); Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) .

Vale ressaltar que os autores selecionados tiveram outros textos citados, porém, aqui registrou-se aqueles com maior recorrência, conforme organizado na tabela abaixo.

Tabela 1: Relação de textos mais citados nas teses e dissertações produzidas no Brasil nos últimos 30 anos

Autores/Textos	Ano de publicação	Quantidade de trabalhos em que aparecem citados
Blanton e Kaput	2005	21
Lins e Gimenez	1997	17
Kieran	2004	16
Fioentini, Miguel e Miorim	1993	15
Ponte, Branco e Matos	2009	15
Kaput	1999	11
Fioentini, Fernandes e Cristovão	2005	11

Fonte: Elaborado pela autora

Com a finalidade de apresentar alguns pontos discutidos pelos autores sobre o pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização, evidenciaram-se três aspectos: a importância do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental, a caracterização do pensamento algébrico e as formas de desenvolvê-lo.

Salienta-se que os excertos apresentados são apenas fragmentos do trabalho dos autores e não compreendem a totalidade de reflexões, mas buscou-se apresentar um panorama sobre o que consideram ser o pensamento algébrico, as formas de desenvolvê-lo e a importância dada a ele nos anos iniciais.

Assim, organizaram-se três quadros com excertos dos textos dos autores que destacam esses aspectos.

Quadro 3 - Excertos sobre caracterização do pensamento algébrico

Autores/Textos	Excertos relacionados à caracterização do pensamento algébrico
Blanton e Kaput (2005)	“[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade ⁷ ” (BLANTON, KAPUT 2005, p.413).
Lins e Gimenez (1997)	“Pensar algebricamente é pensar dessa forma: é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdade ou desigualdade), e com base nisso transformar expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3) ⁸ ” (LINS e GIMENEZ, 1997, p.151).
Kieran (2004)	“[...] envolve o desenvolvimento de formas de pensar no âmbito das atividades para as quais a linguagem simbólica pode ser usada como uma ferramenta, mas que não são exclusivas para álgebra e com as quais podem se envolver sem usar qualquer linguagem simbólica ⁹ [...]” (KIERAN, 2004, p.149).
Florentini, Miguel e Miorim (1993)	“[...] o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento que pode se manifestar não apenas nos diferentes caminhos da Matemática, como também em outras áreas do conhecimento” (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p. 88).
Ponte, Branco e Matos (2009)	“[...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos, mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de regularidades num dado conjunto de objetos” (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009, p. 10).
Kaput (1999)	“[...] envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais, onde a generalização se inicia na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e virtualmente em toda a matemática que pode ou deve aparecer nas séries elementares ¹⁰ ” (KAPUT, 1999, p. 4).
Florentini, Fernandes e Cristovão (2005)	“[...] estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos [...]; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente... Os aspectos descritos neste último parágrafo podem ser considerados caracterizadores do pensamento algébrico” (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTOVÃO, 2005, p. 5).

Fonte: Elaborado pela autora

⁷ No texto, em inglês, lê-se: “[...] a process in which students generalize mathematical ideas from a particular set of examples, establish generalizations through argumentative discourse, and express them, increasingly, in formal, age-appropriate ways” (BLANTON; KAPUT, 2005, p.413).

⁸ Operando sempre de acordo com (1), (2) e (3) o autor se refere a: 1) Produzir significados apenas em relação à números e operações aritméticas (aritmeticismo); 2) Considerar números e operações apenas usando suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (internalismo); 3) Operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (analiticidade) (LINS; GIMENEZ, 1997, p.151).

⁹ No texto, em inglês, lê-se: “[...] involves developing ways of thinking within the scope of activities for which symbolic language can be used as a tool, but which are not unique to algebra and with which they can engage without using any symbolic language [...]” (KIERAN, 2004, p.149).

¹⁰ No texto, em inglês, lê-se: “[...] involves generalizing and expressing that generalization using increasingly formal languages, where generalization begins in arithmetic, in modeling situations, in geometry, and virtually all of the mathematics that can or should appear in the elementary grades” (KAPUT, 1999, p. 4).

De maneira geral, os autores caracterizam o pensamento algébrico como sendo processo e como tipo especial dos alunos generalizarem ideias matemáticas associadas à aritmética, apresentando uma forma de abordar os conceitos algébricos a partir de conteúdos já desenvolvidos nos anos iniciais de escolarização, sendo a linguagem algébrica desenvolvida, gradativamente, pelos alunos, em relação ao pensamento algébrico. Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) e Kieran (2004) relacionam o pensamento algébrico como uma forma de pensamento que pode ser utilizado para além da álgebra.

Quadro 4 - Excertos relacionados à importância do pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização

Autores/Textos	Excertos relacionados à importância do pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização
Blanton e Kaput (2005)	“A integração do raciocínio algébrico nas séries primárias oferece uma alternativa que constrói o desenvolvimento conceitual de matemática mais profunda e complexa nas experiências dos alunos desde o início ¹¹ ” (BLANTON, KAPUT 2005, p.413).
Lins e Gimenez (1997)	“É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (LINS e GIMENEZ, 1997, p.10).
Kieran (2004)	“O pensamento algébrico nas séries iniciais envolve o desenvolvimento de formas de pensar ¹² [...]” (KIERAN, 2004, p.139)..
Fiorentini, Miguel e Miorim (1993)	“Uma primeira implicação pedagógica de caráter geral refere-se ao momento de iniciação ao pensamento algébrico no currículo escolar. Se, como mostramos esse tipo de pensamento não prescinde de uma linguagem estritamente simbólico-formal para sua manifestação, não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino-aprendizagem da álgebra” (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p. 88-89).
Ponte, Branco e Matos (2009)	“[...] iniciação ao pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, através do estudo de sequências e regularidades (envolvendo objectos diversos), padrões geométricos, e relações numéricas associadas a importantes propriedades dos números” (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009, p. 15).
Kaput (1999)	“[...] o caminho envolve infundindo álgebra em todo o currículo de matemática desde o início da escola ¹³ ” (KAPUT, 1999, p. 4).
Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005)	“A iniciação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, portanto, pode ocorrer já desde os primeiros anos de escolarização” (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTOVÃO, 2005, p. 5).

Fonte: Elaborado pela autora

Todos os autores corroboram com a afirmação de que os alunos, nos anos

¹¹ No texto, em inglês, lê-se: The integration of algebraic reasoning into primary grades offers an alternative that builds the conceptual development of deeper and more complex mathematics into students experiences from the very beginning” (BLANTON; KAPUT, 2005, p.413).

¹² No texto, em inglês, lê-se: “Algebraic thinking in the early grades involves developing ways of thinking[...]” (KIERAN, 2004, p.139).

¹³ No texto, em inglês, lê-se: “[...] the path involves infiltrating algebra into the entire math curriculum from the very beginning of school.” (KAPUT, 1999, p. 4).

iniciais de escolarização, podem efetivamente iniciar o trabalho com os conceitos algébricos, considerando que compreendem que o pensamento algébrico não está associado a uma linguagem algébrica formal.

Quadro 5 - Excertos sobre como desenvolver o pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização

Autores/Textos	Excerto relacionados a como desenvolver pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização
Blanton e Kaput (2005)	"[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade" (BLANTON, KAPUT 2005, p.413).
Lins e Gimenez (1997)	"[...] acreditamos que começar a educação algébrica o quanto antes é fundamental, para que mais tarde não nos queixemos de como os alunos não conseguem "largar a aritmética". A questão dos conteúdos a serem tratados deve ser discutida da perspectiva que propomos, segundo a qual a atividade algébrica deve fazer parte do processo de uma organização de uma atividade (talvez matemática, talvez não) [...]" (LINS e GIMENEZ, 1997, p.157).
Kieran (2004)	"[...] analisando as relações entre quantidades, percebendo as estruturas, estudando as mudanças, generalizando, resolvendo problemas, a modelagem, justificando, provando e prevendo ¹⁴ " (KIERAN, 2004, p.149)..
Fiorentini, Miguel e Miorim (1993)	"[...] deve visar é o desenvolvimento da capacidade de perceber regularidades e de captar e expressar retoricamente, ou de forma semiconcisa, a estrutura subjacente às situações-problemas, através do processo de generalização" (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993, p. 89).
Ponte, Branco e Matos (2009)	"[...] aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a actividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas" (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009, p. 10).
Kaput (1999)	"[...] começar cedo (em parte, com base no conhecimento informal dos alunos); Integrar a aprendizagem da Álgebra com a aprendizagem de outros assuntos (estendendo e aplicando o conhecimento matemático); Incluir as várias formas diferentes de Pensamento Algébrico (aplicando o conhecimento matemático); Construir sobre os poderes linguísticos e cognitivos naturais dos alunos (encorajando-os, ao mesmo tempo, a refletir sobre o que aprendem e a articular o que sabem) e Encorajar a aprendizagem ativa (e a construção de relacionamentos) que dê uma vantagem na sensação e compreensão ¹⁵ " (KAPUT, 1999, p.3).
Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005)	"[...] podem ser mobilizados e desenvolvidos pelos alunos a partir de tarefas exploratórias ou investigativas cuidadosamente planejadas, tendo em vista essa finalidade" (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTOVÃO, 2005, p. 5).

Fonte: Elaborado pela autora

¹⁴ No texto, em inglês, lê-se: "[...] analyzing relationships between quantities, perceiving structures, studying change, generalizing, problem solving, modeling, justifying, proving and predicting" (KIERAN, 2004, p.149).

¹⁵ No texto, em inglês, lê-se: "[...] begin early (in part, by building on students' informal knowledge); integrate the learning of algebra with the learning of other subject matter (by extending and applying mathematical knowledge); include the several different forms of algebraic thinking (by applying mathematical knowledge); build on students' naturally occurring linguistic and cognitive powers (encouraging them at the same time to reflect on what they learn and to articulate what they know), and encourage active learning (and the construction of relationships) that puts a premium on sense-making and understanding" (KAPUT, 1999, p.3).

Os autores divergem sobre como desenvolver o pensamento algébrico desde os anos iniciais de escolarização. As ideias perpassam o trabalho com situações-problemas, com modelagem, com tarefas exploratórias ou investigativas envolvendo relações entre quantidades, regularidades e variação por meio da argumentação e do estabelecimento de relações de comparações e de padrões geométricos. Essas são algumas formas de trabalho que os autores apresentam sobre como desenvolver o pensamento algébrico.

2.3 Discussão sobre o pensamento algébrico na perspectiva dos autores

Debater sobre o ensino da álgebra nos anos iniciais, além de necessário é fundamental, para que seja possível o trabalho com seus conteúdos, com vista a desenvolver o pensamento algébrico neste nível de ensino. Compreender a forma de desenvolver o ensino de álgebra pode contribuir para que o professor tenha condições de realizar ações pedagógicas efetivas, de modo a possibilitar a aprendizagem e o desenvolvimentos dos estudantes.

Para Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) o pensamento algébrico é precedido da simbologia, sendo explicado pelos autores:

[...] identificar a evolução do pensamento algébrico que vai de uma fase **pré-algébrica** (quando o aluno utiliza algum que outro elemento considerado algébrico – letra, por exemplo – mas não consegue, ainda, concebê-lo como número generalizado qualquer ou como variável), passa por uma **fase de transição** (do aritmético para o algébrico, sobretudo quando o aluno aceita e concebe a existência de um número qualquer, estabelece alguns processos e generalização, podendo ou não utilizar a linguagem simbólica), atingindo, enfim, um **pensamento algébrico mais desenvolvido** (expressando capacidade de pensar e se expressar genericamente, sobretudo quando o aluno aceita e concebe a existência de grandezas numéricas abertas ou variáveis dentro de um intervalo numérico, sendo capaz não só de expressá-las por escrito, mas, também, de operá-las). Cabe, contudo, esclarecer que, para nós, o aluno pode atingir a terceira fase do pensamento algébrico, sem necessariamente fazer uso de uma linguagem estritamente algébrico-simbólica. (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p.5 e 6, grifos no original).

Os pesquisadores apoiados nos estudos de Vygotsky afirmam que ocorre uma relação de interdependência entre o pensamento e a linguagem, em que o desenvolvimento do pensamento contribui significativamente para a linguagem,

assim como esta colabora na estruturação do pensamento, estabelecendo relação de interdependência.

Desta forma, na medida em que o aluno é conduzido a pensar nos elementos que fazem parte da álgebra, vai elaborando uma linguagem, que irá estruturar o pensamento algébrico, que para tanto é desenvolvido primeiramente de forma retórica, utilizando-se da linguagem corrente e, só depois utilizando uma linguagem mais simbólica. De forma semelhante ao que ocorreu historicamente na evolução da álgebra, desenvolve um pensamento algébrico antes mesmo de desenvolver ou usar um certo simbolismo para expressar o pensamento. Com base nestas ponderações da relação entre pensamento e linguagem é que Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) afirmam que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ocorrer desde os primeiros anos de escolarização, mesmo sem a estruturação de uma linguagem algébrica simbólica, mas que os alunos expressem por meio da linguagem corrente as relações que estabeleceram, as comparações, as generalizações, contribuindo com suas representações, apresentando maior compreensão nas situações matemáticas.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) observam que desde os primeiros anos de escolarização o objetivo é que os alunos sejam capazes de perceber regularidades e realizar algum tipo de generalização.

A relevância do estudo da álgebra desde os anos iniciais é defendida por Lins e Gimenez (1997, p. 10): “É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”. Nessa relação de coexistência os autores entendem que:

Tomemos agora essa ideia de coexistência e façamos uma transposição para o caso da aritmética e da álgebra; a coexistência das duas permitiria que: i) a álgebra fosse vista como falando de afirmações que envolvem – assim como a aritmética – números, operações aritméticas e igualdades (desigualdades); e ii) que a aritmética fosse vista – assim com a álgebra – como uma ferramenta que toma parte do processo de organização das atividades humana (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 28- 29).

Para os autores a aritmética é fundamental nos anos iniciais, tendo como objetivo principal desenvolver o sentido do número nas crianças. No que concerne à álgebra, esta trabalha com generalizações, consistindo em “[...] um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e

operações aritméticas, possivelmente, envolvendo igualdade ou desigualdade” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 137). Sobre a aritmética e a álgebra os autores afirmam: “Em ambos os casos, o da aritmética e o da álgebra, a mudança de perspectiva mais importante refere-se a passarmos a pensar em termos de significados sendo produzidos no interior de atividades, e não, como até aqui, pensarmos em termos de técnicas ou conteúdos”. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 160-161). De acordo com os autores, a introdução da álgebra desde os anos iniciais de escolarização é no sentido de conduzir a criança ao desenvolvimento do pensamento algébrico concomitantemente com o aprendizado da aritmética.

Blanton e Kaput (2005, p. 413) definem o pensamento algébrico como “[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade [...]”, possibilitando o desenvolvimento das funções psicológicas superiores da atenção e percepção do real, por meio da abstração das relações matemáticas variáveis. Para os autores, os principais elementos caracterizadores do pensamento algébrico são:

- a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); b) a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; d) a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa)¹⁶.

Em relação à aritmética generalizada, destaca-se que esta associa-se ao raciocínio envolvido nas operações e nas propriedades associadas aos números. No que tange o pensamento funcional, está relacionado à exploração e à expressão de regularidades numéricas. Toma a modelação, como um domínio apropriado para a realização da generalização. A generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações, ocorre por meio dos objetos abstratos e operações sobre classes de objetos, que segundo Blanton e Kaput (2005) é conhecida como “álgebra

¹⁶ No texto em inglês lê-se: “(a) the use of arithmetic as a domain for expressing and formalizing generalizations (generalized arithmetic); (b) generalizing numerical patterns to describe functional relationships (functional thinking); (c) modeling as a domain for expressing and formalizing generalizations; and (d) generalizing about mathematical systems abstracted from computations and relations” (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

abstrata”, apresentando um modo de raciocínio não comumente utilizado na Educação Básica, por caracterizar o ensino da álgebra a partir de processos de abstração e generalização.

O pensamento funcional pode ser caracterizado como: (i) utilizar símbolos para representar quantidades e operar com expressões simbólicas; (ii) representar dados por meio de gráficos e/ou realizar análise de variação apoiada em gráficos; (iii) estabelecer relações funcionais, por meio da exploração da correspondência entre quantidades e de relações recursivas, desenvolvimento de regra para descrever relações, uso de tabelas e simbolização das regras estabelecidas; (iv) realizar previsões apoiadas em dados conhecidos, formulando conjecturas a respeito do que se ignora; (v) identificar e descrever padrões numéricos e geométricos, com a identificação de regularidades numéricas, padrões em sequências de figuras e de padrões em expressões numéricas (BLANTON; KAPUT, 2005).

Esses pesquisadores entendem que o fundamento para o desenvolvimento do pensamento algébrico está no modo de pensar, desde as suas primeiras características até à utilização de uma linguagem simbólica para estabelecer generalizações que podem ser expressas pelos alunos por meio de diferentes linguagens, como a natural, gestual, numérica ou simbólica. O nível de experiência dos alunos é que determina a linguagem utilizada e sua forma de pensar.

Ao tratar da importância do pensamento algébrico, Kieran (2004) destaca a ideia da álgebra como forma de pensar, não estando reduzida às expressões algébricas ou um conjunto de procedimentos envolvendo signos alfabéticos para representar incógnitas ou variáveis, mas também uma forma de raciocinar em situações que envolvem pensamento matemático.

O pensamento algébrico nas séries iniciais envolve o desenvolvimento de formas de pensar dentro de atividades para as quais a letra-símbolo pode ser usada como uma ferramenta, mas que não são exclusivos de Álgebra, tais como, analisando as relações entre quantidades, percebendo as estruturas, estudando as mudanças, generalizando, resolvendo problemas, a modelagem, justificando, provando e prevendo (KIERAN, 2004, p. 149, tradução nossa).¹⁷

¹⁷ No texto em inglês lê-se: “Algebraic thinking in the early grades involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in without using any letter-symbolic algebra at all, such as, analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change, generalizing, problem solving, modeling, justifying, proving, and predicting” (KIERAN, 2004, p. 149).

O pensamento algébrico proporciona pensar algebricamente em situações matemáticas, não de forma mecânica utilizando de técnicas e procedimentos com o uso de símbolos. O pensamento precede a simbologia como forma para representação, sendo esta, o que é expresso matematicamente sobre um conceito.

Na perspectiva de Kaput (1999), a generalização e formalização são intrínsecas à atividade matemática e ao pensamento. Deste modo, o fundamento do pensamento algébrico está em generalizar, a qual o autor conceitua como:

A generalização envolve deliberadamente estender a gama de raciocínio ou comunicação além do caso ou casos considerados, identificando explicitamente e expondo semelhanças entre casos, ou elevando o raciocínio ou comunicação a um nível onde o foco não está mais nos casos ou situações em si, mas sim sobre os padrões, procedimentos, estruturas e as relações entre eles (que, por sua vez, se tornam novos objetos de raciocínio de nível superior ou comunicação) (KAPUT, 1999, p. 6, tradução nossa).¹⁸

Expressar generalizações significa transformá-las em alguma linguagem. O pensamento algébrico em crianças pequenas, desenvolve-se quando elas estão identificando a generalidade expressa ou a intenção em uma declaração sobre um caso particular que seja considerado geral. Nas palavras do autor “[...] o caminho envolve infundindo álgebra em todo o currículo de matemática desde o início da escola” (KAPUT, 1999, p. 4, tradução nossa)¹⁹.

Em sua obra, Kaput (1999) apresenta ainda cinco aspectos do desenvolvimento do pensamento algébrico: (i) a generalização e formalização de padrões e restrições; (ii) a manipulação de formalismos guiadas sintaticamente; (iii) o estudo de estruturas abstratas a partir de cálculos de relações; (iv) o estudo das funções, relações e variação de duas variáveis; e (v) a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos. Para o autor a generalização é o núcleo do pensamento algébrico.

Ponte, Branco e Matos (2009) também buscaram caracterizar o pensamento

¹⁸ No texto em inglês lê-se: “Generalization involves deliberately extending the range of reasoning or communication beyond the case or cases considered, explicitly identifying and exposing commonality across cases, or lifting the reasoning or communication to a level where the focus is no longer on the cases or situations themselves, but rather on the patterns, procedures, structures, and the relations across and among them (which, in turn, become new, higher level objects of reasoning or communication)” (KAPUT, 1999, p. 6).

