

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ  
CAMPUS DE FOZ DO IGUAÇU  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA DE SISTEMAS DINÂMICOS E ENERGÉTICOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES GLOBAL  
APLICADO AO POSICIONAMENTO DINÂMICO DE  
VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS AUTÔNOMOS**

ANTONIO CARLOS BANA CHIELLA

FOZ DO IGUAÇU  
2015



Antonio Carlos Bana Chiella

**Controle por Modos Deslizantes Global Aplicado ao  
Posicionamento Dinâmico de Veículos Subaquáticos  
Autônomos**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Dinâmicos e Energéticos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas Dinâmicos e Energéticos. Área de concentração: Sistemas Dinâmicos e Energéticos.

Orientador: Carlos Henrique Farias dos Santos

Foz do Iguaçu

2015

### FICHA CATALOGRÁFICA

C583 Chiella, Antonio Carlos Bana

Controle por modos deslizantes global aplicado ao posicionamento dinâmico de veículos subaquáticos autônomos / Antonio Carlos Bana Chiella. - Foz do Iguaçu, 2015.

85 p.: tab: gráf.

Orientador: Prof. Carlos Henrique Farias dos Santos.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Dinâmicos e Energéticos - Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

1. Controle automático. 2. Veículos autônomos. 3. Controle por modo deslizante. 4. Sistemas dinâmicos. I. Título.

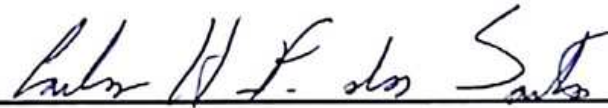
CDU 65-52  
517.938

# **Controle por Modos Deslizantes Global Aplicado ao Posicionamento Dinâmico de Veículos Subaquáticos Autônomos**

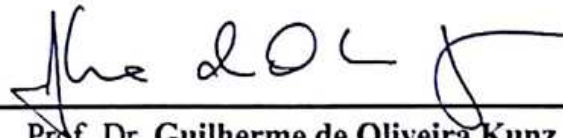
Antonio Carlos Bana Chiella

Esta Dissertação de Mestrado foi apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Dinâmicos e Energéticos e aprovada pela Banca Examinadora:

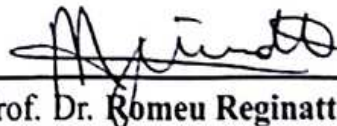
Data da defesa pública: 27/02/2015.



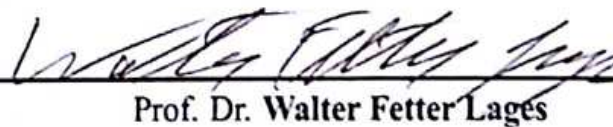
Prof. Dr. Carlos Henrique Farias dos Santos - (Orientador)  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE



Prof. Dr. Guilherme de Oliveira Kunz  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE



Prof. Dr. Romeu Reginatto  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE



Prof. Dr. Walter Fetter Lages  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS



# Resumo

Nos últimos anos, houve um crescimento no interesse da indústria e da comunidade científica por plataformas autônomas, entre essas os chamados AUVs (do inglês, *Autonomous Underwater Vehicle*). Parte deste interesse se deve ao avanço tecnológico, com a melhoria dos equipamentos eletrônicos e a diminuição de seu custo. Outra parte se deve a aplicação destes equipamentos em tarefas variadas, como inspeção e manutenção de estruturas subaquáticas em ambiente marinho (plataformas de óleo e gás) e recentemente inspeção de usinas hidrelétricas. Estes robôs permitem o afastamento do operador da região de realização da tarefa, reduzindo os riscos na execução da mesma. Na tentativa de deixar estas plataformas totalmente autônomas, diminuindo os esforços do operador, desafios relacionados ao seu controle de posição emergem. Neste trabalho, o problema do controle de posicionamento de AUVs é abordado. O modelo cinemático e dinâmico para os 6 graus de liberdade destes robôs, bem como a modelagem dos atuadores e das perturbações externas são apresentados. Características do modelo matemático são utilizadas no projeto do controlador, intitulado de CMDG (Controle por Modos Deslizantes Global). O controlador proposto, é baseado no controle por modos deslizantes, sendo sua superfície de deslizamento modificada, de forma a se eliminar a chamada fase de alcance. Simulações numéricas, mostram o bom desempenho do controlador proposto quando submetido a perturbações como correnteza, fluatuabilidade não nula e erros de posição inicial.

