Universidade Estadual do Oeste do Paraná
CAMPUS DE CASCAVEL - PARANÁ

PPGECEM
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

DIOVANNA BORTOLETTO

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM PROVAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

CASCAVEL
2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS/CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO/ PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM PROVAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

DIOVANNA BORTOLETTO

CASCAVEL – PR
2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS/CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO/ PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM PROVAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

DIOVANNA BORTOLETTO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Andréia Büttner Ciani

CASCAVEL – PR
2021

Dados Internacionais de Catalogação na-Publicação (CIP)

Ficha catalográfica elaborada por através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Bortoletto, Diovanna
Análise da Produção Escrita em provas de Cálculo Diferencial e Integral I / Diovanna Bortoletto; orientadora Andréia Büttner Ciani. -- Cascavel, 2021.
77 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Cascavel) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, 2021.

1. Ensino de Cálculo. 2. Análise da Produção Escrita em Matemática. 3. Avaliação da Aprendizagem em Matemática. 4. Educação Matemática. I. Büttner Ciani, Andréia , orient. II. Título.

FOLHA DE ASSINATURA

DOS MEMBROS DA BANCA DE DEFESA

DIOVANNA BORTOLETTO

Análise da Produção Escrita em provas de Cálculo Diferencial e Integral I

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – Nível de Mestrado e Doutorado, área de Concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.

Marcele Tavares Mendes

Prof.ª Dr.ª Marcele Tavares Mendes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Membro Externo Convidado

Dulcyene Maria Ribeiro

Prof.ª Dr.ª Dulcyene Maria Ribeiro
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
Membro Efetivo da Instituição Convidado

Andréia Büttner Ciani

Prof. ª Dr.ª Andréia Büttner Ciani
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
Orientadora

Cascavel, 20 de dezembro de 2021.

AGRADECIMENTOS

Nesta seção, quero agradecer imensamente a todos os que participaram desta etapa em minha vida. Quero agradecer por todo amor e zelo que Deus teve e tem por mim e por minha família, agradecer aos planos que Ele fez para minha vida e pelas pessoas que permitiu estarem comigo, que o Senhor sempre os abençoe e proteja de todo mal e perigo.

Um agradecimento especial para minha orientadora, professora Andréia Büttner Ciani, mulher guerreira de coração acolhedor e bondoso por me ajudar, auxiliar, guiar, ensinar e corrigir.

Às professoras que compuseram a banca de qualificação e defesa Dulcyene Maria Ribeiro e Marcele Tavares Mendes por toda atenção, direcionamento e contribuições para que esta pesquisa se concluísse.

À minha família, base e alicerce que terei como exemplo de garra e determinação por toda a minha vida. Gratidão a todo esforço e dedicação que tiveram com nossa família, minhas conquistas são reflexos de nossas batalhas. Amo vocês!

Por fim agradecer ao PPGECEM e à UNIOESTE, juntamente com todo corpo docente que se fez presente em minha caminhada como mestranda. A todas as pessoas que conviveram comigo, meus colegas de turma, e a todos que contribuíram de forma direta, ou indiretamente, para que essa jornada se tornasse possível e se cumprisse, meus sinceros agradecimentos!

BORTOLETTO, D. **Análise da Produção Escrita em provas de Cálculo Diferencial e Integral I.** 2021. 81 f.. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2021.

RESUMO

O tema da pesquisa, de interesse da Educação Matemática, insere-se no contexto do ensino de Cálculo Diferencial e Integral I (CDI1). Trata-se de uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo baseada na Análise de Conteúdo, desenvolvida a partir de um grupo com 58 estudantes recém-ingressos em um curso de Engenharia e matriculados em CDI1, com a seguinte questão: o que as produções escritas dos estudantes, em uma questão da primeira prova da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de um curso de Engenharia Civil, revelam sobre a maneira que eles lidam com a Matemática? Para tanto, considera-se a avaliação como prática de investigação para identificar a maneira com a qual os estudantes lidam com a Matemática. O objetivo configura-se em apresentar como as produções escritas dos estudantes, em provas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, podem conduzir a elaboração de tarefas. A partir das compreensões dos conhecimentos deles elencados, algumas tarefas, na perspectiva da análise da produção escrita, foram a eles direcionadas, com o intuito de auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem e serem subsídios para reorientar a prática docente em curso, assim como subsidiar futuros cursos de Cálculo Diferencial e Integral. Dentre as vertentes teóricas que abordam esta problemática, a escolhida foi a da Educação Matemática Realística. Mais especificamente, o conceito de Reinvenção Guiada foi elencado para nortear o estudo. As produções escritas dos estudantes ingressantes em um curso de Engenharia, da disciplina de Cálculo I, em situação de avaliação, serviram de instrumentos de recolha de informações a respeito da aprendizagem dos estudantes. As produções revelaram que os estudantes necessitam de um acompanhamento que os coloquem em atividade, por meio de tarefas de níveis progressivos, que estejam voltadas para as suas realidades, para que seus conhecimentos venham à tona e eles possam lidar com a matemática básica que estará presente no início da vida acadêmica. Por fim, algumas tarefas voltadas para a realidade encontrada foram direcionadas aos estudantes do curso, e deixadas como sugestão para um curso futuro, com o intuito de auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem e obter subsídios para reorientar a prática docente em curso e subsidiar outros cursos de Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Matemática no Ensino Superior; Educação Matemática; Avaliação da Aprendizagem em Matemática; Análise da Produção Escrita em Matemática.

BORTOLETTO, D. **Analysis of Written Production in Differential and Integral Calculus tests I.** 2021. 77 pages. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2021.

ABSTRACT

The research theme, which is of interest to Mathematics Education, is part of the teaching of Differential and Integral Calculus I (CDI1). This is a qualitative research of an interpretive nature based on Content Analysis, developed from a group of 58 students who have recently entered an Engineering course and enrolled in CDI1, with the following question: what do the written productions of students, in a question of the first test of the Differential and Integral Calculus course of a Civil Engineering course, reveal about the way they deal with Mathematics? Therefore, assessment is considered as a research practice to identify the way students deal with Mathematics. The objective is to present how the students' written productions, in tests of the Differential and Integral Calculus I discipline, can lead to the elaboration of tasks. From the understanding of their listed knowledge, some tasks, from the perspective of the analysis of written production, were directed to them, to assist in the teaching and learning process and be subsidies to reorient the teaching practice in progress, as well as subsidize future courses in Differential and Integral Calculus. Among the theoretical aspects that approach this problem, the one chosen was Realistic Mathematics Education. More specifically, the concept of Guided Reinvention was listed to guide the study. The written productions of students entering an Engineering course, from the discipline of Calculus I, in a situation of evaluation, served as instruments for collecting information about student learning. The productions revealed that students need monitoring and activities of progressive levels, which are focused on their realities, so that they remember or have knowledge of basic mathematics that will be used in the knowledge covered at the beginning of academic life. Finally, some tasks focused on the reality found, were directed to the students of the course, and left as a suggestion for a future course, to assist in the teaching and learning processes and obtain subsidies to reorient the current teaching practice and subsidize other courses of Differential and Integral Calculus.

Keywords: Teaching of Calculus; Mathematics in Higher Education; Mathematical Education; Assessment of Learning in Mathematics; Analysis of Written Production in Mathematics.

LISTAS DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CVC	Concavidade voltada para cima
CVB	Concavidade voltada para baixo
COBENGE	Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia
GEPEMA	Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação
IES	Instituto de Ensino Superior
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
PR	Paraná
PUC	Pontifícia Universidade Católica
RME	Educação Matemática Realística
SNEF	Simpósio Nacional de Ensino de Física
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO[1]

Desde as mais singelas brincadeiras infantis, lembro-me de brincar muito de escolinha com meus amigos e primos e, sempre, eu era professora de Matemática. O meu excelente desempenho em Matemática reforçava o desejo de ser professora desta matéria. Já na fase de decidir minha profissão, muitos familiares e professores não apoiaram minha ideia de ser professora, por ser uma profissão sem muito reconhecimento e prestígio social. Também me alertaram sobre o fato de que o tempo empregado, direta e indiretamente, não corresponderia ao retorno financeiro. Ainda me alertaram sobre o fato de a imagem do professor estar destituída de autoridade, o que comumente é associado à indisciplina e à falta de respeito com a figura do professor. Essa "autoridade" foi retirada dos professores, comparada ao *status* dessa profissão nos tempos em que meus avós e meus pais tiveram a oportunidade de estudar.

Enfim, eles me alertaram sobre o que eu iria enfrentar no que tange à falta de respeito e consideração de estudantes e pais para com o profissional da Educação. Sim, essas eram as justificativas que eu ouvia dos meus pais e dos meus professores. O que eu respondia? Se eu tivesse uma aluna como eu, já iria valer a pena! Deixo registrado para que eu nunca me esqueça dessa frase e toda pessoa também busque pelo menos um motivo para fazer o que gosta e não deixe que outras pessoas diminuam seus sonhos!

Durante o Ensino Médio, já buscava algumas respostas sobre o porquê de a Matemática ser tão fácil e compreensível para mim, ao contrário do que era para os outros colegas. O que era diferente? O que dificultava chegar em resoluções corretas? Como eu deveria explicar para que eles conseguissem entender e resolver as tarefas que a professora passava? Com o passar do tempo, a professora de Matemática me convidou para ser monitora, uma espécie de professora no contraturno para meus próprios colegas, a fim de ajudá-los.

A professora de Matemática começou a me direcionar para os estudos e possíveis ramos de trabalho que um curso superior de Engenharia me traria. Com toda essa orientação, prestei vestibular para três cursos da área de exatas. Porém,

[1] Nesta Introdução da Dissertação, alguns parágrafos estão escritos em primeira pessoa do singular quando se referirem a uma experiência exclusiva da autora.

tudo se encaminhou para o que realmente não saía do meu coração ser professora. Assim, cursei Licenciatura em Ciências Exatas na Universidade Federal do Paraná!

A professora de Matemática começou a me direcionar para os estudos e possíveis ramos de trabalho que um curso superior de Engenharia me traria. Com toda essa orientação, prestei vestibular para três cursos da área de exatas. Porém, tudo se encaminhou para o que realmente não saía do meu coração: ser professora. Assim, cursei Licenciatura em Ciências Exatas (LCE) na Universidade Federal do Paraná!

Esse curso era muito novo no campus de Palotina-PR, éramos a quarta turma. Muita coisa nova e disciplinas que foram pensadas para o curso nem tinham sido colocadas em prática ainda, pois das outras três turmas restavam poucos estudantes que haviam chegado até a metade do curso. O curso fora planejado de maneira diferente de muitos outros distribuídos pelo Brasil. Neste curso, estudamos Física, Química e Matemática e as disciplinas pedagógicas por dois anos, sendo que

> A grade curricular do curso de Licenciatura em Ciências Exatas, nos dois primeiros anos, prevê um conjunto de disciplinas em comum no módulo básico voltadas para a fundamentação prática e teórica de conhecimento em matemática, química, física, pedagogia, psicologia do ensino e políticas educacionais. No módulo profissional, a partir do terceiro ano, o estudante poderá optar por se habilitar em Matemática, Química ou Física, formando-se um profissional que além da visão mais geral e multidisciplinar, pode também desenvolver-se em um campo mais específico ao qual possua uma maior afinidade. (LICENCIATURA EM CIÊNCIAS EXATAS, 2021).

Dessa forma, cada um escolheu a habilitação que gostaria de seguir. A minha escolha foi a habilitação em Matemática.

Como mencionei, essa graduação fora planejada de maneira a levar em consideração os estudos e estatísticas realizados a partir de outros cursos, levando em conta o alto índice de reprovações e evasão, bem como a carência de professores da área de Exatas na Educação Básica.

> Nesse sentido, a oferta sustenta-se ainda nos resultados de análises e levantamentos que demonstram haver escassez de professores nas áreas e que tal déficit tende a aumentar, visto que a oferta de cursos superiores de Física, Química e Matemática não vem acompanhando a ampliação de vagas do ensino superior e ocorre quase exclusivamente pelo esforço das instituições públicas – pela desproporção entre custos/benefícios para as instituições privadas. (LICENCIATURA EM CIÊNCIAS EXATAS, 2021).

Acredito que, justamente por tudo isso ser levado em conta, na primeira semana de aulas, tivemos um intensivo para nivelamento de Matemática Básica na disciplina de Física. Todos os conteúdos dessa e das disciplinas de Matemática e Química foram muito bem distribuídos, deixando o desenvolvimento das disciplinas mais leve para não haver choque entre a forma de ensinar e entre os conteúdos da Educação Básica e do Ensino Superior. Tudo isso foi pensado e realizado para que a entrada no curso de Ciências Exatas fosse simplificada e não houvesse tanta evasão no curso, como costuma ocorrer em cursos dessa natureza.

Na graduação, participei de um programa denominado Licenciar[2], por meio de um projeto intitulado "A culpa não é só da Física". Nesse projeto, buscamos identificar quais dificuldades os estudantes apresentavam em testes de Física, em que momento do conteúdo iniciava a dificuldade dos estudantes, o que os "atrapalhava" em alcançar o objetivo da questão. Esses testes foram feitos com turmas de licenciatura e turmas de engenharia. O resultado indicou que as maiores dificuldades encontradas pelos estudantes diziam respeito à interpretação de texto, seguida pelos conteúdos de Matemática. Essas dificuldades se referem aos empecilhos apresentados para a compreensão da questão, o que impedia os alunos de avaliar qual conceito de Física eles utilizavam para resolvê-la.

Neste trabalho que desenvolvi, eu analisava estritamente os cálculos, como o aluno iniciava, caminhava e elaborava a resolução de uma questão do teste. Tentava identificar como o estudante tinha pensado, como tinha entendido o problema para desenvolver seus cálculos e o raciocínio. E a partir deste ponto, imaginava qual a causa de sua dificuldade.

Ao apresentar este projeto no Simpósio Nacional de Ensino de Física (SNEF), tive a oportunidade de conversar com alguns coordenadores de cursos da área de exatas que estavam presentes. Eles relataram, na ocasião, a preocupação que havia em seus *campi* para baixar os índices de evasão. Ainda afirmaram que tal evasão estaria vinculada, diretamente, ao alto índice de reprovações, creditadas, por eles, ao impacto e às dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao ingressarem no Ensino Superior. No entanto, expressavam também a preocupação de que, nos cursos da

[2] O **Licenciar** é um programa que congrega projetos dos diversos Cursos de Licenciatura da UFPR. Seu objetivo geral é apoiar ações que visem ao desenvolvimento de projetos voltados à melhoria da qualidade de ensino nas Licenciaturas desta Universidade. Para maiores informações: <http://www.prograd.ufpr.br/portal/coafe/uaf/licenciar/>. Acesso em: 30 jul. 2021.

área de exatas, se perdessem a qualidade da aprendizagem oferecida pelo curso e a qualidade teórica dos acadêmicos formados ao facilitar as primeiras disciplinas de cálculo.

Percebo que, à época, fazia uma espécie de análise da produção escrita ao corrigir as respostas dos alunos. No entanto, ela não era sistematizada e não detalhada. A partir do ingresso no mestrado, passei a buscar suporte teórico e fui modificando e refinando meu olhar. Este relatório de pesquisa apresenta alguns registros dessas modificações e aprofundamentos.

Na pós-graduação, continuei a vivenciar as dificuldades encontradas pelos ingressantes no Ensino Superior provenientes das disciplinas na área de exatas, e assim, aumentou o contato com pesquisas relacionadas às suas consequências como evasão e retenção, como também as estratégias discutidas para minimizar tal situação.

Desde 1994, Paredes já havia pesquisado as justificativas dos graduandos de IES públicas e particulares sobre suas desistências, procurando, de tal modo, uma resposta para o problema enfrentado. Recentemente Araujo, Silva e Pederneiras (2021) buscaram catalogar os trabalhos em âmbito nacional, para reconhecer quais eram as justificativas apontadas pela evasão das IES públicas. Observou-se que a má formação no ensino básico se faz presente em ambas as pesquisas.

Atualmente, encontram-se muitos trabalhos que pesquisam sobre as dificuldades, causas de evasão, relação professor-aluno, metodologia, avaliação e estratégias para mudar esse cenário na disciplina de CDI, como mostra Rezende (2003), Quartieri, Borragini e Dick (2012), Trevisan e Mendes (2013), Mendes (2014), Fonseca (2017), Ramos (2017) e Borsoi, Trevisan e Elias (2017) dentre outros.

Cury (2009 apud RAFAEL; ESCHER, 2015) aponta que, entre 1992 e 2001, cerca de 42% dos artigos publicados nos anais do COBENGE tinham como foco o ensino e a aprendizagem de Cálculo. A autora ainda traz a informação de que:

> [...] no Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), entre 2002 e 2005, 19% dos artigos focavam o tema; No Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) entre 2001 e 2004, 36% das pesquisas apresentadas pelo grupo de trabalho sobre Ensino Superior ofereciam essa temática e no Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM), entre 2002 e 2006 o tema foi abordado por 49% dos trabalhos relacionados ao Ensino Superior. (CURY, 2009 apud RAFAEL; ESCHER, 2015, s/p)

Desta forma, é preciso continuar a repensar estratégias e práticas docentes em relação à disciplina de Cálculo, com o objetivo de proporcionar uma aprendizagem mais condizente sobre os conhecimentos presentes no currículo. (QUARTIERI; BORRAGINI; DICK, 2012).

Notadamente, há um grande interesse em pesquisar sobre o ensino e a aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral. Porém, parece que isso não está sendo suficiente, pois as taxas de reprovação continuam aumentando, apesar de altas taxas de aprovação não serem garantia da ocorrência de aprendizagem.

Desta maneira, utilizamos as provas escritas realizadas por uma turma de ingressantes na disciplina de Cálculo I, como instrumentos de avaliação. Esses instrumentos, as provas, foram utilizados como prática de investigação a partir da análise sistemática das resoluções, com vistas a conhecer, mais profundamente, o que os estudantes demonstram saber. É com este olhar que utilizamos as produções escritas dos alunos para investigar que conhecimentos eles mobilizaram ao resolver uma questão.

Diante do que foi apresentado e buscando indicativos e contribuições para a realidade local, o objetivo da pesquisa configura-se em trazer à tona como as produções escritas dos estudantes, em provas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, podem conduzir a elaboração de tarefas.

Para atingir este objetivo geral, traçamos objetivos específicos, dentre os quais buscamos compreender as maneiras de lidar dos estudantes com os enunciados das questões presentes nas provas do curso de Cálculo, por meio de suas produções escritas, identificar quais conhecimentos eles revelavam e, a partir destes, elaborar tarefas, questionamentos e intervenções, para guiar os estudantes em curso, mas também deixar as tarefas, as quais podem ainda ser úteis para professores e estudantes em seus processos de aprendizagem de Matemática.

Ainda, como objetivo específico, visamos mostrar como a análise da produção escrita pode orientar a elaboração de tarefas que servirão de suporte a intervenções para a aprendizagem, no percurso do estudante ingressante em um curso de Cálculo I, norteadas pela vertente teórica da RME, mais especificamente, a reinvenção guiada.

A fim de atingir esses objetivos, seguem os procedimentos necessários para a realização da pesquisa:

(i) Investigar a produção científica sobre a avaliação da aprendizagem com foco na análise da produção escrita e sobre o Ensino de Cálculo na vertente teórica da RME;

(ii) Analisar as produções escritas de quatro provas de uma turma de Cálculo Diferencial e Integral I, de um curso de Engenharia Civil, da Unioeste de Cascavel, a fim de identificar as maneiras de lidar apresentadas;

(iii) Elaborar tarefas a partir das informações obtidas pela análise das produções escritas, na perspectiva da RME;

(iv) Aplicar aos estudantes essas tarefas, como forma de intervenção para a aprendizagem, mediados pela pesquisadora ou professora da turma, em horários de monitoria[3];

(v) Elaborar ou escolher tarefas e questionamentos que podem ser utilizadas em intervenções junto aos estudantes em grupos, formados por similaridades identificadas por meio das análises, para que haja interação e discussão entre eles sobre a problemática sugerida.

As pesquisas focadas no Ensino de Cálculo que se orientam pela vertente teórica da Educação Matemática Realística são relativamente recentes na Educação Matemática, o que reverbera em uma necessidade de continuidade. Ainda que não seja o objetivo deste trabalho reverter a evasão dos estudantes em cursos de Ciências Exatas e o baixo rendimento dos estudantes nas disciplinas de Cálculo, sendo que isso ocorre em particular com os cursos de Engenharia da Unioeste, tais fatos se mostram como justificativas práticas para a realização da pesquisa.

A dissertação está dividida em partes. Primeiro trazemos um pouco de nossa história e de como chegamos a nos interessar pelo Ensino de Cálculo. Em seguida, nesta introdução, trazemos uma revisão sobre as reprovações e evasão nos cursos de Ciências Exatas com destaque para a disciplina de Cálculo. Dessa forma, trazemos um pouco sobre a problemática que envolve o Ensino de Cálculo e a nossa pergunta de pesquisa.

Na segunda parte, o Capítulo 1, apresentamos nossa orientação teórica, o ensino pautado na avaliação como prática de investigação, a qual fornece ao professor subsídios para guiar o seu ensino. Apresentamos também, no Capítulo 2, o

[3] Durante as aulas, nos horários regulares, a professora trazia à turma *feedbacks* provenientes da análise das produções escritas presentes nas provas. Foram disponibilizados horários regulares de aula também para a efetivação das intervenções com a pesquisadora.

percurso metodológico utilizado nesta pesquisa, tanto para a coleta de dados quanto para a análise.