¹⁹ No texto em inglês lê-se: “[...] this route involves infusing algebra throughout the mathematics curriculum from the very beginning of school” (KAPUT, 1999, p. 4).

algébrico, reforçando a ideia de que este não se reduz ao simbolismo formal, mas pensar algebricamente em diferentes situações envolve a capacidade de estabelecer relações, regularidades, variação e modelação. Estabelecem que o desenvolvimento do pensamento algébrico passa por três vertentes, apresentadas no quadro abaixo:

Quadro 6 - Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

VERTENTES	CARACTERÍSTICAS
Representar	Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) entre outros; Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	Relacionar (em particular, analisar propriedades); Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p.11, adaptado).

Conforme os autores, "[...] aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação". Neste sentido reduzir a "[...] actividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas uma das suas facetas" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.10).

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993, p.88) explicitam que o pensamento algébrico "[...] é um tipo especial de pensamento [...]" que pode representar não somente situações matemáticas, mas diferentes situações. E que nos anos iniciais de escolarização, seu objetivo: "[...] é o desenvolvimento da capacidade de perceber regularidades e de captar e expressar retoricamente, ou de forma semiconcisa, a estrutura subjacente às situações-problemas, através do processo de generalização" (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p.89).

Os autores explicam ainda que a escola precisa compreender o sentido da aprendizagem matemática e repensar a iniciação algébrica:

Uma primeira implicação pedagógica de caráter geral refere-se ao momento de iniciação ao pensamento algébrico no currículo escolar. Se, como mostramos esse tipo de pensamento não prescinde de uma linguagem estritamente simbólico-formal para sua manifestação, não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino-aprendizagem da álgebra. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 88).

Porém, esses autores salientam que o desenvolvimento do pensamento algébrico se fortalece de forma gradual, a partir do momento em que o aluno alcança uma linguagem mais adequada a ele, todavia se não houver suporte adequado, sendo o pensamento algébrico iniciado precocemente, este pode ser caracterizado como um impedimento à aprendizagem significativa da álgebra.

Acompanhando as perspectivas de Lins e Gimenez (1997), concorda-se com a afirmação de que não se deve ensinar primeiro a aritmética para que somente depois seja incluído o trabalho com a álgebra. Porém, considera-se que o contrário também é prejudicial, do ponto de vista da aprendizagem do aluno. Este já tem domínio empírico sobre a aritmética quando ingressa na escola. Nesse sentido, o professor deve partir da premissa de que o desenvolvimento do pensamento aritmético está imbricado no desenvolvimento do pensamento algébrico e ambos corroboram para a aprendizagem dos alunos.

No próximo capítulo serão apresentadas as análises das teses e dissertações pesquisadas com intuito de expor o percurso da seleção da pesquisa e a construção das unidades de análise.

CAPÍTULO 3

ANÁLISES DAS TESES E DISSERTAÇÕES

Neste capítulo apresenta-se a análise das 29 teses e dissertações produzidas nas últimas três décadas no Brasil, selecionadas como fonte de pesquisa, conforme critérios já expostos. Inicialmente realizou-se um mapeamento dos trabalhos acadêmicos que versam sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Em seguida foi realizada a organização destes trabalhos pelos dados gerais e circunstanciais.

Nos dados gerais levou-se em consideração a instituição, o ano de publicação, o resumo, os objetivos e os resultados. Tais informações possibilitaram, entre outros aspectos, conhecer quais anos de ensino e/ou formação do professor dos anos iniciais estavam contemplados nesses trabalhos. Na análise dos dados circunstanciais, considerou-se as informações do resumo do currículo lattes dos autores dos trabalhos sobre a formação e local de atuação, as quais permitiram saber quem são os “sujeitos” que se propõem investigar sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais. Essa organização e algumas análises estão a seguir. Ainda neste capítulo, expõe-se a construção das unidades de análise, apresentando-se o processo realizado, os excertos destacados dos trabalhos e a organização das unidades de análises.

3.1 Descrição da seleção das pesquisas acadêmicas

Para a descrição da seleção das pesquisas acadêmicas observa-se, as orientações de Fiorentini, Passos e Lima (2016) que descrevem o roteiro a respeito do mapeamento de pesquisas. Conforme os autores,

[...] buscou, primeiramente, contextualizar e historiar o processo de produção dessas pesquisas e os programas de onde originaram, destacando os caminhos e os obstáculos encontrados para a realização deste empreendimento. A seguir, mapearam-se os aspectos físicos das pesquisas (instituições, programas, modalidade, ano de defesa

das pesquisas, orientadores etc.), as tendências metodológicas do processo de pesquisa e, por fim, as tendências temáticas, [...]. (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 14)

Após esta primeira análise, os dados foram organizados em dois escopos, sendo eles: 1 – teses brasileiras e 2 – dissertações brasileiras, que tratam do tema pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A seguir, apresentam-se as considerações sobre esse mapeamento inicial e geral da pesquisa, em que a análise dos dois escopos se entrecem.

3.2 Teses brasileiras sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Para apresentação das teses brasileiras, que versam sobre o pensamento algébrico, produzidas no período de 1990 a 2020, elaborou-se o quadro 7 destacando algumas informações básicas (nome do pesquisador, instituição de origem, título da pesquisa e ano de publicação).

Quadro 7 - Teses brasileiras que versam sobre o pensamento algébrico

Pesquisador	Instituição de Origem	Título da Pesquisa	Ano de Publicação
Raquel Santiago Freire	UFC	Desenvolvimento dos conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental	2011
Denise Di Giovanni Lamberti	PUC-SP	Número natural: conhecimentos de-para professores polivalentes em um curso de especialização	2014
Grace Dorea Santos Baqueiro	PUC-SP	Achados sobre Generalização de Padrões ao “garimpar” Pesquisas Brasileiras de Educação Matemática (2003 - 2013)	2016
Vinícius Carvalho Beck	FURG	Invariantes operatórios do campo conceitual algébrico mobilizados por crianças do terceiro ano do ensino fundamental	2018
Flávio de Souza Pires	UFSCar	Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)	2018
Jorge Henrique Gualandi	PUC-SP	Os reflexos de uma formação continuada na prática profissional de professores que ensinam matemática	2019
Rogério Osvaldo	PUC-SP	A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução	2019

Chaparin		de problemas e em processos do pensamento matemático	
Luanna Priscila da Silva Gomes	UFRN	Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação	2020
Kátia Gabriela Moreira	USF	Investigação na/da própria prática: O entrelaçar do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental com os processos de autoformação docente.	2020

Fonte: Elaborado pela autora

Na análise do Quadro 7 revela uma pequena produção, no período, de teses brasileiras, sobre pensamento algébrico nos anos Iniciais do Ensino Fundamental. Identificou-se uma lacuna entre 2011 a 2014 sem pesquisas de doutorado sobre o tema. Tal fato revela que o tema apresenta-se, relativamente, pouco explorado pelos pesquisadores da área de Educação Matemática, no que tange à investigação *stricto sensu*. Cabe ressaltar que das oito teses, quatro foram desenvolvidas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP).

Ao realizar a leitura dos resumos, organizou-se as teses de acordo com o ano e/ou anos do Ensino Fundamental que eram focos das pesquisas e as que tratavam da formação do professor dos anos iniciais, conforme apresentado no quadro 8.

Quadro 8 - Organização das teses por anos de ensino e formação do professor dos anos iniciais

Pesquisador	Ensino Fundamental - anos iniciais					Formação do Professor	
	1º	2º	3º	4º	5º	Inicial	Continuada
Freire (2011)							
Lamberti (2014)							
Baqueiro (2016)							
Beck (2018)							
Pires (2018)							
Gualandi (2019)							
Chaparin (2019)							
Gomes (2020)							
Moreira (2020)							

Fonte: Elaborado pela autora

O quadro 8 revela que, metade das pesquisas apresentam enfoque na formação continuada dos professores e apenas uma pesquisa trata de todos os anos do Ensino Fundamental e formação de professores, por se tratar de uma metanálise dos trabalhos desenvolvidos sobre o tema. As demais apresentam enfoque em apenas um ou dois anos do Ensino Fundamental, anos iniciais.

3.3 Dissertações brasileiras sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental

O mesmo roteiro de análise das teses foi utilizado com as dissertações, apresentando os trabalhos realizados no período de 1990 a 2020, destacando algumas informações básicas (nome do pesquisador, instituição de origem, título da pesquisa e ano de publicação).

Quadro 9 - Dissertações brasileiras que versam sobre o pensamento algébrico

Pesquisador	Instituição de Origem	Título da Pesquisa	Ano de Publicação
Raquel Santiago Freire	UFC	Objetos de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino fundamental	2007
Daniele Peres da Silva	UEL	Caracterização do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I	2012
Ivna Gurniski Carniel	UEL	Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática	2013
Marcia Maria Siqueira Vieira	UECE	Feira dos pesos: Análise de um objeto de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico	2013
Keila Tatiana Boni	UEL	Invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental em tarefas não-rotineiras	2014
Renata Karoline Fernandes	UEL	Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I	2014
Daiana Dallagnoli Civinski	FURB	Introdução ao estudo da aritmética e da álgebra no Ensino Fundamental	2015
Vinícius Carvalho Beck	FURG	Os Problemas Aditivos e o Pensamento Algébrico no Ciclo da Alfabetização	2015

Miriam Criez Nobrega Ferreira	UFABC	Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico	2017
Carla Cristiane Silvia Santos	USF	O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: A percepção de regularidades e o pensamento relacional	2017
Anderson Cangane Pinheiro	UNESP	O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico	2018
José Roberto de Campos Lima	PUC-SP	Pensamento Algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: Estudo comparativo de duas propostas	2018
Daiane Venancio Bitencourt	UESC	Early Álgebra na perspectiva do Livro didático	2018
Bruno Reuber Maia Pinheiro	UFERSA	Uma abordagem da álgebra dentro do Currículo do Ensino Fundamental: Mudanças e propostas para sala de aula	2019
Roseli Regina Fernandes Santana	UNESP	Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service	2019
Juliana Batista de Sousa	UFPA	Tarefas exploratório-investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais: Uma experiência para se pensar a relação ensino-aprendizagem-avaliação	2019
Tiago Cardoso Silveira	UNICSUL	Currículo de matemática da cidade de São Paulo: uma análise do Eixo Álgebra para o Ensino Fundamental	2019
Jane Lopes de Sousa Goma	PUC-SP	A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental	2019
Débora Cristina Borba Pereira Favero	PUC-SP	As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico	2020
Rosilda Santos do Nascimento	UFPB	Pensamento Algébrico: Um estudo exploratório com estudantes de Pedagogia	2020

Fonte: Elaborado pela autora

Ao comparar com a quantidade de teses produzidas, as pesquisas de mestrado se destacam. Porém, pode-se identificar algumas lacunas quanto à ausência de pesquisas no período de 2008 a 2011 e um número maior de

publicações no ano de 2019.

A maior concentração de trabalhos apresenta-se na Universidade Estadual de Londrina (UEL), com cinco trabalhos, seguida da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), com três trabalhos e da Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho (UNESP), com dois trabalhos. As demais produções encontram-se dispersas em outras instituições.

A partir da leitura dos resumos foi possível organizar os trabalhos por ano e/ou anos do Ensino Fundamental, que foram focos desses trabalhos e os que tratavam da formação do professor dos anos iniciais. Após a leitura dos resumos, os dados foram organizados da seguinte forma:

Quadro 10 - Organização das dissertações por anos de ensino e formação do professor

Pesquisador	Ensino Fundamental - anos iniciais					Formação do Professor	
	1º	2º	3º	4º	5º	Inicial	Continuada
Freire (2007)							
Silva (2012)							
Carniel (2013)							
Vieira (2013)							
Boni (2014)							
Fernandes (2014)							
Civinski (2015)							
Beck (2015)							
Ferreira (2017)							
Santos (2017)							
Pinheiro (2018)							
Lima (2018)							
Bitencourt (2018)							
Pinheiro (2019)							
Santana (2019)							
Sousa (2019)							
Silveira (2019)							
Goma (2019)							
Favero (2020)							
Nascimento (2020)							

Fonte: Elaborado pela autora

A análise do quadro 10 revela que cinco dos trabalhos estão centrados exclusivamente no 5º ano, seguido de três trabalhos sobre o 3º ano e quatro que versam sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental como um todo. Esse último apareceu em apenas uma tese. Destacam-se as pesquisas relacionadas à formação continuada de professores, com quatro trabalhos em um total de 20, o que é bem diferente do quadro das teses, que de nove trabalhos, seis focavam sobre a formação continuada.

Salienta-se que, das 20 dissertações que tratam sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apenas duas foram desenvolvidas sobre a formação inicial dos professores que trabalham e/ou trabalharão com os alunos destes anos. Mesmo assim é significativo, pois considerando as teses, nenhuma delas foi desenvolvida com foco na formação inicial. Outro aspecto a destacar é que o foco das dissertações ou está nos anos iniciais ou na formação dos professores, não misturando esses dois polos.

3.4 Primeiras ponderações sobre o mapeamento

O mapeamento foi realizado com o intuito de verificar as produções acadêmicas brasileiras, teses e dissertações, que tratam do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental nas últimas três décadas.

Algumas dificuldades foram encontradas em relação aos trabalhos anteriores à Plataforma Sucupira, que deixaram de ser analisados devido a falta do resumo. Após busca em outros locais de pesquisa, BDTD e biblioteca das próprias instituições em que foram realizados, não foi possível encontrar seis desses trabalhos. Porém, foi possível observar considerando os locais de pesquisa que os trabalhos sobre o tema, começaram a ser realizados a partir de 1997, o que é salutar.

Em linhas gerais o mapeamento aqui realizado, demonstra a pulverização de pesquisas acadêmicas em diversas instituições, destacando a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), que concentra sete trabalhos, seguida da Universidade Estadual de Londrina com quatro.

Dos 29 trabalhos analisados, 18 são do período de 2017 a 2020, o que indica um aumento das produções acadêmicas sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos últimos anos. Isso parece indicar que a partir da BNCC (2018), que propõe a Álgebra como unidade temática desde os anos iniciais, há uma preocupação com o tema no âmbito das pesquisas acadêmicas. É preciso considerar que a BNCC é documento de caráter normativo e de referência obrigatória para as redes de ensino e para as instituições públicas e privadas elaborarem seus currículos escolares e propostas pedagógicas.

Este levantamento realizado no repositório de teses e dissertações da Capes e na BDTD, possibilitou organizar um panorama sobre as pesquisas, com informações relevantes, especialmente em relação à quantidade de estudos produzidos nas últimas três décadas.

Na próxima seção, apresenta-se uma breve análise sobre os currículos dos autores das teses e dissertações, a partir dos textos informados em seus currículos lattes sobre suas formações acadêmicas iniciais.

3.5 Quem são os sujeitos, autores das pesquisas analisadas?

Ao iniciar as leituras, ordenando e organizando informações contidas nas teses e dissertações, apresentou-se a seguinte interrogação: Quem são os sujeitos que se dispõem a investigar sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

Considera-se interessante “conhecer” quem são os autores das teses e dissertações que foram tomadas para análise enquanto objeto da pesquisa e compreender qual a constituição acadêmica e profissional destes sujeitos, para sabermos sobre o lugar de onde esses estudiosos estão falando. Para tanto, realizou-se uma busca nos currículos lattes, por meio da Plataforma Lattes do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), a partir dos textos informados pelos autores.

As informações obtidas na busca foram organizadas nos quadros apresentados abaixo:

Quadro 11 - Formação dos Pesquisadores - Teses

Pesquisador	Formação dos Pesquisadores
T1 - Raquel Santiago Freire	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade Federal do Ceará (UFC) (2004). Atuação Profissional: professora do Instituto UFC Virtual ensinando no curso de Bacharelado em Sistemas e Mídias Digitais da UFC e dos Cursos de Graduação a Distância do Sistema Universidade Aberta do Brasil. Trabalha na área de Metodologias e Tecnologias Aplicadas à Educação a Distância, na produção de objetos de aprendizagem e formação para a educação a distância. No Instituto UFC Virtual, coordena a Formação Continuada de Tutores a Distância e participa de projetos de pesquisa interdisciplinares que congregam as áreas de Educação, Psicologia e Tecnologia.
T2 - Denise Di Giovanni Lamberti	Formação Inicial: graduação em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP) (1989) Atuação Profissional: assessora pedagógica da Somos Educação na área de Vendas ao Governo (Prefeituras e Rede SESI), além de sócia-proprietária de uma escola privada (desde 2001).
T3 - Grace Dorea Santos Baqueiro	Formação Inicial: graduação em Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) (1987). Atuação Profissional: professora assistente da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), campus II/Alagoinhas. Coordenadora regional das Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), promovido pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).
T4 - Vinícius Carvalho Beck	Formação Inicial: graduação em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas (UFPEL) (2010) Atuação Profissional: professor do Instituto Federal Sul-rio-grandense (IFSul), trabalha no Campus Pelotas, docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologias na Educação (PPGCITED-CaVG).
T5 - Flávio de Souza Pires	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática Universidade Estadual Paulista (UNESP) (2009). Atuação Profissional: professor efetivo de Matemática da rede municipal de ensino da cidade de Guarapari/ES..
T6 - Jorge Henrique Gualandi	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela - Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Carangola/ Universidade do Estado de Minas Gerais (FAFILE/UEMG) (2003) . Atuação Profissional: professor credenciado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Universidade Federal do Espírito Santo - UFES - campus de Alegre.
T7 - Rogério Osvaldo Chaparin	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP) (1992). Atuação Profissional: educador do Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CAEM - IME -USP) e professor de ensino básico técnico e tecnológico do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), campus Guarulhos.
T8 - Luanna Priscila da Silva Gomes	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) (2010). Atuação Profissional: professora efetiva do Núcleo de Educação da Infância - Colégio de Aplicação - NEI/CAp - UFRN.
T9 - Kátia Gabriela Moreira	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade São Francisco (USF) (2010). Atuação Profissional: professora dos anos iniciais da rede municipal de ensino de Nazaré Paulista.

Fonte: Elaborado pela autora²⁰

²⁰ Pesquisa realizada dia 02/03/2021 na plataforma Lattes, considerando os textos informados pelos autores.

Quadro 12 - Formação dos Pesquisadores - Dissertações

Pesquisador	Formação dos Pesquisadores
D1 - Raquel Santiago Freire	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade Federal do Ceará (UFC) (2004). Atuação Profissional: professora do Instituto UFC Virtual ensinando no curso de Bacharelado em Sistemas e Mídias Digitais da UFC e dos Cursos de Graduação a Distância do Sistema Universidade Aberta do Brasil. Trabalha na área de Metodologias e Tecnologias Aplicadas à Educação a Distância, na produção de objetos de aprendizagem e formação para a educação a distância. No Instituto UFC Virtual, coordena a Formação Continuada de Tutores a Distância e participa de projetos de pesquisa interdisciplinares que congregam as áreas de Educação, Psicologia e Tecnologia.
D2 - Daniele Peres da Silva	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL) (2009). Atuação Profissional: não informada.
D3 - Ivanna Gurniski Carniel	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). Atuação Profissional: não informada.
D4 - Marcia Maria Siqueira Vieira	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) (1997) e aluna do Curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Atuação Profissional: professora concursada da Prefeitura Municipal de Fortaleza, lotada no Laboratório de Informática Educativa.
D5 - Keila Tatiana Boni	Formação Inicial: graduação em licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) (2008). Atuação Profissional: docente adjunta da Universidade Norte do Paraná, professora das séries iniciais do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Educação de Londrina.
D6 - Renata Karoline Fernandes	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL) (2012). Atualmente é graduanda nos cursos de Administração e Pedagogia. Atuação Profissional: atua na área de Educação Presencial e a Distância, como docente e na gestão de cursos, gerente da empresa ABAKIDS - Desenvolvimento Infantil e sócia do Instituto Evidência - Educação e Pesquisa - IEEP.
D7 - Daiana Dallagnoli Civinski	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Fundação Universidade Regional de Blumenau (FURB) (2006). Atuação Profissional: professora de Álgebra Linear e Geometria Analítica no Centro Universitário de Brusque, curso de Engenharia Civil e professora efetiva na Rede Estadual e Municipal de ensino de Brusque/SC.
D8 - Vinícius Carvalho Beck	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas (UFPEL) (2010). Atuação Profissional: docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologias na Educação (PPGCITED-CaVG).
D9 - Miriam Criez Nobrega Ferreira	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade Federal do ABC (UFAB). Atuação Profissional: diretora de escola da Prefeitura Municipal de São Bernardo do Campo.
D10 - Carla Cristiane Santos Silva	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade São Francisco (USF). Atuação Profissional: professora efetiva na rede SESI de Itatiba-SP no Ensino Fundamental I.

