

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CAMPUS DE FOZ DO IGUAÇU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E
COMPUTAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**MODELO TERMOESTRUTURAL DE UM BLOCO DE
CONCRETO DA BARRAGEM DE ITAIPU A PARTIR DE
DADOS DE INSTRUMENTAÇÃO E ELEMENTOS
FINITOS**

ALICE MIORANZA DE ALMEIDA

FOZ DO IGUAÇU
2021

Alice Mioranza de Almeida

Modelo Termoestrutural de um Bloco de Concreto da Barragem de Itaipu a partir de Dados de Instrumentação e Elementos Finitos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual do Paraná como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e Computação. Área de concentração: Sistemas Elétricos e Computação.

Orientador: Edgar Manuel Carreño Franco

Coorientadora: Tásia Hickmann

Foz do Iguaçu

2021

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

MA447m Mioranza de Almeida, Alice
Modelo Termoestrutural de um Bloco de Concreto da Barragem de Itaipu a partir de Dados de Instrumentação e Elementos Finitos / Alice Mioranza de Almeida; orientador Edgar Manuel Carreño Franco ; coorientadora Tásia Hickmann . -- Foz do Iguaçu, 2021.
93 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Foz do Iguaçu) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Engenharias e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação, 2021.

1. Modelagem computacional. 2. Ansys. 3. Formulação matemática. 4. Segurança de barragens. I. Manuel Carreño Franco , Edgar , orient. II. Hickmann , Tásia , coorient. III. Título.

Modelo Termoestrutural de um Bloco de Concreto da Barragem de Itaipu a partir de Dados de Instrumentação e Elementos Finitos

Alice Mioranza de Almeida

Esta Dissertação de Mestrado foi apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação e aprovada pela Banca Examinadora assim constituída:

Prof. Dr. **Edgar Manuel Carreño Franco** - (Orientador)
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

Profª. Dra. **Tásia Hickmann** - (Coorientadora)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Prof. Dr. **Carlos Roberto Mendonça Rocha**
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE

Prof. Dr. **Samuel Bellido Rodrigues**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Data da defesa: 19 de agosto de 2021.

Resumo

Dentre as diversas grandezas mensuradas para análise da saúde e segurança das barragens de concreto, destaca-se a temperatura, uma vez que as barragens, em particular as de contrafortes, são fortemente influenciadas pelas oscilações de temperatura. Isto se deve às cargas térmicas oriundas da radiação solar e das variações de temperatura do ar, fundação e reservatório, que podem ocasionar deformações e desenvolver fissuras no concreto. Neste contexto, este trabalho consistiu em abordar uma modelagem numérico-computacional para o comportamento termoestrutural de um bloco de contrafortes da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, em fase de operação, via Método dos Elementos Finitos com auxílio do software Ansys®. Para alcançar este propósito, foi apresentada a formulação matemática do modelo termoestrutural utilizado computacionalmente, bem como a definição das condições de contorno do sistema com dados reais de instrumentação. A partir da modelagem térmica realizada, foi obtido o campo de temperaturas que se aproxima, com boa precisão, à distribuição real de temperaturas experimentadas pela estrutura física para o período em análise (2015 a 2018). Além disso, o comportamento estrutural do bloco, obtido por simulação numérica, apresentou resultado semelhante a estrutura real, para o mesmo período de análise, onde nos piores casos, manteve o erro médio percentual absoluto entre os dados de instrumentação e os dados simulados inferior a 13,4%. Assim, os resultados obtidos revelam a aplicabilidade da ferramenta computacional utilizada, por sua eficácia e facilidade de manipulação, em aplicações de segurança de barragens e manutenções preventivas da estrutura.

Palavras-chave: Modelagem computacional, Ansys, Formulação matemática, Segurança de barragens.

Abstract

Among various measures to analyze the health and safety of concrete dams, temperature stands out, because dams, particularly those on buttresses, are strongly influenced by temperature fluctuations. This is due to thermal loads from solar radiation and variations in the temperature of the air, foundation and reservoir, which can cause deformations and develop cracks in the concrete. In this context, this work consists of a numerical-computational modeling for the thermo-structural behavior of a block of buttresses of the Itaipu Hydroelectric Power Plant dam, in operation phase, using the Finite Element Method with the aid of Ansys® software. To achieve this purpose, the mathematical formulation of the computational thermo-structural model was presented, as well as the definition of the system boundary conditions with real instrumentation data. From the thermal modeling developed, the temperature field was obtained, and it approximates, with good precision, to the real temperature distribution experienced by the physical structure. In addition, the structural behavior of the block was well represented in most regions verified, and in the worst cases, it kept the mean absolute percentage error between instrumentation data and simulated data below 13,4%. Thus, the results obtained reveal the applicability of the computational tool used, due to its efficiency and ease of handling, in dam safety applications and preventive maintenance of the structure.

Keywords: Computational Modelling, Ansys, Mathematical formulation, Dams safety.

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por cuidar de mim, dando-me forças quando elas me faltam e por me guiar a atingir os meus objetivos mesmo quando parece ser impossível alcançá-los.

Agradeço aos meus pais, pelo carinho com que me criaram, pela compreensão quando precisei me ausentar para me dedicar aos estudos e trabalho, e por me incentivarem a buscar oportunidades melhores do que aquelas que eles tiveram.

Ao meu noivo, Glauco, que esteve ao meu lado, me apoiando, incentivando e motivando sempre, e à sua família, que sempre me dá suporte quando preciso. Vocês compõem meu porto seguro e são meu segundo lar.

À minha coorientadora Tásia, por todo o apoio, atenção, orientação durante o desenvolvimento do trabalho, e pela compreensão nos momentos de dificuldade.

Ao meu orientador Edgar, por me aceitar no programa de mestrado, pela confiança ao atribuir este trabalho de pesquisa a mim, pelas orientações e pela paciência nos momentos de dificuldade.

Aos professores Jairo Corrêa e Samuel Bellido da UTFPR de Medianeira que, juntamente com a Profa. Tásia, aceitaram meu ingresso ao grupo de pesquisa. Agradeço a confiança e as orientações para a condução do trabalho.

Ao Luis Sucapuca, do CEASB, pelas orientações e acompanhamento durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos alunos de iniciação científica do grupo de pesquisa da UTFPR de Medianeira, David, Marcelo, Guilherme, Jeiciane, com quem trabalhei e aprendi sobre os assuntos deste trabalho, e que me auxiliaram durante o desenvolvimento.

À UNIOESTE, ao seu corpo docente e administrativo, pela formação acadêmica e científica de qualidade.

Ao CEASB, pelo incentivo à pesquisa por meio da concessão de uma bolsa de estudos, e de espaço de trabalho.

Por fim, deixo meus sinceros agradecimentos a todos que, de maneira direta ou indireta, me auxiliaram para que fosse possível a conclusão deste trabalho.

Sumário

Lista de Figuras	11
Lista de Tabelas	13
Lista de Símbolos	14
Lista de Siglas e Abreviaturas	19
1 Introdução	20
1.1 Considerações Iniciais.....	20
1.2 Objetivos	21
1.3 Estrutura do trabalho.....	22
2 Revisão da Literatura	24
2.1 Breve Histórico do Método dos Elementos Finitos	24
2.2 Principais estudos dos fenômenos termoestruturais em barragens de concreto	25
3 Fundamentação Teórica	27
3.1 Método dos Elementos Finitos	27
3.1.1 Método dos Resíduos Ponderados	38
3.2 Software Ansys	47
3.3 Modelo Matemático Térmico Transiente	51
3.4 Modelo Matemático Estrutural	58
3.4.1 Equações construtivas	58
3.4.2 Análise estrutural estática	62
3.4.3 Análise estrutural transiente.....	63
3.4.4 Determinação das tensões de origem térmica	64

4	Método	67
4.1	A Barragem de Itaipu Binacional	67
4.1.1	Instrumentação	68
4.2	Modelagem Térmica	71
4.3	Modelagem Estrutural	75
4.3.1	Tratamento dos dados dos termômetros	78
4.3.2	Tratamento dos dados dos dados das rosetas de deformímetros.....	78
5	Resultados	80
6	Conclusões	90
	Referências	91
	Anexo A Modelagem matemática e computacional do comportamento térmico da barragem de contrafortes de Itaipu via Método dos Elementos Finitos publicado no XLI CILAMCE	95
	Anexo B Modelo termoestrutural de um bloco de concreto da barragem de Itaipu a partir de dados de instrumentação e elementos finitos em processo de publicação na Revista IBRACON	102

Lista de Figuras

Figura 3.1: Definição da Fronteira e discretização em elementos finitos.....	27
Figura 3.2: Exemplos de elementos finitos.	28
Figura 3.3: Malha admissível (a) e não admissível (b).	28
Figura 3.4: Processo de solução de um modelo pelo método dos elementos finitos.	30
Figura 3.5: Estrutura bidimensional com quatro elementos.....	31
Figura 3.6: Região de tensão plana dividida em elementos finitos. Em destaque, elemento finito triangular e com os nós 1, 2 e 3.....	35
Figura 3.7: Domínio do problema (Ω) e contorno Γ	39
Figura 3.8: Malha de elementos finitos triangulares.	44
Figura 3.9: Tipos 1 (Esquerda) e 2 (Direita) de elementos finitos triangulares mostrados na malha da Figura 3.8.	44
Figura 3.10: Elemento finito triangular genérico.....	45
Figura 3.11: Interface do usuário no Ansys Workbench.	48
Figura 3.12: Definição de um sistema térmico transiente no Ansys Workbench.....	49
Figura 3.13: Definição de um sistema termoestrutural transiente no Ansys.	51
Figura 3.14: Condução de calor em uma parede de espessura Δx e área A	52
Figura 3.15: Forças aplicadas ao elemento.	63
Figura 4.1: Usina de Itaipu Binacional.....	67
Figura 4.2: Bloco de contrafortes.	68
Figura 4.3: Localização dos instrumentos de medição do bloco de contrafortes.....	69
Figura 4.4: Termômetro de resistência Elétrica.	69
Figura 4.5: Vista lateral da disposição da roseta de deformímetros.....	70
Figura 4.6: Deformímetros 1, 3 e 5 definidos no Ansys a partir dos eixos X (Vermelho), Y (Verde) e Z (Azul), respectivamente.....	70
Figura 4.7: Representação dos deformímetros 2 e 4 no Ansys.	71
Figura 4.8: Modelo geométrico tridimensional do bloco de contrafortes.	72
Figura 4.9: Modelo geométrico tridimensional do bloco de concreto com malha de elementos finitos.....	72
Figura 4.10: Qualidade dos elementos finitos.	73
Figura 4.11: Definição das condições de contorno de temperatura superficial no bloco de concreto.....	74

Figura 4.12: Definição da pressão hidrostática atuante no bloco de contrafortes (em destaque a intensidade crescente, do azul para o vermelho).	76
Figura 4.13: Definição da pressão hidrostática atuante na base do bloco de barragem (em destaque azul).	76
Figura 4.14: Definição do suporte nas faces laterais (em destaque amarelo).	77
Gráfico 4.15: Interpolação por spline cúbica para a série de temperatura do termômetro TS-D-03.	78
Figura 5.1: Campo de temperaturas internas ao bloco de concreto durante o ano de 2018.	80
Gráfico 5.2: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-03 para o período de 2015 a 2018.	81
Gráfico 5.3: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-04 para o período de 2015 a 2018.	82
Gráfico 5.4: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-05 para o período de 2015 a 2018.	82
Gráfico 5.5: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-06 para o período de 2015 a 2018.	83
Gráfico 5.6: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-07 para o período de 2015 a 2018.	83
Gráfico 5.7: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-08 para o período de 2015 a 2018.	84
Gráfico 5.8: Distribuição dos dados reais e simulados de deformação, para o deformímetro 1 da roseta RD-D-03, para o período de 2015 a 2018.	85
Gráfico 5.9: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-03 para o período de 2015 a 2018.	85
Gráfico 5.10: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-04 para o período de 2015 a 2018.	86
Gráfico 5.11: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-05 para o período de 2015 a 2018.	86
Gráfico 5.12: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-06 para o período de 2015 a 2018.	87
Gráfico 5.13: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-07 para o período de 2015 a 2018.	87
Gráfico 5.14: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-08 para o período de 2015 a 2018.	88

Lista de Tabelas

Quadro 4.1: Nomenclatura e posição dos instrumentos cujos dados foram utilizados.....	68
Quadro 3.1: Estados das células de etapa de solução do sistema no Ansys	50
Tabela 4.1: Propriedades do concreto para o modelo térmico do Ansys.....	74
Tabela 4.2: Propriedades do concreto no modelo do Ansys.....	77
Tabela 5.1: Erros MAPE entre as séries de dados de temperatura reais e simuladas nas posições das rosetas de deformímetros	84

Lista de Símbolos

U	Componente de força cartesiana em x
V	Componente de força cartesiana em y
u	Componente de deslocamento cartesiano em x
v	Componente de deslocamento cartesiano em y
\mathbf{q}^e	Vetor força do elemento e
\mathbf{u}^e	Vetor deslocamento do elemento e
\mathbf{K}^e	Matriz de rigidez do elemento e
\mathbf{f}^e	Vetor de forças nodais de balanceamento para o elemento e
q_m^e	Componente de força do elemento e em relação ao nó m
u_m	Componente de deslocamento do elemento e em relação ao nó m
\mathbf{u}	Vetor de deslocamentos nodais
\tilde{u}_n	Componente de deslocamento nodal no nó n
\mathbf{K}	Matriz de rigidez global
\mathbf{f}	Vetor de forças nodais
$\hat{\mathbf{u}}$	Vetor de deslocamentos aproximados conforme a função forma
N_a	Componentes do vetor linha de funções forma nodais
\tilde{u}_a^e	Deslocamentos do nó a elemento e
ε	Vetor de deformação
$\hat{\varepsilon}$	Vetor de deformações aproximadas pela função forma
\mathcal{S}	Operador linear diferencial
ε_0	Deformação inicial
$\boldsymbol{\sigma}$	Vetor de tensões
$\boldsymbol{\sigma}_0$	Tensões iniciais
\mathbf{D}	Matriz de elasticidade
$\delta\tilde{\mathbf{u}}^e$	Deslocamento virtual nos nós do elemento e
$\delta\mathbf{u}$	Vetor de deslocamentos virtuais
$\delta\varepsilon$	Vetor de deformações virtuais
\mathbf{b}	Vetor de forças distribuídas
Ω_e	Volume do elemento e

$\bar{\mathbf{t}}$	Vetor de carregamentos externos
Γ_e	Elementos de fronteira do domínio
$\mathcal{A}(\mathbf{u})$	Conjunto de equações diferenciais em função de \mathbf{u}
Ω	Domínio
Γ	Contorno
$\mathcal{B}(\mathbf{u})$	Conjunto de condições de contorno em função de \mathbf{u}
$\mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}$	Operadores lineares diferenciais
ϕ	Temperatura
k	Condutividade térmica para sistemas térmicos, rigidez para sistemas estruturais
Q	Fonte de calor
$\bar{\phi}$	Temperatura no contorno
\bar{q}	Fluxo no contorno
n	Direção normal a Γ
Γ_ϕ	Condição de contorno para o fluxo de calor
Γ_q	Condição de contorno para a temperatura
\mathbf{v}	Conjunto de funções arbitrárias do conjunto de equações diferenciais do modelo
$\bar{\mathbf{v}}$	Conjunto de funções arbitrárias do conjunto de equações de contorno do modelo
n_x	Direção normal às abcissas
n_y	Direção normal às ordenadas
n_y	Direção normal às ordenadas
w_b	Funções de ponderação para as equações diferenciais
\hat{w}_b	Funções de ponderação para as condições de contorno
$\delta\tilde{u}_b$	Parâmetros das equações diferenciais a serem aproximadas pelas funções de ponderação
I	Matriz identidade
α_n	Constantes das funções de deslocamento em coordenadas cartesianas
Δx	Espessura de uma parede plana
ΔT	Variação de temperatura
A	Área
$\frac{dT}{dx}$	Gradiente de temperatura na direção x

\dot{Q}_{cond}	Taxa de condução de calor
ρ	Densidade
c	Calor específico
T	Temperatura
t	Tempo
$\{L\}$	Vetor operador de derivadas parciais
$\{v\}$	Vetor de velocidade para transporte de calor
$\{q\}$	Vetor de fluxo de calor
$[K]$	Matriz de condutividade para sistemas térmicos, matriz de rigidez para sistemas estruturais
K_{xx}	Condutividade do elemento na direção x
K_{yy}	Condutividade do elemento na direção y
K_{zz}	Condutividade do elemento na direção z
S_1	Superfície com condição de contorno de temperatura
S_2	Superfície com condição de contorno de fluxo de calor
S_3	Superfície com condição de contorno de calor por convecção
T^*	Temperatura especificada
$\{\eta\}$	Vetor normal unitário à superfície
q^*	Fluxo de calor especificado
h_f	Coefficiente de transferência de calor
T_B	Temperatura do fluido adjacente
T_S	Taxa de geração de calor por unidade de volume
δT	Variação virtual na temperatura
vol	Volume do elemento
$T(x, y, z, t)$	Temperatura em função do espaço e do tempo
$\{T_e\}$	Vetor de temperatura nodal do elemento
\dot{T}	Derivada primeira do vetor de temperatura
$[C_e^t]$	Matriz de calor específico do elemento, em função do tempo
$[K_e^{tm}]$	Matriz de transporte de condutividade mássica do elemento, em função do tempo
$[K_e^{tb}]$	Matriz de difusão de condutividade do elemento, em função do tempo
$[K_e^{tc}]$	Matriz de condutividade da superfície de convecção do elemento
$\{Q_e^f\}$	Vetor de fluxo de massa do elemento

$\{Q_e^c\}$	Vetor de fluxo de calor da superfície de convecção do elemento
$\{Q_e^g\}$	Carga de geração de calor do elemento
[C]	Matriz de calor específico global
{T}	Vetor de temperaturas nodais
$\{Q^a\}$	Vetor de fluxos de calor aplicados no sistema
θ	Parâmetro de integração transiente
t_n	Tempo no instante n
$\{T_n\}$	Temperaturas nodais no tempo t_n
$\{\dot{T}_n\}$	Primeira derivada temporal das temperaturas nodais no tempo t_n
U	Energia de deformação
V	Trabalho externo
δ	Operador virtual
vol	Volume
[B]	Matriz de deformação-deslocamento
$\{u_n\}$	Deslocamento normal à superfície
$area_f$	Área da resistência distribuída
[N _n]	Matriz de funções de forma para movimentos normais à superfície
{F}	Vetor de força
{P}	vetor de pressão aplicada
$area_p$	Área de pressão aplicada
$\{F_e^{nd}\}$	Forças nodais aplicadas ao elemento
$[K_e^f]$	Matriz de rigidez da fundação do elemento
$\{F_e^{th}\}$	Vetor de carga térmica do elemento
[M _e]	Matriz mássica do elemento
{ \ddot{u} }	Vetor de aceleração
$\{F_e^{pr}\}$	Vetor de pressão no elemento
$\{\varepsilon^{el}\}$	Vetor de deformação que causa tensão
$\{\varepsilon^{th}\}$	Vetor de deformação térmica
{F ^r }	Vetor de reação do carregamento
{F ^a }	Vetor de carregamento total aplicado
$\{F^{nd}\}$	Carregamento nodal aplicado
$\{F^{ac}\}$	Vetor de aceleração do carregamento

$[M]$	Matriz de massa
$\{a_c\}$	Vetor de aceleração total
$\{F_e^{th}\}$	Vetor de carregamento térmico do elemento
$\{F_e^{pr}\}$	Vetor de carregamento de pressão do elemento
$[C]$	Matriz de amortecimento estrutural
$\{\ddot{u}\}$	Vetor de aceleração nodal
$\{\dot{u}\}$	Vetor de velocidade nodal
α, λ	Parâmetros de Newmark
$\{u_n\}$	Vetor de deslocamentos nodais no tempo t_n
$\{\dot{u}_n\}$	Vetor de velocidades no tempo t_n
$\{\ddot{u}_n\}$	Vetor de acelerações no tempo t_n
$\{u_{n+1}\}$	Vetor de deslocamentos nodais no tempo t_{n+1}
$\{\dot{u}_{n+1}\}$	Vetor das velocidades nodais no tempo t_{n+1}
$\{\ddot{u}_{n+1}\}$	Vetor de acelerações nodais no tempo t_{n+1}
β	Coefficiente de expansão térmica
ε_e	Deformação elástica devido ao carregamento mecânico
O_i	i-ésimo dado real
F_i	dado experimental a ser avaliado
num	número de dados

Lista de Siglas e Abreviaturas

UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
PGEEC	Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i>
CEASB	Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações iniciais

A cada década ocorrem, em média, dez rompimentos significativos de barragens em algum lugar do mundo. Ao analisar o século XX, este número é ainda mais impressionante, e sobe para 200 casos notáveis de falhas ao redor do mundo, onde foram perdidas mais de 250.000 vidas humanas envolvidas nestes desastres (Barrow, 2002).

As rupturas em barragens ocorrem de maneiras distintas, especialmente conforme o tipo de estrutura. As barragens de concreto de gravidade são as mais estáveis, seguidas pelas barragens a arco, cujas estruturas são reconhecidamente resistentes, apesar de entrarem em colapso rapidamente quando suas fundações falham. As barragens de contrafortes podem se desintegrar logo que ocorra a falha de seus arcos ou vigas, “como uma sucessão de fileiras de dominós”. Por fim, as barragens de material solto são mais susceptíveis a erosões que aquelas construídas em alvenaria, embora sua falha se manifeste mais vagarosamente (Jansen et al., 2011).

Embora estas estruturas representem riscos potenciais de acidentes que podem comprometer ambiental, social e economicamente uma região, mediante elevado impacto, elas são igualmente relacionadas ao desenvolvimento humano há mais de 5.000 anos. As barragens desempenham funções relacionadas à produção de água potável, irrigação, reposição de canais de irrigação e abastecimento, entre outras (Moigne et al., 1990). De acordo com Schnitter e Jackson (1995), as formas de uso das barragens foram ainda mais ampliadas a partir da Revolução Industrial, no século XVIII, onde passaram a ser aplicadas à geração de energia elétrica, combate a enchentes e recreação.

Diante dessa diversidade de aplicações, a segurança de barragens constitui uma questão de extrema importância e que deve ser incorporada em todas as fases de desenvolvimento destas construções, tais como planejamento, projeto, construção, operação e manutenção. Assim, os programas de segurança de barragens possuem o propósito de reconhecer os potenciais perigos que a estrutura oferece e reduzi-los a níveis aceitáveis. As deficiências na segurança podem deste modo ser corrigidas a tempo, diminuindo consideravelmente a possibilidade de perdas socioeconômicas, vidas e desastres ambientais.

Para garantir que as barragens existentes estejam em condições seguras, estas devem ser

reavaliadas periodicamente e a partir de dados hidrológicos, geológicos e de sismologia atuais pois as barragens que no passado foram consideradas seguras, podem não se enquadrar nesta classificação atualmente (Zuffo, 2005). Dentre as diversas grandezas mensuradas para posterior análise da saúde e segurança de uma estrutura, destaca-se a temperatura, uma vez que as barragens estão sujeitas a mudanças na sua temperatura interna em função do calor de hidratação, durante a fase de construção, e posteriormente, na fase de operação, devido a variações da temperatura externa.

As barragens de contrafortes são fortemente influenciadas pelas oscilações de temperatura (Rosso et al., 1997). Isto ocorre devido às cargas térmicas que incidem sobre a superfície da barragem, que são oriundas da radiação solar e das variações de temperatura do ar, fundação e reservatório, e podem ocasionar deformações e alterações volumétricas significativas, exceder a resistência à tração do concreto e conseqüentemente desenvolver fissuras na estrutura (Maken et al., 2014).

As tensões de origem térmica na estrutura estão ligadas a processos de transferência de calor, que se manifestam conforme a característica sazonal das temperaturas no local, e podem ser representados analiticamente por meio de equações não lineares, algébricas, diferenciais parciais e/ou integrais. A região de solução (bloco em análise) normalmente tem geometria complexa e, matematicamente, as soluções exatas muitas vezes são indisponíveis.

Por isso, os modelos matemáticos que representam o processo de transferência de calor deste tipo são frequentemente solucionados de forma aproximada por meio da aplicação de métodos numéricos tais como o Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Volumes Finitos (MVF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Incropera, 2011). Neste sentido, o método dos Elementos Finitos se destaca em análises térmicas e estruturais de materiais, como o concreto, uma vez que esta técnica de solução numérica possui avançado grau de desenvolvimento alcançado, além de facilitar o estabelecimento de analogias ao sistema físico real (Aurich, 2008).

Os estudos sobre este tema normalmente estão restritos às indústrias, o que dificulta a divulgação de métodos e conhecimentos no âmbito científico. Assim, a partir do cenário em que se encontrava a pesquisa sobre modelagem termoestrutural de barragens de concreto, foi apontada a existência de uma lacuna no que se refere às análises da distribuição de temperaturas e do comportamento termoestrutural em barragens de concreto em fase de operação (Hickmann, 2016).

A partir disso, foi despertada a oportunidade de desenvolver o presente trabalho de pesquisa, que possui os objetivos definidos na próxima seção.

1.2 Objetivos

Este trabalho de pesquisa possui, como objetivo geral, a modelagem termoestrutural de um bloco de concreto da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, em fase de operação, a partir de dados de instrumentação e elementos finitos utilizando o software Ansys para o

processamento numérico. Para alcançar este propósito, a pesquisa atenderá aos seguintes objetivos específicos:

- Descrever a modelagem matemática do processo de transferência de calor para uma geometria tridimensional, sujeita a condições de contorno;
- Descrever a modelagem matemática termoestrutural aplicável a estruturas de concreto;
- Aplicar o Método dos Elementos finitos na modalidade Galerkin para a solução do modelo matemático (térmico) com o auxílio do software Ansys;
- Determinar computacionalmente os campos de temperatura no modelo térmico com os dados de instrumentação;
- Calcular computacionalmente as deformações no modelo geométrico de um bloco de concreto a partir dos campos de temperatura.
- Validar a modelagem computacional (térmica e estrutural) a partir da comparação com os dados de instrumentação disponíveis.

1.3 Estrutura do Trabalho

Para atingir os objetivos propostos, o trabalho está organizado conforme a seguir.

No Capítulo 1 foi realizada uma introdução ao assunto deste trabalho, foram apresentados os objetivos e a estrutura de organização estabelecida para a apresentação neste documento.

O segundo capítulo aborda a revisão bibliográfica do tema em estudo, onde são sucintamente relatadas, cronologicamente, importantes contribuições desenvolvidas sobre o tema. Em seguida, são contextualizados os principais estudos dos fenômenos termoestruturais em barragens de concreto utilizando elementos finitos.

O terceiro capítulo faz uma abordagem concisa da fundamentação teórica do método dos elementos finitos, passando pela apresentação do software Ansys e a correlação entre o processo de solução de um problema em elementos finitos e a definição do problema em análise no Ansys. Por fim, é apresentada a descrição dos modelos matemáticos para a análise térmica e estrutural a ser realizada por meio do software. Para isso, são estabelecidos os principais conceitos e equações matemáticas construtivas.

O quarto capítulo mostra o desenvolvimento do método adotado para a modelagem termoestrutural de um bloco de barragem de concreto. Para isso, a barragem de Itaipu é apresentada, destacando aspectos do bloco em análise e a instrumentação dele. Em seguida, são descritos os dados instrumentais utilizados na aplicação, a definição das condições iniciais e de contorno, o procedimento de modelagem térmica e estrutural, e, por fim, o procedimento de obtenção dos resultados.

No quinto capítulo são apresentados os resultados obtidos após o desenvolvimento do método discutido no quarto capítulo. Para isso, os dados de saída do modelo são expostos e comparados aos dados de instrumentação. Por fim, são relatadas as discussões dos principais resultados obtidos.

Por fim, o sexto capítulo conclui o estudo realizado, enfatizando as principais contribuições obtidas para o tema e são feitas sugestões sob a perspectiva da continuidade à pesquisa, para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 Breve Histórico do Método dos Elementos Finitos

Na década de 40 foram publicados os primeiros métodos de discretização de meios contínuos em elementos triangulares para investigar problemas de torção, onde Courant (Courant, 1943) é apontado como pioneiro no desenvolvimento do método dos elementos finitos (Moaveni, 2008). Na década seguinte foram sistematizados e descritos os primeiros elementos finitos, sendo eles elementos triangulares, quadriláteros genéricos e retangulares (Turner et al., 1956).

Em seguida, Greenstadt (1959) determinou a solução de funções matemáticas por meio da discretização do domínio das funções em subdomínios contínuos, onde cada subdomínio possui funções de aproximação de comportamento próprias. Para compatibilizar as soluções entre cada subdomínio, definiu-se condições de compatibilidade entre elas.

Em 1960, Ray Clough documentou a primeira referência explícita conhecida à designação dos métodos dos elementos finitos, onde estabeleceu os procedimentos sistemáticos que estão na base da implementação computacional do MEF (Clough, 1960). A partir de então, em 1969 foi publicado o primeiro artigo na primeira revista internacional dedicada aos métodos numéricos, a *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, onde Pian e Tong revisaram o problema da continuidade na formulação de interpolações nos nós dos elementos finitos (Pian & Tong, 1969).

Desde então, o método dos elementos finitos ganhou muitas aplicações em engenharia. Particularmente no âmbito da indústria aeronáutica, houveram trabalhos de grande contribuição como Argyris (1955), sendo que o autor publicou os primeiros artigos sobre análise estrutural em regime linear na forma matricial para elementos discretos entre 1955 a 1960. Estes trabalhos deram origem aos conceitos de matriz de rigidez e de flexibilidade em função de operadores matriciais que relacionam tensões e deslocamentos.

Paralelamente ao trabalho de Argyris (1955), (Zienkiewicz & Cheung, 1967) deram generalidade e projeção ao MEF. Os trabalhos destes autores propuseram outras aplicações do MEF utilizando a minimização da energia potencial total de um sistema genérico. Esta abordagem ampliou a aplicabilidade do MEF a qualquer problema que possa ser descrito de forma variacional. A partir destes trabalhos, os autores lançaram o primeiro livro sobre o MEF,

que ganhou novas edições em 1971 e 1977 (O. Zienkiewicz, 1977) e, posteriormente, uma série de edições dos autores Olgierd Zienkiewicz e Robert Taylor (O. Zienkiewicz & Taylor, 1989) em 1989 e 1991. Estas obras ainda são, atualmente, referências ao estudo de MEF.

Por se tratar de um método de solução de problemas numéricos compostos por grandes sistemas de equações lineares, os avanços no desenvolvimento do MEF acompanharam o desenvolvimento de computadores digitais, devido à extensa quantidade de cálculos que o método exige. Isto ocorre pois, ao considerar a discretização de um modelo em elementos finitos, à medida que se aumenta o número destes elementos melhora-se a precisão dos resultados do modelo discreto, mas isto implica na viabilidade do uso do método apenas por meio de programações em sistemas computacionais de análise (Soriano & Lima, 2003).

Assim, a partir da crescente disponibilização de microcomputadores nos centros de desenvolvimento e pesquisa, que passaram a ocorrer entre as décadas de 80 e 90, e, devido à capacidade de analisar estruturas muito complexas de maneira mais realista, ao possibilitar a simulação computacional de diferentes disposições geométricas, carregamentos e condições de contorno, o MEF passou a ser cada vez mais utilizado na academia e na indústria.

Neste contexto, em 1971 foi desenvolvida a primeira versão do software Ansys, um programa computacional de engenharia auxiliada por computação (do inglês Computer Aided Engineering – CAE) capaz de solucionar problemas de diversos campos da engenharia, tais como fluidodinâmica, transferência de calor, aeroespacial, entre outros, utilizando o método dos elementos finitos (Moaveni, 2008). Desde então, este software comercial é referência na aplicação do método dos elementos finitos, sendo muito utilizado pela comunidade científica e indústria, sobretudo devido à sua flexibilidade (Coelho, 2012).

2.2 Principais estudos dos fenômenos termoestruturais em barragens de concreto

Dentre os principais trabalhos desenvolvidos no âmbito dos fenômenos termoestruturais em barragens de concreto na década de 90, merecem destaques (Leger et al., 1993a, 1993b), onde se aplicam o método dos elementos finitos para analisar o comportamento estrutural de barragens de gravidade submetidas à distribuição de tensão e temperatura sazonais. Como principal conclusão acerca dos estudos realizados, destaca-se a expressiva influência da distribuição de temperaturas diárias nas tensões superficiais do concreto.

Em meados dos anos 2000, Sheibany e Ghaemian propuseram um modelo em elementos finitos de uma barragem de concreto a arco, com o objetivo de determinar a variação anual da temperatura e das tensões de origem térmica. Nesta oportunidade, foi observado a significativa influência das cargas térmicas no desenvolvimento de fissuras na estrutura, quando comparadas aos efeitos do peso próprio e das cargas hidrostáticas (Sheibany & Ghaemian, 2006).

Entre 2010 e 2020, a quantidade de trabalhos publicados sobre o assunto aumentou expressivamente, acompanhados do uso de ferramentas computacionais que auxiliam a análise,

tais como o Ansys. Em 2014, Maken, Léger e Roth avaliaram o comportamento estrutural em barragens de concreto sujeitas à variação sazonal de temperatura entre o inverno e o verão, com o auxílio do software Ansys. A partir do estudo realizado, merece destaque a conclusão de que as propriedades físicas do material dependentes da temperatura não influenciaram de modo significativo a resposta estrutural, a qual foi bem representada via elementos finitos pelo software Ansys (Maken et al., 2014).