Em uma terceira parte, abordamos os resultados da pesquisa e realizamos uma discussão ao elencarmos os conhecimentos matemáticos que os alunos apresentaram em suas produções escritas, por meio de agrupamentos, e como essas informações podem ser direcionadas para a aprendizagem: tarefas, intervenções paralelas, falas em sala de aula e perguntas lançadas à sala, bem como tarefas que podem ser utilizadas em situações similares futuramente.

Diante desses resultados, construímos uma discussão com as outras pesquisas realizadas nessa vertente, apresentamos nossas conclusões e apontamos novos estudos que podem ser realizados.

CAPÍTULO 1

A UTILIZAÇÃO DAS PRODUÇÕES ESCRITAS DAS QUESTÕES PRESENTES EM PROVAS

As provas podem ser vistas com olhos para além do classificatório, sendo isto o que nos propomos a fazer, utilizá-las como um instrumento a serviço de uma prática avaliativa investigativa. Dessa forma, entendemos que a avaliação pode ser uma prática investigativa, a qual oferece novos caminhos como oportunidades para os estudantes consigam regular seus processos de aprendizagem É neste sentido que a RME, a Reinvenção Guiada, nos subsidia, fornecendo um respaldo teórico que suporta a análise da produção escrita como forma de recolher informações que servirão de suporte para tarefas e intervenções que os oportunizem uma matematização.

1.1 Avaliação como prática de investigação

Frequentemente, quando mencionamos a palavra avaliação, logo obtemos um retorno em termos de uma prova da qual se identificam respostas corretas ou erradas, em termos de uma nota, de uma classificação e de uma aprovação ou reprovação. De acordo com Hadji (1994), tais retornos estão associados à função certificadora da avaliação, inerentes ao modelo avaliativo somativo. No entanto, para a aprendizagem, esse modelo contribui muito pouco.

A avaliação escolar, inserida no contexto das atividades de ensino pode ter outras funções, além de certificar, pode ter a função de regular e de orientar. Hadji (1994) associa às funções de regular e de orientar os modelos de avaliação diagnóstica e avaliação formativa.

Cury (1990) propõe a análise e classificação de erros como um meio de trazer, para o contexto das atividades de ensino, o modelo avaliativo diagnóstico. Em suas pesquisas, Cury (1990, 2003, 2005) analisa as respostas de estudantes em situação de avaliação, identifica os erros, classificando-os, a fim de investigar as suas causas. Muitos trabalhos dessa autora foram desenvolvidos com o olhar direcionado para o Ensino Superior, com destaque para a disciplina de Cálculo. A autora apresenta como conclusão que a falta de conhecimento da matemática básica interfere diretamente no desempenho acadêmico dos estudantes de Cálculo e propõe que os métodos de ensino sejam repensados. Também destaca que, ao trazermos à tona os erros dos alunos, não devemos perder a “oportunidade de compreender as habilidades já desenvolvidas pelos alunos ou a aprendizagem em cada etapa do processo de ensino”. (CURY, 2005, p. 2).

Os modelos avaliativos escolares, somativo, diagnóstico ou formativo, dizem muito a respeito do objetivo que o professor tem com aquelas tarefas escolhidas e planejadas para tal momento. A avaliação somativa traz consigo a ideia de classificar, situar e informar, busca certificar a aprendizagem do estudante. A avaliação formativa, tem como função apoiar, orientar e corrigir, busca compreender as dificuldades do estudante para poder ajudá-lo. E a avaliação diagnóstica, tem como função identificar e compreender, essa avaliação busca compreender a aprendizagem do estudante e orientá-lo (PEDROCHI JUNIOR, 2012).

Compartilhando da visão de que as produções podem mostrar muito mais sobre os conhecimentos dos alunos e que a avaliação pode assumir um caráter formativo. Na perspectiva formativa, buscamos analisar e inferir sobre a aprendizagem dos alunos e orientá-los para alcançar novos conhecimentos. Dessa forma, perseguimos a ideia de se trabalhar com a avaliação da aprendizagem como prática de investigação.

Quando mencionamos a avaliação, queremos dizer sobre os processos que possam trazer informações a respeito da aprendizagem e dos conhecimentos dos estudantes. Utilizá-la como prática de investigação sugere voltar um olhar que busca conhecer para gerar um diálogo, uma troca que pode gerar uma contribuição a sua aprendizagem. Buriasco (2000) vem desenvolvendo, há muitos anos um trabalho voltado para a avaliação como prática de investigação, concordamos que seja

> necessário passarmos de uma preocupação centrada no produto (que se pretendia medir, pesar) para uma preocupação centrada no processo de produção, para realizá-lo e melhorá-lo, e, finalmente, sobre os produtos (professores, alunos, escola, sistema) para realizá-lo. (BURIASCO, 2000, p. 333).

Olhar para a avaliação é algo, por vezes, complexo, pois, ao fazê-lo, nos deparamos com vários ramos que envolvem o sistema escolar. Quando se tem o objetivo de acrescentar, de ajudar, de melhorar o processo de avaliação, consequentemente, mudam o ensino, a aprendizagem e a prática docente.

Assim, consideramos que a avaliação como prática de investigação consiste em

> um processo de buscar conhecer ou, pelo menos, obter esclarecimentos, informes sobre o desconhecido por meio de um conjunto de ações previamente projetadas e/ou planejadas, processo no qual se procura seguir rastros, vestígios, esquadrinhar, ir à pista do que é observável, conhecido". (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009, p. 75)

Com o intuito de obter informações sobre os conhecimentos dos estudantes, de conseguir esclarecimentos para poder compreender o porquê de os alunos fornecerem determinadas respostas e poder ajudar neste processo de aprendizagem, o Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, GEPEMA, estuda e discute sobre Avaliação da Aprendizagem em Matemática. Neste processo de utilizar a avaliação como prática investigativa, é necessário olhar com atenção, e fazer uma Análise da Produção Escrita nos registros produzidos nas resoluções de questões. De tal modo, ao identificar as estratégias e procedimentos escolhidos pelos alunos, podemos inferir sobre seus conhecimentos e compreender melhor sua maneira de lidar com os conhecimentos e aprender.

A Análise da Produção Escrita pode ser utilizada como instrumento de avaliação e como estratégia de ensino, esta abordagem não tem objetivo classificatório. "O objetivo está em obter informações que possibilitem uma tomada de consciência do ocorrido nos processos de ensino e de aprendizagem e de decisão de modo a auxiliar tanto professor quanto estudantes a organizar e orientar seus trabalhos" (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 240).

Ao adotar um olhar voltado para a avaliação da aprendizagem com a Análise da Produção Escrita, acreditamos que o estudante não apresenta um erro ou falta de conhecimento, buscamos direcionar para a maneira que o estudante lida com a situação problema, como lida com a matemática, o que demonstra saber. Não procuramos os erros, o que faltou para alcançar a resposta correta a fim de atribuir um valor, buscamos as maneiras de lidar, entender como o aluno pensou e o que ele conseguiu fazer.

> Tomar as maneiras de lidar dos alunos ao invés de 'erros' não é apenas uma mudança metodológica e sim epistemológica, pois valoriza os modos particulares que os alunos constroem, buscando legitimá-los não como certos ou errados, mas como diferentes, possibilitando com isso interpretar e valorizar as atividades matemáticas dos alunos". (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p. 97)

Desta forma, entendemos por maneiras de lidar, as estratégias e procedimentos matemáticos inferidos a partir de suas produções. Podemos dizer que é uma leitura entre as linhas de seus cálculos, para entender seus pensamentos e raciocínios diante da situação apresentada.

Quando mencionamos estratégia, consideramos a forma mais geral pela qual o estudante interpretou o enunciado, qual caminho que julgou necessário percorrer para a resolução. Já por procedimentos, consideramos os algoritmos, aplicações de regras ou as operações matemáticas. Desta forma, entendemos

> Estratégia como a maneira pela qual o aluno abordou a questão, ou seja, sua interpretação do enunciado, os procedimentos que utilizou oriundos dessa interpretação, e a apresentação da resposta oriunda desses procedimentos. Já por procedimentos estamos entendendo os algoritmos das operações, as regras algébricas de uma equação, ou seja, os resultados que os alunos usam para elaborar a sua estratégia. Uma estratégia é constituída de procedimentos (VIOLA DOS SANTOS, 2077, p. 50).

A partir de tantos estudos sobre avaliação, presentes no grupo GEPEMA, levando em consideração a análise da produção escrita dos estudantes em questões rotineiras e não rotineiras, o grupo se deparou com uma abordagem presente nas provas do PISA que lhe chamou a atenção. Então, os integrantes começaram a pesquisar sobre a Educação Matemática Realística (RME) como uma abordagem para direcionar a prática docente, a qual leva em conta o que os estudantes demonstram saber.

1.2 RME: Uma abordagem de ensino

A Educação Matemática Realística é uma abordagem de ensino para Matemática, sugerida por Hans Freudenthal, e tem como princípio fundamental a matemática como construção humana. Esta forma de enxergar e implementar o currículo matemático surgiu na década de 1950, quando os Estados Unidos da América procuravam novas maneiras de alcançar sucesso escolar, desde então estudiosos estudam a possibilidade de ensinar Matemática Moderna desde os anos iniciais. Esse desejo de modificar o currículo se intensificou durante a corrida espacial, quando a União Soviética lançou o primeiro satélite artificial da Terra (SILVA, 2018).

Freudenthal (1991) apresentou novas vertentes levando em consideração o social, os alunos deveriam visualizar, identificar e construir, trilhar caminhos para chegar à matemática já existente. Assim, os estudantes entenderiam o processo, que a matemática partiu de necessidades humanas como medir, pesar, contar e deste modo reconheceria a ação de matematizar como algo do cotidiano.

Para Freudenthal (1991), a Matemática se constitui no produto de um ato de organizar, problematizar e resolver problemas “realísticos”. O autor defende que o foco deve estar na produção do produto, a matematização, e não no produto em si, a Matemática. A RME considera como realístico situações-problemas pertencentes à vivência do resolvedor ou que ele compreenda e possa imaginar a situação que está sendo descrita, compreendendo novas realidades mesmo que não faça parte da sua realidade. Quando mencionamos a Educação Matemática Realística, a ideia não vem de problemas somente do cotidiano do aluno, mas sim de um contexto que o resolvedor possa imaginar e organizar em sua imaginação, sendo possível o aluno matematizar nesse contexto.

A abordagem da RME leva em consideração seis princípios intitulados: Atividade, Realidade, Níveis, Interatividade, Entrelaçamento e Orientação. O princípio da Atividade reforça a matemática como atividade humana, Freudenthal (1991) caracteriza os estudantes como agente ativo da aprendizagem a partir de situações-problemas para iniciar a discussões sobre conhecimentos matemáticos já consagrados durante aulas, caso contrário seria uma “inversão anti-didática”. Neste processo, o estudante aprende matemática fazendo, matematizando. As atividades que remetem ao processo de matematizar podem ser:

> Identificar as especificidades matemáticas em um contexto geral; Esquematizar; Formular e visualizar um problema; Descobrir relações e regularidades; Reconhecer similaridades em diferentes problemas; Representar uma relação em uma fórmula; Provar regularidades; Refinar e ajustar modelos; Combinar e integrar modelos; Generalizar (DE LANGE, 1999, p. 18 *apud* SILVA, 2018)

De acordo com o princípio da Realidade, oportuniza-se o processo de aprendizagem por meio de tarefas com contexto que permite a matematização. As tarefas dentro do contexto realístico, que permite ser de vivências ou de sua imaginação, são ainda mais aplicadas para iniciar um novo conteúdo durante as aulas.

Segundo o princípio de Níveis, a aprendizagem muda de nível quando os estudantes já desenvolvem estratégias para resolução da situação problematizadora, de forma que estratégias estas possam servir como modelo de resolução para novas situações ou questões.

O princípio de Entrelaçamento traz a indicação de que haja uma ligação entre os outros conhecimentos matemáticos já consagrados, é importante que o contexto dos problemas apresentados permita ao estudante matematizar.

O princípio da Interatividade, destaca que a matematização também se caracteriza como um processo social, ou seja, a participação de outros membros e suas discussões sobre suas descobertas ajudam os demais colegas no processo de aprendizagem. Mesmo que um tema seja abordado em aula com a turma de maneira geral, é possível que alguns integrantes não estejam no mesmo nível; por isso, os estudos em conjunto que carregam consigo a interatividade podem auxiliar na construção de novos caminhos.

O último a ser mencionado é o princípio da Orientação, o qual diz respeito à Reinvenção Guiada. De acordo com este último princípio, aos alunos deve ser oferecida uma oportunidade para "reinventarem" a Matemática. No entanto, esta oportunidade deve ser guiada pelo professor.

Consideramos a abordagem da RME necessária para romper com alguns aspectos do ensino tradicional, por exemplo, a desconsideração de um contexto realístico para o estudante, e nos propomos ao desafio de utilizá-la como abordagem norteadora em nossa pesquisa no Ensino Superior, no qual, comumente, o desenrolar do ensino segue passos rigorosos e os ingressantes de CDI sentem grande dificuldade ao entrar em contato com a matemática formalista.

Contudo, o que podemos caracterizar como tarefas? Consideramos como tarefas os componentes que colocam os estudantes em atividade. Estas devem ser planejadas pelo professor, elencadas, e/ou adaptadas, de livro didático ou totalmente construídas pelo professor a partir de informações dos conhecimentos dos seus alunos. Diante delas, o resolvedor precisa analisar, escolher suas estratégias de resolução, traçar os melhores caminhos para chegar ao destino exposto pela situação apresentada na tarefa[4].

Forster (2020) considera que as tarefas matemáticas podem:

[4] Neste trabalho, utilizaremos questões para tarefas que não foram construções nossas, ou seja, chamaremos de tarefas somente as que foram originadas a partir da análise.

> proporcionar o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática;
> ser importantes veículos para o desenvolvimento da capacidade do aluno de raciocinar e raciocinar matematicamente;
> ser ferramentas mediadoras para ensinar e aprender;
> estimular o estabelecimento de conexões e o desenvolvimento coerente de ideias matemáticas;
> oportunizar que os alunos se comuniquem e justifiquem seus procedimentos e entendimentos, promovendo, assim, comunicação a respeito do que foi feito;
> mostrar a matemática como uma atividade humana permanente;
> oportunizar aos alunos interpretar a razoabilidade de suas ações e soluções (FORSTER, 2020, p. 31).

Deste modo, percebemos que tarefa é toda questão que promove movimento no resolvedor, de sair da inércia e se colocar à disposição para caminhar e escolher quais caminhos percorrer para chegar ao destino. O estudante trabalha a interpretação, comunicação e justificativa dos processos e estratégias escolhidos, como também pode compreender o conteúdo como uma consequência da atividade humana, este é o principal fundamento da RME, olhar a matemática como atividade social a partir da ação humana. Entretanto, serve também como ponto de avaliação sobre o aprendizado e o ensino, um olhar que o professor pode fazer sobre sua prática a partir das respostas dos estudantes.

Forster (2020) aponta indicações de Van den Heuvel-Panhuizen (1996) sobre como devem ser boas as tarefas na perspectiva da RME, são cinco indicações, sendo elas: informativas, significativas, transparentes, elásticas/flexíveis e acessíveis.

> Informativas: fornecer o máximo de informações possível a respeito do conhecimento dos alunos, isto é, mostrar uma imagem do aprendizado dos alunos o mais completa possível;
> Significativas: convidativas para os alunos, desafiadoras, de modo que eles sintam que valha a pena resolver e que sua solução pode ser útil para prover uma ou várias respostas, e devem refletir objetivos importantes, pois, se não apresentarem motivos para ser aprendidas, não serão consideradas úteis;
> Transparentes: permitem que os alunos mostrem o nível de aprendizagem em que se encontram, assim, não podem ser tão fechadas a ponto de serem resolvidas de apenas uma maneira, impedindo que os alunos demonstrem seu conhecimento, mesmo que seja por meio de modelos informais;
> Elásticas/flexíveis: podem ser resolvidas por meio de diferentes estratégias em diferentes níveis de aprendizagem, o que pode oportunizar aos alunos dar suas respostas com suas próprias palavras;
> Acessíveis: apresentam enunciados o mais claros possível, de modo que os alunos possam, no mínimo, refletir a respeito dos assuntos envolvidos, o que não quer dizer que o enunciado deva indicar estratégias ou sugerir uma solução, mas, sim, possibilitar identificar do que ela trata (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, *apud* FORSTER, 2020, p. 29-30).

Percebe-se a necessidade de diversificar as tarefas de acordo com as indicações de Van den Heuvel-Panhuizen (*apud* FORSTER, 2020), pois as tarefas podem contribuir com o alcance de objetivos importantes para aprendizagens, durante o processo. Uma tarefa pode ter um nível mais fácil como a aplicação de um algoritmo, ou mais difícil, à medida que envolve uma situação-problema com diversas maneiras de resolução.

As tarefas são aplicadas popularmente durante as aulas, porém, para atingir tais objetivos, o professor deve estar atento às necessidades dos estudantes, para que assim consiga planejar tarefas adequadas à realidade que se apresenta. Não tão difíceis que façam desistir, não tão fáceis que não promovam avanço sobre a temática.

Ao mesmo tempo que são desafiadoras, devem ser chamativas para que o estudante se sinta motivado a realizá-las. Isso pode ajudar na visão que o estudante tem sobre as tarefas, tornando sua realização mais fácil. No entanto, a realização das tarefas não depende somente deste quesito, mas é o primeiro passo que um professor pode levar em consideração, escolher e planejar boas tarefas.

Para De Lange (1999), que segue uma linha da RME, existem habilidades matemáticas que podem ser organizadas em três níveis de competências. No primeiro nível – "**reprodução**, definição, computação", os alunos são convidados a reproduzir passos e algoritmos já apresentados, reconhecer equivalências, recordar objetos e propriedades. Regularmente tarefas de primeiro nível são questões fechadas, de múltipla escolha, preenchimento de lacunas e questões por correspondência. No segundo nível – "**conexão** e integração para resolver problemas", os alunos começam a ter contato com possível matematização, a partir de tarefas desse nível eles devem escolher as estratégias necessárias e procedimentos para chegar à resolução. Regularmente, as tarefas de segundo nível são problemas não rotineiros e que exigem do resolvedor tomada de decisões. No terceiro nível – "**matematização**, pensamento matemático, generalização e *insight*", os alunos estão prontos tanto para resolver quanto para elaborar problemas, as tarefas oportunizam matematizar, interpretar, analisar, desenvolver seus próprios modelos e estratégias e elaborar argumentos, incluindo provas e generalizações. Eles conseguem argumentar e comunicar suas decisões e resoluções, pois reconhecem mais de uma maneira de resolver. Este último nível exige habilidades e pensamento de alto nível (DE LANGE, 1999, *apud* PASSOS, 2015, p. 96).

Mencionamos como os tipos típicos de problemas matemáticos e as competências necessárias podem se relacionar; porém não é uma relação única e acabada, com limites rígidos e específicos. Tudo depende da ação docente, o professor precisa reconhecer e estudar seus estudantes para que reconheça as capacidades e competências atingidas para propor uma boa tarefa.

Ao longo das aulas, é preciso que o professor proponha tarefas que possam trabalhar competências diferentes, de modo que os estudantes saiam da aplicação direta do algoritmo para reconhecimento da situação-problema e tomem suas decisões dos caminhos a serem percorridos para chegar a uma resolução adequada ao enunciado, passando pelo processo de matematização.

Passa também pela alçada docente encaminhar e ajudar neste processo de matematização. O estudante deve conseguir fazê-lo sendo guiado pelo professor, o que pode ocorrer por meio de perguntas e questionamentos em torno da tarefa proposta.

A aprendizagem, na perspectiva de uma Reinvenção Guiada, é compreendida como “uma atividade social e acontece por meio da interação entre os estudantes e professor”, para que os estudantes possam “escutar com atenção os outros estudantes, tentar entender as diferentes estratégias”, “pedir esclarecimentos nas resoluções, participar de discussões”, e ter uma “participação ativa” (SILVA, 2015, p. 72).

“Oportuniza o processo de Reinvenção Guiada” por meio de questões, “perguntas e condução de discussões” os estudantes serão guiados “na rota de reinvenção”, “cabe ao estudante justificar suas estratégias de resolução”. Esse método de ensino pode “preencher a lacuna existente entre a matemática informal e a matemática formal” (SILVA, 2015, p. 72).

1.3 A disciplina de Cálculo: evasão e reprovação nos cursos da área de Ciências Exatas

O tema desta pesquisa insere-se no contexto do ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Educação Matemática. Há algum tempo, o Cálculo vem provocando discussões entre os professores que tentam ensiná-lo e entre os estudantes que buscam aprendê-lo. Ao longo dos anos, essas discussões foram crescendo, haja vista a quantidade de investigações geradas e compartilhadas. Hoje o Ensino de Cálculo já é objeto de estudo e pesquisa na Educação Matemática.