D11 - Anderson Cangane Pinheiro	Formação Inicial: graduação em Pedagogia e Licenciatura em Matemática, Fis. e Des. Geométrico pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), câmpus de São José do Rio Preto (2011 e 2001 respectivamente). Atuação Profissional: diretor de escola estadual de ensino fundamental e médio da rede pública paulista.
D12 - José Roberto de Campos Lima	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN) (1998) e estudante de Pedagogia. Atuação Profissional: professor de Matemática do Ensino Fundamental II e Médio, pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.
D13 - Daiane Venancio Bitencourt	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) (2011), Amargosa - Bahia. Atuação Profissional: não informada.
D14 - Bruno Reuber Maia Pinheiro	Formação Inicial: graduação em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) (2016). Atuação Profissional: professor efetivo na Prefeitura Municipal de Quixadá - CE.
D15 - Roseli Regina Fernandes Santana	Formação Inicial: graduação em Matemática pelo Centro Universitário de Jales (UNIJALES) (2003) e em Pedagogia pela Universidade Iguazu (UNIG) (2005). Atuação Profissional: professora titular da Educação Básica II, na disciplina de Matemática, pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEDUC), desde 2005. Atualmente é coordenadora pedagógica da Educação Infantil ao Ensino Fundamental Anos Iniciais na rede particular.
D16 - Juliana Batista Mescouto	Formação Inicial: graduação em licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA) (2014). Atuação Profissional: não informada.
D17 - Tiago Cardoso Silveira	Formação Inicial: graduação em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB) (2017). Atuação Profissional: professor de Matemática, com experiência nos Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Pré-Vestibular.
D18 - Jane Lopes de Sousa Goma	Formação Inicial: graduação em Matemática pelo Centro Universitário Assunção (UNIFAI) (2007). Atuação Profissional: não informada.
D19 - Débora Cristina Borba Pereira Favero	Formação Inicial: graduação em licenciatura em Matemática pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (MACKENZIE) (2017). Atuação Profissional: revisora pedagógica de Matemática no Sistema Mackenzie de Ensino.
D20 - Rosilda Santos do Nascimento	Formação Inicial: graduação em Pedagogia pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB) (2017). Atuação Profissional: não informada.

Fonte: Elaborado pela autora²¹

Antes do levantamento dos dados expostos julgava-se, *a priori*, que os sujeitos que se dispõem a investigar, sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, seriam pedagogos, por ser, nesta etapa, a área de atuação destes profissionais. Porém, o que se evidencia a partir da análise dos trabalhos coletados é que, em sua maioria, são elaborados por professores licenciados em matemática que desenvolveram pesquisas relacionadas ao tema.

²¹ Pesquisa realizada dia 02/03/2021 na plataforma Lattes, considerando os textos informados pelos autores.

Dos 27 sujeitos da pesquisa deve-se salientar que dois deles, Raquel Santiago Freire e Vinícius Carvalho Beck, respectivamente pedagoga e licenciado em matemática, defenderam dissertação e tese sobre o tema, mostrando que estudos iniciados no mestrado tiveram continuidade no doutorado. Dos demais, dois são ao mesmo tempo pedagogos e licenciados em matemática, uma é licenciada em matemática e graduanda em pedagogia e outros dois são pedagogos, graduandos em licenciatura matemática. Isso parece indicar que alguns profissionais buscam a dupla titulação, transitando entre matemática e pedagogia. Além desses, dezesseis pesquisadores são licenciados em matemática e cinco são pedagogos.

As informações sobre titulação, considerando apenas os textos informados pelos autores no currículos lattes, parece nos indicar que o tema ainda pertence ao universo dos professores formados em matemática, pelo menos no que tange às pesquisas acadêmicas de mestrado e doutorado. É pertinente evidenciar que os pedagogos são professores que ministram aulas de todos os componentes curriculares nos anos iniciais do Ensino Fundamental e nesse sentido, poderia se justificar que seus interesses estejam pulverizados nos diferentes campos educacionais. Também pode-se remeter que o acesso dos profissionais que atuam no Ensino Fundamental anos iniciais, aos programas de pós-graduação em nível de mestrado é restrito.

Quanto a atuação profissional dos pesquisadores: cinco professores atuam no Ensino Superior, um no Ensino Médio, dois professores atuam no Ensino Fundamental anos finais, três professores no Ensino Fundamental anos iniciais, dois professores atuam no Ensino Fundamental anos finais e iniciais, outros três professores atuam no Ensino Fundamental anos finais e Ensino Médio, um professor atua no Ensino Superior e no Ensino Fundamental anos iniciais e um professor atua no Ensino Superior e no Ensino Médio. Outros dois pesquisadores não atuam na área de educação e seis pesquisadores não informaram sua atuação profissional.

As informações relacionadas à atuação profissional também direcionam ao entendimento que ainda são poucos os profissionais que atuam com o Ensino Fundamental anos iniciais e pesquisam sobre o pensamento algébrico para esta modalidade de ensino, o que pode relacionar-se as condições de trabalho e formação.

3.6 Construção das unidades de análise: apresentação do processo realizado

Nesta seção, realiza-se a análise das 29 produções acadêmicas selecionadas. A organização dos dados ocorreu com base na leitura dos resumos e dos textos das produções, com o intuito de atender o objetivo da pesquisa: investigar as compreensões sobre o pensamento algébrico e as proposições relacionadas às ações de ensino e aprendizagem nas produções acadêmicas produzidas no Brasil nas três últimas décadas.

A partir do material de análise, iniciou-se um processo, que conforme Moraes (2003) caracteriza-se pela “desmontagem dos textos”, também chamado “processo de unitarização”, ao analisar as teses e dissertações em suas especificidades, desmembra-se para se atingir “unidades constituintes” referentes aos fenômeno estudado.

Os excertos que compõe o *corpus* de análise foram selecionados para explicitar o objetivo da pesquisa. Outra situação levada em consideração foi a intenção de dar voz aos pesquisadores. Neste sentido, os excertos são considerações retiradas dos textos sobre o pensamento algébrico.

Apresenta-se no quadro 13 como os dados dos trabalhos analisados foram organizados, tomando como exemplo a Tese 01. Os demais quadros encontram-se no apêndice.

Tese 01

Quadro 13 - Dados gerais da tese 01

Título	Desenvolvimento dos conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental
Autor	Raquel Santiago Freire
Orientador	Prof. Dr. José Aires de Castro Filho
Instituição	UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
Tipo de trabalho	Tese
Ano de defesa	2011
Problema apresentado	Diversas pesquisas têm mostrado que atividades ligadas ao pensamento algébrico nos anos iniciais tem sido uma forma de trazer significado e desenvolver conceitos como os de equação, incógnita e equivalência. No entanto, ainda falta investigar como professores desses anos são capazes de pensar sobre esses conceitos e incorporá-los em sua prática pedagógica. Pesquisas sobre o desenvolvimento de conceitos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental têm sido pouco exploradas na literatura, em especial no Brasil.
Objetivo Geral	Investigar o desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos

	iniciais do Ensino Fundamental utilizando atividades manipulativas e recursos digitais.
Autores citados	ARAÚJO, C. R.; BRITO LIMA; A. P.; DA ROCHA FALCAO; J. T, LESSA; M, M, L.; OLIVEIRA; LEITÃO, S.M. (2000); BLANTON, M.; KAPUT, J. (2005); BOOTH, L. R. (1995); CARRAHER, D.; BRIZUELA, B. M.; SCHLIEMAN, A. D. (2000); CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A., BRIZUELA, B. M., & EARNEST, D. (2006); CARRAHER, T.; N.; SCHLIEMANN, A D. (1993); CASTRO-FILHO, J. A.; DE MACÊDO, L. N.; FREIRE, R. S.; LEITE, M.A. (2005); CASTRO-FILHO, J. A.; LEITE, M. A.; FREIRE, R. S.; PASCHOAL, I.V.A. (2003); CORTES, A.; KAVAFIAN, N.; VERGNAUD, G. (1990); DA ROCHA FALCÃO, J. T. (1993); DA ROCHA FALCÃO, J. T. (1995); FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. (1993); FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.L.P.; CRISTOVÃO, E.M. (2007); FILLOY, E.; ROJANO, T. (1994); FRANKE, M.; CARPENTER, T.; BATTEY, D. (2008); FREIRE. R. S. (2007); FREIRE. R. S; CASTRO FILHO, J. A. (2006); FREIRE. R. S.; FERNANDES, A. C.; CASTRO-FILHO, J. A. (2008); KAPUT, J. (1994); KAPUT, J. (1998); KAPUT, J.; BLANTON, M. (2001); KIERAN, C.(1992); KIERAN, C. (2006); LESSA, M.M.L. (1996); LINS, R. C.; GIMENEZ, J. (1997); MACEDO, L. N. (2009); MEIRA, L. (1996); PELED, I.; CARRAHER, D.W. (2007); PINTO, G.A.T. (2001); PONTE, J. P. (2005); PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. (2009); SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D.W. (2002); SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D.; BRIZUELA, B.; JONES, W. (1998); TELES, R. A. M. (2004); USISKIN, Z. (1995); VERGNAUD, G.; CORTEZ, A. (1986).
Resultados	Os dados permitem concluir que as atividades utilizadas favoreceram o desenvolvimento de conceitos ligados ao pensamento algébrico nas professoras, tanto na oficina quanto na utilização das atividades em sala de aula. O trabalho aponta, também, a importância de investir em formações continuadas para que professores possam refletir sobre práticas educativas e desenvolver conceitos aritméticos juntamente com conceitos algébricos.

Fonte: Elaborado pela autora

Quadro 14 - Construção das unidades de classificação - tese 01

Excerto do texto	Transcrição da unidade	Unidade de classificação
<p>Precisamos pensar em um <u>currículo</u> no qual os estudantes construam o conhecimento matemático e algébrico a partir de uma variedade de <u>representações e situações, considerando a observação de regularidades em tabelas e gráficos.</u> Para que essas mudanças ocorram no âmbito da escola é preciso investir na <u>formação de professores para a compreensão de conceitos algébricos</u> de forma aprofundada, e <u>entender quais atividades facilita a apreensão pelos alunos</u> (p.18).</p>	<p>Para a autora o currículo precisa ser pensado para a construção de um conhecimento matemático e algébrico que considere a observação de regularidades no trabalho com tabelas e gráficos. É necessário realizar investimento na formação dos professores relacionados aos conceitos algébricos com vistas à aprendizagem dos alunos.</p>	<p>Currículo que contemple o conhecimento matemático e algébrico a partir de uma variedade de representações e situações, considerando a observação de regularidades em tabelas e gráficos. (T1;1) Formação de professores para a compreensão de conceitos algébricos. (T.1;2) Entender quais atividades facilita a apreensão pelos alunos. (T.1;3)</p>

<p>Nesse sentido, para se pensar em <u>atividades que unam o pensamento aritmético e algébrico</u>, é necessário refletir sobre <u>formação de conceitos matemáticos e propor mudanças na formação inicial e continuada de professores</u>. Assim, os <u>professores devem pensar sobre as aplicações reais da Matemática</u> e não apenas se preocupar com a transmissão e cumprimento de conteúdos (p.19).</p>	<p>A autora aponta a necessidade de se trabalhar atividades que concomitantemente desenvolvam o pensamento aritmético e algébrico. E também de repensar a formação inicial e continuada dos professores, para que estes pensem sobre aplicações reais da Matemática.</p>	<p>Atividades que unam o pensamento aritmético e algébrico. (T1;4) Formação de conceitos matemáticos e proposição de mudanças na formação inicial e continuada de professores. (T1;5) Professores devem pensar sobre as aplicações reais da Matemática. (T1;6)</p>
<p>Consideramos que o ensino da álgebra deve ser pautado no desenvolvimento do <i>pensamento algébrico</i> (KAPUT, 1998) e na reflexão das situações e linguagens algébricas. É preciso trabalhar com uma <u>linguagem algébrica voltada para o desenvolvimento de conceitos</u> de modo que estes sejam elaborados antes da existência de uma <u>linguagem simbólica</u> (p.31).</p>	<p>Considera que é necessário trabalhar com a linguagem algébrica para desenvolvimento de conceitos e estes precedem a linguagem simbólica.</p>	<p>Linguagem algébrica voltada para o desenvolvimento de conceitos antes da existência de uma linguagem simbólica. (T1;7)</p>
<p>Diante dessas pesquisas, percebemos a importância de <u>criar diversas situações</u> para que os alunos se envolvam em atividades <u>que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais</u>. Apesar de encontrarmos diversas pesquisas nessa área, ainda são restritas na literatura atividades ligadas ao <u>pensamento algébrico, utilizando tecnologia</u> (p.34).</p>	<p>A autora ressalta a importância de diferentes situações que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Afirma que são restritas as pesquisas sobre pensamento algébrico utilizando tecnologias.</p>	<p>Criar diversas situações que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. (T1;8) Pensamento algébrico, utilizando tecnologia. (T1;9)</p>
<p>As <u>atividades algébricas</u> nos anos iniciais precisam ser compreendidas como uma <u>ferramenta para resolução de problemas e construída na escola através de uma cultura do pensamento algébrico como forma de representar e relacionar quantidades</u>. As <u>atividades escolares precisam fazer que as crianças entendam o significado dos símbolos matemáticos, como também utilizem uma linguagem matemática, ou seja, saibam operar com os símbolos matemáticos para expressar algum problema do cotidiano</u> (p.38).</p>	<p>Atividades algébricas como ferramenta de resolução de problemas, sendo necessário que as atividades escolares façam com que os alunos compreendam o significado dos símbolos e utilizem a linguagem matemática, operando os símbolos matemáticos para expressar problemas do cotidiano.</p>	<p>Atividades algébricas como ferramenta para resolução de problemas é construída na escola através de uma cultura do pensamento algébrico como forma de representar e relacionar quantidades. (T1;10) As atividades escolares precisam fazer com que as crianças entendam o significado dos símbolos matemáticos, [...] saibam operar com os símbolos matemáticos para expressar algum problema do cotidiano. (T1;11)</p>

<p>Partindo desse argumento, para que o pensamento algébrico e aritmético se complete, <u>professores precisam perceber as dificuldades dos alunos sobre os conceitos e operações algébricas e aritméticas, e entender como podem operar esses conceitos em diferentes situações, envolvendo as atividades aritméticas e algébricas concomitantemente.</u> Assim, as atividades não precisam ser rigidamente separadas em operações com números, atividade estritamente aritmética e nem em operações que trabalham com símbolos, ou seja, atividade tradicionalmente algébrica (p. 39).</p>	<p>A autora expõe que os professores devem considerar as dificuldades dos alunos sobre os conceitos e operações algébricas e aritméticas a fim de compreender como em diferentes situações podem trabalhar com atividades aritméticas e algébricas em conjunto.</p>	<p>Professores precisam perceber as dificuldades dos alunos sobre os conceitos e operações algébricas e aritméticas e entender como podem operar esses conceitos em diferentes situações, envolvendo as atividades aritméticas e algébricas concomitantemente. (T1;12)</p>
<p>O <u>desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser desenvolvido juntamente com o sentido do número,</u> como também é necessário que os alunos tenham experiências concretas para construir um significado do pensamento algébrico. Essas experiências envolvem o entendimento de <u>processos essenciais para a compreensão algébrica, como a procura de padrões e regularidades, o estabelecimento de relações, transformações de expressão aritmética para algébricas e entendimento do significado de símbolos</u> (p.40).</p>	<p>A autora salienta que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido concomitantemente com o sentido do número. Sendo processos essenciais à compreensão algébrica, o trabalho com padrões e regularidades, o estabelecimento de relações, transformações de expressão aritmética para algébricas e entendimento do significado de símbolos.</p>	<p>Desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser realizado juntamente com o sentido do número. (T1;13) Entendimento de processos essenciais para a compreensão algébrica, como a procura de padrões e regularidades, o estabelecimento de relações, transformações de expressão aritmética para algébricas e entendimento do significado de símbolos. (T1;14)</p>
<p>O <u>pensamento algébrico deve envolver outras características que não sejam apenas o uso de símbolos ou letras desconhecidas, e sim o trabalho com atividades que utilizem outros aspectos da álgebra, como a representação simbólica para escrever uma situação problema, a observação de um conjunto de regularidades e tentativas de expressar uma situação problema, utilizando um processo de generalização</u> (p.78).</p>	<p>Segundo a autora o pensamento algébrico está relacionado a aspectos da álgebra como: <u>representação simbólica para escrever uma situação problema, a observação de um conjunto de regularidades e tentativas de expressar uma situação problema, utilizando um processo de generalização.</u></p>	<p>Pensamento algébrico deve envolver representação simbólica para escrever uma situação problema, a observação de um conjunto de regularidades e tentativas de expressar uma situação problema, utilizando um processo de generalização. (T1;15)</p>
<p>Ao longo dos encontros, foi possível perceber que as <u>professoras tinham pouco conhecimento sobre materiais didáticos, não usavam os materiais concretos e nunca fizeram nenhuma formação continuada em Matemática</u> (p.79).</p>	<p>A autora constata em sua pesquisa que as professoras que participaram dos encontros de formação tinham pouco conhecimento sobre materiais didáticos, não usavam os materiais concretos e nunca fizeram nenhuma formação continuada em</p>	<p>Professoras tinham pouco conhecimento sobre materiais didáticos, não usavam os materiais concretos e nunca fizeram formação continuada em Matemática. (T1;16)</p>

	Matemática.	
<u>Leitura, representação e interpretação de gráficos são ferramentas úteis para o desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que os alunos podem manipular variáveis (p.84).</u>	A autora propõe a leitura, representação e interpretação de gráficos para o desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que os alunos podem manipular variáveis.	Leitura, representação e interpretação de gráficos são ferramentas úteis para o desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que os alunos podem manipular variáveis. (T1;17)
<u>Essa dificuldade em utilizar uma linguagem simbólica própria da Álgebra revela dificuldades que foram adquiridas durante sua trajetória escolar, como relatada pelas próprias professoras e também limitações em sua formação inicial (p.86).</u>	Professores apresentam dificuldade em utilizar uma linguagem simbólica própria da Álgebra, que foram adquiridas na trajetória escolar, mas também, são frutos de suas limitações na formação inicial.	Dificuldade das professoras em utilizar uma linguagem simbólica própria da Álgebra revela dificuldades que foram adquiridas durante sua trajetória escolar e limitações em sua formação inicial. (T1;18)
<u>Para que os alunos entrem em contato com o pensamento algébrico, é necessário realizar atividades no sentido de favorecer a produção de significados, conectando os novos conhecimentos ao conhecimento prévio dos alunos (p.93).</u>	Segundo a autora é necessário conectar os conhecimentos novos aos conhecimentos prévios dos alunos favorecendo a produção de significados.	Para que os alunos entrem em contato com o pensamento algébrico, são necessárias atividades que favoreçam a produção de significados, conectando os novos conhecimentos ao conhecimento prévio dos alunos. (T1;19)
<u>Para isso, o professor deve dar significado ao sentido de símbolo, realizando atividades em diversos contextos, permitindo o desenvolvimento do pensamento algébrico e a elaboração de raciocínios cada vez mais abstratos e complexos (p.94).</u>	A autora relata que para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a elaboração de raciocínios cada vez mais abstratos e complexos o professor deve dar sentido ao símbolo.	Professor deve dar significado ao sentido de símbolo, permitindo o desenvolvimento do pensamento algébrico e a elaboração de raciocínios cada vez mais abstratos e complexos. (T1;20)
<u>Professores do Ensino Fundamental precisam compreender que as atividades aritméticas podem ser utilizadas e que podemos explorar outras formas de raciocínio ligadas ao pensamento algébrico. Um bom exemplo é compreender que as propriedades aritméticas básicas são importantes para a aprendizagem da álgebra, como compreender princípios básicos da adição ou multiplicação pode ser uma ponte para compreender aspectos relacionados às expressões numéricas com quantidades conhecidas e desconhecidas (p.131).</u>	Compreender princípios básicos da adição ou multiplicação pode ser uma ponte para compreender aspectos relacionados às expressões numéricas com quantidades conhecidas e desconhecidas. Esses são exemplos de como atividades aritméticas podem ser utilizadas e que podemos explorar outras formas de raciocínio ligadas ao pensamento algébrico.	Atividades aritméticas podem ser utilizadas e podemos explorar outras formas de raciocínio ligadas ao pensamento algébrico. (T1;21) Compreender princípios básicos da adição ou multiplicação pode ser uma ponte para compreender aspectos relacionados às expressões numéricas com quantidades conhecidas e desconhecidas. (T1;22)

<p>[...] é preciso <u>investir na formação inicial e continuada de professores de séries iniciais para a compreensão do ensino de Matemática a partir de uma articulação entre os conteúdos</u> (p.152).</p>	<p>Defende investimento na formação inicial e continuada dos professores que atuam com as “séries iniciais”, para que compreendam a necessidade de uma articulação entre os conteúdos ao ensinar Matemática.</p>	<p>Investir na formação inicial e continuada de professores de séries iniciais para que ocorra a compreensão do ensino de Matemática a partir de uma articulação entre os conteúdos. (T1;23)</p>
--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora

Com o estudo dos textos buscou-se apresentar as unidades de classificação construídas a partir de uma leitura cuidadosa e aprofundada das teses e dissertações que constituem o *corpus* de análise.