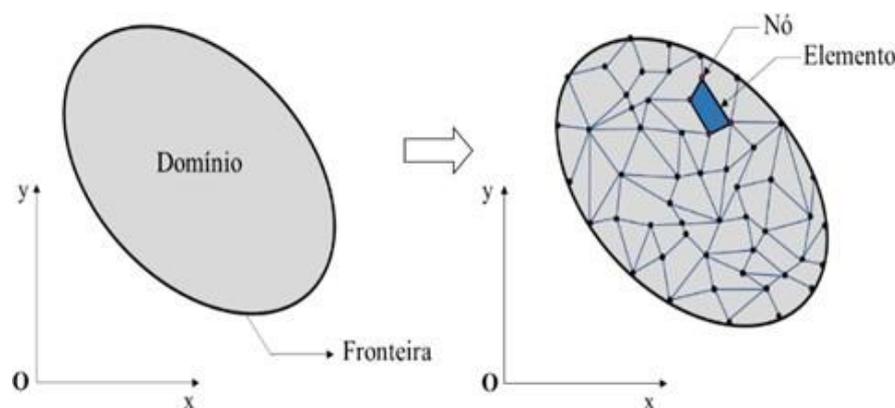
Nos últimos anos, foram desenvolvidas várias pesquisas voltadas à análises do comportamento térmico do concreto para diversos propósitos, como segurança contra incêndios (Souza et al., 2019), análise de fraturas em estruturas de concreto reforçado considerando variações nas propriedades do concreto ao longo do tempo (Cifuentes et al., 2019), abordagens para análises de efeitos termo estruturais aplicadas a regiões localizadas do modelo (Plews & Duarte, 2015), fissuração térmica precoce em estruturas de concreto (Kwan & Ma, 2017), resposta termoestrutural de barragens de concreto compactado com rolo (Khanzaei et al., 2015), efeitos térmicos sobre estruturas de concreto em massa (Abeka et al., 2017; Yang et al., 2019), previsões de tensão térmica em barragens de areia cimentada e cascalho (Jiang et al., 2020), análise da transferência de calor transiente em barragem de concreto através do método dos elementos finitos (Hickmann et al., 2015), análise da variação térmica sazonal em barragem de contrafortes com o uso de cálculo fracionário (Hickmann, 2016), entre outros trabalhos de destaque.

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

3.1 Método dos Elementos Finitos

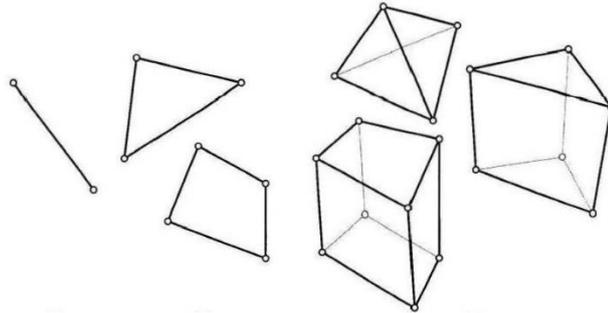
Aplicável tanto em geometrias unidimensionais quanto a volumes tridimensionais, o MEF consiste em dividir o domínio que se deseja estudar em um número finito de segmentos, áreas ou volumes menores, designados elementos finitos. A Figura 3.1 ilustra um exemplo de discretização em elementos finitos. Neste sentido, para resolver problemas unidimensionais são utilizados elementos finitos do tipo segmentos, enquanto que, para resolver problemas bi-dimensionais são utilizados quadriláteros ou triângulos e, para sistemas tridimensionais, são frequentemente utilizados hexaedros, tetraedros ou pentaedros (Dias et al., 2010).



Fonte: Adaptado de (Dias et al, 2010).

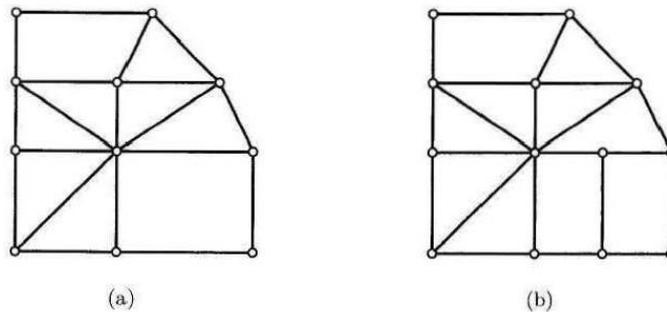
Figura 3.1: Definição da Fronteira e discretização em elementos finitos.

Ao aplicar o MEF a uma análise elástica linear em problemas clássicos de engenharia, determina-se primeiramente o campo de deslocamentos de um número finito de pontos do sistema, os quais são definidos pelos nós da malha de elementos finitos. Na maioria dos casos, os nós se encontram nos vértices dos elementos, conforme a Figura 3.1. Porém, é possível existir nós no meio de arestas, faces ou no interior do elemento finito, desde que, na fronteira do elemento, todos os nós sejam comuns aos elementos adjacentes. A Figura 3.2 mostra algumas formas geométricas possíveis para elementos finitos, enquanto a Figura 3.3 ilustra exemplos de malhas bidimensionais admissíveis e não admissíveis (Dias et al., 2010).



Fonte: Adaptado de (Dias et al, 2010).

Figura 3.2: Exemplos de elementos finitos.



Fonte: Adaptado de (Dias et al, 2010).

Figura 3.3: Malha admissível (a) e não admissível (b).

Após o cálculo dos deslocamentos nos nós, para um carregamento particular aplicado ao domínio que se quer analisar, podem ser determinados os deslocamentos em cada ponto do domínio a partir de uma função de interpolação definida em cada elemento. Deste modo, substitui-se o problema de determinar o deslocamento de um número infinito de pontos para o problema de se determinar o deslocamento em cada nó dos elementos finitos. Este deslocamento em cada nó pode ser decomposto em duas componentes mutuamente perpendiculares, designadas por graus de liberdade conforme a dimensão do domínio que se quer analisar (Dias et al., 2010).

Após a determinação dos deslocamentos nodais, um algoritmo genérico do método de elementos finitos deve calcular as deformações correspondentes e, conseqüentemente, o estado de tensão.

A solução de um problema pelo MEF segue os seguintes passos (Dias et al., 2010):

- Decomposição do domínio em partes menores, os subdomínios (elementos);
- Seleção das funções de interpolação;
- Desenvolvimento da matriz elementar para o subdomínio (elemento);
- Junção (assemblagem) das matrizes elementares de cada subdomínio para obter a matriz global do domínio todo;
- Imposição das condições de contorno;
- Solução das equações.

A Figura 3.4 sintetiza o processo de solução pelo MEF. Conforme Huebner (1995), o

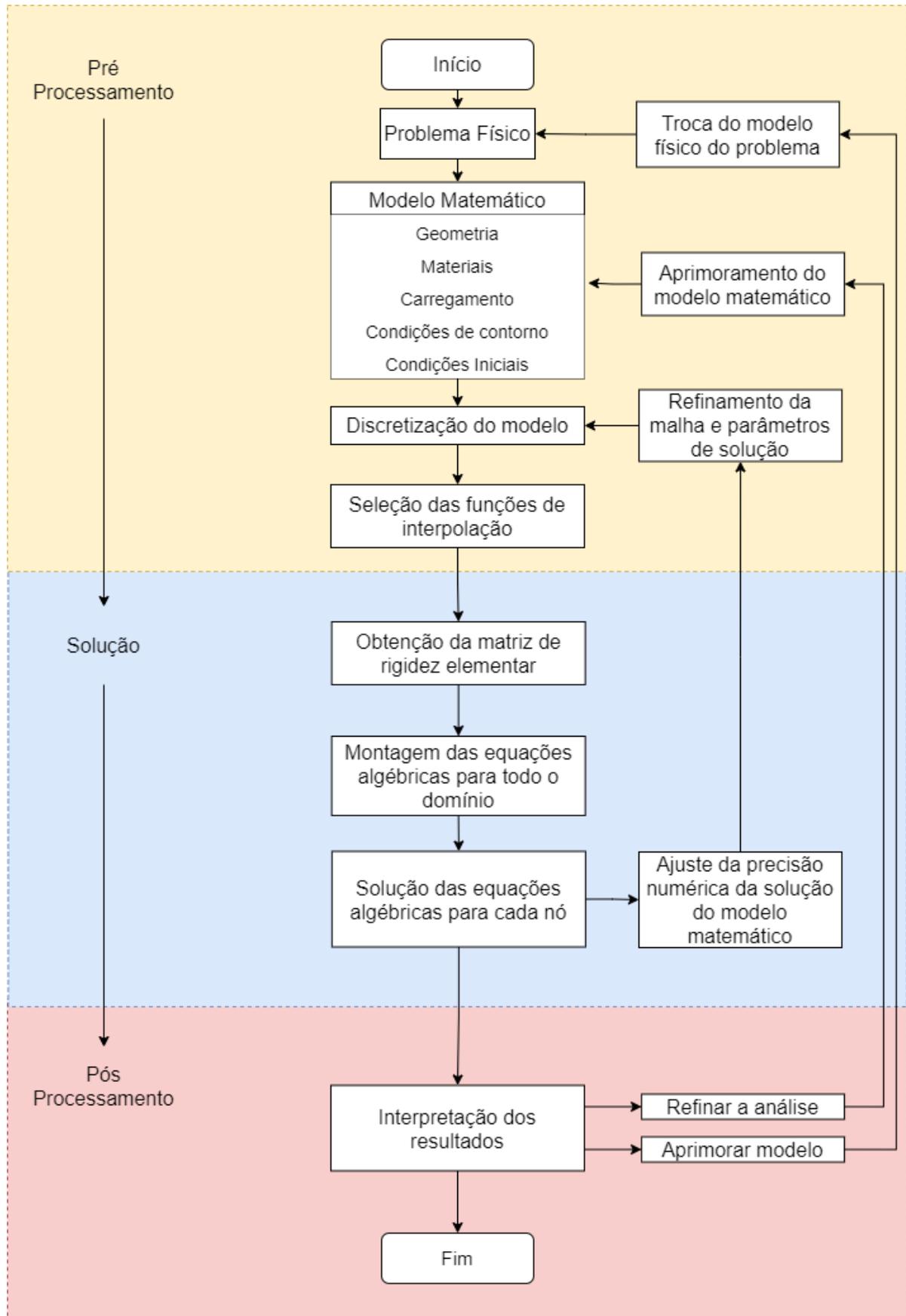
MEF pode ser resumido essencialmente em três etapas. São elas: Pré-processamento, solução e pós-processamento.

Na etapa de pré-processamento, o problema a ser solucionado passa pelos primeiros tratamentos. O fenômeno físico é modelado, são definidas a geometria, as condições iniciais, de contorno, e carregamentos. Também são definidas as propriedades dos materiais e são adotadas simplificações no modelo a fim de facilitar a análise. Por fim, o modelo é discretizado em elementos finitos, cuja quantidade e tipo depende da precisão de solução desejada (Huebner, 1995).

Em seguida, são selecionadas as funções de interpolação, que estão associadas ao tipo de elemento escolhido na primeira etapa. Estas funções representam aproximadamente a distribuição dos deslocamentos, e geralmente, a forma adotada para as funções de interpolação é a polinomial, devido à simplicidade de manipulação matemática, bastando somente determinar o grau da função. Em aplicações comerciais, como o Ansys, a definição das funções de interpolação é feita automaticamente de acordo com o tipo de elemento (Huebner, 1995).

A partir das definições feitas na etapa de pré-processamento, o processo de solução é iniciado obtendo-se a matriz de rigidez elementar, que depende da função de interpolação, da geometria do elemento e das propriedades do material determinados na etapa anterior. Deste modo, os deslocamentos nodais são relacionados às forças aplicadas aos nós, a partir de um conjunto de equações algébricas lineares (Huebner, 1995).

Em seguida, a matriz de rigidez global é montada a partir das equações algébricas desenvolvidas para cada elemento na etapa anterior, conforme as interconexões nodais, de modo que os deslocamentos em um nó sejam os mesmos para os elementos adjacentes.



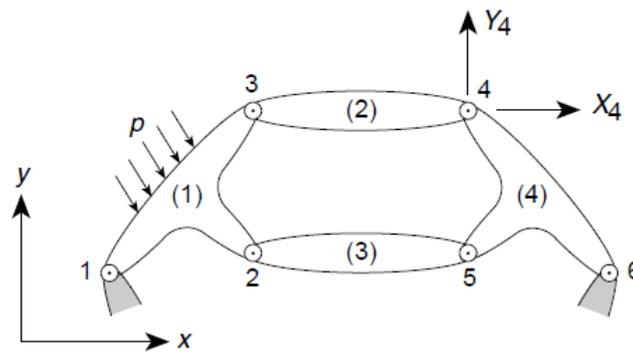
Fonte: Adaptado de (Huebner, 1995).

Figura 3.4: Processo de solução de um modelo pelo método dos elementos finitos.

Na sequência, a etapa de solução é concluída ao resolver as equações algébricas determinadas no passo anterior. Esta solução pode ser feita a partir da aplicação direta das técnicas de álgebra matricial, ou utilizar abordagens mais sofisticadas, conforme a natureza do problema a ser solucionado (a ser abordado na seção 3.2.1). Ao fim desta etapa, a solução pode não convergir devido à precisão requerida e às condições de contorno adotadas, sendo necessário realizar alguns ajustes, como refinamento da malha e imposição de condições de contorno adicionais, para atingir a convergência da solução numérica.

Na última etapa do processo de solução por elementos finitos, o pós-processamento fornece dos resultados de interesse, como deslocamentos nodais, deformações da geometria, campos de tensão, campos de temperatura, etc.

A seguir, serão exemplificadas matematicamente as etapas de solução de um sistema estrutural com comportamento linear elástico. A Figura 3.5 representa uma estrutura bidimensional composta por componentes individuais interconectados nos nós numerados de 1 a 6. Será assumido que as forças atuantes nos nós de cada elemento são unicamente definidas pelos deslocamentos nestes nós, pelos carregamentos atuantes em cada elemento e pela tensão inicial devido à temperatura, por exemplo.



Fonte: (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Figura 3.5: Estrutura bidimensional com quatro elementos.

As forças e os deslocamentos correspondentes são definidos pelos componentes apropriados (U, V e u, v) conforme o sistema de coordenadas (x, y) . A Equação 3.1 demonstra matricialmente as forças atuando nos três nós do elemento 1, e a Equação 3.2 enuncia os deslocamentos nodais correspondentes (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{q}^1 = \begin{Bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \\ q_3^1 \end{Bmatrix} \quad \text{onde} \quad \mathbf{q}_1^1 = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{u}^1 = \begin{Bmatrix} u_1^1 \\ u_2^1 \\ u_3^1 \end{Bmatrix} \quad \text{onde} \quad \mathbf{u}_1^1 = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Ao assumir o comportamento elástico linear do elemento, seu comportamento característico é matematicamente descrito a partir da Equação 3.3 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{q}^1 = \mathbf{K}^1 \mathbf{u}^1 + \mathbf{f}^1 \quad (3.3)$$

onde \mathbf{f}^1 representa as forças nodais requeridas para balancear os carregamentos concentrados e distribuídos atuantes no elemento, \mathbf{q}^1 representa as forças associadas aos deslocamentos nos nós, e a matriz \mathbf{K}^1 é conhecida como a matriz de rigidez do elemento (1) (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Genericamente, tem-se a representação das forças nodais, deslocamentos e matrizes de rigidez de cada elemento conforme as Equações 3.4 e 3.5 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{q}^e = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1^e \\ \mathbf{q}_2^e \\ \vdots \\ \mathbf{q}_m^e \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{u}^e = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

onde \mathbf{q}_m^e e \mathbf{u}_m possuem o mesmo número de componentes ou graus de liberdade.

As matrizes de rigidez de cada elemento serão sempre quadráticas, conforme a Equação 3.5 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^e & \mathbf{K}_{12}^e & \cdots & \mathbf{K}_{1m}^e \\ \mathbf{K}_{21}^e & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{K}_{m1}^e & \cdots & \cdots & \mathbf{K}_{mm}^e \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde \mathbf{K}_{11}^e , \mathbf{K}_{12}^e , etc., são submatrizes quadráticas de tamanho $l \times l$, onde l é o número de componentes de força e deslocamentos a serem considerados em cada nó (O. C. Zienkiewicz, 2005).

O próximo passo para obter a solução completa do sistema, devem ser totalmente satisfeitas as condições de compatibilidade de deslocamentos e de equilíbrio para os elementos. A primeira condição é satisfeita a partir de um sistema de deslocamentos nodais \mathbf{u} (Equação 3.6) para a estrutura inteira, onde todos os elementos participam (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Uma vez que as condições de equilíbrio geral são satisfeitas dentro de cada elemento, resta estabelecer as condições de equilíbrio nos nós da estrutura. As equações resultantes terão os deslocamentos como incógnitas, e uma vez solucionadas, o problema estrutural será resolvido (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Após estabelecer as condições de equilíbrio para um nó típico (a), faz-se a soma das componentes de força conforme a Equação 3.7 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\sum_{e=1}^m \mathbf{q}_a^e = \mathbf{q}_a^1 + \mathbf{q}_a^2 + \dots = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

onde \mathbf{q}_a^1 é a contribuição de força do elemento 1 no nó a, \mathbf{q}_a^2 é a contribuição do elemento 2, e assim por diante. Claramente, apenas os elementos que contém o nó a contribuirão com forças não nulas, porém, formalmente, todos os elementos são inclusos na notação (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Substituindo a contribuição de forças no nó a na Equação 3.3, e notando que as variáveis nodais u_a são comuns, tem-se que (Equação 3.8) (O. C. Zienkiewicz, 2005):

$$(\sum_{e=1}^m \mathbf{K}_{a1}^e) \mathbf{u}_1 + (\sum_{e=1}^m \mathbf{K}_{a2}^e) \mathbf{u}_2 + \dots + \sum_{e=1}^m \mathbf{f}_i^e = \mathbf{0} \quad (3.8)$$

Ao concatenar os termos das somatórias, tem-se, simplesmente (Equação 3.9):

$$\mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3.9)$$

onde $\mathbf{K}_{ab} = \sum_{e=1}^m \mathbf{K}_{ab}^e$ e $\mathbf{f}_a = \sum_{e=1}^m \mathbf{f}_a^e$.

O sistema de equações resultantes da Equação 3.9 pode ser solucionado definindo as condições de contorno de deslocamento dos suportes (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Para o exemplo da Figura 3.5, os deslocamentos nos nós 1 e 6 são zero, ou seja (Equação 3.10):

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_6 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

A partir da definição desta condição de contorno, o número de equações de equilíbrio é reduzido. Sem a definição das condições de contorno que evitam o movimento do corpo rígido da estrutura, é impossível solucionar o sistema, uma vez que a matriz K seria singular, ou seja, não seria possível obter sua inversa (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Se todas as equações forem montadas, obtém-se o sistema de equações conforme as Equações 3.11.

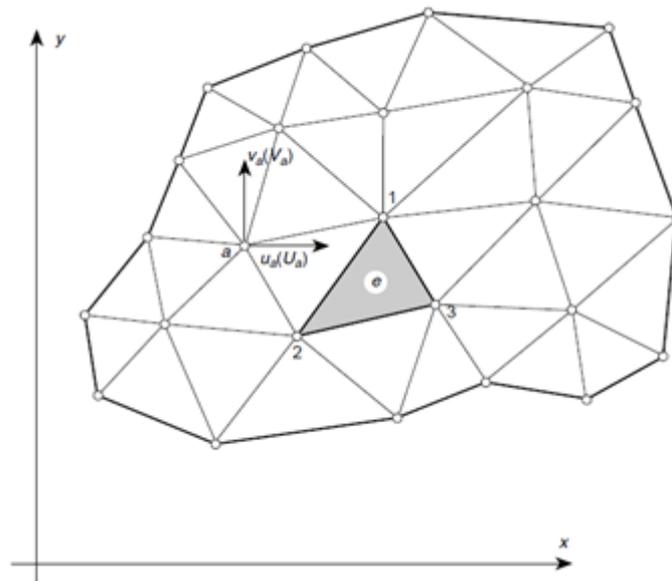
$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{11} \mathbf{u}_1 + \mathbf{K}_{12} \mathbf{u}_2 + \dots + \mathbf{f}_1 &= \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21} \mathbf{u}_1 + \mathbf{K}_{22} \mathbf{u}_2 + \dots + \mathbf{f}_2 &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ao inserir todas as condições de contorno, as equações do sistema (Equação 3.11) podem ser solucionadas para os deslocamentos nodais desconhecidos, e as forças internas em cada elemento podem ser obtidas (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Em muitas aplicações práticas de engenharia, são necessárias soluções para distribuições de tensão e deformação em domínios elásticos contínuos. Nestes casos, o número de interconexões entre qualquer elemento finito, com suas respectivas condições de contorno e elementos vizinhos é contínuo e infinito. Para discretizar estes problemas e tratá-los matematicamente da forma descrita anteriormente, são feitas as seguintes tratativas (O. C. Zienkiewicz, 2005):

- O contínuo é separado por linhas imaginárias ou superfícies em um número de elementos finitos;
- Os elementos são assumidos interconectados em um número discreto de pontos nodais localizados em seus contornos e ocasionalmente em seu interior. Os deslocamentos destes pontos nodais serão os parâmetros desconhecidos do problema.
- Um conjunto de funções é escolhido para definir unicamente o estado de deslocamentos em cada elemento finito e em seus contornos em termos dos deslocamentos nodais;
- As funções de deslocamentos definem unicamente o estado de tensão de um elemento em termos dos deslocamentos nodais. Ao considerar estas tensões, juntamente com as tensões iniciais e as propriedades constitutivas do material, tem-se a definição do estado de tensão do elemento e, conseqüentemente, nos seus contornos.
- É determinado um sistema de forças equivalentes concentrado nos nós, de modo a equilibrar as tensões no contorno e qualquer carregamento distribuído, resultando em uma relação de rigidez da forma da Equação 3.3. A determinação destas forças equivalentes é feita mais convenientemente e genericamente usando o princípio do trabalho virtual, que é uma relação matemática particular conhecida como forma fraca do problema.

Para determinar a função de deslocamento, considera-se um elemento finito típico e , com forma triangular, definido pelos nós 1, 2 e 3, e linhas retas de contorno entre os nós, conforme mostrado na Figura 3.6 (O. C. Zienkiewicz, 2005).



Fonte: (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Figura 3.6: Região de tensão plana dividida em elementos finitos. Em destaque, elemento finito triangular e com os nós 1, 2 e 3.

Para o caso de análise de um plano de tensão, o vetor de deslocamentos \mathbf{u} representa os movimentos horizontais e verticais de um ponto típico do elemento (Equação 3.12) (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Os deslocamentos \mathbf{u} , em qualquer ponto do elemento, podem ser aproximados por um vetor coluna, $\hat{\mathbf{u}}$, conforme a Equação 3.13.

$$\mathbf{u} \approx \hat{\mathbf{u}} = \sum_a N_a \tilde{\mathbf{u}}_a^e = [N_1, N_2, \dots] \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1 \\ \tilde{\mathbf{u}}_2 \\ \vdots \end{Bmatrix}^e = \mathbf{N} \tilde{\mathbf{u}}^e \quad (3.13)$$

onde N_a , com $a = 1, 2, \dots$ são as funções forma (ou funções básicas, ou funções de interpolação), que devem ser escolhidas para obter os deslocamentos nodais apropriados ao inserir as coordenadas nos nós correspondentes, e $\tilde{\mathbf{u}}_a^e$ são os deslocamentos correspondentes de um nó a (O. C. Zienkiewicz, 2005).

A partir do conhecimento dos deslocamentos em todos os pontos do elemento, é possível determinar as deformações em qualquer ponto, a partir da relação que pode ser escrita na notação matricial da Equação 3.14 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} \mathbf{u} \quad (3.14)$$

onde \mathbf{S} é o operador linear diferencial apropriado. Utilizando a Equação 3.13, a equação 3.14

pode ser aproximada por (Equação 3.15) (O. C. Zienkiewicz, 2005):

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}^e \quad (3.15)$$

com

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}\mathbf{N} \quad (3.16)$$

Em geral, o material limitado pelos contornos dos elementos pode ser submetido às deformações iniciais, tais como aquelas devido às mudanças de temperatura. Se estas deformações são denotadas por $\boldsymbol{\varepsilon}_0$, então as tensões serão definidas pela diferença entre as deformações atual e inicial. Assumindo o comportamento linear elástico, a relação entre tensões e deformações será linear, conforme a Equação 3.17 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (3.17)$$

onde \mathbf{D} é a matriz de elasticidade que contém as propriedades do material, e $\boldsymbol{\sigma}_0$ são as tensões iniciais conhecidas.

A abordagem demonstrada até aqui é limitada para elementos com formas simples, e pode falhar quando são consideradas formas mais complexas. Para tornar a abordagem mais genérica, é imposto um deslocamento nodal arbitrário (virtual) e este é igualado ao trabalho externo e interno feito pelas forças e tensões durante este deslocamento, de modo a tornar as forças nodais estaticamente equivalente às tensões no contorno e às forças distribuídas no corpo (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Este deslocamento virtual pode ser definido por $\delta\tilde{\mathbf{u}}^e$ nos nós. Isso resulta, a partir das Equações 3.13 e 3.15, nos deslocamentos e tensões virtuais no elemento, respectivamente, conforme a seguir (Equação 3.18) (O. C. Zienkiewicz, 2005):

$$\delta\mathbf{u} = \mathbf{N}\delta\tilde{\mathbf{u}}^e \quad \text{e} \quad \delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\delta\tilde{\mathbf{u}}^e \quad (3.18)$$

O trabalho externo realizado pelas forças nodais é igual à soma dos produtos das componentes de força e deslocamentos correspondentes, ou seja, na forma matricial, conforme a Equação 3.19 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\delta\tilde{\mathbf{u}}_1^{eT} q_1^e + \delta\tilde{\mathbf{u}}_2^{eT} q_2^e \dots = \delta\tilde{\mathbf{u}}^{eT} \mathbf{q}^e \quad (3.19)$$

Similarmente, o trabalho interno por unidade de volume realizado pelas tensões e forças distribuídas sujeitas a um conjunto de deformações virtuais e deslocamentos é dada pela Equação (3.20) (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\delta\tilde{\mathbf{u}}^{eT} (\mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{N}^T \mathbf{b}) \quad (3.20)$$

onde \mathbf{b} são as forças distribuídas do corpo, que atuam em uma unidade de volume de material dentro do elemento, e possuem as direções correspondentes às dos deslocamentos \mathbf{u} no mesmo ponto.

Igualando o trabalho externo ao trabalho interno total, obtido ao integrar a Equação 3.20 sobre o volume do elemento, Ω_e , tem-se a Equação 3.21.

$$\delta \tilde{\mathbf{u}}^{eT} \mathbf{q}^e = \delta \tilde{\mathbf{u}}^{eT} \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega \right) \quad (3.21)$$

Uma vez que a relação é válida para qualquer valor de deslocamento virtual, os multiplicadores são iguais. Logo, (Equação 3.22) (O. C. Zienkiewicz, 2005):

$$\mathbf{q}^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega \quad (3.22)$$

A partir das Equações 3.15 e 3.17, a Equação 3.22 é reescrita conforme a Equação 3.23.

$$\mathbf{q}^e = \mathbf{K}^e \tilde{\mathbf{u}}^e + \mathbf{f}^e \quad (3.23)$$

onde

$$\mathbf{K}^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \quad (3.24)$$

$$\mathbf{f}^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 d\Omega - \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_0 d\Omega \quad (3.25)$$

É importante considerar os casos em que existem carregamentos distribuídos externos (denotados por $\bar{\mathbf{t}}$, por unidade de área) aplicados à fronteira do domínio de análise. Nestes casos, deve ser adicionado um termo à equação 3.25, correspondente este carregamento aplicados nos elementos que possuem uma face na fronteira (Γ_e) (Equação 3.26) (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{f}^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 d\Omega - \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_0 d\Omega - \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (3.26)$$

A interligação e solução de todo o conjunto de elementos é feita de modo a satisfazer a Equação 3.27 (O. C. Zienkiewicz, 2005):

$$\sum_e \mathbf{q}^e = \mathbf{0} \quad (3.27)$$

Uma vez que os deslocamentos nodais tenha sido determinados pela solução do conjunto de equações, obtém-se as tensões em qualquer ponto do elemento utilizando as Equações 3.15 e 3.17, conforme a Equação 3.28 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}^e - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (3.28)$$

A construção da solução aproximada pode ser realizada por três maneiras (Madenci & Guven, 2015):

- Abordagem direta, que é empregada em problemas relativamente mais simples;
- Abordagem por resíduos ponderados (Galerkin), que utiliza diretamente as equações diferenciais governantes, tais como as equações em transferência de calor e mecânica dos fluídos;
- Abordagem variacional, que se refere à minimização de variações na energia potencial de estruturas mecânicas.

Conforme Madenci & Guven (2015), o método dos resíduos ponderados envolve a aproximação de um comportamento funcional de uma variável dependente em uma equação diferencial governante, onde a forma aproximada da variável dependente ocasiona um erro chamado de “resíduo”, que deve ser minimizado conforme uma média ponderada ao longo do domínio. Se as funções de ponderação são escolhidas iguais às funções forma utilizadas na aproximação dos elementos finitos, o método dos resíduos ponderados é chamado de método de Galerkin. A seguir, o método será sucintamente explanado.

3.1.1 Método dos Resíduos Ponderados

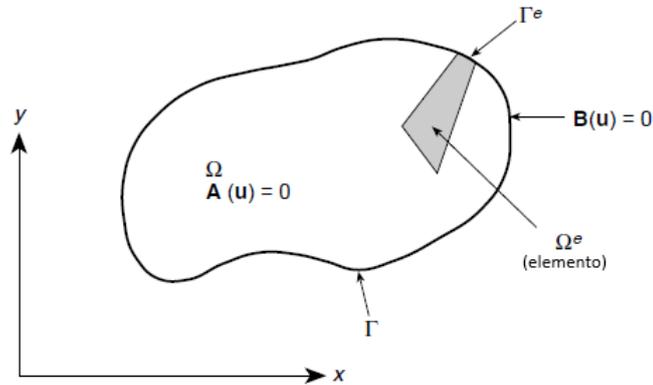
Ao colocar o problema a ser resolvido em termos genéricos, verifica-se a necessidade de encontrar uma função desconhecida \mathbf{u} que satisfaça um conjunto de equações diferenciais (Equação 3.29) (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathcal{A}(\mathbf{u}) = \begin{Bmatrix} A_1(\mathbf{u}) \\ A_2(\mathbf{u}) \\ \vdots \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.29)$$

Definidos para um domínio (volume, área, etc.) Ω , com determinadas condições de contorno, conforme a Equação 3.30 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathbf{B}(\mathbf{u}) = \begin{Bmatrix} B_1(\mathbf{u}) \\ B_2(\mathbf{u}) \\ \vdots \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.30)$$

A Figura 3.7 ilustra os contornos Γ do domínio Ω .



Fonte: (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Figura 3.7: Domínio do problema (Ω) e contorno Γ .

Como visto anteriormente, ao solucionar o problema a partir do método dos elementos finitos, pretende-se obter os deslocamentos em qualquer ponto do elemento a partir da aproximação feita na Equação 3.13, que enuncia o vetor de deslocamentos em termos das funções forma N_a e dos deslocamentos nodais $\tilde{\mathbf{u}}^e$ (O. C. Zienkiewicz, 2005).

As funções de forma eram geralmente definidas localmente para elementos ou subdomínios e, se as equações de aproximação forem lançadas em uma forma integral (Equações 3.21 a 3.26) e aplicadas a todo o domínio, é possível solucionar o sistema de equações conforme a abordagem das Equações 3.6 a 3.9. Neste sentido, é necessário obter as aproximações na forma integral, conforme a Equação 3.31 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\int_{\Omega} \mathbf{G}_b(\hat{\mathbf{u}}) d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{g}_b(\hat{\mathbf{u}}) d\Gamma = \mathbf{0} \quad (3.31)$$

onde \mathbf{G}_b e \mathbf{g}_b são funções ou operadores conhecidos, e b varia de 1 a n .

Estas formas integrais permitirão a aproximação a ser obtida elemento por elemento e a junção dos mesmos, conforme o procedimento de solução por elementos finitos discutido anteriormente (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Se as equações diferenciais são lineares, podemos escrever as Equações 3.29 e 3.30 conforme as equações 3.32 e 3.33, respectivamente (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\mathcal{A}(\mathbf{u}) \equiv \mathcal{L}\mathbf{u} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad \text{em } \Omega \quad (3.32)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{u}) \equiv \mathcal{M}\mathbf{u} + \mathbf{t} = \mathbf{0} \quad \text{em } \Gamma \quad (3.33)$$

Para exemplificar a aplicação das Equações 3.32 e 3.33, será considerado um sistema de condução de calor bidimensional em estado estático, cuja equação de condução do calor é modelada conforme a Equação 3.34, e as condições de contorno são dadas pela Equação 3.35 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$A(\phi) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + Q = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (3.34)$$

$$B(\phi) = \begin{cases} \phi - \bar{\phi} = 0 & \text{em } \Gamma_\phi \\ k\frac{\partial\phi}{\partial n} + \bar{q} = 0 & \text{em } \Gamma_q \end{cases} \quad (3.35)$$

onde $u \equiv \phi$ é a temperatura, k é a condutividade, Q é a fonte de calor, $\bar{\phi}$ e \bar{q} são os valores de temperatura e fluxo de calor no contorno e n é a direção normal a Γ . No contexto desta equação, a condição de contorno para Γ_ϕ é chamado de condição de Dirichlet, enquanto a condição de contorno para Γ_q é chamada de condição de Neumann (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Uma vez que o conjunto de equações diferenciais (Equação 3.32) deve ser zero em cada ponto do domínio Ω , deve-se garantir que a Equação 3.36 seja válida (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \mathbf{v}^T \mathcal{A}(\mathbf{u}) d\Omega &\equiv \int_{\Omega} [v_1 A_1(\mathbf{u}) + v_2 A_2(\mathbf{u}) + \dots] d\Omega \equiv 0 \quad \text{para } \mathbf{v} \\ &= \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.36)$$

onde \mathbf{v} é um conjunto de funções arbitrárias cuja quantidade é a mesma do número de equações (ou componentes de \mathbf{u}) envolvidas.

