

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ – UNIOESTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE MÉDIA
GEOMÉTRICA E PORO NEUTRO PARA A DETERMINAÇÃO DA
CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA NÃO SATURADA DE UM
LATOSSOLO

GILBERTO COMIRAN

Cascavel – PR - 2006

GILBERTO COMIRAN

COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE MÉDIA
GEOMÉTRICA E PORO NEUTRO PARA A DETERMINAÇÃO DA
CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA NÃO SATURADA DE UM
LATOSSOLO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Agrícola, área de concentração em Engenharia de Recursos Hídricos e Meio Ambiente.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Maria Hermínia Ferreira Tavares.

GILBERTO COMIRAN

COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE MÉDIA GEOMÉTRICA E PORO
NEUTRO PARA A DETERMINAÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA NÃO
SATURADA DE UM LATOSSOLO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Agrícola, área de concentração Engenharia de Recursos Hídricos e Meio Ambiente, aprovada pela seguinte banca examinadora:

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria Hermínia Ferreira Tavares
UNIOESTE/CCET – Cascavel - PR

Prof. Dr. Fábio Augusto Meira Cássaro
UEPG – Ponta Grossa - PR

Prof. Dr. Reginaldo Aparecido Zara
UNIOESTE/CCET – Cascavel - PR

Cascavel, 21 de julho de 2006

Dedico a Deus acima de tudo, para a minha esposa Verginia e aos meus filhos, Fernanda e Ciro, pela paciência e compreensão.

Agradecimentos

À Prof^a. Maria Hermínia Ferreira Tavares pela orientação e sugestões durante a realização do trabalho.

À minha família pela compreensão.

Aos demais professores, colegas e amigos que de alguma forma colaboraram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....	v
LISTA DE FIGURAS.....	vi
RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	x
1 INTRODUÇÃO.....	01
1.1 Objetivo.....	01
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	04
2.1 Condutividade Hidráulica.....	04
2.2 Determinação da Condutividade Hidráulica do Solo não Saturado.....	05
2.3 Geometria Fractal e Dimensão Fractal.....	06
2.4 Escalonamento Fractal	11
2.5 Dimensão Fractal do Volume do Poro.....	12
2.6 Dimensão Fractal do Poro Superficial.....	12
2.7 Dimensão Fractal da Conectividade.....	14
2.8 Relação entre Diferentes Dimensões Fractais.....	15
2.9 Modelos Fractais em Propriedades Hidráulicas do Solo.....	17
2.9.1 Retenção de Água no Solo.....	17
2.9.2 Estimação da Condutividade Hidráulica.....	26
2.10 Redistribuição da Água no Solo.....	38
2.11 Avaliação do Desempenho dos modelos.....	38
3 MATERIAL E MÉTODOS.....	41
3.1 Localização e Caracterização da Área.....	41
3.2 Obtenção do Potencial Matricial através de Tensiômetro	43
3.3 Determinação da Curva de Retenção.....	44
3.4 Obtenção da Condutividade Hidráulica.....	45
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	46
4.1 Umidade Volumétrica em função da Tensão da Água no solo.....	46
4.2 Valores do Potencial da Água no Solo.....	48
4.3 Valores da Umidade Volumétrica do Solo.....	49
4.4 Determinação da Relação $K(\theta)$	53
4.5 Modelo do Poro Neutro.....	56
4.6 Modelo da Média Geométrica.....	58
4.7 Comparação entre os dois Modelos.....	61
4.8 Comparação Estatística dos Modelos.....	62
5 CONCLUSÕES.....	63
6 REFERÊNCIAS.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Curva de Koch.....	08
Tabela 2.2	Critérios para análise de desempenho de um modelo quanto à exatidão.....	39
Tabela 4.1	Valores dos Teores da Água Obtidos com a Aplicação de Tensão em Laboratório.....	46
Tabela 4.2	Parâmetros Empíricos e Umidade de Saturação.....	46
Tabela 4.3	Valores do Potencial Total da água no solo.....	48
Tabela 4.4	Valores do Teor de Umidade Volumétrica do Solo.....	50
Tabela 4.5	Valores da Condutividade Hidráulica em Função do Tempo.....	53
Tabela 4.6	Valores da Condutividade Hidráulica pelo Modelo do Poro Neutro.....	56
Tabela 4.7	Valores da Condutividade Hidráulica em Função do Tempo pelo Modelo da Média Geométrica.....	58
Tabela 4.8	Resultados da análise estatística entre os valores da condutividade hidráulica, preditas pelos modelos da Média Geométrica e do Poro Neutro e os valores experimentais..	62

LISTA DE SÍMBOLOS

M_t	Massa total
M_s	Massa dos sólidos
M_{ar}	Massa do ar
V_t	Volume total
V_s	Volume dos sólidos (ou das partículas)
ρ_s	Densidade dos sólidos (ou de partículas)
ρ	Densidade global
ε	Porosidade
u	Umidade à base de massa
θ	Umidade volumétrica
σ	Tensão superficial
d	Diâmetro
r	Raio do poro
g	Aceleração da gravidade
ψ	Potencial matricial
θ_s	Umidade de saturação
θ_r	Umidade residual
D_f	Dimensão fractal de fracionamento
α, m, n	Parâmetros de ajuste do modelo de Van Genuchten
D_v	Dimensão fractal do volume do poro
D_s	Dimensão fractal do poro superficial
D_m	Dimensão fractal da massa
S_e	Saturação efetiva
D_f	Dimensão fractal de fragmentação
ϕ_m	Porosidade macroscópica
ϕ	Porosidade

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Construção do Terço Central de Cantor.....	08
Figura 2.2	Perímetro da Curva de Koch tendendo ao Infinito.....	09
Figura 2.3	Construção do Tapete de Sierpinski.....	09
Figura 2.4	Fragmentos Derivados da Esponja de Menger.....	10
Figura 2.5	Objetos Fractais Naturais.....	11
Figura 3.1	Desenho Esquemático da Área Experimental com a Localização das Baterias de Tensiômetros.....	42
Figura 3.2	Vista da Estrutura do Experimento.....	43
Figura 3.3	Vista da Área Inundada com as Baterias de Tensiômetro ao Centro.....	44
Figura 4.1	Umidade do Solo em Função do Potencial.....	47
Figura 4.2	Curvas do Potencial Total em Função do Tempo.....	49
Figura 4.3	Curvas da Umidade com a Utilização de tensiometria.....	50
Figura 4.4	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 20 cm.....	54
Figura 4.5	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 40 cm.....	54
Figura 4.6	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 60 cm.....	58
Figura 4.7	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 80 cm.....	58
Figura 4.8	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 10 cm.....	58
Figura 4.9	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 20 cm.....	59
Figura 4.10	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 40 cm.....	59
Figura 4.11	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 60 cm.....	59
Figura 4.12	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 80 cm.....	59
Figura 4.13	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 20 cm com os três Métodos.....	61
Figura 4.14	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 40 cm com os três Métodos.....	61
Figura 4.15	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 60 cm com os três Métodos.....	62
Figura 4.16	Curva da Condutividade Hidráulica em Função da Umidade na Profundidade de 80 cm com os três Métodos.....	62

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se a aplicação de um modelo para se estimar a condutividade hidráulica de solos não saturados, utilizando os conceitos da Geometria Fractal e das leis de Laplace e de Poiseuille. Para a obtenção da curva de retenção de água, foi utilizada a câmara de pressão de Richards e os dados experimentais de condutividade hidráulica, em função da umidade do solo, foram obtidos através do Método de Hillel com a utilização de tensiometria, conforme um modelo de potência. A equação de van Genuchten, com seus parâmetros, foi utilizada para a obtenção da condutividade hidráulica. A aplicação dos modelos da Média Geométrica e do Poro Neutro sugerido por Fuentes mostrou-se simples e capaz de prever a condutividade hidráulica satisfatoriamente.

Palavras-chave: Condutividade hidráulica, modelo fractal, curva de retenção da água no solo.

ABSTRACT

COMPARISON BETWEEN THE MODELS OF GEOMETRIC AVERAGE AND NEUTRAL PORE FOR THE DETERMINATION OF THE UNSATURATED HYDRAULIC CONDUCTIVITY OF A LATOSSOLO

In this work, it is shown an application of a model to obtain the hydraulic conductivity of soils no saturated using concepts Fractal Geometry and the laws of Laplace and of Poiseuille. For the obtaining of the soil water retention curve it was used the camera of pressure of Richards and the experimental data of hydraulic conductivity in function of the soil water content were obtained through the Method of Hillel with the tensiometry use, according to a potency model. The equation van Genuchten with their parameters was used for the obtaining of the hydraulic conductivity. The application of the models of the Geometric Average and of the Neutral Pore suggested by Fuentes was shown simple and capable of predicting the hydraulic conductivity satisfactorily.

Keywords: Hydraulic conductivity, fractal model, soil water retention curve.

1 INTRODUÇÃO

O estudo das características hidrodinâmicas do solo através do emprego de métodos modernos de análise, tais como: Variabilidade Espacial e Temporal, Teoria dos Fractais e Espaços de Estados, tem sido motivo de inúmeros trabalhos. Também os trabalhos de pesquisa relativos a métodos e equipamentos para quantificar o teor de água no solo são importantes para a agricultura e irrigação de precisão. As técnicas para se determinar o teor de água no solo são várias, porém nenhuma delas consegue satisfazer todas as necessidades e requisitos básicos para tornar-se o método ou técnica ideal.

A caracterização da estrutura do solo com uma única variável, a qual retém a maioria das informações, é um desafio para os físicos de solo. As pesquisas nessa área, tradicionalmente, são direcionadas para a distribuição da estrutura porosa e dos agregados do solo. CARVALHO et al. (2002a) fizeram uso da análise fractal como modelo para analisar a distribuição dos agregados do solo, pois a distribuição espacial dos agregados de diferentes tamanhos não se deve ao acaso, mas, sim, resulta de processos naturais e de práticas culturais que definem a correlação espacial no solo, influenciada pelo pré-tratamento do mesmo.

O movimento da água no solo é um processo contínuo. No entanto, para fins de análise, são identificadas várias formas desse movimento, a saber: a infiltração, o armazenamento, a drenagem, a evaporação e a absorção pelas plantas. O movimento da água controla a dinâmica dos elementos químicos que intervêm nos processos de formação e evolução dos solos, na disponibilidade de nutrientes para as plantas e para atender a demanda hídrica, de práticas agrícolas.

Uma das formas de se analisar o movimento da água no solo é por meio da lei de Darcy, empregada em várias aplicações tais como: irrigação, drenagem e a contaminação de reservatórios subterrâneos. A aplicação da lei de Darcy exige o conhecimento das características hídricas do solo, em especial a relação entre o potencial matricial da água no solo (Ψ_m) e a umidade volumétrica do solo θ (Ψ) conhecida como curva característica da umidade do solo ou curva de retenção da

água no solo. Também a relação entre a condutividade hidráulica e a umidade volumétrica $K(\theta)$ é exigida para as aplicações da lei de Darcy.

A avaliação das características hidrodinâmicas do solo pode ser realizada por meio de métodos empíricos, utilizando algumas propriedades do solo, como a textura, a porosidade e a matéria orgânica.

O escalonamento fractal tem sido aplicado a solos, levando-se em conta tanto a sua distribuição de partículas como a distribuição dos poros, na tentativa de se caracterizar o espaço poroso no que diz respeito às suas propriedades de retenção e condução de água. Uma consideração importante nessas análises é a de que a geometria do espaço poroso do solo é o reflexo da geometria do espaço ocupado pelas partículas sólidas e que, portanto, a dimensão fractal da distribuição de poros do solo pode ser avaliada por meio da dimensão fractal da sua distribuição de partículas.

Recentemente, FUENTES et al. (2005) utilizaram conceitos da Geometria Fractal, no intuito de justificar as correções empíricas empregadas nos modelos clássicos de determinação da condutividade hidráulica. Propuseram esta abordagem fractal para unificar os modelos. A abordagem permite a obtenção de novos modelos particulares da condutividade hidráulica, nos quais são introduzidas hipóteses adequadas de definição do tamanho do poro.

O objetivo deste trabalho é a aplicação de dois modelos fractais para a estimativa da condutividade hidráulica dos solos não saturados, utilizando os modelos do Poro Neutro e da Média Geométrica, e comparando os valores obtidos com estes modelos com os valores obtidos experimentalmente por meio da tensiometria a campo.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Condutividade hidráulica

Segundo REICHARTD & TIMM (2004), a condutividade hidráulica depende das propriedades do líquido e do meio poroso. Experimentalmente, verificou-se que, para um material poroso rígido, é válida a seguinte fórmula:

$$K = \frac{\rho \cdot \rho_e \cdot g}{\eta} \quad (2.1)$$

onde ρ é uma propriedade do solo chamada permeabilidade intrínseca (m^2) que depende do arranjo geométrico de suas partículas e de sua umidade, as quais determinam a seção transversal útil ao fluxo; ρ_e é a densidade do fluido (água) em ($kg \cdot m^{-3}$); g é a aceleração da gravidade, em ms^{-2} . A condutividade hidráulica do solo é afetada por diversas variáveis: temperatura do solo, pressão, concentração de sais no solo, teor de água, etc.

O movimento da água no solo é relativamente lento, sendo regido pelas leis de Poiseuille e Laplace e descrito pela lei de Darcy-Buckingham:

$$q = -K(\theta) \frac{\Delta \Psi_t}{\Delta z} \quad (2.2)$$

onde q é o fluxo de água no solo (ms^{-1}); K a condutividade hidráulica ($m \cdot s^{-1}$); θ a umidade volumétrica do solo ($m^3 m^{-3}$); Ψ_t o potencial total da água no solo (m) e

$\frac{\Delta \Psi_t}{\Delta z}$ é o gradiente hidráulico (m^{-1}).

O gradiente hidráulico traduz a taxa de variação do potencial total ao longo do perfil do solo. A condutividade hidráulica K diminui com a redução da umidade θ , devido à ligação tortuosa entre os poros e os fenômenos de retenção de água pelo solo. Como K depende da geometria do espaço poroso, sua variação é

acentuada de solo para solo. Essa variação pode ocorrer no mesmo solo, devido às variações estruturais e de compactação.

Define-se tortuosidade de um meio poroso ao quadrado da razão entre a distância real percorrida por uma molécula de água e a distância em linha reta. Esse parâmetro é adimensional e, em geral, varia de 1 a 2. Também devido a esse fato a densidade de fluxo q difere da velocidade (REICHARDT & TIMM 2004).

Segundo LOYOLA & PREVEDELLO (2004), a avaliação do processo de redistribuição da água no solo, em condições de campo, demanda considerável tempo e apreciável custo, porque as propriedades hidráulicas do solo sofrem extensa variabilidade espacial e estão sujeitas às freqüentes alterações no tempo. Esse processo é útil para a Ciência do Solo e a Engenharia Agrícola, em aplicações como a irrigação, drenagem, erosão, biologia da fauna e flora do solo, lixiviação de elementos químicos e orgânicos, poluição do solo e da água.

2.2 Estimação da condutividade hidráulica do solo não saturado

Segundo CHILDS & COLLIS-GEORGE (1950), o solo consiste de um pacote de tubos capilares cilíndricos de diferentes diâmetros, no qual a água se desloca. Se a água encontra-se em equilíbrio nos microporos, a condutividade hidráulica pode ser estimada pelo cálculo do fluxo através destes poros. Este modelo é baseado no fato de que cada capilar obedece a Lei de Poiseuille, na qual o fluxo laminar de um fluido é descrito por:

$$q = \frac{R^2 \Delta P}{8Lv} \quad (2.3)$$

onde ΔP é a diferença de pressão hidrostática através do comprimento (L); R o raio capilar; v a viscosidade do fluido e q o volume de água fluindo por unidade de tempo.

Essa equação mostra a desproporcionalidade dos macroporos em transmitir a água, pois o fluxo de água nos poros é proporcional a R^3 e a área da secção transversal de um único macroporo é proporcional a R^2 : um poro longo com a mesma secção transversal de vários microporos transmitirá uma maior quantidade de água, devido ao menor atrito das paredes do macroporo.

Diferentes modelos foram criados para prever a condutividade hidráulica dos solos não saturados. Destaca-se, aqui, o modelo de MUALEM (1976) que os dividiu em dois grupos principais: o primeiro é baseado na aproximação de Kozeny na qual a condutividade hidráulica relativa (k_r) é uma função da saturação efetiva (S_e). Já o segundo grupo fundamenta-se na curva de retenção de água no solo.

Mesmo conhecendo-se a distribuição dos poros e seus diâmetros pela curva de retenção de água, é necessário conhecer a geometria ou conectividade dos poros para poder estimar a condutividade hidráulica.

MUALEM (1976) utilizou um método no qual o poro consiste de uma coluna de elementos capilares com comprimentos proporcionais a seus raios. Portanto, o poro mais longo tem maior influência, devido a seu comprimento e não somente pela sua secção transversal.

2.3 Geometria Fractal e Dimensão Fractal

Segundo MANDELBROT (1982), a Geometria Fractal, ao contrário da Geometria Euclidiana, admite dimensão fracionária. A palavra fractal vem do adjetivo latino fractus, cujo verbo frangere significa quebrar, criar fragmentos irregulares. Etimologicamente, o termo fractal é o oposto do termo álgebra que significa juntar, ligar as partes. Segundo Mandelbrot, fractais são objetos não-topológicos, ou seja, objetos para os quais a dimensão é um número real não inteiro que excede a dimensão topológica. Para objetos chamados topológicos, ou seja, euclidianos, a dimensão é um número inteiro: 0 para o ponto, 1 para a reta, 2 para superfície e 3 para volume. A dimensão fractal é uma medida do grau de irregularidade do objeto considerado em todas as escalas de observação. Sua dimensão está relacionada à rapidez com que a medida estimada do objeto

aumenta, enquanto a escala de medida diminui. A propriedade de auto-similaridade ou escalonamento dos objetos é um dos conceitos centrais da geometria fractal e permite melhor entendimento do conceito de dimensão fractal.