O primeiro contato dos estudantes com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, geralmente, não é satisfatório, tanto para eles quanto para os professores. A maioria dos cursos de Ciências Exatas conta com Cálculo na sua grade curricular. O desempenho de muitos alunos nessa disciplina é baixo e, em alguns casos, este tem sido o motivo de desistência dos cursos que a tem em sua grade curricular.

Segundo Silva Filho *et al.* (2007), a evasão nos cursos de Ciências Exatas é verificada em todo o mundo, principalmente nos dois primeiros anos dos cursos. Os autores analisaram dados obtidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep), sobre a evasão dos estudantes em relação ao conjunto de todas as Instituições de Ensino Superior (IES) no período de 2001 a 2005, por organização acadêmica, por categoria administrativa, por região geográfica, por área do conhecimento e por cursos.

De acordo com Silva Filho *et al.* (2007, p. 647), "A evasão anual média entre 2000 a 2005, para o conjunto formado por todas as IES do Brasil foi calculada em 22%". Considerando a análise regional, o estado do Paraná tem a evasão anual mais baixa da região Sul. Quando a análise se refere à evasão anual média por área de conhecimento[5], podemos perceber que "Matemática, Ciência e Computação" é a segunda área com maior taxa de evasão, sendo ela 28%, bem acima da média do país, perdendo apenas para área de "Serviços". Vale destacar que a área de "Engenharia, Produção e Construção" tem a taxa de evasão em 21%, bem próxima da média nacional. Dentro do período de levantamento de dados, no ano 2005, o curso de Matemática alcançou a maior taxa de evasão com 44% comparada com todos os demais cursos.

O estudo de Paredes (1994) trouxe à tona as justificativas de estudantes que abandonaram o curso. Essa pesquisa obteve 145 depoimentos de ex-alunos de uma IES pública, a Universidade Federal do Paraná (UFPR), contemplando 51 cursos investigados e 93 depoimentos de ex-alunos de uma IES particular, a Pontifícia

[5] As áreas do conhecimento que constam no trabalho são as que figuram nas sinopses do Inep a partir de 2000: 1. Agricultura e Veterinária 2. Ciências, Matemática e Computação 3. Ciências Sociais, Negócios e Direito 4. Educação 5. Engenharia, Produção e Construção 6. Humanidades e Artes 7. Saúde e Bem-Estar Social 8. Serviços

Universidade Católica (PUC-PR), sendo apenas seis cursos investigados. Esses depoimentos foram agrupados em dez grandes temas, os quais são:

- dificuldades financeiras que exigem o trabalho simultâneo ao estudo;
- prestar vestibular para mais de uma opção e, após a definição por apenas um curso, a inutilização de uma das vagas ocupadas;
- matrícula dos estudantes em cursos inadequados a suas aspirações ou vocações pessoais;
- qualidade dos cursos ministrados incompatível com a idealização prévia dos estudantes;
- aspirações pessoais e, por isso, durante a graduação interrompem os estudos, como casamento e gravidez;
- escolha errada do curso, redundando em desistências ou novas tentativas em cursos mais adequados à vocação real;
- má formação do Ensino Médio, que não é especificamente detectada pelo exame vestibular, por ser apenas classificatório e não eliminatório;
- frequentar um curso de segunda opção, enquanto tentam entrar no curso desejado;
- reconhecimento de esforço e mais investimentos para chegar à remuneração desejada, assim, desistem por existir outra área que apresenta maiores perspectivas de ganho, sem tanto esforço;
- aparecimento de oportunidades de emprego que oferecem segurança de permanência e de remuneração.

Dentre os motivos que poderiam justificar a evasão, estudos e pesquisas, tais como os realizados por Menestrina e Morais (2011); Cavasotto e Viali (2011); Nasser, Sousa e Torraca (2012); Masola e Alevatto (2015) e Bortoletto, Santos, Ferreira e Tonezer (2017), apontam como motivo principal, responsável pela evasão, a falta de domínio de conhecimentos básicos necessários para o avanço nos estudos. Esses autores reconhecem que o baixo rendimento dos estudantes de Ensino Superior pode ser devido ao conhecimento de conteúdos de Matemática que os alunos adquirem durante a Educação Básica, os quais são considerados, no Ensino Superior, como supostamente “sabidos” pelo estudante que adentra ao Ensino Superior, particularmente quando em um curso da área de Ciências Exatas.

O trabalho de Almeida (2016) se propôs a realizar um estado da arte sobre as pesquisas que se propuseram a investigar os motivos da evasão em cursos de Engenharia, valendo-se dos anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), entre os anos de 2000 e 2014. Ao analisar os artigos referentes a essas pesquisas dos anais, o autor identificou cinco possíveis causas geradoras, sendo elas: acadêmico-administrativo, financeira, pedagógica, pessoal e profissional. Dentre essas, a que mais apareceu foi a pedagógica, com 55% das causas verificadas. Ao analisar os trabalhos presentes nesta categoria intitulada pedagógica formaram-se outras oito subcategorias, a saber: rigor na relação professor-aluno, a estrutura curricular, deficiências na formação da educação básica dos estudantes, a não aplicabilidade das disciplinas do Ciclo Básico na área de Engenharia, processo avaliativo, reprovações sucessivas nas disciplinas principalmente de Cálculo Diferencial e Integral, inabilidade para operar as ferramentas tecnológicas e, por fim, a oitava categoria denominada por metodologia didático-pedagógica dos professores.

Desta forma, a pesquisa de Almeida (2016) mostrou que a maioria, expressa por 34% dos trabalhos de ordem pedagógica, refere-se à evasão como causa da quantidade de reprovações sucessivas nas disciplinas, principalmente, de Cálculo Diferencial e Integral; logo em seguida, com 22% dos trabalhos, aponta as deficiências na formação da Educação Básica dos estudantes. Isso reforça a importância de trabalhos voltados a contribuir com uma educação de qualidade no Ensino Superior na área das Ciências Exatas.

Ainda, Almeida (2016) identifica os índices de evasão, reprovação, desistência e retenção presentes nos trabalhos analisados, a taxa de evasão se sobressai em 63% dos trabalhos, e a ela estão associadas, fortemente, sucessivas reprovações nas disciplinas do Ciclo Básico, com destaque para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. “Isso pode indicar, de certa maneira, a forte influência das disciplinas da área de Matemática nas taxas de evasão e retenção nos cursos de Engenharia” (ALMEIDA, 2016, p. 78).

Almeida (2016) fez um levantamento sobre quais propostas foram desenvolvidas para melhorar o ensino e os índices de aprovação nas disciplinas da área de Matemática, categorizando-as. Desse modo, encontrou “Cursos de Nivelamento, com 21,5% do total das expressões-chave; Uso das TICs, com 18%;

Modelagem Matemática, com 17%; e Papel da Matemática e do Professor de Matemática, com 15,5%” (ALMEIDA, 2016, p. 79).

Assim, os conhecimentos básicos de matemática merecem atenção. Contudo, a "[...] ‘falta de base’ não é um problema específico do ensino de Cálculo. A ‘base’ que falta aqui, para o ensino de Cálculo, também faz falta para o ensino de outras disciplinas do curso superior" (REZENDE, 2003, p. 17).

A metapesquisa realizada por Araujo, Silva e Pederneiras (2021), abrangendo pesquisas de 2016 a 2020, revelou que, paralelamente à expansão do acesso ao Ensino Superior no Brasil, ocorreu um aumento nas taxas de evasão dos estudantes. Esse estudo analisou 27 trabalhos que tratava sobre evasão nas IES públicas do Brasil. Os resultados encontrados foram analisados em cinco categorias: elementos que contribuem para a evasão dos discentes; evasão e adaptação ao contexto universitário; evasão, cursos noturnos e conciliação trabalho-estudo; evasão, políticas afirmativas de acesso e permanência e adoção do SISU; estratégias utilizadas para prevenção e combate à evasão. Sendo assim, é importante que as IES se concentrem neste processo de adaptação nos anos iniciais, “que sejam criadas ações preventivas e de intervenção que facilitem a adaptação do discente ao ambiente universitário, especialmente nos primeiros anos dos cursos, momento em que os estudos apontaram maior percentual de abandono.” (ARAUJO; SILVA; PEDERNEIRAS, 2021, p. 270).

Os autores identificaram que a culpabilização do estudante pelo baixo rendimento acadêmico também contribui com a evasão. Como resultados da pesquisa, encontrou-se que os estudantes “[...] descrevem a universidade como um espaço que não acolhe as necessidades dos discentes, perpetua práticas esvaziadas de sentido e contribui para o desinteresse pelo meio acadêmico” (ARAUJO; SILVA; PERDERNEIRAS, 2021, p. 262).

Isso corrobora para que

> a maioria dos evadidos apresentava um rendimento acadêmico insuficiente, especialmente nas disciplinas iniciais, o que causa retenção e dificulta a evolução do aluno dentro do curso. Nesse sentido, o alto índice de reprovações constitui um fator desmotivador, sendo significativo para o aumento da evasão. (IBIDEM, p. 262).

Além de não SE sentirem acolhidos neste novo percurso da vida acadêmica, “[...] a deficiência dos estudantes em conceitos básicos em matérias de exatas como dos fatores que aumenta as chances de evasão, já que tal limitação reduz seu desempenho acadêmico em disciplinas básicas” e com respaldo, coordenadores entrevistados “associaram a reprovação e a evasão dos ingressantes ao despreparo do aluno e à defasagem na sua formação anterior” (ARAUJO; SILVA; PERDERNEIRAS, 2021, p. 262).

Reconhecendo a importância e a necessidade de buscar novos recursos e métodos para o ensino de Cálculo, dentre uma produção extensa, destacamos pesquisas considerando a produção escrita dos estudantes e os métodos avaliativos, para que, desse modo, pudessem inferir o que apresentavam as produções sobre conhecimentos e dificuldades dos estudantes. Vale dizer que podem ser acompanhadas essas discussões nos estudos de Trevisan e Mendes (2013), Mendes (2014), Fonseca (2017), Ramos (2017) e Borsoi, Trevisan e Elias (2017).

O artigo de Trevisan e Mendes (2013) propõe uma ruptura no contrato didático, quando apresenta uma questão problema antes mesmo de iniciar o conteúdo, desenvolvida à luz da Reinvenção Guiada, os estudantes participam e discutem estratégias e caminhos para chegar à resolução do problema. O trabalho foi desenvolvido na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I de cursos de Licenciatura e Engenharia.

Mendes (2014) analisou as produções escritas dos estudantes nas provas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de um curso de Engenharia, utilizou a Prova em Fases (10 fases) com o intuito de regulação de aprendizagem de conhecimentos básicos para a disciplina. O estudo baseou-se na Educação Matemática Realística com a estratégia da Reinvenção Guiada.

Na dissertação do mestrado profissional, Fonseca (2017) apresenta e realiza uma proposta de tarefas para que os estudantes explorem e discutam ideias necessárias para melhor compreender a definição de derivada na disciplina de CDI em um curso de Engenharia. Por meio da Análise da Produção Escrita dos estudantes nas três tarefas sugeridas, buscou reconhecer as ideias e o conceito de derivação mobilizado nas resoluções, procurando entender de que maneira as tarefas contribuíram com a sua proposta.

Ramos (2017), em sua dissertação de mestrado profissional, sugere e realiza uma proposta de tarefas desencadeadoras de conteúdos da disciplina de CDI em um curso de Engenharia. A autora adota pressupostos da metodologia *Design Research* e da Educação Matemática Realística, juntamente com a Análise da Produção Escrita dos estudantes nas tarefas direcionadas pela Reinvenção Guiada.

No trabalho de Borsoi, Trevisan e Elias (2017), com intuito de auxiliar estudantes da disciplina CDI, foi proposta a realização de tarefas por meio de um ambiente virtual de aprendizagem em grupo, para haver interação e discussão sobre possíveis soluções, analisando a produção escrita desses estudantes, concluiu que as atividades possibilitaram aos estudantes se colocarem em atividade e buscarem por modelos das situações propostas.

Como observado, há algumas carências e possibilidades para novos recursos e práticas docentes quando mencionado o estudo de CDI. Portanto, abre-se espaço para um novo trabalho, utilizando a Análise da Produção Escrita como intervenção para nortear a Avaliação da Aprendizagem e redirecionar tarefas e intervenções, um retorno, para os estudantes na perspectiva da Reinvenção Guiada.

CAPÍTULO 2

O PERCURSO METODOLÓGICO

A partir da autorização do Coordenador do Curso de Engenharia Civil e de os estudantes aceitarem participar deste estudo, foram analisadas as quatro provas durante o ano letivo de 2019, realizada no curso de Engenharia Civil, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), nesta turma, havia 60 alunos Porém, no desenvolver da disciplina, alguns alunos evadiram e outros desistiram do curso. Dos que permaneceram na disciplina, 41 alunos aceitaram participar da pesquisa ao assinarem o termo de consentimento. A professora regente da disciplina de CDI era a professora orientadora desta dissertação, o que possibilitou essa abertura ao trabalho.

Esses instrumentos de pesquisa, as provas, são documentos arquivados; assim, foram realizadas cópias de cada uma, com a devida codificação para que a identidade dos estudantes fosse preservada, e essa não influenciasse de nenhuma maneira em nossa análise. Entendemos por provas um instrumento avaliativo com questões abertas ou fechadas, neste caso de resolução individual.

A análise levou em conta alguns pressupostos da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin. Esse tipo de análise é possível de ser aplicada a todos os meios de comunicação que permitam realizar “inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens” (BARDIN, 2011, p. 48). Essa análise foi organizada em três polos cronológicos: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, e a inferência e a interpretação (BARDIN, 2011).

Dizemos que a análise se inspirou nas orientações de Laurence Bardin, seguindo o que o grupo GEPEMA chamou de análise horizontal, a análise se deu de forma horizontal, ou seja, lançamos sobre ela um olhar coletivo. Essa análise ocorre quando lançamos um olhar coletivo de forma horizontal para todas as produções em uma única questão. Ao analisar a mesma questão de todos os estudantes, é possível agrupar por similaridades para ajudá-los na hora de realizar as intervenções de acordo com as inferências feitas.

> leitura horizontal: leitura das produções de todos os estudantes em uma mesma questão ou problema. Possibilita perceber semelhanças entre essas produções, o que auxilia a identificar estratégias e procedimentos de resolução mais utilizados, inventariar e analisar os acertos e erros mais freqüentes. Possibilita a construção de um perfil do modo com a qual a turma de estudantes lida com as questões. Tanto a leitura vertical quanto a horizontal permitem que o professor levante hipóteses acerca das produções dos estudantes e propicia a obtenção de informações que auxiliam, durante a inferência e interpretação, a ratificar ou refutar algumas dessas hipóteses.
> inferência: busca ir além do que é encontrado na produção do estudante para tentar complementar informações a respeito do seu modo de lidar que não estão visíveis à primeira vista.
> interpretação: auxilia a compreender como os estudantes lidam com as questões. Constitui-se em movimentos para tentar atribuir significados para a produção escrita analisada, na busca de compreender o que é encontrado na produção escrita do estudante. (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 243-244)

As autoras definem o que são cada uma dessas ações, por meio de uma análise de catorze produções do GEPEMA para a Análise da Produção Escrita em Matemática. Portanto, na leitura horizontal, são identificadas estratégias e procedimentos coletivos, em cada questão.

Toda produção escrita dos estudantes possibilita análise, e desta se pode perceber, além de certa ou errada, o que eles sabem e o que ainda podem compreender (SANTOS, 2008). A Análise da Produção Escrita

> [...] não tem como objetivo a atribuição de uma nota ou um conceito. O objetivo está em obter informações que possibilitem uma tomada de consciência do ocorrido nos processos de ensino e de aprendizagem e de decisão de modo a auxiliar tanto professor quanto estudantes a organizar e orientar seus trabalhos (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 240).

Após a análise de cada grupo de provas (primeira prova, segunda prova, terceira prova e substitutiva) e feito seus agrupamentos por similaridade, foram planejadas e realizadas as intervenções. Estas aconteceram norteadas pelas características da Reinvenção Guiada.

Na intervenção, os estudantes participantes do mesmo agrupamento estavam disponíveis para interagirem entre si e, assim, tornarem-se autores principais e responsáveis pelo seu conhecimento matemático.

Considerando a ideia de olhar para a produção escrita dos alunos como uma oportunidade de investigação, surgem as contribuições de Santos (2014) com a proposta de conceber a Análise da Produção Escrita como estratégia de ensino. De acordo com essa perspectiva, a produção escrita dos alunos se constitui no ponto de partida, o que permite à professora realizar análises, considerações, inferências e tomadas de decisões. Dessa forma, "é uma estratégia de ensino em que o meio, a produção escrita, é um recurso material, de suporte textual e portador de informação que é manipulado pelo professor a fim de que ele possa atingir seus objetivos" (SANTOS, 2014).

Diante do estudo de Santos (2014), que se pôs a analisar a perspectiva de trabalho de duas pesquisadoras acerca da análise da produção escrita, pode-se definir o que seria o papel do professor e o papel do aluno frente à perspectiva da Análise da Produção Escrita como estratégia de ensino. Ao professor cabe o papel de analisar as produções escritas dos alunos, a fim de obter informações que o auxilie; elaborar comentários e/ou questionamentos na produção dos alunos; elaborar intervenções na forma de trajetórias de ensino e aprendizagem. Ao aluno cabe resolver uma tarefa; discutir com os colegas as informações geridas da análise das produções feita pelo professor; refletir a respeito do que fez a partir dos comentários e intervenções feitas pelos professores. Em ambas as direções, possibilitará aos alunos que desenvolvam suas próprias ferramentas matemáticas.

No entanto, ao apresentar essa perspectiva, Santos (2014, p. 72) destaca que o objetivo da proposta não é "apontar ou analisar limitações da utilização da análise da produção escrita para a condução das aulas de matemáticas" e sim ir "além da perspectiva como estratégia de avaliação". A partir de seu contributo teórico, Santos (2014) espera que a análise da produção escrita, vista como estratégia de ensino, seja objeto de estudo para pesquisas futuras. Sendo assim, nesta pesquisa inicial, procuramos utilizar a sugestão feita por Santos (2014) e Ciani (2012), com o foco no desencadeamento de uma ação, uma intervenção, um *feedback* a partir da recolha das resoluções dos estudantes, tendo em vista a possibilidade de uma dinâmica de aprendizagem.

Assim, conforme sugerem as autoras, o que foi feito foi analisá-las, sistematizá-las de forma a identificar modos peculiares ou semelhanças nessas produções e utilizar tais informações para elaborar uma intervenção de ensino e aprendizagem que pudesse provocar reflexões nos alunos sobre os seus conhecimentos matemáticos e maneira de utilizá-los. Ao aluno cabe resolver as tarefas, no caso, em provas, apresentando sua produção escrita para que a professora as analise e, depois, discutir com os colegas e a professora as informações identificadas nessa análise, materializadas em tarefas e, assim, continuar em seu processo de aprendizagem.

2.1 Planejamento das produções a serem analisadas

A ideia inicial era analisar todas as produções escritas, de todos os estudantes, durante o ano letivo. No entanto, considerando que a professora regente da disciplina fez um planejamento de seis provas durante o ano, mais com duas provas substitutivas e um Exame, e considerando que as análises e intervenções deveriam ser simultâneas, não foi possível o acompanhamento de todas as provas realizadas. Conseguimos analisar as quatro primeiras provas do ano letivo, sendo três regulares e uma substitutiva. A partir dessas análises, foram direcionadas as tarefas para a necessidade de cada estudante, individualmente, ou grupo identificado com maneiras de lidar semelhantes.

A prova substitutiva foi realizada para contemplar os estudantes que entraram no início do ano pelo Sistema de Seleção Unificada – SISU e tinham perdido um mês de aula; por isso, foi necessário olhar também para essas provas, para analisar o conhecimento e ajudar os estudantes no processo de aprendizagem.

No Quadro 1, encontram-se as características dessas 4 avaliações analisadas, sendo todas compostas com questões abertas.

Provas	Conteúdos	Quantidade de questões
Prova 1	Funções (afim, quadrática, composta) e volume.	9
Substitutiva 1	Funções (afim, quadrática, composta) e volume.	6
Prova 2	Limites	5
Prova 3	Derivadas	9

Quadro 1: Organização das provas analisadas.
Fonte: A autora, 2021.

Em todos esses momentos, seguimos os passos detalhados neste trabalho, primeiramente olhamos de modo particularmente para uma questão e analisamos as maneiras de lidar expressas para a resolução de tal enunciado e, se possível, agrupamos por similaridade. Assim, orientamos a prática de resolução do estudante por meio de uma nova questão sugerida, levando em consideração suas particularidades. Isso aconteceu de forma cíclica, à medida que uma questão era analisada, novas tarefas eram propostas e os estudantes poderiam resolvê-las em dois horários de monitoria ou em um horário de aula durante a semana.

Entretanto, neste trabalho, abrimos de forma detalhada os processos descritos para apenas uma questão. A primeira questão da primeira prova, por ser um dos primeiros conteúdos estudados na disciplina de CDI1, é referente à função definida por partes. Por meio das produções escritas, podemos compreender como os estudantes lidam com este conteúdo e, desta maneira, ajudá-los com as tarefas que apresentaremos logo depois.