Se a Equação 3.36 é satisfeita para todo \mathbf{v} , então as equações diferenciais (Equação 3.32) devem ser satisfeitas em todos os pontos do domínio (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Uma vez que as condições de contorno (Equações 3.33) devem ser atendidas simultaneamente, a Equação 3.37 a seguir deve ser atendida para todo conjunto de funções arbitrárias \mathbf{v} e $\bar{\mathbf{v}}$, de forma a satisfazer também as equações diferenciais (Equação 3.32) e condições de contorno (3.33) (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\int_{\Omega} \mathbf{v}^T \mathcal{A}(\mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{\mathbf{v}}^T \mathbf{B}(\mathbf{u}) d\Gamma = 0 \quad (3.37)$$

onde $\bar{\mathbf{v}}$ é um conjunto de funções arbitrárias.

Em muitos casos é possível aplicar uma integração por partes à Equação 3.37, conforme a Equação 3.38 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}(\mathbf{v})^T \mathbf{D}(\mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{E}(\bar{\mathbf{v}})^T \mathbf{F}(\mathbf{u}) d\Gamma = 0 \quad (3.38)$$

Os operadores \mathbf{C} , \mathbf{D} , \mathbf{E} e \mathbf{F} normalmente contém derivadas de ordem inferior àquelas que ocorrem nos operadores \mathbf{A} e \mathbf{B} . Com isso, é mais fácil determinar as funções \mathbf{u} , \mathbf{v} e $\bar{\mathbf{v}}$ de forma a garantir a continuidade delas. A Equação 3.38 é mais permissiva do que o problema original definido pelas Equações 3.29, 3.30 ou 3.37, e é chamada de “forma fraca” destas equações \mathbf{v} (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Para exemplificar a aplicação das formulações discutidas até aqui, é apresentada a forma fraca da equação de condução de calor. Para isso, o primeiro passo é escrever as equações 3.34 e 3.35 conforme a Equação 3.37 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} v \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q \right] dx dy \\ + \int_{\Gamma_q} \bar{v} \left[k \frac{\partial \phi}{\partial n} + \bar{q} \right] d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

As funções v e \bar{v} são escalares. Além disso, presume-se que a condição de contorno $\phi - \bar{\phi} = 0$ é automaticamente satisfeita a partir da escolha das funções ϕ em Γ_{ϕ} . Este tipo de condição de contorno é chamada de condição “forçada” ou “essencial” (O. C. Zienkiewicz, 2005).

A Equação 3.39 pode ser integrada por partes para obter a forma fraca similar à Equação 3.38, conforme a seguir (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} v \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy \\ \equiv - \int_{\Omega} \frac{\partial v}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy + \oint_{\Gamma} v \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) n_x d\Gamma \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} v \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy \\ \equiv - \int_{\Omega} \frac{\partial v}{\partial y} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy + \oint_{\Gamma} v \left(k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) n_y d\Gamma \end{aligned} \quad (3.41)$$

Substitui-se, portanto, a Equação 3.39 pela Equação 3.42 a seguir (O. C. Zienkiewicz,

2005).

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial v}{\partial x} k \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k \frac{\partial \phi}{\partial y} + vQ \right) dx dy - \oint_{\Gamma} vk \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_q} \bar{v} \left[k \frac{\partial \phi}{\partial n} + \bar{q} \right] d\Gamma = 0 \quad (3.42)$$

onde a derivada ao longo da normal é dada pela Equação 3.43.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \quad (3.43)$$

Ao considerar $v = \bar{v}$, uma vez que ambas são arbitrárias, a equação 3.42 pode ser escrita conforme a equação 3.44 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\int_{\Omega} (\nabla v)^T (k \nabla \phi) d\Omega + \int_{\Omega} vQ d\Omega + \oint_{\Gamma_q} v\bar{q} d\Gamma - \int_{\Gamma_{\phi}} vk \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (3.44)$$

onde o operador ∇ é definido por $\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$.

Assim, a variável ϕ desapareceu das integrais dadas ao longo do contorno Γ_{ϕ} . Além disso, a condição de contorno $k \frac{\partial \phi}{\partial n} + \bar{q} = 0$ é automaticamente satisfeita. Esta condição de contorno é conhecida como condição de contorno natural (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Ao restringir a escolha de ϕ é restrita de forma a satisfazer as condições de contorno forçadas $\phi - \bar{\phi} = 0$, o último termo da Equação 3.48 restringindo a escolha de v às funções que resultam em $v = 0$ em Γ_{ϕ} (O. C. Zienkiewicz, 2005).

A Equação 3.44 é a forma fraca da equação de condução de calor equivalente às equações 3.34 e 3.35. Esta formulação admite coeficientes de condutividade k descontínuos e temperaturas ϕ que possuem primeiras derivadas descontínuas, o que torna a modelagem mais próxima às condições reais do problema, e que não seriam facilmente admitidas na forma diferencial (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Ao aproximar a função desconhecida \mathbf{u} pela expansão mostrada na Equação 3.13, é impossível satisfazer ambas as equações diferenciais e as condições de contorno no caso geral. Assim, as Equações 3.37 e 3.38 permitem uma aproximação de modo que, no lugar de qualquer função v , seja inserido um conjunto de funções de aproximação conforme a Equação 3.45 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$v \approx \sum_{b=1}^n w_b \delta \tilde{u}_b \quad e \quad \hat{v} \approx \sum_{b=1}^n \hat{w}_b \delta \tilde{u}_b \quad (3.45)$$

onde $\delta \tilde{u}_b$ são parâmetros arbitrários. Ao inserir as aproximações na Equação 3.37, obtém-se a Equação 3.46.

$$\delta \tilde{u}_b^T \left[\int_{\Omega} w_b^T \mathcal{A}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}}) d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{w}_b^T \mathcal{B}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}}) d\Gamma \right] = 0; \quad b = 1, 2, \dots, n \quad (3.46)$$

Seguindo o mesmo procedimento para a Equação 3.38, tem-se a Equação 3.47.

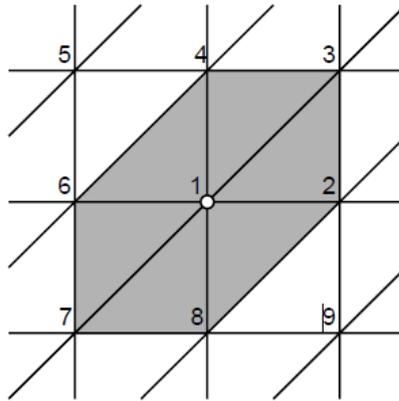
$$\int_{\Omega} \mathcal{E}^T(w_b) \mathcal{D}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}}) d\Omega + \int_{\Gamma} \mathcal{E}^T(\bar{w}_b) \mathcal{F}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}}) d\Gamma = 0 \quad b = 1, 2, \dots, n \quad (3.47)$$

Nota-se que $\mathcal{A}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}})$ representa o resíduo ou erro obtido pela substituição da aproximação na equação diferencial, e $\mathcal{B}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{u}})$, o resíduo das condições de contorno, então a Equação 3.46 é a integral ponderada destes resíduos. Logo, a aproximação é chamada de método dos resíduos ponderados (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Conforme a escolha da função independente w_b para o propósito da ponderação, o processo pode ser nomeado de diferentes formas. A seguir as escolhas mais comuns (O. C. Zienkiewicz, 2005):

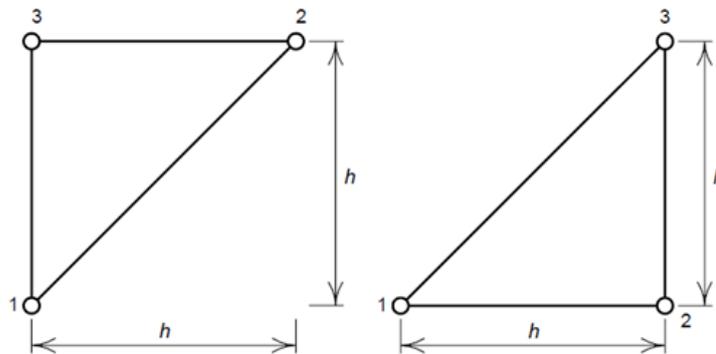
- $w_b = \delta_b$ (Método da Colocação pontual). Esse procedimento é equivalente a zerar o resíduo em determinado número de pontos dentro do domínio.
- $w_b = I$ no subdomínio Ω_b e zero nos demais (Método do Subdomínio). Esse procedimento consiste em tornar a integral do erro zero sobre os domínios especificados.
- $w_b = N_b$ (Método de Galerkin). O método de Galerkin, presente no método de solução do software Ansys, é caracterizado pela utilização das funções forma na ponderação.

A seguir, é aplicada a formulação de Galerkin ao problema de condução de calor em estado estacionário bidimensional já discutido anteriormente, cuja formulação foi descrita pela equação 3.34 e pelas condições de contorno conforme a Equação 3.35. A forma fraca da Equação foi definida pela Equação 3.44. Considerando o conjunto de nós e elementos mostrado na Figura 3.8, para calcular a equação para o nó 1, é necessário somente calcular K_{ba}^e para duas formas de elementos, conforme indicado na Figura 3.9 (O. C. Zienkiewicz, 2005).



Fonte: (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Figura 3.8: Malha de elementos finitos triangulares.



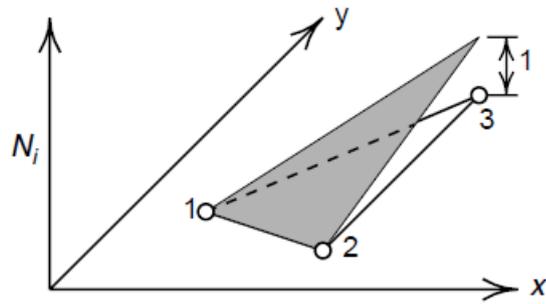
Fonte: (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Figura 3.9: Tipos 1 (Esquerda) e 2 (Direita) de elementos finitos triangulares mostrados na malha da Figura 3.8.

O cálculo da função forma para um elemento triangular de três nós, conforme a Figura 3.10, inicia definindo as funções de deslocamento conforme as Equações 3.48 e 3.49 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.48)$$

$$v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \quad (3.49)$$



Fonte: (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Figura 3.10: Elemento finito triangular genérico.

É possível obter as seis constantes $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ e α_6 resolvendo dois conjuntos de três equações simultâneas geradas a partir da inserção das coordenadas nodais em cada expressão, e igualando os deslocamentos nodais aos próprios valores nodais. Por exemplo, os deslocamentos u para cada nó são calculados conforme a seguir (O. C. Zienkiewicz, 2005).

Resolvendo para α_1, α_2 e α_3 em termo dos deslocamentos nodais \tilde{u}_1, \tilde{u}_2 e \tilde{u}_3 , obtém-se a Expressão 3.50 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$u = \frac{1}{2\Delta} [(a_1 + b_1x + c_1y)\tilde{u}_1 + (a_2 + b_2x + c_2y)\tilde{u}_2 + (a_3 + b_3x + c_3y)\tilde{u}_3] \quad (3.50)$$

onde

$$\begin{aligned} a_1 &= x_2y_3 - x_3y_2 \\ b_1 &= y_2 - y_3 \\ c_1 &= x_3 - x_2 \end{aligned} \quad (3.51)$$

e

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 2 * \text{área do triângulo } 123 \quad (3.52)$$

Assim, as funções forma são dadas conforme a Equação 3.53.

$$N_a = (a_a + b_ax + c_ay)/2\Delta \quad \text{para } a = 1,2,3 \quad (3.53)$$

Aplicando a Equação 3.53 ao elemento tipo 1 (esquerda da Figura 3.9), as funções forma são dadas a partir da Equação 3.54 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$N_1 = 1 - \frac{y}{h}; \quad N_2 = \frac{x}{h}; \quad N_3 = \frac{y-x}{h} \quad (3.54)$$

Logo, as derivadas são dadas conforme a Equação 3.55.

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{1}{h} \\ -\frac{1}{h} \end{Bmatrix} \quad e \quad \frac{\partial N}{\partial y} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial y} \\ \frac{\partial N_2}{\partial y} \\ \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{h} \\ 0 \\ \frac{1}{h} \end{Bmatrix} \quad (3.55)$$

Do mesmo modo, para os elementos com o segundo tipo de forma (Figura 3.9, direita), as funções forma são dadas conforme a Equação 3.56 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$N_1 = 1 - \frac{x}{h}; \quad N_2 = \frac{x-y}{h}; \quad N_3 = \frac{y}{h} \quad (3.56)$$

Com derivadas conforme a Equação 3.57 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{h} \\ \frac{1}{h} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad e \quad \frac{\partial N}{\partial y} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial y} \\ \frac{\partial N_2}{\partial y} \\ \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{h} \\ \frac{1}{h} \end{Bmatrix} \quad (3.57)$$

Definindo a ponderação como $v = \sum N_b \delta \tilde{\phi}_b$ e solução por $\phi = \sum N_a \tilde{\phi}_a$. A partir da Equação 3.9 tem-se a Equação 3.58 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$K \tilde{\phi} + f = 0 \quad (3.58)$$

onde

$$K_{ba}^e = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_b}{\partial x} k \frac{\partial N_a}{\partial x} + \frac{\partial N_b}{\partial y} k \frac{\partial N_a}{\partial y} \right) d\Omega \quad (3.59)$$

$$f_b^e = \int_{\Omega} N_b Q d\Omega + \int_{\Gamma} N_b \bar{q} d\Gamma \quad (3.60)$$

Calculando a matriz K_{ba}^e e f_b^e para os elementos tipo 1 e 2, obtém-se, respectivamente (O. C. Zienkiewicz, 2005):

$$K^e \tilde{\phi}^e = \frac{1}{2} k \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_1^e \\ \tilde{\phi}_2^e \\ \tilde{\phi}_3^e \end{Bmatrix} \quad e \quad K^e \tilde{\phi}^e = \frac{1}{2} k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_1^e \\ \tilde{\phi}_2^e \\ \tilde{\phi}_3^e \end{Bmatrix} \quad (3.61)$$

Ainda, o vetor força para uma constante Q sobre cada elemento, para ambos os tipos de elementos, é dado por (O. C. Zienkiewicz, 2005):

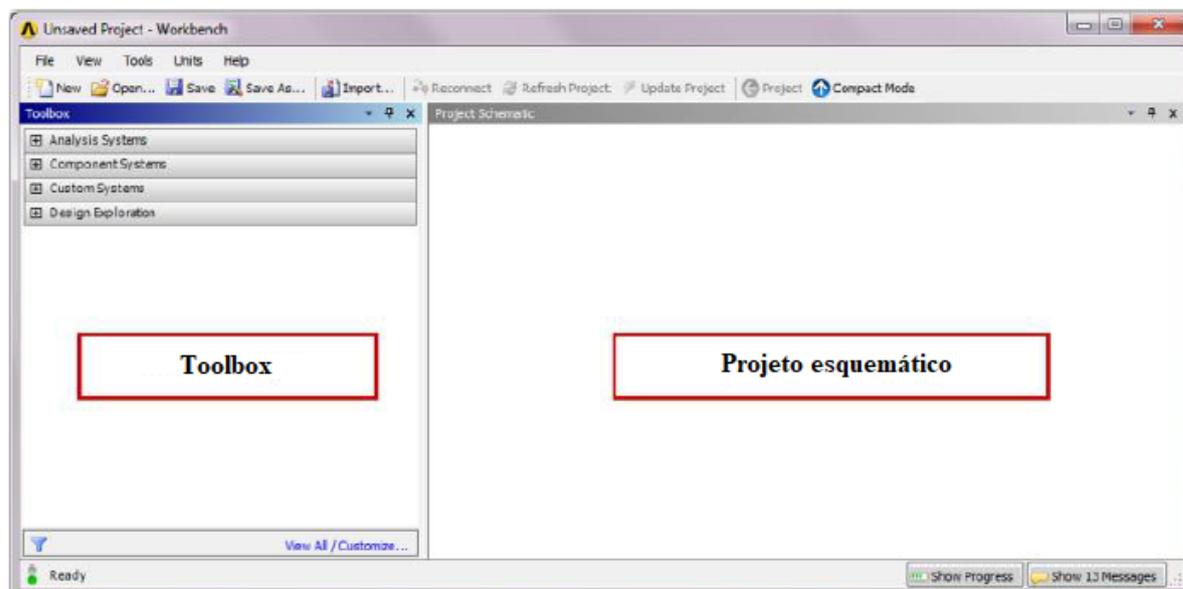
$$f^e = \frac{1}{6} Q h^2 \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.62)$$

Realizando a assemblagem das equações dos elementos conectados ao nó 1, mostrados na Figura 3.8, obtém-se a Equação 3.63 (O. C. Zienkiewicz, 2005).

$$k[4 \quad -1 \quad -1 \quad -1] \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_1 \\ \tilde{\phi}_2 \\ \tilde{\phi}_3 \\ \tilde{\phi}_4 \end{Bmatrix} = Q h^2 \quad (3.63)$$

3.2 Software Ansys

As etapas do processo de solução por elementos finitos estão organizadas no software Ansys esquematicamente na plataforma Workbench, que é dividida entre a região Toolbox e a região do projeto esquemático, conforme a Figura 3.11 (Chen & Liu, 2014).



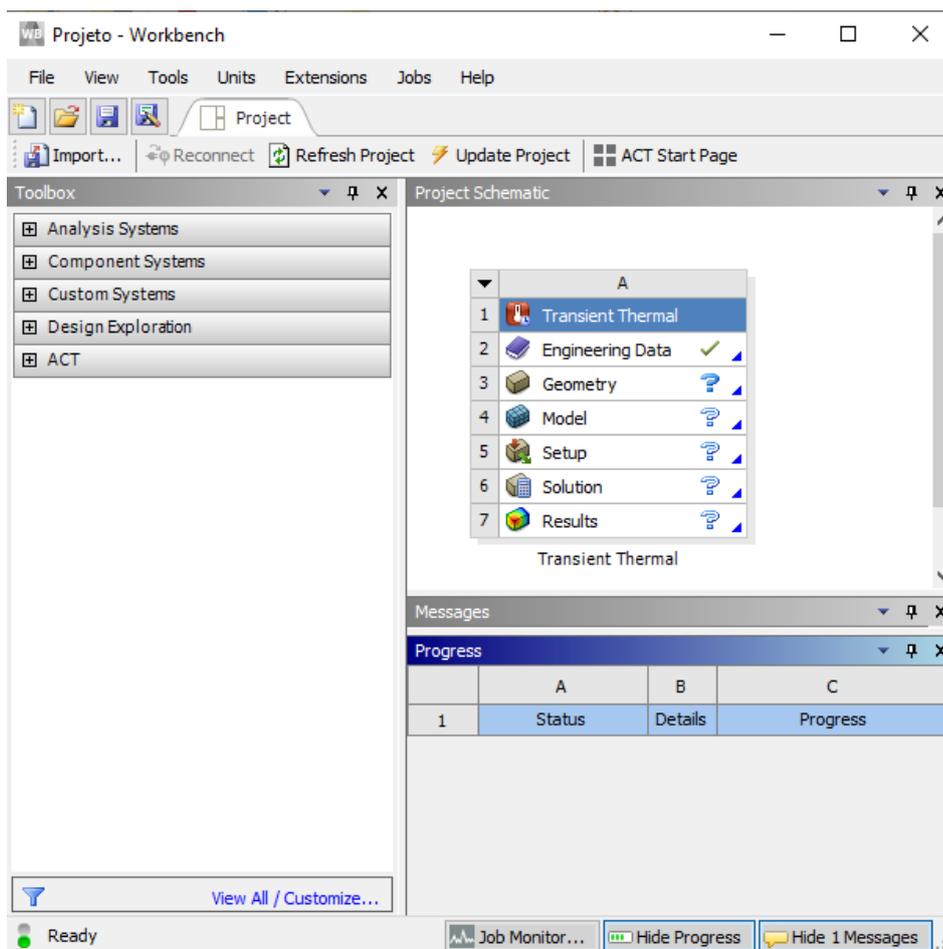
Fonte: Adaptado de (Chen & Liu, 2014).

Figura 3.11: Interface do usuário no Ansys Workbench.

A região do Toolbox está dividida entre quatro grupos de sistemas. São eles (Chen & Liu, 2014):

- Análise de sistemas (Analysis Systems), composto por modelos de análise predefinidos para serem utilizados no projeto, tais como estruturas estáticas (static structural), térmico de estado estático (thermal steady-state), térmico transiente (transient thermal), fluxo de fluídos (fluid flow), modo (modal), otimização de forma (shape optimization), flambagem linear (linear buckling), entre outros.
- Componentes de sistemas (Component systems), composto por aplicações para construir ou expandir a análise de um dado sistema, como importação de geometria, dados de engenharia, malha, pré-processamento e outros.
- Sistemas customizados (Custom systems), onde é possível definir a análise de sistemas acoplados tais como a interação entre sólido e fluído, pré-tensão modal, tensão-térmica e outros.
- Explorador de projeto (Design Exploration), onde é possível realizar estudos de otimização paramétrica, tais como a otimização da resposta de uma superfície, correlação de parâmetros, análise “six sigma” e outros.

A região do projeto esquemático é uma representação gráfica do fluxo de trabalho, que pode ser construída ao arrastar modelos de análises predefinidas ou outros componentes da Toolbox, e soltar na janela do projeto esquemático, ou dar duplo clique no modelo desejado. Por exemplo, ao arrastar e soltar o modelo do sistema térmico transiente, aparecem sete componentes individuais chamados células, de acordo com a disposição da Figura 3.12 (Chen & Liu, 2014).



Fonte: Adaptado de (Chen & Liu, 2014).

Figura 3.12: Definição de um sistema térmico transiente no Ansys Workbench.

A lista seguinte compreende os tipos de células disponíveis no Ansys Workbench e suas respectivas funções (Chen & Liu, 2014).

- Dados de engenharia (Engineering Data): Define ou edita modelos de materiais utilizados nas análises;
- Geometria (Geometry): Cria, importa ou edita o modelo de geometria utilizado para análise;
- Malha (Mesh): Determina material, sistemas de coordenadas, e gera a malha para o modelo;
- Solução (Solution): Acessa a solução do modelo ou compartilha os dados com outros sistemas subsequentes;
- Resultados (Results): Indica os resultados disponíveis e o estado (Também referido como pós processamento).

Conforme os dados fluem através do sistema, o estado das células pode rapidamente mudar. Assim, o Ansys Workbench fornece um ícone indicador de estado no lado direito da célula, conforme o Quadro 3.1 (Chen & Liu, 2014).

Quadro 3.1: Estados das células de etapa de solução do sistema no Ansys

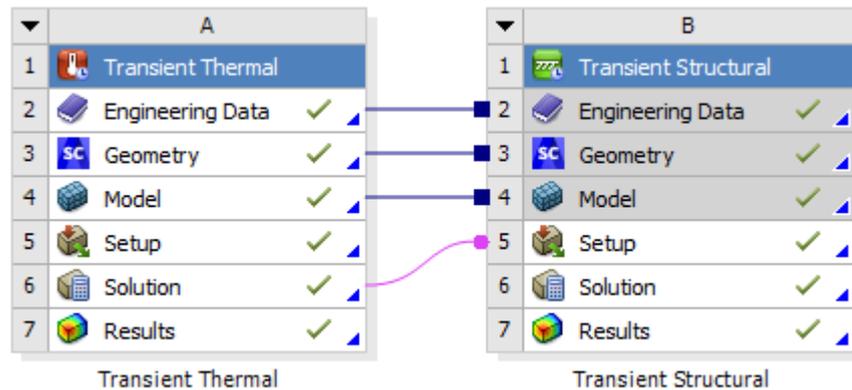
Estado da célula	Indicador	Descrição
Não preenchida completamente		Necessita preenchimento dos dados para prosseguir.
“Atualização” requerida		É necessária atualização da célula devido a mudança nos resultados.
Definições requeridas		É necessária interação do usuário com a célula para prosseguir.
Atualização dos resultados requerida		É necessário recalcular os resultados devido a mudança dos dados de entrada.
Atualizado		Os dados estão atualizados e não é necessária atenção.
Mudanças de entrada estão pendentes		É necessária uma atualização da célula devido a mudança nos dados de entrada.
Interrompido		A solução foi interrompida. Uma intervenção para resumir ou atualizar continuará a solução a partir do ponto interrompido.
Pendente		A solução está em progresso.

Fonte: Adaptado de (Chen & Liu, 2014).

Para o sistema em estudo, o Ansys consegue realizar dois tipos de análises, tanto térmicas quanto estruturais. Para o sistema térmico é possível a análise de estado estático, onde é calculada a temperatura ou a distribuição de fluxo de calor em estruturas quando é alcançado o equilíbrio térmico. Na análise térmica transiente, é possível obter a distribuição de temperatura e o comportamento de outras variáveis de interesse ao longo do tempo (Ansys, 2021).

Para as análises estruturais, o Ansys possibilita a análise estrutural estática, na qual podem ser determinados deslocamentos, tensões, trações e forças em estruturas ou componentes, assumindo que o carregamento e a resposta da estrutura são estáticos, ou seja, não variam significativamente no tempo. Também é possível realizar análises estruturais transientes, nas quais são determinadas as respostas dinâmicas da estrutura quando submetida à ação de cargas variantes no tempo. Portanto, são obtidos deslocamentos, tensões, trações e forças variantes no tempo (Ansys, 2021).

Por fim, o Ansys possibilita a realização de estudos termomecânicos de forma prática, possibilitando a reutilização de definições de geometria e propriedades para cada sistema, conforme a Figura 3.13 (Chen & Liu, 2014).



Fonte: (Chen & Liu, 2014).

Figura 3.13: Definição de um sistema termoestrutural transiente no Ansys.

A seguir, são descritos os modelos matemáticos considerados na modelagem dos sistemas térmico e estrutural no Ansys, a partir dos quais a aplicação transforma os dados de entrada em sistemas de equações que são resolvidas de forma iterativa, e executa a etapa de solução conforme visto na Seção 3.1 (Figura 3.4).

3.3 Modelo matemático térmico transiente

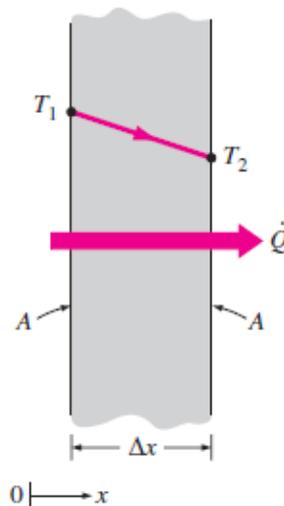
De acordo com Cengel (2003), o calor é definido como uma forma de energia que pode ser transferida de um sistema para outro como resultado de uma diferença de temperatura. Assim, podem ser realizadas análises termodinâmicas sobre a quantidade de calor transferido sobre um sistema sujeito a uma transição de um estado de equilíbrio para outro. Neste contexto, em problemas de engenharia, frequentemente deseja-se conhecer a taxa de transferência de calor. Esta transferência de energia acontece sempre do meio de maior temperatura para o meio de menor temperatura, e termina quando a temperatura nos dois meios chega ao mesmo valor.

São três os mecanismos básicos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Resumidamente, condução é a transferência de energia das partículas mais energéticas para as menos energéticas de uma determinada substância, que ocorre a partir de interações entre elas. A convecção se refere à transferência de calor entre uma superfície e um líquido ou gás adjacente em movimento, envolvendo efeitos combinados de condução e movimento de fluídos. Por fim, a radiação é a energia emitida por uma substância na forma de ondas eletromagnéticas devido a mudanças nas configurações eletrônicas de átomos ou moléculas (Cengel, 2008). Conforme Léger, Venturelli e Bhattacharjee (1993a), o comportamento térmico típico de uma barragem de concreto pode ser representado assumindo uma distribuição uniforme das propriedades térmicas a partir da equação da condução de calor.

A condução, sendo a transferência de energia de partículas mais energéticas para as partículas menos energéticas de uma substância, pode ocorrer em sólidos, líquidos e gases. Para os dois últimos, a condução ocorre devido às colisões e difusão das moléculas durante

movimentos aleatórios. Em sólidos, a condução acontece a partir da combinação de vibrações de moléculas entrelaçadas e da energia transportada por elétrons livres (Cengel, 2008).

A taxa com a qual ocorre uma transferência de calor por condução através de um meio depende da sua geometria, espessura e material. Sendo assim, ao considerar uma grande parede plana (Figura 3.14), com espessura $\Delta x = L$ e área A , e diferença de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$ através desta parede, experimentos confirmam que a razão de transferência de calor é dobrada quando a diferença de temperatura, normal à direção da transferência de calor, é dobrada. Consequentemente, a razão de transferência de calor é dividida à metade quando a espessura L é dobrada (Cengel, 2008).



Fonte: (Cengel, 2008).

Figura 3.14: Condução de calor em uma parede de espessura Δx e área A .

Portanto é possível afirmar que a taxa de condução de calor através de uma camada plana é proporcional à diferença de temperatura entre as áreas de transferência de calor, mas é inversamente proporcional à espessura da camada (Equação 3.64).

$$Q_{cond} = kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad [W] \quad (3.64)$$

onde k é a constante de proporcionalidade, chamada de condutividade térmica do material, que mede a habilidade de um material em conduzir calor (Cengel, 2008). No Sistema Internacional de Unidades (S.I), sua unidade é $W/(m \cdot K)$.

Ao tomar o limite de $\Delta x \rightarrow 0$, a Equação 1 é reduzida para sua forma diferencial mostrada na Equação 3.65, que descreve a Lei de Fourier da condução de calor. O termo $\frac{dT}{dx}$ presente na Equação 3.65 é chamado de gradiente de temperatura, que indica a taxa de variação de temperatura em relação a x (Cengel, 2008).

$$Q_{cond} = -kA \frac{dT}{dx} \quad [W] \quad (3.65)$$

A Equação 3.65 indica que a taxa de condução de calor, em uma dada direção, é proporcional ao gradiente de temperatura naquela direção, e o sinal negativo implica que a transferência de calor, na direção positiva de x , é um valor positivo. Além disso, a área de transferência de calor A é sempre normal à direção de transferência de calor (Cengel, 2008).

A primeira lei da termodinâmica, mais conhecida como lei da conservação de energia, afirma que, em qualquer ponto do meio, a taxa de transferência de energia por condução para uma unidade de volume acrescido da taxa volumétrica de geração de energia térmica deve ser igual à taxa de variação de energia térmica armazenada no interior deste volume (Ansys, 2009; Incropera et al., 2011). Esta expressão pode ser traduzida matematicamente de acordo com a Equação 3.66.

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) + \{L\}^T \{q\} = \ddot{q} \quad (3.66)$$

onde ρ é a densidade (kg/m^3), c é o calor específico ($\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$), T é a temperatura (K), que é uma

função da posição espacial x, y, z e do tempo t (*em segundos*). $\{L\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{Bmatrix}$ é o vetor

operador, $\{v\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix}$ é o vetor de velocidade para transporte de calor (m/s), $\{q\}$ é o vetor de fluxo de calor (W/m^2), \ddot{q} é a taxa de geração de calor por unidade de volume (W/m^3).

Para relacionar o vetor de fluxo de calor com o gradiente térmico, aplica-se a Lei de Fourier, conforme a Equação 3.67 (Ansys, 2009).

$$\{q\} = -[K]\{L\}T \quad (3.67)$$

onde $[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix}$ é a matriz de condutividade, e K_{xx} , K_{yy} e K_{zz} é a condutividade do elemento nas direções x , y e z , respectivamente.

Combinando as Equações 3.66 e 3.67, obtém-se a equação 3.68.

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) = \{L\}^T ([K] \{L\} T) + \ddot{q} \quad (3.68)$$

A Equação 3.68 pode ser expandida em termos das coordenadas cartesianas, conforme a Equação 3.69.

$$\begin{aligned} & \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ &= \ddot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.69)$$

Para solucionar a Equação 3.69, o Ansys pode considerar três tipos de condições de contorno, que abrangem o domínio inteiro. São elas as temperaturas sobre uma superfície S_1 (Equação 3.70), os fluxos de calor sobre uma superfície S_2 (Equação 3.71) ou a transferência de calor por convecção sobre uma superfície S_3 (Equação 3.72) (Ansys, 2009):

$$T = T^* \quad (3.70)$$

onde T^* é a temperatura especificada (K).

$$\{q\}^T \{\eta\} = -q^* \quad (3.71)$$

onde $\{\eta\}$ é um vetor normal unitário à superfície e q^* é o fluxo de calor especificado.

$$\{q\}^T \{\eta\} = h_f (T_S - T_B) \quad (3.72)$$

onde h_f é o coeficiente de transferência de calor (W/(m².K)), calculado em $(T_S - T_B)/2$ quando não especificado nos parâmetros do elemento, T_B é a temperatura do fluido adjacente e T_S é a temperatura na superfície do modelo. O fluxo de calor especificado é positivo dentro do contorno (direção oposta de $\{\eta\}$) (Ansys, 2009).

Ao combinar a Equação 3.67 às equações 3.71 e 3.72, obtém-se as equações 3.73 e 3.74.

$$\{\eta\}^T [K] \{L\} T = q^* \quad (3.73)$$

$$\{\eta\}^T [K] \{L\} T = h_f (T_B - T) \quad (3.74)$$

Para obter a forma fraca da Equação 3.68, será aplicado o Princípio dos Trabalhos Virtuais multiplicando-a por uma variação virtual na temperatura δT . Em seguida, integrando a equação resultante sobre o volume do elemento e combinando-a às Equações 3.73 e 3.74, obtém-se a equação 3.75 (Ansys, 2009).

$$\begin{aligned} \int_{vol} \left(\rho c \delta T \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \{v\}^T \{L\} T \right) + \{L\}^T \delta T ([K] \{L\} T) \right) d(vol) \\ = \int_{S_2} \delta T q^* d(S_2) + \int_{S_3} \delta T h_f (T_B - T) d(S_3) + \int_{vol} \delta T \ddot{q} d(vol) \end{aligned} \quad (3.75)$$

onde vol é o volume do elemento (m^3) e δT é a temperatura virtual admissível ($\delta T(x, y, z, t)$).