A equação fundamental aplicada em todos os estudos sobre fractais é a relação entre o número de partes e o comprimento:

$$N(r) = kr^{-D} \quad (2.4)$$

onde $N(r)$ é o número de elementos de comprimento igual a r , k é o número inicial de unidades de comprimento e D é a dimensão fractal.

A equação (2.4) é, ocasionalmente, usada para formas cumulativas, substituindo $N(r)$ por um número de elementos cumulativos de grande extensão ou igual a r , $N(>r)$. A definição de D é derivada da equação (2.4):

$$D = [\log N(r) - \log k] / \log(1/r) \quad (2.5)$$

ou

$$D = \log [N(1/b^{i+1}) / N(1/b^i)] / \log(b) \quad (2.6)$$

onde $r=1/b^i$, com b sendo um fator de escala e $i=1,2,3,\dots,n$.

Por exemplo, para o conjunto de Cantor, $N(1/b^{i+1}) / N(1/b^i) = 2$, $b=3$ e $D \sim 0,63$.

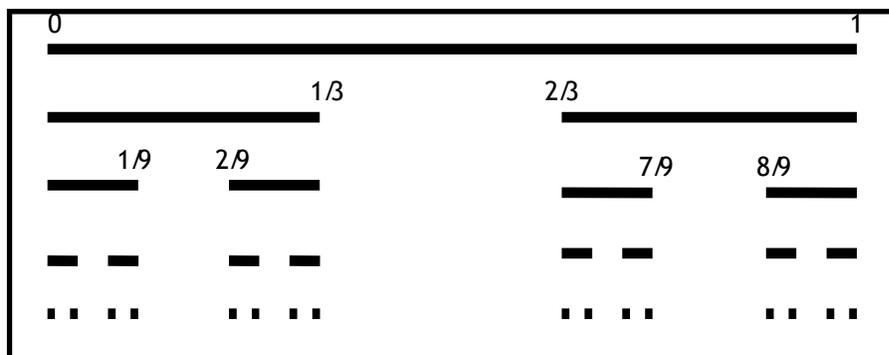


Figura 2.1 Construção do Terço Central de Cantor.

Para a obtenção do perímetro e da curva de Koch, $N(1/b^{i+1})/N(1/b^i) = 4$, $b=3$ e $D \sim 1,26$.

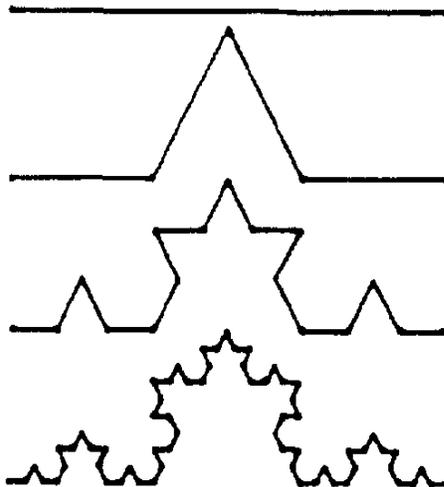


Figura 2.2 Perímetro da Curva de Koch tende ao infinito.

Tabela 2.1 Obtenção do Perímetro e Progressão da Curva de Koch

Comprimento do lado	Nº de lados	Perímetro	Progressão
1	3	3	$3 \cdot (4/3)^0$
1/3	12	$3 \cdot 4 \cdot 1/3$	$3 \cdot (4/3)^1$
1/9	48	$3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1/9$	$3 \cdot (4/3)^2$
1/27	192	$3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1/27$	$3 \cdot (4/3)^3$
1/81	768	$3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1/81$	$3 \cdot (4/3)^4$
$1/3^n$	Limite	$3 \cdot (4/3)^n$	$3 \cdot (4/3)^n$

Para a obtenção do triângulo de Sierpinski, $N(1/b^{i+1})/N(1/b^i) = 8$, $b=3$ e $D \sim 1.89$

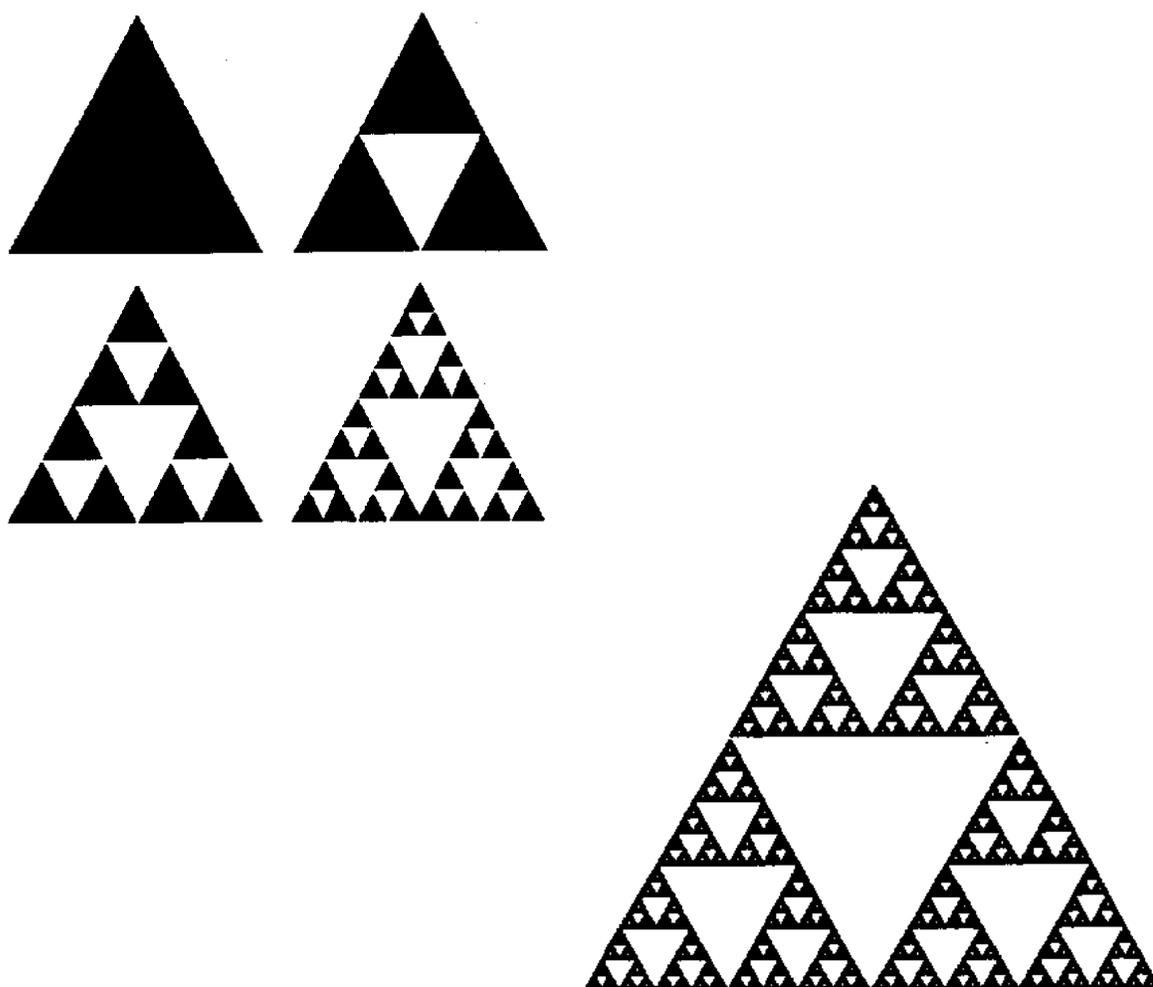


Figura 2.3 Construção do triângulo de Sierpinski.

Para a obtenção da esponja de Menger, $N(1/b^{i+1})/N(1/b^i) = 20, b=3$ e $D \sim 2,73$

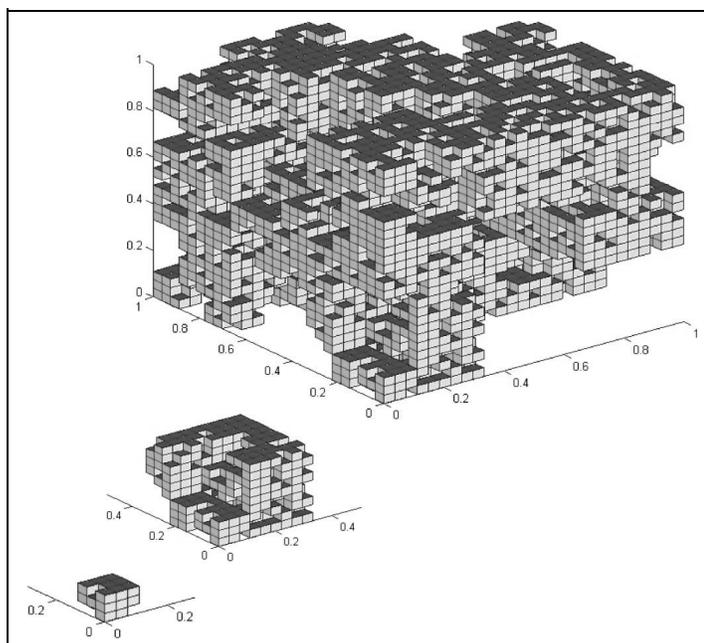


Figura 2.4 Fragmentos derivados da esponja de Menger.

Na Natureza, é encontrada grande quantidade de objetos fractais, os quais possuem imperfeições e irregularidades, objeto da Geometria dos Fractais.

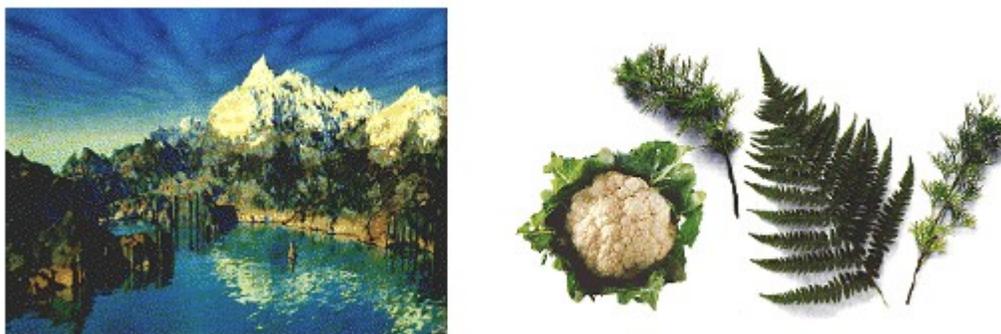


Figura 2.5 Objetos fractais naturais

A Geometria Fractal aplicada aos solos é uma teoria nova e, no Brasil, o grupo de pesquisadores na área ainda é pequeno. BACCHI & REICHARDT (1993) empregaram conceitos de Geometria Fractal na modelagem de curvas de retenção de água, estimando o tamanho dos poros, levando em conta tanto a distribuição de partículas como a distribuição de poros, na tentativa de caracterizar o espaço poroso, no que diz respeito às suas propriedades de retenção e

condução de água. Um ponto importante neste tipo de análise é o fato da geometria do espaço poroso do solo ser o reflexo da geometria do espaço, ocupado pelas partículas sólidas e que, portanto, a dimensão fractal da distribuição dos poros do solo pode ser avaliada por meio da dimensão fractal da distribuição de partículas. Alguns pesquisadores, no entanto, reconhecem que a distribuição de partículas, por si só, não é suficiente para uma perfeita caracterização da geometria fractal do espaço poroso e que tal possibilidade é válida apenas para alguns casos especiais nos quais há uma correspondência entre ambas as dimensões fractais.

A dimensão fractal de objetos naturais é obtida de medidas cujo procedimento básico consiste em utilizar uma unidade de medida regular, com diferentes características de comprimento l . O escalonamento das propriedades fractais é um número de unidades $N(l)$ de uma certa característica de comprimento l , de acordo com a equação (2.4):

$$N(l) \propto l^{-D} \quad (2.6a)$$

O escalonamento das propriedades de medidas de comprimento, área ou volume é obtido da Eq. (2.6a):

$$N(l)l^{DT} \propto l^{DT-D} \quad (2.6b)$$

onde DT é a dimensão topológica: 1, 2 e 3 para a linha, área e volume, respectivamente.

2.4 Escalonamento fractal: conceitos básicos e evidências em solos e rochas

Segundo PERFECT et al. (1997), usando-se modelos matemáticos de fractais para se estudar a geometria do espaço poroso do solo, emprega-se um método adequado para pesquisas em solo. Também podem ser usadas

dimensões fractais diferentes, para caracterizar a geometria do espaço poroso em relação a processos de transporte de fluidos. O escalonamento fractal da massa dos agregados, do volume dos poros, da superfície porosa e da distribuição do tamanho dos fragmentos tem sido observado em estudos de materiais geológicos, em solos e rochas.

2.5 Dimensão fractal do volume de poros

Segundo GIMENEZ et al. (1997), a dimensão fractal do volume do poro D_v , quantifica as propriedades do espaço ocupado pelo volume dos poros de um solo, V_p , em um espaço de raio r . O escalonamento do volume de poros é expresso através da seguinte equação:

$$V_p \propto r^{D_v}, D_v \leq d, \quad (2.7)$$

onde D_v é a dimensão fractal do volume do poro, d é o encaixe da dimensão, definido pelo número mínimo de coordenadas observadas para a inclusão do objeto, isto é, $d=2$ ou $d=3$ correspondendo a dimensão dois e a dimensão três, respectivamente. A equação 2.7 pode também ser aplicada às estruturas separadas (por exemplo, agregados do solo) de raios diferentes, mas de forma similar. Uma escala fractal da massa implica em uma diminuição na densidade da maioria dos agregados. A dimensão fractal de massa é medida usando diversas técnicas, como as imagens de seções do solo ou da rocha, as quais são cobertas com grades quadradas, cada uma com um quadrado de tamanho diferente; e, o número total dos quadrados no contato com o espaço sólido é obtido para cada tamanho do quadrado ou método da contagem de caixas.

2.6 Dimensão fractal da porosidade superficial

Um poro fractal de área superficial, S , com escala r está de acordo com:

$$S \propto r^{D_s}, D_s \leq d, \quad (2.8)$$

onde D_s , é a dimensão fractal da superfície do poro. Diversas técnicas têm sido usadas para medir D_s . Uma superfície pode ser formada por partículas de diferentes comprimentos característicos l , e a D_s obtida da soma total das partículas absorvidas por unidade de massa do adsorvente n , versus l , conforme a equação (2.6a). Uma alternativa é o uso da mesma partícula, mas variando o tamanho do adsorvente r . A escala de n com r tem a seguinte equação:

$$n \propto r^{D_s-3} \quad (2.9)$$

A estimativa de D_s diretamente da definição de l , possui um raio médio da curvatura de uma superfície curva, sendo que esta pode ser obtida pela adição de líquido dentro dos meios porosos, pela adsorção isotérmica (NEYMARK, 1992).

Nesse sentido, valores de D_s são relatados por composição mineral e conteúdo de matéria orgânica. A extensão da dimensão fractal está associada aos minerais argilosos. Partículas de quartzo que expõem superfícies alisadas resultam na dimensão fractal vista na eq. (2.9). BARTOLI et al. (1992) concluíram que D_s aumenta linearmente com o conteúdo de matéria orgânica em solos óxidos com o diâmetro do poro entre 0,1 e 40 μm . Eles também observaram uma relação negativa entre D_s e o volume do poro, indicando que a D_s tem uma medida do grau do volume ocupado pelo poro. Uma diminuição nos valores da D_s , após a oxidação da matéria orgânica do solo e carboidratos, foi observada em poros < 1 μm e atribuída a um decréscimo de ligações entre partículas (PACHEPSKY et al.; 1996a). Ao mesmo tempo, valores de D_s crescem, depois da oxidação da matéria orgânica, com poros de diâmetro entre 1,5 e 5 μm de tamanho.

O contorno do poro de dimensão fractal $D_0 = D_s - 1$ tem sido determinado usando imagens de análise do contorno do poro. O ajuste da dimensão é $d=2$ nesses casos. A dimensão fractal do contorno do poro é altamente dependente do tipo de solo.

Essas observações são vistas como evidência natural do poro superficial de diferentes materiais do solo com valores da dimensão fractal do poro superficial D_s , convergindo para valores entre 2 e 3, o qual é maior do que as escalas de qualquer uma dimensão fractal da massa D_m ou dimensão fractal do volume do poro D_v . Estas sugerem que a D_s , possivelmente, mais usada tanto por um quanto por outro, caracteriza a estrutura de modelos para predizer os processos de transporte (GIMÉNEZ et al, 1997a).

2.7 Dimensão fractal da conectividade

Uma importante propriedade para transporte através dos meios porosos é a conectividade, pois esta propriedade de conexão intrínseca de sistemas fractais é a dimensão de expansão, d_e , definida por um número de agregados do solo, NS , acessível de uma origem conhecida na maioria dos solos N_c com equação:

$$NS(N_c) \propto N_c^{d_e} \quad (2.10)$$

onde N_c é chamada distância química ou distância de conexão. JACQUIN & ADLER (1987) determinaram d_e para um conjunto de rochas e demonstraram que $d_e = D/D_{min}$, onde D é a dimensão fractal da massa de uma rede fractal (para a esponja de Menger $D \sim 2,73$) e D_{min} é a dimensão fractal do comprimento de trajeto mínimo entre dois pontos na rede.