2.2 A análise das produções

As provas dos estudantes tiveram suas produções escritas analisadas de maneira criteriosa e investigativa, buscando:

> [...] revelar como os participantes dessas investigações lidam com essas questões, ou seja, que interpretações fazem do enunciado, que estratégias de resolução (entendida com o qual se aborda um problema) e procedimentos de resolução (modo com o qual se desenvolve a estratégia) utilizam para resolvê-las (SANTOS; BURIASCO, 2016).

Para a análise dos dados, é utilizado como aporte metodológico a Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (2016).

1ª Etapa – Leitura Flutuante: serão elaboradas hipóteses sobre as possíveis dificuldades apresentadas ou as possíveis maneiras de lidar na resolução de determinada questão.

2ª Etapa – Pré-análise: a partir de um estudo exaustivo, no sentido de esgotar o assunto possível de interpretação da Análise da Produção Escrita, considerando a Homogeneidade, a Pertinência e Exclusividade, é feita uma análise de todas as produções de cada questão que compõem cada prova, para que a análise fique relacionada a um único tema, referindo-se assim à regra de Homogeneidade. Em relação à regra de Pertinência, aos objetos serem adaptados aos objetivos da pesquisa, o objetivo não é influenciar na prática docente, foi recomendado que as provas tenham questões abertas e os estudantes deixem seus cálculos nas provas, para conseguir fazer a análise. Respeitando a regra de exclusividade, as produções analisadas são agrupadas e cada produção não estará em outra categoria.

Os agrupamentos foram feitos a *posteriori* com a interpretação da produção escrita, de acordo com a maneira de lidar identificada nas produções. A nossa escolha se justifica por levar em conta as maneiras de lidar, diz respeito ao se retirar o foco do que faltou na produção do estudante, mas levou-se em consideração o que o estudante demonstrou saber, a fim de compreender que conhecimentos ele mobiliza em sua resolução.

Desta forma, é utilizada a expressão “maneiras de lidar” para identificar os procedimentos e estratégias utilizadas pelos estudantes ao responderem uma questão.

2.3 Das tarefas para intervenção

Neste trabalho, o objetivo por trás das tarefas é que os estudantes sejam guiados, direcionados, a uma atividade para que possam compreender e entender os processos de *matematização*, corretos em relação à estratégia e ao procedimento de resolução.

As tarefas foram direcionadas de acordo com as categorias definidas a partir da Análise da Produção Escrita. Na perspectiva de que o estudante é “guiado” a “reinventar” a matemática, a sua concepção do processo, a partir do que conhece, e ser guiado a partir da colaboração dos demais participantes.

A professora regente seguiu seu planejamento sem nenhuma intervenção nossa, de tão modo, nos mantivemos atentas para não propor uma tarefa de nível totalmente diferente do que os estudantes estavam acostumados, para que não se esquivassem dos processos de intervenções. O objetivo foi ajudá-los a não permanecerem com a crença de que a matemática é para poucos.

Desta forma, os estudantes foram encorajados e direcionados com tarefas específicas para cada maneira de lidar identificada, sempre que possível promovendo discussões sobre as estratégias e procedimentos na resolução das tarefas, colocando-os em atividade e orientando-os quando em atividade e promovendo questionamentos sobre seus conhecimentos. Para manter essa metodologia e objetivos por trás das tarefas, estas foram realizadas de forma presencial em dois horários semanais, reservados à monitoria e um horário de aula.

Nesse relatório de pesquisa, analisamos as produções escritas de quatro provas, cada produção analisada recebeu um código. Este código foi composto por uma sequência de letras e números indicativos da produção escrita (PE), da questão (Q) e da prova (P), respectivamente. Por exemplo, o código PE8Q7P2 refere-se à oitava produção escrita da questão sete da segunda prova.

Inicialmente, tivemos acesso a 58 produções escritas, enumeradas obedecendo à ordem constante em diário de classe, à alfabética correspondente aos nomes dos alunos que a produziram.

Desde o início, os alunos foram informados de que as suas resoluções estavam sendo analisadas. Porém, dos 58 alunos que resolveram a prova, apenas 41 formalizaram por escrito a sua autorização de utilização das cópias de suas resoluções para efeito desta pesquisa[6]. De tal maneira, respeitando a vontade dos alunos, deixamos de considerar 17 resoluções de provas.

De posse das provas, cobrimos os nomes dos alunos pela codificação correspondente, fizemos a cópia para não retirar este documento da universidade e elaboramos as descrições de cada uma das produções. Realizamos uma leitura flutuante e interpretativa, baseada em Bardin (2016). Identificamos estratégias, procedimentos, esquemas, gráficos e explicações, ou seja, as maneiras de lidar com o enunciado de cada estudante, identificadas em cada resolução, por meio de suas produções escritas. Diante disso, agrupamos por similaridades as maneiras de lidar com o enunciado da questão. Esse processo configurou-se em uma pré-análise, culminando com a apresentação de um quadro composto pelos agrupamentos das produções por meio de suas descrições, constituído por duas colunas, conforme segue o Quadro 2.

PRODUÇÕES ESCRITAS	AGRUPAMENTO DAS DESCRIÇÕES
Siglas representantes das produções escritas.	Descrição da similaridade em lidar com o enunciado da questão.

Quadro 2: Orientações para preenchimento da primeira etapa.
Fonte: A autora, 2021.

[6] Em um primeiro momento, pensamos em colocar no Apêndice as autorizações assinadas. No entanto, os nomes dos alunos constam por completo em cada uma delas, o que os identificaria. Assim, por motivo de preservar a identidade deles, optamos por não colocar na versão final da dissertação.

Para melhor compreensão segue no Quadro 3, como exemplo, parte de nossa pesquisa.

PRODUÇÕES ESCRITAS	AGRUPAMENTOS DAS DESCRIÇÕES
PE4Q1P1, PE44Q1P1, PE53Q1P1, PE56Q1P1	Esboçou ambas as relações, lei de formação quadrática e lei de formação afim, porém não mostra indícios de reconhecer que há um ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei em x = 3.

Quadro 3: Exemplo de grupo de alunos divididos pelas similaridades das maneiras de lidar
Fonte: A autora, 2021.

Após agrupar as maneiras de lidar, pensamos em qual característica deveria ter a tarefa de intervenção que seria aplicada, a fim de oportunizar aos estudantes questionamentos e orientação, para que levasse-os a matematizar e compreender a matemática. Assim, a partir do Quadro 3 construímos o Quadro 4, a coluna adicionada diz respeito a direcionamentos para intervenção.

PRODUÇÕES ESCRITAS	AGRUPAMENTO DAS PRODUÇÕES	INTERVENÇÃO
Siglas representativas das produções escritas.	Descrição da similaridade peculiar identificada ao lidar com o enunciado da questão.	Questões envolvendo o aspecto observado. Questionamentos a serem lançados aos estudantes no momento da resolução. Perguntas a respeito de aspectos particulares referentes à produção de cada um.

Quadro 4: Orientações para preenchimento da segunda etapa.
Fonte: A autora, 2021.

Para melhor compreensão segue, no Quadro 5, uma exemplificação de parte da nossa pesquisa.

PRODUÇÕES ESCRITAS	AGRUPAMENTOS DAS DESCRIÇÕES	INTERVENÇÃO
PE4Q1P1, PE44Q1P1, PE53Q1P1, PE56Q1P1.	Esboçou ambas as relações, lei de formação quadrática e lei de formação afim, porém não reconheceu que elas têm um ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei em x = 3.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.

Quadro 5: Exemplo de agrupamento das maneiras de lidar com características para intervenção
Fonte: A autora, 2021.

Na sequência, analisamos os demais agrupamentos, para identificar quais mais se encaixavam nesta tarefa ou complementares e, assim, surgia nosso último Quadro, exemplificado pelo Quadro 6, o qual orientava toda nossa intervenção.

PRODUÇÕES ESCRITAS	DESCRIÇÃO DE INTERVENÇÃO AGRUPADA	OBJETIVO DA INTERVENÇÃO	TAREFA
Siglas representativas das produções escritas.		Aspecto ao qual a intervenção pretende abordar	Siglas

Quadro 6: Orientações para preenchimento final para intervenção
Fonte: A autora, 2021.

Para melhor compreensão segue como exemplo parte de nossa pesquisa.

PRODUÇÕES ESCRITAS	DESCRIÇÃO DE INTERVENÇÃO AGRUPADA	OBJETIVO DA INTERVENÇÃO	TAREFA
PE4Q1P1, PE44Q1P1, PE53Q1P1, PE56Q1P1, PE49Q1P1	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	Entender que a função pode ter duas relações e respeitar as condições impostas em cada uma e identificar o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	T2Q1P1

Quadro 7: Estrutura de agrupamento final para intervenção
Fonte: A autora, 2021.

Neste formato de Quadro, já deixávamos pronta a descrição que nortearia nosso objetivo, e este foi utilizado para guiar a tarefa para que pudéssemos interagir com o estudante. Na coluna Tarefa, colocávamos o código desta tarefa, uma sigla composta pela letra T seguida do número da tarefa, seguida de um Q e o número da questão e, por fim, a letra P, representando a prova, por exemplo, a sigla T2Q1P1 significa que é a segunda tarefa de intervenção, voltada para a primeira questão da primeira prova. A seguir discutiremos como foram as análises de cada produção.

CAPÍTULO 3

ANÁLISES E INTERVENÇÕES DA QUESTÃO

A primeira prova era composta por nove questões. Apresentamos a seguir os Quadros referentes às descrições agrupadas e as características das intervenções provenientes da primeira questão, a qual nos propomos a apresentar neste trabalho.

A primeira questão envolvia o contexto de uma função definida por partes. Veja a questão:

1ª) Seja $h(x) = \{x^2 + x - 6 \quad se\ x \leq 3 \ \ -x + 9 \qquad se > 3$. Esboce o gráfico de h.

Figura 1: Primeira questão da primeira prova
Fonte: Extraído da primeira prova.

Cada estudante tem suas peculiaridades, seus conhecimentos, ou seja, cada um pode interpretar o enunciado e escolher estratégias diferentes de resolução. Por isso, a importância de se olhar atentamente para cada produção escrita. Dessa forma, pudemos encontrar similaridades nas maneiras de lidar utilizadas por eles e construímos o Quadro 4.

Doze resoluções, as quais não constam do Quadro 4, a saber: PE7Q1P1, PE10Q1P1, PE12Q1P1, PE15Q1P1, PE19Q1P1, PE20Q1P1, PE21Q1P1, PE25Q1P1, PE32Q1P1, PE35Q1P1, PE42Q1P1 e PE43Q1P1; identificamos estratégias e procedimentos totalmente corretos, tais como os que imaginamos e os critérios que mencionamos; portanto essas resoluções conduziram a uma resposta correta.

PROD. ESCRITAS	AGRUPAMENTOS DAS DESCRIÇÕES	INTERVENÇÃO
PE4Q1P1, PE44Q1P1, PE53Q1P1, PE56Q1P1	Esboçou ambas as relações, lei de formação quadrática e lei de formação afim, porém não reconheceu que elas têm um ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei em x=3.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.
PE57Q1P1	Esboçou somente a relação quadrática, porém alguns pontos sem precisão. Por exemplo, o vértice com par ordenado não condiz com a função, e partes do desenho da parábola como uma semirreta, descreve os pontos, porém sem a curvatura esperada.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar a simetria, o vértice).
PE26Q1P1	Não identificou o vértice, confundiu-o com outro ponto.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações

		com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar o vértice)
PE9Q1P1, PE11Q1P1, PE17Q1P1, PE45Q1P1, PE48Q1P1, PE51Q1P1	Não desenhou a parábola da parte negativa no eixo x, e não reconheceu que ambas as funções têm um ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar a simetria, o vértice)
PE27Q1P1, PE34Q1P1, PE36Q1P1, PE37Q1P1	Esboçou ambas as funções, porém com falta de precisão em alguns pontos da parábola e não reconheceu o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar a simetria, o vértice)
PE49Q1P1	Não esboçou a curvatura esperada pela relação afim da lei presente no enunciado, desenhando duas semirretas paralelas. Porém a relação quadrática estava correta.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar a função afim)
PE1Q1P1, PE6Q1P1, PE13Q1P1, PE24Q1P1, PE38Q1P1, PE39Q1P1	Não esboçou a relação quadrática presente no enunciado, pontos sem precisão, sem descrever a parábola na parte negativa do eixo x. Porém a função afim estava correta.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico da função (reforçar a simetria)
PE22Q1P1	Esboçou a parábola somente com três pontos definidos, o que não deixou um esboço preciso, e não respeitou a condição imposta para valores de x na relação afim.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico da função (reforçar simetria, vértice e função afim)
Resoluções com esboço que revela conhecimentos mais distantes ao pedido pela questão.		
PE28Q1P1 PE54Q1P1	Apenas uma semirreta no plano cartesiano sem coincidência com a relação afim do enunciado	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar a identificação e desenho de curvatura da parábola, ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei e função afim)
PE52Q1P1	Representação de uma curva semelhante com o gráfico da função tangente.	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico da função (reforçar a identificação e desenho de curvatura da parábola, ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei e relação afim)
PE50Q1P1	Parábola com concavidade para baixo, com vértice (3,6)	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico da função (escolha dos pontos, CVC ou CVB, vértice e função afim)

Quadro 8: Agrupamento das maneiras de lidar com características para intervenção da primeira questão

Fonte: A autora, 2021.

Os estudantes que resolveram a questão com estratégia e procedimentos corretos não receberam tarefas, pois elas consistem em ajudar os estudantes a partir da maneira de lidar e como eles compreendem o que foi pedido, mas não foi visualizada a necessidade de fazer uma nova tarefa.

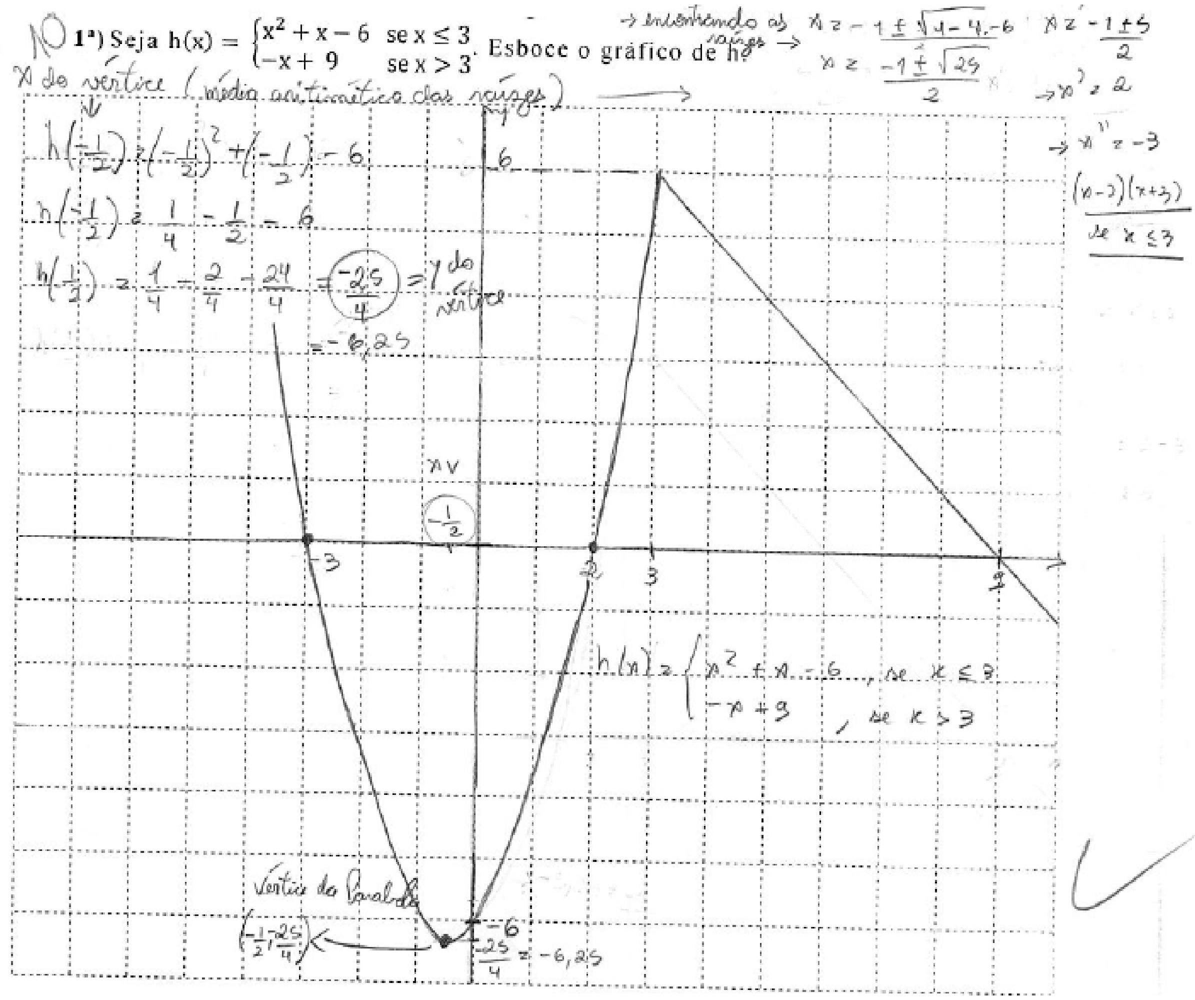


Figura 2: Resolução PE25Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

A Figura 2 representa o agrupamento das doze produções que utilizaram estratégias e procedimentos corretos. Levamos em consideração a representação da semirreta e da parábola com pontos que satisfazem a lei, respeitando o domínio, incluindo a representação do ponto de mudança entre o gráfico da semirreta e da parte da parábola, mas também que apresentasse pontos nos quais ocorre a mudança de lei da parábola e da semirreta com o eixo x, pontos nos quais ocorre a mudança de lei da parábola com o eixo y e vértice da parábola. No caso da resolução apresentada na Figura 2, todo raciocínio foi explicitado, no entanto, algumas produções desse agrupamento trouxeram apenas o gráfico como resolução sem nenhuma explicação, mesmo assim as consideramos neste agrupamento.

Com a análise das produções escritas deste item, além destas doze produções agrupadas como totalmente corretas, percebemos uma diversidade nas resoluções e algumas similaridades que chamam a atenção, conforme sintetizadas no quadro 7. Estas podemos destacar em quatro aspectos.

4.1 Propriedades da função afim

Neste tópico, destacamos algumas produções como representantes desse agrupamento, consideramos que as produções de um mesmo agrupamento revelam “conhecimentos similares” expressos nas resoluções.

A Figura 4 traz uma produção classificada no agrupamento descrito.

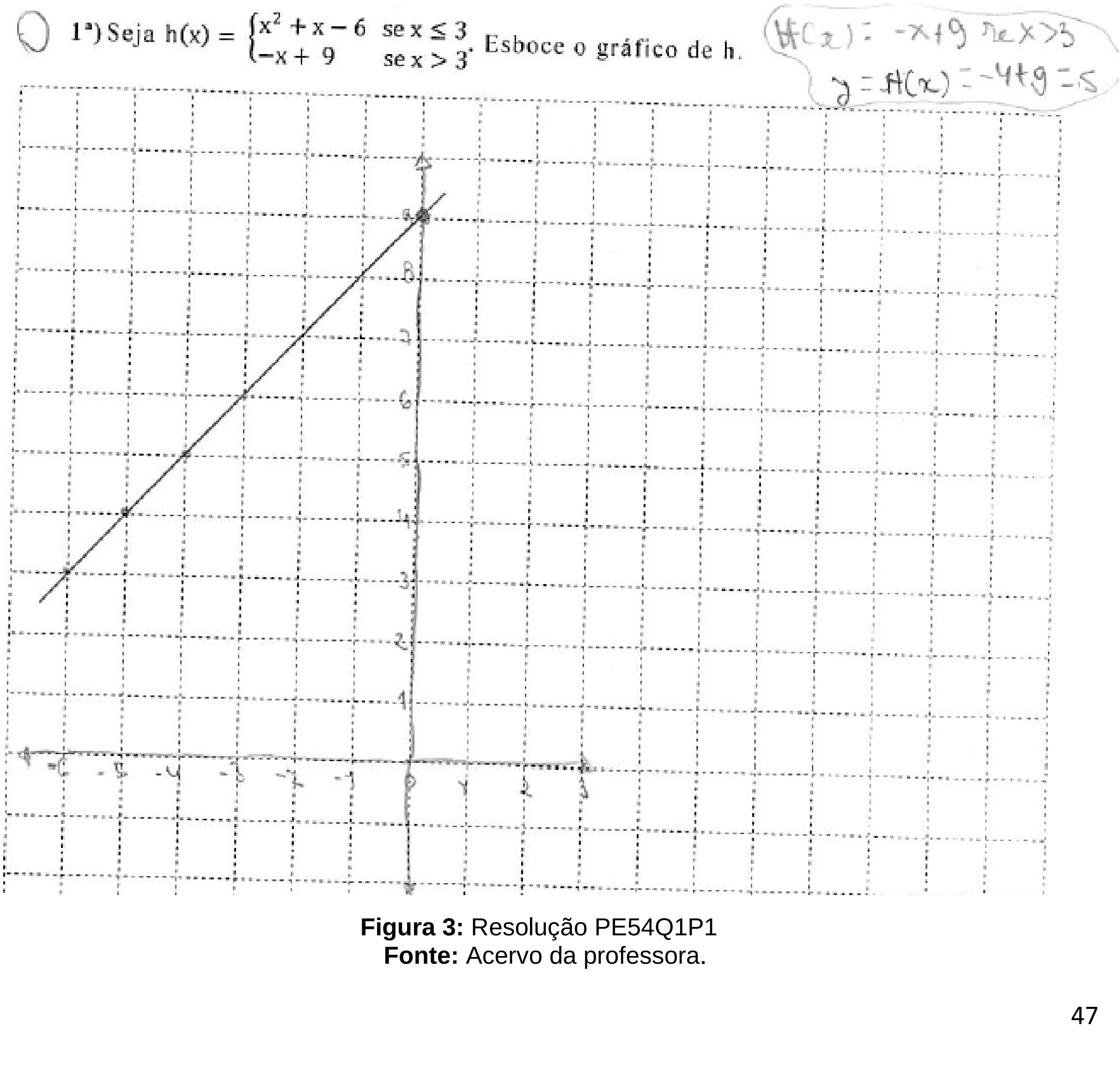


Figura 3: Resolução PE54Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Esta produção mostra que o estudante compreende que uma lei de função afim tem como representação uma reta. Em um primeiro momento, parece que construiu a reta da função h(x) = - |x| + 9. Pode ser observado que, ao escolher um valor para a incógnita x, ao invés de colocar o número escolhido para a incógnita x no gráfico, considerou o sinal da função como pertencente ao número escolhido, marcando todos os pontos opostos, deixando assim uma semirreta crescente[7] e com domínios diferentes pela lei de formação.