Conforme o Princípio dos Trabalhos Virtuais, entende-se por temperatura virtual admissível, δT , a temperatura arbitrariamente imposta sobre o sistema, de forma que, se o sistema está em equilíbrio, o trabalho virtual realizado por estas temperaturas virtuais (fictícias, arbitrárias) deve ser igual ao trabalho realizado pelo carregamento aplicado externamente. A temperatura virtual admissível possui a mesma forma de T , ou seja, (Equação 3.76):

$$\delta T = \{\delta T_e\}^T \{N\} \quad (3.76)$$

A variável de temperatura (T) pode variar tanto no espaço quanto no tempo. Esta dependência é definida a partir da Equação 3.77 (Ansys, 2009).

$$T = \{N\}^T \{T_e\} \quad (3.77)$$

onde $T = T(x, y, z, t)$ é a temperatura, $\{N\} = \{N(x, y, z)\}$ são as funções de forma do elemento, e $\{T_e\} = \{T_e(t)\}$ é o vetor de temperatura nodal do elemento.

Derivando a equação 3.77 com relação ao tempo, tem-se (Equação 3.78) (Ansys, 2009).

$$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t} = \{N\}^T \{\dot{T}_e\} \quad (3.78)$$

A combinação $\{L\} T$ é escrita como (Equação 3.79):

$$\{L\}T = [B]\{T_e\}, \text{ onde } [B] = \{L\}\{N\}T \quad (3.79)$$

Agora, combinando as Equações 3.75 3.77 e 3.79 e rearranjando os termos, tem-se a Equação 3.80 (Ansys, 2009).

$$[C_e^t]\{\dot{T}_e\} + ([K_e^{tm}] + [K_e^{tb}] + [K_e^{tc}])\{T_e\} = \{Q_e^f\} + \{Q_e^c\} + \{Q_e^g\} \quad (3.80)$$

onde:

$[C_e^t] = \rho \int_{vol} c\{N\}\{N\}^T d(vol)$ é a matriz de calor específico do elemento (amortecimento térmico)

$[K_e^{tm}] = \rho \int_{vol} c\{N\}\{v\}^T [B] d(vol)$ é a matriz de transporte de condutividade mássica do elemento

$[K_e^{tb}] = \int_{vol} [B]^T [D] [B] d(vol)$ é a matriz de difusão de condutividade do elemento

$[K_e^{tc}] = \int_{S_3} h_f \{N\}\{N\}^T d(S_3)$ é a matriz de condutividade da superfície de convecção do elemento

$\{Q_e^f\} = \int_{S_2} \{N\} q^* d(S_2)$ é o vetor de fluxo de massa do elemento

$\{Q_e^c\} = \int_{S_3} T_B h_f \{N\} d(S_3)$ é o vetor de fluxo de calor da superfície de convecção do elemento

$\{Q_e^g\} = \int_{vol} \ddot{q} \{N\} d(vol)$ é a carga de geração de calor do elemento

Os parâmetros ρ , T_e , δT_e e \dot{T}_e são mantidos constantes sobre o volume do elemento, por isso foram removidos das integrais, enquanto c e \ddot{q} podem variar sobre o elemento.

O método de solução para análises transientes utilizada no Ansys depende dos graus de liberdade do sistema envolvido. Para um sistema térmico, a equação governante de interesse (Equação 3.80) possui a estrutura indicada pela Equação 3.81 (Ansys, 2009).

$$[C]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} = \{Q^a\} \quad (3.81)$$

onde $[C]$ é a matriz de calor específico, $[K]$ é a matriz de condutividade, $\{T\}$ é o vetor de temperaturas nodais e $\{Q^a\}$ são os fluxos de calor aplicados.

O procedimento de solução da Equação 3.80 utilizado no Ansys é a regra trapezoidal generalizada, conforme a equação 3.26 (Ansys, 2009).

$$\{T_{n+1}\} = \{T_n\} + (1 - \theta)\Delta t(\dot{T}_n) + \theta\Delta t\{\dot{T}_{n+1}\} \quad (3.82)$$

onde θ é o parâmetro de integração transiente, $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, $\{T_n\}$ são as temperaturas nodais no tempo t_n , $\{\dot{T}_n\}$ é a primeira derivada temporal das temperaturas nodais no tempo t_n .

O método da regra trapezoidal generalizada consiste em calcular os valores de temperatura em cada nó de elementos finitos a partir do estado de temperaturas imediatamente anterior, considerando a variação de tempo entre os dois estados de temperatura e uma constante de peso para a predição de valores a cada passo de tempo, o parâmetro de integração transiente, que possui o valor constante de $\frac{1}{2}$.

A Equação 3.24 pode ser reescrita no tempo t_{n+1} de acordo com a Equação 3.26. Substituindo \dot{T}_{n+1} da equação 3.82 na Equação 3.83, origina-se a Equação 3.84 (Ansys, 2009).

$$[C]\{\dot{T}_{n+1}\} + [K]\{T_{n+1}\} = \{Q^a\} \quad (3.83)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\theta\Delta t} [C] + [K] \right) \{T_{n+1}\} \\ & = \{Q^a\} + [C] \left(\frac{1}{\theta\Delta t} \{T_n\} + \frac{1-\theta}{\theta} \{\dot{T}_n\} \right) \end{aligned} \quad (3.84)$$

Conforme $\{T_{n+1}\}$ é obtido, $\{\dot{T}_{n+1}\}$ é atualizado utilizando a Equação 3.82. Se a análise é não-linear, o método numérico de Newton Raphson é aplicado à Equação 3.82 (Ansys, 2009).

O método trapezoidal generalizado requer que os valores de $\{T_0\}$ e $\{\dot{T}_0\}$ sejam conhecidos. Estas condições iniciais podem ser definidas tanto diretamente para $\{T_0\}$ ou realizando uma análise estática antes da análise transiente. Para computar as cargas estáticas (temperaturas) nos nós de cada elemento, o Ansys utiliza a Expressão 3.85 (Ansys, 2009).

$$\{Q_e^c\} = [C_e^t] \dot{T}_e \quad (3.85)$$

onde, novamente, $\{Q_e^c\}$ é o vetor de fluxo de calor do elemento, $[C_e^t]$ é a matriz de calor específico do elemento, em função do tempo e \dot{T}_e é a temperatura média entre T_n e T_{n+1} . A temperatura nodal resultante é calculada como o negativo da soma das temperaturas sobre todos os elementos conectados ao nó.

3.4 Modelo matemático estrutural

Nesta seção, é apresentada a modelagem matemática para a análise estrutural estática e transiente no software Ansys. Para isso, são identificadas as equações construtivas do modelo matemático que descrevem o comportamento estrutural de um modelo geométrico genérico discretizado em elementos finitos.

3.4.1 Equações construtivas

Seguindo a mesma abordagem utilizada para a modelagem térmica, conforme o princípio dos trabalhos virtuais, uma variação muito pequena de energia interna de deformação virtual (arbitrário) deve ser compensada por uma variação idêntica no trabalho realizado externamente por cargas aplicadas, se o sistema está em equilíbrio. Matematicamente, esta sentença é satisfeita pela Equação 3.86 (Ansys, 2009).

$$\delta U = \delta V \quad (3.86)$$

onde U é a energia de deformação (trabalho interno), V é o trabalho externo e δ é o operador virtual.

A energia de deformação virtual é definida a partir da Equação 3.87 (Ansys, 2009).

$$\delta U_1 = \int_{vol} \{\delta \varepsilon\} \{\sigma\} d(vol)^T \quad (3.87)$$

onde $\{\varepsilon\}$ é o vetor de deformação, $\{\sigma\}$ é o vetor de tensão (N/m²), e vol é o volume do elemento (m³).

Considerando a linearidade dos materiais e da geometria, as equações 3.86 e 3.87 podem ser combinadas, obtendo-se a Equação 3.88 (Ansys, 2009).

$$\delta U_1 = \int_{vol} (\{\delta \varepsilon\}^T [K] \{\varepsilon\} - \{\delta \varepsilon\}^T [K] \{\varepsilon^{th}\}) d(vol) \quad (3.88)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez elástica ou matriz tensão-deformação (com coeficientes em N/m).

As deformações devem ser relacionadas aos deslocamentos nodais por meio da matriz de deformação-deslocamento $[B]$, baseada nas funções-forma dos elementos, conforme a Equação 3.89 (Ansys, 2009).

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (3.89)$$

onde $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais. Combinando as equações 3.88 e 3.89, e observando que $\{u\}$ não varia sobre o volume, obtém-se a equação 3.90 (Ansys, 2009).

$$\begin{aligned} \delta U_1 = & \{\delta u\}^T \int_{vol} \{B\}^T [B] d(vol) \{u\} \\ & - \{\delta u\}^T \int_{vol} [B]^T [K] \{\varepsilon^{th}\} d(vol) \end{aligned} \quad (3.90)$$

Outra forma de energia virtual de deformação é originada quando a superfície se movimenta contra uma resistência distribuída, como por exemplo, em uma fundação rígida. Esta forma de energia virtual de deformação é modelada conforme a Equação 3.91 (Ansys, 2009).

$$\delta U_2 = \int_{area_f} \{\delta u_n\}^T \{\sigma\} d(area_f) \quad (3.91)$$

onde $\{u_n\}$ é o deslocamento normal à superfície, $\{\sigma\}$ é a tensão proveniente da superfície, $area_f$ é a área da resistência distribuída. Ambos $\{u_n\}$ e $\{\sigma\}$ serão normalmente componentes diferentes de zero. O deslocamento pontual normal deve ser referenciado ao deslocamento nodal a partir da Equação (3.92) (Ansys, 2009).

$$\{u_n\} = [N_n]\{u\} \quad (3.92)$$

onde $[N_n]$ é a matriz de funções de forma para movimentos normais à superfície.

A tensão $\{\sigma\}$ é definida pela equação 3.93,

$$\{\sigma\} = k\{u_n\} \quad (3.93)$$

onde k é a rigidez da fundação (N/m^3).

Ao combinar as equações 3.91 a 3.93, e assumir que k é constante ao longo da área, obtemos a Equação 3.93 (Ansys, 2009).

$$\delta U_2 = \{\delta u\}^T \int_{area_f} [N_n]^T [N_n] d(area_f) \{u\} \quad (3.94)$$

Em seguida, o trabalho virtual externo deverá ser considerado. Primeiramente, considerando os efeitos inerciais: (Ansys, 2009).

$$\delta V_1 = - \int_{vol} \frac{\{\delta u\}^T \{F\}}{vol} d(vol) \quad (3.95)$$

onde $\{u\}$ é o vetor de deslocamentos de um ponto genérico e $\{F\}$ é o vetor de força, em [N]. Conforme a Segunda Lei de Newton (Equação 3.96),

$$\frac{\{F\}}{vol} = \frac{\rho \partial^2}{\partial t^2} \{u\} \quad (3.96)$$

onde ρ é a densidade e t é o tempo.

Os deslocamentos no elemento estão relacionados aos deslocamentos nodais a partir da equação 3.97 (Ansys, 2009).

$$\{u^e\} = [N]\{u\} \quad (3.97)$$

onde [N] é a matriz de funções de forma.

Assumindo que a densidade ρ é constante sobre o volume, e combinando as equações 3.95 a 3.97, obtemos a equação 3.98 (Ansys, 2009).

$$\delta V_1 = -\{\delta u\}^T \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol) \frac{\delta^2}{\delta t^2} \{u\} \quad (3.98)$$

Além disso, a formulação do vetor de força de pressão considera o vetor de pressão aplicada $\{P\}$, que normalmente contém apenas uma componente não zero, e a área sobre a qual a pressão age ($area_p$) conforme a Equação 3.99. Considera-se que a pressão é aplicada fora da superfície de cada elemento (Ansys, 2009).

$$\delta V_2 = \{\delta u\}^T \int_{area_p} [\delta u_n]^T \{P\} d(area_p) \quad (3.99)$$

Combinando as equações 3.97 e 3.99, obtém-se a equação 3.100.

$$\delta V_2 = \{\delta u\}^T \int_{area_p} [N_n]^T \{P\} d(area_p) \quad (3.100)$$

As forças nodais aplicadas ao elemento $\{F_e^{nd}\}$ são calculadas conforme a equação 3.101 (Ansys, 2009).

$$\delta V_3 = \{\delta u\}^T \{F_e^{nd}\} \quad (3.101)$$

Finalmente, combinando as equações 3.86, 3.90, 3.94, 3.98, 3.100 e 3.101, obtém-se a Equação 3.102 (Ansys, 2009).

$$\begin{aligned} & \{\delta u\}^T \int_{vol} \{B\}^T [K] [B] d(vol) \{u\} \\ & - \{\delta u\}^T \int_{vol} [B]^T [K] \{\varepsilon^{th}\} d(vol) \\ & + \{\delta u\}^T k \int_{area_f} [N_n]^T [N_n] d(area_f) \{u\} \\ & = -\{\delta u\}^T \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol) \frac{\delta^2}{\delta t^2} \{u\} \\ & + \{\delta u\}^T \int_{area_p} [N_n]^T \{P\} d(area_p) + \{\delta u\}^T \{F_e^{nd}\} \end{aligned} \quad (3.102)$$

Observando que o vetor $\{\delta u\}^T$ é um conjunto de deslocamentos virtuais arbitrários comuns em todos os elementos acima, a condição requerida para satisfazer a equação 3.102 resume-se à equação 3.103, que representa a equação de equilíbrio para um elemento (Ansys, 2009).

$$([K_e] + [K_e^f]) \{u\} - \{F_e^{th}\} = [M_e] \{\ddot{u}\} + \{F_e^{pr}\} + \{F_e^{nd}\} \quad (3.103)$$

onde $[K_e] = \int_{vol} \{B\}^T [K] [B] d(vol)$ é a matriz de rigidez elementar, $[K_e^f] = k \int_{area_f} [N_n]^T [N_n] d(area_f)$ é a matriz de rigidez da fundação do elemento, $\{F_e^{th}\} = \int_{vol} [B]^T [K] \{\varepsilon^{th}\} d(vol)$ é o vetor de carga térmica do elemento, $[M_e] = \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol)$ é a matriz mássica do elemento, $\{\ddot{u}\} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\}$ é o vetor de aceleração (efeito gravitacional),

$\{F_e^{pr}\} = \int_{area_f} [N_n]^T \{P\} d(area_p)$ é o vetor de pressão no elemento.

O Ansys calcula as deformações estruturais e tensões em pontos de integração dos elementos conforme as Equações 3.104 e 3.105 (Ansys, 2009).

$$\{\varepsilon^{el}\} = [B]\{u\} - \{\varepsilon^{th}\} \quad (3.104)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^{el}\} \quad (3.105)$$

onde $\{\varepsilon^{el}\}$ é o vetor de deformação que causa tensão, $[B]$ é a matriz tensão-deformação calculada no ponto de integração, $\{u\}$ é o vetor de deslocamento nodal, $\{\varepsilon^{th}\}$ é o vetor de deformação térmica, $\{\sigma\}$ é o vetor de tensão, $[D]$ é a matriz de elasticidade.

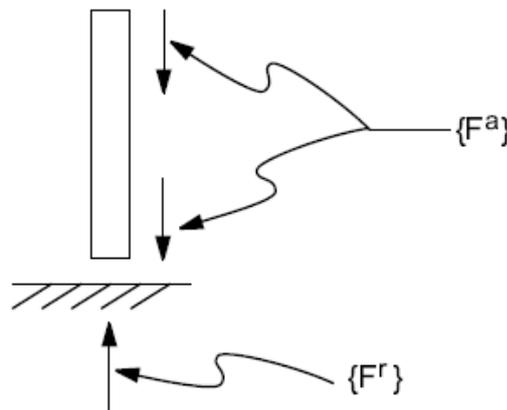
3.4.2 Análise estrutural estática

Para realizar a análise estática estrutural, o Ansys ignora os efeitos inerciais e de amortecimento, com exceção para campos de aceleração estática. Em sistemas estruturais, a análise estática respeita as equações gerais do equilíbrio (Equações 3.106 e 3.107) (Figura 3.15) (Ansys, 2009).

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3.106)$$

$$[K]\{u\} = \{F^a\} + \{F^r\} \quad (3.107)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez global, definida pelo somatório das matrizes de rigidez de cada elemento $[K_e]$, $\{u\}$ é o vetor de deslocamento nodal, $\{F^r\}$ é o vetor de reação do carregamento e $\{F^a\}$ é o vetor de carregamento total aplicado, definido pela equação 3.108 (Ansys, 2009).



Fonte: (Ansys, 2009).

Figura 3.15: Forças aplicadas ao elemento.

$$\{F\} = \{F^{nd}\} + \{F^{ac}\} + \sum_{m=1}^N (\{F_e^{th}\} + \{F_e^{pr}\}) \quad (3.108)$$

onde $\{F^{nd}\}$ é o vetor de carregamento nodal aplicado, $\{F^{ac}\} = -[M]\{a_c\}$ é o vetor de aceleração do carregamento, $[M]$ é a matriz de massa, composta pelo somatório das matrizes de massa de todos os elementos, $\{a_c\}$ é o vetor de aceleração total, $\{F_e^{th}\}$ é o vetor de carregamento térmico do elemento, e $\{F_e^{pr}\}$ é o vetor de carregamento de pressão do elemento.

3.4.3 Análise estrutural transiente

A equação de equilíbrio dinâmico transiente para a solução de uma estrutura linear é solucionada pelo Ansys a partir da Equação 3.109 (Ansys, 2009).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} \quad (3.109)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ é a matriz de amortecimento estrutural, $[K]$ é a matriz de deformação estrutural, $\{\ddot{u}\}$ é o vetor de aceleração nodal, $\{\dot{u}\}$ é o vetor de velocidade nodal, $\{u\}$ é o vetor de deslocamento nodal $\{F^a\}$ é o vetor de força aplicada.

Para solucionar numericamente a Equação 3.109, o Ansys utiliza dois métodos, o método de integração de tempo diferenciado e o método de Newmark. O método de integração de tempo diferenciado é utilizado para análises transientes explícitas, enquanto o método de Newmark é utilizado para análises transientes implícitas, quando o uso do método explícito exigiria passos de tempo impraticavelmente pequenos para manter os erros limitados, e será descrito a seguir (Ansys, 2009).

O método de Newmark utiliza expansões em diferenças finitas no intervalo de tempo Δt ,

por meio das equações básicas de integração para a velocidade e deslocamentos finais (Equações 3.110 e 3.111) (Ansys, 2009).

$$\{u_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + [(1 - \lambda)\{\ddot{u}_n\} + \lambda\{u_{n+1}^{\ddot{\cdot}}\}]\Delta t \quad (3.110)$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{\dot{u}_n\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{u}_n\} + \alpha\{u_{n+1}^{\ddot{\cdot}}\}\right]\Delta t^2 \quad (3.111)$$

onde α, λ são os parâmetros de Newmark, $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, $\{u_n\}$ é o vetor de deslocamentos nodais no tempo t_n , $\{\dot{u}_n\}$ é o vetor de velocidades no tempo t_n , $\{\ddot{u}_n\}$ é o vetor de acelerações no tempo t_n , $\{u_{n+1}\}$ é o vetor de deslocamentos nodais no tempo t_{n+1} , $\{\dot{u}_{n+1}\}$ é o vetor das velocidades nodais no tempo t_{n+1} e $\{u_{n+1}^{\ddot{\cdot}}\}$ é o vetor de acelerações nodais no tempo t_{n+1} .

Primeiramente, são computados os deslocamentos na Equação 3.109 para o tempo t_{n+1} , conforme a Equação 3.112.

$$[M]\{u_{n+1}^{\ddot{\cdot}}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1}\} + [K]\{u_{n+1}\} = \{F^a\} \quad (3.112)$$

Obtém-se a solução para o deslocamento no tempo t_{n+1} rearranjando os termos das equações 3.110 e 3.111 algebricamente, de modo a obter expressões para $\{\dot{u}_{n+1}\}$ e $\{u_{n+1}^{\ddot{\cdot}}\}$ apenas em termos da incógnita $\{u_{n+1}\}$, conforme a Equação 3.113 (Ansys, 2009).

$$\begin{aligned} & (a_0[M] + a_1[C] + [K])\{u_{n+1}\} \\ & = \{F^a\} + [M](a_0\{u_n\} + a_2\{\dot{u}_n\} + a_3\{\ddot{u}_n\}) \\ & + [C](a_1\{u_n\} + a_4\{\dot{u}_n\} + a_5\{\ddot{u}_n\}) \end{aligned} \quad (3.113)$$

$$\text{onde } a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}, a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}, a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}, a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1, a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right).$$

Após obter os deslocamentos para o tempo t_{n+1} , são obtidas as velocidades e acelerações (Ansys, 2009).

3.4.4 Determinação das tensões de origem térmica

O procedimento para determinar as tensões originadas a partir das mudanças de temperatura em estruturas divide-se em dois passos (Ansys, 2009):

- Primeiramente obtém-se os campos de temperatura (Variações de temperatura);
- Aplica-se as variações de temperaturas ΔT como deformações ou tensões iniciais na

estrutura para calcular as tensões térmicas devido às variações de temperatura.

Foi observado que as relações de tensão-deformação de sólidos submetidos a variações de temperatura, são compreendidas avaliando-se a deformação elástica do corpo. Inicialmente, a deformação térmica à qual o corpo é submetido devido à diferença de temperaturas é dada pela Equação 3.114 (Ansys, 2009).

$$\varepsilon_0 = \beta \Delta T \quad (3.114)$$

onde β é o coeficiente de expansão térmica, $\Delta T = T_2 - T_1$ é a variação de temperatura

A deformação total devido ao carregamento térmico é dada pela Equação 3.115 (Ansys, 2009).

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_0 \quad (3.115)$$

onde ε_e é a deformação elástica devido ao carregamento mecânico. Pode ser reescrito a partir da Expressão 3.116.

$$\varepsilon = E^{-1} \sigma + \beta \Delta T \quad (3.116)$$

Inversamente, a tensão é dada pela Equação 3.117 (Ansys, 2009).

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (3.117)$$

Para casos tridimensionais, aplica-se a Equação 3.118 para obter a deformação total.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_0 \quad (3.118)$$

Considerando que a temperatura não causa cisalhamento, ε_0 é dado pela Equação 3.119 (Ansys, 2009).

$$\varepsilon_0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta \Delta T \\ \beta \Delta T \\ \beta \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.119)$$

Após obter os deslocamentos para o tempo t_{n+1} , são obtidas as velocidades e acelerações

(Ansys, 2009).

Capítulo 4

Método

4.1 A barragem de Itaipu Binacional

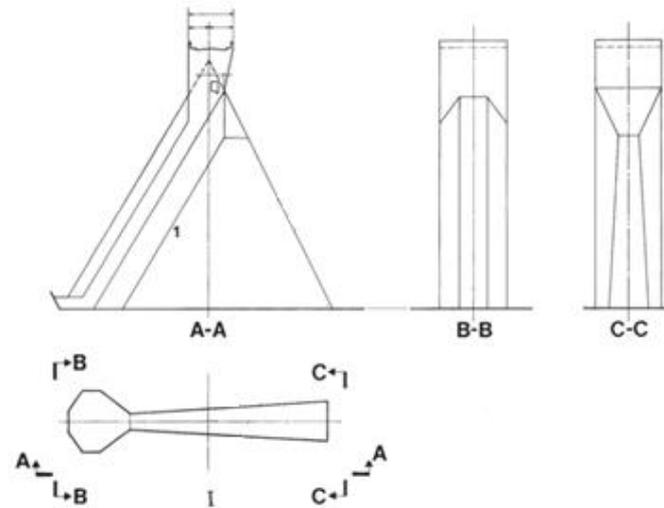
A barragem de Itaipu localiza-se no rio Paraná e é uma estrutura da Usina Hidrelétrica de Itaipu (Figura 4.1), pertencente ao Brasil e Paraguai, que realiza o represamento da água e é responsável por um desnível nominal de 120 m para a geração de energia elétrica. Possui 7919 metros de extensão, altura máxima de 196 metros e cerca de 12,3 milhões de metros cúbicos de concreto em sua composição, o que a transforma em referência nos estudos de concreto e segurança de barragens (B. Itaipu, 2021).



Fonte: (B. Itaipu, 2021).

Figura 4.1: Usina de Itaipu Binacional.

A barragem lateral direita de Itaipu (lado paraguaio) é composta por 64 blocos do tipo contrafortes e um total de 1088 metros de comprimento, estendendo-se desde o vertedouro até a barragem principal (gravidade aliviada) (D. T. Itaipu, 2009). Para mais detalhes sobre a classificação de barragens, consulte (Schreiber, 1977). O bloco analisado consistiu em um bloco chave do tipo contrafortes (Figura 4.2), localizado no trecho lateral direito da barragem de Itaipu. Este bloco foi escolhido devido ao maior número de instrumentos instalados e consequentemente, maior disponibilidade de dados.



Fonte: (D. T. Itaipu, 2009).

Figura 4.2: Bloco de contrafortes.

4.1.1 Instrumentação

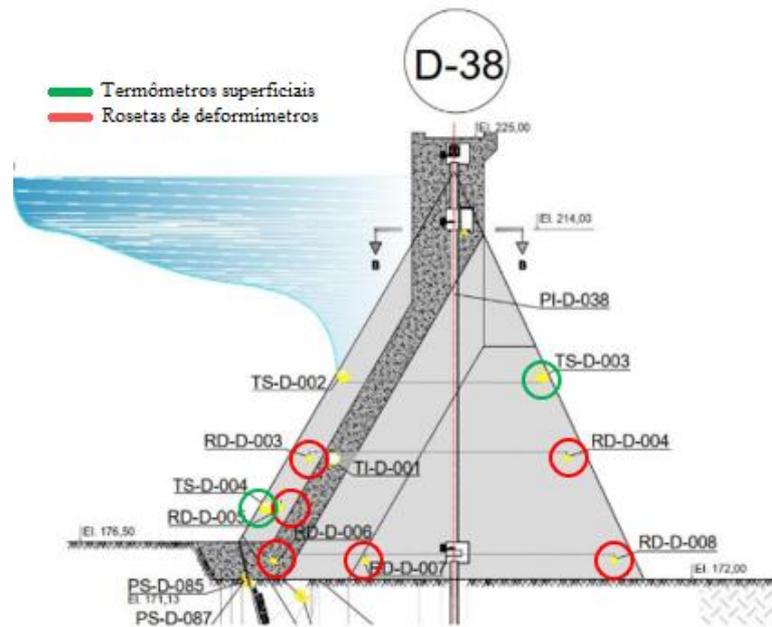
O bloco de contraforte em estudo possui diversos instrumentos de medição instalados interna e externamente, dentre os quais, são utilizados os dados de dois termômetros e seis rosetas de deformímetros, cuja nomenclatura de referência e localização em relação à base da jusante é dada pelo Quadro 4.1. Conforme será visto adiante, não foi necessário conhecer a localização exata dos termômetros superficiais TS-D-003 e TS-D-004, uma vez que estes foram utilizados como condição de contorno das faces do bloco. Os dados foram fornecidos pelo Centro Brasileiro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens (CEASB).

Quadro 4.1: Nomenclatura e posição dos instrumentos cujos dados foram utilizados.

Instrumento	Nome	Localização
Termômetro Superficial	TS-D-03	-
Termômetro Superficial	TS-D-04	-
Roseta de Deformímetros	RD-D-03	(41.27;14.5) m
Roseta de Deformímetros	RD-D-04	(8.92;14.5) m
Roseta de Deformímetros	RD-D-05	(44.16;9.5) m
Roseta de Deformímetros	RD-D-06	(44.5;2.25) m
Roseta de Deformímetros	RD-D-07	(33.6;2.25) m
Roseta de Deformímetros	RD-D-08	(3.28;2.25) m

Fonte: CEASB.

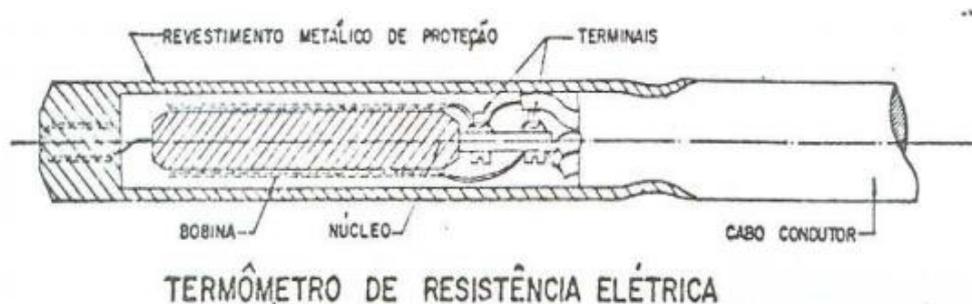
A Figura 4.3 exibe um modelo do bloco em estudo, onde se destacam os termômetros de superfície (TS) e as rosetas de deformímetros (RD).



Fonte: (D. T. Itaipu, 2009).

Figura 4.3: Localização dos instrumentos de medição do bloco de contrafortes.

Durante a fase de construção da barragem, foram instalados termômetros de resistência elétrica similares ao ilustrado na Figura 4.4, internamente aos blocos de concreto e junto às faces. Durante a fase de construção e primeiros anos de operação, os instrumentos instalados internamente serviram para monitorar a evolução da temperatura devido ao calor de hidratação do concreto (Matos, 2002). Atualmente, estes instrumentos permitem o acompanhamento e estudo do comportamento térmico da estrutura a partir das séries históricas geradas continuamente.

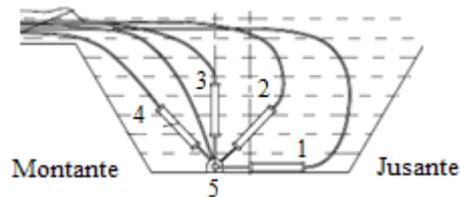


Fonte: (Matos, 2002).

Figura 4.4: Termômetro de resistência Elétrica.

As rosetas de deformímetros foram instaladas no interior do concreto, no momento da construção da estrutura, juntamente com um deformímetro corretor, utilizado para medir as deformações autógenas do concreto, ou seja, devido a reações químicas internas ou perda de umidade. São destinadas à medida de tensão e deformação, efetuando esta medida indiretamente a partir da variação da distância entre dois pontos do corpo sujeito à deformação (Matos, 2002). Além disso, estes instrumentos fornecem, de forma aproximada, a temperatura do concreto no ponto onde esses foram instalados.

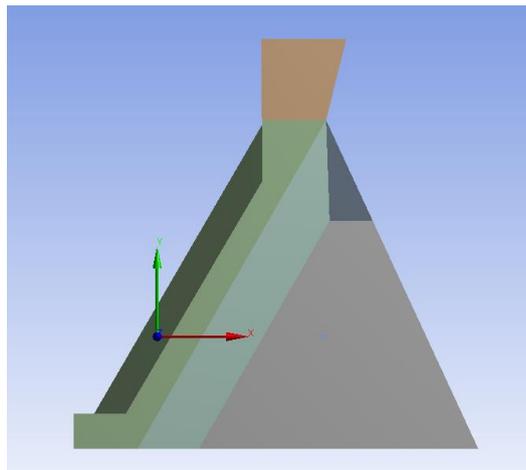
A partir da Figura 4.5 é possível identificar a orientação dos deformímetros das rosetas instaladas no bloco em relação à montante/jusante da barragem. Cada roseta de deformímetros possui cinco deformímetros, sendo quatro deles dispostos no plano montante/jusante em relação ao reservatório, e um deformímetro disposto perpendicularmente a este plano.



Fonte: Adaptado de (Daniel et al., 2007).

Figura 4.5: Vista lateral da disposição da roseta de deformímetros.

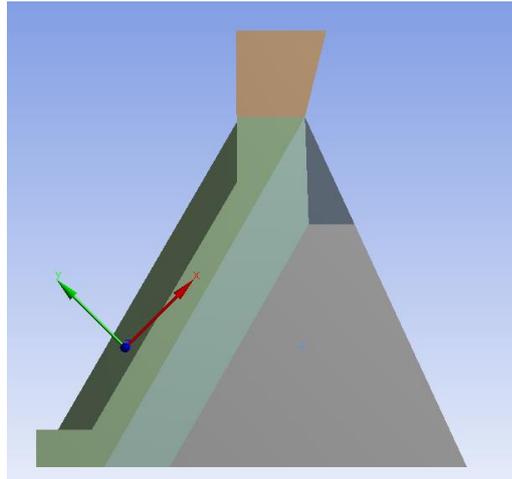
No Ansys, os eixos das coordenadas estão dispostos de modo que o eixo X positivo aponta para a jusante, coincidindo com as hastas de deformímetros de número “um” das rosetas reais. O eixo Y positivo no Ansys coincide com as hastas de deformímetros de número três, e o eixo Z do Ansys está associado as hastas de deformímetros de número cinco das rosetas físicas (Figura 4.6).



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.6: Deformímetros 1, 3 e 5 definidos no Ansys a partir dos eixos X (Vermelho), Y (Verde) e Z (Azul), respectivamente.

Para associar os demais deformímetros 2 e 4 das rosetas físicas aos eixos do Ansys, é necessário definir um novo sistema de coordenadas para cada ponto, de modo a rotacionar os eixos X e Y em torno do eixo Z em 45° anti-horários, conforme a Figura 4.7. Assim, o Eixo X, rotacionado, corresponde à haste de deformímetro número 2, e o Eixo Y rotacionado corresponde à haste de deformímetro número 4.