Outra dimensão intrínseca é a dimensão espectral, definida por um número médio de locais encontrados por um caminho aleatório com N_w etapas (ANDERSON et al., 1996), com a seguinte equação:

$$NS(N_w) \propto N_w^{d/2} \quad (2.11)$$

onde o local de difusão no solo é $d = D_v/D_w$ e D_w é a dimensão fractal que define um caminho aleatório. A dimensão espectral particularmente é relevante para

simulação de difusão em uma rede fractal. Para uma difusão de partícula no meio homogêneo macroscópico, seu quadrado médio de deslocamento, r^2 , e é linearmente descrito pelo tempo t . Em um meio fractal o deslocamento quadrático médio $r^2 \propto t^\varepsilon$, onde $\varepsilon = d/D_w < 1$, com a qual indica se a difusão é mais lenta do que em um meio macroscópico homogêneo (difusão anômala).

ANDERSON et al. (1996) calcularam d e D_v de seções finas bidimensionais de solos e seus dados mostram que d e D_v são correlacionados e, conseqüentemente, a variabilidade de ε entre as estruturas do solo é menor que d e D_v . Valores de ε estão entre 0,61 e 0,90 para solos. Valores de d obtidos das seções finas podem ser de valor limitado porque ε é também uma função do conteúdo de água θ . Eles demonstraram que a difusão da água e do gás, respectivamente, torna-se mais anômala em baixos conteúdos de água (GUERRINI & SWARTZENDRUBER, 1994).

2.8 Relação entre diferentes dimensões fractais

A relação entre as diferentes dimensões fractais é importante porque pode simplificar a modelagem das propriedades do solo, e melhorar a validação de modelos fractais usados para as propriedades hidráulicas em particular. Para fractais determinísticos, tais como o tapete de Sierpinski ou a esponja de Menger, os quais descrevem a escala da massa, poros e a interface poro-sólido com, $D = D_m = D_v = D_s$, estas relações são válidas (PERFECT & KAY, 1995b).

Para fractais naturais, os quais não são gerados por um processo iterativo exato, é possível que D_m , D_v e D_s não sejam iguais. KATZ & THOMPSON (1985) propuseram que $D_s = D_v$ sejam usadas em arenitos, para medir D_s no cálculo da porosidade e usaram uma simulação experimental no estudo de propriedades de escala em um meio poroso formado pela deposição de uma coleção de grânulos com tamanhos e distribuição diferentes. Concluíram que o espaço do poro e a rugosidade do poro superficial é resultado do meio poroso mostrando a escala fractal, com $D_f = D_v = D_s$. Em um trabalho posterior, GHILARDI & MENDUNI,

(1996) mostraram que a igualdade entre as dimensões fractais define um processo de fragmentação e caracterizam a distribuição espacial de fragmentos em função da porosidade e, ainda, que o valor do expoente é o modelo-potência da distribuição do tamanho da partícula. CRAWFORD et al. (1993b), por outro lado, afirmam que determinando, experimentalmente, o tamanho da partícula não é possível conhecer a escala da massa ou do volume do poro da estrutura original, porque o rompimento mecânico aleatório quebra a estrutura destruindo a informação do arranjo espacial da constituição das partículas. Assumem que probabilidades de escalas invariantes de fragmentação, D_f são relacionadas com D_s . As partículas, neste modelo, são sólidas e, no entanto, são mais bem representadas em fragmentos de rochas do que em agregados do solo. Afirmam ainda, que para fragmentos de rochas, D_f e D_s são relacionados e que os valores de ambas as dimensões fractais aumentam com a densidade de energia que é disponível para a fragmentação. A relação entre D_f , D_m e D_s é descrita em detalhes por (PERFECT, 1997).

Não houve confirmação experimental da igualdade $D_m=D_v$ para solos. A comparação entre ambas mostra que, em geral, D_v exibe uma escala maior de valores do que D_m . BARTOLI et al. (1991) concluíram que os solos argilosos e arenosos estudados não exibiram escala fractal do volume do poro e que $D_m=1,1.D_s$, sugerindo que os três tipos de solo (argila, silte e areia) eram massa de superfície fractal.

CRAWFORD & MATSUI (1996) argumentaram que o poro e sólido complementam um ao outro no espaço e somente um dos dois pode ser fractal. Mediram a D_m e D_v em imagens de seções finas de nove solos, utilizando tomografia computadorizada. A dimensão fractal foi determinada em pequenas amostras de diferentes tamanhos de raio. Encontraram somente D_m constante em relação ao raio e concluíram que suas amostras eram de massa fractal. Entretanto, a espessura de uma seção fina e de sua condição de impregnação significa que somente uma parte do poro é visível e usado para análises. A parte não visível é analisada através do sólido. Esse artefato experimental dificulta a interpretação de seus resultados, particularmente com pequenos raios.

Portanto, não há nenhuma evidência experimental clara aproximando a natureza da relação entre as diferentes dimensões fractais para caracterizar a estrutura do solo. Essas limitações mostram-se consideráveis, quando analisadas por diferentes aproximações para o modelo das propriedades hidráulicas do solo.

2.9 Modelos fractais em propriedades hidráulicas do solo

2.9.1 Retenção de água no solo

A curva de retenção de água $\theta(\Psi)$ tem sido estudada através de modelos empíricos ao longo do tempo. O problema principal com formulações empíricas é seu impacto mínimo na compreensão de fenômenos da água no solo, o que limita as possibilidades de extrapolação dos resultados aos solos fora da série de dados usada para ajustar o modelo.

Três modelos teóricos para a $\theta(\Psi)$ têm sido propostos, baseados na organização fractal da estrutura do solo. O primeiro é de massa fractal (tapete de Sierpinski ou esponja de Menger), no qual a dimensão fractal da massa, superfície do poro e volume do poro tem o mesmo valor (PERFECT et al., 1996). A segunda aproximação é baseada na superfície fractal, no qual a água fica retida em cavidades irregulares e conectadas através de uma fina superfície (TOLEDO et al., 1990). O elevado conteúdo de água numa superfície fractal resulta em uma distribuição com modelo-potência, quanto à distribuição dos poros. Nesta aproximação, não é levada em consideração a escala da massa. A terceira aproximação considera apenas a distribuição fractal de tamanho de poros.

A equação básica usada para derivar um modelo fractal da retenção de água assume uma distribuição de potência, quanto ao volume do poro em conformidade com a eq. (2.4) de forma cumulativa $N(>r)$. A expressão relativa ao volume do poro, $V_p(>r)$, e o diâmetro do poro, r , é relatada por (PFEIFER & AVNIR, 1983) pela equação:

$$V_p(>r) \propto N(>r) r^3 = Ar^{3-D} + V_0 \quad (2.12)$$

onde A é uma constante que reflete o tamanho e a geometria do meio poroso e V_0 é uma constante. O conteúdo de água no solo, θ , é o total de água retida em poros menores que r , expresso por unidade do volume total V_T , isto é, $V_p(<r)/V_T$. A porosidade, ϕ , é então descrita por $\phi = \theta + V_p(>r)/V_T$ e $d\theta/dr = -dV(>r)/dr$. A eq. (2.12) assume que a acessibilidade de alguns poros não depende dos poros menores. No entanto, a equação de Young-Laplace:

$$r \propto 1/\psi \quad (2.13)$$

é usada em uma função de saturação do poro, onde ψ é a pressão necessária para esvaziar um poro com diâmetro $> r$. Todos os poros com diâmetro $r_i \leq r$ são saturados com água, enquanto poros com $r_i > r$ ficam completamente vazios PFEIFER & AVNIR (1983), aplicaram a eq. (2.12) para modelar uma curva de retenção de água no solo, sem a avaliação da constante V_0 . Sua equação é:

$$\theta \propto \psi^{D-3} \quad (2.14)$$

Essa expressão pode ser derivada para o meio poroso com distribuição fractal da massa, volume do poro ou poro superficial. Foi proposta uma complementação da eq. (2.14) com uma função de saturação da forma $\theta \propto \psi^{-2}$ devido a água ficar retida em superfícies irregulares com $r_i > r$. Conforme a equação:

$$\theta \propto B \frac{\psi^{D-3}}{D-1} - B \frac{\psi^{-2} \psi_{\min}^{D-3}}{D-1} + \frac{\psi^{D-3}}{3-D} - \frac{\psi_{\max}^{D-3}}{3-D} \quad (2.15)$$

onde B é uma constante < 1 . A eq. (2.15) incorpora ψ_{\max} baixo e elevado ψ_{\min} , como limites para a distribuição dos potenciais de pressão e a não predição

completa da saturação em potenciais de pressão elevados com ψ_{\max} ($r_i > r$). A função de saturação corresponde a uma superfície não fractal e, no entanto, é esperada uma performance simples em material com superfície fractal, tais como em solos arenosos (DAVIS, 1989).

Para TYLER & WHEATCRAFT (1990), usando-se um algoritmo do tapete de Sierpinski, deriva-se uma equação para a curva de retenção de água, similar à eq. (2.14), pois a mesma incorpora um índice de água saturado θ_s , um valor na entrada de ar ψ_{\min} , e um limite superior para a escala fractal, isto é:

$$\theta / \theta_s = (\psi / \psi_{\min})^{D-2} \quad (2.16)$$

onde D é uma dimensão fractal, com $0 \leq D \leq 2$, que é consequência da construção bidimensional selecionada para o desenvolvimento do modelo. A eq. (2.16) assume que o menor conteúdo de água é zero, isto é, $\psi \rightarrow \infty$ e $\theta \rightarrow 0$; identificou-se que o tapete de Sierpinski gera porosidade e satura o conteúdo de água θ_s da unidade. Como esta propriedade do tapete não é realística para solos, foi desenvolvida a eq. (2.16) para a distribuição do tamanho do poro cumulativo do tapete de Sierpinski, com um elevado e suficiente número de interações e uma boa aproximação para a eq. (2.4). Desse ponto de vista, esse modelo é uma representação da escala fractal do espaço do poro sem considerar a distribuição da massa.

Equações similares à eq. (2.16) com um conteúdo de água residual θ_r é subtraído do numerador e do denominador de um lado da eq. (2.16), isto é:

$$S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r) = (\psi / \psi_{\min})^{-\lambda} \quad (2.17)$$

onde S_e é a saturação efetiva, λ é um parâmetro da distribuição dos tamanhos dos poros e θ_r é definido como um conteúdo de água no qual $\psi \rightarrow \infty$. RAWLS et al. (1982) resumiram θ_s , θ_r , λ e ψ_{\min} para um elevado número de classes

texturais de solos usando dados de 5350 horizontes de solos: os valores de λ estavam entre $0,13 \leq \lambda \leq 0,59$, incluindo solos arenosos e argilosos.

RIEU & SPOSITO (1991a) desenvolveram um modelo de estrutura do solo para uma massa fractal (esponja de Menger) com a escala de massa, volume do poro e a interface poro-sólido como sendo fractais, com dimensão fractal $D_m = D_v = D_s$. Nesse modelo, os agregados do solo são auto-similares e separados por uma rede auto-similar de fraturas. A escala entre volumes sucessivos e/ou tamanhos dos poros é dada por uma similaridade linear de raio $b < 1$. Um coeficiente do poro Γ , definido pelo quociente P_r/V_r , é relacionado a b por $\Gamma = 1 - b^{3-D}$. A dimensão fractal D_f do meio poroso é obtida das eqs. (2.5) e (2.6). Em cada nível de construção, parte do espaço poroso é substituído por pontes que unem os agregados e dão coerência estrutural e mecânica à massa de solo. O grau de fragmentação é determinado por uma probabilidade de fragmentação ou agrupando o fator, $F (0 < F < 1)$, obtido de $F = 1 - \Gamma_r / \Gamma$, onde Γ_r é o coeficiente do poro para a incompleta fragmentação do solo. Portanto calcula-se a retenção de água no solo para estruturas do solo com a equação:

$$\theta = \theta_s - 1 + \left[\frac{\psi}{\psi_{\min}} \right]^{D_{if} - 3} \quad (2.17)$$

onde D_{if} é a dimensão fractal para uma massa de solo parcialmente fragmentada e θ_s é o conteúdo de água na saturação. Nota-se que $\theta_s \rightarrow 1$ e $\psi \rightarrow \infty$, o que corresponde à esponja de Menger com um número infinito de etapas. Valores para D_{if} estão entre 2,76 (solo arenoso) e 2,99 (solo argilo-siltoso), de acordo com dados publicados.

PERRIER et al. (1996) avaliaram a constante V_0 da eq. (2.12) com o volume do poro entre um $r_{\min} = 0$, e um r_{\max} , através da equação:

$$V_0 = A r_{\max}^{3-D} \quad (2.18)$$

sendo V_0 uma representação do possível espaço poroso máximo. A definição de V_0 implica que o sistema poroso é fractal e resulta na equação:

$$\theta = \theta_s + \frac{V_0}{V_T} \left(-1 + \left[\frac{\Psi}{\Psi_{\min}} \right]^{D-3} \right) \quad (2.19)$$

onde V_T é o volume da amostra. Limites para o quociente $V_0/V_T = \vartheta$ estão entre $\theta_s \leq \vartheta \leq 1$.

O limite de $\vartheta = 1$ corresponde à esponja de Menger com infinitas etapas recursivas com $V_0 = V_T$. A eq. (2.17) é um caso especial com $\vartheta = 1$ mas $\vartheta \neq \theta_s$.

Uma outra maneira de obter V_0 é considerar o tamanho da amostra. Note-se que a definição de V_0 da eq. (2.18) contém uma constante A da eq. (2.12).

PERFECT et al. (1996) introduziram um parâmetro que representa um potencial de pressão, visto que a drenagem em pequenos poros presentes na esponja de Menger tem Ψ_{\max} . Então:

$$S_e \approx \theta / \theta_s = \left[\Psi_i^{D-3} - \Psi_{\max}^{D-3} \right] / \left[\Psi_{\min}^{D-3} - \Psi_{\max}^{D-3} \right] \quad (2.20)$$

Esta equação, com $D-3=D_v$, surge como uma alternativa teórica para a eq. (2.15). A comparação para um dos solos mostra que as eqs. (2.15 e 2.17) diminuem a predição do conteúdo de água e elevam os potenciais de pressão. A eq. (2.20), em outra situação, fornece melhor ajuste para dados da curva de retenção de água no solo. Valores para D estão entre 2,91 e 4,37, com 91% dos valores de D maiores que 3. Valores de $D > 3$ não são fisicamente significativos e implicam que suposições do modelo estão erradas ou que os solos usados não tem massa fractal. Para uma massa fractal do meio poroso a curva de retenção de água é côncava, quando traçada em uma escala semi-log, correspondendo a uma textura grosseira do solo em contraste com a textura fina que produz uma curva convexa. Uma alternativa para explicar esta situação é que a textura fina dos solos tende a ser uma superfície fractal.

Foi GENNES (1985) quem derivou um modelo da curva de retenção de água no solo a partir de dois modelos de superfícies fractais: fendas (fendas auto-similares dentro de fendas maiores) e agregados (grânulos auto-similares fundidos em grânulos). Ambos os modelos resultaram na curva de retenção de água da equação:

$$\theta = \theta_s \left(\frac{\psi}{\psi_{\min}} \right)^{Ds-3} \quad (2.21)$$

Essa equação é semelhante à forma da eq. (2.15), mas neste caso, o expoente é D_s . Nesta escala de potencial de pressão, a água provavelmente está presente em bolsos de conexão através das películas. Conforme este modelo, o gráfico $\log \theta$ versus $\log \psi$ é uma curva linear de aproximação assintótica e valor constante de θ_s . Esse conceito é de interesse devido a aproximação assintótica para uma constante em uma ou em ambas as extremidades da curva de retenção de água, dando maior flexibilidade ao modelo da retenção de água no solo.

PACHEPSKY et al. (1995b) notaram que as equações derivadas da eq. (2.12) não têm bom desempenho em elevados e baixos potenciais de pressão. Propuseram substituir a constante A da eq. (2.12) por uma probabilidade, $f(r)$, com a forma:

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(\ln r - \ln \bar{r})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (2.22)$$

onde σ e \bar{r} são variações da geometria do raio médio para uma distribuição log-normal dos poros. A equação (2.22) foi selecionada porque prediz satisfatoriamente a retenção de água no solo, em solos de textura fina. A equação final relaciona o conteúdo de água volumétrico com o potencial de pressão:

$$\theta = \frac{\theta_0}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2}} \ln \frac{\psi}{\psi^*} \right) \quad (2.23)$$

onde θ_0 é o conteúdo de água, *erfc* representa a função erro e ψ^* é o potencial de pressão em $\theta_0/2$. Conforme o procedimento de derivação e ajustando as relações vistas obtém-se:

$$\ln \theta_0 = \ln(\bar{r}A) + \frac{(3-D)^2}{2} \sigma^2 \quad (2.23a)$$

$$\ln r^* = \ln \bar{r} + (3-D)\sigma^2 \quad (2.23b)$$

Essas equações têm dimensão fractal similar para dois solos e mostram que a variação da distribuição do tamanho do poro σ tem importância variável com o aumento e precisão da determinação da curva de retenção de água. A variação da distribuição do tamanho do poro também depende do volume amostrado, de acordo com o conceito de Volume Elementar Representativo (REV).

No entanto, TYLER & WHEATCRAFT (1989) usaram a dimensão fractal de fragmentação D_f de partículas primárias para estimar a curva de retenção de água no solo, dividindo a distribuição do tamanho das partículas em um número de frações. Para cada fração, o volume do poro foi calculado a partir da massa das frações que era constante para a estrutura do solo. O volume do poro era representado por um único poro cilíndrico com um raio relacionado ao tamanho da partícula e ao comprimento do poro. O comprimento do poro era aproximado para o número de partículas ao longo de um poro vertical, multiplicado pelo diâmetro da partícula. Para reconhecer que as partículas de solo não são esféricas, aumentaram o número de partículas de cada fração para elevar a potência >1 . Mostraram que o parâmetro empírico era de dimensão fractal do poro-neutro, D_s .