Sobre a análise, Moraes (2003, p.196) explicita que: “Uma análise rigorosa implica sempre uma leitura cuidadosa, aprofundada e pormenorizada dos materiais do *corpus*, garantindo-se no mesmo movimento a separação e o isolamento de cada fração significativa”. A partir dessa primeira análise procurou-se estabelecer novas compreensões, a fim de considerar as unidades de classificação para a categorização.

3.7 Construção das categorias a partir das unidades de classificação

Com o intuito de organizar as unidades definidas no processo inicial, agrupando os elementos semelhantes, foram construídas categorias de análise por um processo de auto-organização para a compreensão do fenômeno investigado. A categorização, segundo Moraes (1999, p.18), é o “procedimento de agrupar dados, considerando a parte comum existente entre eles”.

Primeiramente as unidades de classificação foram agrupadas em subcategorias. Para esse agrupamento observou-se a aproximação de contextos e buscou-se constituir a análise mais apurada do problema que se intenciona investigar.

Essa organização em subcategorias, a partir da análise dos excertos, pode ser exemplificada com o trecho “Linguagem algébrica voltada para o desenvolvimento de conceitos antes da existência de uma linguagem simbólica. (T1;7)”. Esse excerto da tese 1 foi elencado na subcategoria identificada como

“Linguagem simbólica”, já que este foi um elemento recorrente nos excertos analisados.

As unidades de classificação e as subcategorias estão organizadas no quadro número 15:

Quadro 15 - Subcategoria de classificação

Subcategorias	Códigos das unidades de classificação
Características	(T2;3), (T2;5), (T3;1), (T3;8), (T4;1), (T4;4), (T5;2), (T5;5), (T5;6), (T5;10), (T7;6), (T7;7), (T8;1), (T8;13), (D1;8), (D2;10), (D5;4), (D5;6), (D6;2), (D6;5), (D6;7), (D7;2), (D9;1), (D10;1), (D10;13), (D11;1), (D11;2), (D11;6), (D12;8), (D13;2).
Generalização	(T1;7), (T3;5), (T5;2), (T7;6), (D8;2), (D11;2), (D15;3), (D16;4), (D16;5), (D19;1).
Aritmética	(T1;4), (T2;4), (T8;7), (D1;6), (D5;3), (D5;5), (D6;8), (D7;3), (D8;7), (D9;7), (D10;7), (D10;11), (D11;6), (D16;7).
Linguagem simbólica	(T1;7), (T2;4), (T4;7), (D2;7), (D2;15), (D3;5), (D3;7), (D5;4), (D6;4), (D11;4), (D11;5), (D6;5), (D7;2), (D8;2), (D12;2), (D12;7), (D12;8), (D16;3), (D17;2), (D17;3), (D19;2).
Possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização	(T3;5), (T1;8), (T9;6), (D2;18), (D7;5), (D9;3), (D12;3).
Aluno protagonista	(T7;11), (T7;12), (T7;13), (T9;3), (D1;4), (D2;6)
Aprendizagem significativa	(D1;12), (D3;4), (D7;1), (D14;2).
Conhecimentos prévios	(T1;19), (D2;13), (D2;14), (D14;2)
Aspecto simbólico da álgebra	(T4;11), (T8;11), (D4;3), (D5;2), (D5;3), (D5;7), (D6;6), (14;3).
Papel do professor na aprendizagem	(T1;3), (T7;5), (D3;4), (D4;4).
O que os alunos devem aprender	(T1;3), (T7;5), (D3;4), (D4;4).
Intencionalidade pedagógica	(T1;20), (T6;11), (T7;1), (T8;18), (T9;11), (D9;13), (D10;11).
Atividades significativas	(T1;11), (T5;8), (D6;1), (D9;10), (D9;13), (D16;1), (D16;8).
Resolução de Problemas	(T1;10), (T6;9), (T7;4), (T9;8), (T9;11), (D1;6), (D5;1), (D10;2), (D10;6).
Uso da Tecnologia	(T1;9), (D1;1), (D1;2), (D4;1), (D4;2), (D4;10), (D7;6), (D7;7).
Contribuições da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico	(T1;22), (T2;6), (T8;6), (D2;16), (D6;3), (D10;14), (D12;6), (D17;9).
Papel do professor no desenvolvimento das ações de ensino de álgebra	(T6;9), (T7;14), (D1;14), (D7;4), (D8;5).
Formação do professor – Inicial	(T1;18), (T2;2), (T4;2), (T4;3), (T9;5), (D2;4), (D3;8), (D15;5), (D18;4), (D18;5), (D20;1), (D20;2), (D20;4), (D20;5), (D20;8)
Formação do professor – Continuada	(T1;16), (T3;10), (T6;1), (T7;2), (T7;3), (T7;10), (D3;1), (D11;11), (D12;1), (D17;7), (D18;2).

Fonte: Elaborado pela autora

Esses primeiros agrupamentos das unidades de classificação, designados

como subcategorias, apontavam para uma compreensão mais ampla, o que possibilitou a apresentação de quatro categorias. No que refere-se as subcategorias: características, generalização, aritmética, linguagem simbólica e possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização, em que as unidades de análise dizem respeito a expressar o que se entende por pensamento algébrico, agrupou-se na categoria **Características do pensamento algébrico**. As subcategorias, aluno protagonista, aprendizagem significativa, conhecimentos prévios, aspectos simbólicos da álgebra, papel do professor na aprendizagem e o que os alunos devem aprender, tendem a evidenciar os principais elementos que compõem a compreensão da categoria **Aprendizagem dos alunos**. Os temas organizados nas subcategorias, intencionalidade pedagógica, atividades significativas, resolução de problemas, uso da tecnologia, contribuições da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico e papel do professor no desenvolvimento das ações de ensino, compõem o *corpus* de análise da categoria **Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra**. As subcategorias, formação do professor – inicial e formação do professor - continuada organizou a categoria **Formação de Professores**.

Quadro 16 - Identificação das categorias e subcategorias.

Categoria	Subcategorias
Características do pensamento algébrico	Características; Generalização; Aritmética; Linguagem simbólica; Possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização.
Aprendizagem dos alunos	Aluno protagonista; Aprendizagem significativa; Conhecimentos prévios; Aspectos simbólicos da álgebra; Papel do professor na aprendizagem; O que os alunos devem aprender.
Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra	Intencionalidade pedagógica; Atividades significativas; Resolução de problemas; Uso da tecnologia; Contribuições da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico; Papel do professor no desenvolvimento das ações de ensino.
Formação de Professores	Formação do professor – inicial; Formação do professor – continuada.

Fonte: Elaborado pela autora

A fim de apresentar as unidades de classificação nas categorias explicitadas, organizou-se o quadro abaixo:

Quadro 17 - As unidades de classificação e a organização em categorias

Categoria	Unidades de classificação
Características do pensamento algébrico	(T1;1), (T1;4), (T1;7), (T1;8), (T1;13), (T1;15), (T2;3), (T2;4), (T2;5), (T3;1), (T3;2), (T3;3), (T3;5), (T3;6), (T3;7), (T3;8), (T4;1), (T4;4), (T4;5), (T4;7), (T4;8), (T5;2), (T5;4), (T5;5), (T5;6), (T5;7), (T5;10), (T6;2), (T6;8), (T7;6), (T7;7), (T7;8), (T8;1), (T8;2), (T8;4), (T8;5), (T8;7), (T8;8), (T8;9), (T8;10), (T8;13), (T8;14), (T8;15), (T8;17), (T9;1), (T9;6), (D1;7), (D1;8), (D1;9), (D1;11), (D2;1), (D2;5), (D2;7), (D2;8), (D2;9), (D2;10), (D2;12), (D2;15), (D2;17), (D2;18), (D3;5), (D3;6), (D4;5), (D4;6), (D4;7), (D4;8), (D5;4), (D5;5), (D5;6), (D6;2), (D6;4), (D6;5), (D6;7), (D6;8), (D6;9), (D7;2), (D7;3), (D7;5), (D7;8), (D8;2), (D8;4), (D8;6), (D8;8), (D8;10), (D9;1), (D9;2), (D9;3), (D9;4), (D9;6), (D9;7), (D10;1), (D10;3), (D10;7), (D10;9), (D10;10), (D10;13), (D11;1), (D11;2), (D11;3), (D11;4), (D11;5), (D11;6), (D11;7), (D11;8), (D12;2), (D12;3), (D12;4), (D12;7), (D12;8), (D13;1), (D13;2), (D13;3), (D13;4), (D13;6), (D14;1), (D14;4), (D15;1), (D15;2), (D15;3), (D15;4), (D16;3), (D16;5), (D16;6), (D16;7), (D16;9), (D17;1), (D17;2), (D17;3), (D17;6), (D19;1), (D19;2), (D19;5), (D19;6), (D20;6), (D20;7).
Aprendizagem dos alunos	(T1;3), (T1;14), (T1;19), (T4;11), (T6;3), (T7;5), (T7;9), (T7;11), (T7;12), (T7;13), (T8;11), (T9;3), (D1;3), (D1;4), (D1;12), (D1;13), (D2;6), (D2;11), (D2;13), (D2;14), (D3;2), (D3;3), (D3;4), (D4;3), (D4;4), (D4;12), (D4;13), (D5;2), (D5;3), (D5;7), (D6;6), (D7;1), (D8;3), (D10;5), (D12;9), (D14;3), (D16;8), (D17;5).
Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra	(T1;6), (T1;9), (T1;10), (T1;12), (T1;17), (T1;20), (T1;21), (T1;22), (T2;6), (T3;4), (T3;9), (T4;6), (T4;9), (T5;1), (T5;3), (T5;8), (T5;9), (T5;11), (T6;4), (T6;5), (T6;6), (T6;7), (T6;9), (T6;10), (T6;11), (T7;1), (T7;4), (T7;14), (T7;15), (T8;3), (T8;6), (T8;12), (T8;16), (T8;18), (T9;8), (T9;11), (D1;1), (D1;2), (D1;6), (D1;10), (D1;14), (D2;2), (D2;16), (D3;7), (D4;1), (D4;2), (D4;9), (D4;10), (D5;1), (D5;9), (D6;1), (D6;3), (D7;4), (D7;6), (D7;7), (D8;1), (D8;5), (D8;7), (D8;9), (D9;10), (D9;13), (D10;2), (D10;4), (D10;6), (D10;8), (D10;11), (D10;12), (D10;14), (D12;5), (D12;6), (D13;5), (D13;7), (D13;8), (D14;2), (D16;1), (D16;2), (D17;8), (D17;9), (D18;3), (D19;4), (D20;9).
Formação de Professores	(T1;2), (T1;5), (T1;16), (T1;18), (T1;23), (T2;1), (T2;2), (T2;7), (T3;10), (T4;2), (T4;3), (T4;10), (T6;1), (T6;12), (T6;13), (T7;2), (T7;3), (T7;10), (T8;19), (T9;2), (T9;4), (T9;5), (T9;7), (T9;9), (T9;10), (D1;5), (D1;15), (D2;3), (D2;4), (D3;1), (D3;8), (D4;11), (D5;8), (D9;5), (D9;8), (D9;9), (D9;11), (D9;12), (D9;14), (D9;15), (D11;9), (D11;11), (D11;12), (D11;13), (D12;1), (D13;9), (D14;5), (D15;5), (D15;6), (D15;7), (D15;8), (D15;9), (D17;4), (D17;7), (D18;1), (D18;2), (D18;4), (D18;5), (D19;7), (D19;7), (D20;3), (D20;5), (D20;8).

Fonte: Elaborado pela autora

Apresenta-se a seguir o que é levado em consideração para definir cada categoria:

Características do pensamento algébrico: nessa categoria apresenta-se, a partir dos excertos elencados, as características do pensamento algébrico e como

os autores das pesquisas avaliam a possibilidade do desenvolvimento deste nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Aprendizagem dos alunos: nesta categoria aponta-se, a partir dos excertos, as considerações sobre como os alunos desenvolvem ou podem desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra: nesta categoria apresenta-se como e quais são os procedimentos que os professores realizam ou devem realizar ao trabalhar com o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Formação de Professores: nesta categoria destaca-se como e quais são as proposições e preocupações da formação inicial e continuada dos professores para o trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com a definição das categorias de análise explicita-se o que de significativo para a compreensão do objeto desta pesquisa mostrou-se nas teses e dissertações analisadas, que constituirão a discussão e interpretação das categorias no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 4

PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O QUE SE EVIDENCIA NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS

Neste capítulo, buscou-se apresentar reflexões acerca das quatro categorias definidas a partir da análise dos dados, a saber: Características do pensamento algébrico, Aprendizagem dos alunos, Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra e Formação de Professores.

Ao longo deste capítulo a análise e interpretação das categorias estão exemplificadas com algumas das unidades de classificação, como apresentado no quadro intitulado: Construção das unidades de classificação, organizado no capítulo anterior. O objetivo neste momento é explicar os aspectos observados na análise.

4.1 Características do pensamento algébrico

Considerando a literatura sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais, bem como as teses e dissertações que se aprofundam no tema, é possível afirmar que os trabalhos realizam uma revisão bibliográfica acerca do pensamento algébrico, gerando debates que nos permitem refletir acerca do pensar algebricamente, no entanto não se revela um consenso.

A fim de explicitar a categoria **Características do pensamento algébrico**, expomos análises sobre os elementos que compõem esta discussão, os quais são definidos como: características, generalização, aritmética, linguagem simbólica e possibilidades do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

As teses e dissertações analisadas apresentam elementos que caracterizam o pensamento algébrico, as quais exemplificam-se a partir de algumas das unidades de classificação.

Quadro 18 - Excertos das teses e dissertações sobre a caracterização do pensamento algébrico

“Caracterização do pensamento algébrico, a compreensão ao sentido do termo desconhecido, como parte conhecida do problema (RADFORD, 2013) com o raciocínio analítico”. (T8;13)

“Definição de pensamento algébrico consiste, em primeira instância, de uma maneira particular de refletir sobre objetos matemáticos [...] caracteriza o pensamento algébrico são três elementos que estão diretamente relacionados: i) caráter indeterminado; ii) tratamento analítico; e, iii) uso de

símbolos para designar objetos”. (D5;6)
“O pensamento algébrico tem como característica o estabelecimento de relações que podem envolver equivalências, regularidades, percepções de aspectos invariantes e comparação entre grandezas. A formulação de conjecturas e validação das mesmas e a transição entre notações para representar uma mesma ideia matemática, assim como a interpretação de dados representados em figuras, tabelas e gráficos também são elementos caracterizadores deste pensamento que tem como um dos principais elementos generalização, seja de padrões, ou de relações”. (D6;7)
“Entender o pensamento algébrico como (1) capacidades de representação (simbólica formal, linguagem materna ou desenhos) de situações no escopo da própria Matemática ou externa a ela, mas que estão sujeitas à matematização, (2) como as capacidades de realizar operações, por meio da linguagem algébrica ou não, em qualquer contexto numérico ou estrutural da própria matemática e, ainda, (3) como as capacidades de se generalizar sequências numéricas e de manipulação de objetos algébricos como expressões, equações, funções”. (D11;1)
“Consideramos o pensamento algébrico, no Ciclo de Alfabetização, como a identificação, observação, compreensão de padrões e regularidades que possam ser generalizadas sem a necessidade do uso de uma linguagem formal algébrica”. (D12;8)
“Caracterizamos como pensamento algébrico estabelecer relações entre os dados da tarefa, construir significados, relacionar e trabalhar com o termo desconhecido, modelar as situações e expressar matematicamente; e generalizar. Isso de forma progressiva”. (D13;2)

Fonte: Elaborado pela autora

Múltiplas são as abordagens explicitadas pelos autores das teses e dissertações analisadas ao discutirem sobre o pensamento algébrico. Neste sentido, corrobora-se com Lins e Gimenez, quando expressam que “[...] não há consenso do que seja pensar algebricamente. Há, é verdade certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equação, cálculo literal, funções, por exemplo” (LINS; GIMENEZ 1997, p.89).

Observa-se no Quadro 18, que não se estabelece uma definição para pensamento algébrico. No entanto, evidencia-se que diversas são as caracterizações para os modos de produzir significados para os objetos e processos da álgebra e que organizam o pensamento algébrico. Nesta direção, é possível afirmar que esta categoria é dotada de uma complexidade em sua construção, a qual pressupõe uma forma particular de reflexão sobre os objetos matemáticos, compreensão sobre os termos desconhecidos, bem como relações envolvendo equivalência, regularidades, percepções de aspectos invariantes e comparação entre grandezas, identificação, observação, compreensão de padrões e regularidades, entre outras formas de explicar o que caracteriza o pensamento algébrico.

Esta complexidade, foi explicitada por Radford (2006, p. 2), ao afirmar não haver uma definição precisa para pensamento algébrico devido ao “[...] extenso escopo de objectos (por exemplo, equações, funções, padrões, etc.) e processos algébricos (inversão, simplificação, etc.), bem como os vários modos possíveis de

conceber o pensamento em geral”.

No quadro abaixo, estão alguns apontamentos em relação a generalização, enquanto uma característica do pensamento algébrico:

Quadro 19 - Excertos das teses e dissertações sobre generalização

“Processo da generalização no desenvolvimento do pensamento algébrico já nas séries iniciais, permitindo ao aluno gradualmente aprimorar seu pensamento matemático”. (T3;5)
“O desenvolvimento do pensamento algébrico nas aulas de matemática ainda parte do pressuposto da ideia de generalização da aritmética e do processo de contagem para álgebra, ou seja, da particularidade para a generalidade e não ao contrário”. (T5;2)
“Central ao pensamento algébrico é a ideia de generalização”. (T7;6)
“Considerar a generalização, a argumentação e a expressão como partes constituintes do processo de aprendizado da Álgebra é admitir que o aprendizado algébrico não está restrito exclusivamente à compreensão dos símbolos e manipulação de expressões envolvendo incógnitas e variáveis, mas também deve contemplar formas de pensar generalistas, argumentativas e com maior poder de representação de ideias matemáticas, o que amplia consideravelmente o horizonte de contextos nos quais o pensamento algébrico pode desempenhar algum papel importante”. (D8;2)
“Aspectos centrais do pensamento algébrico é a generalização, seja de padrões aritméticos, sequências numéricas, pictóricas ou geométricas”. (D11;2)
“A generalização como um importante processo de raciocínio matemático em que se parte uma conjectura específica para uma conclusão geral”. (D15;3)
“A generalização tem se mostrado um caminho propício para o desenvolvimento do pensamento algébrico”. (D16;4)

Fonte: Elaborado pela autora

Evidencia-se nos excertos algumas aproximações. De maneira geral, os autores analisados enfatizam a generalização no que tange o desenvolvimento do pensamento algébrico, mesmo que o significado e a tônica sobre a generalização não se apresentam em todos os trabalhos da mesma forma. O processo de generalização é considerado como uma forma de estruturar do pensamento, que presume a generalização de situações particulares à ideias gerais, como apontado por Schliemann, Carraher e Brizuela (2007).