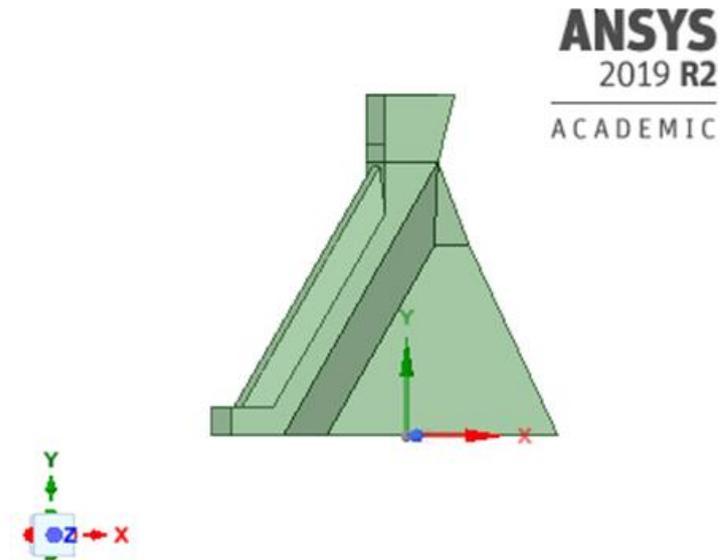
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.7: Representação dos deformímetros 2 e 4 no Ansys.

4.2 Modelagem Térmica

Conforme discutido na seção 3.3, deseja-se solucionar as equações diferenciais parciais que modelam o fenômeno de transferência de calor a partir do método dos elementos finitos. Assim, a equação da condução do calor no modelo tridimensional é resolvida numericamente a partir de condições de contorno térmicas específicas (Equações 3.70, 3.71 e 3.72) para o período desejado. Isto é feito utilizando a interface de análise Transient Thermal do Ansys, que realiza a solução do modelo térmico transiente.

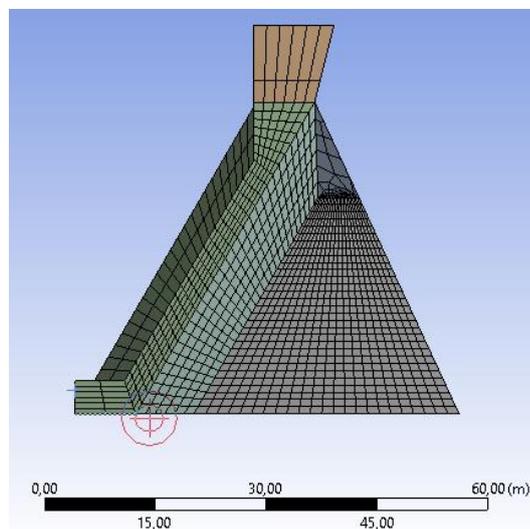
De acordo com a etapa de pré-processamento (Seção 3.1), é necessário gerar um modelo geométrico tridimensional simplificado do bloco da barragem de contrafortes da barragem de Itaipu. Para este estudo, são desconsideradas a presença de chanfros, drenagem, suportes e vigas. Em seguida, a geometria tridimensional deve ser dividida em partes menores, chamadas “sólidos”, respeitando as dimensões reais da estrutura, conforme a Figura 4.8.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.8: Modelo geométrico tridimensional do bloco de contrafortes.

Logo após, cada pedaço sólido da geometria tridimensional deve ser submetido ao procedimento de geração da malha tridimensional. Para isso, cada sólido é fragmentado em elementos menores e de geometria do tipo hexaédrica, de modo a elevar a qualidade da malha gerada (Figura 4.9). A malha final utilizada para as simulações possui 29300 nós e 6246 elementos.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.9: Modelo geométrico tridimensional do bloco de concreto com malha de elementos finitos.

É importante que os elementos finitos tenham elevada qualidade, a fim de evitar problemas de convergência e inexatidão nos resultados. O cálculo realizado pelo Ansys para avaliar a qualidade dos elementos é baseado na proporção entre o volume e a raiz quadrada do cubo da somatória dos comprimentos das bordas ao quadrado, para os elementos tridimensionais, conforme a Equação 4.1. Para o caso dos elementos bidimensionais, considera-

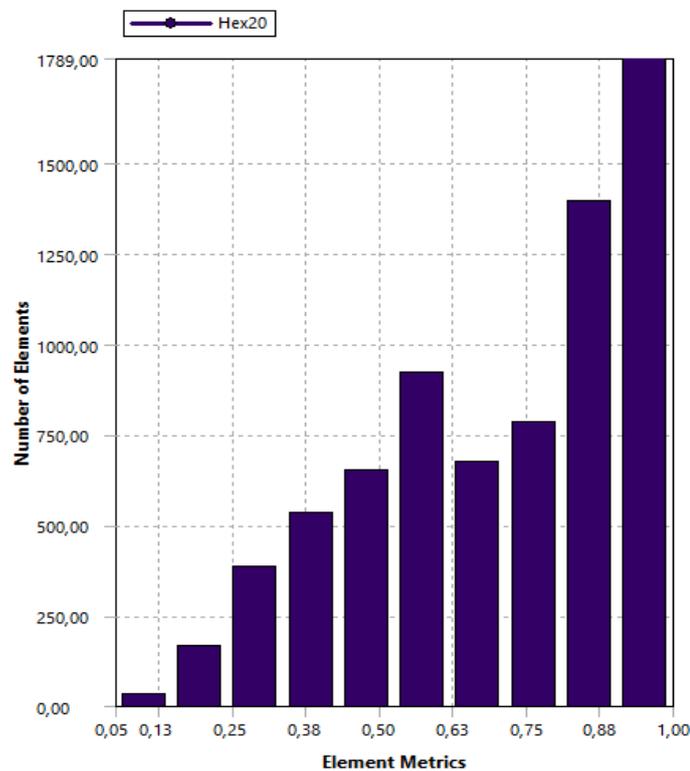
se a proporção entre a área e a somatória dos quadrados dos comprimentos das bordas, conforme a Equação 4.2. O valor de 1 indica uma forma cúbica ou quadrada perfeita, enquanto um valor de 0 indica que o elemento tem um volume zero ou negativo.

$$\begin{aligned} & \text{Qualidade, elementos 3D} \\ & = C \frac{\text{volume}}{\sqrt{[\sum(\text{Comprimento da borda})^2]^3}} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\text{Qualidade, elementos 2D} = C \frac{\text{área}}{\sum(\text{Comprimento da borda})^2} \quad (4.2)$$

onde C é a constante de proporção para cada tipo de elemento (por exemplo, para os elementos quadrangulares, o valor de C é 4). Os valores para todos os tipos de elementos podem ser consultados em (ANSYS, 2020).

A Figura 4.10 mostra um gráfico gerado no Ansys que indica o número de elementos em função da qualidade da geometria de cada um, numa escala de 0 a 1, onde 1 significa qualidade máxima. Nota-se que a malha de elementos finitos utilizada possui a maioria dos elementos com qualidade entre 0,88 e 1.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.10: Qualidade dos elementos finitos.

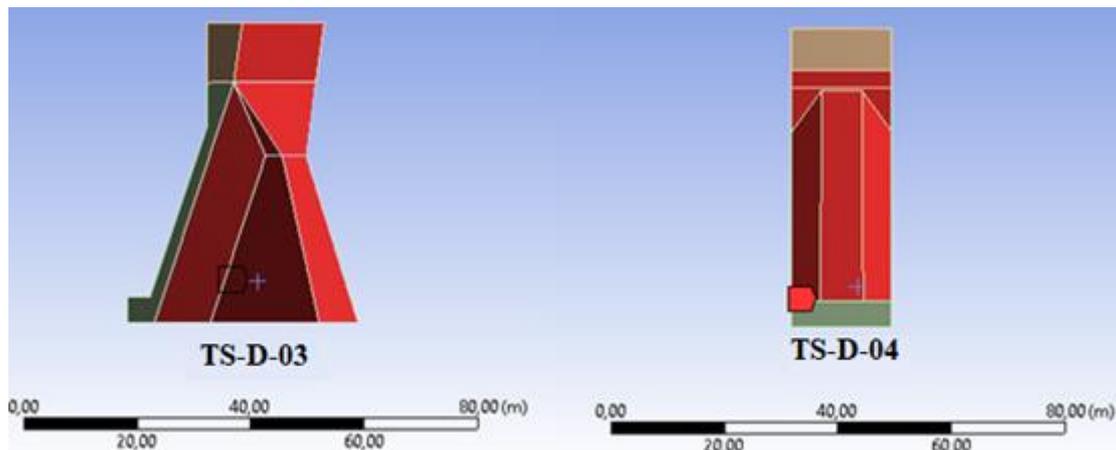
Em seguida, são declaradas as constantes físicas necessárias para a modelagem da análise térmica transiente. São elas a densidade, a condutividade térmica e o calor específico (Tabela 4.1). Estes dados foram fornecidos pelo CEASB.

Tabela 4.1: Propriedades do concreto para o modelo térmico do Ansys.

Parâmetro	Valor
Densidade (kg/m ³)	2600
Coefficiente de expansão térmica (C ⁻¹)	1,4 E-5
Condutividade térmica isotrópica (W/m.K)	1,8492
Calor específico (J/Kg.K)	895,98

Fonte: CEASB.

Após a definição das constantes físicas térmicas do material, o modelo deve ser submetido a um carregamento térmico, conforme a Equação 3.70 da modelagem matemática. Uma vez que se dispõe de apenas um termômetro localizado à montante (TS-D-04) e um termômetro superficial à jusante (TS-D-03), as temperaturas das faces do modelo tridimensional computacional são aproximadas pelos dados fornecidos pelos mesmos, conforme a Figura 4.11. Também é declarada a temperatura interna inicial da estrutura. Para obter este valor, considera-se a média das temperaturas diárias para o período de simulação.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.11: Definição das condições de contorno de temperatura superficial no bloco de concreto.

Em seguida, configuram-se os parâmetros de simulação do Ansys e para realizar a simulação do modelo térmico transiente, deve-se primeiramente definir o número de passos. Para esta aplicação considera-se cada passo como um dia. Por exemplo, tomando seis anos completos, obtém-se 2557 dias, ou seja, 2557 passos. Cada passo é inserido na forma de segundos (e um dia equivale a 86400 segundos), de forma cumulativa. Também são definidos os passos intermediários, os chamados *substeps*.

Os *substeps* são parâmetros de controle do incremento de carregamento (neste caso, da evolução da temperatura no tempo) durante o procedimento de solução. O valor inicial representa uma “rampa” de carregamento da etapa vigente durante o processo iterativo. Se o

solucionador conseguir convergir facilmente, ele poderá aumentar o incremento de carga até atingir o valor de *substep* "máximo". Se o *substep* for difícil de resolver ou caso não seja possível sua solução conforme o carregamento atingido, o solucionador reduz o incremento e tenta novamente.

Para as simulações deste trabalho, a definição de 6 *substeps* iniciais, 4 *substeps* mínimos e 24 *substeps* máximos foi suficiente para executar as soluções sem problemas de convergência.

A partir disso, o Ansys aplica o método dos elementos finitos para solucionar a equação da condução do calor, conforme a modelagem discutida no capítulo 3, e calcula a distribuição interna de temperaturas do bloco para todo o período de análise.

Após a solução do modelo térmico, é possível extrair os resultados desejados em pontos específicos de interesse no modelo tridimensional, conforme será apresentado no Capítulo 5. Neste momento, para validar a acurácia do modelo desenvolvido, são calculados os erros médios percentuais absolutos (MAPE) entre os dados reais de instrumentação e as séries de dados dos campos de temperatura e deformação, após a solução numérica dos modelos térmico e estrutural, conforme a Equação 4.3, adaptada de (Tayman & Swanson, 1999).

$$\frac{\sum \frac{|O_i - F_i|}{O_i}}{num} * 100 \quad (4.3)$$

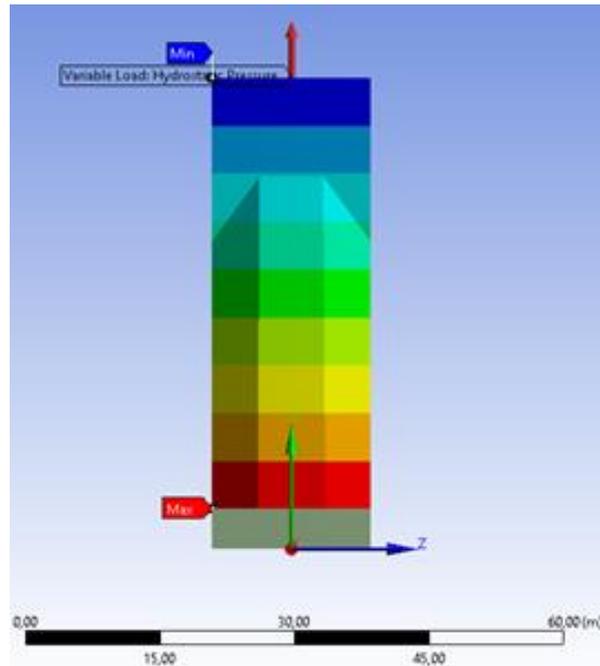
onde O_i é o i -ésimo dado real, F_i é o dado experimental a ser avaliado, e num é o número de dados.

Se os resultados obtidos são satisfatórios, é possível utilizá-los como condição de contorno do modelo estrutural, que vem na sequência.

4.3 Modelagem Estrutural

Após a solução do modelo térmico, o campo de distribuição de temperaturas gerado é inserido como carregamento térmico no modelo estrutural, a ser modelado a partir da interface de análise Transient Structural do Ansys.

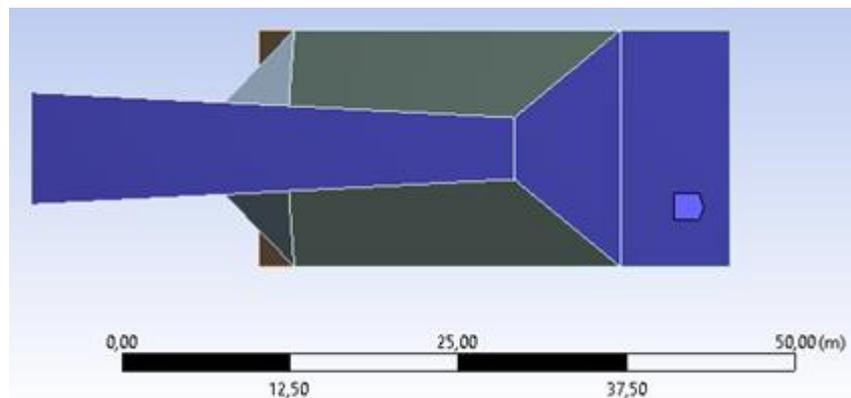
Além disso, para definir as forças aplicadas ao sistema estrutural, conforme a Equação 3.108 do modelo matemático, são inseridos os efeitos da pressão hidrostática que o reservatório de água exerce sobre a estrutura. Para isso, é adicionado um vetor de aceleração hidrostática, cuja intensidade aumenta na direção da crista da barragem para a fundação, com aceleração gravitacional de 9,8066 m/s². A ilustração desta definição pode ser observada na Figura 4.12. Também é inserida a aceleração gravitacional da Terra, aplicada no centro de gravidade do corpo tridimensional.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.12: Definição da pressão hidrostática atuante no bloco de contrafortes (em destaque a intensidade crescente, do azul para o vermelho).

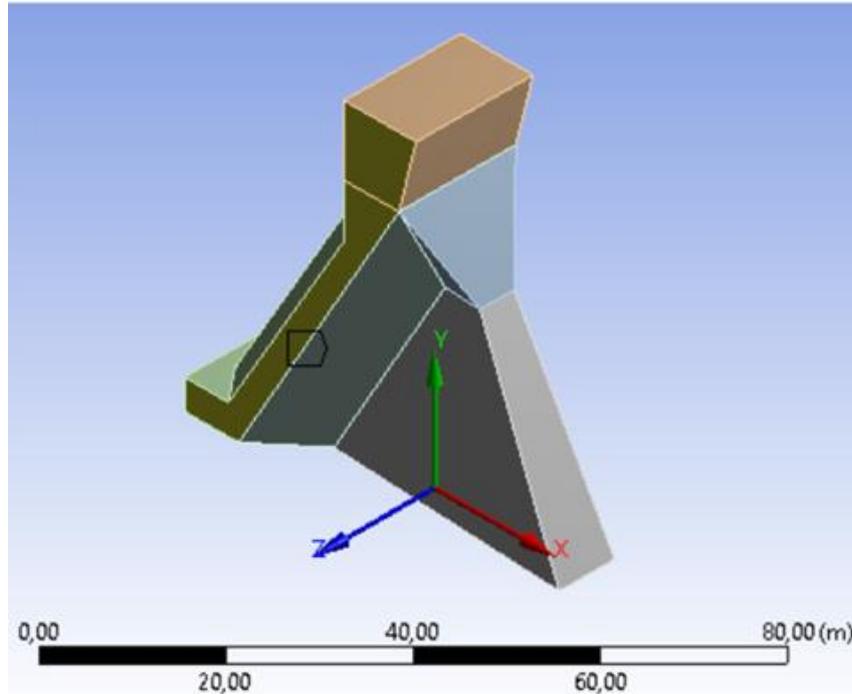
Adicionalmente, para representar os engastes e suportes da estrutura, é imposta a restrição de movimento da fundação por meio da modelagem de um suporte fixo nas faces da base do corpo tridimensional, conforme a Figura 4.13.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.13: Definição da pressão hidrostática atuante na base do bloco de barragem (em destaque azul).

Além disso, é modelado um suporte do tipo sem fricção às faces laterais do corpo (Figura 4.14). A escolha deste suporte se justifica pois este restringe movimentos e rotações na direção normal à face aplicada, e permite movimentos no sentido montante a jusante à face, movimentos estes experimentados pela estrutura real.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.14: Definição do suporte nas faces laterais (em destaque amarelo).

Na sequência, são definidos o módulo de Young e o Coeficiente de Poisson, conforme a Tabela 4.2 a seguir. Os dados foram fornecidos pelo CEASB.

Tabela 4.2: Propriedades do concreto no modelo do Ansys.

Parâmetro	Anterior	Atual
Modulo de Young (E)	37350 Mpa	33750 Mpa
Coeficiente de Poisson (ν)	0,18	0,16

Fonte: CEASB.

O modulo de Young expressa a relação entre a tensão mecânica e a deformação do material em estudo. Quanto menor este módulo, menor o estresse mecânico necessário para criar a mesma quantidade de deformação.

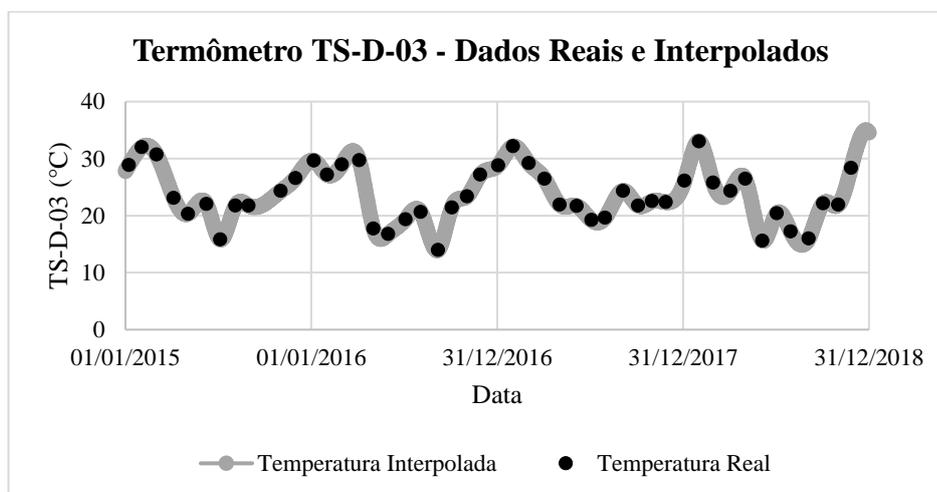
O modulo de Poisson indica a razão entre a deformação transversal em relação à direção longitudinal de aplicação da carga. Assim, quanto menor seu módulo, menor a compressão transversal do material quando tracionado.

Em seguida, são feitas as mesmas definições dos parâmetros de simulação realizadas para o modelo térmico, de modo a manter o período de análise (número de dias). Após a finalização da solução, é gerado o campo de deformações da estrutura. A partir dele, são extraídas as séries de dados de deformação nos pontos correspondentes às rosetas de deformímetros, que serão comparados aos dados reais de instrumentação no capítulo 5.

4.3.1 Tratamento dos dados dos termômetros

Conforme mencionado anteriormente, os dados de entrada para as condições de contorno de temperatura das faces do bloco deveriam ser no mínimo diários. No entanto, a série de dados de instrumentação disponibilizada apresentava lacunas de dados em datas específicas, o que pode ser atribuído a interrupções na observação, erros instrumentais ou falhas na aquisição. Por isso, foi necessário realizar o tratamento destes dados, de modo a compor uma série periódica de dados para entrada no modelo termoestrutural. Assim, foi escolhida a interpolação por *spline* cúbica para povoar as lacunas de dias em que os dados estavam faltando. Mais informações sobre as interpolações por *splines* podem ser obtidas consultando Ruggiero & Lopes (1997).

O método de interpolação por *spline* consiste em estimar valores usando uma função matemática que minimiza a curvatura da superfície, resultando em uma superfície suave que passa exatamente pelos pontos de entrada. Por ser definida por partes utilizando polinômios, o método de interpolação por *spline* cúbica garante uma boa representação da série de dados temporais, sem variações abruptas, além de ser facilmente implementada computacionalmente (Wold, 1974). O gráfico 4.15 apresenta a série de dados temporais de temperatura retirados do termômetro TS-D-03, com destaque para a curva de interpolação por *spline* cúbica.



Fonte: Autoria própria.

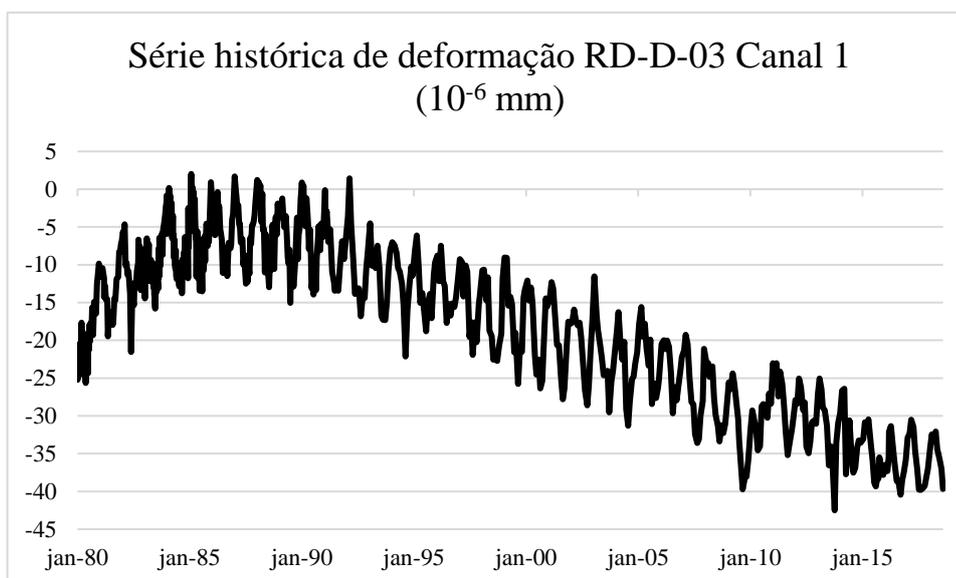
Gráfico 4.15: Interpolação por *spline* cúbica para a série de temperatura do termômetro TS-D-03.

4.3.2 Tratamento dos dados dos dados das rosetas de deformímetros

Uma vez que não é possível inserir todo histórico de deformação da estrutura real como condição de simulação, o modelo computacional desenvolvido representa uma estrutura “nova”, diferentemente das condições da estrutura real, que já sofreu desgastes ao longo de todo o tempo de operação.

Para exemplificar esta situação, o gráfico 4.16, que corresponde ao gráfico da série

histórica de deformação registrada pelo deformímetro 1 da roseta RD-D-03 instalada no bloco em análise, identifica-se o que possivelmente pode ser caracterizado pelo fenômeno de fluência (aumento gradual da deformação de uma estrutura de concreto ao longo do tempo), evidenciada pela presença de uma curva de tendência decrescente nos dados. Mais detalhes sobre o fenômeno da fluência podem ser consultados em Callister (2002) e Smith (1998). O período de avaliação está compreendido entre 1980 e 2018.



Fonte: Adaptado de CEASB (2019).

Gráfico 4.16: Série histórica RD-D-03 (Canal 1) entre 1980 e 2018.

Assim, para realizar a compensação deste comportamento, os dados de deformação de cada deformímetro, é descontada a média de diferença entre as séries de dados reais de instrumentação e os dados simulados, conforme o período de estudo. Isto possibilitou avaliar o desempenho do modelo computacional equiparando-o ao modelo real, o qual possui um longo período de operação, e conseqüentemente, possui um estado de deformação estrutural diferente de uma estrutura nova.

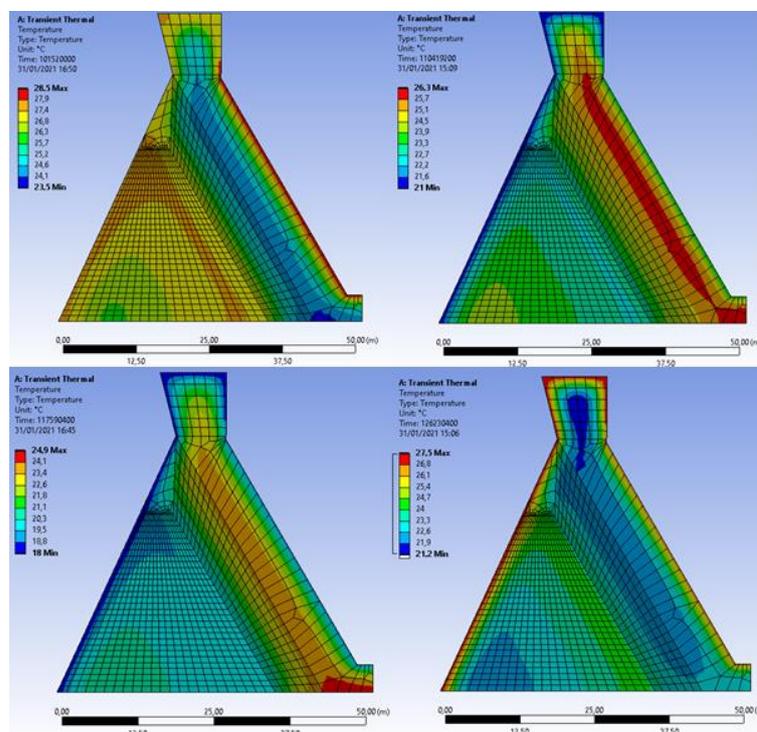
No capítulo a seguir, são apresentados e avaliados os resultados obtidos com a aplicação do método de modelagem dos sistemas térmico e estrutural do bloco de concreto apresentados neste capítulo. Conforme a etapa de pós processamento discutida na seção 3.1, os resultados obtidos após a solução numérica no software Ansys são avaliados a partir do cálculo dos erros médios percentuais absolutos (MAPE) (Equação 4.1) entre os dados reais de instrumentação e as séries de dados dos campos de temperatura e deformação obtidos.

Capítulo 5

Resultados

O procedimento de modelagem e simulação computacional foi realizado no software Ansys versão 2019 R2 com licença acadêmica, a partir de um computador Avell, modelo C65 MUV, com processador Intel da família i7 de nona geração, e memória RAM de 16 Gb.

Ao final da simulação térmica foi obtida a distribuição de temperaturas para cada dia durante o período de análise, compreendido entre 2015 e 2018. Na Figura 5.1 observa-se a distribuição de temperaturas do bloco de concreto durante o ano de 2018. No canto superior esquerdo tem-se a distribuição de temperaturas no início do outono (20/03), seguida pela distribuição de temperaturas durante o inverno (01/07) no canto superior direito. Na sequência, no canto inferior esquerdo, tem-se o campo de temperaturas no início da primavera (22/09) e, por fim, no canto inferior direito, observa-se a distribuição de temperaturas durante o verão, no último dia do ano (31/12).



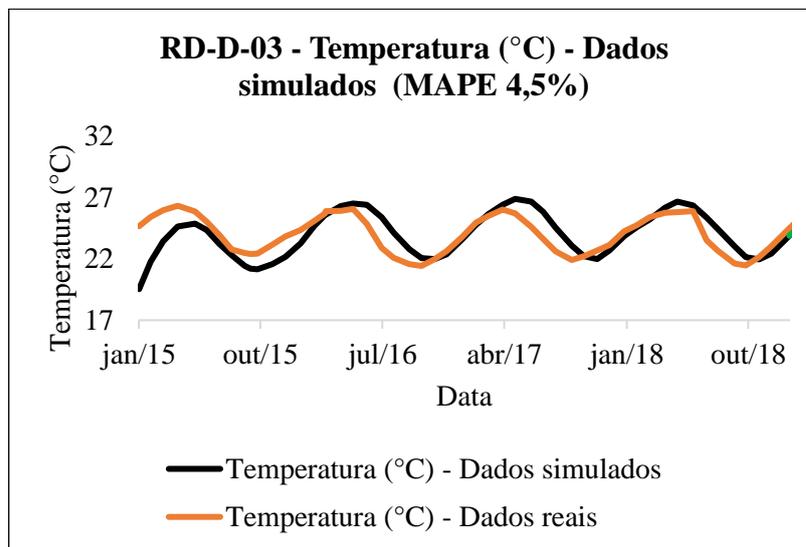
Fonte: Autoria própria.

Figura 5.1: Campo de temperaturas internas ao bloco de concreto durante o ano de 2018.

Nota-se que, internamente, o bloco está mais frio do que a superfície durante o verão, enquanto o inverso ocorre no inverno, quando internamente experimenta temperaturas mais quentes do que sua superfície. Isto se deve ao fenômeno da sazonalidade, caracterizado pela taxa de transferência de calor lenta do concreto. Ou seja, uma vez que o concreto possui alta inércia térmica, o calor recebido no verão chegará ao núcleo somente no inverno. Assim, o bloco permanece frio internamente durante estações quentes, até que o calor recebido na superfície chegue ao seu interior, em estações frias.

Este fenômeno já foi documentado em trabalhos anteriores, como no trabalho de (Sheibany & Ghaemian, 2006), que verificaram uma diferença de 63 dias entre a ocorrência da temperatura ambiente máxima e a temperatura média máxima da barragem de concreto de Karaj, no Iran.

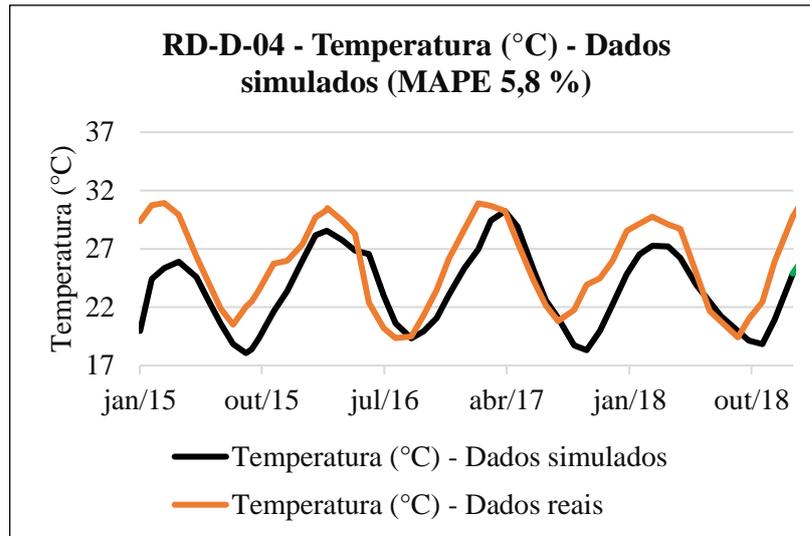
No gráfico 5.2, podemos observar a comparação entre os dados reais e os dados simulados de temperatura para a posição correspondente à roseta RD-D-03. Foi obtido um erro médio percentual absoluto (MAPE) de 4,5%.



Fonte: Autoria própria.

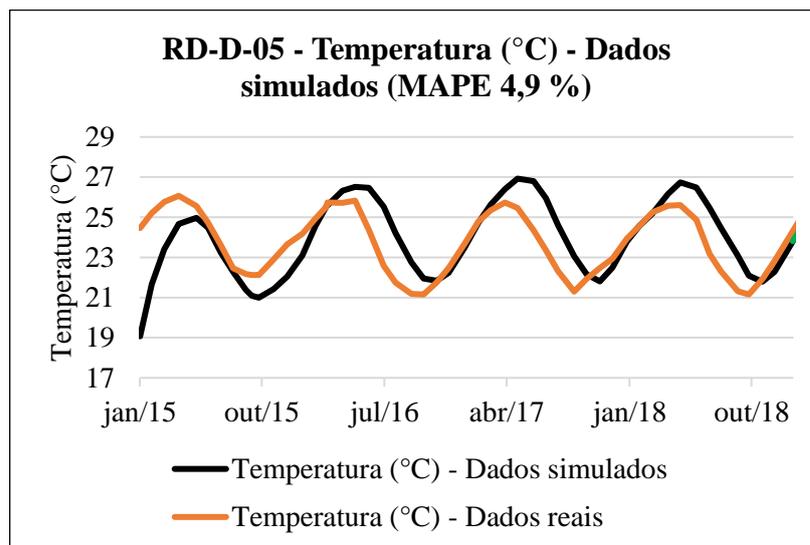
Gráfico 5.2: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-03 para o período de 2015 a 2018.