Outra característica sobre a produção PE54Q1P1 é que a função definida por partes do enunciado não está completa, não aparece a curva da relação quadrática. Pode ser um descuido ao finalizar a resolução ou uma escolha de realizar apenas o que tem domínio e facilidade.

Na Figura 4, abaixo disposta, trouxemos outro caso que chamou a atenção na construção da semirreta. Inferimos sobre essa produção que uma semirreta é construída primeiro, respeitando o domínio determinando pela lei de formação, porém suas imagens não são da função f(x)= -x+9 e sim a primeira semirreta é da função f(x)=-x+8, após outra semirreta é construída, por meio da produção escrita percebemos uma seta indicando que, na verdade, a semirreta da função f(x)= -x+9 deve passar pelo ponto cartesiano (9,0). Então, essa semirreta é conduzida paralelamente à que já havia sido construída.

[7] Pelas características de funções afim da forma $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais dados e $a \neq 0$, sabemos que a reta pode ser crescente ou decrescente, quando o valor de a for maior que 0, reta crescente, e quando o valor de a for menor que 0, reta decrescente.

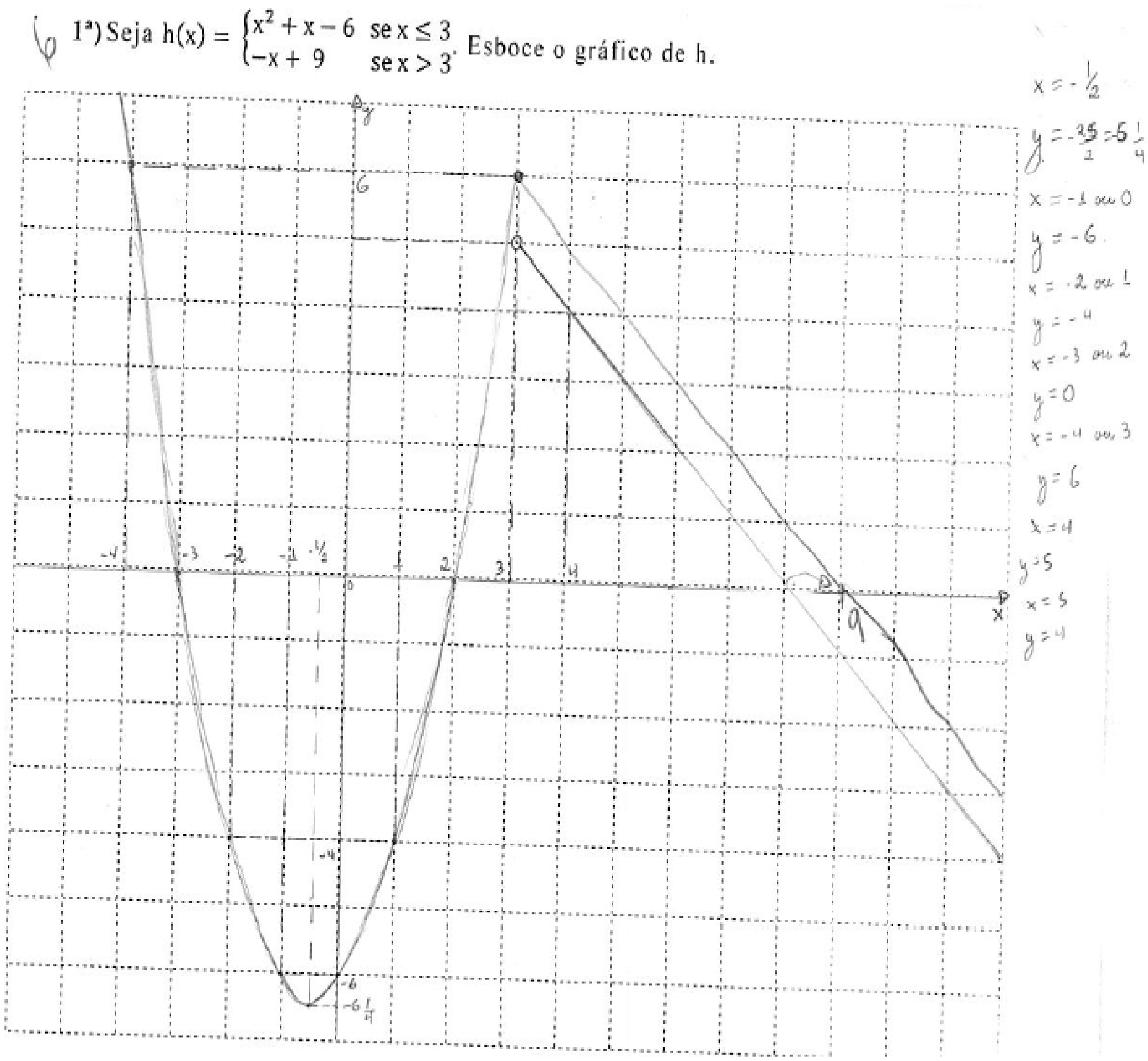


Figura 4: Resolução PE49Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

A partir destas duas semirretas que se mantiveram na resolução, percebemos que o estudante mostra entender sobre os intervalos abertos e fechados quando se trata de uma função definida por partes, ou seja, só pode haver um ponto no domínio para cada imagem da função. Assim, não há intersecção no gráfico.

A resolução PE28Q1P1 é a última resolução que apresentamos no tópico de função afim, esta também não apresenta a curva da função quadrática no gráfico. Entretanto, a partir das resoluções, podemos inferir como o estudante desenvolveu seu raciocínio de resolução.

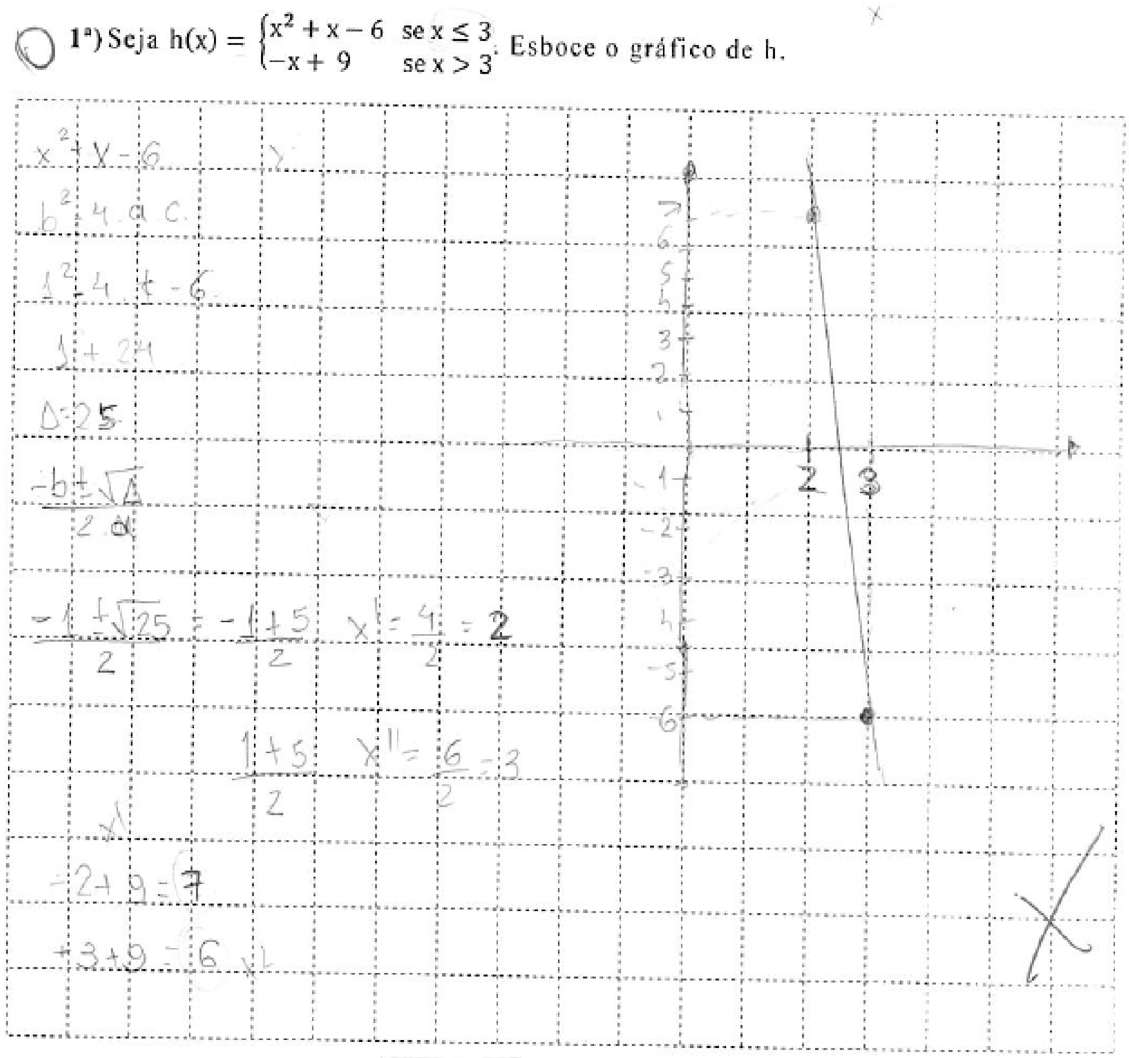
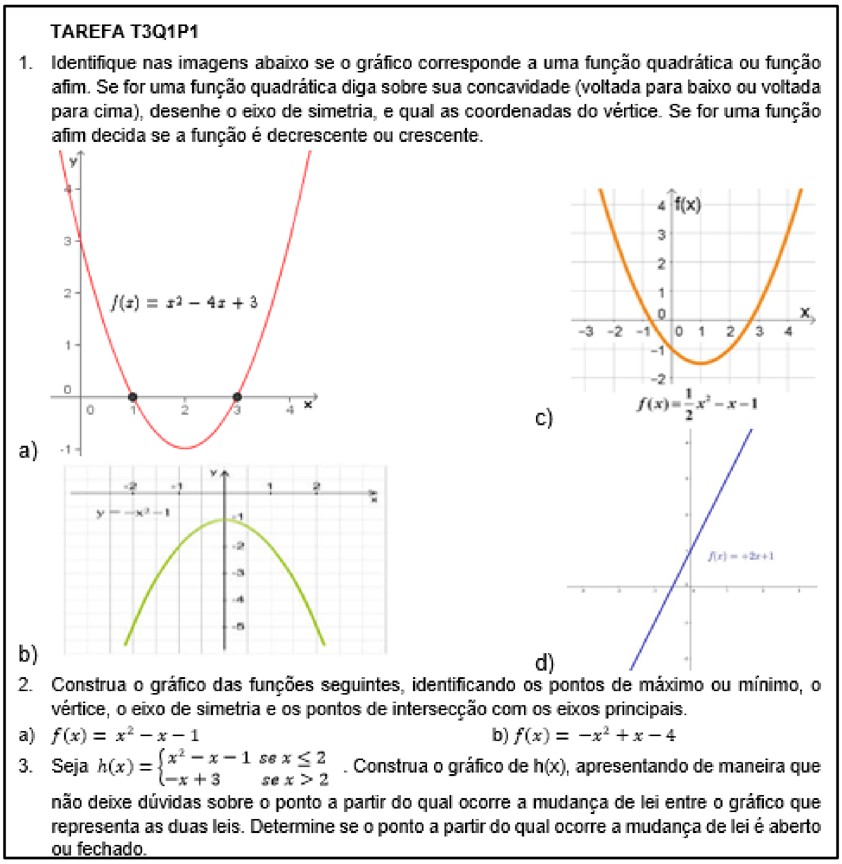


Figura 5: Resolução PE28Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Esta produção mostra que o aluno sabe que por dois pontos passa uma semirreta. A fórmula de Bhaskara foi utilizada para encontrar as raízes da função, neste momento, encontra-se um erro no cálculo da raiz quadrada de 25, que seria +5 e –5, portanto as raízes da função quadrática seriam 2 e -3. Logo em seguida, essas raízes são utilizadas substituindo o valor da incógnita x na lei de relação afim para encontrar dois novos pontos do gráfico.

A partir desta análise, fica evidente como é significativo, para muitos estudantes, a questão de utilizar a fórmula de Bhaskara. Para muitos alunos, haver uma função quadrática no enunciado significa que a fórmula de Bhaskara precisa ser utilizada de alguma maneira na resolução. No entanto, a estratégia utilizada não é adequada para a resolução deste enunciado.

Para as produções com estas semelhanças de estratégias, buscamos levar tarefas com o objetivo de identificar as formas e curvas das relações afim e quadrática, compreender uma função definida por partes como a do enunciado da questão aqui analisada, as características do gráfico da função afim como ser crescente ou decrescente, características do gráfico da função quadrática como concavidades, vértices e escolhas de pontos para tais construções, que foram nomeadas como T3Q1P1, como pode ser conferida na Figura 7, que segue.



TAREFA T3Q1P1

1. Identifique nas imagens abaixo se o gráfico corresponde a uma função quadrática ou função afim. Se for uma função quadrática diga sobre sua concavidade (voltada para baixo ou voltada para cima), desenhe o eixo de simetria, e qual as coordenadas do vértice. Se for uma função afim decida se a função é decrescente ou crescente.

2. Construa o gráfico das funções seguintes, identificando os pontos de máximo ou mínimo, o vértice, o eixo de simetria e os pontos de intersecção com os eixos principais.

a) $f(x) = x^2 - x - 1$ b) $f(x) = -x^2 + x - 4$

3. Seja $h(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & se\ x \leq 2 \\ -x + 3 & se\ x > 2 \end{cases}$. Construa o gráfico de h(x), apresentando de maneira que não deixe dúvidas sobre o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei entre o gráfico que representa as duas leis. Determine se o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei é aberto ou fechado.

Figura 6: Tarefa T3Q1P1
Fonte: A autora, 2021.

Para a T3Q1P1, pensamos em propor um desenvolvimento e desencadeamento lógico dos conteúdos e aprendizagens necessárias para responder à questão da prova analisada. Como se pode observar nas questões propostas pela tarefa, trabalhamos primeiramente os conteúdos e características da função quadrática e função afim, somente depois, introduzimos a função definida por partes de formação. Com a intenção de que o estudante caminhe, conhecendo suas particularidades e entendendo que uma função pode ter mais de uma lei de formação. No enunciado da última questão da T3Q1P1, enfatizamos para que determinassem o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei sem que deixe dúvidas na sua resolução, atentamo-nos para escrever de tal maneira que não dê indicativos da resposta.

Percebemos, a partir das tarefas presentes na avaliação, que poucas tinham como objetivo a matematização por parte do resolvedor. As tarefas fazem parte de uma construção de conhecimento e, como as tarefas avaliativas a que tivemos acesso não abrangiam vários níveis de competência, pensamos em permanecer nas tarefas de intervenção no mesmo nível ou, quando necessário, regredir um nível para trabalhar melhor teoremas e propriedades que serviram de base e de alicerce.

4.2 Propriedades da função quadrática

Neste tópico estão algumas produções que mostraram as maneiras semelhantes que muitos estudantes utilizaram sobre a função quadrática no gráfico.

Alguns aspectos foram levados em consideração para que a parábola construída, a partir da função quadrática, fosse considerada correta, como as intersecções com o eixo x, as intersecções com o eixo y, o vértice, a concavidade e a simetria. Dentre as produções, apenas uma esboçou somente a curvatura da relação de lei quadrática, sem esboçar características da curvatura da relação de lei afim.

A produção representada abaixo é um exemplo de duas produções que têm pontos corretos; porém não segue a construção da curvatura a partir do ponto no qual ocorre a mudança de lei da parábola com o eixo y. Por meio da produção, conseguimos inferir que o estudante demonstra conhecer as características da parábola com concavidade e pontos que a compõem; no entanto, não conseguimos inferir sobre os conhecimentos de simetria e vértice. Para trabalhar esses pontos, indicamos a tarefa T1Q1P1.

TAREFA T1Q1P1

1. Um microempreendedor iniciou um novo negócio de estamparia de camisetas. Inicialmente, ele estudou os gastos e valores estimados, como o valor da prensa para estamparia, o preço das camisas no atacado e o custo para cada estampa. Assim, chegou que o lucro mensal (ou prejuízo) L, obtido com a venda de x camisetas, era dado por $L(x) = -2x^2 + 1500x - 600$.

a) Qual o número de camisetas que devem ser vendidas para que o lucro obtido seja máximo?

b) Qual o vértice da função dada neste problema?

2. Que parábolas são simétricas e quais não são? Justifique sua resposta ou exemplifique.

3. Construa o gráfico das funções a seguir, identificando os pontos de máximo ou mínimo, o vértice, o eixo de simetria e os pontos de intersecção com os eixos principais.

a) $f(x) = x^2 - x - 1$

b) b) $f(x) = -x^2 + x -$

Figura 7: Tarefa T1Q1P1
Fonte: A autora, 2021.

Nesta tarefa, trazemos uma situação problema, pois consideramos ser capaz de avançar para uma atividade como tal. Com a interação e com orientações guiadas, espera-se que o estudante seja capaz de avançar matematicamente. Na T1Q1P1, mantemos o foco na curvatura da parábola expressa pela lei de formação quadrática, cuidamos para que o enunciado direcionasse a produção dos estudantes em pontos importantes na construção da resolução. Outro ponto que buscamos trabalhar foi o conceito de simetria em parábolas, o enunciado da questão da prova analisada não limitava em um intervalo sua construção. A construção da parábola deveria expressar sua simetria, portanto, cuidamos para que o enunciado da tarefa proposta não indicasse a resposta sobre a simetria de uma parábola.

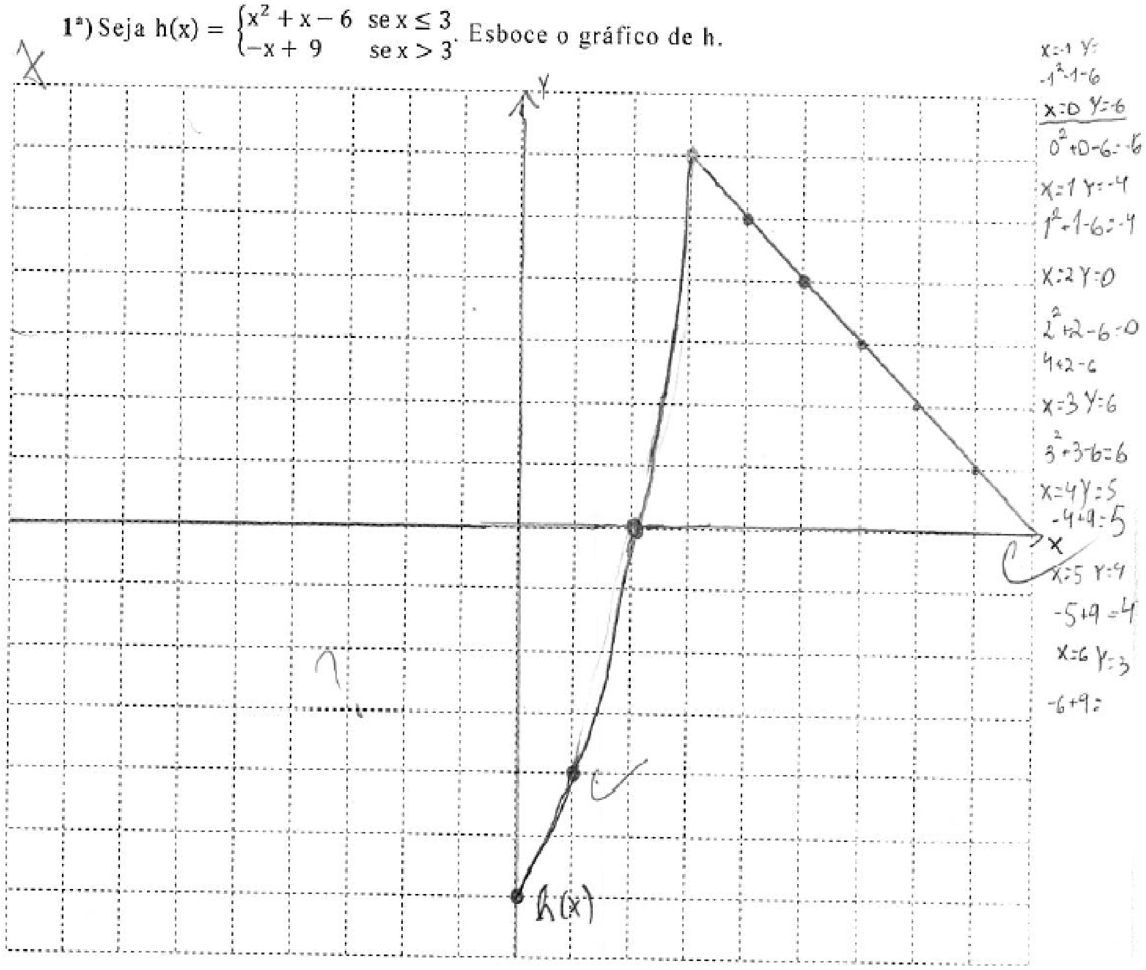


Figura 8: Resolução PE17Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Outras duas produções apresentam semelhanças com a representação exemplificada na Figura 9. Por meio da produção, estudantes demonstraram conhecer características como concavidade, pontos pertencentes ao gráfico e o ponto no qual ocorre a mudança de lei com o eixo y. Porém, para além destes aspectos apontados, não conseguimos inferir o que os estudantes conhecem sobre simetria, uma vez que o traço da parábola continua a seguir como se fosse algo decrescente, sem apresentar indícios do vértice da função. Para isso, indicamos a tarefa T1Q1P1 exemplificada anteriormente.