KOZAK et al. (1996) analisaram 2600 amostras de solos e concluíram que somente 20% das amostras exibem escala fractal da distribuição do tamanho da partícula. Dadas às incertezas na escala fractal da distribuição do tamanho das partículas, os presentes modelos de retenção de água no solo baseiam-se somente na D_f e não são recomendados.

Todos os modelos prevêm uma representação da curva de retenção da água no solo com uma diminuição do modelo-potência na relação com a dimensão fractal. Modelos empíricos também requerem mais que um expoente para o ajuste da curva de retenção de água no solo na escala completa de umidade.

2.9.2 Estimativa da condutividade hidráulica

Formulações sobre a relação da condutividade não saturada com o potencial de pressão $K(\psi)$ ou sobre o conteúdo de água, $K(\theta)$ seguem o modelo da curva de retenção de água. Usando o método de MUALEM (1976), pode-se obter a função de condutividade relativa da eq. (2.15), com $3-D$ no expoente da equação:

$$K(\theta) = \theta^{2/(3-D)+2\alpha} \quad (2.26)$$

onde α é um parâmetro de interação do poro que estima a conectividade do poro e a tortuosidade no trajeto do fluxo, com um valor sugerido de $\alpha = 0,5$ (MUALEM, 1976). VAN GENUCHTEN et al. (1980), entretanto, encontraram valores de α entre -10 e 10 para diferentes estruturas de solos. A grande faixa de variação de α propõe que D sozinho não é suficiente para caracterizar as propriedades do meio poroso, importantes para o fluxo.

TOLEDO et al. (1990), modelando a condutividade hidráulica não saturada, usaram a geometria fractal e mostraram que a eq. (2.21) é aplicável às estruturas pendulares, ocupando os cantos da espoja de Menger. A condutividade hidráulica não saturada a um baixo conteúdo de água é calculada através da equação:

$$K(\theta) \propto \theta^{3/m(3-D_s)} \quad (2.27)$$

onde m ($1 \leq m \leq 3$) é um parâmetro que depende da ação das forças sólido-líquido e D_s é a dimensão fractal do poro superficial obtida da curva de retenção de água da eq. (2.21). A suposição desse modelo é que películas finas controlam o fluxo e há restrições para baixos conteúdos de água.

Foi SHEPARD (1993) quem usou a curva de Koch para modelar o comprimento do poro (tortuosidade). Assumiu que o comprimento de um segmento em linha reta é uma curva de Koch, e r_i (fig. 2) é igual ao diâmetro do poro. A tortuosidade é uma função do quociente L/d , onde L é o comprimento interno de um tubo capilar com diâmetro d , representando todos os poros com esse diâmetro. A variação no conteúdo de água associado à mudança do raio do poro é obtida através da curva de retenção. O comprimento interno do poro para um raio médio é definido da razão: $L_i = (\text{volume do poro}) / (\text{área do poro})$, sendo o volume do poro igual à variação no armazenamento de água e a área é a área da secção transversal de um poro circular com raio médio. O número total de poros, PN_i é obtido pela divisão L_i do comprimento do trajeto PL_i , definido como $PL_i = (N/b)^i$, onde N é o número de segmentos gerados, $b=3$ e i é um número gerado pela curva de Koch. O número gerado é determinado pela unidade de comprimento de um segmento de linha reta da curva de Koch, e $r_i = 1/b^i$, sendo r_i calculado da igualdade $r_i = d_i$. A equação de Poiseuille é usada para calcular o volume do fluxo, q_i , através do poro com raio $d/2$ (d =diâmetro) e associado ao comprimento do trajeto PL_i . O fluxo total Q_i é calculado de $Q_i = q_i PN$ e a condutividade hidráulica é calculada pela adição de Q_i a diferentes classes de poros. Nota-se que PL_i é relacionado à dimensão fractal da curva de Koch, isto é, $PL_i = (b^{D-1})^i$, assumindo que b é igual ao diâmetro da partícula e o comprimento do caminho tortuoso, encontrado por SHEPARD (1993), é idêntico ao encontrado por TYLER & WHEATCRAFT (1989).

De forma interessante, usando uma aproximação da dimensão fractal ao poro superficial onde são quase constantes, isto é $D_m \approx D_s$, com uma média de $D_s = 1,22$ para solos com diferentes texturas, isto sugere que a relação entre poro e o

diâmetro das partículas é similar em todos os solos. A variabilidade entre solos está no comprimento total dos poros em cada classe, relacionada à distribuição do volume dos poros.

FUENTES et al. (1996) empregaram, obtida da curva de retenção da água no solo, para a derivação da expressão da condutividade não saturada, $K(\theta)$. Caracterizando a curva de retenção da água no solo como $\theta \propto \psi^{D-3}$, $K(\theta)$, pode ser expressa por:

$$K(\theta) \propto \theta^{2/(3-D)+2D/3} \quad (2.28)$$

FUENTES (1996) relacionou D com a porosidade total ϕ através da expressão:

$$(1-\phi)^{D/3} + \phi^{2/3D} = 1 \quad (2.29)$$

onde $(1-\phi)^{D/3}$ é a área ocupada pelo sólido e $\phi^{2/3D}$ é a área disponível ao fluxo. Mostrou que a expressão para a área mínima disponível pode ser derivada de considerações probabilísticas. Para os valores de porosidade entre 0,3 e 0,6, freqüentemente encontrados em solos, concluiu que D pode variar entre 2 e 2,2.

RIEU & SPOSITO (1991a) calcularam a condutividade hidráulica não saturada a partir da curva de retenção de água e da distribuição do tamanho dos agregados. O modelo requer informações da similaridade da razão b , com a dimensão fractal da fragmentação D_f , e a dimensão fractal da fragmentação incompleta do solo D_{if} . O potencial de pressão é descrito por $b^{-j} = \psi_i / \psi_{\min}$. A dimensão fractal D_f é obtida através da distribuição do tamanho dos agregados e D_{if} da curva de retenção de água. Sua equação é:

$$k_i = C\beta_r \sum_{j=1}^{n-1} (d_f)^2_j G^j \quad (2.30)$$

onde C é uma constante que depende da geometria do poro e das propriedades do fluido, β_r e G são duas dimensões e análogas a Γ_r e F respectivamente e $(d_f)_i$ é a abertura vertical orientada da fratura. O modelo prediz a condutividade hidráulica não saturada em solos.

Entretanto, CRAWFORD (1994) usou uma expressão para $K(\psi)$ que incorpora a dimensão fractal da massa D_m , e uma dimensão espectral $\bar{d} = D_m/D_s$, da matriz fractal sólida randômica para representar a heterogeneidade estrutural do solo e a forma do poro-neutro, respectivamente. Usando $\theta \propto \psi^{D_m-3}$ para expressar a retenção de água no solo, uma função $K(\theta)$ pode ser escrita por:

$$K(\theta) \propto \theta^{[1/(D_m-3)](\xi-1)[3+2(D_m/\bar{d})-D_m]} \quad (2.31)$$

onde ξ é um função indeterminada da estrutura do solo com valores < 1 . Portanto, reduz-se a:

$$K(\theta)_+ \propto \theta^{[1/(D_m-3)](\xi-1)[3+2D_s-D_m]} \quad (2.32)$$

a qual mostra que $K(\theta)$ é uma função da irregularidade da interface poro-sólido e da distribuição da massa.

Em geral, predições de $K(\theta)$ são sensíveis a valores de D , o qual, em todos os casos, é derivado da curva de retenção de água no solo $\theta(\psi)$. Por exemplo, ajustando uma equação da forma $k(\theta) \propto \theta^M$, resulta: $k(\theta) \propto \theta^{29,25}$. Usando $D_m = 2,90$, obtido pela aplicação da eq. (2.17) para retenção da água no solo e assumindo $\xi = 0,5$, o expoente na eq. (2.32) estima-se $d_s = 2,87$.

Outra importante propriedade hidráulica é a condutividade hidráulica saturada, k_{sat} em função da porosidade. A equação ajustada por GIMENEZ et al., (1997b) torna-se:

$$k_{sat} = C_0 \phi / TS_a^2 \quad (2.33)$$

onde C_0 é uma constante que depende da forma do poro, ϕ depende da porosidade, T é um fator da tortuosidade e S_a é a área superficial específica expressa pelo volume do poro.

ADLER & THOVERT (1992) relataram extensos experimentos numéricos em fluxo envolvendo fractais com estruturas determinísticas. Usando um tapete de Sierpinski como modelo, relatam que, para o caso unidimensional, os resultados foram consistentes com:

$$k_{sat} \propto \phi^\mu \quad (2.34)$$

onde μ é uma função da dimensão fractal D . O modelo é direcionado para os poros maiores. MULLER AND McCAULEY (1992) derivaram μ de uma árvore fractal e este modelo é usado para poros menores que controlam o fluxo. Provavelmente, um meio poroso real está entre estes dois extremos.

A conectividade de um sistema de poros e o tipo de porosidade também influenciam a relação $K_{sat} - \phi$. HANSEN & MULLER (1992) realizaram um experimento de campo para calcular a efetiva K_{sat} para um meio poroso com escala fractal uniforme: Mostraram que um sistema altamente conectado de poros é menos sensível a uma diminuição da ϕ do que mal conectados. Consideraram uma redução no volume do poro e um aumento na área superficial com adição das partículas de tamanho menor. Supuseram que o volume do poro e a superfície resultante do poro fossem fractais e usaram os resultados para calcular uma área de superfície específica usando a equação:

$$S_a \propto (l_{\max} / l_{\min})^{(D_s - 2) + (3 - D_v)} \quad (2.35)$$

onde l_{\max} e l_{\min} são usados para delimitar a escala fractal:

$$K_{sat} \propto \phi (l_{\max} / l_{\min})^{2[(D_s - 2) + (3 - D_v)]} \quad (2.36)$$

Esse modelo incorpora a tortuosidade dentro da dimensão fractal D_s e D_v . D_v . GIMENEZ et al. (1997b) modificaram a eq. (2.36) por considerarem a escala de S_a em um sistema composto por um bloco sólido, originalmente com poros de tamanhos cada vez menores abertos com limites entre $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$. Sua expressão é:

$$K_{sat} \propto \phi (l_{\max} / l_{\min})^{2[(2 - D_s) + (3 - D_v)]} \quad (2.37)$$

a qual prediz agora um decréscimo da K_{sat} com aumento de D_s e aumento de valores de D_v . Supondo que as características do comprimento l das eqs. (2.6a e 2.6b) são proporcionais ao raio do poro, o raio do poro mínimo $r_{\min} = 0,3$ cm mantém-se constante nos cálculos. A eq. (2.37) foi modificada para expressar k_{sat} em função da ϕ_m :

$$K_{sat} \propto \phi_m^{2[(2 - D_s)/(3 - D_v)] + 3 + \alpha} \quad (2.38)$$

onde α é um expoente que representa a tortuosidade e a conectividade. Comparando as eqs. (2.34 e 2.38), pode-se escrever $\mu = 2[(2 - D_s)/(3 - D_v)] + 3 + \alpha$. As dimensões fractais D_s , D_v e porosidade ϕ_m foram medidas das imagens do solo

saturado. Os valores de α estão entre 1,98 e -1,20 e estão relacionados com a estrutura do poro, expresso pelo quociente (*área do poro / perímetro do poro*).

A equação derivada para prever a K_{sat} usou as propriedades fractais de um tapete de Sierpinski. O modelo divide o tamanho do poro em n classes, mas considera que $Y < n$, as classes contribuem eficazmente ao fluxo saturado. A classe do tamanho do poro é caracterizada pelo raio do poro r_i . A condutividade hidráulica saturada é calculada pela soma e contribuição das classes Y e do raio do poro com:

$$k_{sat} = C(\phi^x / n^2) \sum_{i=1}^Y (2i-1)r_i^2 \quad (2.39)$$

onde x é um fator de interação do poro e C é uma constante que depende da geometria do poro e das propriedades do fluido ($C = 4,41 \times 10^7$ para água a 20°C). A equação final requer informações sobre r_i , porosidade ϕ , x e n :

$$K_{sat} = 4,41 \times 10^7 \phi^x (r_1^2 / n^2) \quad (2.40)$$

FUENTES (1996) expressou x como $x=2/3D$, visto na eq. (2.29). Definindo os limites de D entre $2,0 \leq D \leq 2,2$, x varia somente entre 4/3 e 4,4/3. Como visto anteriormente, entretanto os limites de D são restritivos e mais trabalhos devem ser feitos para estabelecer uma ligação entre x e parâmetros fractais da estrutura do solo.

RAWLS et al. (1993) usaram a eq. (2.40) para prever K_{sat} em função da macroporosidade. Essa situação depende das propriedades e da matriz do solo, visto que a função de distribuição e propriedades dos macroporos são particularmente importantes para solos agrícolas. O potencial de pressão ψ_{min} foi

usado para calcular $r_1[r_1 \sim 0,15\psi_{\min}$, (cm)] e x é uma constante igual a 4/3. Além disso, foi definido como:

$$n = y \left(\frac{\phi}{\phi - \theta_l} \right) \quad (2.41)$$

onde Y é igual a 12 e θ_l é a porosidade efetiva, definida como porosidade entre saturação e potencial de pressão -33 kPa. A dimensão fractal D , calculada a partir de $D = 2 - \gamma$, com γ definido na eq. (2.17), . A eq. (2.39) produziu excelentes resultados para prever a matriz- k_{sat} pela textura. Para testar a fórmula da predição da macroporosidade saturada, ajustaram a eq. (2.34) para que dados da $k_{sat} - \phi_m$ fossem usados para obtenção de $\mu = 4/3$, e n é o único desconhecido, resultando em uma predição da macroporosidade saturada. A estimacão de n foi relacionada, linearmente com r_1 , conforme o ajuste da equação:

$$n = - 5,7 + 77,0 r_1 \text{ e } r = 0,93 \quad (2.42)$$

Testes independentes mostraram que as eqs. (2.41 e 2.42) resultaram em valores de predição razoáveis para a macroporosidade.

A avaliação dos modelos mostra que os modelos teóricos podem somente descrever os dados quando a tortuosidade e o termo da interação do tamanho do poro podem variar através de solos diferentes. Os modelos teóricos descritos por MUALEM & DAGAN (1976) são igualmente flexíveis. Esses modelos foram escolhidos para a estimacão das funções de pedotransferência entre a tortuosidade, o tamanho do poro e as propriedades físicas do solo. A textura do solo não é suficiente para fornecer estimativas razoáveis.

Com o desenvolvimento de um modelo mais generalizado para a SWRC, baseado na dimensão fractal do poro-sólido (PSF), o qual substitui vários modelos existentes, teoricamente provê um modo direto para calcular a SWRC e a dimensão fractal da distribuição do tamanho da partícula. (HUANG E ZHANG, 2004).

Segundo LOYOLA E PREVEDELLO (2005), a distribuição da água no solo em condições de campo é um processo com demanda considerável de tempo e apreciável custo, porque as propriedades hidráulicas do solo sofrem extensa variabilidade espacial e estão sujeitas a freqüentes alterações no tempo.

Para HURTADO (2004), o conhecimento da condutividade hidráulica do solo é essencial para qualquer modelagem que envolva o movimento da água no solo. Além de variar com a umidade, a condutividade hidráulica do solo apresenta alta variabilidade espacial, tanto em determinações no campo como no laboratório, podendo ser representada em função da umidade (θ) ou do potencial matricial (ψ_m). Conforme indica a Lei de Poiseuille, a condutância de poros individuais é altamente sensível ao seu diâmetro. Como a distribuição dos diâmetros dos poros de um solo é descrita pela sua curva de retenção e o maior poro que contém água define o potencial matricial, expressando-se K para um θ fixo, sua variabilidade é maior que para um ψ fixo.

Na geometria de Euclides, como a dimensão do volume (V) de um objeto é L^3 e de sua área é L^2 , tem-se que $V^{1/3}$ é proporcional a $A^{1/2}$. De acordo com Mandelbrot, na geometria fractal, $V^{1/3}$ é proporcional a $A^{1/D}$, sendo D a dimensão fractal do objeto. Esta proporção entre superfície e volume pode ser generalizada da seguinte forma:

$$\sup_E(F) \propto [\text{vol}_E(F)]^{D/E} \quad (2.43)$$

na qual F é um objeto imerso em um espaço de dimensão euclidiana igual a E , e, para os solos como objetos reais, tem-se que $E=3$.

Se $\mu_s = 1 - \mu$ representa o volume dos sólidos relativo ao volume total do solo, ou “solidosidade volumétrica”, então a área dos sólidos relativa à área total do solo, ou “solidosidade areal”, com μ_s^s , com $s=D/E$. Segundo a idéia probabilística, sobre cada plano a fração da área do poro será μ_s . A probabilidade total do encontro das seções em um ponto intermediário representa a fração da área disponível para o fluxo: $\mu = \mu_s^s = \mu_s^s$

Segundo FUENTES et al. (2005), a condutividade hidráulica $K(\theta)$, fundamenta-se na lei de Poiseuille, pela qual o fenômeno é observado na escala dos poros, e adequando o Modelo da Média Geométrica ($\alpha = 1/2$) para a equação:

$$K = K_s \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^{1 - \frac{2s}{n}} \right]^2, n = \frac{2s}{1 - sm} \quad (2.44)$$

e ao Modelo do Poro Neutro ($\alpha = 1$):

$$K = K_s S_e^e \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^{1 - \frac{4s}{n}} \right]^2, n = \frac{2s}{1 - sm} \quad (2.45)$$

com a imposição de que $0 < s.m < 1$ em ambos os modelos.