A partir dos excertos citados no Quadro 18, a generalização pode ser considerada uma das características para o desenvolvimento do pensamento algébrico, ao considerar a compreensão objetiva do sujeito diante dos fenômenos matemáticos. Ou seja, a generalização compreende o raciocínio em busca de uma constatação válida, como afirma Ponte, Branco e Matos (2009, p.10), ao explicitarem que os alunos serão compelidos a “[...] descobrir e comprovar propriedades que se verificam em toda uma classe de objetos”. Nesta direção, a generalização está na base do conhecimento algébrico, sendo um importante caminho para sua apropriação (MASON, 1996). O papel da generalização, no que se refere ao

pensamento algébrico, não se apresentou de modo consensual. A generalização foi tomada como um dos aspectos do pensamento algébrico, até mesmo o central, como um caminho para o desenvolvimento do pensamento algébrico, ou ainda como um processo do raciocínio matemático.

Na direção de compreensão da estrutura organizacional do pensamento algébrico, mostra-se relevante refletir sobre o lugar que ocupa a aritmética no desenvolvimento do pensamento algébrico, o que se evidencia ao analisarmos os excertos do quadro abaixo:

Quadro 20 - Excertos das teses e dissertações sobre a aritmética e o desenvolvimento do pensamento algébrico

“Atividades que unam o pensamento aritmético e algébrico”. (T1;4)
“A criança pode expressar seu pensamento algébrico de diversas formas, seja através da linguagem natural, linguagem geométrica, seja por meio de desenho ou figuras, quando tem contato com a Aritmética elementar, no início do desenvolvimento do conceito de número”. (T2;4)
“Para a TO, a aritmética colabora no desenvolvimento do pensamento algébrico, na distinção entre eles, não uma continuidade com caminhos alternativos, como o uso de propriedades das operações”. (T8;7)
“Conceitos relativos à aritmética podem ser considerados potencialmente algébricos por se apresentarem passíveis de serem generalizados”. (D5;5)
“O pensamento algébrico pode ser manifestado por meio do uso da aritmética, com a utilização da simbologia própria da álgebra e também pode ser manifestado com o auxílio da simbologia aritmética, linguagem natural ou informal”. (D6;8)
“Importância de trabalhar situações que interligam a aritmética e álgebra já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sem usar uma linguagem abstrata”. (D7;3)
“Separar os dois saberes (aritmético e algébrico) ao longo da vida do sujeito é desconsiderar os conhecimentos que ele foi adquirindo e internalizando em sua trajetória. Essa cisão prejudica, principalmente, a constituição do pensamento algébrico”. (D10;7)
“Quando afirmamos que Aritmética é Álgebra, queremos expressar que a Aritmética, em todo seu escopo de estudo, possui um caráter inerentemente algébrico”. (D11;6)
“Trabalhar desde os anos iniciais com a Aritmética como parte integrante do pensamento algébrico e com tarefas para o desenvolvimento do pensamento funcional é de grande relevância, pois tornará a aprendizagem matemática mais rica e interessante”. (D16;7)

Fonte: Elaborado pela autora

Considerando o escopo de excertos apresentados, no que refere-se ao pensamento aritmético e algébrico, salienta-se que há diferentes formas de representação da álgebra e que a simbologia aritmética é uma dentre elas, apresenta-se a distinção entre o pensamento aritmético e algébrico, porém a aritmética corrobora com o pensamento algébrico, aponta-se que os conceitos aritméticos são passíveis de generalização, portanto potencialmente, algébricos e que atividades que unam o pensamento aritmético e algébrico devem ser realizadas.

Neste sentido:

[...] atividade aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de

generalidade e [...] quando dissemos que a diferença entre álgebra e aritmética era de tratamento, de foco, estávamos sugerindo não apenas que uma se beneficia da outra, como também que uma depende da outra (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 112-113).

A aritmética e a álgebra podem ser desenvolvidas em conjunto, uma vez que se pode explorar situações-problemas, nas quais o pensamento algébrico se manifesta, podendo ser expresso com ou sem a necessidade de uma linguagem simbólica, considerando que “[...] O que precisamos fazer é entender de que modo álgebra e aritmética se ligam, o que elas têm em comum. Feito isso, teremos encontrado uma verdadeira raiz, o que nos permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 113).

É possível constatar que, os trabalhos trazem à discussão o desenvolvimento do pensamento algébrico relacionado com a aritmética e alguns demonstram a possibilidade em que o pensamento algébrico possa ser desenvolvido a partir ou em conjunto com a aritmética. Neste sentido, os autores Luna e Souza apontam que é necessário compreender “[...] que a aritmética é uma parte da álgebra, e que, para se desenvolver um trabalho com a aritmética algebricamente, é preciso desenvolver atividades com enfoques diversos [...]” (LUNA; SOUZA, 2013, p. 833).

Na intenção de avançar no processo de entendimento acerca do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização, a linguagem simbólica necessita ser compreendida, considerando que é possível verificar nas pesquisas um entendimento que salienta a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico, mesmo que os alunos não façam uso de uma linguagem simbólica.

Vejamos no quadro abaixo exemplos de como se apresentam as unidades de classificação que referenciam a linguagem simbólica:

Quadro 21 - Excertos das teses e dissertações sobre a linguagem simbólica

“Linguagem algébrica voltada para o desenvolvimento de conceitos antes da existência de uma linguagem simbólica”. (T1;7)
“Regras gerais que podem ser aplicadas a certas situações, as quais podem adquirir forma nas representações simbólicas da criança, mas não necessariamente correspondem aos signos algébricos usuais”. (T4;7)
“O pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica algébrica”. (D2;7)
“Pensamento algébrico, consideramos que a base para a emergência deste tipo de pensamento é a capacidade de generalização antes de ser representada por meio de uma linguagem simbólica, pode ser expressa por meio da linguagem natural e por outras diversas formas”. (D5;4)
“O pensamento algébrico antecede a aprendizagem da linguagem simbólica”. (D6;5)
“O pensamento algébrico pode ser representado por diferentes formas de expressão, articulando

com outras áreas da matemática, como a aritmética, geometria, linguagem natural ou até mesmo de uma linguagem simbólica própria”. (D7;2)
“Early Algebra, não visa criar mais um bloco de conteúdos a ser ensinado, e sim como tratar temas que já constam no currículo escolar de forma diferente, com vistas a desenvolver o pensamento algébrico. O objetivo principal é que as crianças se familiarizem com conceitos e ferramentas algébricas, o quanto antes, em sua vida escolar, sem a necessidade do uso de definições e simbologia”. (D12;2)
“Símbolos são essenciais para toda Matemática. Porém, faz-se necessário que eles representem algo significativo para os alunos para que este construa um pensamento algébrico. Essa construção, muitas vezes, acontece antes mesmo da apresentação de símbolos e números às crianças”. (D17;2)
“O simbolismo importante para a Álgebra, não como um conjunto de regras, mas como um meio de representar ideias”. (D19;2)

Fonte: Elaborado pela autora

Os trabalhos assentem que a linguagem algébrica precede a linguagem simbólica, como exemplificam alguns excertos, quando afirmam que a linguagem algébrica é voltada para o desenvolvimento dos conceitos, precedendo a linguagem simbólica e que a linguagem natural e outras formas de representação também precedem a linguagem simbólica. Defende-se que há representações simbólicas infantis próprias, desenvolvidas em diferentes níveis, nos diferentes tipos de noções algébricas, ressaltando a importância do simbolismo como representação das ideias, como algo significativo para os alunos.

Ao se remeter ao pensamento algébrico nas séries iniciais, é necessário salientar que:

[...] envolve o desenvolvimento de formas de pensar no âmbito das atividades para as quais a linguagem simbólica pode ser usada como uma ferramenta, mas que não são exclusivas para álgebra e com as quais podem se envolver sem usar qualquer linguagem simbólica, tais como analisar relações entre quantidades, observar a estrutura, estudar variações, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, provar e prever (KIERAN, 2004, p. 149)²².

É importante destacar que a linguagem simbólica pode apresentar-se nas atividades realizadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, porém não deve ser a única forma de desenvolvê-lo.

Depois de discutir alguns aspectos referentes ao desenvolvimento do

²² No texto em inglês lê-se: “Algebraic thinking in the early grades involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in without using any letter-symbolic algebra at all, such as, analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change, generalizing, problem solving, modeling, justifying, proving, and predicting” (KIERAN, 2004, p. 149).

pensamento algébrico, bem como o uso de uma linguagem simbólica, convém salientar a possibilidade de desenvolvê-lo nos anos iniciais de escolarização, apresentando as justificativas desenvolvidas nas teses e dissertações.

Quadro 22 - Excertos das teses e dissertações sobre a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização

“Processo da generalização no desenvolvimento do pensamento algébrico já nas séries iniciais, permitindo ao aluno gradualmente aprimorar seu pensamento matemático”. (T3;5)
“[...] identificamos a presença do pensamento algébrico nas resoluções dos estudantes, de modo que confirmamos que sua iniciação pode e deve ocorrer desde os primeiros anos da escolaridade.” (D2;18)
“Pensamento algébrico desde os anos iniciais, trabalhando de forma conjunta o pensamento aritmético e algébrico através de atividades “[...] de detectar a estrutura, estudar a mudança, generalizar e justificar”. (D7;5)
“A Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico podem - e devem - estar presentes nas aulas dos alunos que frequentam as classes dos Anos Iniciais, uma vez que esses demonstram condições/habilidades de pensar algebricamente”. (D9;3)
“Indicação da necessidade de se desenvolver o pensamento algébrico desde a mais tenra idade, ou seja, desde a educação infantil no caso do sistema de educação brasileiro”. (D12;3)

Fonte: Elaborado pela autora

As pesquisas analisadas se diferem em suas justificativas no que tange à defesa do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Considera-se que já nos anos iniciais os alunos demonstram condições/habilidades de pensar algebricamente e que então devam realizar atividades que estimulem o processo da generalização no desenvolvimento do pensamento algébrico, que pode se dar em conjunto com o aritmético, por meio de atividades que observem a estrutura, a mudança, a generalização e a justificação.

Sobre isso Castro (2003, p.6) destaca “[...] melhores resultados têm sido alcançados quando alunos iniciam a educação algébrica desde as séries iniciais da escola básica [...]”, considerando que o professor neste momento poderá introduzir o pensamento algébrico de forma concreta, buscando a produção de significados adequados às relações simbólicas apresentadas pelos alunos.

Outros autores já mencionados como Blanton e Kaput (2005); Lins e Gimenez (1997); Kieran (2004); Fiorentini, Miguel e Miorim (1993); Ponte Branco e Matos (2009) e Kaput (1999), apresentados no capítulo dois desta dissertação, também defendem a ideia do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização.

Pode-se também exemplificar a defesa do trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização a partir dos documentos

oficiais da educação brasileira, a exemplo da BNCC, quando enfatiza:

[...] o trabalho com a álgebra, no início da escolaridade, contribui para que os/as estudantes desenvolvam um tipo de raciocínio específico, denominado pensamento algébrico. Essa ideia, atualmente considerada, diferencia-se de uma ideia de álgebra escolar como um processo de manipulação de símbolos. Nessa perspectiva, algumas dimensões do trabalho com a álgebra estão presentes nos processos de ensino e de aprendizagem, desde os anos iniciais, como as ideias de regularidade, de generalização e de equivalência (BRASIL 2018, p. 278).

Deste modo, a BNCC valida o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ao passo que apresenta ainda a defesa de que o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico seja diferenciado da ideia de álgebra, enquanto processo de manipulação de símbolos.

Outro exemplo de documento que referencia o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental é uma publicação do Ministério da Educação de Portugal elaborada por Ponte, Branco e Matos (2009) intitulada "Álgebra no Ensino Básico", que "[...] constitui um material de apoio ao trabalho dos professores no âmbito do *Programa de Matemática do Ensino Básico*" (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p.3, grifo dos autores).

Há ainda outro material que destaca a possibilidade do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o e-book "O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática", organizado por Nacarato e Custódio (2018) e disponibilizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). O trabalho descrito no e-book envolve dados de um projeto de investigação desenvolvido pelo Grupo Colaborativo em Matemática (GRUCOMAT) da Universidade São Francisco (UFS), de Itatiba (SP), e os resultados apresentados neste trabalho contribuem significativamente para a construção de ações de ensino que desenvolvam o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com base no exposto, sobre o trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental nos documentos oficiais da educação brasileira, em documentos internacionais, em obras como o e-book mencionado, nos trabalhos dos pesquisadores que realizam investigações sobre o tema e a partir deste estudo, por meio da análise das teses e dissertações, revela-se ser possível desenvolvê-lo a partir dos anos iniciais.

4.2 Aprendizagem dos alunos

A todo instante os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, explicando, generalizando, medindo, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura. A Matemática apresenta-se cotidianamente na vida dos alunos, sendo importante seu entendimento para que se possa compreender as relações presentes nos saberes e fazeres próprios da cultura.

Para a compreensão de como se dá a **Aprendizagem dos alunos** no que se refere ao pensamento algébrico nos trabalhos analisados, deve-se primeiramente considerar que esta compreensão está relacionada com as bases teóricas explícitas ou implícitas que fundamentam cada um dos trabalhos. Assim, para discutir sobre a aprendizagem, considerou-se os seguintes pontos: aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem, aprendizagem significativa, conhecimentos prévios, aspectos simbólicos da álgebra, papel do professor no processo de aprendizagem e quais conceitos os alunos devem aprender relacionados ao pensamento algébrico, os quais estão apresentados nos quadros seguintes.

Algumas das teses e dissertações analisadas evidenciam o papel do aluno protagonista de sua aprendizagem, defendendo a ideia que esta postura corrobora para um melhor desenvolvimento dos conceitos. Expressam a possibilidade do protagonismo dos alunos a partir de diferentes formas de organização do ensino. A seguir apresentamos alguns excertos.

Quadro 23 - Excertos das teses e dissertações sobre aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem

“O professor incentiva seus alunos a encontrar diversas estratégias de resolução, coloca os solucionadores como protagonistas que vão adquirindo mais confiança, melhorando sua autoestima, trabalham com diversos tipos de problemas, principalmente os abertos e proporciona para os alunos um ambiente para o fazer matemático tendo como objetivo o desenvolvimento dos processos do pensamento matemático, tais como visualização, generalização, abstração, representação e argumentação”. (T7;11)
“Efeitos e atitudes na aplicação dos problemas em sala de aula, considerando os diversos contextos escolares: entusiasmo, facilita o desenvolvimento da aula, observação do pensamento e as tentativas dos alunos, trouxe mais segurança para os alunos, trabalho com atividades desafiantes, os alunos se sentem mais confiante em relação à Matemática”. (T7; 12)
“Os alunos têm muito para nos ensinar quanto às abordagens a serem utilizadas no desenvolvimento de formas particulares de pensar a Álgebra nos anos iniciais”. (T9;3)
“Promover um ambiente de ensino e aprendizagem em que os estudantes possam comunicar suas ideias, apresentar suas perspectivas, discutir a respeito de como representaram o problema, entre outras”. (D2;6)

Fonte: Elaborado pela autora

Compreende-se que, no que tange à organização do ensino, a participação ativa dos alunos desenvolve a possibilidade de comunicação de suas ideias, promovendo confiança e segurança na discussão dos conceitos abordados, pois “[...] o aluno precisa ultrapassar o papel de passivo, de escutar, ler, decorar e de repetidor fiel dos ensinamentos do professor e tornar-se criativo, crítico, pesquisador e atuante, para produzir conhecimento” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013. p. 71). Para tanto o papel do professor é fundamental na mudança de postura do aluno, desenvolvido a partir de uma relação de interdependência entre professor e alunos.

A caracterização do aluno como protagonista de sua aprendizagem está presente nos documentos oficiais que nortearam a educação brasileira, como o PCN “aluno protagonista da construção de sua aprendizagem” (BRASIL, 1997, p. 40) ou que ainda norteiam como a BNCC (2018), a qual propõe que as crianças sejam protagonistas de seus próprios aprendizados, tendo cada vez mais voz e participação nos processos de aprendizagem.

Outro ponto de destaque está relacionado aos aspectos da aprendizagem ser significativa ao estudante, por meio de encaminhamentos pedagógicos intencionais e motivadores da aprendizagem que são organizados pelos professores. Daí a importância do professor conhecer com propriedade seu objeto de estudo e saber organizá-lo didática e metodologicamente, conforme destaca-se no quadro a seguir:

Quadro 24 - Excertos de dissertações sobre aprendizagem significativa

“Quando os alunos são motivados a buscar soluções e os professores trabalham com os conhecimentos prévios, isto pode levar a uma aprendizagem significativa”. (D1;12)
“Conhecer o modo como os alunos aprendem, considerando seus aspectos pessoais, intelectuais e culturais são condições decisivas para o desenvolvimento do processo de ensino”. (D3;4)
“Os professores podem propiciar atividades que contribuam para uma aprendizagem significativa da álgebra formal. A aprendizagem só acontece se os alunos forem capazes de relacionar o novo saber como o que já conheciam”. (D7;1)
“[...] a álgebra tem seu uso convencional em resolver situações-problema que envolvam equações e/ou inequações. Ela se interliga a qualquer outro assunto dentro da Matemática e serve como base para aprendizagem de outros conteúdos”. (D14;2)

Fonte: Elaborado pela autora

Considerando que ao tratar de aprendizagem significativa, os excertos destacados vinculam a ideia de desenvolver os novos conhecimentos a partir dos

conhecimentos prévios, assim os professores devem promover atividades que contribuam com a aprendizagem significativa da álgebra formal.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 34) explicam que “a aprendizagem significativa envolve a aquisição de novos significados e os novos significados, por sua vez, são produtos da aprendizagem significativa”. Ou seja, para que o aluno apreenda novos significados, estes devem estar relacionados a um processo de aprendizagem significativa.

Salienta-se neste sentido que determinado conhecimento já existente no arcabouço de conhecimentos do aluno, permite que ele dê significado a um novo conhecimento. De acordo com Moreira:

É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não literal e não arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva. (MOREIRA, 2012, p. 2)

Ao considerar a relação estabelecida por Moreira (2012), no que tange a caracterização da aprendizagem significativa, pode-se inferir que a organização e aplicação de atividades que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico no início da escolarização, que sejam significativas e compreensíveis aos alunos, podem resultar em conexões com os conhecimentos matemáticos futuros.

A relação entre as atividades e a aprendizagem significativa, estabelece outro aspecto da discussão, que é a importância dos conhecimentos prévios para esse processo. No quadro abaixo estão excertos que se referem à importância dos conhecimentos prévios:

Quadro 25 - Excertos das teses e dissertações sobre conhecimentos prévios

“Para que os alunos entrem em contato com o pensamento algébrico, favorecendo a produção de significados, conectando os novos conhecimentos ao conhecimento prévio dos alunos”. (T1;19)
“Construção da aprendizagem na medida em que o estudante vai produzindo relações e atribuindo significados para os conceitos a partir do que ela já sabe, ou seja, de seus conhecimentos prévios; enfim, esse pensamento envolve: formulação de conjecturas; estabelecimento de relações; utilização de diferentes notações para uma mesma tarefa; estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes, como comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, justificação e validação de ideias; etc.”. (D2;13)
“Construção da aprendizagem na medida em que o estudante vai produzindo relações e atribuindo significados para os conceitos a partir do que ele já sabe, ou seja, de seus conhecimentos prévios”. (D2;14)

Fonte: Elaborado pela autora

Ao analisar os excertos das teses e dissertações aqui representados, a ideia da aprendizagem significativa está atrelada aos conhecimentos prévios para que, a medida que o aluno produza novas relações, estas partam de conceitos que ele já domine. Nesse sentido, é importante que se inicie o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos conhecimentos prévios dos alunos e em um dos excertos exemplificam-se alguns conceitos que podem ser prévios “[...] estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes, como comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, [...]”, os quais podem ser considerados elementos para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nesta direção,

[...] se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação (ARAÚJO, 2008, p. 336-337).