Os gráficos 5.3 e 5.4 a seguir representam as séries de dados temporais obtidos computacionalmente (em preto) e comparados às séries de dados instrumentais (em laranja) nas posições dos termômetros instalados internamente ao bloco, junto às rosetas de deformímetros RD-D-04 e RD-D-05, respectivamente. Foram obtidos erros MAPE de 5,8% e 4,9% para as séries de dados de temperatura próximas à roseta RD-D-04 e RD-D-05, respectivamente.



Fonte: Autoria própria.

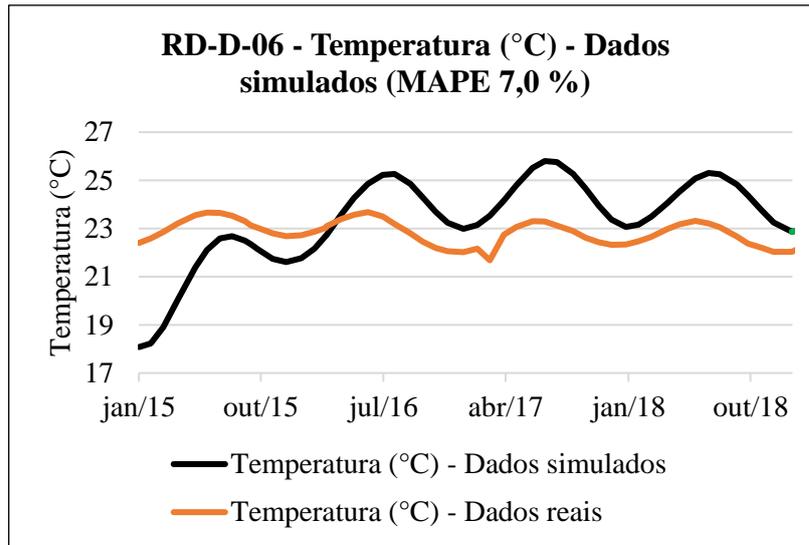
Gráfico 5.3: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-04 para o período de 2015 a 2018.



Fonte: Autoria própria.

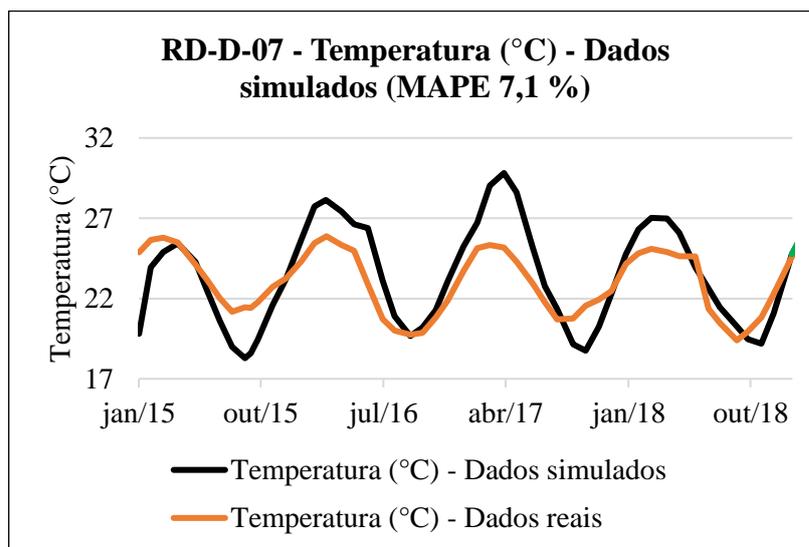
Gráfico 5.4: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-05 para o período de 2015 a 2018.

Da mesma forma, os gráficos 5.5 e 5.6 a seguir representam as séries de dados temporais obtidos computacionalmente (em preto) e comparados às séries de dados instrumentais (em laranja) nas posições dos termômetros instalados internamente ao bloco, junto às rosetas de deformímetros RD-D-06 e RD-D-07, respectivamente. Foram obtidos erros MAPE de 7,0% e 7,1% para as séries de dados de temperatura próximas à roseta RD-D-04 e RD-D-05, respectivamente.



Fonte: Autoria própria.

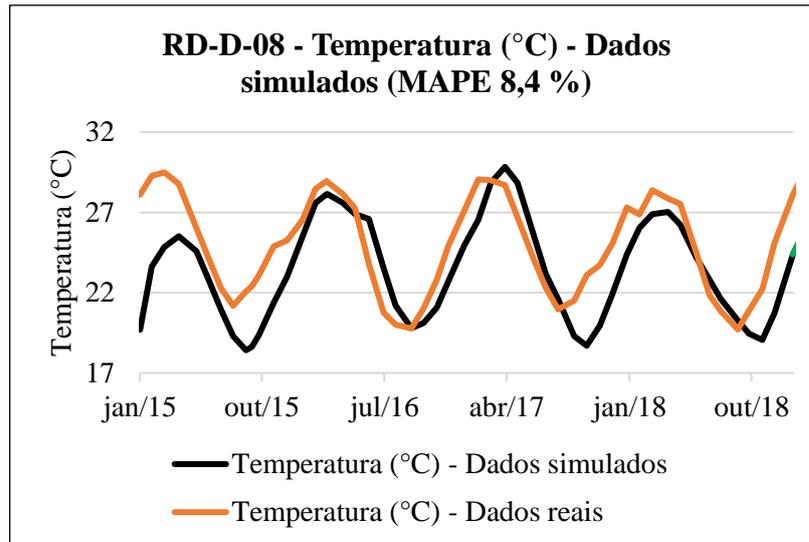
Gráfico 5.5: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-06 para o período de 2015 a 2018.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.6: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-07 para o período de 2015 a 2018.

Por fim, o gráfico 5.7 a seguir representa a série de dados temporais obtida computacionalmente (em preto) e comparada à série de dados instrumentais (em laranja) na posição do termômetro instalado internamente ao bloco próximo à roseta de deformímetros RD-D-08. Nesta posição, foi obtido o maior erro MAPE, correspondente à 8,4%.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.7: Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-08 para o período de 2015 a 2018.

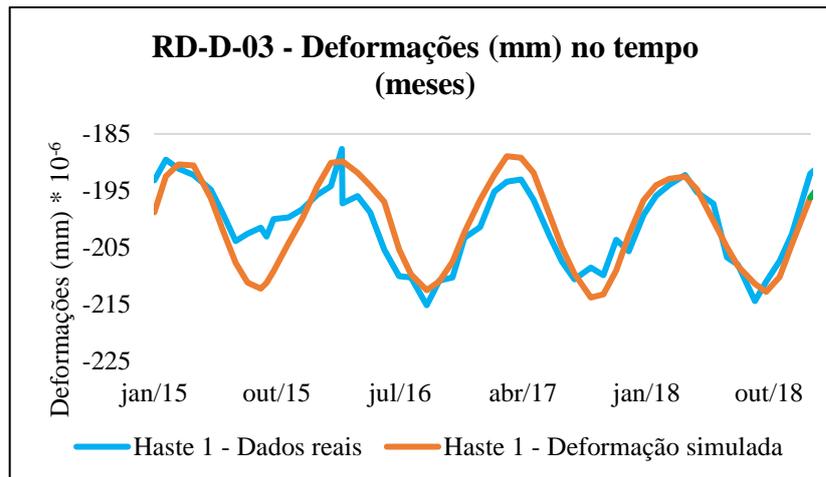
A Tabela 5.1 sintetiza os erros MAPE obtidos entre os dados reais e os dados retirados das simulações computacionais referentes às posições correspondentes a todas as rosetas de deformímetros consideradas, para o período de simulação, de 2015 a 2018.

Tabela 5.1: Erros MAPE entre as séries de dados de temperatura reais e simuladas nas posições das rosetas de deformímetros

Posição correspondente	Erro MAPE
RD-D-04	5,8 %
RD-D-05	4,9 %
RD-D-06	7,0 %
RD-D-07	7,1 %
RD-D-08	8,4 %

Fonte: Autoria própria.

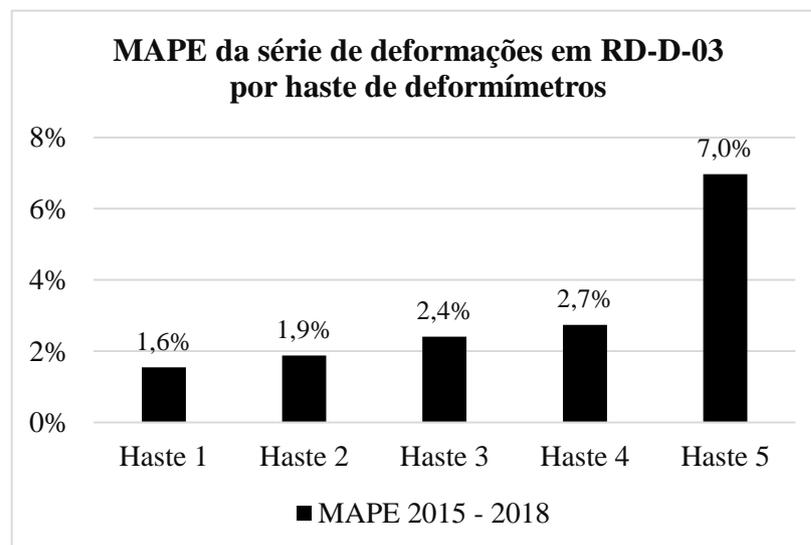
Ao final da simulação estrutural, foram obtidas as deformações axiais nas posições correspondentes às rosetas de deformímetros RD-D-03, RD-D-04, RD-D-05, RD-D-06, RD-D-07, RD-D-08. O gráfico 5.8 apresenta a comparação entre as séries de dados de deformação simuladas computacionalmente (na cor laranja) e os dados reais (na cor azul) para a haste 01 da roseta RD-D-03, para o período de simulação considerado, entre 2015 e 2018.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.8: Distribuição dos dados reais e simulados de deformação, para o deformímetro 1 da roseta RD-D-03, para o período de 2015 a 2018.

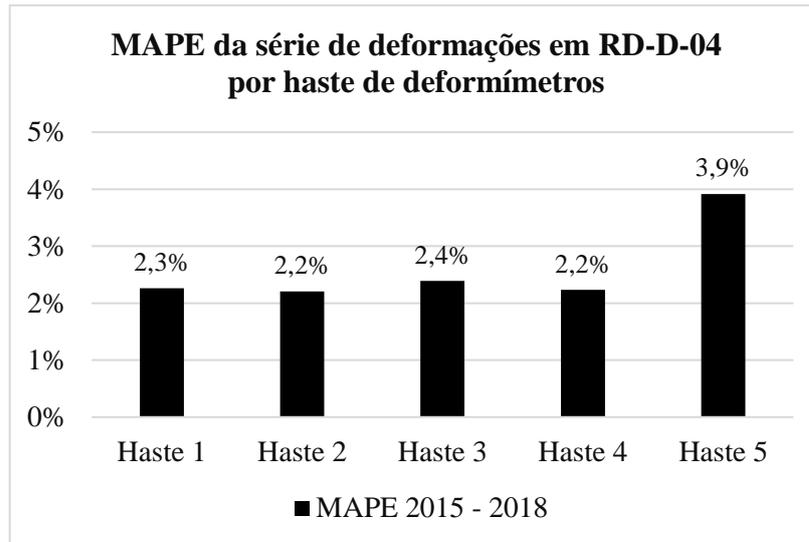
Também foram obtidos os erros MAPE entre as séries de dados reais e simuladas nos pontos correspondentes as demais rosetas de deformímetros, no período de avaliação de 2015 a 2018. O gráfico 5.9 a seguir apresenta os erros MAPE obtidos para cada haste de deformímetros da roseta RD-D-03 para o período de avaliação. Nota-se o maior erro MAPE obtido para este instrumento, de 7%, correspondente ao deformímetro 5.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.9: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-03 para o período de 2015 a 2018.

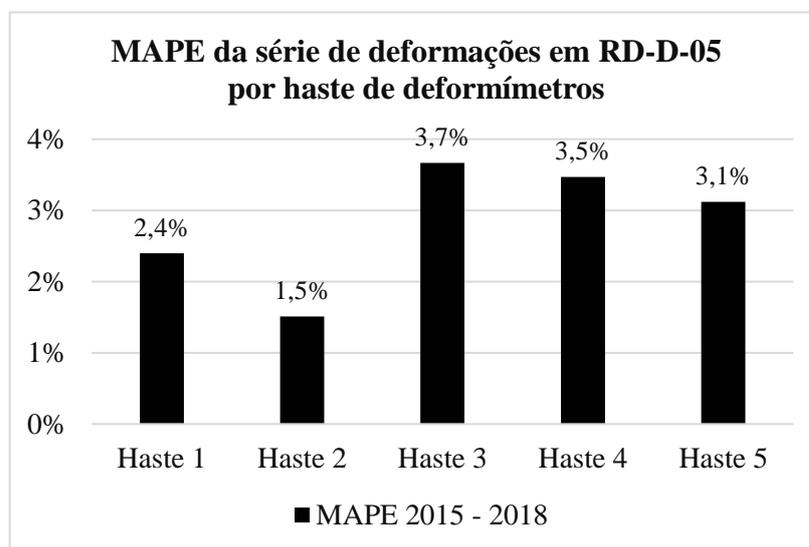
O gráfico 5.10 a seguir apresenta os erros MAPE obtidos para cada haste de deformímetros da roseta RD-D-04, para o período de avaliação considerado. Pode ser observado o maior erro MAPE obtido para este instrumento, de 3,9%, correspondente ao deformímetro 5.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.10: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-04 para o período de 2015 a 2018.

Da mesma forma, o gráfico 5.11 a seguir apresenta os erros MAPE obtidos para cada haste de deformímetros da roseta RD-D-05, para o período de avaliação considerado. Este instrumento apresentou os menores erros MAPE, que não passaram de 3,7%, correspondente ao deformímetro 3, para o período de avaliação.

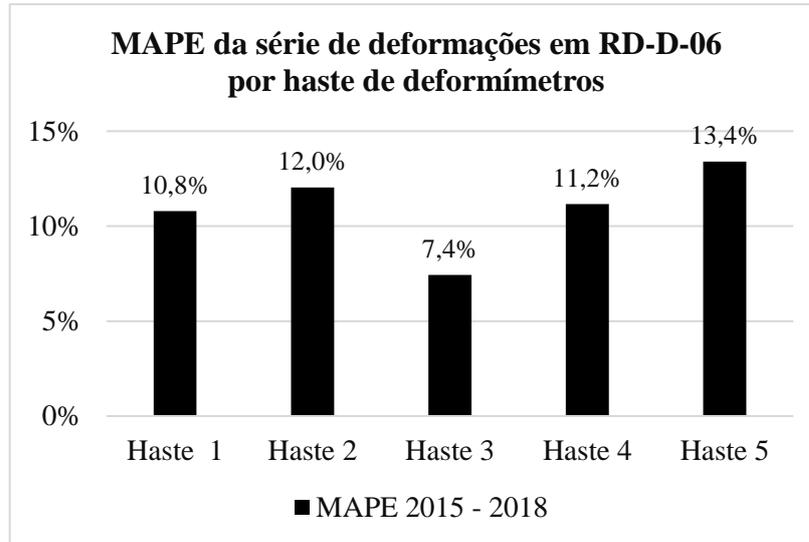


Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.11: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-05 para o período de 2015 a 2018.

Similarmente, o gráfico 5.12 a seguir apresenta os erros MAPE obtidos para cada haste de deformímetros da roseta RD-D-06, para o período de avaliação considerado. Este instrumento apresentou o maior erro MAPE dentre as demais rosetas, atingindo 13,4% na

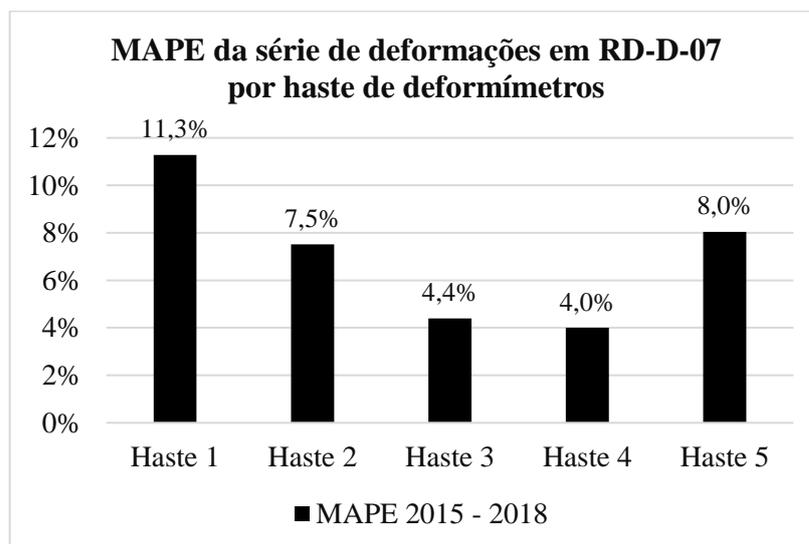
posição correspondente ao deformímetro 5.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.12: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-06 para o período de 2015 a 2018.

A seguir, o gráfico 5.13 apresenta os erros MAPE obtidos para cada haste de deformímetros da roseta RD-D-07, para o período de avaliação considerado. Pode ser observado o maior erro MAPE obtido para este instrumento, de 11,3%, correspondente ao deformímetro 1.

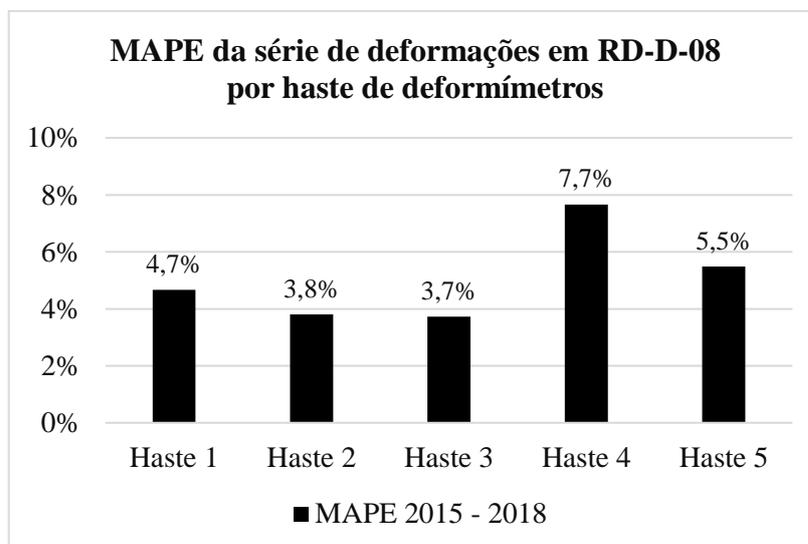


Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.13: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-07 para o período de 2015 a 2018.

Por fim, o gráfico 5.14 a seguir apresenta os erros MAPE obtidos para cada haste de deformímetros da roseta RD-D-08, para o período de avaliação considerado. É mostrado o

maior erro MAPE obtido para este instrumento, de 7,7%, correspondente ao deformímetro 4.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5.14: Erros MAPE para as hastes de deformímetro da roseta RD-D-08 para o período de 2015 a 2018.

Observa-se que, nos pontos correspondentes às rosetas RD-D-06 e RD-D-07, localizadas próximo à fundação, as séries de dados simuladas obtiveram os maiores erros médios percentuais absolutos, chegando a 13,4%, ao contrário do obtido nos demais pontos de análise, onde os erros MAPE em cada deformímetro das rosetas ficaram entre 3,7% e 7,7%. Estes foram os melhores resultados obtidos após diversas simulações a fim de aprimorar o modelo. Dentre eles, foram feitos alguns testes modificando o tamanho dos blocos da geometria tridimensional, antes de formar as malhas de elementos finitos, para melhorar a qualidade dos elementos nas regiões onde os erros MAPE foram mais altos. Porém, tem-se a limitação do número de elementos que a aplicação permite simular, devido à licença acadêmica, que não permite um refinamento com mais de 32 mil elementos. Aliado a isso, foi constatado que a geometria complexa do bloco dificulta a geração de elementos com formas regulares na região, considerando a limitação de tamanho da malha.

É importante mencionar também que, embora o modelo termoestrutural desenvolvido considere predominantemente os efeitos da condução térmica de calor, o comportamento da estrutura real, evidenciado pelos dados de medição retirados da instrumentação, revelam a influência de outros fatores desconsiderados na presente modelagem, tais como a incidência de radiação solar, a convecção térmica do ar, a existência de estruturas internas de sustentação e os espaços para drenagem internos ao bloco. Assim, a diferença entre os dados reais e os resultados obtidos a partir da simulação do modelo é esperada, ainda que seja pequena.

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho, foi proposto um modelo termoestrutural de um bloco de contrafortes da barragem de Itaipu Binacional utilizando o método dos elementos finitos por meio do software Ansys. Para isso, foram expostas as equações que modelam matematicamente o comportamento térmico e estrutural, bem como foram descritos os procedimentos para a modelagem computacional de cada sistema.

A partir da modelagem térmica realizada, foi obtido o campo de temperaturas que se aproxima, com boa precisão, à distribuição real de temperaturas experimentadas pela estrutura física, uma vez que o erro médio percentual absoluto obtido para o período de análise, compreendido entre 2015 e 2018, se manteve abaixo de 8,4% nos pontos analisados. Além disso, foi observado o efeito do fenômeno de sazonalidade na estrutura, de forma coerente aos trabalhos já realizados, que demonstram a característica de alta inércia térmica do concreto. Assim, a partir da comparação entre as séries de dados de temperatura real e simulada computacionalmente, é atestada a validade do método de modelagem térmica realizada.

Em seguida, o comportamento estrutural do bloco foi bem representado na maioria das regiões verificadas, e nos piores casos, manteve o erro médio percentual absoluto inferior a 13,4% para as séries de dados comparadas. Além disso, foi verificada a concordância entre o comportamento estrutural simulado computacionalmente e o descrito em análises anteriores feitas por (Rosso et al., 1997), o que atesta a eficácia no uso do método dos elementos finitos para a solução da equação diferencial parcial de difusão do calor e das equações de tensão-deformação que modelam o comportamento termoestrutural, a partir da ferramenta computacional Ansys®.

Conforme os resultados mostrados, houve boa representação do comportamento físico real do bloco de concreto ao modelá-lo computacionalmente. Isto se verifica pois o modelo apresentou baixos erros médios percentuais absolutos para a maioria dos instrumentos analisados, demonstrando que o procedimento de análise a partir do Método dos Elementos Finitos é capaz de atingir boa fidelidade à dinâmica termoestrutural real do bloco em estudo, dependendo do quão fiéis são as representações do modelo em relação ao sistema físico real.

Por fim, destaca-se a praticidade e precisão oferecida pela ferramenta computacional utilizada, considerando a complexidade da geometria e do modelo matemático solucionado. Neste sentido, os resultados obtidos revelam a aplicabilidade da ferramenta computacional utilizada, por sua eficácia e facilidade de manipulação, em aplicações de segurança de barragens e manutenções preventivas da estrutura.

Para os trabalhos futuros, são apresentadas algumas sugestões:

- Simulação do comportamento termoestrutural com mais de um bloco de barragem de concreto, para observar os efeitos de troca de calor e de movimentações entre os blocos;
- Aperfeiçoamento da malha de elementos finitos, de modo a elevar a qualidade dos elementos próximos à fundação e, conseqüentemente, tornar o modelo mais preciso nesta região;
- Melhorias na representação do modelo, considerando, por exemplo, a existência de vigas de sustentação e espaços para drenagem internos ao bloco.

Referências

- Abeka, H., Agyeman, S., & Adom-Asamoah, M. (2017). Thermal effect of mass concrete structures in the tropics: Experimental, modelling and parametric studies. *Cogent Engineering*, 4(1), 1278297. <https://doi.org/10.1080/23311916.2016.1278297>
- Ansys. (2009). *Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications* (Peter Kohn). ansyshelp.ansys.com
- Ansys. (2021). *Ansys Help Online*. ansyshelp.ansys.com
- ANSYS, I. (2020). *ANSYS Meshing User's Guide*.
- Argyris, J. H. (1955). Energy Theorems and Structural Analysis. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. <https://doi.org/10.1108/eb032545>
- Aurich, M. (2008). Simulação computacional do comportamento do concreto nas primeiras idades. *Journal of Statistical Physics*.
- Barrow, C. J. (2002). Silenced rivers: the ecology and politics of large dams. *Land Degradation & Development*, 13(5), 448. <https://doi.org/10.1002/ldr.515>
- Callister, W. D. (2002). *Ciência e Engenharia de Materiais, uma introdução*. Rio de Janeiro: LTC.
- Cengel, Y. (2003). *Heat transfer : A Practical Approach*. McGraw-Hill.
- Cengel, Y. (2008). *Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer*. McGraw-Hill.
- Chen, X., & Liu, Y. (2014). *Finite element modeling and simulation with ANSYS Workbench*. CRC Press.
- Cifuentes, H., Montero-Chacón, F., Galán, J., Cabezas, J., & la Concha, A. M.-D. (2019). A Finite Element-Based Methodology for the Thermo-mechanical Analysis of Early Age Behavior in Concrete Structures. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 13(1). <https://doi.org/10.1186/s40069-019-0353-0>
- Clough, R. W. (1960). The Finite Element Method in Plane Stress Analysis. *Proceedings of the 2nd Conference on Electronic Computation of American Society of Civil Engineers*.
- Coelho, N. A. (2012). *Um estudo numérico do efeito térmico em concreto em massa*.
- Courant, R. (1943). Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 49(1), 1–24. <https://doi.org/10.1090/s0002-9904-1943-07818-4>
- Daniel, M., Villalba, P., Irrazabal, J. G., & Furmann, J. C. (2007). *Deformímetro para Hormigón*.
- Dias, F. T., da Cruz, J. P., Valente, R. A. F., & de Sousa, R. J. A. (2010). *Método Dos Elementos Finitos. Técnicas De Simulação Numérica Em Engenharia* (ETEP (ed.)). Lidel Edições Técnicas.
- Greenstadt, J. (1959). On the Reduction of Continuous Problems To Discrete Form. *IBM Journal of Research and Development*. <https://doi.org/10.1147/rd.34.0355>
- Hickmann, T. (2016). *Análise de variação térmica sazonal em barragem de contrafortes com*

- o uso de cálculo fracionário* [Universidade Federal do Paraná].
<https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/43384/R>
- Hickmann, T., Gramani, L. M., Kaviski, E., & Garcia, E. L. (2015). Análise da Transferência de Calor Transiente em Barragem de Concreto através do Método dos Elementos Finitos. *Congresso de Métodos Numéricos Em Engenharia*, 1–20.
- Huebner, K. (1995). *The finite element method for engineers*. Wiley.
- Incropera, F., Bergman, T., Lavine, A., & Dewitt, D. (2011). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7th Edition. In *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley and Sons.
- Itaipu, B. (2021). *Barragem*. <https://www.itaipu.gov.br/energia/barragem>
- Itaipu, D. T. (2009). *Itaipu usina hidrelétrica : aspectos de engenharia*. Itaipu Binacional, Assessoria de Comunicação Social.
- Jansen, R. B., Reclamation, B. O., & Interior, U. S. D. O. T. (2011). *Dams and Public Safety (A Water Resources Technical Publication)*. Books Express Publishing.
- Jiang, M., Cai, X., Guo, X., Liu, Q., & Zhang, T. (2020). Adiabatic Temperature Rise Test of Cemented Sand and Gravel ({CSG}) and Its Application to Temperature Stress Prediction of {CSG} Dam. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2020, 1–12. <https://doi.org/10.1155/2020/3898391>
- Khanzaei, P., Abdulrazeg, A. A., Samali, B., & Ghaedi, K. (2015). Thermal and Structural Response of {RCC} Dams During Their Service Life. *Journal of Thermal Stresses*, 38(6), 591–609. <https://doi.org/10.1080/01495739.2015.1015862>
- Kwan, A. K. H., & Ma, F. J. (2017). Two-dimensional early thermal crack analysis of concrete structures by finite element method. *Engineering Structures*, 143, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.04.005>
- Leger, P., Venturelli, J., & Bhattacharjee, S. S. (1993a). Seasonal temperature and stress distributions in concrete gravity dams. Part 1: Modelling. *Canadian Journal of Civil Engineering*. <https://doi.org/10.1139/193-131>
- Leger, P., Venturelli, J., & Bhattacharjee, S. S. (1993b). Seasonal temperature and stress distributions in concrete gravity dams. Part 2: Behavior. *Canadian Journal of Civil Engineering*. <https://doi.org/10.1139/193-132>
- Madenci, E., & Guven, I. (2015). *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*. Springer-Verlag GmbH. https://www.ebook.de/de/product/23236507/erdogan_madenci_ibrahim_guven_the_finite_element_method_and_applications_in_engineering_using_ansys.html
- Maken, D. D., Léger, P., & Roth, S.-N. (2014). Seasonal Thermal Cracking of Concrete Dams in Northern Regions. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 28(4). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cf.1943-5509.0000483](https://doi.org/10.1061/(asce)cf.1943-5509.0000483)
- Matos, S. F. (2002). *Avaliação de instrumentos para auscultação de barragem de concreto. Estudo de caso: deformímetros e tensômetros para concreto na Barragem de Itaipu*. Universidade Federal do Paraná.
- Moaveni, S. (2008). Finite element analysis: Theory and application with ANSYS. In *Minerals Engineering*. Pearson Education. [https://doi.org/10.1016/s0892-6875\(99\)90030-4](https://doi.org/10.1016/s0892-6875(99)90030-4)

- Moigne, G. Le, Barghouti, S., & Plusquellec, H. (1990). Dam safety and the environment. *World Bank Technical Paper, 115*. <https://doi.org/10.5860/choice.28-2159>
- Pian, T. H. H., & Tong, P. (1969). Basis of finite element methods for solid continua. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. <https://doi.org/10.1002/nme.1620010103>
- Plews, J. A., & Duarte, C. A. (2015). Generalized finite element approaches for analysis of localized thermo-structural effects. *International Journal for Numerical Methods in Engineering, 104*(6), 408–438. <https://doi.org/10.1002/nme.4942>
- Rosso, J. A., Fiorini, A. S., & Porto, E. C. (1997). Barragem de Itaipu - lições aprendidas com o comportamento térmico das estruturas do tipo gravidade aliviada e contraforte. *XXII Seminário Nacional de Grandes Barragens*, 161–176.
- Ruggiero, M. P., & Lopes, V. L. (1997). Cálculo Numérico. Aspectos Teóricos e Computacionais. Makron Books.
- Schnitter, N. J., & Jackson, D. C. (1995). A History of Dams: The Useful Pyramids. *Technology and Culture*. <https://doi.org/10.2307/3106351>
- Schreiber, G. P. (1977). *Usinas Hidrelétricas* (E. E. Blucher (ed.)).
- Sheibany, F., & Ghaemian, M. (2006). Effects of Environmental Action on Thermal Stress Analysis of Karaj Concrete Arch Dam. *Journal of Engineering Mechanics*. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9399\(2006\)132:5\(532\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9399(2006)132:5(532))
- Smith, W. F. (1998). Princípios de Ciência e Engenharia de Materiais. MC Graw Hill.
- Soriano, H. L., & Lima, S. S. (2003). *Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. <https://livralivro.com.br/livro/metodo-de-elementos-finitos-em-analise-de-estruturas/307109.html>
- Souza, R. C. S., Andreini, M., Mendola, S. L., & Knaust, J. Z. C. (2019). Probabilistic thermo-mechanical finite element analysis for the fire resistance of reinforced concrete structures. *Fire Safety Journal, 104*, 22–33. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2018.12.005>
- Tayman, J., & Swanson, D. A. (1999). On the validity of MAPE as a measure of population forecast accuracy. *Population Research and Policy Review, 18*(4), 299–322. <https://doi.org/10.1023/a:1006166418051>
- Turner, M. J., W., C. R., C., M. H., & J., T. L. (1956). Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*. <https://doi.org/10.2514/8.3664>
- Wold, S. (1974). Spline Functions in Data Analysis. *Technometrics, 16*(1), 1–11. <https://doi.org/10.1080/00401706.1974.10489142>
- Yang, B.-G., He, P., Peng, G.-Y., & Lu, T. (2019). Temperature-stress coupling mechanism analysis of one-time pouring mass concrete. *Thermal Science, 23*(3 Part A), 1615–1621. <https://doi.org/10.2298/tsci180825231y>
- Zienkiewicz, O. (1977). *The Finite Element Method*. McGraw-Hill.
- Zienkiewicz, O. C. (2005). *The finite element method : its basis and fundamentals*. Elsevier Butterworth-Heinemann.
- Zienkiewicz, O., & Taylor, R. (1989). *The Finite Element Method: Basic Concepts and Linear Applications*. McGraw-Hill.

Zienkiewicz, O., & Cheung, Y. (1967). *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*. McGraw-Hill.