O S_e é o grau de saturação efetiva, K_s a condutividade hidráulica saturada, m e n são parâmetros da umidade volumétrica sob saturação natural, s o grau de saturação.

2.10 Redistribuição da água no solo

Segundo TIMM & REICHARDT (2004), o processo de redistribuição da água, usado para a determinação da condutividade hidráulica do solo no campo, após cessado o processo de infiltração, deve ocorrer por tempo muito longo. O Método do Perfil Instantâneo-MPI aplica-se a situações em que o lençol freático está ausente (ou bem profundo, de tal maneira a não afetar o fluxo de água) e o perfil de solo pode ser heterogêneo. Para a utilização deste método, a área deve ser convenientemente instrumentada para medida da umidade do solo e do potencial mátrico, ao longo do perfil, até a profundidade de interesse, no nosso

caso será de 80 cm. A superfície do solo é, então, mantida com uma lâmina de água, de tal modo que o perfil se torne tão úmido quanto possível. Atingida esta condição, a qual pode ser percebida pela praticamente não variação da umidade e do potencial mátrico com o tempo de infiltração, ao longo do perfil, interrompe-se a infiltração e cobre-se a superfície do solo com uma capa plástica, para evitar a evaporação e a entrada de água através da superfície. Nessa condição, o perfil se encontra molhado até grande profundidade e a análise matemática é feita apenas nas camadas superficiais que ficaram saturadas e que durante a redistribuição só perderão água. Nas condições de campo, tem-se:

$$1^a) t=0, z \geq 0, \theta = \theta_o(z) \quad (2.46)$$

$$2^a) t>0, z=0, q=-K(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} =0 \quad (2.47)$$

$$3^a) t \geq 0, z=\infty, \theta = \theta_i \quad (2.48)$$

A primeira condição nos diz que no início da redistribuição a umidade varia com z de acordo com a função $\theta = \theta_o(z)$, que é um perfil de umidade que pode ser medido. Como o processo de infiltração é suficientemente longo para a camada superior se saturar ou quase chegar à saturação, $\theta(z) = \text{constante} = \theta_o$, logicamente dependendo da homogeneidade do perfil. A segunda condição nos diz que o fluxo é nulo na superfície durante todo o tempo (cobertura de plástico) e, a terceira, que a uma profundidade razoavelmente grande o solo está sempre mais seco, com um teor de água constante θ_i .

Para a aplicação da técnica acima sugerida, deve-se medir para vários tempos de drenagem os perfis de umidade θ (preferencialmente com Sonda de Nêutrons, TDR ou Tensiômetro), pelo fato de serem métodos não-destrutivos do solo.

A água contida no perfil redistribui-se pelo processo de drenagem interna e, à medida que este processo ocorre, medidas periódicas de umidade e potencial mátrico são feitas. Este método baseia-se em dados exponenciais em que:

$$K(\theta) = K_0 \exp\{\beta (\theta - \theta_0)\} \quad (2.49)$$

a qual, descreve $K(\theta)$ para a maioria dos solos, onde β é uma constante positiva e θ_0 representa o valor máximo de θ para o mencionado solo, na referida camada, em condições de campo. θ_0 é bem próximo (ou igual) a θ de saturação, pelo fato de ser muito difícil saturar completamente um perfil de solo em condições de campo. K_0 representa a infiltração básica.

A determinação da umidade do solo é feita a partir dos dados de potencial matricial aplicado em campo, utilizando-se o modelo de (VAN GENUCHTEN 1980) representado pela equação:

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{\left[1 + (\alpha \psi)^n\right]^m} \quad (2.50)$$

Onde θ é a umidade do solo no potencial ψ , θ_s é a umidade de saturação ($\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$), θ_r é a umidade residual ($\text{cm}^3.\text{cm}^{-3}$), ψ é o potencial matricial (cm de água); α , m e n são parâmetros de ajuste do modelo. Em geral vale a relação $m=1-1/n$ para $n>1$. A equação 2.50 tem 4 parâmetros independentes (θ_s , θ_r , α e n). Em geral, são estimados (θ_s , θ_r) e ajustados (α e n) com base em valores obtidos e ajustados.

2.11 Avaliação do desempenho dos modelos

Ao se correlacionar valores estimados com valores medidos, são empregados indicadores estatísticos. Tanto o coeficiente de determinação (r^2) como o coeficiente de correlação (r) apenas trazem informações sobre a precisão do modelo matemático obtido, nada revelando sobre sua exatidão. Tanto a precisão, expressa pela dispersão dos dados em torno da linha de tendência,

como a exatidão das estimativas, representada pela flutuação dos dados ao redor da linha de 45 graus em um gráfico 1:1, devem ser analisados.

A precisão do modelo é dada pelo coeficiente de correlação, o qual indica o grau de dispersão dos dados obtidos em relação à média, ou seja, o erro aleatório. Já a exatidão, relacionada ao afastamento dos valores estimados em relação aos valores observados, deve ser expressa através do uso de índices que expressem a exatidão do modelo de estimativa. São vários os índices estatísticos adotados para se analisar as variações entre os resultados fornecidos por vários modelos (WILLMOTT et al., 1985). Dentre eles, podem ser citados: Índice de Concordância (d), Coeficiente de Determinação (CD), Eficiência (EF), Erro Máximo (ME), Raiz Quadrada do erro médio quadrático normalizado ($RMSE$), Coeficiente de Massa Residual (CRM) e Erro absoluto médio (EAM). Uma perfeita concordância entre todos os modelos levaria a $d = Cd = EF = 1$ e $ME = RMSE = CRM = EAM = 0$.

O índice de desempenho c , dado pelo produto entre r e d , demonstra o desempenho do modelo, considerando-se o critério de interpretação da performance dos modelos.

A RD descreve a razão entre o espalhamento das determinações experimentais e o espalhamento dos valores calculados pelo modelo. A EM indica se o modelo fornece uma estimativa melhor das determinações experimentais do que o valor médio dessas determinações. Para RD e EM , o valor esperado tende a 1 (um), quando os valores experimentais e aqueles preditos pelo modelo são consistentes. O CMR indica se o modelo tende a superestimar ($CMR < 0$) ou a subestimar ($CMR > 0$) os valores determinados experimentalmente. Na ausência de desvios sistemáticos entre os valores preditos e experimentais, o valor esperado de CMR tende a zero.

Sendo P_i os valores das condutividades hidráulicas preditas pelos modelos; M_i os valores experimentais e a média dos valores da condutividade hidráulica respectivamente, e N o número de determinações.

O índice de concordância, d , cujos valores variam de zero, para nenhuma concordância, a 1, para a concordância perfeita. O índice d é dado pela seguinte expressão:

$$d = 1 - \left[\sum (Pi - Mi)^2 / \sum (|Pi - M| + |Mi - M|)^2 \right] \quad (2.51)$$

$$RD = \frac{\sum_{i=1}^N (Mi - \bar{M})^2}{\sum_{i=1}^N (Pi - \bar{M})^2} \quad (2.52)$$

$$EM = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (Mi - \bar{M})^2 - \sum_{i=1}^N (Pi - \bar{Mi})^2}{\sum_{i=1}^N (Mi - \bar{M})^2} \right] \quad (2.53)$$

$$CMR = \left[\frac{\sum_{i=1}^N Mi - \sum_{i=1}^N Pi}{\sum_{i=1}^N Mi} \right] \quad (2.54)$$

CAMARGO & SENTELHAS (1997) apresentaram os valores para a interpretação do desempenho de modelos quanto à sua exatidão, conforme mostrado na Tabela 2.2.

TABELA 2.2 Critérios para análise de desempenho de um modelo quanto à exatidão

Valor do índice de desempenho (c)	Desempenho
>0,85	Ótimo
0,76 a 0,85	Muito bom
0,66 a 0,75	Bom
0,61 a 0,65	Mediano
0,51 a 0,60	Ruim
0,41 a 0,50	Mau

<0,40	péssimo
-------	---------

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Localização e caracterização da área

O experimento foi realizado no Núcleo Experimental de Engenharia Agrícola-NEEA, km 19 da BR 467, Cascavel, Paraná, com a seguinte situação geográfica: latitude $24^{\circ} 56'S$; longitude $53^{\circ} 26'W$, com altitude média de 760 m. O solo da área é classificado como Latossolo Vermelho distroférico típico, textura argilosa fase floresta subtropical perenifolia relevo suave ondulado.

Para a determinação da condutividade hidráulica pelo Método do Perfil Instantâneo-MPI, foi utilizado processo de drenagem interna o qual foi realizado entre os dias 05 a 25 de janeiro de 2006, com a utilização da Tensiometria, conforme JOAQUIM JUNIOR G.O. (2003) e o Manual para Manejo da Irrigação de Hortaliças da EMBRAPA HORTALIÇAS, pelo fato do mesmo ser um método não destrutivo da estrutura original do solo. A utilização do tensiômetro justifica-se pelo fato de o mesmo medir um potencial matricial de 0 Pa até aproximadamente 75 kPa, que é a faixa mais utilizada em projetos de irrigação.

A parcela utilizada para a realização do experimento possuía 3 m de comprimento e 2m de largura. Com a finalidade de medir o potencial matricial, foram instaladas na área experimental três baterias de tensiômetros com manômetro de mercúrio, sendo que cada bateria era composta por 5 tensiômetros e as mesmas tinham a forma de um pentágono, distanciadas 0,5 m entre si. Os tensiômetros foram dispostos de forma que os mais profundos ficaram na parte central da área do experimento e os mais superficiais lateralmente, a fim diminuir as chances de que os mais profundos fossem atingidos pela frente de molhamento, devido ao fluxo lateral, em caso de precipitação pluviométrica. A área experimental foi coberta com lona plástica para evitar a influência da evaporação e a infiltração por precipitação pluvial.

As profundidades de instalação dos equipamentos foram as seguintes: 20 cm, 40 cm, 60 cm, 80cm e 100 cm, sendo a primeira a 20 cm e a última a 100 cm. Desta forma, procuramos evitar o efeito da temperatura nas medidas dos

tensiômetros, além de qualquer possível interferência de camadas superficiais pelo uso de máquinas agrícolas.

Profundidades:

- | | |
|---------|--------|
| ● 20 cm | ● 40cm |
| ● 60cm | ● 80cm |
| ● 100cm | |

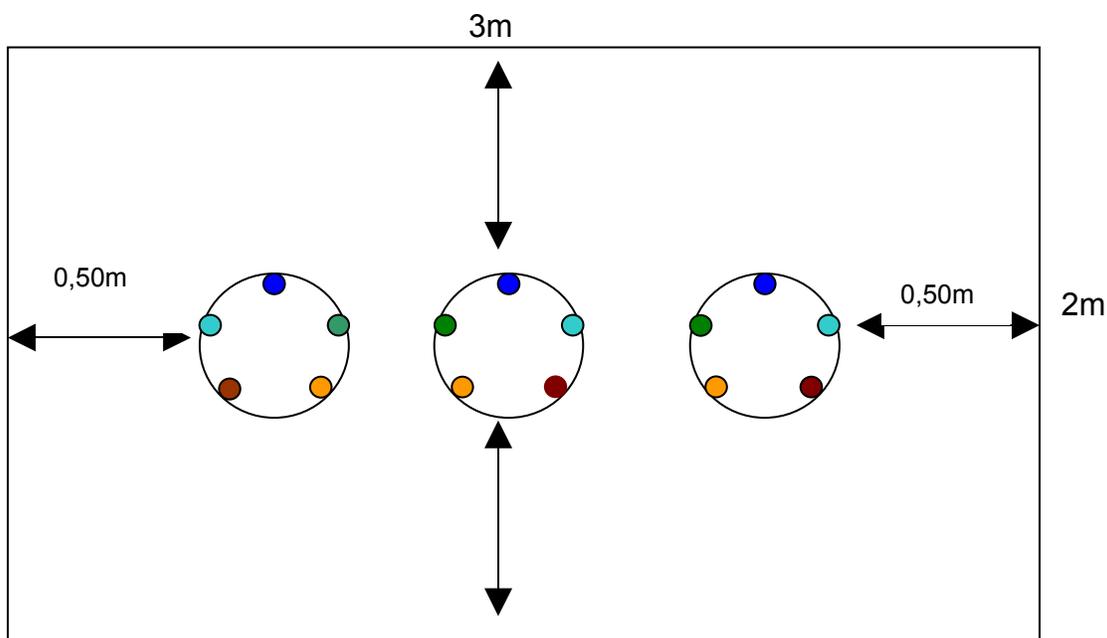


Figura 3.1 Desenho esquemático da área experimental com a localização das três baterias de tensiômetros.

Após a instalação dos tensiômetros inundou-se a área durante 9 horas, aproximadamente, até que o potencial matricial de cada tensiômetro ficasse nulo. Logo após, procedeu-se a fluxagem dos tensiômetros e a cobertura da área inundada com lona plástica. Além disso, como a área tem pequena declividade, um sulco de drenagem foi aberto do lado superior da área para protegê-la da água de enxurrada. A partir desse momento ($t=0$) e durante o processo de redistribuição, leituras de potencial matricial (ψ_m) foram feitas nas cinco profundidades.

As leituras foram realizadas nos seguintes tempos: 0, 0,125, 0,25, 0,5, 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 15 e 20 dias respectivamente.

3.2 Cálculo do Potencial Matricial através do Tensiômetro com manômetro de Hg.

As medidas da coluna de mercúrio dos tensiômetros foram, então, transformadas em potencial matricial. Como foram utilizadas três baterias de tensiômetros, obteve-se o valor do potencial matricial para cada profundidade através de média aritmética.

O cálculo do potencial matricial foi realizado através da equação:

$$\psi_m = -12,6h+h_1+h_2 \quad (3.1)$$

sendo que, ψ_m é o potencial matricial (cm de Hg); h a altura da coluna de mercúrio, h_1 a altura da coluna de mercúrio em relação ao solo (cm); h_2 a profundidade de instalação dos tensiômetros (cm).



Figura 3.2 Vista da estrutura do experimento com as três baterias de tensiômetros.



Figura 3.3 Vista da área do experimento com as três baterias de tensiômetros e as colunas de mercúrio.

3.3 Determinação da curva de retenção de água no solo

Para obtenção da curva de retenção de água no solo, foram coletadas 5 amostras indeformadas, com anéis nas profundidades de 20, 40, 60, 80 e 100 cm, no mesmo local do experimento e encaminhadas ao Laboratório de Física do Solo

da Universidade Estadual de Maringá, onde foi utilizado a Câmara de Pressão de Richards com aplicações de pressão que variaram de 0 kPa a 15.000 kPa.

3.4 Curva de retenção da água no solo

O programa SWRC foi usado para ajustar as curvas de retenção da água no solo para o modelo, utilizando os parâmetros empíricos independentes da equação van Genuchten. Os dados de leituras dos tensiômetros, posteriormente, foram transformados em potencial matricial que, juntamente com os dados da curva de retenção de água, já ajustados, permitiram o cálculo da umidade por meio da equação de van Genhchten. Para esse procedimento, foram utilizados os programas Microsoft Excel e SWRC.

O programa SWRC permite as seguintes opções: (i) estimativa de valores iniciais por procedimentos manuais, (ii) estimativa dos parâmetros de van Genuchten para duas circunstâncias diferentes: independente e dependente, com o caso dependente que tem as limitações descritas pelo modelo de Mualem ($m=1-1/n$) ou pelo modelo de Burdine ($m=1-2/n$), e (iii) pela estimação do índice de água residual e saturada do solo (a) por um procedimento fixo do valor (medido ou algum valor reparado pelo usuário), (b) pela regressão (com e sem limitação), ou (c) por um método de extrapolação (JONG VAN LIER & DOURADO-NETO, 1999).

No presente trabalho, foi admitida a hipótese de que o solo é considerado um objeto fractal e que este comportamento intermediário e, possivelmente, mais realista, possa ser obtido. O fundamento básico para esta dedução é a relação entre a área e o volume de Mandelbrot.

A partir dos modelos do Poro Neutro e da Média Geométrica baseados na Geometria Fractal, foi estimada a condutividade hidráulica do solo, utilizando as equações (2.44) e (2.45).

3.5 Quantificação das diferenças

Para quantificar as diferenças entre os valores da condutividade hidráulica do solo não saturado, obtidos através dos dois métodos, foram empregados os critérios estatísticos descritos no item 2.11.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Umidade volumétrica em função da tensão da água

O teor de água obtido em laboratório através da aplicação de tensão na câmara de Richards, variando de 10 kPa a 15000 kPa, estão apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 Valores da umidade volumétrica obtidos com a aplicação de tensões em laboratório

Umidade volumétrica ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$) em função da tensão					
Tensão (kPa)	Profundidades				
	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	100 cm
10	0.578	0.543	0.612	0.583	0.577
20	0.556	0.512	0.566	0.548	0.568
40	0.531	0.496	0.522	0.512	0.563
60	0.514	0.471	0.479	0.492	0.546
80	0.499	0.419	0.450	0.469	0.519
100	0.494	0.402	0.435	0.467	0.513
500	0.420	0.362	0.369	0.397	0.443
1000	0.412	0.316	0.357	0.382	0.435
15000	0.276	0.258	0.272	0.260	0.279

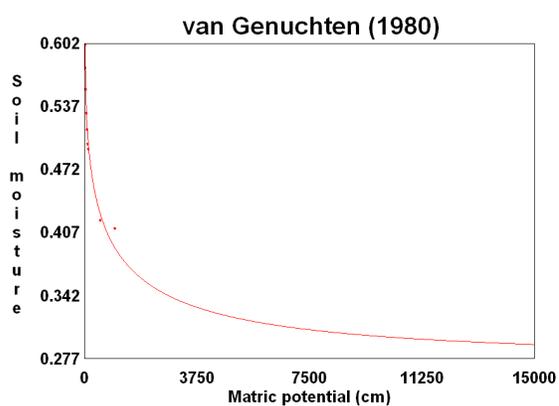
Analisando a tabela 4.1, observamos que o teor de umidade obtido em laboratório não tem variação significativa nas cinco profundidades estudadas para obtenção da curva de retenção.