Neste aspecto que correlaciona aprendizagem significativa aos conhecimentos prévios, indica-se outra preocupação relacionada à aprendizagem dos alunos quanto ao aspecto simbólico da álgebra, representada nas seguintes unidades:

Quadro 26 - Excertos da teses e dissertações sobre aspectos simbólicos da álgebra

<p>“Isto indica que é possível o desenvolvimento de intervenções pedagógicas que mobilizem o pensamento algébrico desde os anos iniciais, porém é preciso ter em vista que as representações são muito particulares e que as expressões utilizadas pelas crianças revelam o nível das estratégias mentais que elas são capazes de alcançar para diferentes tipos de noções algébricas”. (T4;11)</p>
<p>“Pelos estudos de Vygotsky a criança já chega com subsídios de conhecimentos, como no caso da noção do sistema simbólico algébrico, sendo necessárias atividades que proporcionem a compreensão dos procedimentos que regem esse sistema, o qual é efetivado pela mediação do professor. Esse processo de mediação irá proporcionar a internalização de procedimentos, sistema de linguagem e regras que regem esse sistema, que se operacionaliza pela transformação do pensamento e não de transferência”. (D4;3)</p>
<p>“Educador matemático considerar todo o processo de desenvolvimento do estudante até atingir a apropriação dos conceitos algébricos e suas representações por meio de simbolismo padrão, atribuindo maior relevância para os recursos semióticos que o estudante utiliza, em especial, à linguagem natural”. (D5;7)</p>
<p>“A introdução à simbologia algébrica sem a construção de sentido para os estudantes pode ser uma barreira para a aprendizagem da álgebra”. (D6;6)</p>
<p>“A construção do pensamento algébrico e reconhecimento dos símbolos desde cedo ajuda a minimizar problemas futuros, pois a aprendizagem é feita continuamente”. (D14;3)</p>

Fonte: Elaborado pela autora

A partir do escopo dos excertos acima apresentados no desenvolvimento do pensamento algébrico os estudos são abrangentes no entendimento sobre o uso da linguagem simbólica, porém convergem na importância do desenvolvimento gradativo, considerando a linguagem simbólica como expressão de representações algébricas próprias que revelam o nível de estratégias mentais dos alunos.

Considerando o contexto da construção de significado para a álgebra e suas linguagens, o uso de uma linguagem simbólica formal não necessariamente explicita um pensamento algébrico, se for inserida desprovida de significado, sem que ocorra a compreensão da linguagem simbólica como um sistema de signos que favoreça a generalização. Por outro lado, o aluno pode desenvolver o pensamento algébrico sem representá-lo em uma linguagem simbólica, assim como quando percebe as relações de igualdade em termos de números e operações aritméticas. Neste sentido:

o pensamento algébrico não se reduz ao simbolismo, ou seja, apenas a apropriação de uma linguagem simbólica, uma vez que este compreende o estabelecimento de relações, identificação de padrões e regularidades, reconhecimento de propriedades, generalização, interpretação, reflexão, resolução de problemas, modelagem, entre outras características. Logo, pode ser desenvolvido em qualquer etapa escolar (SOUZA, SILVA, 2016, p.4)

Considerando que o desenvolvimento do pensamento algébrico, pode ocorrer nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a predominância dos aspectos não simbólicos nesse etapa, cabe ao professor compreender as possibilidades, formas e conceitos adequados para desenvolvê-lo.

Ao referir-se ao processo de aprendizagem não se deve desvincular a figura do professor deste, pois ele é o responsável por realizar intervenções pedagógicas na direção de articular os conhecimentos prévios dos alunos aos novos conceitos a serem desenvolvidos, que possibilitem aprendizagens significativas. Portanto, neste processo, é necessário que o professor entenda as formas de apreensão dos conceitos pelos alunos, apesar de conceber que o processo de aprendizagem e de ensino são indissociáveis. Faz-se esse recorte, ainda que de forma arbitrária, para destacar alguns aspectos essenciais do processo de aprendizagem e a função pormenorizada do professor. Neste sentido, cabe ressaltar que nos trabalhos analisados, o papel do professor é considerado como fundamental no processo de

aprendizagem, conforme apontam os excertos abaixo:

Quadro 27 - Excertos das teses e dissertações sobre o papel do professor no processo de aprendizagem

“Entender quais atividades facilitam a apreensão pelos alunos”. (T1;3)
“Conhecer o modo como os alunos aprendem, considerando seus aspectos pessoais, intelectuais e culturais são condições decisivas para o desenvolvimento do processo de ensino”. (D3;4)
“Teorias apresentadas, diversas contribuições para a compreensão da aprendizagem, que podem proporcionar ao educador direcionamento no trato sobre o ensino e aprendizagem de álgebra e o entendimento dos processos de formação e desenvolvimento sólido dos conceitos”. (D4;4)

Fonte: Elaborado pela autora

É ressaltado a importância de o professor compreender como o aluno aprende os conceitos e adquire conhecimentos. Complementa-se esse entendimento, ao estabelecer que o professor deva considerar as diferentes teorias que embasam o trabalho do educador em relação ao direcionamento sobre o ensino e aprendizagem de álgebra.

Destaca-se a partir dos excertos que o professor apresenta contribuições em relação a aprendizagem dos alunos, a partir do conhecimento de como se dá o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Em relação ao papel do professor no processo de aprendizagem dos alunos corrobora-se com Hilário *et al* quando afirmam:

Para que este processo ocorra com mais significância, é indispensável o professor acompanhar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos seus alunos, no sentido de auxiliar este processo por meio de metodologias de ensino adequadas. Daí a importância de estudarmos a respeito de como pensam os alunos algebricamente (HILÁRIO *et al*, 2021, p.5).

Entendido o papel do professor no processo de aprendizagem e no acompanhamento para o desenvolvimento do pensamento algébrico, na busca de conhecimento que desvende ao professor como os alunos pensam algebricamente, torna-se pertinente a discussão sobre quais conceitos/conteúdos os alunos devem aprender, relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico. A seguir, apresentam-se alguns indicativos:

Quadro 28 - Excertos das teses e dissertações sobre quais conceitos os alunos dos anos iniciais devem aprender relacionados ao pensamento algébrico

“Processos essenciais para a compreensão algébrica, como a procura de padrões e regularidades, o estabelecimento de relações, transformações de expressão aritmética para algébricas e entendimento do significado de símbolos”. (T1;14)
“Aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação”. (T7;9)

“No desenvolvimento do pensamento algébrico, a criança pode usar as ideias matemáticas que possui e tentar simplificar o número com símbolos, que não precisam ser variáveis, o que pode ajudar a constituir o raciocínio algébrico”. (D10;5)

“É necessário que os alunos sejam capazes de representar e raciocinar algebricamente, além de terem a habilidade de resolver problemas em diversas situações, que envolvam os vários conceitos matemáticos/algébricos a partir dos primeiros anos de escolaridade e desenvolvê-los durante os anos seguintes”. (D17;5)

Fonte: Elaborado pela autora

Ao analisar nos trabalhos os conceitos que estão relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, que os alunos dos anos iniciais devem aprender, destacam-se alguns como os dos excertos acima apresentados: a ideia de que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido concomitantemente com o sentido do número e que o trabalho com padrões e regularidades, o estabelecimento de relações, as transformações de expressões aritméticas para expressões algébricas e o entendimento do significado dos símbolos, são processos essenciais à compreensão algébrica.

Há uma gama de conceitos/conteúdos que possibilitam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, sendo impossível elencar todos sem que se deixe de contemplar alguns destes conceitos.

Tanto nas teses e dissertações analisadas, nos textos dos autores abordados no capítulo 2, bem como de outros autores apresentam-se conceitos/conteúdos que são propícios para o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico, como na indicação de Silva e Ciríaco (2021) para o 3º ano do Ensino Fundamental:

[...] identificar regularidades em sequências que exploram os números naturais, a utilização de continuidades que abordem as operações de adição e subtração. Descreve por meio de símbolos ou figuras o conceito de igualdade na perspectiva sequencial, [...] o padrão de regularidade (SILVA; CIRÍACO, 2021, p.126).

Os conceitos apresentados para o desenvolvimento do pensamento algébricos, muitas vezes se fundem às ações de ensino, como observado na indicação de Silva e Ciríaco: “identificar regularidades em sequência que exploram os números naturais”, já associado a forma de desenvolver o conceito para relacioná-lo ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Reitera-se, assim, o papel do professor na compreensão da importância da constituição do pensamento algébrico dos alunos, bem como na forma de desenvolvê-lo, considerando os conceitos/conteúdos que possibilitam o

desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização.

Destaca-se que não ocorre uma unidade sobre quais conceitos/conteúdos devem ser aprendidos pelos alunos dos anos iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, porém há algumas aproximações nas possibilidades relacionadas, por exemplo, quanto às relações de regularidades, variação e modelação, bem como, na associação da álgebra com a aritmética.

4.3 Desenvolvimento de ações de ensino de álgebra

A partir das considerações realizadas acerca da caracterização do pensamento algébrico e a aprendizagem dos alunos, segue-se a discussão sobre as ações de ensino.

Para a apresentação das questões relacionadas ao **Desenvolvimento das ações de ensino de álgebra** nos trabalhos analisados, foram considerados os seguintes aspectos: intencionalidade pedagógica do professor, intencionalidade das ações de ensino, desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da resolução de problemas, uso da tecnologia e contribuições da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

É imprescindível que a organização do trabalho pedagógico seja intencional, nesse sentido, as ações de ensino devem ser planejadas com clareza, devendo o professor realizar as intervenções necessárias, para que ocorra a apropriação dos conceitos pelos alunos.

Nessa direção, a intencionalidade pedagógica do professor ao propor ações de ensino que promovam sentido e compreensão aos estudantes é evidenciada nos trabalhos analisados e apresentados no quadro a seguir:

Quadro 29 - Excertos das teses e dissertações sobre a intencionalidade pedagógica do professor

“Professor deve dar significado ao sentido do símbolo, permitindo o desenvolvimento do pensamento algébrico e a elaboração de raciocínios cada vez mais abstratos e complexos”. (T1;20)
“Cabe ao professor construir, selecionar ou adaptar os materiais apropriados para permitir que os alunos conjecturem, investiguem e comuniquem matematicamente”. (T6;11)
“O professor tem um papel muito importante na implementação de atividades que visam criar em sua sala de aula, em um ambiente escolar centralizado na resolução de problemas e nos processos do pensamento matemático”. (T7;1)
“Professor, que não deve limitar a sua ação a uma tarefa apresentada em um livro ou material didático, posto que, é no labor conjunto, nas ações colaborativas e críticas, na problematização e

reflexão que o encontro com o saber acontece”. (T8;18)
“A ação intencional do professor, orientada para os conhecimentos científicos, é promissora no desenvolvimento e na aprendizagem dos alunos. Logo, há que se pensar em uma organização do ensino no qual seja priorizada a elaboração conceitual - promovendo a articulação entre os conhecimentos cotidianos e os científicos - visando à formação integral dos sujeitos em suas máximas possibilidades”. (T9;11)
“Não se trata de tarefas específicas para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, mas, antes, de tarefas com potencial algébrico, potencialidade essa que cabe ao professor, por meio de seu conhecimento matemático fomentar”. (D9;13)
“Não basta apenas as tarefas serem potencializadoras do pensamento algébrico, fazem-se necessárias mediações problematizadoras”. (D10;11)

Fonte: Elaborado pela autora

O papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico faz-se presente nas teses e dissertações analisadas. Dar sentido ao símbolo por meio de tarefas diversificadas e exploratórias que trabalhem com os conceitos de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, deve estar objetivado na prática docente. Outro ponto a ser enfatizado está na centralidade na figura do professor no que tange a implementação de atividades, com vistas à resolução de problemas e desenvolvimento do pensamento matemático. É importante registrar que as ações de ensino evidenciadas apresentam-se eficazes a partir da intencionalidade do professor ao desenvolvê-las.

Nacarato e Custódio (2018), apoiadas na perspectiva histórico cultural defendem que:

[...] a intencionalidade pedagógica é central para o processo de ensino, pois este precisa visar ao processo de elaboração conceitual e acesso ao conhecimento científico. [...] precisa garantir que as tarefas elaboradas coloquem o estudante num contexto investigativo que permita o levantamento de hipóteses, o diálogo em sala de aula e a elaboração de sínteses, pelos alunos e pelo professor. Assim, apenas a escolha das tarefas não é suficiente para que seja criado um ambiente de apropriação e produção de conhecimentos, que viabilize o desenvolvimento do pensamento algébrico (NACARATO e CUSTÖDIO, 2018, p. 23).

Evidencia-se também a importância na intencionalidade das ações de ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico pelo professor, apresentando algumas formas de trabalho, assim suas ações, devem ser significativas aos alunos para que promovam a aprendizagem. Torna-se relevante destacar as considerações sobre a intencionalidade das ações de ensino:

Quadro 30 - Excertos das teses e dissertações sobre a intencionalidade das ações de ensino

“As atividades escolares precisam fazer com que as crianças entendam o significado dos símbolos matemáticos, como também utilizem uma linguagem matemática, ou seja, saibam operar com os símbolos matemáticos para expressar algum problema do cotidiano”. (T1;11)

“Priorizem a observação de movimentos regulares e irregulares na vida, levando em considerações as grandezas contínuas e discretas, de modo que os estudantes mobilizem diferentes linguagens para representar e sintetizar seu pensamento, sejam elas pictóricas ou não, de modo que consigam compreender fenômenos, fazendo previsões, generalizações e estabelecendo conjecturas”. (T5;8)
“Para que a álgebra escolar faça sentido para os estudantes é o desenvolvimento do pensamento, sendo que este se dá de acordo com escolhas pedagógicas, problemas e tarefas coerentes com essa finalidade”. (D6;1)
“Reivindicamos que faça parte do cotidiano dos nossos alunos os problemas abertos, as atividades investigativas, os desafios, as atividades lúdicas”. (T7;14)
“Aprimorar atividades que dêem suporte ao ensino e façam ligações reais com o conteúdo formal visto em sala de aula”. (D1;14)
“Com atividades que envolvem o significado do sinal de igualdade como uma equivalência e também com situações que ajudam a desenvolver o pensamento algébrico, como as que abrangem regularidades e padrões”. (D7;4)
“Possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico em alguns problemas abordados, principalmente os problemas envolvendo as ações de completar e comparar”. (D8;5)

Fonte: Elaborado pela autora

De forma e exprimir de maneira mais pormenorizada a intencionalidade pedagógica, apresenta-se nos excertos acima a intencionalidade nas ações de ensino no sentido de evidenciar a “forma” (como) desenvolver o pensamento algébrico. Foi destacado o trabalho com atividades que possibilitem a compreensão dos alunos, reiterando que devem proporcionar a compreensão do significado dos símbolos e a utilização de diferentes linguagens para sintetizar o pensamento dos estudantes. Estas tarefas devem estar relacionadas à generalização de padrões e estabelecimento de conexões entre álgebra, geometria e aritmética, com o propósito de levar os alunos a desenvolverem a capacidade de se comunicar matematicamente, por meio da resolução de problemas e do uso de tecnologias.

Nesse contexto de ações de ensino que abordam problemas abertos, atividades investigativas e lúdicas, situações de ensino que trabalhem com o sinal de igualdade como uma equivalência, entre outras, torna-se necessário investir na formação dos professores, para que estes, por exemplo, compreendam e identifiquem a presença de padrões e regularidades que estão presentes em sequências numéricas, no cálculo das operações e nos processos de generalizações que possam ocorrer na análise de padrões, para que as ações de ensino sejam intencionais no sentido de desenvolver o pensamento algébrico.

Segundo Nacarato e Custódio (2018) a intencionalidade do processo educativo deve:

[...] centrar-se na apropriação teórica por parte dos alunos. Portanto, a função da prática pedagógica é promover a transformação dos sujeitos por meio da internalização das ações realizadas e dos conceitos científicos, cuja apropriação gera transformações qualitativas no desenvolvimento

cognitivo. Assim, o professor é responsável por criar um ambiente de investigação em que haja negociação de significados mediante a comunicação (NACARATO e CUSTÓDIO, 2018, p. 73).

Logo, as ações de ensino propostas pelos professor devem ser intencionais, no sentido de que os alunos se apropriem dos conceitos científicos em um ambiente investigativo, a fim de gerar transformações qualitativas no desenvolvimento cognitivo.

Dentre as ações de ensino para se trabalhar o desenvolvimento do pensamento algébrico, está a resolução de problemas, pois ela possibilita que o aluno desenvolva a compreensão significativa dos conceitos algébricos envolvidos nas ações de ensino destinadas aos anos iniciais. A resolução de problemas, tomada como uma forma de ensinar e aprender matemática é uma perspectiva que se revela nas teses e dissertações, como pode-se observar nos excertos abaixo:

Quadro 31 - Excertos das teses e dissertações sobre trabalhar o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da resolução de problemas

“Atividades algébricas como ferramenta para resolução de problemas e construída na escola através de uma cultura do pensamento algébrico como forma de representar e relacionar quantidades”. (T1;10)
“[...] abordagem algébrica pode se dar pela exploração de situações-problema em que o aluno reconheça as diferentes funções da álgebra, entre elas as de generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre duas grandezas e modelizar”. (T6;9)
“Nosso propósito é reivindicar a resolução de problemas como foco de ensino e aprendizagem da matemática”. (T7;4)
“‘Ambiente de problematização’ como todo o movimento possibilitado pela resolução de problemas ou seja, como a circulação de significados no trabalho com os alunos. Isso implica interações - alunos entre si e com a professora - diálogo, troca de ideias, trabalho compartilhado e intervenção da docente, evidenciando a necessidade de produzir questionamentos das atividades dos alunos, estimulando-os como investigadores e construtores de seu próprio conhecimento (BAGNE, 2012). Com isso, acredito na potencialidade do trabalho com a resolução de problemas enquanto um caminho importante para a promoção de momentos de problematização nas aulas de Matemática, visando ao desenvolvimento do PA. Esse tipo de prática é capaz de estimular a elaboração conceitual”. (T9;8)
“Consideramos que tanto o ensino algébrico como o aritmético deve ser uma produção de significados a situações problema”. (D1;6)
“Matemática escolar, desde os anos iniciais, precisa enfatizar a resolução de problemas e de tarefas desafiadoras, uma vez que este pode ser um caminho eficaz para a compreensão das operações aritméticas elementares e para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes”. (D5;1)
“[...] geradas condições que levem o aluno a desenvolver o raciocínio ou pensamento algébrico quando o estudante investigar tarefas potenciais e generalizar ideias no processo de resolução de problemas”. (D10;6)

Fonte: Elaborado pela autora

Verifica-se no quadro acima, que muitos excertos explicitam o trabalho com resolução de problemas, enquanto ação metodológica para o desenvolvimento do

pensamento algébrico, sendo necessário que as atividades escolares possibilitem aos alunos a compreensão do significado dos símbolos, da linguagem matemática e operacionalização dos símbolos matemáticos para expressar problemas do cotidiano, com a intencionalidade do aluno reconhecer as diferentes funções da álgebra: generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre duas grandezas e modelizar. Ressalta-se a importância de se criar um ambiente de problematização, que promova o diálogo e troca de ideias.

A fim de garantir a aprendizagem significativa dos estudantes, o trabalho com resolução de problemas, mostra-se uma alternativa. Nesse contexto a resolução de problemas é tomada como uma forma de ensinar e aprender matemática, embora discussão sobre esse aspecto ou se a aprendizagem matemática deveria existir para resolver problemas está posta:

Resolver problemas não é apenas uma meta da aprendizagem Matemática, mas também um modo importante de fazê-la. A resolução de problemas é uma parte integrante de toda aprendizagem Matemática e, portanto, não deve ser apenas uma parte isolada do programa de Matemática. A resolução de problemas em Matemática deve envolver todas as cinco áreas de conteúdos descritas nos Padrões do NCTM. Os bons problemas integram múltiplos tópicos e envolverão a Matemática significativa (NCTM, 2000, p. 52).

A resolução de problemas está relacionada às ações de ensino eficazes como instrumento e metodologia para o desenvolvimento do pensamento algébrico, a qual assume a problematização como forma de pensar a Matemática, tornando o espaço de sala de aula um *lócus* de investigação.