**Palavras-chave:** Veículos Subaquáticos, Posicionamento Dinâmico, Controle por Modos Deslizantes, Estrutura Variável.

# Abstract

In recent years, there has been a growth in the interest of industry and the scientific community for autonomous platforms, among these so-called AUVs (Autonomous Underwater Vehicle). Part of this interest is due to technological progress, with improved electronics and the reduction of its cost. Another part is due to application of this equipment in a variety of tasks such as inspection and maintenance of underwater structures in marine environment (oil and gas platforms) and recently inspection of hydroelectric plants. These robots allow the removal the operator of the region conducting task, reducing the risks in carrying it. In an attempt to make these fully autonomous platforms, reducing the efforts of the operator, challenges related to its control position emerge. In this work, the AUVs positioning control problem is addressed. The kinematic and dynamic models for the 6 degrees of freedom of these robots, as well as the modeling of the actuators and the external disturbances are presented. Characteristics of the mathematical model are used in the controller design, titled CMDG (Global Sliding Mode Control). The proposed controller is based on the sliding mode control, and its sliding surface was modified so as to delete the so called reaching phase. Numerical simulations show the good performance of the proposed controller when subjected to disturbances such as current, non-zero buoyancy and initial position errors.

**Keywords:** Underwater Vehicles, Dynamic Positioning, Sliding Mode Control, Variable Structure.



*Ao meu pai, Carlos Felipe Chiella,  
por ser um exemplo de coragem e determinação.  
A minha mãe, Leonice Bana Chiella,  
por sua serenidade e ternura.  
A minha irmã, Thayse Bana Chiella,  
por sempre me incentivar a seguir meus sonhos.*



# Agradecimentos

Aqui vão os meus agradecimentos a todos que contribuíram, de maneira direta ou indireta, formal ou informal, para que este trabalho pudesse ter chegado ao seu fim.

Assim, agradeço a minha família, especialmente minha mãe Leonice Bana Chiella, meu pai Carlos Felipe Chiella e minha irmã Thayse Bana Chiella, por todo carinho, amor e incentivo.

Agradeço a minha amiga e namorada Luna de Matos Mercer, por todo carinho, apoio e compreensão.

Aos meus amigos, Ana P. P. T. Caetano, Artur B. Piardi, Brunalice de Matos Mercer, Cristian A. Alvez, Rômulo G. Bainy, Jhonatan Andrade e aos demais que aqui não cito, pelos incentivos e momentos despendidos a me ouvir.

Agradeço também a todos os professores do PGESDE, em especial ao Prof. Dr. Carlos Henrique Farias dos Santos, pelo apoio, incentivo e orientação.



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Veículos Subaquáticos não Tripulados . . . . .	2
1.2.1 Controle de Veículos Subaquáticos . . . . .	3
1.3 Objetivo . . . . .	5
1.4 Contribuições da dissertação . . . . .	6
1.5 Organização da Dissertação . . . . .	7
<b>2 Fundamento de Controle à Estrutura Variável</b>	<b>9</b>
2.1 Introdução . . . . .	9
2.2 Definição do Problema . . . . .	10
2.3 Existência do Modo Deslizante . . . . .	11
2.4 Descrição Matemática do Modo Deslizante . . . . .	13
2.4.1 Método de Filippov . . . . .	13
2.4.2 Controle Equivalente . . . . .	15
2.5 Projeto de Controle . . . . .	15
2.6 O fenômeno do <i>Chattering</i> . . . . .	18
2.7 Eliminação da Fase de Alcance . . . . .	22

2.7.1	Eliminação da fase de alcance com função exponencial . . . . .	22
2.7.2	Eliminação da fase de alcance com Modos Deslizantes Integral . . . . .	23
2.8	Conclusão . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Modelagem Matemática de Veículos Subaquáticos</b>	<b>25</b>
3.1	Introdução . . . . .	25
3.2	Cinemática . . . . .	25
3.2.1	Transformação de velocidades lineares . . . . .	28
3.2.2	Transformação de velocidades angulares . . . . .	30
3.3	Modelagem Dinâmica . . . . .	31
3.3.1	Dinâmica do Corpo Rígido . . . . .	31
3.3.2	Esforços Hidrodinâmicos . . . . .	33
3.4	Equações do Movimento . . . . .	39
3.4.1	Representação no Referencial do Corpo . . . . .	39
3.4.2	Representação no Referencial Inercial . . . . .	39
3.4.3	Propriedades das Equações do Movimento . . . . .	39
3.5	Distúrbios Ambientais . . . . .	40
3.6	Esforços de Propulsão . . . . .	41
3.6.1	Modelagem do Hélice . . . . .	41
3.6.2	Dinâmica do Motor CC . . . . .	43
3.6.3	Formulação da Matriz de Propulsão . . . . .	43
3.7	Conclusão . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Controle de Posicionamento</b>	<b>47</b>
4.1	Definição do Problema . . . . .	48
4.2	Controle por Modos Deslizantes Global (CMDG) . . . . .	49
4.2.1	Estabilidade . . . . .	52
4.3	Conclusão . . . . .	53