Uma característica curiosa sobre a maneira de alguns desses estudantes em lidarem com o vértice da parábola é que o ponto do vértice fica marcado corretamente, mas, na vizinhança desse ponto, a parábola se transforma em um traçado retilíneo, conforme exemplifica a Figura 9 e mais outras duas produções.

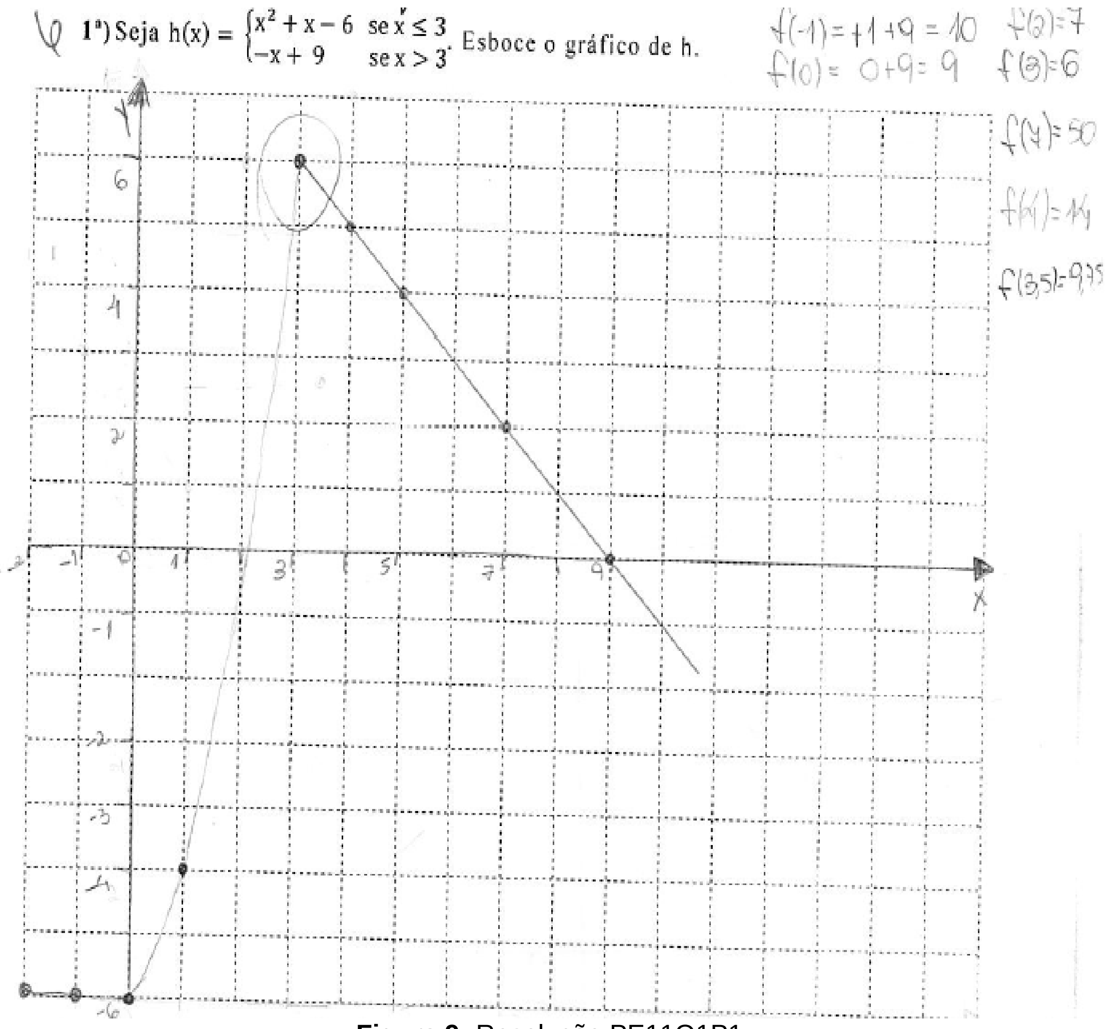


Figura 9: Resolução PE11Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Podemos perceber que vários aspectos se repetem e estes foram os critérios para fazer os agrupamentos para haver um momento de interação entre as resoluções das tarefas. Outras quatro produções têm uma construção similar à do exemplo seguinte, Figura 9, desenhada à mão livre. O vértice da função foi marcado, o que sinaliza que os estudantes demonstram saber sobre concavidade e pontos de simetria. Por isso, indicamos a tarefa T3Q1P1 exemplificada anteriormente.

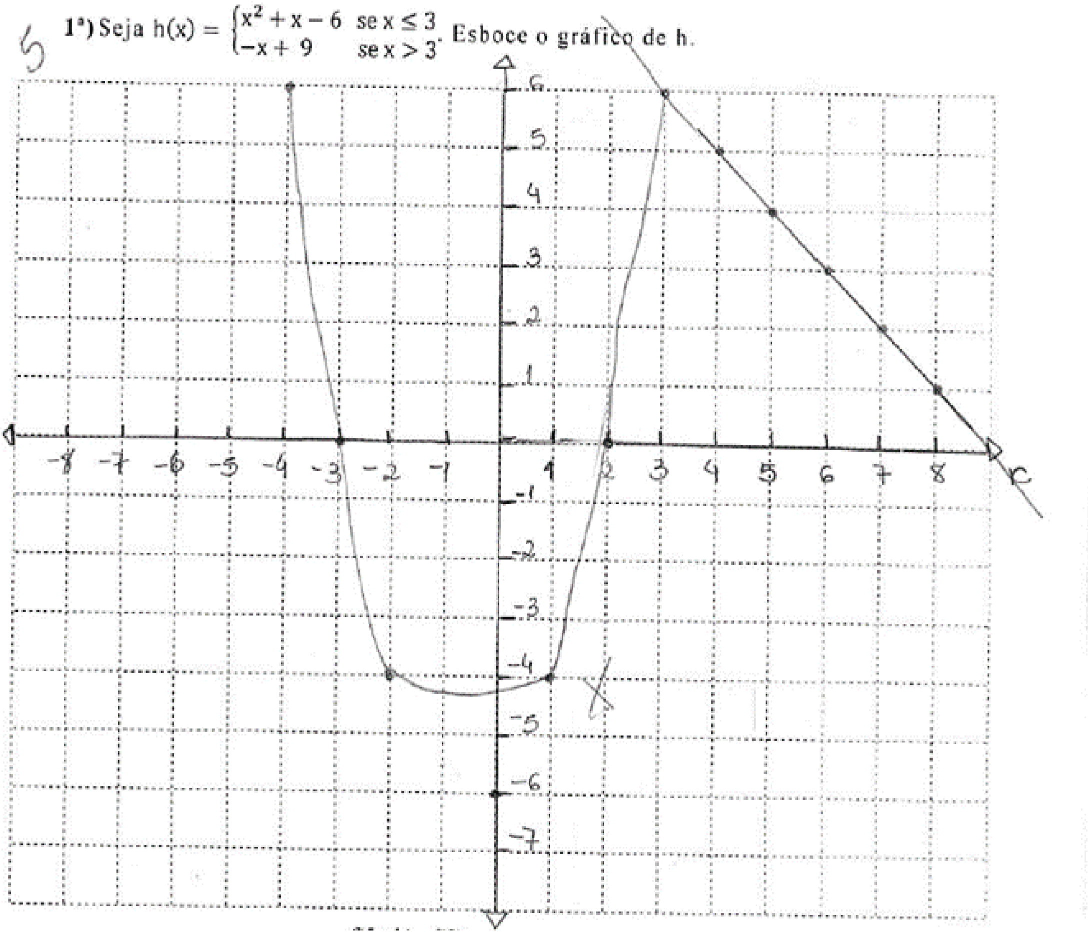


Figura 10: Resolução PE28Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Na produção PE39, apresentada na Figura 11 a seguir, observamos uma parte do gráfico da função, esboçada corretamente, que é a parte de função afim, a partir de três pontos destacados foi traçada uma semirreta. Já para a parábola foi desenhada a partir de apenas dois pontos. Por meio das produções presentes na resolução, conseguimos identificar que a fórmula resolutiva para equação de segundo grau foi utilizada corretamente, mas, por consequência de um erro de procedimento, referente ao cálculo do discriminante (delta), foram obtidas raízes com os valores - de -2,85 e 1,95. Essa produção revela que o estudante compreendeu que a função é constituída por uma lei e todos os elementos do domínio devem ter uma imagem.

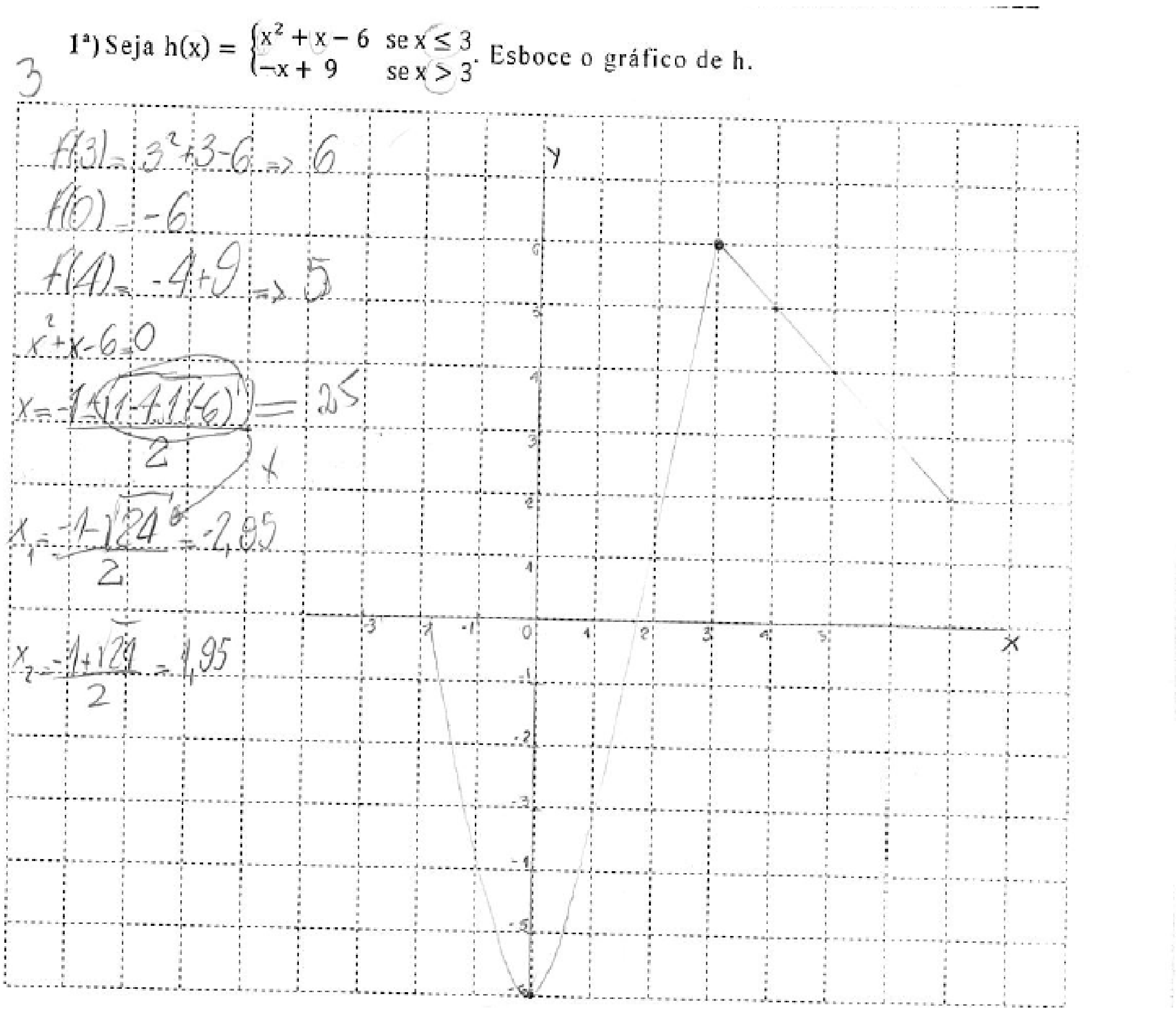


Figura 11: Resolução PE39Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Sendo assim, temos concavidade e dois pontos corretos quando se trata da parábola da função. Essa produção também é exemplo para outras quatro produções que identificaram o ponto no qual ocorre a mudança de lei com o eixo y, o ponto (0,6) como o vértice da função e, para discutir tais características, indicamos a tarefa T1Q1P1.

Na produção PE50, podemos inferir que o estudante sabe lidar com uma função definida por partes e leva em conta o aspecto da definição de função segundo o qual todo elemento do domínio deve ter uma imagem, pois constrói um gráfico sem rupturas.

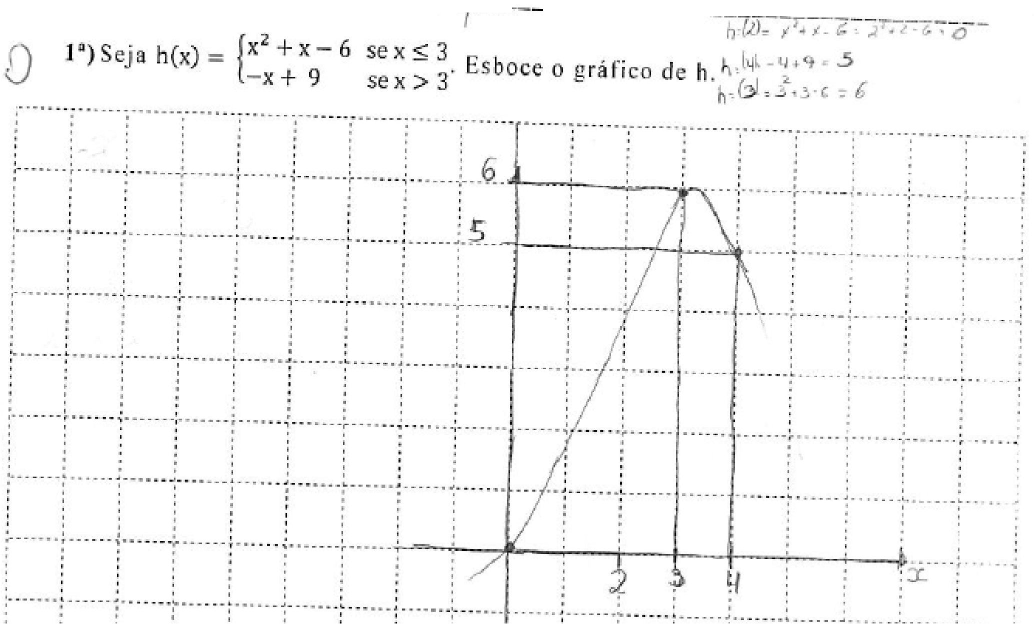


Figura 12: Resolução PE50Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Os registros revelaram que, com dois pontos, construiu a semirreta da função afim e, por meio de alguns resquícios de resolução, podemos perceber que foi escolhido o x = 2 e x = 3, ao resolver, ele encontra os pares ordenados (2,0) e (3,6) respectivamente, porém não encontra corretamente um dos pontos no gráfico, por isso indicamos a tarefa T3Q1P1.

4.3 Aspectos do domínio

Separamos este tópico, pois percebemos a necessidade de detalhar e oportunizar novos conhecimentos em um aspecto tão importante para a questão estudada. Vamos voltar nosso olhar neste tópico para as maneiras de lidar utilizadas que envolvem o ponto, a partir do qual ocorre a mudança de lei entre ambas as relações.

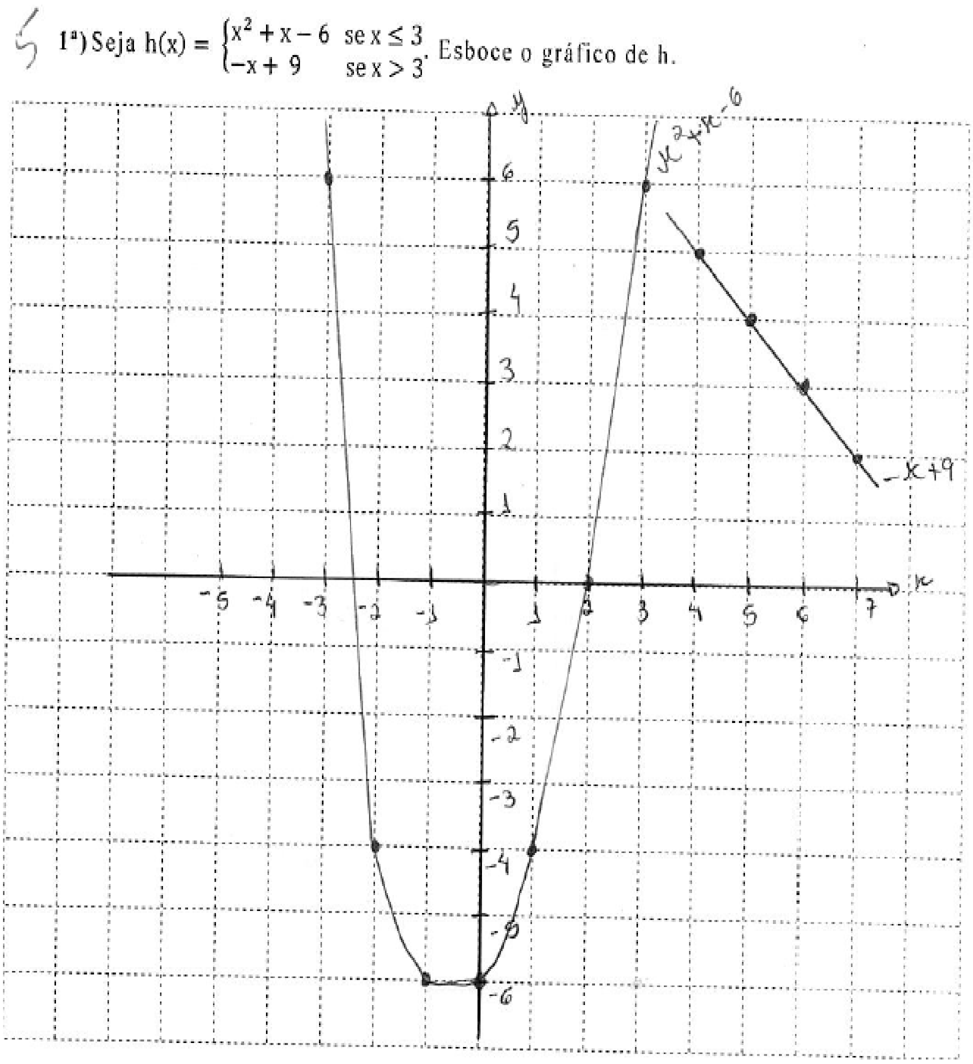


Figura 13: Resolução PE36Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Pela definição, sabemos que todo elemento do domínio tem uma, e somente uma, imagem, e isto não corresponde ao gráfico apresentado na resolução da produção PE36Q1P1, uma vez que é possível observar um espaço entre uma parte e a outra do gráfico. Assim, alguns pontos pertencentes ao intervalo (3, 4) não possuem imagem.

Observamos a produção PE36Q1P1, naquele momento parece que o estudante reconhece essa proximidade do domínio no ponto três, no entanto, recua, pois não sabe como ficará o intervalo, duas produções fizeram o mesmo que o descrito.