O uso da tecnologia aparece como uma forma de contribuir de modo eficiente, pois por meio de tecnologias dinâmicas e interativas, que disponibilizem múltiplas representações e facilitem os processos de experimentação, generalização e de modelação, pode-se proporcionar ações de ensino que promovam a apropriação dos conceitos. No quadro a seguir, destacam-se excertos referentes ao uso das tecnologias em alguns trabalhos:

Quadro 32 - Excertos das teses e dissertações sobre uso da tecnologia

“Pensamento algébrico utilizando tecnologia”. (T1;9)
“O computador é somente mais uma ferramenta de auxílio ao ensino e à aprendizagem”. (D1;2)
“Atividades virtuais atraem a atenção, estimulam o aprendizado e proporcionam a vivência em

atividades que muitas vezes não podem ser simuladas no campo concreto”. (D4;1)
“No mundo da informática e dos recursos computacionais, há um gigantesco acervo de atividades que podem ser utilizadas no processo de ensino e aprendizagem”. (D4;10)
“Atividades que utilizam a tecnologia, além de motivar os alunos, segundo Freire (2011), favorecem ao professor, estimulando-o a conhecer atividades diversificadas, desafia os alunos nas atividades de ensino e aprendizagem além de proporcionar a obtenção de novos conhecimentos”. (D7;6)

Fonte: Elaborado pela autora

O uso das tecnologias possibilita que sejam desenvolvidas atividades virtuais que não poderiam ser simuladas no campo concreto. Os objetos de aprendizagem tecnológicos, oferecem a possibilidade de exploração de estratégias de resolução de problemas, possibilitando aos alunos a realização de inúmeras atividades que podem ser utilizadas no processo de ensino e de aprendizagem. Os recursos tecnológicos, por fim, motivam os alunos com atividades diversificadas para a obtenção de novos conhecimentos.

No trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico, o uso da tecnologia mostra-se uma ferramenta que possibilita interações e visualizações dos conteúdos que atraem a atenção dos alunos. Pode-se destacar aqui os objetos de aprendizagem “Balança Interativa” e “Feira de Pesos”, os quais tem o objetivo de trabalhar com conceitos algébricos como: maior – menor, igualdade – desigualdade e comparação entre valores desconhecidos. Esses objetos de aprendizagem foram desenvolvidos pelo Grupo de Pesquisa e Produção em Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem, sendo utilizados pela tese 1 e dissertação 1 para evidenciar o trabalho com os objetos de aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento algébrico. A dissertação 4 também utilizou-se do objeto de aprendizagem “Feira de Pesos” com o mesmo objetivo.

Apesar de os recursos tecnológicos serem capazes de trazer benefícios ao processo de ensino, cabe a análise:

Todos concordam com o grande potencial das novas tecnologias para revolucionar a educação, mas apesar das grandes expectativas sobre o potencial dessa nova ferramenta de aprendizagem, ainda são raros os Objetos de Aprendizagem (OA) construídos tirando proveito das características excepcionais dessa mídia. Além disso, ainda não é a regra o desenvolvimento de bons objetos de aprendizagem com base em um estudo aprofundado dos princípios de aprendizagem (NASCIMENTO, 2007, p. 135).

Portanto, é necessária a análise por parte do professor para que o uso dos objetos de aprendizagem contribuam no processo de ensino, em particular do desenvolvimento do pensamento algébrico. O professor, aqui, ainda é figura

imprescindível nas proposições das ações de ensino e nas problematizações para a apropriação dos conceitos.

Assim, como a resolução de problemas e o uso das tecnologias, a aritmética também foi destacada nos trabalhos como forma de desenvolver o pensamento algébrico. A discussão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e as contribuições da aritmética estão presente em vários pontos das pesquisas, sendo relevante ressaltar esse aspecto nos excertos que se sucedem.

Quadro 33 - Excertos das teses e dissertações sobre as contribuições da aritmética para o desenvolvimento do pensamento algébrico

“Compreender princípios básicos da adição ou multiplicação pode ser uma ponte para compreender aspectos relacionados às expressões numéricas com quantidades conhecidas e desconhecidas”. (T1;22)
“Uma abordagem pedagógica contemplando o senso numérico e o pensamento algébrico em atividades que busquem a percepção de regularidades”. (T2;6)
“O uso das operações e suas propriedades colaboram no desenvolvimento e estruturação do pensamento algébrico”. (T8;6)
“Experiências em sala de aula que promovam o desenvolvimento e a construção do pensamento algébrico, a fim de estimular os estudantes a pensarem, raciocinarem, construir relações entre os números, no sentido de uma preparação para a transição da aritmética para a álgebra”. (D2;16)
“Abordagem que aproxime a álgebra da aritmética, por exemplo, por meio da análise de padrões em sequência numéricas, ou com a exploração de propriedades e de relações com números inteiros pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem dos conceitos formais da álgebra”. (D6;3)
“O material concreto, o lúdico, as imagens, o corporal e todo o ambiente de aprendizagem contribuíram para as ideias e as estratégias de resoluções. Nesse contexto, vimos o quanto um trabalho que se foca na aritmética generalizada pode desenvolver o pensamento algébrico de crianças ainda nos anos iniciais”. (D10;14)
“Apontam, como principal ideia/característica dessa categoria, a manipulação de somas, produtos e potência aritméticas, além da resolução de problemas aritméticos como um caminho para a introdução do pensamento algébrico”. (D12;6)
“Professores desenvolvam atividades que permitam a identificação de padrões por parte dos alunos, modificação e adaptação de estratégias na resolução das questões, desenvolvendo o pensamento algébrico em situações aritméticas”. (D17;9)

Fonte: Elaborado pela autora

Destaca-se nos excertos a compreensão dos princípios básicos da adição ou multiplicação, que podem ser uma ponte para a compreensão dos aspectos relacionados às expressões numéricas com quantidades conhecidas e desconhecidas. Outra situação apresentada é uma abordagem pedagógica, que relacione o senso numérico e o pensamento algébrico, com atividades que indiquem a percepção de regularidades. Destaca-se ainda a diferenciação entre pensar algebricamente e aritmeticamente, sendo o pensamento algébrico considerado mais generalizado.

A aritmética generalizada pode desenvolver o pensamento algébrico nos anos

iniciais por meio de materiais concretos, atividades lúdicas e uso de imagens, sendo possível estabelecer algumas atividades que aproximem a álgebra da aritmética, com possibilidade de contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos algébricos.

Neste sentido argumentam Boni e Savioli:

[...] defendemos o desenvolvimento do pensamento algébrico mais cedo, a partir dos anos iniciais, de maneira integrada ao ensino e a aprendizagem de conceitos aritméticos, sobretudo de procedimentos de cálculos aritméticos, dentre os quais destacamos o cálculo mental, pautando-nos na percepção e generalização de propriedades e relações de números e de operações, bem como no entendimento do sinal de igual como uma relação de equivalência, em detrimento de um simples indicador de resultado (BONI; SAVIOLI, 2015, p.271).

As contribuições da aritmética viabilizam o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que os procedimentos de cálculos aritméticos podem evidenciar possíveis relações algébricas. Para tanto o professor deve ter clareza na escolha das atividades, realizar as intervenções necessárias, fazer o levantamento de hipóteses e a sistematização de conhecimentos produzidos pelos alunos para que efetivamente a aritmética contribua com o desenvolvimento do pensamento algébrico.

4.4 Formação de professores

É importante destacar que, a partir do que foi apresentado, o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico está relacionado à postura do professor, em como desenvolver situações de ensino que possam desencadear a apropriação de conceitos pelos alunos.

A relevância da formação do professor para o processo de ensino, dá-se a fim de considerar e salientar os aspectos metodológicos para o desenvolvimento do pensamento algébrico. O professor deve ser detentor dos conhecimentos científicos relacionados ao conteúdo e a forma de transmiti-lo, já que o, “[...] simples conhecimento do conteúdo é provável que seja tão inútil como a habilidade pedagógica sem conteúdo” (SHULMANN, 1986, p. 8).

Considerando a importância da **Formação do professor** para o trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico, destaca-se como as teses e dissertações avaliam a formação inicial e continuada dos professores. Inicialmente

apresenta-se os excertos que tratam da formação inicial dos professores:

Quadro 34 - Excertos das teses e dissertações sobre a formação inicial dos professores

“Dificuldade das professoras em utilizar uma linguagem simbólica própria da Álgebra revela dificuldades que foram adquiridas durante sua trajetória escolar e limitações em sua formação inicial”. (T1;18)
“No Brasil não se tem um amplo debate sobre a inclusão do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a formação de professores para os anos iniciais, em geral, ainda não considera a Álgebra como um assunto a ser tratado desde a alfabetização e não se tem clareza sobre a caracterização dos problemas que podem ser abordados para desenvolver o pensamento algébrico da criança”. (T4;2)
“Nós, professores pedagogos que atuamos no ensino de Matemática, possuímos uma formação matemática deficitária, que, por si só, não fornece subsídios para o ensino da Álgebra. As licenciaturas em Matemática também apresentam lacunas ao formar os futuros professores para ensinar Álgebra a seus alunos de forma a construir significados”. (T9;5)
“Ainda de acordo com seus estudos, aos futuros professores faltam conhecimentos de conteúdos matemáticos, uma vez que “parece haver uma concepção dominante de que o professor polivalente não precisa ‘saber matemática’ e que basta saber como ensiná-la”. (D2;4)
“O pensamento algébrico seja tratado explicitamente nos cursos de formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, com a preocupação de que esses professores sejam capacitados para preparar seus estudantes para a transição da Aritmética para a Álgebra”. (D3;8)
“Investimento na formação inicial de professores que ensinarão Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, seja em nível de políticas públicas como na grade curricular dos cursos de Pedagogia, como na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, faz-se necessário serem repensadas urgentemente face às demandas curriculares. Acreditamos também que os contextos e grupos colaborativos de aprendizagem têm muito a contribuir para o aprimoramento prático-teórico-pedagógico dos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra e da Matemática em si”. (D15;5)
“Importância de que o futuro professor tenha conhecimento curricular, matemático e didático. Compreendemos que no momento em que os professores aprendem a utilizar as ferramentas e conceitos matemáticos podem, então, descrever e explicar problemas formulados matematicamente e obter conclusões”. (D18;4)
“Alunos graduandos de Pedagogia, futuros professores dos anos iniciais, não estudam a unidade temática da Álgebra, como eles irão ensinar quando estiverem atuando? Como desenvolver estratégias para poder trabalhar com o pensamento algébrico dentro das salas de aula se esse tópico não foi discutido em sua formação?”. (D20;1)

Fonte: Elaborado pela autora

A partir da análise dos excertos apresentados, torna-se evidente que o pensamento algébrico não tem sido abordado na formação inicial dos professores que ensinam nos anos iniciais. Aliás, parece que a esses futuros professores, faltam na formação inicial, conhecimento de outros conteúdos matemáticos. Uma formação inicial deficitária e que não fornece subsídios para o trabalho, como o ensino da álgebra e se o professor desconhece com o que está lidando, como terá condições de desenvolver ações e atividades que possibilitem a utilização de uma linguagem simbólica, que prepararem a transição da aritmética para a álgebra? Salienta-se a importância de investimentos na formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, e que no Brasil, não ocorre um amplo debate

acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Destaca-se a centralidade da figura do professor no processo de desenvolvimento dos conceitos e nas proposições de ações de ensino. Assim, este, deve demonstrar a compreensão em relação aos conteúdos matemáticos, considerando que, como afirma Ribeiro, (2011, p. 91), “[...] os professores são a principal fonte de conhecimento para os alunos (pelo menos em termos escolares [...]), daí a necessidade de que possuam um sólido conhecimento profissional, em todas as suas componentes”.

Particularmente no ensino da Matemática, Ribeiro reforça que:

É importante que os futuros professores (e os atuais) possam refletir sobre os diversos eventos que ocorrem na sala de aula e que condicionam o seu desenrolar, mas essa reflexão deverá centrar-se fundamentalmente nas várias dimensões do seu próprio conhecimento matemático (do conteúdo) como forma de possibilitar aos alunos as oportunidades necessárias e mais adequadas para uma rica e diversificada aprendizagem (RIBEIRO, 2011, p. 94).

Em um sentido mais amplo da discussão, corroboramos com Saviani (2013) sobre o sentido da existência da escola ao afirmar:

Vê-se, assim, que para existir a escola não basta a existência do saber sistematizado. É necessário viabilizar as condições de sua transmissão e assimilação. Isso implica dosá-lo e sequenciá-lo de modo que a criança passe gradativamente do seu não domínio ao seu domínio. Ora, o saber dosado e sequenciado para efeitos de sua transmissão-assimilação no espaço escolar, ao longo de um tempo determinado, é o que nós convençamos chamar de “saber escolar” (SAVIANI, 2013, p. 17).

Todo este conjunto de conhecimento denominado por Saviani como “saber escolar” deve fazer parte da formação inicial, o que pode-se concluir a partir da análise dos excertos não ocorrer, sendo a formação destes professores deficitária.

Nesse sentido, é possível afirmar que a formação inicial dos professores é insuficiente no que tange ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, uma vez que ainda no Brasil não ocorre um amplo debate sobre o tema, não sendo considerado nos cursos de formação de professores dos anos iniciais o ensino da álgebra. Portanto, há uma lacuna que deve ser preenchida. É fundamental que os futuros professores possam lidar com os diferentes aspectos que podem

desenvolver o pensamento algébrico com seus alunos e tenham experiências de aprendizagem em sua formação. Para que o professor tenha domínio do que deva ser ensinado, faz-se necessário desenvolver uma perspectiva ampla da álgebra, compreendendo os conceitos envolvidos no ensino deste tema.

A discussão sobre a formação continuada dos professores apresenta-se também nas teses e dissertações analisadas, como exemplificam os excertos seguintes:

Quadro 35 - Excertos das teses e dissertações sobre a formação continuada de professores

“Cursos de formação continuada e de formação de professores como veículo maior de divulgação dos objetivos e possibilidades do tema, que são muitas”. (T3;10)
“Tarefas que envolvem generalização de padrões descoberta e possíveis conexões entre álgebra, geometria e aritmética [...] desenvolverem a capacidade de comunicar matematicamente, o que pode aprimorar seu desempenho na resolução de problemas... pressupostos teórico que embasam nossa compreensão sobre a formação continuada de professores, o desenvolvimento profissional, o conhecimento didático, a prática profissional e o pensamento algébrico”. (T6;1)
“Importância da formação continuada como um mecanismo importante para obter novas práticas, para melhorar o ensino e aprendizagem de matemática”. (T7;3)
“Entendemos a formação de professores como um processo contínuo, que se estende ao longo de toda a sua vida, pautado pela busca permanente de conhecimentos, constituindo sua identidade e seu desenvolvimento profissional”. (D3;1)
“Os fatores mais relevantes para ações de formação continuada de professores são as concepções sobre álgebra, o uso de materiais didáticos-pedagógicos e a percepção do interesse dos alunos”. (D11;11)
“Para que proporcione o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, o papel do professor é de extrema importância, dessa maneira, é necessário a formação continuada, a fim de propiciar aos professores subsídios que auxiliarão nas intervenções, nas situações ofertadas aos estudantes as quais, possibilitam a busca por generalizações matemáticas, que são, efetivamente, as principais características do pensamento algébrico”. (D17,7)
“Apontam “ser necessário mais tempo, prática e discussão com professores em formação contínua para a apropriação das ideias sobre os processos do Pensamento Matemático Avançado de uma forma mais profunda e ampla”. É o que também entendemos acerca do pensamento algébrico”. (D18;2)

Fonte: Elaborado pela autora

Os trabalhos analisados, ao considerarem a precariedade da formação inicial dos professores, especialmente em relação à álgebra e o pensamento algébrico, defendem a importância da formação continuada. Esta formação deve propiciar aos professores tarefas relacionadas à generalização de padrões, que permitam estabelecer as conexões entre álgebra, geometria e aritmética, que desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente, que aprimorem o desempenho na resolução de problemas e o uso de materiais didáticos pedagógicos, não perdendo de vista o objetivo de melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática.

Considera-se como objetivo da formação continuada:

[...] propor novas metodologias e colocar os profissionais a par das discussões teóricas atuais, com a intenção de contribuir para as mudanças que se fazem necessárias para a melhoria da ação pedagógica na escola e conseqüentemente da educação. É certo que conhecer novas teorias faz parte do processo de construção profissional, mas não bastam, se essas não possibilitam ao professor relacioná-las com o seu conhecimento prático construído no seu dia-a-dia (NÓVOA, 1995, p.15).

Assim, como já apontado anteriormente, o papel do professor é imprescindível para a aprendizagem dos alunos, dessa forma a formação continuada deve ter como objetivo propor novas metodologias e discussões teóricas atuais. É essencial que os professores se capacitem para o trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais, considerando que estes, muitas vezes, não foram preparados para desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais em sua formação inicial e nem tiveram essas experiências na sua própria escolarização.

Acredita-se ser necessário uma formação continuada ou inicial para professores voltada às questões particulares do desenvolvimento do ensino de álgebra, que seja desvinculado de questões de manipulação dos símbolos e reprodução de regras operatórias, sem significação. Considerando a formação inicial dos professores como base fundamental da sua atividade profissional, esta formação deve proporcionar o conhecimento necessário no que tange aos aspectos teóricos e práticos do desenvolvimento de suas funções educativas, a fim de que os professores tenham condições de promover a aprendizagem dos seus alunos e, nesta discussão especificamente, o pensamento algébrico nos anos iniciais.

A formação inicial e continuada para professores, assume uma inegável importância no desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, relacionado aos aspectos do conhecimento matemático que devem ser abordados e ao trabalho que deve ser desenvolvido para os promover.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O pensamento algébrico tem sido evidenciado nos documentos educacionais oficiais brasileiros, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), o extinto Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (2012) e na Base Nacional Comum Curricular (2018). Figurar nos documentos, fez com que emergissem estudos sobre ele, fato de extrema relevância, considerando a pouca discussão nos espaços educacionais de formação e de ensino sobre o tema.

O desenvolvimento de teses, dissertações, artigos e a divulgação dos estudos em diferentes espaços da Educação Matemática, em forma de relatos de experiência, comunicações orais, minicursos, oficinas ou pôsteres, tem favorecido os estudos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Assim, os professores que ensinam ou ensinarão Matemática nesse nível de ensino passaram e/ou passarão a ter suporte teórico adequado para o trabalho que podem desenvolver.

Ao iniciar a delimitação do objetivo da pesquisa que se propôs a investigar as compreensões sobre o pensamento algébrico e as proposições relacionadas às ações de ensino e de aprendizagem contidas nas produções acadêmicas brasileiras nos últimos 30 anos (1990-2020), as preocupações voltaram-se aos critérios a ser utilizados para a seleção das teses e dissertações que seriam analisadas e como se daria a organização dos dados. As indagações auxiliaram a definir os caminhos da pesquisa. A fim de estabelecer uma compreensão inicial das pesquisas, foram levantados dados gerais e circunstanciais, perscrutando uma visão da totalidade, no entanto a organização destes dados serviram como ponto de partida para a compreensão do objeto de pesquisa.

Dos 29 trabalhos analisados, 18 foram publicados entre 2017 e 2020, o que parece indicar que a partir da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), documento que propõe a álgebra como unidade temática desde os anos iniciais, houve uma maior preocupação com o tema no âmbito das pesquisas acadêmicas, especialmente, sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A priori, pensava-se que os “sujeitos” autores da teses e dissertações que

tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico dos anos iniciais do Ensino Fundamental fossem pedagogos, pois são eles que atuam nesta etapa de escolarização, no entanto verificou-se que a maioria dos autores são licenciados em Matemática.

Outro ponto que merece destaque foi o levantamento dos textos utilizados como referências bibliográficas dos trabalhos analisados. Foram 389 diferentes textos citados nos trabalhos, que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico. Optou-se por construir o referencial teórico desta dissertação com base nestes textos e foram considerados os que apareceram em mais de dez trabalhos, assim, sete textos compuseram o capítulo.

Depois destes primeiros dados levantados e analisados foram selecionados os excertos que estabeleceram o *corpus* de análise, tendo presente o objetivo da pesquisa: investigar as compreensões sobre o pensamento algébrico e as proposições relacionadas às ações de ensino e de aprendizagem contidas nas produções acadêmicas brasileiras. Teve-se a intenção de dar voz aos pesquisadores, no sentido de desvelar as concepções o pensamento algébrico.

A partir desta análise, constatou-se que não há um consenso sobre quais são as características do pensamento algébrico e isso se dá, tanto nas teses e dissertações analisadas, como nos textos dos autores de referência sobre o tema. Evidencia-se que diversas são as caracterizações para os modos de produzir significados para os objetos e processos da álgebra e para aqueles que organizam o pensamento algébrico.