<b>5</b>	<b>Resultados de Simulações</b>	<b>55</b>
5.1	Veículo Subaquático BA-1 . . . . .	55
5.2	Simulação em Malha Aberta . . . . .	58
5.2.1	Movimento de translação em $\mathbf{X}_0$ . . . . .	58
5.2.2	Movimento de translação em $\mathbf{Y}_0$ . . . . .	59
5.2.3	Movimento de translação em $\mathbf{Z}_0$ . . . . .	60
5.3	Simulações em malha fechada . . . . .	61
5.3.1	Caso 1: Correnteza e fluutuabilidade não nulas . . . . .	64
5.3.2	Caso 2: Acoplamento entre os graus de liberdade . . . . .	66
5.3.3	Caso 3: Desempenho do controlador a uma trajetória retilínea . . . . .	68
5.4	Conclusão . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>71</b>
6.1	Considerações Finais . . . . .	71
6.2	Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	72
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>74</b>
<b>A</b>	<b>Simulador</b>	<b>81</b>
<b>B</b>	<b>Trajelórias de Referências</b>	<b>83</b>





# Lista de Figuras

1.1	Principais subsistemas relacionados ao sistema de controle de AUVs . . . . .	3
2.1	Interseção de duas superfícies de deslizamento. . . . .	10
2.2	Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante. . . . .	11
2.3	Condição de deslizamento. . . . .	12
2.4	Interpretação geométrica da solução de Filippov. . . . .	14
2.5	Rastreamento de trajetória. . . . .	19
2.6	Erro de rastreamento. . . . .	19
2.7	Sinal de controle. . . . .	19
2.8	Superfície de deslizamento. . . . .	19
2.9	Rastreamento de trajetória. . . . .	20
2.10	Erro de rastreamento. . . . .	20
2.11	Sinal de controle. . . . .	20
2.12	Superfície de deslizamento. . . . .	20
2.13	$y = \text{sat}(x)$ . . . . .	21
2.14	$y = \text{tanh}(x)$ . . . . .	21
2.15	Rastreamento de trajetória. . . . .	21
2.16	Erro de rastreamento. . . . .	21
2.17	Sinal de controle. . . . .	21
2.18	Superfície de deslizamento. . . . .	21
2.19	Superfície de deslizamento modificada. . . . .	23
3.1	Referencial do corpo e referencial inercial. . . . .	26
3.2	Ação dos esforços restauradores. . . . .	38

3.3	Sistema de Propulsão. . . . .	42
4.1	Objetivo de Controle . . . . .	49
5.1	Disposição dos propulsores e movimentos relativos a cada par de propulsor. . . . .	56
5.2	Diagrama de blocos da simulação em malha aberta. . . . .	58
5.3	Movimento de translação e rotação. . . . .	59
5.4	Velocidade de translação e rotação. . . . .	59
5.5	Movimento de translação e rotação. . . . .	60
5.6	Velocidade de translação e rotação. . . . .	60
5.7	Movimento de translação e rotação. . . . .	61
5.8	Velocidade de translação e rotação. . . . .	61
5.9	Diagrama de blocos do sistema em malha fechada. . . . .	62
5.10	Posição em relação ao referencial inercial (caso 1). . . . .	64
5.11	Erro de posição de $\psi$ (caso 1). . . . .	65
5.12	Força exercida por cada propulsor (caso 1). . . . .	65
5.13	Resultante da velocidade relativa no plano $XY$ (caso 1). . . . .	65
5.14	Posição em relação ao referencial inercial (caso 3). . . . .	66
5.15	Erro de posição (caso 3). . . . .	67
5.16	Velocidade em cada grau de liberdade (caso 3). . . . .	67
5.17	Força exercida por cada propulsor (caso 3). . . . .	68
5.18	Posição em relação ao referencial inercial (caso 4). . . . .	68
5.19	Erro de rastreamento (caso 4). . . . .	69
5.20	Força exercida por cada propulsor (caso 4). . . . .	69
5.21	Velocidade da correnteza (caso 4). . . . .	70
A.1	Diagrama de blocos principal. . . . .	81
A.2	Bloco Controle. . . . .	82
A.3	Bloco AUV. . . . .	82

B.1	Posição desejada ( $x_0 = 0$ e $x_f = 1$ ). . . . .	84
B.2	Velocidade desejada. . . . .	84
B.3	Aceleração desejada. . . . .	85



# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros utilizados na simulação. . . . .	18
3.1	Notação vetorial utilizada. . . . .	28
5.1	Parâmetro de simulação do AUV BA-1. . . . .	57
5.2	Parâmetros dos Controladores. . . . .	64
5.3	Integral da norma do erro normalizada (caso 1). . . . .	66
5.4	Integral da norma do erro normalizada (caso 3). . . . .	66
5.5	Integral da norma do erro normalizada (caso 4). . . . .	69



# Lista de Símbolos

PGESDE	Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Dinâmicos e Energéticos
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
UUVs	<i>Unmanned Underwater Vehicles</i>
ROVs	<i>Remotely Operated Vehicles</i>
AUVs	<i>Autonomous Underwater Vehicle</i>
GL	Graus de Liberdade
GNC	<i>Guidance, Navigation and Control</i>
PD	Proporcional e Derivativo
P-PI	Proporcional + Proporcional e Integral
CMD	Controle por Modos Deslizantes
HOSM	<i>High Order Sliding Mode</i>
CMDG	Controle por Modos Deslizantes Global
CRL	Controle por Realimentação Linearizante
SCEV	Sistema de Controle a Estrutura Variável
SNAME	<i>The Society of Naval Architects and Marine Engineers</i>
MIMO	<i>Multi Input - Multi Output</i>
SISO	<i>Single Input - Single Output</i>
TUMSAT	<i>Tokyo University of Marine Science and Technology</i>
$X_0 Y_0 Z_0$	Referencial do Corpo
$u$	Velocidade linear na direção de $X_0$ , movimento de avanço ( <i>surge</i> ) [ $m/s$ ]
$v$	Velocidade linear na direção de $Y_0$ , movimento de balanço ( <i>sway</i> ) [ $m/s$ ]
$w$	Velocidade linear na direção de $Z_0$ , movimento de oscilação ( <i>heave</i> ) [ $m/s$ ]
$p$	Velocidade angular em torno de $X_0$ , movimento de rolagem ( <i>roll</i> ) [ $rad/s$ ]
$q$	Velocidade angular em torno de $Y_0$ , movimento de arfagem ( <i>pitch</i> ) [ $rad/s$ ]
$r$	Velocidade angular em torno de $Z_0$ , movimento de guinada ( <i>yaw</i> ) [ $rad/s$ ]
$\nu$	Vetor de velocidades do veículo submarino, $\nu \in \mathbb{R}^6$
$\tau$	Vetor de forças e momentos aplicados no veículo expressos no referencial do corpo, $\tau \in \mathbb{R}^6$
$XYZ$	Referencial da Terra (inercial)
$x$	Posição em $X$ expressa no referencial inercial [ $m$ ]
$y$	Posição em $Y$ expressa no referencial inercial [ $m$ ]
$z$	Posição em $Z$ expressa no referencial inercial [ $m$ ]

$\phi$	Rotação em $X$ expressa no referencial inercial [ $rad$ ]
$\theta$	Rotação em $Y$ expressa no referencial inercial [ $rad$ ]
$\psi$	Rotação em $Z$ expressa no referencial inercial [ $rad$ ]
$\boldsymbol{\eta}$	Vetor de posições do veículo submarino expresso no referencial inercial, $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{I}$	Matriz identidade, $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
$\mathbf{J}$	Matriz de rotação que expressa a transformação do referencial do corpo para o referencial inercial, $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$
$\mathbf{S}$	Operador de produto cruzado, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
$\boldsymbol{\xi}$	Vetor unitário, $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{M}$	Matriz de Inércia (incluindo massa adicional), $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$
$\mathbf{C}$	Matriz de Coriolis e Forças Centrípetas (incluindo massa adicional), $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$
$\mathbf{D}$	Matriz de Arrasto Hidrodinâmico, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$
$\mathbf{bmg}$	Vetor de Forças Gravitacionais e de Restauração, $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{I}_0$	Matriz que contém os momentos e produtos de inércia, $\mathbf{I}_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
$m$	Massa do corpo
$g$	Aceleração da gravidade
$\nabla$	Volume do corpo
$\rho$	Densidade do fluido
$W$	Força gravitacional
$B$	Empuxo hidrostático
$\dot{\boldsymbol{\eta}}_c$	Vetor de velocidade da correnteza expressa no referencial inercial, $\dot{\boldsymbol{\eta}}_c \in \mathbb{R}^6$
$\boldsymbol{\nu}_c$	Vetor de velocidade da correnteza expressa no referencial do corpo, $\boldsymbol{\nu}_c \in \mathbb{R}^6$
$\boldsymbol{\nu}_r$	Vetor de velocidade relativa, $\boldsymbol{\nu}_r \in \mathbb{R}^6$
$\boldsymbol{\tau}_p$	Vetor de esforços dos propulsores, $\dot{\boldsymbol{\tau}}_p \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{B}$	Matriz de alocação dos propulsores, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{6 \times p}$
$p$	Número de propulsores
$\mathbf{u}$	Vetor de sinais de controle, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^6$
$T$	Força de propulsão
$Q$	Torque devido ao carregamento hidrodinâmico
$v_w$	Velocidade com que a água se dirige para o hélice
$D$	Diâmetro do hélice
$n$	Velocidade de rotação do hélice [rps]
$\sigma$	Ângulo de avanço
$\rho$	Densidade do fluido
$C_T(\sigma)$	Coefficiente de empuxo em função de $\sigma$
$C_Q(\sigma)$	Coefficiente de torque em função de $\sigma$
$i_a$	Corrente de armadura
$v_a$	Tensão aplicada (excitação)
$R_a$	Resistência de armadura
$K_m$	Constante eletromagnética do motor