No entanto, encontramos outras sete produções como a PE56Q1P1, que mostram que os estudantes só trabalham com números inteiros, porque não pontuam no gráfico os seguintes valores de domínio entre 3 e 4, pois a semirreta começa somente a partir do ponto quatro.

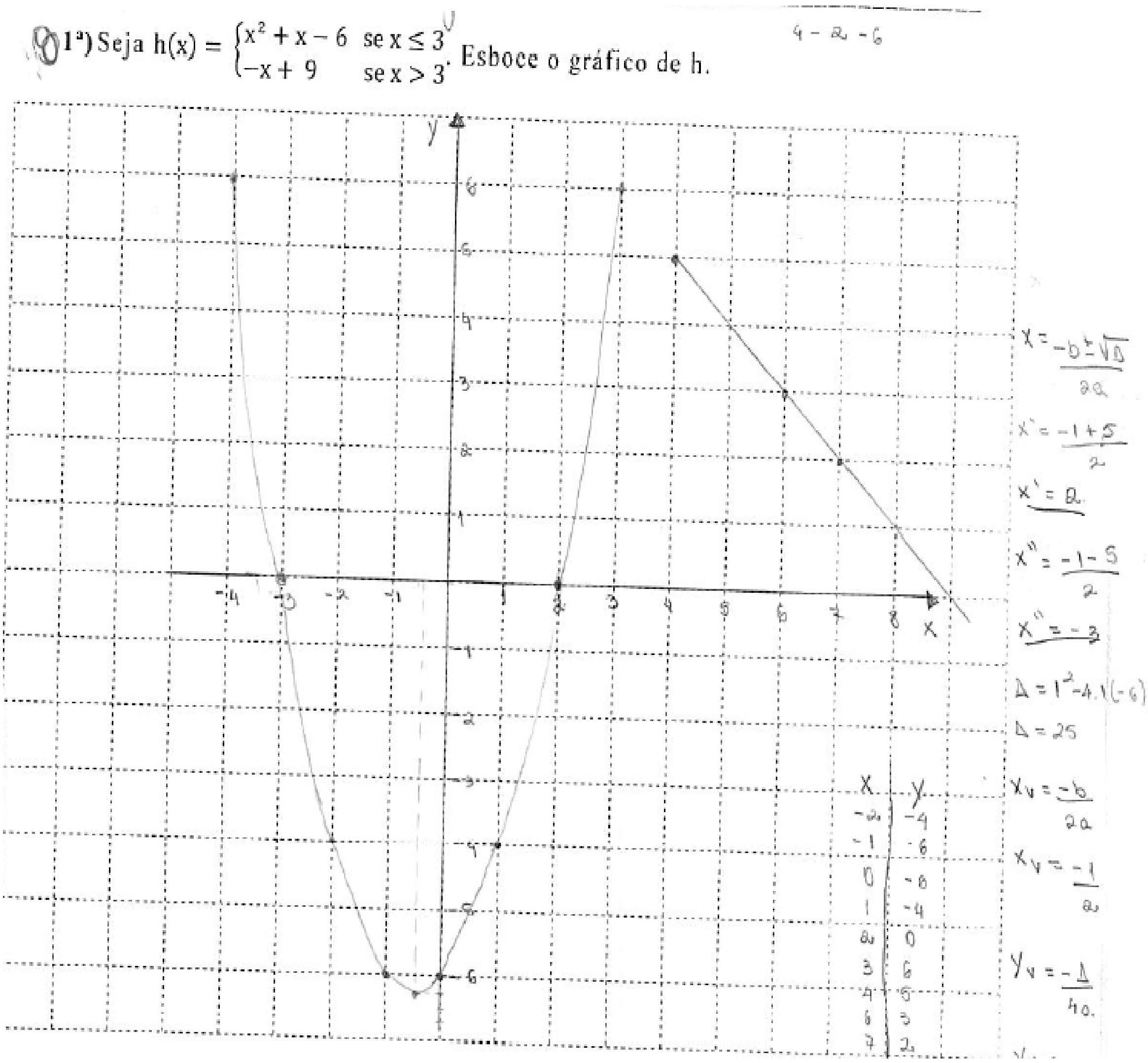


Figura 14: Resolução PE56Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Duas produções deste total de sete ainda identificam o ponto quatro como intervalo aberto, isto reforça a ideia de que trabalham com números inteiros e não compreendem a condição de domínio. Visto isso, sugerimos a tarefa T2Q1P1.

TAREFA T2Q1P1

1. Construa o gráfico das funções que seguem, identificando os pontos de máximo ou mínimo, o vértice, o eixo de simetria e os pontos de intersecção com os eixos principais.

a) $f(x) = x^2 - x - 1$

b) $g(x) = -x + 3$

2. Seja $h(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & se\ x \leq 2 \\ -x + 3 & se\ x > 2 \end{cases}$. Construa o gráfico de h(x), apresentando de maneira que não deixe dúvidas sobre o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei entre o gráfico que representa as duas leis. Determine se o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei é aberto ou fechado.

Figura 15: Tarefa T2Q1P1
Fonte: A autora, 2021.

A tarefa T2Q1P1 propõe trabalhar com as características da parábola e evidenciar as características do ponto de domínio em que ocorre a mudança das leis de formação da função. As tarefas foram direcionadas aos estudantes de acordo com o que suas produções demonstraram a partir da análise, por isso as tarefas apresentam várias questões trabalhando uma diversidade de conceitos necessários para resolução da questão analisada.

A resolução PE45 exemplifica outras duas produções de maneira muito semelhante, o estudante demonstra conhecer as características da reta da lei afim e algumas características da parábola.

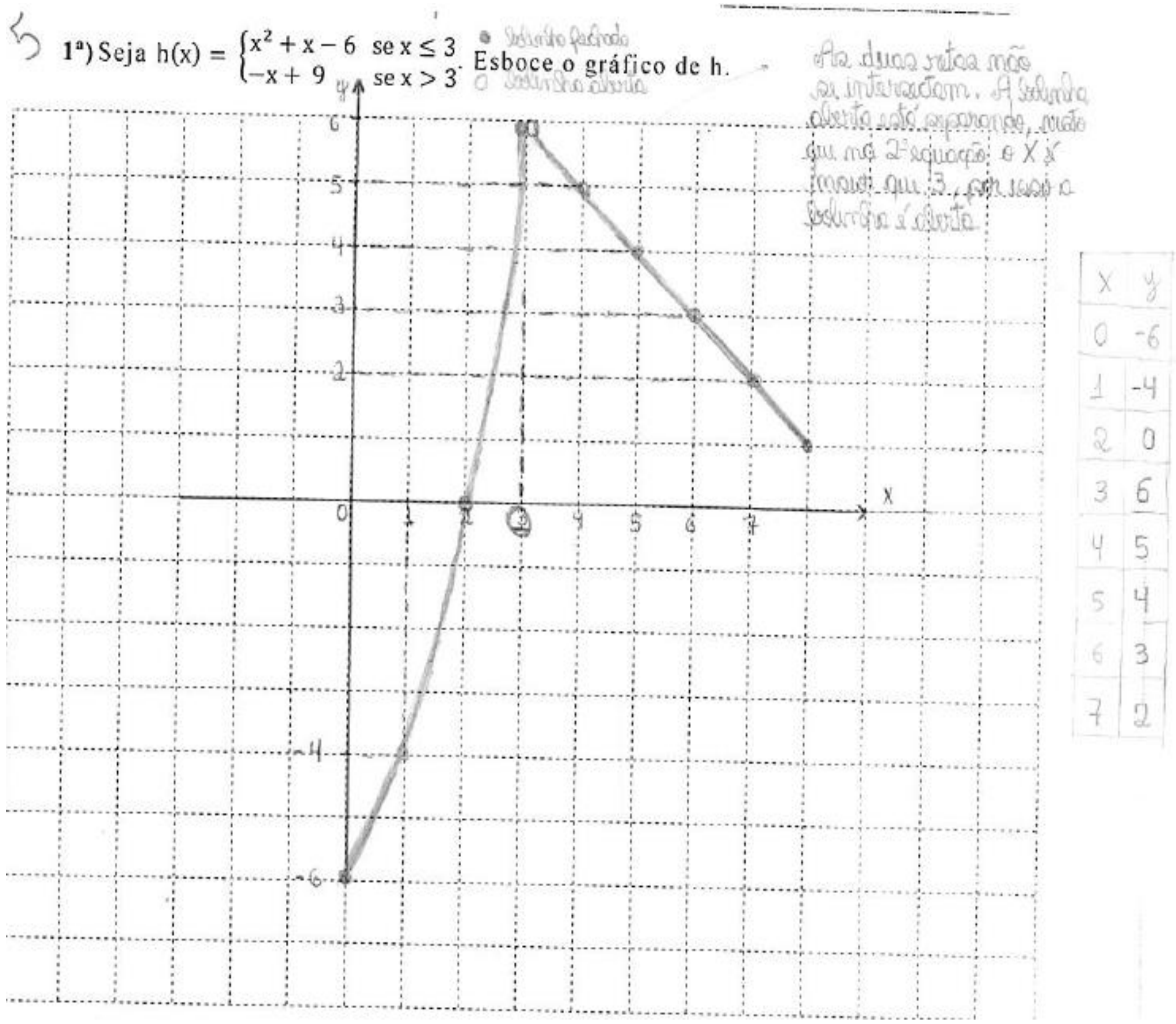


Figura 16: Resolução PE45Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Neste item, discutimos sobre a questão do domínio apresentado na lei de formação. O estudante demonstra saber ler tais domínios e explicar seu raciocínio por meio dos intervalos abertos e fechados. Porém, não conseguiu conduzir e demonstrar seu raciocínio em sua construção, já que um domínio só pode ter uma imagem. Além de não apresentar outras características importantes da parábola. De tal forma, compreendemos que seria uma boa discussão e interação com o grupo da tarefa T1Q1P1.

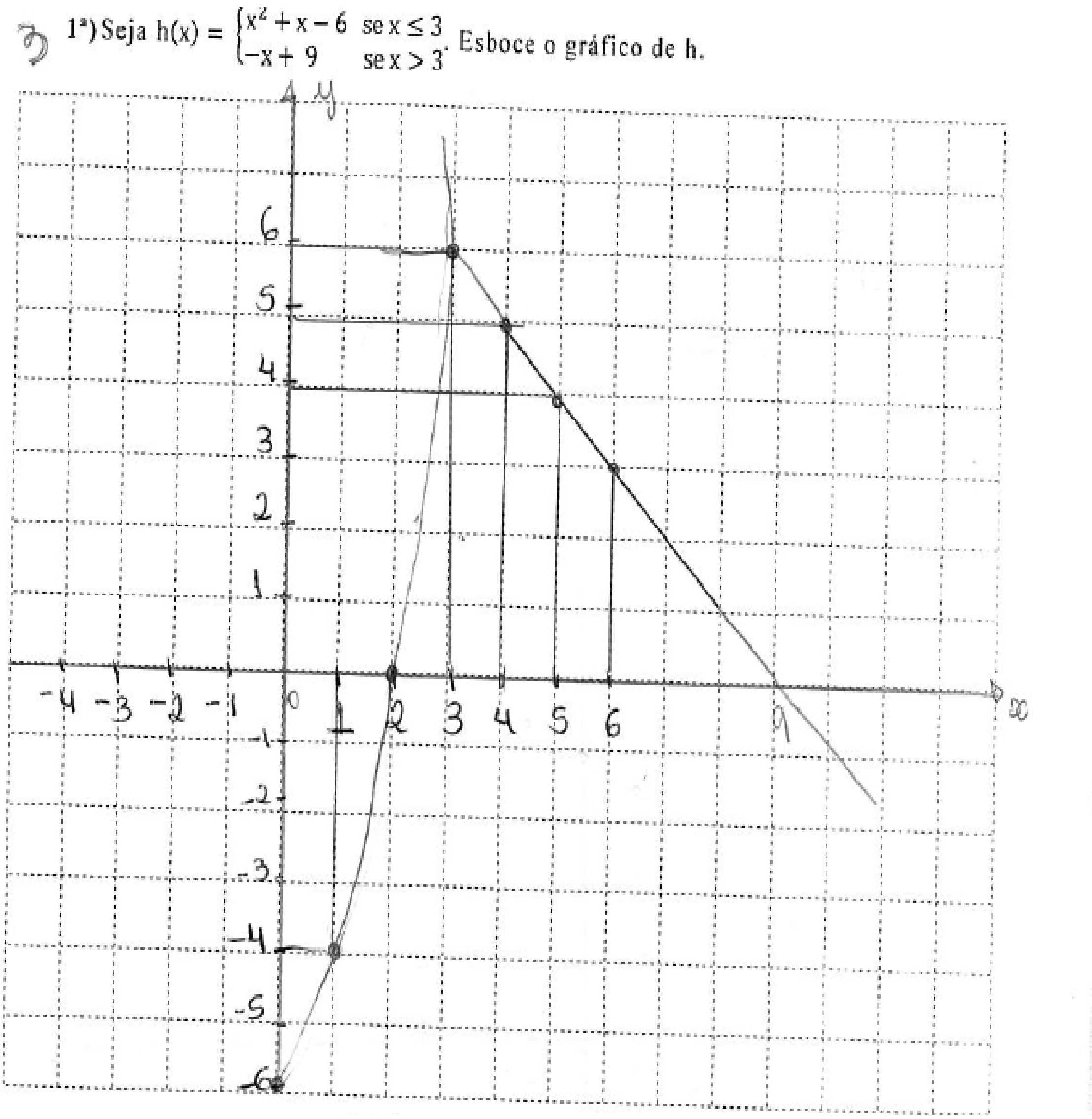


Figura 17: Resolução PE22Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

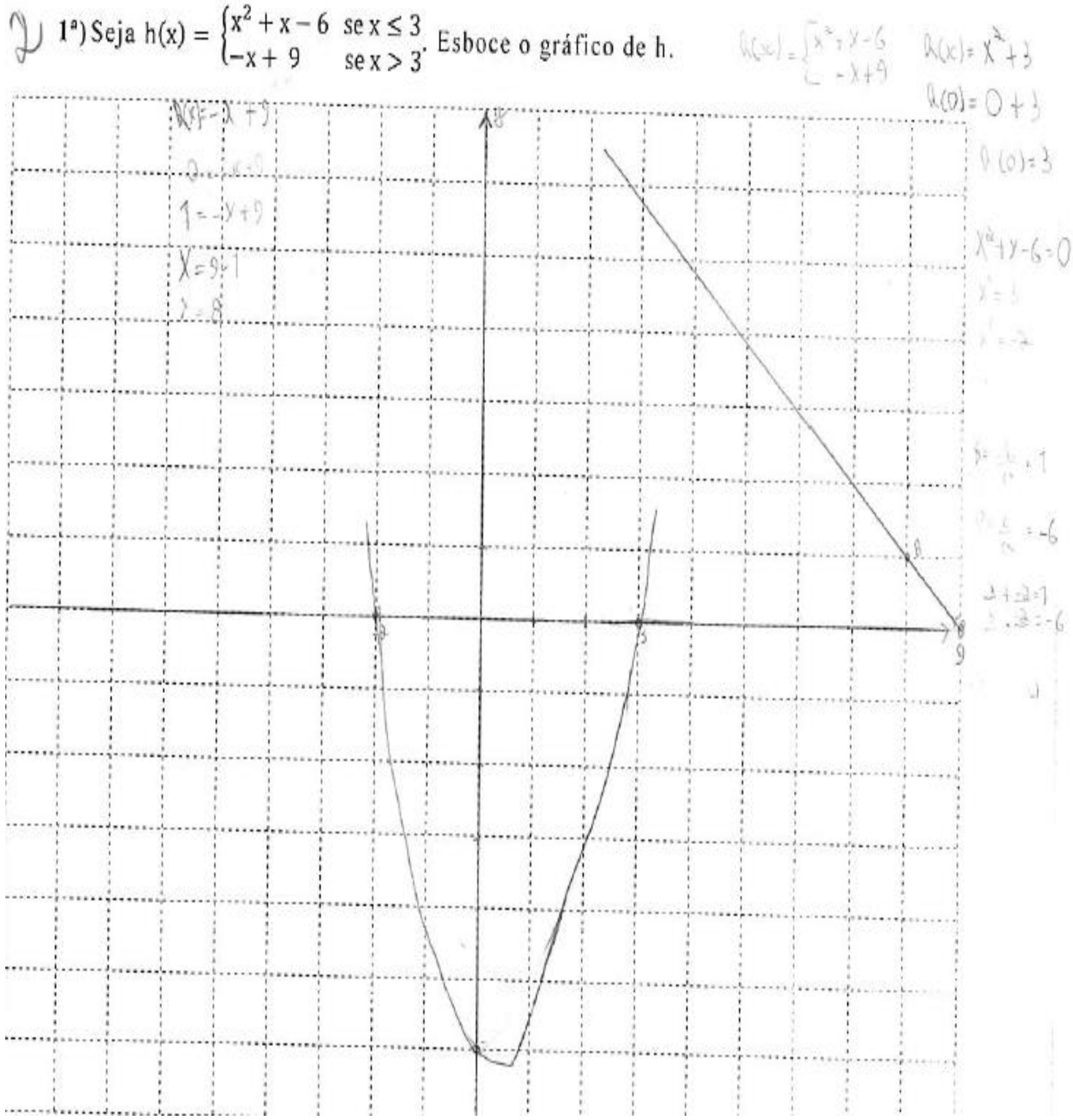


Figura 18: Resolução PE1Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Outra questão envolvendo o domínio foi exemplificada pela resolução PE1Q1P1, na qual tivemos duas produções com a característica de ter uma parte de domínio com mais de duas imagens, um problema no entendimento da definição de função. Mostra compreender algumas características da reta e da parábola. Outro detalhe que, olhando para a produção podemos inferir, é um segmento de reta construído à parte, justamente próximo ao ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Portanto, compreendemos que o grupo de tarefa T1Q1P1 poderia ajudá-lo.

4.4 Função definida por partes

A função por partes é definida por fórmulas distintas em diferentes partes do seu domínio. Toda função é uma regra, ou seja, devemos olhar atentamente para as regras de cada lei da função por partes, porém entendendo-as como um todo.

A partir de uma leitura flutuante sobre as produções, encontramos duas e trouxemos a PE22Q1P1 como forma de exemplificar algumas características. Por meio da produção, percebemos que o estudante compreende a construção de uma semirreta a partir da lei, sabe encontrar os pontos que interceptam o eixo x e eixo y da lei quadrática, como também sua concavidade. A produção apresenta a parábola e a semirreta muito distante entre si, e conseguimos observar as condições de domínio impostas pelo enunciado. Portanto, indicamos a tarefa T1Q1P1 que trabalhou características da parábola e domínio, para compreender que as leis se completam.

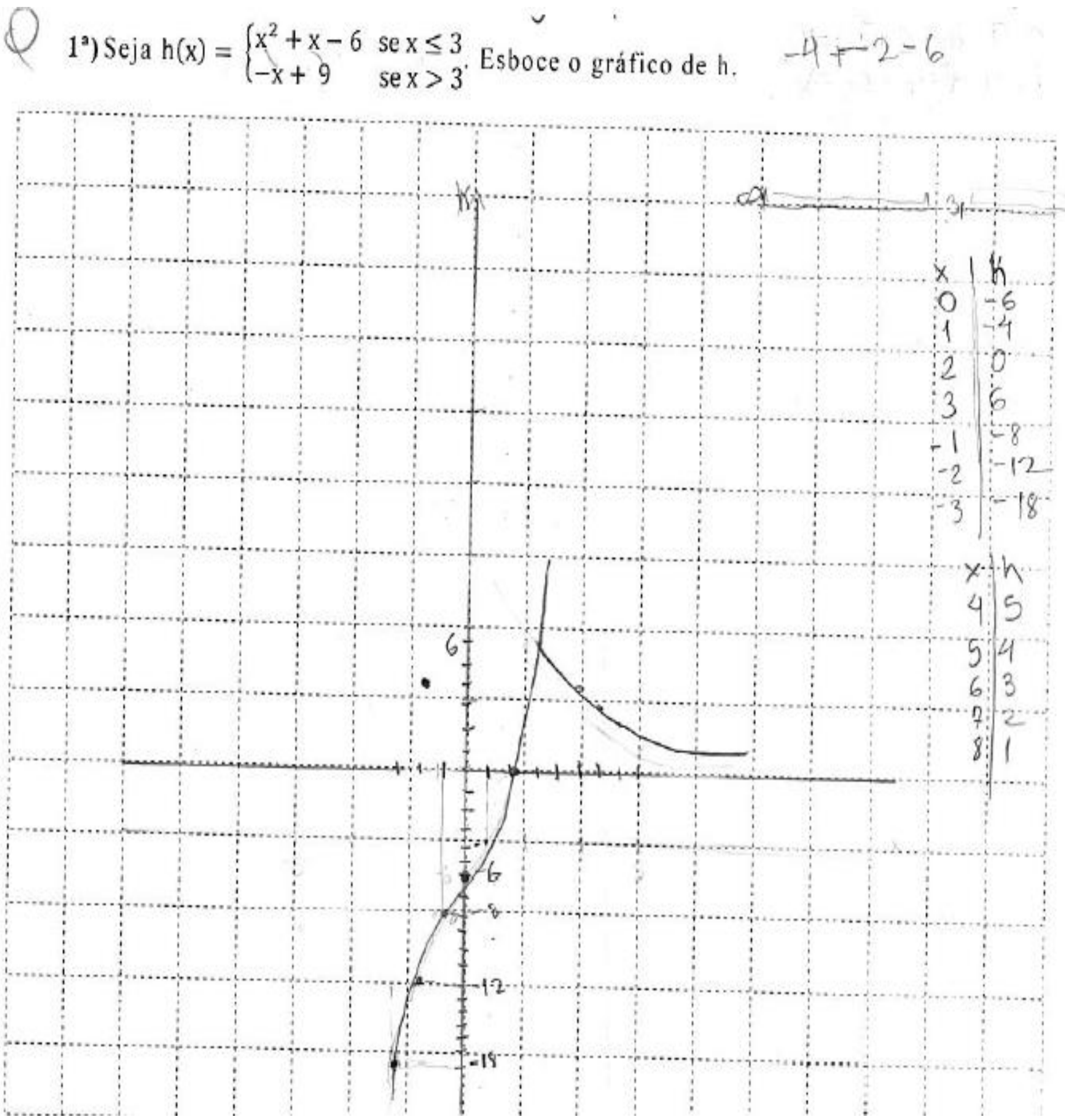


Figura 19: Resolução PE52Q1P1
Fonte: Acervo da professora.