Destaca-se, ainda, que caracterizar o pensamento algébrico é complexo, o qual pressupõe uma forma particular de reflexão sobre os objetos matemáticos, compreensão sobre os termos desconhecidos, bem como relações envolvendo equivalência, regularidades, percepções de aspectos invariantes e comparação entre grandezas, identificação, observação, compreensão de padrões e regularidades, entre outras formas de explicar o que caracteriza o pensamento algébrico. Uma mistura de conteúdo e ações. Salienta-se que não se estabelece um conceito objetivo, ou seja, uma definição para pensamento algébrico.

Outro aspecto relacionado ao pensamento algébrico que não se apresentou de modo consensual nas fontes analisadas, foi o papel da generalização. No entanto, verificou-se que ela foi tomada como aspecto central, como um caminho para o

desenvolvimento do pensamento algébrico, ou ainda como um processo do raciocínio matemático.

Vale ressaltar que a partir da análise é possível afirmar, entre outros aspectos, que mesmo tendo expressado de diferentes formas, os pesquisadores se aproximam e compartilham a ideia de que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido desde os anos iniciais de escolarização, muitos antes do contato dos alunos com a linguagem formal algébrica. O pensamento algébrico desenvolvido desde os anos iniciais propicia a apreensão de conceitos aritméticos, como as propriedades das operações e a capacidade de realizar estimativas. Ponte *et al* (2007), apresentam a possibilidade de desenvolver os conteúdos algébricos nos diferentes níveis escolares:

Os alunos no 1.º ciclo desenvolvem o pensamento algébrico quando, por exemplo, investigam regularidades em sequências e em padrões quer numéricos, quer geométricos. [...] No 1.º ciclo trabalha-se com as estruturas multiplicativas e com os números racionais, o que constitui uma base para o desenvolvimento da noção de proporcionalidade. (PONTE et al., 2007, p.45).

Destaca-se o lugar da aritmética no desenvolvimento do pensamento algébrico, como possibilidade do pensamento aritmético e algébrico serem trabalhados em conjunto, e o lugar da generalização e da simbolização. O desenvolvimento do pensamento algébrico “está associado à capacidade de estabelecer generalizações e relações, interpretar e resolver problemas”, sendo a generalização àquela que “permite a passagem de situações concretas para aquilo que é comum a todas elas” e a simbolização “é uma forma reduzida de expressar essa característica comum a todas as situações” (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015, p.5). Os aspectos relacionados à linguagem simbólica podem apresentar-se em atividades referentes ao pensamento algébrico, porém não são a única forma de desenvolvê-lo.

Sobre as proposições relacionadas às ações de ensino, as pesquisas apresentaram que é possível vincular o trabalho com o pensamento algébrico com a capacidade de fazer generalizações, de observar regularidades em sequências e em padrões numéricos.

Nesse sentido,

O pensamento algébrico é favorecido quando, desde as séries iniciais do ensino fundamental, se valoriza as diferentes formas de representação de ideias e relações matemáticas, através de recursos diversos como símbolos, desenhos, material manipulativo e atividades de agrupar, classificar, ordenar que facilitem os trabalhos com os padrões. Tudo isso vem a refletir de forma positiva na compreensão das propriedades das operações, onde os alunos são encorajados a usar o pensamento relacional, a desenvolver a sua capacidade de estimação no sentido de se aventurarem na descoberta da generalização. Assim é possível abordar aspectos essenciais da Álgebra, nos diferentes níveis escolares em que a criança se encontra inserida (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015, p. 05).

Para esses autores a transição dos saberes aritméticos e algébricos deve ocorrer de forma gradual, considerando o processo de ensino e de aprendizagem, para que os alunos visualizem as características comuns entre esses saberes e mobilizem as representações aritméticas, geométricas e algébricas. A relação do desenvolvimento do pensamento algébrico e aritmético são aspectos presentes também nos trabalhos analisados. Neste sentido, eles enfatizam a importância de situações de caráter investigativo e exploratório, para que os alunos desenvolvam o pensamento algébrico.

Conforme Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016, p.43) ao tratar sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais “não nos referimos aos acréscimos de conteúdos ao currículo, mas, sim, a uma reformulação – associada tanto a uma complementação como a uma mudança de objetivos – da prática já existente”.

Isso se dar em algumas situações em que o pensamento algébrico possa ser trabalhado, tendo como base conceitos que normalmente são desenvolvidos com os alunos e com a utilização de recursos que também já são utilizados nas salas de aulas com as crianças pequenas.

Estabelecer relações entre número e grandezas, é uma possibilidade também para o trabalho com o pensamento algébrico, uma vez que, conforme propõem Davydov (1988) e seus colaboradores, para a apropriação do conceito de número, deve-se iniciar com o conceito de grandeza, considerando as relações de igualdade e desigualdade (“igual”, “maior”, “menor”), pois por meio destas relações podemos estabelecer regularidades e padrões e nestas relações apresentar um trabalho com vistas ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para o desenvolvimento do pensamento algébrico não se apresenta uma unidade nos trabalhos analisados sobre quais conteúdos/conceitos devem ser

aprendidos pelos alunos, o que observa-se são algumas possibilidades de desenvolvê-los nas relações de regularidades, variação e modelação, bem como na associação da álgebra com a aritmética, como já mencionado. Essas foram indicações recorrentes.

Vale ressaltar que para o desenvolvimento do pensamento algébrico é relevante que o professor considere uma reestruturação na prática pedagógica, a fim de alcançar os objetivos do que deve ser ensinado em Matemática, considerando a possibilidade de integração entre aritmética e álgebra desde os anos iniciais uma nova forma de abordar o conteúdo a ser ensinado.

Porém, para que a aritmética de fato contribua para o desenvolvimento do pensamento algébrico o professor deve ter intencionalidade na escolha das atividades, realizando as intervenções necessárias, o levantamento de hipóteses e a sistematização dos conhecimentos produzidos pelos alunos.

Portanto, entende-se que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser discutido pelos professores, para que estes busquem formas de trabalho que corroborem para que o conhecimento algébrico seja um instrumento na formação dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e que a eles seja oportunizado maior participação em seu processo de aprendizagem. Para isso, deve-se propor atividades significativas aos estudantes, que possam resultar em conexões com os conhecimentos matemáticos futuros.

As propostas de ações de ensino realizadas pelos professores devem ser intencionais, a fim de que, os alunos apropriem os conceitos científicos, gerando transformações qualitativas no desenvolvimento cognitivo dos alunos, para tanto o professor deve proporcionar um ambiente investigativo. Destaca-se dentre as ações de ensino para desenvolver o pensamento algébrico, a resolução de problemas e o uso de tecnologias.

Por fim, a apresentação dos resultados do mapeamento das teses e dissertações desenvolvidas no Brasil nas últimas três décadas sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização, busca fomentar entre os professores o estudo e a efetivação do trabalho sobre o tema em sala de aula e contribuir com um processo de ensino e de aprendizagem que seja significativo no que tange ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Salienta-se que a pesquisa desenvolvida se mostra importante por discutir um

assunto que ainda tem debate reduzido no Brasil, considerando que nos cursos de formação de professores, o ensino da álgebra e, conseqüentemente, o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental não tem sido debatido e problematizado.

É indiscutível a necessidade que os professores sejam capacitados para possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolarização, uma vez que não estão sendo preparados em sua formação inicial e não tiveram experiências sobre o tema em sua própria escolarização.

Nesse sentido, compreender a formação continuada como direito, implica em uma ação política, uma vez que, é um trabalho a ser realizado coletivamente. Assumi-la, portanto, como um direito, implica na defesa de que a formação continuada é dever do Estado e deve ser assegurado pelos sistemas de ensino, por meio de políticas públicas, não sendo uma responsabilidade individual do professor.

Conclui-se que o trabalho com o pensamento algébrico é possível de ser desenvolvido nos anos iniciais de escolarização, desde que, organizado de forma apropriada e para que a aprendizagem ocorra, deve ser significativa ao aluno. É possível vincular o trabalho com o pensamento algébrico com a capacidade de fazer generalizações, de observar regularidades em sequências e em padrões numéricos e geométricos, com o estabelecimento de relações entre grandezas e com a incorporação das representações gráficas e simbólicas, a fim de interpretar e resolver problemas. Compreende-se que o desenvolvimento do pensamento algébrico passa pela integração de tópicos da aritmética, geometria, tratamento da informação, por exemplo, como uma forma de atribuir significados aos objetos da álgebra, possibilitando a generalização de conceitos.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. In: **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 10, n. 2, São Paulo, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130>. Acesso em: 23 de nov. de 2021.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.
- BAQUEIRO, G. D. S. **Achados sobre generalização de padrões ao 'garimpar' Pesquisas Brasileiras De Educação Matemática (2003 - 2013)**. 2016. 229 F. Doutorado Em Educação Matemática Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo, 2016.
- BECK, V. C. **Os problemas aditivos e o pensamento algébrico no ciclo da alfabetização**. 2015. 74f. Mestrado em Educação. Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul, 2015.
- BECK, V. C. **Invariantes operatórios do campo conceitual algébrico mobilizados por crianças do terceiro ano do ensino fundamental**. 2018. 134 f. Doutorado em Educação em Ciências Química da Vida e Saúde (UFSM - FURG). Universidade Federal Do Rio Grande, Porto Alegre, 2018.
- BITENCOURT, D. V. **Early álgebra na perspectiva do livro didático**. 2018 125 f. Mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual De Santa Cruz, Ilhéus, 2018.
- BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education, Boston**, v. 36, n. 5, p. 412 – 446, 2005.
- BONI, K. T. **Invariantes operatórios e níveis de generalidade manifestados por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental em tarefas não-rotineiras**. 2014 undefined f. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2014.
- BONI, K. T.; SAVIOLI, A. M. P. das D. Contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, MS, v. 8, n. 17, p. 265-285, 2015.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília; MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: formação do professor alfabetizador: caderno de apresentação**. Brasília:

MEC/SEB, 2014. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/08/Caderno-de-Apresentacao-1.pdf>. Acesso em: 23 de nov. de 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCEIEF110518versaofinalsite.pdf>. Acesso em: 23 de nov. de 2021.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007. Disponível em: https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em: 23 de nov. de 2021.

CARNIEL, I. G. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. 2013. 137f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

CASTRO, M. R. Educação algébrica e Resolução de problemas. **Boletim Salto para o Futuro – TV Escola**. Maio 2003. Disponível em: <https://cdnbi.tvescola.org.br/contents/document/publicationsSeries/110456EducacaoAlgebricaResolucaoProblemas.pdf>. Acesso em: 26, abr. 2022.

CHAPARIN, R. O. **A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução de problemas e em processos do pensamento matemático**. 2019. 432 f. Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2019.

CIVINSKI, D. D. **Introdução ao estudo da aritmética e da álgebra no ensino fundamental**. 2015. 155 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Regional De Blumenau, Blumenau, 2015.

DAVYDOV, Vasili V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental**. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

FAVERO, D. C. B. P. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico**. 2020. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020.

FERNANDES, R. K. **Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I**. 2014. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico**. 2017. 147 f. Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, C. M. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Primeiras reflexões à luz de uma revisão de literatura. **Educação e Fronteiras On-line**, Dourados/MS, v. 6, n. 17, p. 34-347, maio/ago. 2016. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br>. Acesso em: 25 de nov. de 2021.

FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S.; CRECCI, V. M.; LIMA, R. C. R.; COSTA, M. C. **O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa**. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001-2012. Campinas: FE-Unicamp, 2016. v. 1. 488p. p. 17-41. E-book. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pagina_basica/58/e-book-mapeamento-pesquisapem.pdf. Acesso em: 23 de nov. de 2021.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**. v.4, n.1, p. 78-91, 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384/11808>. Acesso em: 23 de nov. de 2021.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.; CRISTOVÃO, E. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. In: Seminário Luso-Brasileiro de investigações Matemáticas no Currículo e na Formação do Professor, 2005, Lisboa. Anais. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2 ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012**. Campinas: FE/Unicamp, 2016.

FREIRE, R. S. **Objetos de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino fundamental**. 2007. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza-CE, 2007.

FREIRE, R. S. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2011. 181f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza-CE, 2011.

GOMA, J. L. de S. **A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2019 92 f. Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo, 2019.

GOMES, L. P. da S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. 2020. 180f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

GRITTI, Silvana Maria. **Educação rural e capitalismo**. Passo Fundo/RS: UPF, 2003.

GUALANDI, J. H. **Os reflexos de uma formação continuada na prática profissional de professores que ensinam matemática**. 2019. 169 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

HILÁRIO, C., SABE, E. M., ALBANO, I. V., PASSOS, M. N. Pensamento Algébrico na aprendizagem de Equações de 1º Grau. Revista Eletrônica de Educação Matemática - **REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 01-18, 2021. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e77155>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/77155/45780> Acesso em: 26 de abr. de 2021.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMMA, E.; ROMBERG, T. (Ed.). **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Erlbaum, p. 133-155, 1999.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KOPNIN, P.V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LAMBERTI, D. di G. **Número natural: conhecimentos de/para professores polivalentes em um curso de especialização**. 2014 214 f. Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo, 2014.

LIMA, J. R. de C. **Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas**. 2018 80 f. Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo, 2018.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, C. C. C. F. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos

iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, Número Especial, p.817-835, 2013.

MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política**. São Paulo: Expressão Popular, 2009.

MASON, J. (1996). "Expressing generality and roots of algebra". In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C. e LEE, L. (eds.). **Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching**. Dordrecht, Kluwer Academic. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_5.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Educação**, v. 22, n. 37, p. 7-32,1999. Disponível em:
https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4125089/mod_resource/content/1/Roque-Moraes_Analise%20de%20conteudo-1999.pdf. Acesso em 23 de nov. de 2021.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-211, out. 2003. <https://doi.org/10.1590/S1516-73132003000200004>

MORAN, J. M; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. São Paulo: Papirus, 2013.

MOREIRA, K. G.. **Investigação na/da própria prática: O entrelaçar do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental com os processos de autoformação docente**. 2020. 276f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal São Francisco do Sul, Campus Itatiba, o Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Itatiba, 2020.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? **Revista cultural La Laguna Espanha**, 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeeafinal.pdf>. Acesso em: 26 de abr. de 2022.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (Orgs.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018, p. 13-23. Disponível em<http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf>. Acesso em: 26 de abr. de 2022.

NASCIMENTO, A. C. de A. **Objetos de aprendizagem: a distância entre a promessa e a realidade**. In: BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação à Distância. **Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, p. 135 -145, 2007.

NASCIMENTO, R. S. do. **Pensamento algébrico: um estudo exploratório com estudantes de Pedagogia**. 2020. 90f. Mestrado em Educação Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa PB.,

2020.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS (NTCM). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. 1.ed., 2000. Tradução Portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. 2.ed. Lisboa: APM, 2008.

NÓVOA, A. (Orgs.). **Vidas de Professores**. Portugal. Porto Editora, 1995.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, João Bosco. **Pensamento Algébrico**: Uma Relação entre Álgebra, Aritmética e Geometria. Puc-MG/Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, MG, 2015. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/21478879-Pensamento-algebrico-uma-relacao-entre-algebra-aritmetica-e-geometria.html>>. Acesso em: 05 de jun. de 2021.

OLIVEIRA, V. D.; PAULO, R. M.; Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.3, p. 75-95, 2019.

PARANÁ; Secretaria de Estado da Educação. **Referencial curricular do Paraná**: princípios, direitos e orientações. Curitiba, PR: SEED/PR, 2018.

PINHEIRO, A. C. **O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2018. 144 f. Mestrado em EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2018.

PINHEIRO, B. R. M. **Uma abordagem da álgebra dentro do currículo do ensino fundamental**: Mudanças e proposta para sala de aula. 2019. 42 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal Rural Do Semi-Árido, Rio de Janeiro 2019.

PIRES, F. de S. **Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)**. 2018. 140F. Tese (Doutorado em Educação)- Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP, 2018.

PONTE, J. P., *et al.*, **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação/DGIDC, 2007. <http://hdl.handle.net/10400.19/1155>.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa ME – DGIDC, 2009. <http://hdl.handle.net/10451/7105>.

RADFORD, L. **Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective**. In: NORTH AMERICA CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP OF PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION - PME, 28. 2006, Bergen, Norway. Proceedings ..., Bergen: Bergen University College. 2006. v. 1, p. 2 –21.

RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in**

Mathematics Education. v. 12, n. 1, 2010. Disponível em:<<http://luisradford.ca>>. Acesso em 23 de nov. de 2021.

RADFORD, L. **Early algebraic thinking: Epistemological, semiotic, and developmental issues**. *ICME-12 Regular Lecture*. Seoul, South Korea. July 8-15, 2012. Disponível em:<<http://luisradford.ca>>. Acesso em:23 de nov. de 2021

RADFORD, L. **The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking**. *Math Ed Res J*, 2013. Disponível em:<<http://luisradford.ca>>. Acesso em: 23 de nov. de 2021.

RIBEIRO, C. M. A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 19, n. 35, p.71-102, 2011. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v19i35.8646646>

SALVADOR, A. D. **Métodos e técnicas de pesquisa bibliográfica**. Porto Alegre: Sulina, 1986.

SANFELICE, J. L. Dialética e pesquisa em Educação. In: LOMBARDI, J. C; SAVIANI, D; NASCIMENTO, M. I. M. **A escola pública no Brasil: História e Historiografia**. 1 ed. Campinas: Autores Associados, 2005.

SANTANA, R. R. F. **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service**. 2019 321 f. Mestrado em Educação para a Ciência Instituição de Ensino: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (BAURU), Bauru, 2019.

SANTOS, C. C. S. **O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional**. 2017. 182 f. Mestrado em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba, 2017.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. 11.ed. rev., Campinas, Autores Associados, 2013.

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., & Brizuela, B. M. (2007). **Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice**. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

SEVERINO, A. J. A pesquisa na pós-graduação em educação. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v.1, p.31-49, set. 2007. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br> Acesso em> 29 de nov. de 2021.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986. <https://doi.org/10.2307/1175860>

SILVA, D. P. da. **Caracterização do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I**. 2012. 163f. Dissertação (Mestrado em

Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciência Exatas, Programa de Pós-Graduação, em Ensino de Ciência e Educação Matemática, Londrina, 2012.

SILVA, J. M. da; CIRÍACO, K. T. Possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de tarefas nos anos . **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 115–130, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.4998. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/4998>. Acesso em: 26 abr. 2022.

SILVEIRA, T. C. **Currículo de matemática da cidade de São Paulo: uma análise do Eixo Álgebra para o Ensino Fundamental**. 2019 112 f. Mestrado em Ensino de Ciências Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019.

SOUSA, J. B. de. **Tarefas exploratório-investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais: Uma experiência para se pensar a relação ensino-aprendizagem-avaliação**. 2019 Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas. Universidade Federal Do Pará, Belém, 2019.

SOUZA, M. L. de., SILVA, D. P. da. **Pensamento Algébrico: Um olhar para as publicações do Encontro Nacional de Educação Matemática**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7715_4324_ID.pdf. Acesso em: 26 de abr. de 2022.

SQUALLI, Hassani. **Une reconceptualisation du curriculum d’algèbre dans l’éducation de base**. Québec: Faculté des Sciences de l’Éducation/Université Laval, 2000.

VIEIRA, M. M. S. **Feira dos pesos: Análise de um objeto de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2013. 100 f. Mestrado Profissional em COMPUTAÇÃO APLICADA. Universidade Estadual Do Ceará, Fortaleza, 2013.

VIGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas II**. (Pensamiento Y Lenguaje). Editorial Pedagógica, Moscú, 1983.

APÊNDICE

Os dados de cada trabalho analisado nesta dissertação de mestrado, como as informações referentes a: autor, orientador, instituição, tipo de trabalho e ano de defesa, problema apresentado, objetivo geral, autores citados que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico e resultados, foram organizados em quadros. Os excertos retirados dos textos foram organizados em unidades de análise e, posteriormente em categorias, também foram dispostos em quadros. Todos esses quadros estão disponíveis para consulta no link abaixo.

https://docs.google.com/document/d/12D_dRgrqjKSR4h3B3zjT7RRQSP6NKbeg/edit?usp=sharing&oid=108439834713996911809&rtpof=true&sd=true