Zuffo, M. S. R. (2005). *Metodologia para avaliação da segurança de barragens*.
<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/257858>

Anexo A

Modelagem matemática e computacional do comportamento térmico da barragem de contrafortes de Itaipu via Método dos Elementos Finitos

Artigo publicado no XLI Congresso Ibero Latino-Americano
em Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE)

Foz do Iguaçu – PR
Novembro, 2020

Modelagem matemática e computacional do comportamento térmico da barragem de contrafortes de Itaipu via Método dos Elementos Finitos

Alice M. Almeida¹, Edgar M. C. Franco¹, Tásia Hickmann², Samuel B. Rodrigues², Jairo M. Corrêa², David S. M. de Souza³, Luis A. S. Aracayo⁴

¹Programa de Pós-graduação em Eng. Elétrica e Computação, Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Av. Tarquínio Joslin dos Santos, 1300. 85870-650, PR/Foz do Iguaçu, Brasil.
alice.almeida@unioeste.br, enfra.unioeste@gmail.com

²Depto. De Matemática e Estatística, Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Av. Brasil, 4232. 85884-000, PR/Medianeira, Brasil.
hickmann@utfpr.edu.br, samuelb@utfpr.edu.br, jairocorrea@utfpr.edu.br

³Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Av. Brasil, 4232. 85884-000, PR/Medianeira, Brasil.
davids.souza@hotmail.com

⁴Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens
Av. Tancredo Neves, 6731. 85867-900, PR/Foz do Iguaçu, Brasil.
luis.aracayo@pti.org.br

Resumo. Dentre as diversas grandezas mensuradas para análise da saúde e segurança da barragem de concreto de Itaipu, destaca-se a temperatura, uma vez que as barragens, em particular as de contrafortes, são fortemente influenciadas pelas oscilações de temperatura [1]. Isto se deve às cargas térmicas oriundas da radiação solar e das variações de temperatura do ar, fundação e reservatório, que podem ocasionar deformações e desenvolver fissuras no concreto [2]. Neste contexto, é proposta uma modelagem numérico-computacional para o comportamento térmico de um bloco de contrafortes da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, em fase de operação, via Método dos Elementos Finitos com auxílio do software Ansys®. Para alcançar este propósito, foi desenvolvida a formulação matemática do modelo térmico em elementos finitos utilizado computacionalmente, bem como a definição das condições de contorno do sistema com dados reais de instrumentação. A partir da resolução computacional do modelo térmico em elementos finitos para o período de 2010 a 2016, foram obtidos erros médios percentuais absolutos (MAPE) abaixo de 10% em todos os pontos internos analisados, o que valida o modelo térmico e possibilita a utilização dos resultados em trabalhos futuros para a determinação dos deslocamentos estruturais causados pelo campo de temperaturas ao qual a barragem está submetida.

Palavras-chave: Método Numérico, Ansys, Modelagem térmica, Barragem de Itaipu.

1 Introdução

A barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu (UHI), considerada uma das sete maravilhas do mundo moderno pela sociedade Americana de Eng. Civis, é constantemente monitorada quanto à temperatura interna, externa, deslocamentos e deformações, uma vez que a estrutura de concreto está sujeita a cargas térmicas externas associadas à incidência solar e à temperatura do ar, fundação e reservatório. Para minimizar o potencial risco de ruptura da estrutura, os dados coletados a partir de instrumentos de monitoramento são constantemente analisados, sobretudo quanto às dinâmicas de transferência de calor.

Estas dinâmicas de transferência de calor originam tensões na estrutura, que se manifestam de forma sazonal. Estes processos físicos geralmente são representados por meio de equações não lineares, algébricas, diferenciais

parciais e/ou integrais. Devido à complexidade da geometria e do modelo matemático que descreve estes fenômenos físicos, soluções exatas muitas vezes não estão disponíveis. Por isso, os modelos matemáticos podem ser solucionados de forma aproximada por meio da aplicação de métodos numéricos tais como o Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Volumes Finitos (MVF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) [3].

Neste contexto, o MEF é o método mais aplicado em análises térmicas e estruturais de materiais, como o concreto, uma vez que esta ferramenta matemática possui avançado grau de desenvolvimento e aplicabilidade, além de facilitar o estabelecimento de analogias ao sistema físico real [4].

Sendo assim, este trabalho propõe uma modelagem térmica computacional para um bloco de concreto de Itaipu, com o auxílio do MEF e do software Ansys®. Para tanto foi selecionado o bloco D38, do tipo contrafortes, dentre os demais blocos presentes, devido à presença de termômetros superficiais e internos à estrutura, cujos registros de leituras estão disponíveis em maior quantidade ao longo do tempo.

De forma sucinta, para obter o modelo térmico computacional do bloco D38, o trabalho foi dividido em três etapas. A primeira etapa consistiu na descrição do modelo matemático que representa o comportamento térmico da estrutura. Isto foi realizado mediante análise da estrutura física real, pesquisas em referências teóricas do software Ansys® e estudo do Método dos Elementos Finitos. A segunda etapa consistiu na solução do modelo térmico, de forma computacional a partir do software Ansys®, onde o bloco estava sujeito à uma condição inicial e condições de contorno necessários no processo de resolução por um método numérico. Obteve-se assim os campos de temperaturas do bloco para um período selecionado, os quais foram validados por meio de um termômetro interno ao bloco.

2 Referencial teórico

2.1 Modelo matemático térmico

As barragens de concreto são consideravelmente sensíveis às variações de temperatura ([1], [6]). Por isso, estes carregamentos térmicos são constantemente analisados, uma vez que estão relacionados a fissuras na estrutura de concreto [2, 7]. Para realizar uma análise numérica destes fenômenos físicos é utilizada a abordagem matemática das leis físicas de transferência de calor, que enunciam os processos de condução, convecção e radiação. Internamente à estrutura, o comportamento térmico do concreto é governado pelo processo de condução.

Matematicamente, o processo de condução é descrito pela Equação 1, chamada de equação da difusão do calor, considerando ausência de geração interna de calor, material isotrópico e elástico [3]. A Equação 1 estabelece que, em qualquer ponto do meio, a taxa de transferência de energia por condução para uma unidade de volume deve ser igual à taxa de variação de energia térmica armazenada no interior desse volume.

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 T \quad (1)$$

Onde T é a temperatura, em K, como função do espaço e tempo, t é o tempo em segundos, λ é a condutividade térmica em W/m.K, ρ é a densidade em kg.m³, c é o calor específico em J/kg.K. e α é a difusividade térmica em m²/s.

Para solucionar a Equação 1 computacionalmente, será utilizado o software Ansys®. O Ansys® é um *software* CAE (*Computer Aided Engineering*) capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas para diversas variáveis às quais uma estrutura pode estar submetida, dentre elas a temperatura, diretamente relacionada a processos de transferência de calor. Além disso, esta ferramenta computacional utiliza a modelagem matemática baseada no método dos elementos finitos para solucionar a equação da difusão de calor [8].

2.2 Método dos Elementos Finitos

Aplicável tanto em geometrias unidimensionais quanto a volumes tridimensionais, o método dos elementos finitos consiste em dividir o domínio que se deseja estudar em um número finito de segmentos, áreas ou volumes menores, designados por elementos finitos. O tipo de elemento finito depende da dimensão do problema, de modo que, para resolver problemas unidimensionais, são utilizados elementos finitos do tipo segmentos. Para resolver

problemas bidimensionais, são utilizados quadriláteros ou triângulos e, por fim, para sistemas tridimensionais, são frequentemente utilizados hexaedros, tetraedros ou pentaedros [9]. A Figura 1 ilustra um exemplo de discretização de um domínio contínuo em um número finito de elementos interligados pelos nós e formando uma malha de elementos finitos.

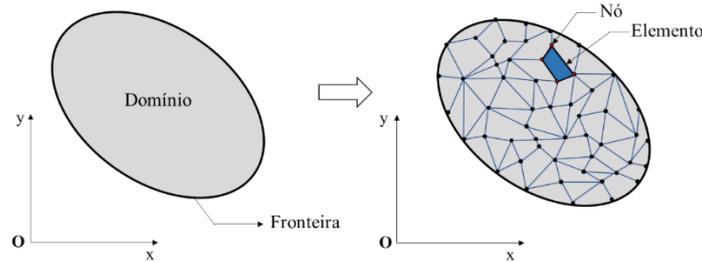


Figura 1: Discretização de um domínio contínuo em elementos finitos.

2.3 Modelo térmico em elementos finitos

Para solucionar a equação (1) computacionalmente, serão coletadas informações referentes às dimensões dos blocos da barragem de concreto para a definição de um modelo geométrico tridimensional no Ansys®. Em seguida, será criada uma malha em elementos finitos, que fragmentará o domínio de solução do problema em pequenas partes.

A representação da Equação (1) para a solução de um domínio constituído por elementos finitos é dada pela Equação 2 [8].

$$[C]\{\dot{T}_t\} + [K_T]\{T_t\} = \{H\} \quad (2)$$

onde $[C]$ é a matriz de calor específico, $[K_T]$ é a matriz de condutibilidade, $\{H\}$ é o vetor de fluxo de calor aplicado. Analogamente à equação (1), a matriz $[C]$ representa a propriedade termodinâmica dos elementos, no que diz respeito à capacidade de armazenamento de energia dos mesmos. Da mesma forma, a matriz $[K_T]$ representa as propriedades de transporte dos elementos, isto é, a capacidade de difusão de calor e de condutividade térmica dos mesmos.

A Equação 2 descreve matematicamente um sistema de equações variantes no tempo a ser solucionado conforme as condições de temperatura iniciais e de contorno do modelo em elementos finitos. A partir destas condições, o Ansys® aplica um método de solução iterativo chamado de “regra trapezoidal generalizada”, conforme a Equação 3 [8]. Suscintamente, o método consiste em calcular os valores de temperatura em cada nó de elementos finitos a partir do estado de temperaturas imediatamente anterior, considerando a variação de tempo entre os dois estados de temperatura e uma constante de peso para a predição de valores a cada passo de tempo, chamado de parâmetro de integração transiente.

$$\{T_{n+1}\} = \{T_n\} + (1 - \theta)\Delta t(\dot{T}_n) + \theta\Delta t\{\dot{T}_{n+1}\} \quad (3)$$

onde θ é o parâmetro de integração transiente, de valor constante $\theta = 0.5$, $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, $\{T_n\}$ são as temperaturas nodais no tempo t_n , $\{\dot{T}_n\}$ é a aproximação da primeira derivada temporal das temperaturas nodais no tempo t_n .

O método trapezoidal generalizado requer que os valores de temperatura inicial $\{T_0\}$ e $\{\dot{T}_0\}$ sejam conhecidos. Estas condições iniciais podem ser definidas tanto diretamente para $\{T_0\}$ ou realizando uma análise estática antes da análise transiente.

Uma vez que o procedimento de cálculo iterativo é realizado para cada nó, após a conclusão, os valores de temperatura de cada elemento são concatenados utilizando a Equação 4 [8].

$$\{Q_e^c\} = [C_e] \dot{T}_e \quad (4)$$

onde $\{Q_e^c\}$ é o vetor de calor do elemento, $[C_e]$ é a matriz de amortecimento do elemento e \dot{T}_e é a temperatura média entre o tempo T_n e T_{n+1} . A temperatura nodal resultante é calculada como o negativo da soma das

temperaturas sobre todos os elementos conectados ao nó [8].

3 Método

3.1 Análise do bloco D38 da barragem de Itaipu

O bloco D38 está localizado na margem lateral direita de Itaipu, dentre 65 blocos do mesmo tipo construídos. Todos os blocos do tipo D possuem geometria idêntica, que pode ser conferida na Figura 2. O bloco D38 possui 53 metros de altura, e sua crista possui 17 metros de comprimento. Longitudinalmente, o bloco possui extensão de 53 metros [5].

Para o acompanhamento do comportamento térmico do bloco D38, este dispõe de dois termômetros superficiais, TS-D-03 e TS-D-04, um termômetro interno TI-D-01, e de termômetros instalados em cada uma das seis rosetas de deformímetros inseridas no bloco. A localização dos instrumentos pode ser conferida na Figura 3.

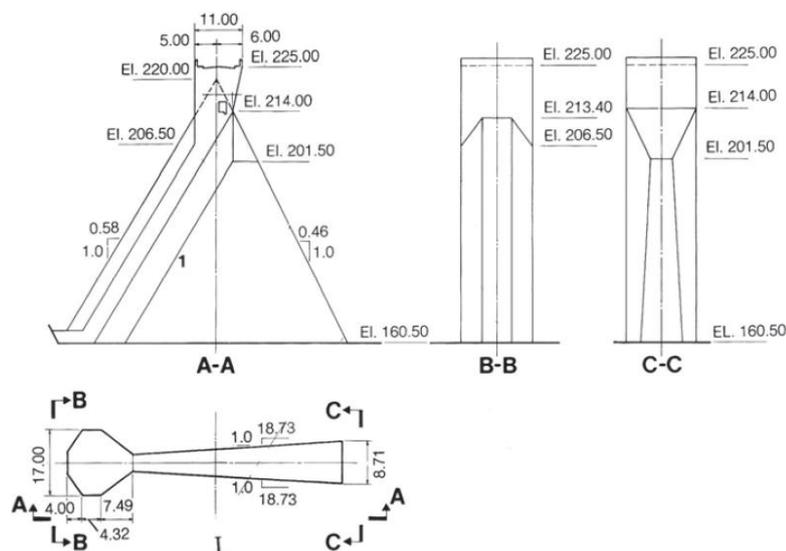


Figura 2 – Geometria dos blocos D

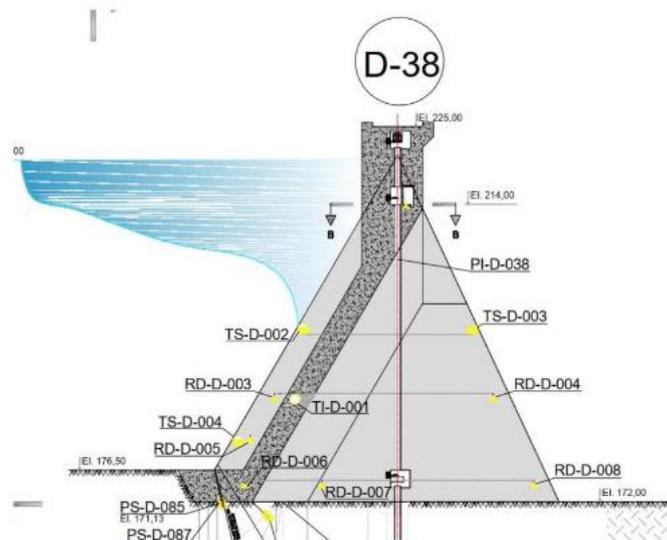


Figura 3 – Instrumentos instalados no bloco D38

3.2 Modelo computacional do bloco D38

Foi gerado um modelo geométrico tridimensional simplificado do bloco de contraforte D38 da barragem de concreto da Itaipu, na plataforma *workbench* do Ansys®, desconsiderando a presença de chanfros, drenagem, suportes e vigas. Em seguida, este foi dividido em partes menores, chamadas “sólidos”, respeitando as dimensões reais da estrutura.

Logo após, o modelo geométrico foi submetido ao procedimento de geração da malha tridimensional. Para isso, cada sólido foi fragmentado em elementos menores e de geometria do tipo hexaédrica (Figura 4), de modo a elevar a qualidade da malha gerada.

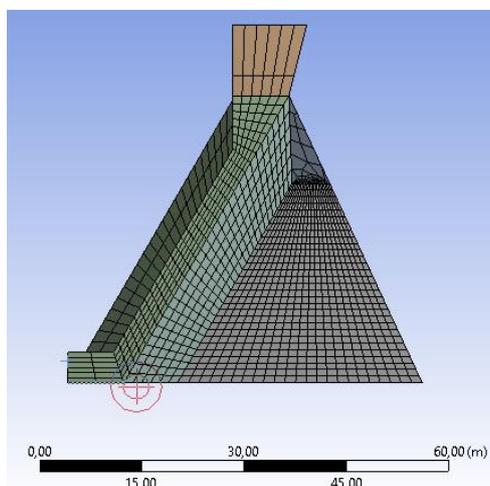


Figura 4: Modelo geométrico tridimensional com malha de elementos finitos.

3.3 Definição das constantes físicas

A Tabela 1 apresenta as constantes físicas consideradas para os cálculos termo estruturais realizados no Ansys®. As informações foram cedidas pelo Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens (CEASB).

Tabela 1. Parâmetros de simulação adotados.

Parâmetro	Valor
Densidade (kg/m ³)	2600
Coefficiente de expansão térmica (C ⁻¹)	1,4 E-5
Condutividade térmica isotrópica (W/m.K)	1,8492
Calor específico (J/Kg.K)	895,98

Definição das condições inicial e de contorno

As condições de contorno da simulação térmica foram definidas a partir dos dados dos termômetros superficiais TS-D-003 e TS-D-004 (Figura 3), sobre os anos de 2010 a 2016, considerando que a série de temperaturas registrada em cada instrumento é a mesma para toda a face da geometria tridimensional na qual estão posicionados. Internamente, foi considerada uma temperatura média inicial de 24 °C.

4 Resultados e Discussão

Ao final da simulação, foi obtida a distribuição de temperaturas para cada intervalo de tempo definido (passo de tempo). A Figura 5 ilustra a distribuição de temperaturas obtida. O campo de temperaturas final, apresentado

na Figura 5, refere-se ao último dia do ano de 2016, no verão. Podemos notar que, internamente, o bloco está mais frio do que na superfície. Isto se deve ao fenômeno da sazonalidade, em que, devido à característica de transferência de calor lenta do concreto, o calor recebido no verão chegará ao núcleo somente no inverno. Assim, o bloco permanece frio internamente durante estações quentes, até que o calor recebido na superfície chegue ao seu interior, em estações frias.

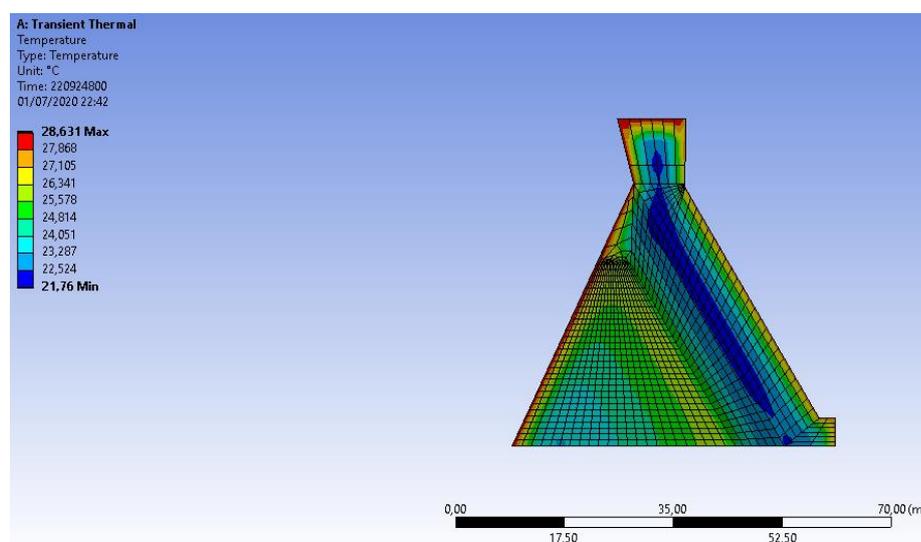


Figura 5: Distribuição de temperaturas no modelo.

Foi selecionado um ponto de interesse que contém um termômetro interno instalado TI-D-001 na estrutura real (Figura 3). Sobre este ponto foram extraídas as temperaturas calculadas para todo o período, a fim de compará-las com os dados reais disponíveis a partir do instrumento instalado. A superposição das curvas de temperatura real e simulada pode ser observada a seguir (Figura 6).

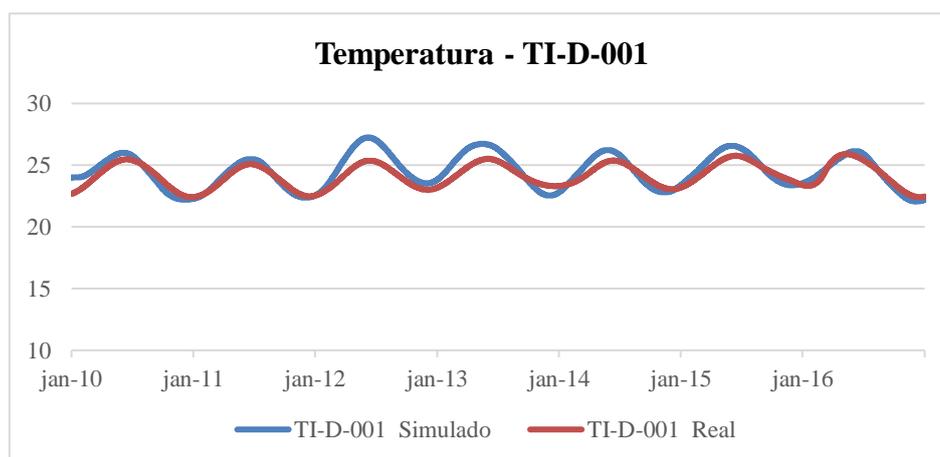


Figura 6: Distribuição dos dados reais e simulados ao longo do tempo.

Os dados de temperatura simulados para o termômetro interno TI-D-01 obtiveram um erro médio percentual absoluto (MAPE) de 2,64%, ou seja, apenas 2,64% dos dados não coincidem com os dados reais.

Também foram obtidas as séries de temperatura nos pontos correspondentes às rosetas de deformímetros instalados nos blocos, cuja localização pode ser consultada na Figura 3. A Tabela 2 indica os erros MAPE obtidos entre os dados reais e os dados obtidos computacionalmente.

Tabela 2. Erros MAPE entre as séries de dados de temperatura reais e simuladas nas posições das rosetas de deformímetros

Posição correspondente	Erro MAPE
RD-D-03	3,06 %
RD-D-04	5,84 %
RD-D-05	3,69 %
RD-D-06	8,07 %
RD-D-07	7,92 %
RD-D-08	4,67 %

Sendo assim, podemos afirmar que o modelo computacional conseguiu representar o processo de transferência de calor no interior do bloco de forma satisfatória, pois seu MAPE se manteve inferior a 10% em todos dos pontos analisados.

5 Conclusões

Neste trabalho, foi possível demonstrar o procedimento de modelagem térmica computacional de um bloco de concreto da barragem de Itaipu. Foi constatado que, para o bloco em análise, o comportamento térmico interno é satisfatoriamente modelado a partir da equação da difusão do calor, aplicada para considerando um material homogêneo, isotrópico e a ausência de fontes geradoras de calor em seu interior.

Além disso, foi verificada a eficácia no uso do método dos elementos finitos para a solução da equação diferencial parcial de difusão do calor, a partir da ferramenta computacional Ansys®, uma vez que foi obtido o campo de temperaturas que se aproxima, com boa precisão, da distribuição real de temperaturas experimentadas pela estrutura física.

Agradecimentos. Ao CEASB, pela concessão de recursos, conhecimento e espaço para a realização deste trabalho. À Itaipu Binacional, pela concessão de recursos, dados para estudo e incentivo à pesquisa.

Declaração de autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material que foi incluído aqui como parte deste artigo é de propriedade (e autoria) dos autores ou tem a permissão dos proprietários para serem incluídos aqui.

Referencias

- [1] Rosso, J. A.; Fiorini, A. S.; Porto, E. C. (1997). Barragem de itaipu - lições aprendidas com o comportamento térmico das estruturas do tipo gravidade aliviada e contraforte. Comitê Brasileiro de Grandes Barragens - *XXII Seminário Nacional de Grandes Barragens*, p. 161–176.
- [2] Maken, D. D.; Léger, P.; Roth, S. N. (2013). Seasonal thermal cracking of concrete dams in northern regions. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, American Society of Civil Engineers, v. 28, n. 4.
- [3] Incropera, F. P.; Dewitt, D. P. et al. (2011). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. [S.l.]: *John Wiley & Sons*.
- [4] M. Aurich. Simulação computacional do comportamento do concreto nas primeiras idades. São Paulo, 190 p, 2008.
- [5] Itaipu Binacional. Superintendência de Engenharia. Itaipu – Usina Hidrelétrica – Projeto: Aspectos de Engenharia. Foz do Iguaçu, 2009.
- [6] Santillán, D., Salet, E., and Toledo, M. Á. A new 1D analytical model for computing the thermal field of concrete dams due to the environmental actions. Elsevier, *Applied Thermal Engineering*, p160-171, 2015.
- [7] F. Jin, Z. Chen, J. Wang, J. Yang, Practical procedure for predicting non-uniform temperature on the exposed face of arch dams, *Appl. Therm. Eng.*, 2010.
- [8] ANSYS, Inc. (2004) Theory Reference. Canonsburg: *Ansys*.1067 p.
- [9] Dias T. F, Cruz j. P., Valente R. A Fontes, Alves S. R. Método dos elementos Finitos. *Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP, 2010.

Anexo B

Modelo termoestructural de um bloco de concreto da barragem de Itaipu a partir de dados de instrumentação e elementos finitos

Artigo em processo de publicação na revista IBRACON de Estruturas e Materiais

São Paulo - SP
2021

Thermo-structural model of Itaipu Dam concrete block from instrumentation data and finite elements

Modelo termoestrutural de um bloco de concreto da barragem de Itaipu a partir de dados de instrumentação e elementos finitos

Alice Mioranza de Almeida^a <https://orcid.org/0000-0002-3236-3493>

Edgar Manuel Carreno Franco^a <https://orcid.org/0000-0003-0700-4701>

Tásia Hickmann^b <https://orcid.org/0000-0001-5147-700X>

Samuel Bellido Rodrigues^b <https://orcid.org/0000-0002-9289-6670>

Jairo Marlon Corrêa^b <https://orcid.org/0000-0002-7778-8102>

Luis Antonio Sucapuca Aracayo^c <https://orcid.org/0000-0003-2218-1263>

^a Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE, Centro de Engenharias e Ciências Exatas, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil

^b Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Departamento de Matemática e Estatística, Medianeira, Paraná, Brasil

^c Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens - CEASB, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil

Abstract: Dams, particularly buttresses, are strongly influenced by temperature fluctuations. However, the equations that model the thermo-structural behavior of concrete don't usually have an exact solution. In this context, a numerical-computational modeling that describes the thermo-structural behavior of a block of buttresses at the Itaipu Hydroelectric Dam is proposed, via the Finite Element Method with the help of the Ansys® software. After simulating the model, the results were validated using data from instruments installed in the structure. An average absolute percentage errors (MAPE) close to 10% for the temperature and displacement of the concrete were obtained, which shows the applicability of the work as an auxiliary tool to the preventive maintenance operations of concrete dams.

Keywords: Finite Element Method, Ansys, Modeling, Numeric Simulation.

Resumo: As barragens, em particular as de contrafortes, são fortemente influenciadas pelas oscilações de temperatura. No entanto, as equações que modelam o comportamento termoestrutural do concreto normalmente não possuem solução exata. Neste contexto, é proposta uma modelagem numérico-computacional que descreve o comportamento termoestrutural de um bloco de contrafortes da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, via Método dos Elementos Finitos com auxílio do software Ansys®. Após a simulação do modelo, os resultados foram validados utilizando dados provenientes de instrumentos instalados na estrutura. Obteve-se erros médios percentuais absolutos (MAPE) próximos a 10% para a temperatura e deslocamento do concreto, o que evidencia a aplicabilidade do

trabalho como uma ferramenta auxiliar às operações de manutenção preventiva de barragens de concreto.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos, Ansys, modelagem, simulação numérica.

How to cite: A. M. Almeida, E. M. C. Franco, T. Hickmann, “Thermo-structural model of Itaipu dam concrete block from instrumentation data and finite elements” *Rev. IBRACON Estrut. Mater.*

Corresponding author: Alice Almeida. E-mail: alice.almeida@unioeste.br

Financial support: The research was sponsored by PTI/BR (Itaipu Technological Park – Brazil) through the CEASB (Center for Advanced Studies on Dam Safety) with covenant number 4500039992.

Conflict of interest: Nothing to declare.

1 INTRODUÇÃO

A segurança de barragens constitui uma questão de extrema importância e que deve ser incorporada em todas as fases de desenvolvimento destas construções, tais como planejamento, projeto, construção, operação e manutenção. Neste sentido, os programas de segurança de barragens possuem o propósito de reconhecer os potenciais perigos que a estrutura oferece e está sujeita e reduzi-los a níveis aceitáveis e seguros. As possíveis anomalias na estrutura podem deste modo serem corrigidas a tempo, diminuindo consideravelmente a possibilidade de perdas socioeconômicas, vidas e desastres ambientais.

Dentre as diversas grandezas mensuradas para posterior análise da saúde e segurança de uma estrutura, destaca-se a temperatura, uma vez que as barragens estão sujeitas a mudanças na sua temperatura interna em função do calor de hidratação, durante a fase de construção, e posteriormente, na fase de operação, devido a variação da temperatura ambiente. Além disso, segundo Rosso *et al* [1], as barragens de contrafortes são fortemente influenciadas pelas oscilações de temperatura. Maken *et al* [2] destacam que as cargas térmicas que incidem sobre a superfície da barragem são oriundas da radiação solar e das variações de temperatura do ar, fundação e reservatório e estas podem ocasionar deformações e alterações volumétricas

significativas, exceder a resistência à tração do concreto e conseqüentemente desenvolver fissuras na estrutura.

As tensões de origem térmica na estrutura estão ligadas a processos de transferência de calor, que se manifestam conforme a característica sazonal das temperaturas no local, e podem ser representados analiticamente por meio de equações não lineares, algébricas, diferenciais parciais e/ou integrais. A região de solução (bloco em análise) normalmente tem geometria complexa e, matematicamente, as soluções exatas muitas vezes são indisponíveis. Por isso, os modelos matemáticos que representam o processo de transferência de calor deste tipo são frequentemente solucionados de forma aproximada por meio de métodos numéricos tais como o Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Volumes Finitos (MVF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) [3].

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico elaborado para a aproximação da solução de uma variedade de problemas da engenharia que possuem domínios complexos sujeitos a condições de contorno genéricas, descritos por equações diferenciais. Esta técnica se baseia na decomposição do domínio da solução em regiões de forma simples, os chamados elementos, para os quais são construídas soluções aproximadas, sistematicamente, a partir dos métodos variacionais ou dos resíduos ponderados. A solução do problema é obtida a partir da reconstrução do domínio com as soluções individuais de cada elemento, garantindo a continuidade nas fronteiras entre os elementos, conforme referido por Zienkiewicz [8] e demais autores posteriormente [9]-[13].

Neste contexto, o método dos Elementos Finitos é o método mais aplicado em análises térmicas e estruturais de materiais, como o concreto, uma vez que esta ferramenta matemática possui avançado grau de desenvolvimento alcançado, além de facilitar o estabelecimento de analogias ao sistema físico real [16]. Assim, é proposto um modelo termoestrutural de um bloco de concreto da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, em fase de operação, a partir de dados de instrumentação e elementos finitos com o auxílio do software Ansys [17]. Na seção seguinte será apresentado o método proposto.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

A barragem principal de Itaipu é composta por blocos de concreto dos tipos gravidade aliviada e contrafortes [18]. Este trabalho analisou um dos 64 blocos de concreto da barragem principal, do tipo contrafortes (Figura 1), localizado no trecho lateral direito da barragem de Itaipu, devido à maior disponibilidade de dados.

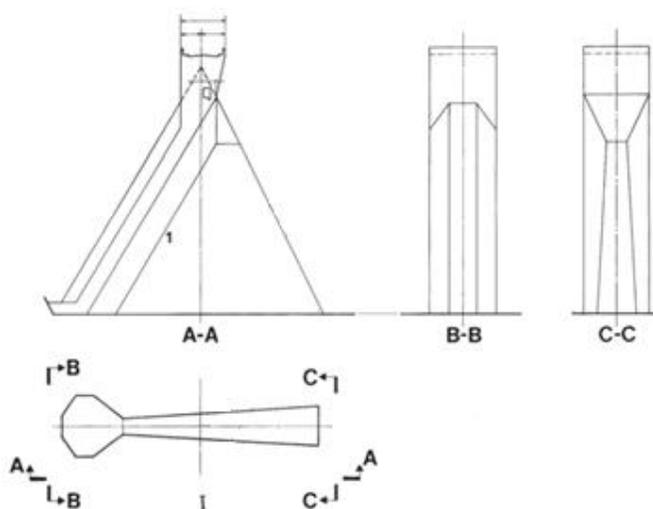
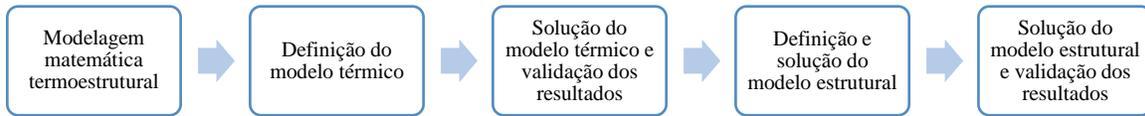


Figura 1. Bloco de contrafortes

Para alcançar o objetivo enunciado anteriormente, o trabalho foi dividido em cinco etapas. A primeira etapa consistiu na modelagem matemática termoestrutural, seguida pela segunda etapa de modelagem geométrica e discretização da estrutura em elementos finitos. Na segunda etapa, foi gerado o modelo térmico do bloco em estudo, a partir da definição das condições iniciais e de contorno que modelam o comportamento térmico da barragem de concreto. Na terceira etapa, após a definição dos parâmetros físicos do concreto e do tratamento dos dados de entrada, o modelo térmico foi solucionado numericamente, obtendo-se os campos de temperatura internos do bloco para determinado intervalo de tempo. Estes resultados foram validados utilizando dados reais de termômetros instalados internamente à estrutura. Na quarta etapa, o modelo estrutural foi desenvolvido e solucionado computacionalmente. Por fim, na quinta etapa foram obtidos os campos de deformações estruturais, que foram validados por meio da comparação dos dados simulados com os dados reais de instrumentação. O fluxograma a seguir ilustra a sequência dos procedimentos adotados.



2.1 Modelagem matemática termoestrutural

As barragens de concreto são consideravelmente sensíveis às variações de temperatura ([1], [4]). Por isso, estes carregamentos térmicos são constantemente analisados, uma vez que estão relacionados a fissuras na estrutura de concreto [2], [5]. Para realizar uma análise numérica destes fenômenos físicos é utilizada a abordagem matemática das leis físicas de transferência de calor, que enunciam os processos de condução, convecção e radiação. Internamente à estrutura, o comportamento térmico do concreto é governado pelo processo de condução.