Com os dados da tabela 4.1, utilizando o programa computacional SWRC e a equação de van GENUCHTEN (1980) com seus parâmetros empíricos obtidos no ajuste do modelo aos dados da curva de retenção para as cinco profundidades estudadas, foram construídas as curvas de retenção de água no solo, conforme a figura 4.1:

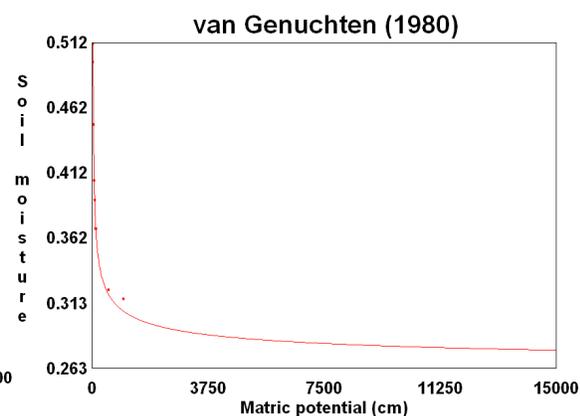
Tabela 4.2 Parâmetros empíricos de van Genuchten e umidade de saturação

Profundidades	$\alpha=1/m$	m	n	θ_s [cm ³ /cm ³]
20 cm	0,0234	0,1845	0,6978	0,578
40 cm	0,2336	0,0174	5,3364	0,543
60 cm	0,1308	0,0141	8,4198	0,612
80 cm	0,1226	0,0460	2,3038	0,583
100 cm	0,0317	0,0470	2,3078	0,577

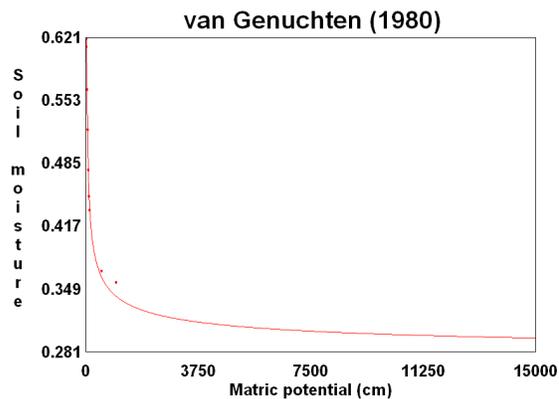
Profundidade 20 cm



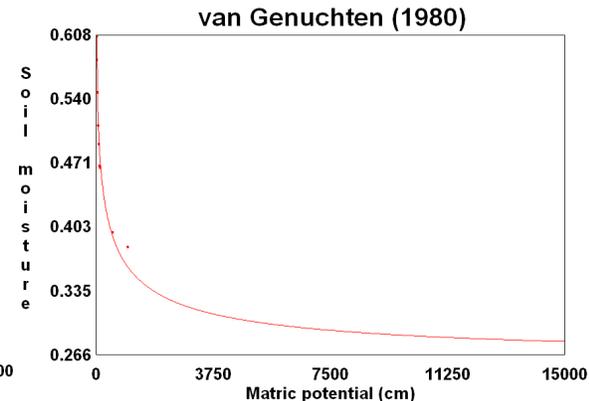
Profundidade 40 cm



Profundidade 60 cm



Profundidade 80 cm



Profundidade 100 cm

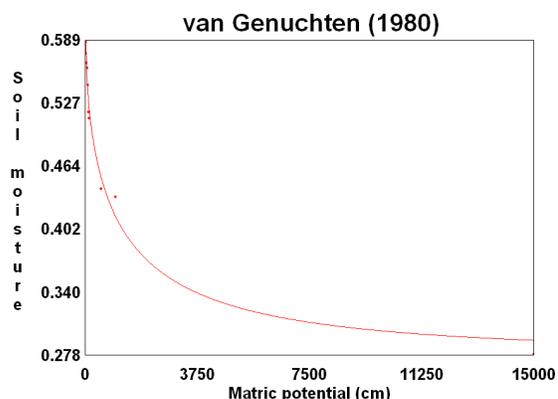


Figura 4.1 Curvas ajustadas da umidade em função do potencial.

Observando-se a Figura 4.1, a qual foi construída com os parâmetros de van Genuchten (1980) e os dados de laboratório da curva de retenção, verifica-se que não ocorreu alteração significativa em nenhuma das profundidades, apesar de as amostras nas profundidades de 20 cm e 40 cm serem influenciadas pela compactação do solo devido às práticas agrícolas.

4.2 Valores de potencial total da água no solo

Os valores de potencial total da água no solo foram determinados a partir dos valores do potencial matricial, obtidos por média dos três tensiômetros em cada profundidade. Apesar da facilidade na leitura dos tensiômetros, a sua precisão diminui quando for utilizada apenas a leitura de um tensiômetro. Seus valores estão apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Resultados transformados em potencial total de água no solo

Tempo (dias)	Potencial total de água (cm H ₂ O)				
	Profundidades				
	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	100 cm
0	-25.18	-43.45	-67.62	-88.51	-101.30
1	-63.81	-75.14	-112.57	-138.59	-148.91
2	-105.37	-116.24	-141.43	-162.80	-175.18
3	-133.28	-142.05	-165.87	-187.52	-200.28

5	-151.94	-157.68	-178.75	-205.86	-230.43
7	-172.50	-176.62	-201.25	-225.14	-241.19
9	-183.16	-188.29	-209.47	-233.10	-242.31
11	-189.64	-194.53	-209.91	-239.34	-253.47
15	-197.43	-203.73	-233.18	-250.52	-265.19
20	-206.59	-213.45	-240.61	-262.84	-273.60

Ao observar a Tabela 4.3, verifica-se que o potencial total apresenta um aumento significativo em função do tempo de drenagem interna, comprovando que o movimento da água é contínuo por longo tempo.

Com os valores apresentados na Tabela 4.3, foram construídas as curvas de potencial total da água no solo em função do tempo, como mostra a Figura 4.2.

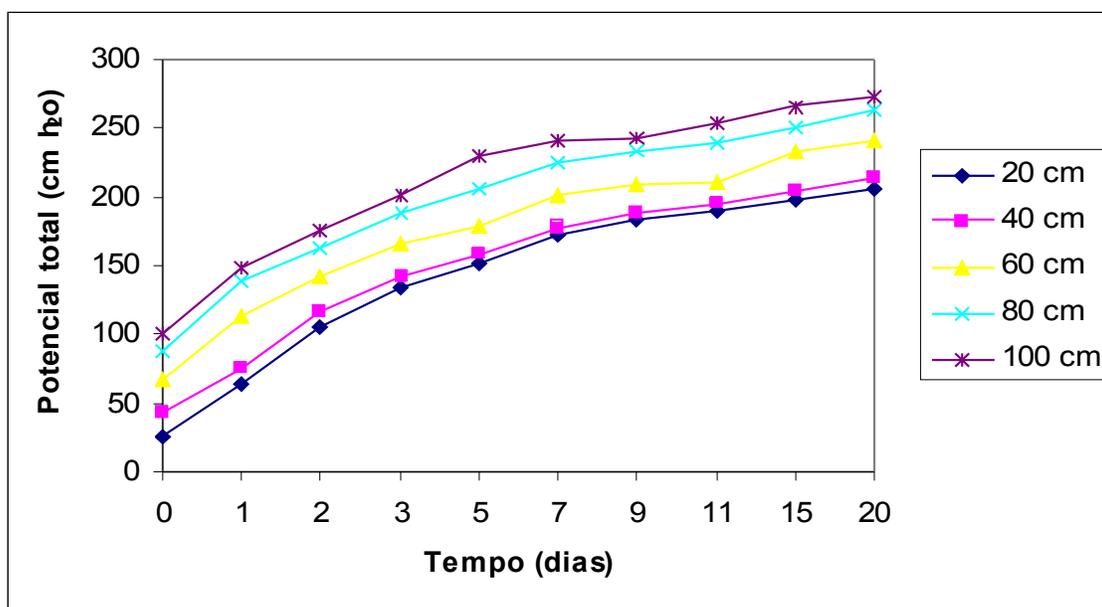


Figura 4.2 Curvas do potencial total em função do tempo nas cinco profundidades estudadas.

Analisando as curvas do potencial total, detecta-se que não é significativo o aumento no potencial nas camadas superficiais apesar de o solo ser compactado devido às práticas agrícolas.

4.3 Valores de umidade volumétrica do solo

Os valores de umidade volumétrica do solo no campo foram obtidos indiretamente a partir dos valores de potencial matricial e utilizando a equação de van Genuchten e seus parâmetros empíricos, os quais estão apresentados na Tabela 4.2.

Os valores de umidades, para as cinco profundidades, obtidos durante o processo de drenagem interna, encontram-se na Tabela 4.4. A partir destes valores, confeccionaram-se as curvas de umidade em função do tempo para as cinco profundidades, referentes ao experimento de drenagem interna apresentados na Figura 4.3.

Tabela 4.4 Valores de umidade volumétrica do solo

Tempo (dias)	Umidade volumétrica (cm ³ cm ⁻³)				
	Profundidades				
	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	100 cm
0	0.550	0.516	0.534	0.511	0.541
1	0.504	0.481	0.477	0.476	0.479
2	0.489	0.477	0.466	0.465	0.468
3	0.477	0.463	0.459	0.455	0.467
5	0.459	0.460	0.453	0.443	0.455
7	0.440	0.447	0.440	0.434	0.447
9	0.426	0.435	0.413	0.421	0.433
11	0.403	0.423	0.404	0.412	0.425
15	0.387	0.410	0.395	0.403	0.416
20	0.362	0.407	0.388	0.395	0.408

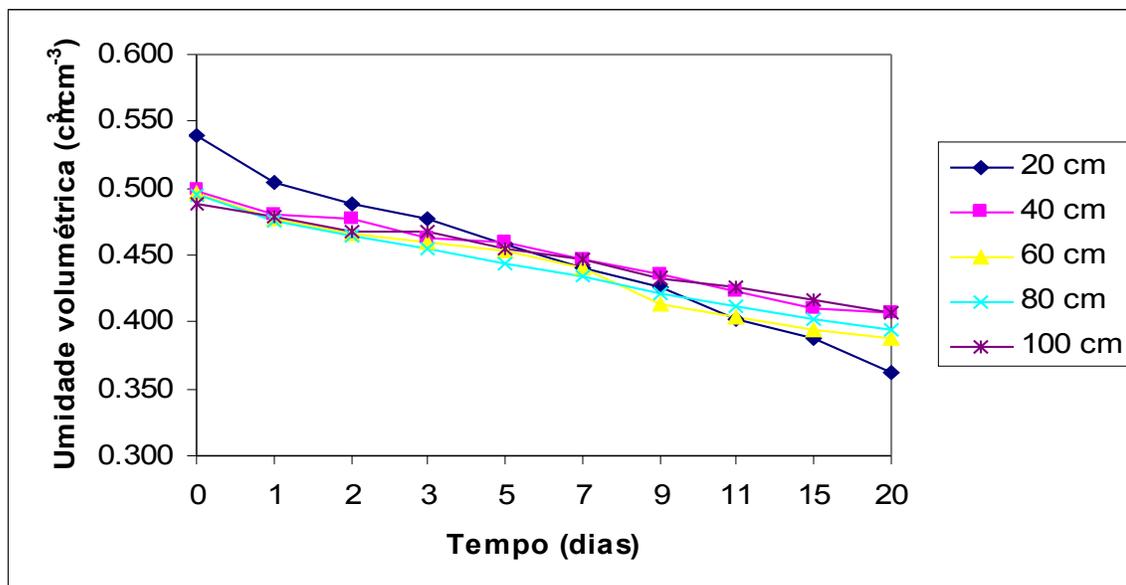


Figura 4.3 Curvas de umidade com a utilização dos dados de tensiometria.

Analisando as curvas de umidade em função do tempo da figura 4.3 que foram construídas com os dados da tabela 4.4, observa-se uma significativa redução da umidade em função do tempo, principalmente na camada superficial. À profundidade de 20 cm o decréscimo é maior devido a ser a camada mais superficial.

4.4 Determinação da relação $K(\theta)$

A relação entre condutividade hidráulica do solo com a umidade, foi determinada a partir dos valores de umidade e potencial total de água no solo determinada em função do tempo, conforme a tabela 4.5, durante as fases do experimento através do Método do Perfil Instantâneo, utilizando o procedimento sugerido por REICHARDT & TIMM (2004).

Tabela 4.5 Valores da condutividade hidráulica em função do tempo

Tempo (dias)	K (cm/dia)			
	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm
0,5	1.848	2.229	3.856	8.346
1,5	0.566	0.436	0.723	1.588

2,5	0.397	0.228	0.328	0.581
4	0.296	0.137	0.173	0.278
6	0.169	0.057	0.074	0.139
8	0.076	0.023	0.029	0.120
10	0.043	0.052	0.051	0.117
13	0.021	0.016	0.027	0.057
17,5	0.033	0.013	0.021	0.045

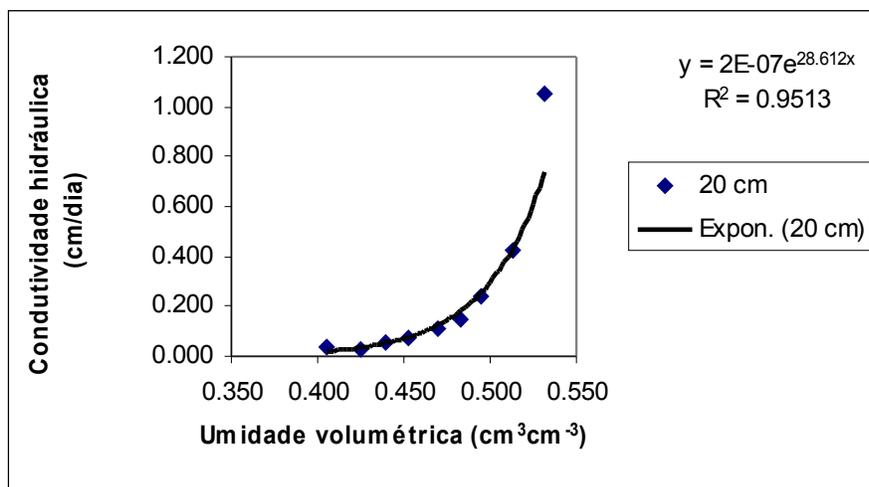
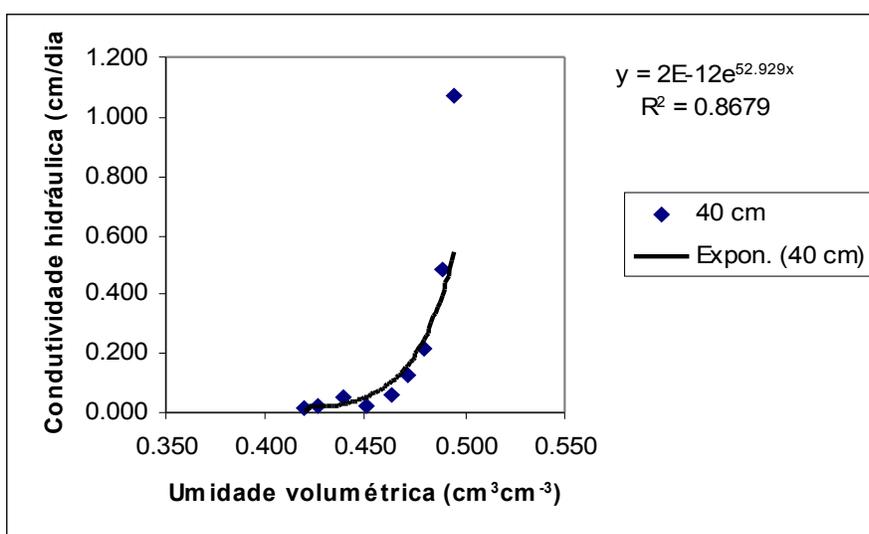


Figura 4.4 Curva da condutividade hidráulica do solo em função da umidade na profundidade de 20 cm.



exponencial nas figuras 4.4 a 4.7, sendo que as mesmas foram construídas com os dados da tabela 4.5. Detecta-se que a condutividade hidráulica é de valor elevado para os dois primeiros dias de observação e que a curva que tem maior r^2 é à profundidade de 20cm, possivelmente influenciada pela compactação do solo.

4.5 Modelo do Poro Neutro

No Modelo do Poro Neutro ($\alpha = 1$) e utilizando a equação 2.45 com os dados de campo, foi construída a tabela 4.6 e as figuras 4.8 a 4.11.