Por meio da produção e das resoluções escritas pelo estudante, podemos compreender as estratégias utilizadas, as quais foram atribuir pontos que obedecem ao domínio de cada lei para esboçar o gráfico. Neste momento, encontramos erros de procedimento ao escolher números negativos para a função quadrática, isso acarretou que encontrasse pares ordenados que se diferenciam da curvatura esperada. Portanto, achamos válido trabalhar algumas características da função afim e quadrática, juntamente, com o domínio da função com uma tarefa mais completa que foi o caso da T3Q1P1.

Os conhecimentos trazidos da Matemática Básica refletem no ensino e na aprendizagem dos conteúdos universitários. Nessa questão, precisamos ficar atentos aos domínios de cada lei e, a partir disso, buscar os pares ordenados de cada lei para conseguir esboçar o gráfico da função. Em algumas produções, foi possível perceber o pouco entendimento sobre o domínio das funções.

Pela função apresentada no enunciado, deveríamos observar nas produções uma curvatura como apresentamos na Figura 3, consequência da lei de formação quadrática e afim, respectivamente. Por meio das produções, percebemos que características da lei quadrática não são diretamente relacionadas, como a concavidade e ponto de vértice desta parábola.

Outro aspecto é o de reconhecer a função definida por partes como uma função apenas no momento de esboçar essa função no gráfico. Na produção dos estudantes, foi possível perceber quase um receio ao chegar no ponto no qual ocorre a mudança entre as leis, o que recai na questão do domínio novamente, o que também está interligado com a questão de escala, desenhar com precisão a escala e reconhecer que entre os inteiros há números decimais que pertencem aos domínios.

Há uma grande possibilidade de que a forma com que a função e seus domínios são apresentados seja algo novo para os estudantes, uma vez que, nos livros didáticos de matemática básica, essas funções pouco aparecem e consequentemente não são trabalhadas.

Pensando nesses aspectos, lançamos algumas tarefas para as intervenções em grupos, com o intuito de ajudá-los e regular de alguma maneira o aprendizado, como mencionamos acima, ao fim de cada exemplo de produção. No Quadro 9 pode-se perceber os objetivos de cada uma delas.

PRODUÇÕES ESCRITAS	DESCRIÇÃO DE INTERVENÇÃO AGRUPADA	OBJETIVO DA INTERVENÇÃO	TAREFA
PE57Q1P1, PE9Q1P1, PE11Q1P1, PE17Q1P1, PE45Q1P1, PE48Q1P1, PE51Q1P1, PE27Q1P1, PE34Q1P1, PE36Q1P1, PE37Q1P1, PE1Q1P1, PE6Q1P1, PE13Q1P1, PE24Q1P1, PE38Q1P1, PE39Q1P1, PE22Q1P1, PE26Q1P1	Esboçar o gráfico de funções (reforçar a simetria, o vértice)	Compreender que a parábola sempre será simétrica e que todas tem um vértice máximo ou mínimo e que esse se faz necessário no esboço da função.	T1Q1P1
PE4Q1P1, PE44Q1P1, PE53Q1P1, PE56Q1P1, PE49Q1P1	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	Entender que a função pode ter duas relações e respeitar as condições impostas em cada uma e identificar o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	T2Q1P1

PE52Q1P1, PE28Q1P1, PE54Q1P1, PE50Q1P1	Questão de função em que a lei de formação é definida por duas relações com ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei. Esboçar o gráfico das funções (reforçar a identificação e desenho de curvatura da parábola, escolha dos pontos, CVC ou CVB, vértice, ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei e função afim)	Identificar quais gráficos são da função quadrática e quais são da função afim, CVC ou CVB, escolha dos pontos, vértice. Compreender uma função definida por partes (quadrática e afim), identificando o ponto a partir do qual ocorre a mudança de lei.	T3Q1P1

Quadro 9: Agrupamento final direcionador para intervenção da primeira questão.
Fonte: A autora, 2021

As tarefas sugeridas foram escolhidas e elaboradas a partir do que as produções mostraram, de forma a proporcionar aos estudantes uma nova oportunidade de aprendizagem, dialogando com os conhecimentos identificados em suas produções. Destacamos a quantidade de resoluções semelhantes em um determinado aspecto; porém, cada produção, em geral, tinha mais de um aspecto que poderia ser trabalhado nas intervenções. Optamos por priorizar os aspectos mais comuns, uma vez que não conseguiríamos produzir intervenções que contemplassem todos os aspectos identificados isoladamente nas produções.

Outro aspecto que visamos alcançar com tarefas mais amplas foi favorecer o trabalho dos estudantes em grupo, o que vai ao encontro do princípio da interatividade da RME. Acreditamos ainda que, ao abordar maneiras de lidar que se repetem em diversas produções, apresentando uma abordagem para elas, estaremos contribuindo com futuros estudantes e professores que venham produzir ou identificar maneiras similares ao lidar com enunciados de questões em situações de avaliação.

Tínhamos em mente escolher tarefas que fossem mais “completas” e de “intensidades diferentes”, para atender a todas as necessidades e deixar as discussões em grupo mais ricas. Pensamos que assim estaríamos contemplando características de uma boa tarefa para a RME.

Neste trabalho nos concentramos em mostrar o percurso que utilizamos para analisar as produções de uma questão de uma prova e, com isso, propor tarefas personalizadas a partir do que foi identificado, para que outras pessoas possam reproduzir tal estudo, perceber qual é o perfil e como os estudantes, ao ingressarem em um curso de cálculo, lidam com conteúdos matemáticos básicos.

Nesta prova, foram analisadas outras 8 questões e propostas novas tarefas, mantendo o mesmo padrão de análise e sugestões. A fim de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem outros graduandos que possam ter contato com esta dissertação e/ou outros professores de cursos superiores da área das exatas, principalmente do CDI1, no processo de ensino e aprendizagem elaboramos um caderno de questões em que podem ser consultadas as tarefas propostas, valendo-se do QR Code disponibilizado a seguir.

CAPÍTULO 5

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Espera-se que esta pesquisa sirva como inspiração para que professores possam interferir na aprendizagem dos estudantes ingressantes de um curso voltado para área de exatas de forma positiva, a partir de compreensões da maneira que esses estudantes ingressantes no curso de Engenharia Civil lidam com o primeiro contato com a matemática acadêmica e como a associam aos seus conhecimentos. Da mesma forma espera-se que os estudantes se tornem agentes ativos de sua aprendizagem, ajudando a sanar suas dúvidas e dificuldades, contribuindo para que isso não seja uma das consequências para a evasão no curso de Engenharia Civil.

Podemos perceber que os ingressantes chegam à universidade com grandes *déficits* em matemática básica, essa defasagem funciona como um fardo pesado, o qual os impedem de progredir em outros assuntos. Essa questão pontual foi a principal lição que aprendemos a partir deste trabalho, às vezes ansiamos para que os estudantes naveguem em altos mares; porém eles ainda estão aprendendo a remar, portanto faz-se necessário partir do básico e guiá-lo para novos mares.

Nesta pesquisa, foi revelado que o professor consegue utilizar a produção escrita dos estudantes para gerar *feedback* por meio de uma tarefa de acordo com suas necessidades. Desta forma, atingimos nosso objetivo de mostrar como essas produções podem ser úteis, conduzindo na elaboração de novas tarefas. Isso é muito mais do que apenas corrigir como certo e errado, como comumente observamos em algumas práticas pedagógicas, é também um outro caminho para cursos que não querem dispor da carga horária para fazer um curso de nivelamento.

Após analisar as produções escritas e fazer uma categorização das maneiras de lidar apresentadas, constatamos que os estudantes esbarram no conceito de imagem e domínio de uma função e sua representação gráfica. Como essas maneiras se repetiam ao longo das resoluções, acreditamos que as tarefas possam auxiliar futuramente outros docentes, assim como ajudou a regente da turma. Não era propriamente o objetivo do trabalho, mas, conforme íamos catalogando e mostrando para a professora regente da disciplina como esses padrões se repetiam, ela relatou conduzir sua aula de maneira diferente, sempre recolocando contribuições em sala de aula.

Com base nas análises oportunizadas pelas 48 produções analisadas, pode-se perceber o *déficit* em alguns conceitos matemáticos, principalmente em características da parábola e o ponto na qual ocorre a mudança de leis de uma função. As tarefas propostas para os estudantes durante este estudo foram personalizadas de acordo com as maneiras de lidar apresentadas, assim acreditamos que essas maneiras encontradas podem se repetir em outros graduandos, por isso disponibilizamos as tarefas elaboradas em QR Code para que outros estudantes possam encontrar um suporte, a fim de auxiliar seus estudos e professores da disciplina de CDI1 possam utilizar como suporte para elaborar novas práticas e aperfeiçoar o processo de ensino.

Muitas vezes, o único *feedback* que os estudantes recebem pós-prova é, eles próprios, analisarem os seus erros. Neste trabalho, receberam mais do que isso, cada um teve uma tarefa específica, desta forma, eles puderam olhar para seus "erros" com outros olhos, ou seja, reconhecer seu trajeto e progredir suas resoluções de modo que favoreça sua aprendizagem, atuando como aliado da aprendizagem para todos que querem ver como tal, tanto professor quanto estudante. Gostaríamos de mostrar aos estudantes a partir das tarefas que eles podem enxergar este vilão de outra maneira, como um momento de autoconhecimento e momento de mudanças.

Em nossa pesquisa, buscamos trabalhar com os princípios da RME, como o Princípio da Orientação, pois, por meio deste, os estudantes eram convidados a resolver a situação proposta, incentivando a interação entre os demais estudantes, para que houvesse discussão entre seus processos e estratégias de resolução, coube também a nós fazer a mediação com questionamentos direcionados a explorar suas resoluções e processos matemáticos. Neste princípio, houve a presença muito forte do *feedback*.

Pensando nas tarefas no Princípio dos Níveis da RME, não é aconselhável que os níveis de tarefas aplicadas durante o ensino sejam diferentes das tarefas propostas em momentos de avaliação. Por isso, as tarefas seguiram um planejamento de diversificação entre os níveis, considerando os níveis que eles tinham contato durante as aulas.

Contudo, almejamos que a interação que as intervenções possibilitaram transcendam disciplinas e possa ajudá-los a caminhar mutuamente, que eles possam enxergar suas maneiras de lidar com os enunciados e quais conhecimentos mobilizam como uma possibilidade de rever o que aprenderam e avaliar os conhecimentos que mobilizaram.

Em nossa pesquisa, consideramos como o Princípio da Atividade, quando utilizamos as produções dos estudantes para fazer uma nova condução de conhecimentos, fazer uma mediação do que foi observado para uma recondução utilizando tarefas personalizadas de maneira que pudessem reconstruir juntos com seus colegas novos conhecimentos.

Quando nas tarefas trabalhamos os conteúdos de forma integrada e não separadamente, como trabalhar a função e sua representação gráfica, utilizamos o Princípio do Entrelaçamento, assim, os estudantes desenvolvem uma visão do todo que contempla diversos conhecimentos em um único trabalho, tendo uma visão integrada da matemática.

Abordamos o Princípio da Interatividade quando oportunizamos que os estudantes estejam em grupos resolvendo tarefas elaboradas de acordo com a similaridade de pensamentos, compartilhando suas estratégias e pensamentos com os colegas e professor, reconhecendo assim que a matemática é uma atividade social e não individual.

Por fim o Princípio da Realidade, o mais desafiante de reconhecer em nossa prática, porém acreditamos que o ponto de partida para a aprendizagem a partir de um contexto significativo se deu no momento em que os estudantes esperavam as tarefas durante as intervenções e, quando pegavam essas tarefas, percebiam e retornavam com um *feedback* de reconhecimento do conteúdo e porque recebiam aquele tipo de tarefa; portanto eles reconheciam em qual realidade se encontravam e o rumo a que caminhávamos.

Com este trabalho, abrem-se portas para possíveis investigações futuras, acredito que o processo de justificação durante a resolução de tarefas, principalmente avaliativas, conduz o estudante a analisar e refletir sua estratégia, esse processo tira o estudante de uma zona de conforto criada até mesmo nas resoluções que se usa um algoritmo, ele precisa explicar e justificar, passo a passo, do que faz. Assim, o professor vai poder inferir de forma mais precisa sobre as maneiras de lidar utilizadas. Pensando nisso, questiona-se: os estudantes que utilizaram de estratégias e procedimentos corretos será que compreendem o conceito e teorema estudados? Se aplicasse novas tarefas e pedisse para justificar, avançariam? E com tarefas de outros níveis? Outro tema possível seria auxiliar o professor em algum tema, preparar e conduzir tarefas de diversos níveis para que os estudantes universitários consigam criar e matematizar.

Ainda, analisando todo o percurso deste trabalho, pensamos que uma maneira mais leve e não tão rígida quanto à entrega de uma tarefa específica pudesse favorecer ainda mais a interação (apesar das interações, que foi um processo muito importante e da personalização presente nas tarefas), oportunizar um encontro com temas específicos, uma tarefa que favorecesse discussões amplas, interagir e até coletar dados para um novo encontro, como uma roda de conversa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Eustáquio de. **A evasão nos cursos de engenharia e a sua relação com a matemática:** uma análise a partir do Cobenge. 2016. 98 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016.

ARAUJO, Ana Carolina da Costa; SILVA, Thales Fabricio da Costa e; PEDERNEIRAS, Marcleide Maria Macêdo. Reflexões sobre evasão na educação superior brasileira: possibilidades de prevenção e intervenção. **Revista Brasileira de Administração Científica**, v. 12, n. 2, p. 257-272, 22 mar. 2021. Disponível em: https://www.sustenere.co/index.php/rbadm/article/view/CBPC2179-684X.2021.002.0021/2646. Acesso em: 01 out. 2021.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BORSSOI, Adriana Helena; TREVISAN, André Luis; ELIAS, Henrique Rizek. Percursos de aprendizagem de alunos ao resolverem uma tarefa de cálculo diferencial e integral. **Vidya**: Santa Maria, v. 37, n. 2, p. 459-477, jul. /dez, 2017.

BORTOLETTO, Diovanna; SANTOS, Geocris Rodrigues dos; FERREIRA, Gabriela Kaiana; TONEZER, Camila. A culpa não é só da física: uma análise das dificuldades em matemática de alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Ciências Exatas. XXII SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA – SNEF, 2017, São Carlos. **Anais**… São Carlos: SNEF, 2017. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xxii/sys/resumos/T0555-1.pdf>. Acesso em: 09 ago. 2019.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Alguma reflexão sobre avaliação em matemática. In: I SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I., 2000. Serra Negra. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2000. 394p.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; CIANI, Andréia Büttner. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 22, n. 33, 2009, p. 69-96.

BUTTS, Thomas. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A resolução de Problemas na Matemática Escolar**. São Paulo: Atual, p. 32-48. 1997.

CAVASOTTO, Marcelo; VIALI, Lori. Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros podem informar. **Boletim GEPEM**, nº 59, p. 15-33, jul./dez. 2011.

CURY, Helena Noronha. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, COBENGE, 31, 2003, Rio de Janeiro. **Anais**... Rio de Janeiro: IME, 2003.

CURY, Helena Noronha. Aprendizagem em cálculo: uma experiência com avaliação formativa. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, CNMAC, 28, 2005, Santo Amaro, SP. **Anais** ... Santo Amaro, SP: SBMAC, 2005.

CURY, Helena Noronha. **Erros em soluções de problemas de cálculo diferencial e integral**: análise, classificação e tentativas de superação. Porto Alegre: PUCRS, Instituto de Matemática, 1990. Relatório de pesquisa.

FONSECA, Maycon Odailson dos Santos da. **Proposta de Tarefas para um Estudo Inicial de Derivadas**. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

FORSTER, Cristiano. **Um olhar realístico para tarefas de função afim em livros didáticos**. 2020. 112 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

FREUDENTHAL, Hans. **Revisiting Mathematics Education.** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GODOY, Elenilton Vieira; ALMEIDA, Eustáquio de. **Educação Matemática Debate,** Montes Claros, v. 1, n. 3, p. 339-361, 2017.

HADJI, Charles. **A Avaliação, Regras do jogo.** Das intenções aos Instrumentos. 4. ed., Portugal: Porto, 1994.

LICENCIATURA EM CIÊNCIAS EXATAS. Curso de Licenciatura em Ciências Exatas. Universidade Federal do Paraná, Setor Palotina. Disponível em: http://www.palotina.ufpr.br/portal/licenciatura-em-ciencias-exatas/. Acesso em: 26 de nov. 2021.

MASOLA, Wilson de Jesus; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Matemática: o "calcanhar de Aquiles" de alunos ingressantes na Educação Superior. São Paulo: **Universidade Cruzeiro do Sul**, 2014b. 32 p. Disponível em: <http://www.cruzeirodosul.edu.br/wp-content/uploads/2016/03/PE_ WilsonJesusMasola-2014-v-publicada.pdf>. Acesso em: 08 ago. 2019.

MENDES, Marcele Tavares. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo.** 2014. 274 f. Trabalho Tese de doutorado

(Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2014.

MENESTRINA, Tatiana Comiotto; MORAES, Anselmo Fábio de. Alternativas para uma aprendizagem Significativa em Engenharia: Curso de Matemática Básica. **Revista Brasileira de Ensino de Engenharia**, v. 30, n. 1, p. 52-60, 2011.

NASSER, Lilian; SOUSA, G. A.; TORRACA, M. A. Transição do ensino médio para o ensino superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?. V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2012, Petrópolis. **Anais**... Petrópolis: SIPEM, 2012.

PAREDES, Alberto Sanchéz. **A evasão do terceiro grau em Curitiba**. Núcleo de Pesquisas sobre Ensino Superior - USP: São Paulo, jun. 1994. Disponível em: < http://nupps.usp.br/downloads/docs/dt9406.pdf> Acesso em: 15 jun. 2020.

PASSOS, Adriana Quimentão. **Van Hiele, Educação Matemática Realística e GEPEMA**: algumas aproximações. 2015. 147 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

PEDROCHI JUNIOR, Osmar. **Avaliação como oportunidade de aprendizagem em matemática**. 2012. 56 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

QUARTIERI, Marli Teresinha; BORRAGINI, Eliana Fernandes; DICK, Ana Paula. Superação de dificuldades no início dos cursos de engenharia: introdução ao estudo de física e matemática. In: COBENGE, 40., 2012, Belém. **Anais...** Belém: COBENGE, 2012, p. 1-11.

RAFAEL, Rosane Cordeiro; ESCHER, Marco Antonio. Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: uma questão a ser discutida. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, 2015. **Anais**… Juiz de Fora: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, s/p, 2015.

RAMOS, Nélvia Santana. **Sequências Numéricas como desencadeadoras do Conceito de Convergência:** episódios de resolução de tarefas. 2017. 126 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

REZENDE, Wanderley Moura. **O Ensino de Cálculo:** Dificuldades de Natureza Epistemológica, Universidade de São Paulo Faculdade de Educação Programa de Pós-Graduação em Educação Tese de Doutorado, São Paulo maio/2003.

SANTOS, Edilaine Regina. **Análise da produção escrita em matemática:** de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões discursivas não rotineiras de matemática**. 2008. 166f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

SANTOS, Edilaine Regina dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. A Análise da Produção Escrita em Matemática como estratégia de avaliação: aspectos de uma caracterização a partir dos trabalhos do GEPEMA. Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 2, p. 233-247, 2016.

SILVA FILHO, Roberto Leal Lobo; MOTEJUNAS, Paulo Roberto; HIPÓLITO, Oscar; LOBO, Maria Beatriz de Carvalho Melo. A evasão no ensino superior brasileiro. **Caderno de Pesquisa**, São Paulo, v. 37. n. 132, p. 641-659, set/dez. 2007. Disponível em: < https://www.scielo.br/pdf/cp/v37n132/a0737132.pdf> Acesso em: 28 jun. 2020.

SILVA, Gabriel Santos. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

SILVA, Gabriel Santos. **Uma configuração da reinvenção guiada**. 2015. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

TREVISAN, André Luis; MENDES, Marcele Tavares. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 6, p. 129-138, 2013.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. **O que alunos da Escola Básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.