Matematicamente, o processo de condução é descrito pela Equação 1, chamada de equação da difusão do calor, considerando ausência de geração interna de calor, material isotrópico e elástico [3]. A Equação 1 estabelece que, em qualquer ponto do meio, a taxa de transferência de energia por condução para uma unidade de volume deve ser igual à taxa de variação de energia térmica armazenada no interior desse volume.

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 T \quad (1)$$

onde T é a temperatura (em K) como função do espaço e tempo, t é o tempo (em s), λ é a condutividade térmica (em $W/m.K$), ρ é a densidade (em $kg.m^3$), c é o calor específico (em $J/kg.K$) e α é a difusividade térmica (em m^2/s).

Para solucionar a Equação 1 numericamente, foi utilizado o software Ansys® [17]. Este é um software CAE (*Computer Aided Engineering*) capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas para diversas variáveis às quais uma estrutura pode estar submetida, dentre elas a temperatura, diretamente relacionada a processos de transferência de calor. Além disso, esta ferramenta computacional utiliza a modelagem matemática baseada no método dos elementos finitos para solucionar a equação da difusão de calor [6].

Foram coletadas informações de projeto referentes às dimensões dos blocos da barragem de concreto para a definição de um modelo geométrico tridimensional no Ansys® [17]. Em

seguida, criou-se uma malha em elementos finitos, que fragmentou o domínio de solução, inicialmente contínuo, para um problema com domínio discreto.

A representação da Equação 1 para a solução de um domínio constituído por elementos finitos é dada pela Equação 2 [6].

$$[C]\{\dot{T}_t\} + [K_T]\{T_t\} = \{H\} \quad (2)$$

onde $[C]$ é a matriz de calor específico, $[K_T]$ é a matriz de condutibilidade, $\{H\}$ é o vetor de fluxo de calor aplicado.

Analogamente à Equação 1, a matriz $[C]$ representa a propriedade termodinâmica dos elementos, no que diz respeito à capacidade de armazenamento de energia dos mesmos. Da mesma forma, a matriz $[K_T]$ representa as propriedades de transporte dos elementos, isto é, a capacidade de difusão de calor e de condutividade térmica dos mesmos.

O procedimento para determinar as tensões originadas a partir das mudanças de temperatura em estruturas divide-se em dois passos. Primeiramente, obtém-se os campos de temperatura (Variações de temperatura). Em seguida, as variações de temperaturas ΔT são aplicadas como deformações ou tensões iniciais na estrutura, a fim de calcular as tensões térmicas devido às variações de temperatura [6].

As relações de tensão-deformação de sólidos submetidos a variações de temperatura, são compreendidas avaliando-se a deformação elástica do corpo. Inicialmente, a deformação térmica à qual o corpo é submetido devido à diferença de temperaturas é dada pela Equação 3 [6].

$$\varepsilon_0 = \alpha \Delta T \quad (3)$$

onde α é o coeficiente de expansão térmica, $\Delta T = T_2 - T_1$ é a variação de temperatura.

A deformação total devido ao carregamento térmico é dada pela Equação 4 [6].

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_0 \quad (4)$$

onde ε_e é a deformação elástica devido ao carregamento mecânico e ε_0 é a deformação inicial. Pode ser reescrito a partir da Expressão 5 [6].

$$\varepsilon = E^{-1}\sigma + \alpha \Delta T \quad (5)$$

Inversamente, a tensão é dada pela Equação 6.

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (6)$$

Por fim, o Ansys® [17] calcula as tensões e deformações estruturais em pontos de integração dos elementos conforme as Equações 7 e 8 [6].

$$\{\varepsilon^{el}\} = [B]\{u\} - \{\varepsilon^{th}\} \quad (7)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^{el}\} \quad (8)$$

onde $\{\varepsilon^{el}\}$ é a deformação que causa tensão em cada elemento, $[B]$ é a matriz tensão-deformação calculada no ponto de integração, $\{u\}$ é o vetor de deslocamento nodal, $\{\varepsilon^{th}\}$ é o vetor de deformação térmica, $\{\sigma\}$ é o vetor de tensão, $[D]$ é a matriz de elasticidade.

2.2 Modelagem computacional

Foi gerado um modelo geométrico tridimensional simplificado do bloco D38 da barragem de concreto da Itaipu, na plataforma workbench do Ansys®, desconsiderando a presença de chanfros, drenagem, suportes e vigas. Em seguida, este foi dividido em partes menores, chamadas “sólidos”, respeitando as dimensões reais da estrutura.

Logo após, os modelos geométricos foram submetidos ao procedimento de geração da malha tridimensional. Para isso, cada sólido foi fragmentado em elementos menores e de geometria do tipo hexaédrica, de modo a elevar a qualidade da malha gerada. A Figura 5 ilustra a composição final do modelo em elementos finitos, após a geração da malha.

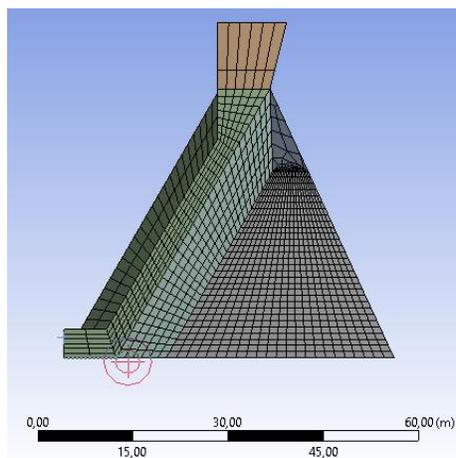


Figura 5. Modelo geométrico tridimensional do bloco D38 com malha de elementos finitos.

2.2.1. Definição das constantes físicas do material

Para a correta representação do comportamento estrutural do bloco de concreto, foram obtidos os parâmetros físicos da estrutura. A Tabela 1 apresenta as constantes físicas consideradas para os cálculos termo-estruturais realizados no Ansys® [17]. As informações foram disponibilizadas pelo Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens (CEASB).

Tabela 1. Parâmetros do concreto

Parâmetro	Valor
Densidade (kg/m ³)	2600
Coefficiente de expansão térmica (C ⁻¹)	1,4 E-5
Condutividade térmica isotrópica (W/m.K)	1,8492
Calor específico (J/Kg.K)	895,98

2.2.2. Instrumentação e tratamento de dados

Foram disponibilizadas as séries temporais de dois termômetros superficiais TS-D-03 e TS-D-04; um termômetro interno TI-D-03, e seis rosetas de deformímetros RD-D-03, RD-D-04, RD-D-05, RD-D-06, RD-D-07 e RD-D-08. Estes instrumentos foram instalados no interior do concreto, no momento da construção da estrutura, juntamente com um deformímetro corretor, utilizado para medir as deformações autógenas do concreto, ou seja, devido a reações químicas internas ou perda de umidade. São destinados à medida de tensão e deformação, e efetuam esta medida indiretamente a partir da variação da distância entre dois pontos do corpo sujeito à deformação [7]. Além disso, estes instrumentos fornecem a temperatura do concreto no local de instalação. A localização dos instrumentos de medição pode ser verificada na Figura 2 [14].

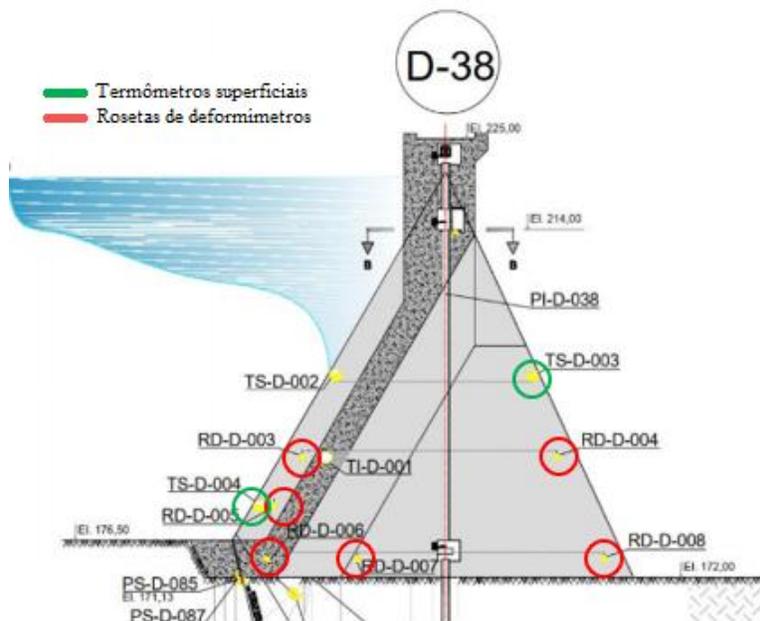


Figura 2. Localização dos instrumentos de medição do bloco de contrafortes.

Conforme a Figura 3, é possível identificar a orientação dos deformímetros das rosetas instaladas no bloco em relação à montante/jusante da barragem. A partir disso, foi obtida a correlação dos deformímetros das rosetas instaladas com a definição de coordenadas do Ansys® [17], para a avaliação dos resultados das simulações a serem relatadas a seguir.

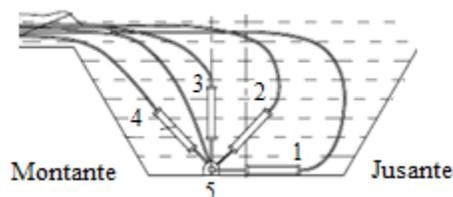


Figura 3. Vista lateral da disposição da roseta de deformímetros.

Cada roseta de deformímetros possui cinco deformímetros, sendo quatro deles dispostos no plano montante/jusante em relação ao reservatório, conforme a Figura 3, e um deformímetro disposto perpendicularmente a este plano. Para a avaliação dos resultados, foram selecionados os dados dos deformímetros correspondentes à posição 1 indicada na Figura 3.

Para aplicação computacional, os dados de temperatura dos termômetros deveriam ser no mínimo diários, no entanto existiam lacunas de dados em datas específicas. Por isso, foi necessário realizar o tratamento destes dados, de modo a compor uma série periódica de dados para entrada no modelo termoestrutural. A interpolação por Spline foi utilizada para

reconstruir a série a ser utilizada na simulação numérico-computacional e a Figura 4 apresenta os dados reais e a curva da *spline* obtida a partir destes dados.

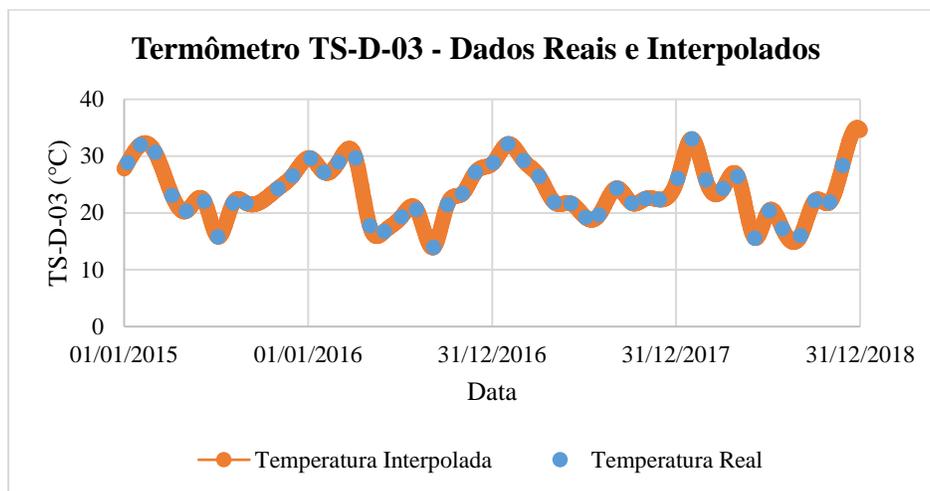


Figura 4. Interpolação por Spline cúbica para a série de temperatura do termômetro TS-D-03.

2.2.3 Modelo térmico

Após a definição das constantes físicas do material e do tratamento dos dados de entrada, o modelo tridimensional em elementos finitos foi submetido a um carregamento térmico, por meio da imposição da série de temperaturas registradas pelos termômetros nas faces superficiais da estrutura de concreto (Figura 6). Para isso, primeiramente foi selecionado o período de análise de 2015 a 2018, e os dados de instrumentação disponíveis foram tratados conforme a seguir.

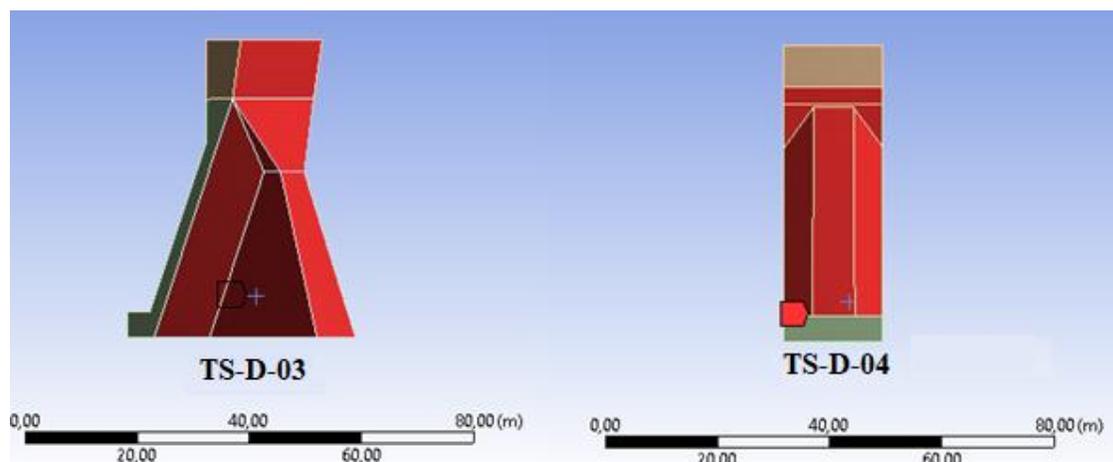


Figura 6. Definição das condições de contorno de temperatura superficial no bloco D38

A partir disso, o Ansys® [17] aplica o método dos elementos finitos para solucionar a equação da condução do calor, e calcula a distribuição interna de temperaturas do bloco.

Foram extraídas as temperaturas calculadas numericamente nas posições de instalação das rosetas RD-D-03, RD-D-04, RD-D-05, RD-D-06, RD-D-07, RD-D-08 (vide Figura 2). Estes instrumentos permitem a obtenção de temperatura, cujas medidas para o período de análise foram disponibilizadas pelo CEASB e foram utilizadas para validação do modelo térmico obtido computacionalmente.

2.2.3 Modelo estrutural

Os resultados obtidos pela solução do modelo térmico foram declarados como condição de contorno do modelo estrutural. Na sequência, foram modelados os efeitos da aceleração gravitacional, pressão hidrostática do reservatório e restrições de movimento nas laterais e na fundação.

A pressão exercida pelo reservatório foi representada pelo gradiente de pressão hidrostática nas faces à jusante do bloco, que estão em contato com a água. A pressão aumenta gradativamente do topo do reservatório à fundação, conforme ocorre no sistema físico real, conforme a Figura 7.

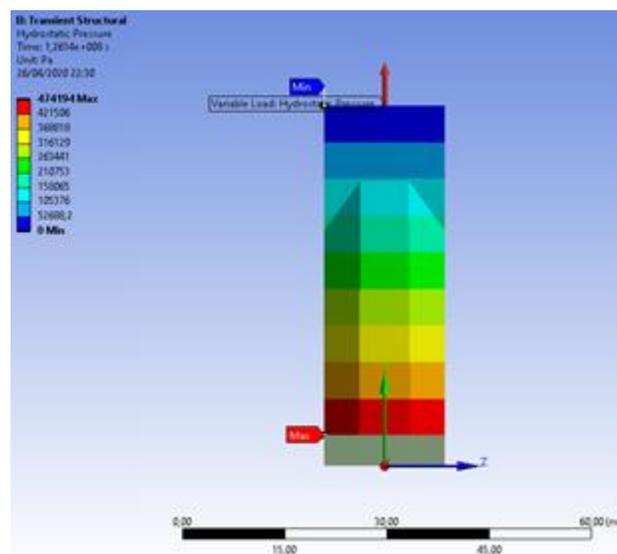


Figura 7. Definição da pressão hidrostática no Bloco D38.

Para representar os engastes e suportes da estrutura, foi imposta a restrição de movimento da fundação por meio da modelagem de um suporte fixo nas faces da base do corpo. Além disso, foi modelado um suporte do tipo sem fricção às faces laterais do corpo. Este suporte restringe movimentos e rotações na direção normal à face aplicada, e permite estes movimentos no sentido tangencial à face.

Em seguida, para avaliar os efeitos do carregamento térmico imposto ao modelo do bloco tridimensional, associados às restrições de deslocamento e carregamentos de peso próprio e pressão de reservatório, foram inseridas pontas de prova equivalentes às localizações dos instrumentos de medição das deformações axiais e deslocamentos da estruturas – as rosetas e os coordenômetros. A partir destas, foram extraídas as séries de dados a serem avaliados juntamente com os dados reais de instrumentação fornecidos.

Para validar a acurácia do modelo termoestrutural desenvolvido, foram calculados os erros médios percentuais absolutos (MAPE) entre os dados reais de instrumentação e as séries de dados dos campos de temperatura e deformação, após a solução numérica dos modelos térmico e estrutural, conforme a Equação 9, adaptada de Tayman e Swanson [15].

$$\frac{\sum \frac{|O_i - F_i|}{O_i}}{N} * 100 \quad (9)$$

onde O_i é o i -ésimo dado real, F_i é o dado experimental a ser avaliado, e N é o número de dados.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao final da simulação térmica foi obtida a distribuição de temperaturas para cada dia durante o período de análise compreendido entre 2015 e 2018. Na Figura 8 observa-se a distribuição de temperaturas do bloco D38 durante o ano de 2018. No canto superior esquerdo, observa-se a distribuição de temperaturas no início do outono (20/03), seguida pela distribuição de temperaturas durante o inverno (01/07) no canto superior direito. Na sequência, no canto inferior esquerdo, tem-se o campo de temperaturas durante a primavera (22/09) e, por fim, no canto inferior direito, observa-se a distribuição de temperaturas durante o verão, no último dia do ano (31/12).

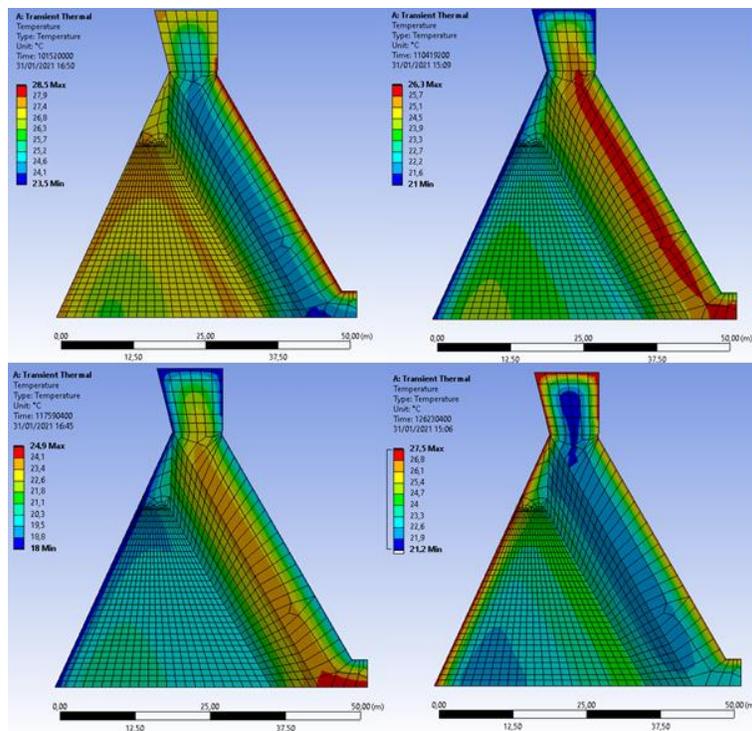


Figura 8. Campo de temperaturas internas ao bloco D38 durante o ano de 2018.

Nota-se que, internamente, o bloco está mais frio do que a superfície durante o verão, enquanto o inverso ocorre no inverno, quando internamente experimenta temperaturas mais quentes do que sua superfície. Isto se deve ao fenômeno da sazonalidade, em que, devido à característica de transferência de calor lenta do concreto, o calor recebido no verão chegará ao núcleo somente no inverno. Assim, o bloco permanece frio internamente durante estações quentes, até que o calor recebido na superfície chegue ao seu interior, em estações frias.

Na Figura 9, podemos observar a comparação entre os dados reais e os dados simulados de temperatura para a posição correspondente à roseta RD-D-03. Foi obtido um erro médio percentual absoluto (MAPE) de 4,5% (Equação 15).

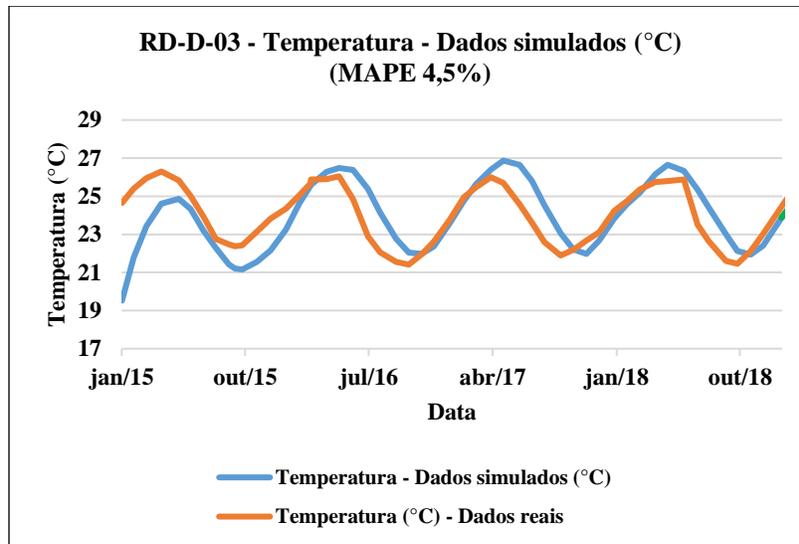


Figura 9. Distribuição dos dados reais e simulados de temperatura, na localização da roseta RD-D-03 para o período de 2015 a 2018.

A Tabela 2 indica os erros MAPE obtidos entre os dados reais e os dados obtidos computacionalmente para as séries de dados retiradas nas posições correspondentes às demais rosetas de deformímetros.

Tabela 2. Erros MAPE entre as séries de dados de temperatura reais e simuladas nas posições das rosetas de deformímetros

Posição correspondente	Erro MAPE
RD-D-04	5,8 %
RD-D-05	4,9 %
RD-D-06	7,0 %
RD-D-07	7,1 %
RD-D-08	8,4 %

Sendo assim, o modelo computacional conseguiu representar o processo de transferência de calor no interior do bloco de forma satisfatória, pois seu MAPE se manteve inferior a 10% em todos dos pontos analisados.

Ao final da simulação estrutural, foram obtidas as deformações axiais nas posições correspondentes às rosetas de deformímetros RD-D-03, RD-D-04, RD-D-05, RD-D-06, RD-D-07, RD-D-08. A Figura 10 apresenta a comparação entre as séries de dados de deformação

simuladas computacionalmente (na cor laranja) e os dados reais (na cor azul). Observa-se que o modelo computacional representa com boa precisão o comportamento termoestrutural do bloco.

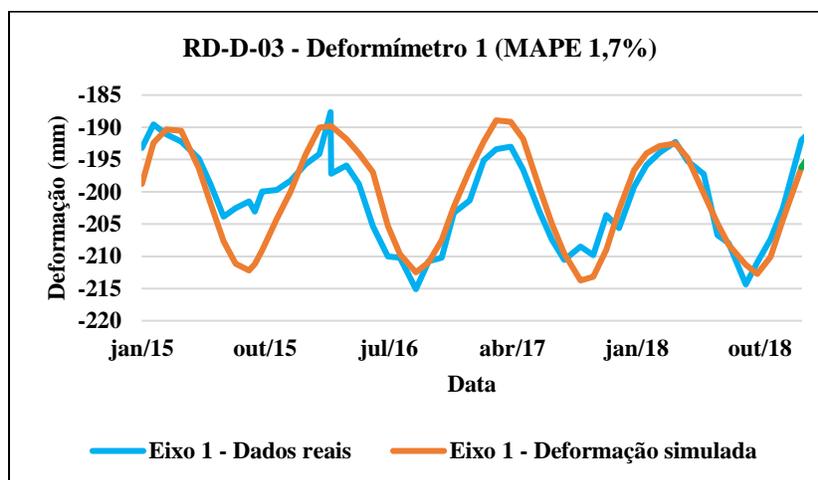


Figura 10. Distribuição dos dados reais e simulados de deformação, para o deformímetro 1 da roseta RD-D-03, para o período de 2015 a 2018.

Também foram obtidos os erros MAPE entre as séries de dados reais e simuladas nos pontos correspondentes as demais rosetas de deformímetros, conforme a Tabela 3.

Tabela 3. Erros MAPE entre as séries de dados de deformação reais e simuladas nas posições das rosetas de deformímetros

Posição correspondente	Erro MAPE
RD-D-04	2,3 %
RD-D-05	2,4 %
RD-D-06	10,8 %
RD-D-07	11,3 %
RD-D-08	4,7 %

Foram obtidos os campos de tensão no interior da estrutura e em sua superfície para um dia típico de inverno (Figura 11) e de verão (Figura 12), para analisar o comportamento estrutural devido à temperatura. Conforme a Figura 11 à esquerda, durante o inverno a estrutura sofre compressão em seu interior (simbolizado pelo gradiente de cores entre o azul e o verde, conforme a legenda). À direita da Figura 11, observa-se que a estrutura experimenta tração nas proximidades das paredes, conforme o gradiente de cores entre laranja e vermelho. No

verão ocorre o oposto, ou seja, no seu interior a estrutura é tracionada (Figura 12, à esquerda), e nas proximidades das paredes, predominam as tensões de compressão (Figura 12, à direita).

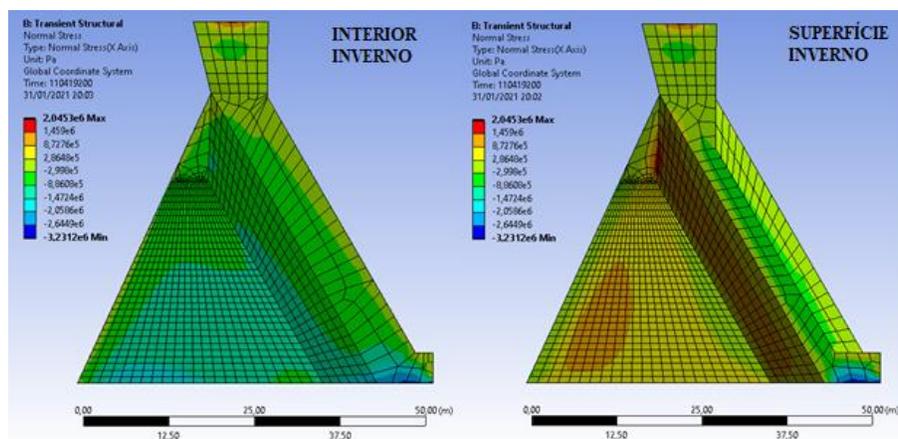


Figura 11. Campo de trações internas do bloco (à esquerda) e superficiais (à direita) para o dia 01/07/2018.

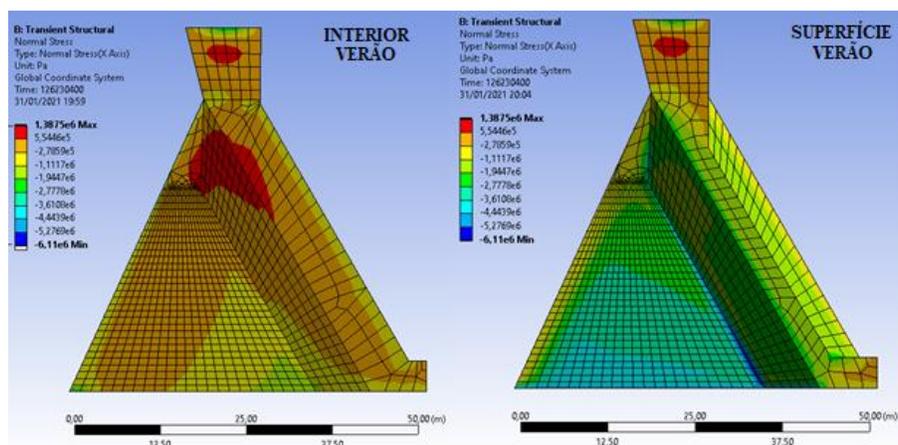


Figura 12. Campo de trações internas do bloco (à esquerda) e superficiais (à direita) para o dia 31/12/2018.

Este comportamento já foi descrito em análises anteriores realizadas por Rosso *et al* [1] para a estrutura de contrafortes da barragem de Itaipu Binacional, o que confirma a validade dos resultados obtidos a partir da solução do modelo termoestrutural desenvolvido.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto um modelo termoestrutural de um bloco de contrafortes da barragem de Itaipu Binacional. A partir da modelagem computacional realizada, foi obtido o campo de temperaturas que se aproxima, com boa precisão, à distribuição real de temperaturas experimentadas pela estrutura física. Além disso, conforme os resultados mostrados, o comportamento estrutural do bloco foi bem representado na maioria das regiões verificadas, e nos piores casos, manteve o erro médio percentual absoluto inferior a 12% para as séries de dados comparadas.

Assim, foi verificada a eficácia no uso do método dos elementos finitos para a solução da equação diferencial parcial de difusão do calor e das equações de tensão-deformação que modelam o comportamento termoestrutural, a partir da ferramenta computacional Ansys® [17]. Destaca-se a praticidade e precisão oferecida pela ferramenta computacional utilizada, considerando a complexidade da geometria e do modelo matemático solucionado.

Desta maneira, concluímos que o procedimento de análise a partir do Método dos Elementos Finitos é capaz de atingir um alto grau de fidelidade à dinâmica termoestrutural real do bloco em estudo, dependendo do quão fiéis são as condições de contorno aplicadas e as considerações realizadas, em relação ao sistema físico real. Sendo assim, os resultados obtidos revelam a aplicabilidade da ferramenta computacional utilizada, por sua eficácia e facilidade de manipulação, em aplicações de segurança de barragens e manutenções preventivas da estrutura.

AGRADECIMENTOS

Ao CEASB, pela concessão de recursos, conhecimento e espaço para a realização deste trabalho. À Itaipu Binacional, pela concessão de recursos, dados para estudo e incentivo à pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] J. A. Rosso, A. S. Fiorini, E. C. Porto, Barragem de Itaipu - lições aprendidas com o comportamento térmico das estruturas do tipo gravidade aliviada e contraforte. Comitê Brasileiro de Grandes Barragens - XXII Seminário Nacional de Grandes Barragens, p. 161–176. 1997.

-
- [2] D. D. Maken, P. Léger, S. N. Roth, Seasonal thermal cracking of concrete dams in northern regions. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, American Society of Civil Engineers, v. 28, n. 4. 2013.
- [3] F. P. Incropera, D. P. Dewitt, et al. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. [S.l.]: John Wiley & Sons. 2011.
- [4] D. Santillán, E. Saleté, and M. Á. Toledo, A new 1D analytical model for computing the thermal field of concrete dams due to the environmental actions. Elsevier, *Applied Thermal Engineering*, p160-171, 2015.
- [5] F. Jin, Z. Chen, J. Wang, J. Yang, Practical procedure for predicting non-uniform temperature on the exposed face of arch dams, *Appl. Therm. Eng.*, 2010.
- [6] Ansys, Inc. *Theory Reference*. Canonsburg: Ansys.1067 p. 2004.
- [7] S. F. Matos, Avaliação de instrumentos para auscultação de barragem de concreto. Estudo de caso: deformímetros e tensômetros para concreto na Barragem de Itaipu. Dissertação, Curitiba, PR: UFPR, 2002.
- [8] O.C. Zienkiewicz, Y.K. Cheung. *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, McGraw-Hill, Londres, Reino Unido, 1967.
- [9] T. F. Dias, J. P. Cruz, R. A. F. Valente, S. R. Alves. *Método dos elementos Finitos. Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP, 2010.
- [10] E. Madenci, I. Guven. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*-Springer US (2015).
- [11] J. N. Reddy, D. K. Gartling, *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics*. 3. ed. Florida: Crc Press, 2010. 515 p.
- [12] X. Chen, Y. Liu, *Finite Element Modeling and Simulation with Ansys Workbench*. Florida: Crc Press, 2015. 408 p.
- [13] S. C. Chapra, R. P. Canale. *Métodos numéricos para engenharia*. Tradução técnica: Helena Castro. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- [14] Itaipu Binacional. Superintendência de Engenharia. Itaipu – Usina Hidrelétrica – Projeto: Aspectos de Engenharia. Foz do Iguaçu, 2009.
- [15] J. Tayman, D. A. Swanson. On the validity of MAPE as a measure of population forecast accuracy. *Population Research and Policy Review* 18, 299–322 (1999). <https://doi.org/10.1023/A:1006166418051>
- [16] M. Aurich. *Simulação computacional do comportamento do concreto nas primeiras idades*. São Paulo, 190 p, 2008.
- [17] Ansys. (2019R2), Ansys, 2019. [Online]. Disponível: <https://www.ansys.com>
- [18] G.P. Schreiber. *Usinas Hidrelétricas*. Ed. Edgard Blucher, São Paulo, 1978.

Contribuições autorais: Tássia Hickmann: orientação, metodologia, escrita, revisão. Edgar M. C. Franco: orientação, supervisão, revisão. Jairo M. Côrrea: metodologia, orientação, revisão. Samuel B. Rodrigues: metodologia, orientação, revisão. Luis A. S. Aracayo: orientação, disponibilização de dados para estudo.