Tabela 4.6 Valores da condutividade hidráulica pelo Modelo do Poro Neutro

Tempo (dias)	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm
0,5	1.081	1.710	2.727	6.621
1,5	0.630	1.427	1.865	4.317
2,5	0.473	0.957	1.591	3.207
4	0.414	0.879	1.099	2.462
6	0.306	0.666	0.861	2.063
8	0.244	0.532	0.540	1.618
10	0.198	0.423	0.461	1.383
13	0.157	0.341	0.394	1.122
17,5	0.106	0.331	0.351	0.871

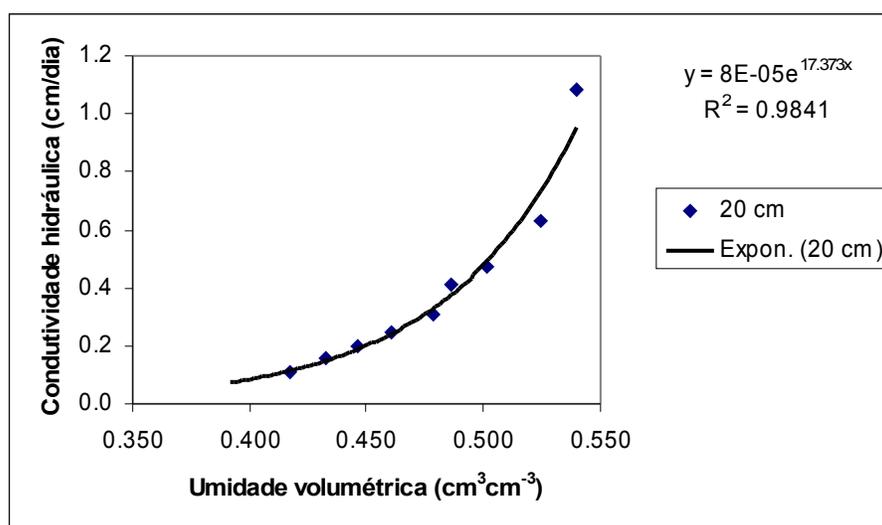


Figura 4.8 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 20 cm.

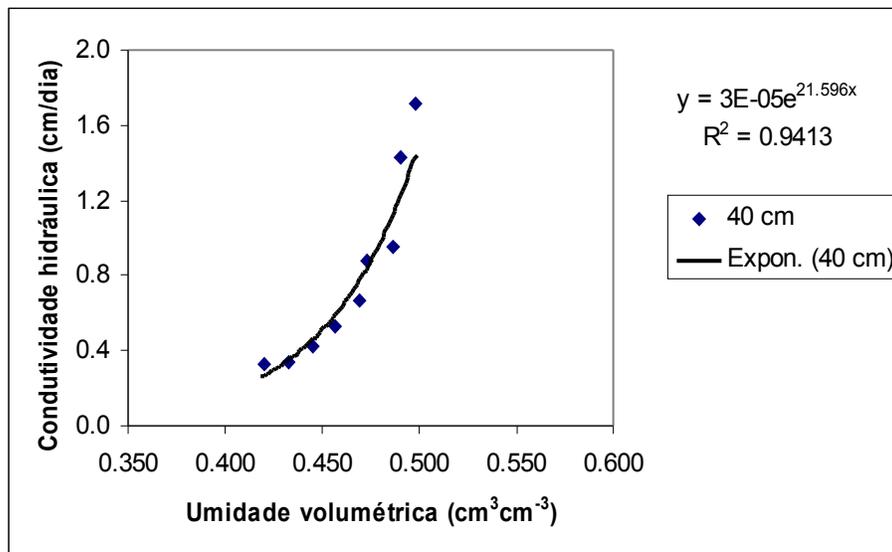


Figura 4.9 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 40 cm.

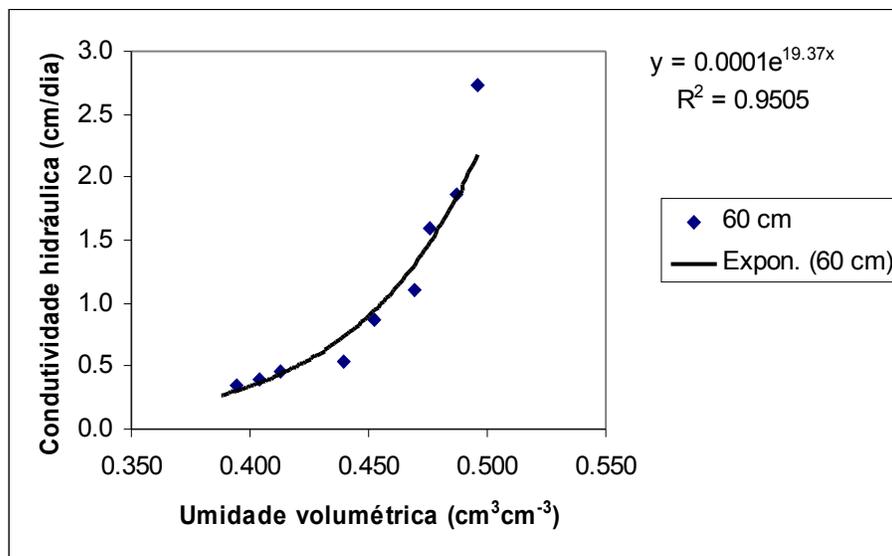


Figura 4.10 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 60 cm.

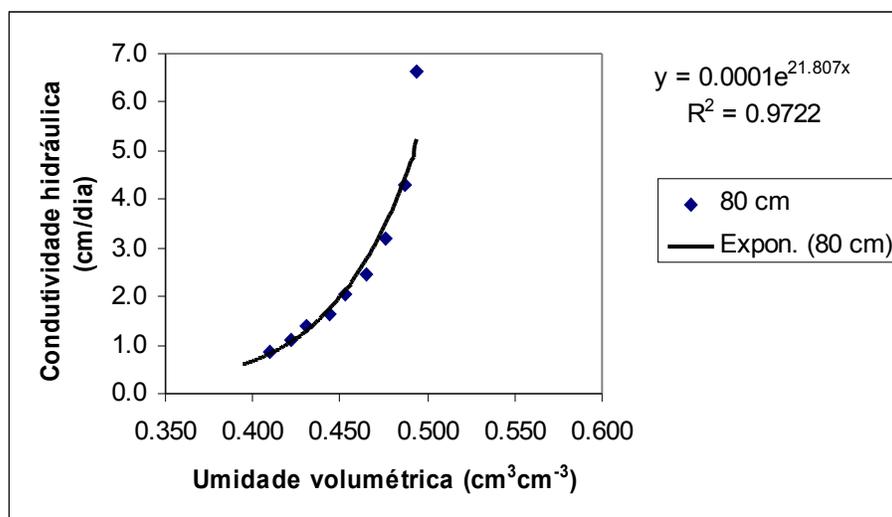


Figura 4.11 Curva da conduktividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 80 cm.

Observando as curvas da conduktividade hidráulica das figuras 4.8 a 4.1, percebe-se que as mesmas são melhor ajustadas pela função exponencial, pois apresentam um r^2 bastante elevado, indicando que o parâmetro de ajuste é bom.

4.6 Modelo da Média Geométrica

Com o Modelo da Média Geométrica ($\alpha = 1/2$) e utilizando a equação 2.44 com os dados de campo, foram construídos a Tabela 4.7 e os gráficos das figuras 4.12 a 4.15.

Tabela 4.7 Valores da conduktividade hidráulica em função do tempo pelo Modelo da Média Geométrica

Tempo (d)	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm
0,5	0.227	0.461	0.682	1.838
1,5	0.080	0.326	0.328	0.809
2,5	0.046	0.151	0.242	0.456
4	0.035	0.128	0.118	0.273
6	0.020	0.075	0.074	0.194
8	0.013	0.049	0.030	0.121
10	0.009	0.031	0.022	0.090
13	0.005	0.007	0.016	0.060
17,5	0.003	0.020	0.013	0.037

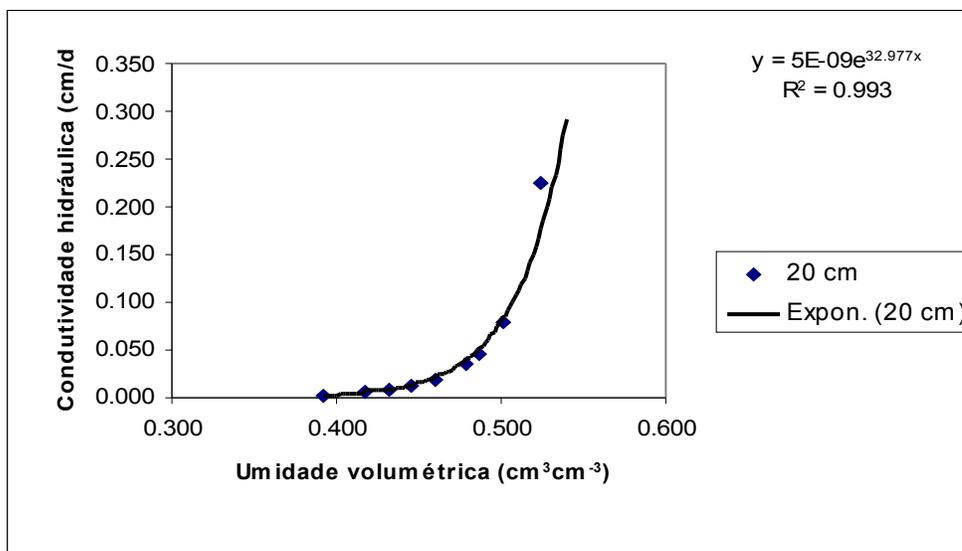


Figura 4.12 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 20 cm.

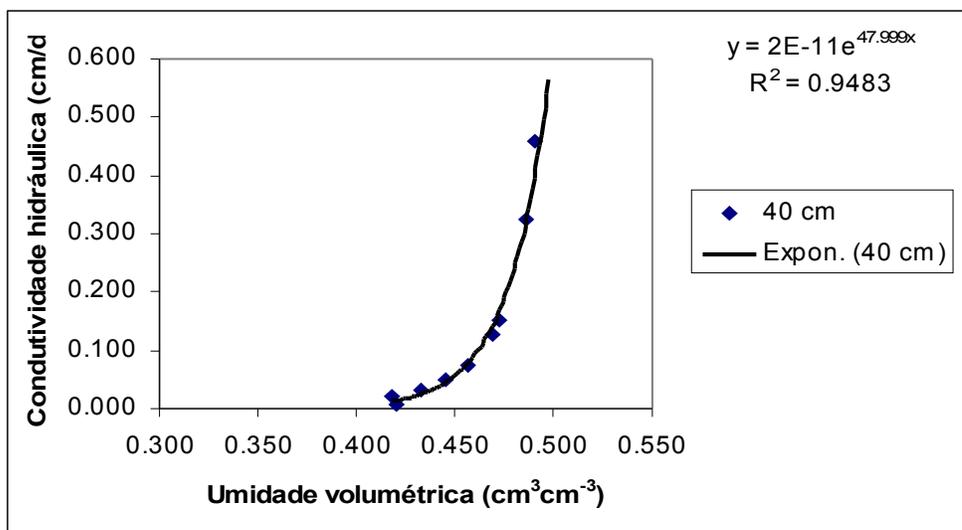


Figura 4.13 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 40 cm.

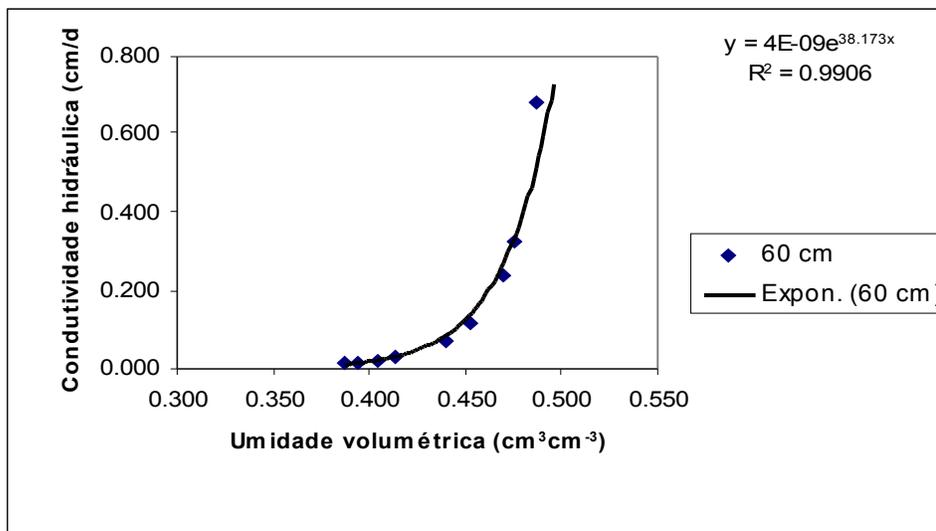


Figura 4.14 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 60 cm.

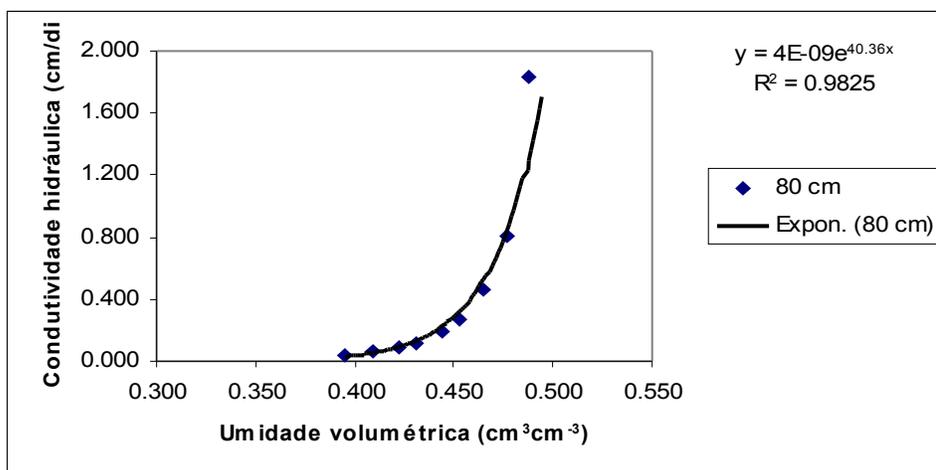


Figura 4.15 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 80 cm.

Observando as curvas das figuras 4.12 a 4.15, vê-se que as mesmas em todas as profundidades são representadas por uma função exponencial, pois apresenta r^2 bastante elevado, indicando que o parâmetro de ajuste é bom.

4.7 Comparação entre os três modelos

A comparação entre as três metodologias foi realizada para comparar o método de Hillel (1972), sugerido por REICHARDT & TIMM (2004), realizado em campo com os outros dois realizados por (FUENTES 2005). Os gráficos das figuras 4.16 a 4.19 apresentam a comparação dos dados de campo com os da Média Geométrica e do Poro Neutro.

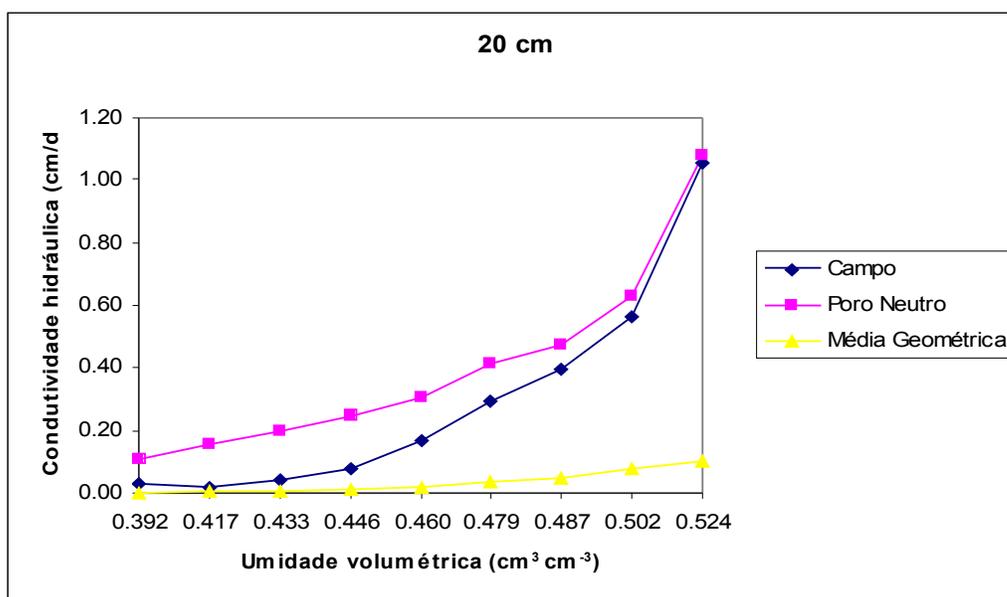


Figura 4.16 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 20 cm para os três métodos.

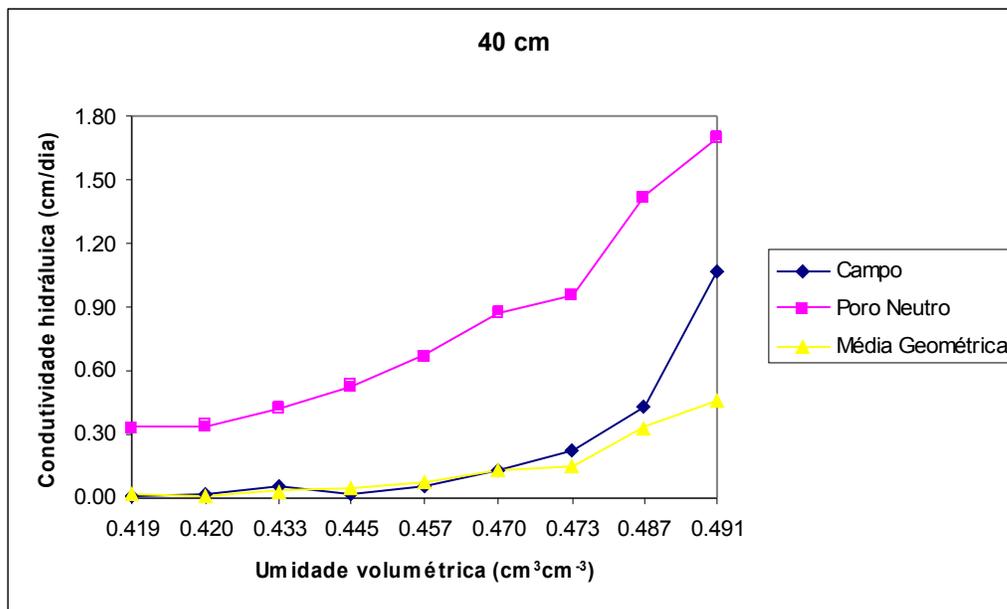


Figura 4.17 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 40 cm para os três métodos.

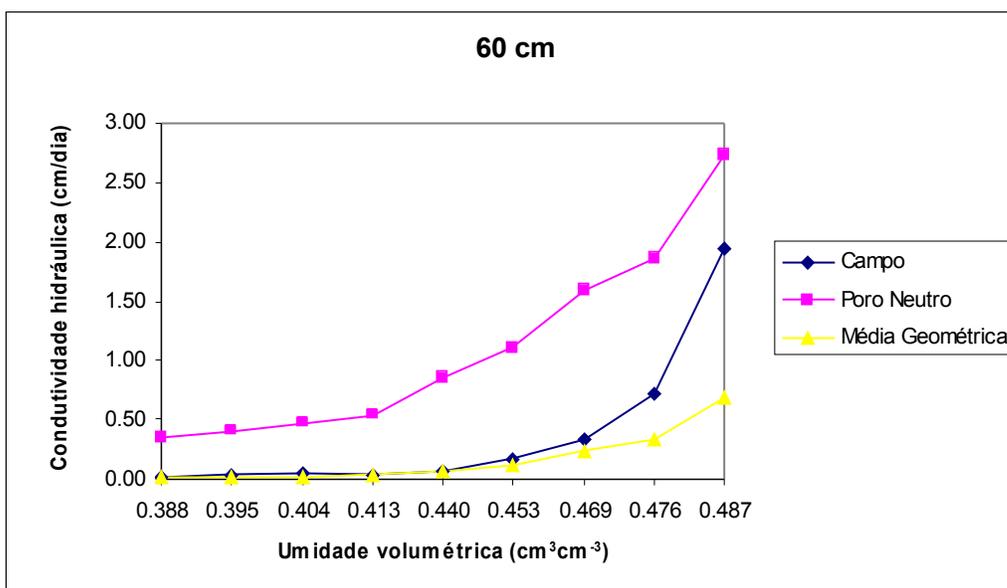


Figura 4.18 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 60 cm para os três métodos.

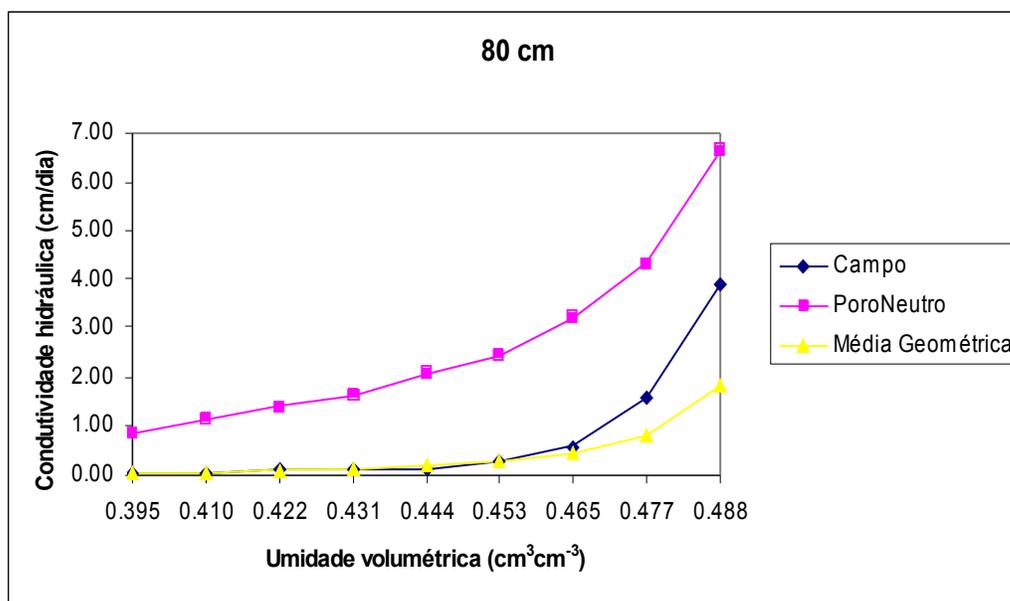


Figura 4.19 Curva da condutividade hidráulica em função da umidade na profundidade de 80 cm para os três métodos.

Analisando a figura 4.16, que representa a profundidade de 20 cm, o modelo de campo é mais ajustado com o modelo do poro neutro. Nas profundidades de 40 cm, 60 cm e 80 cm, o modelo de campo ajusta-se melhor ao modelo da média geométrica, o que possivelmente é influenciado pela compactação do terreno.

4.8 Avaliação estatística dos modelos

A avaliação estatística quanto ao desempenho dos modelos da Média Geométrica e do Poro Neutro comparados com o modelo de Hillel (1972) constam na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 Resultados da análise estatística entre os valores da condutividade hidráulica, preditos pelos modelos da Média Geométrica e do Poro Neutro es os valores experimentais.

	RD	EM	CMR	C
Média Geométrica	1.03	1.04	0.25	0,92
Poro Neutro	0.96	0.93	-0.03	0,73

A Razão de Desvios e a Eficiência da Modelagem indicam que os dados não apresentam grande variação, quanto ao espalhamento das determinações experimentais, portanto os dados são consistentes.

O Coeficiente de Massa Residual indica que os dados estão subestimados, quando comparados com o Modelo da Média Geométrica e superestimados, quando comparados ao Modelo do Poro Neutro.

O índice C que avalia a confiança apresenta o Modelo da Média Geométrica com desempenho ótimo e o Modelo do Poro Neutro com desempenho bom.

5 CONCLUSÕES

Com base nos resultados expostos e discutidos, chega-se às seguintes conclusões:

1- O uso da tensiometria, mesmo que trabalhosa, é viável e de baixo custo para medir a umidade do solo.

2- O uso dos modelos Média Geométrica e Poro Neutro para descrever a porosidade volumétrica em função do raio do poro, bem como os seus parâmetros empíricos, mostraram-se eficientes para descrever a condutividade hidráulica.

3- Os resultados obtidos pelos modelos fractais para a estimativa da condutividade hidráulica do solo assemelham-se bastante aos obtidos experimentalmente.

4- A avaliação estatística apresenta coesão dos dados experimentais, quando comparados com os modelos preditos.

5- O modelo do poro neutro tem maior aproximação aos dados experimentais na profundidade de 20 cm, possivelmente influenciado pela compactação do solo.

6 REFERÊNCIAS

ADLER, P.M.; THOVERT, J.F. Fractal porous media. **Transp. Porous Media.** v. 13, p. 41-78, 1992.

ANDERSON, A. N.; McBRATNEY, A. B.; FITZPATRICK, E. A. Soil mass, surface and spectral fractal dimensions estimated from thin section photographs. **Soil Sci. Soc. Am. J.** 60, p 962-969. 1996.

BACCHI, O. O. S., REICHARDT, K. E VILLA NOVA, N. A. Fractal scaling of particle and pore size distributions and its relation to soil hydraulic conductivity. **Scientia Agrícola**, v.53, n.2-3, p. 356, 1996.

BARTOLI, F.; PHILIPPY, R.; DOIRISSE, M.; NIQUET, S.; DUBUIT, M. Structure and self-similarity in silty and sandy soils: The fractal approach. **J. Soil Sci.** v 42, p 167-185. 1991.

BARTOLI, F.; PHILIPPY, R.; BURTIN, G. Influence of organic matter on aggregation in Oxisols rich gibbsite or in goethite. I. Structures: The fractal approach. **Geoderma**, v 54, p 231-257. 1992.

CAMARGO, A.P.; SENTELHAS, P. C. Avaliação do desempenho de diferentes métodos de estimativa da evapotranspiração potencial no estado de São Paulo. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 5, 1: 89-97, 1997.

CARVALHO, J. R. P.; DECHEN, S. C. F.; DUFRANC, G. Uso da geometria fractal na avaliação da variabilidade espacial de parâmetros de agregação do solo em São Paulo. **Viçosa, Sociedade Brasileira de Ciência do Solo**, 2002a. 5p.

CHILDS, E.C. & COLLINS-GEORGE, N. The permeability of porous materials. **Proe. Roy. Soc.**, v 198: 71-78, 1950.

CRAWFORD, J. W.; RITZ, K; YOUG, I. M. On the relation between number-size distribution and the fractal dimensions of aggregates. **J. Soil Sci.** v 44, p 555-565. 1993b.

CRAWFORD, J. W. The relationship between structure and the hydraulic conductivity of soil. **Eur. J. Soil Sci.** v 45, p 493-501. 1994.

CRAWFORD, J. W.; MATSUI, N. Heterogeneity of the pore and solid volume of soil: distinguishing a fractal space from its nonfractal complement. **Geoderma**, v 73, p 183-195. 1996.

DAVIS, H. T. On the fractal character of the porosity of natural sandstone. **Europhys. Lett.** v 8, p 629-632. 1989.

DOURADO-NETO, D.; et al., Software to model soil water retention curves (SWRC), Version 2.00. **Scientia Agricola**, v.57, n.1, p.191-192, 2000.

EMBRAPA - Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Hortaliças**. Disponível em: www.cnph.embrapa.br. Acesso em: 15 dez. 2005.

FUENTES, C.; VAUCLIN, M; PARLANGE, J. I.; HAVERKAMP, R. A note on the soil-water conductivity of a fractal soil. **Transp. Porous Media**, v 23, p 31-36. 1996.

FUENTES, C.; ANTONINO, A.C.D; NETTO, A.M.; LIRA, C.A.B.O; CABRAL, J.J.S.P. Desenvolvimento de um modelo fractal para a estimativa da condutividade hidráulica de solos não saturados. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, n.29, p.51-60, 2005.

GHILARDI, P.; MENDUNI, G. Scaling properties of porous media with power-law particle size distribution. **J. Hydrol.** v 187, p 223-236. 1996.

GIMÉNEZ, D.; ALLMARAS, R.R.; NATER, E.A.; HUGGINS, D.R. Fractal dimensions for volume and surface of interaggregate pores: scale effects. **Geoderma**, v 77, p 19-38. 1997a.

GIMÉNEZ, D.; PERFECT E.; RAWLS, W.J.; PACHEPSKY, YA. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. **Engineering Geology.** v 48, p 161-183. 1997.

GIMÉNEZ, D.; ALLMARAS, R. R.; NATER, E. A.; HUGGINS, D. R. Prediction of the saturated hydraulic conductivity-porosity dependence using fractals. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 61, p 1285-1292. 1997b.

GUERRINI, I.A.; SWARTZENDRUBER, D. Fractal characteristics of the horizontal movement of water in soil. **Fractals** 2, p 465-468. 1994.

HANSEN, J.P.; MULLER, J. Mean field calculation of effective permeability based on fractal pore space. **Transp. Porous Media**, 8, p 93-97. 1992.

HUANG, G. H.; ZHANG, W. H. Modeling the soil water retention curve with fractal theory. **Adv. Water Science**, 13, p.55-60. 2002.

HUANG, G.; ZHANG, R. Evaluation of soil water retention curve with the pore-solid fractal model. **Geoderma**, 127, 52-61, 2005.

HURTADO, A. L. B. Variabilidade da condutividade hidráulica do solo em valores fixos de umidade e de potencial matricial. Piracicaba, 119p. Tese (Doutorado) - **ESALQ (Universidade de São Paulo)**, 2004.

JACQUIN, C. G.; ADLER, P. M. **Fractal porous media II: geometry of porous geological structures**. *Transp. Porous Media*, v 2, p 571-596, 1987.

JOAQUIM JUNIOR, G. O. Desempenho do reflectômetro no domínio do tempo na detecção de variações de umidade do solo. Piracicaba, 94p. Dissertação (Mestrado) - **ESALQ (Universidade de São Paulo)**, 2003.

JONG VAN LIER, Q.; LIBARDI, P. L. Variabilidade dos parâmetros da equação que relaciona a condutividade hidráulica com a umidade do solo no método do perfil instantâneo. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v.23, p.1005-1014, 1999.

JORGE, A. J. Física e manejo dos solos tropicais. Campinas, **Instituto Campineiro de Ensino Agrícola**, 328 p. 1985.

KATZ, A. J.; THOMPSON, A. H. Fractal sandstone pores: implication for conductivity and pore formation. **Phys. Rev. Lett.** v 54, p 1325-1328. 1985.

KOZAK, E.; PACHEPSKY, Y.; SOKOLOWSKI, S.; SOKOLOWKA, Z.; STEPNIEWSKI, W. A modified number-based method for estimating fragmentation fractal dimensions of soils. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 60, p 1291-1297. 1996.

LIBARDI, P. L. Dinâmica da água no solo. 2ª ed. **Produção do autor**. Piracicaba. 509 p. 2000.

LOYOLA, J.M.T.; PREVEDELLO, C.L. Modelos analíticos para predição do processo da redistribuição da água no solo. **Sociedade Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa. 8 p. 2005.

MANDELBROT, B. B. The Fractal Geometry of Nature. **Freeman**, San Francisco, CA, 468 p. 1982.

MUALEM, Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. **Water Res. Res.**, 12:513-522, 1976.

MUALEM, Y.; DAGAN, G. Hydraulic conductivity of soils: unified approach to the statistical models. **Soil Science Society of America Journal**, 42: 392-395, 1978.

MULLER, J.; McCAULEY, J.L. Implication of fractal geometry for fluid flow properties of sedimentary rocks. **Transp. Porous Media**, 8: 133-147, 1992.

NEIMARK, A. A new approach to the determination of the surface fractal dimension of porous solid. **Physica A**, 191, p.258-262. 1992

NETTO, A. M.; et al., Condutividade hidráulica não saturada de um podzólico amarelo da zona da mata norte de Pernambuco. Brasília, **Embrapa** vol. 35 nº 6, 2000.

OLESCHKO, K.; et al., Linear fractal analysis of three mexican soils in different management systems. **Soil Technol.**, 10:207-223, 1997.

PACHEPSKY, Y. A.; POLUBESOVA, T. A.; HAJNOS, M.; SOKOLOWSKA, Z.; JOSEFACIUK, G. Fractal parameters of pore surface area as influenced by simulated soil degradation. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 159, p 68-74. 1995a.

PACHEPSKY, Y. A.; SHCHERBAKOV, R. A.; KORSUNSKAYA, L. P. Scaling of soil water retention using a fractal model. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 159, p 99-104. 1995b.

PERFECT, E.; KAY, B. D. Applications of fractals in soil and tillage research: a review. **Soil Tillage Res.** v 36, p 1-20. 1995a.

PERFECT, E.; KAY, B. D. Brittle fracture of fractal cubic aggregates. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 159, p 969-974. 1995b.

PERFECT, E.; BLEVINS, R. L. Fractal characterization of soil aggregation and fragmentation as influenced by tillage treatment. **Soil Science Society of America Journal**, v 61, 896-900, 1997.

PERRIER, E.; RIEU, M.; SPOSITO, G.; DE MARSILY, G. Models of the water retention curve for soils with a fractal pore size distribution. **Water Res. Res.** v 32, p 3025-3031. 1996.

PFEIFER, P.; AVNIR, D. Chemistry in noninteger dimensions between two and three. I. Fractal theory of heterogeneous surfaces. **J. Chem. Phys.** v 79, p 3558-3565, 1983

PREVEDELLO, C.L.; et al. Solução numérica para o processo da infiltração da água no solo. **Scientia Agraria**, v.3, n.1-2, p.29-39, 2002.

RAWLS, W. J.; BRAKENSIEK, D. L.; SAXTON, K. E. Estimation of soil water properties. **Trans. ASAE** 25, p 1316-1328. 1982.

RAWLS, W. J.; BRAKENSIEK, D. L.; LONGSDON, S. D. Predicting saturate hydraulic conductivity utilizing fractal principles. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 57, p 1193-1197. 1993.

RIEU, M.; SPOSITO, G. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties, 1, Theory, **Soil Science Society of America Journal**, 55, 1231–1238, 1991a.

SHEPARD, S. J. Using a fractal model to compute the hydraulic conductivity function. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 57, p 300-306. 1993.

TIMM, L. C.; REICHARDT, K. Solo, planta e atmosfera: conceitos, processos e aplicações. **Ed. Manole.** São Paulo, SP. 477p. 2004.

TOLEDO, P. G.; NOVY, R. A.; DAVIS, H. T.; SCRIVEN, L. E. Hydraulic conductivity of porous media at low water content. **Soil Sci. Soc. Am. J.** v 54, p 673-679. 1990.

TYLER, W. S.; WHEATCRAFT, S. W. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. **Soil Science Society of America Journal**, v.3, p.987-996m, 1989.

TYLER, S. W.; WHEATCRAFT, S. W. Fractal scaling of soil particle size distributions: analysis and limitations. **Soil Science Society of America Journal**, v. 56, p. 362-369, 1990.

VAN GENUCHTEN, M. Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. **Soil Science Society of America Journal**, 44:892-898, 1980.

WILLMOTT, C. J.; et al. Statistics for the evaluation and comparison of models. **J. Geophys. Res.**, 90: 8995-9005, 1985.

WU, Q.; et al. On particle-size distributions in soils. **Soil Science Society of America Journal**, 57, 883-890, 1993.