$J_p$	Soma dos momentos de inércia do motor e do hélice
$T_m$	Torque do motor
$\mathbf{F}_{p_i}$	Contribuição de força de cada propulso em $(X_0Y_0Z_0)$ , $\mathbf{F}_{p_i} \in \mathbb{R}^3$
$\mathbf{R}_{p_i}$	Vetor de posição do centro de empuxo de cada propulsor em $(X_0Y_0Z_0)$ , $\mathbf{R}_{p_i} \in \mathbb{R}^3$
$\boldsymbol{\eta}_d$	Vetor de posição desejada, $\boldsymbol{\eta}_d \in \mathbb{R}^6$
$\boldsymbol{\tau}_E$	Vetor de forças externas (perturbações), $\boldsymbol{\tau}_E \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{s}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, t)$	Superfície de deslizamento, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^6$
$\tilde{\boldsymbol{\eta}}$	Erro de rastreamento, $\tilde{\boldsymbol{\eta}} \in \mathbb{R}^6$
$\boldsymbol{\lambda}$	Matriz diagonal positiva definida, $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$
$\gamma$	Constante que força as trajetórias do sistema iniciarem sobre a superfície de deslizamento, $\gamma \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{K}$	Matriz diagonal positiva definida, $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$
$\dot{\boldsymbol{\eta}}_v$	Vetor de referência virtual expresso no referencia inercial, $\dot{\boldsymbol{\eta}}_v \in \mathbb{R}^6$
$\boldsymbol{\nu}_v$	Vetor de referência virtual expresso no referencia do corpo, $\boldsymbol{\nu}_v \in \mathbb{R}^6$
$\mathbf{s}_c$	Superfície de deslizamento expressa no referencial do corpo, $\mathbf{s}_c \in \mathbb{R}^6$
$V(\cdot)$	Função candidata de Lyapunov
$\boldsymbol{\mu}$	Vetor de constantes positivas, $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^6$
$\Phi$	Constante positiva



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

Nos últimos anos houve um crescimento no interesse de construção de avançados veículos não tripulados para inspeção subaquática. Veículos Subaquáticos não Tripulados, popularmente conhecidos como UUVs (do inglês, *Unmanned Underwater Vehicle*) são plataformas robóticas não tripuladas que podem ser pré-programadas para executar diferentes tarefas. Estes permitem acesso a regiões antes inalcançáveis, e podem, em princípio, simplificar as tarefas de aquisição de dados. Sua maior utilidade está em operações que não seriam possíveis de serem realizadas por humanos, ou, apresentariam riscos a vida destes. Encontram-se exemplos da utilização destes robôs em vários setores, por exemplo: militares, para monitorar áreas protegidas (por exemplo, portos), fazer mapeamento de áreas, verificar a existência de minas, localização e resgate de navios e aviões; comerciais, na inspeção de cascos de navios, construção e manutenção de estruturas subaquáticas, inspeção e reparo de dutos de petróleo e gás, inspeção e reparo de cabos de telecomunicação e científicos, na observação do ambiente subaquático (marinho e lacustre) e coleta de materiais para pesquisa (Yuh, 1990; Tavares, 2003; Antonelli, 2004; Akakaya et al., 2009).

Recentemente com a maturidade da tecnologia e pela redução dos custos de sua implementação, robôs subaquáticos são utilizados em tarefas de inspeção de barragens de usinas hidrelétricas. Estas precisam garantir o fornecimento ininterrupto de energia, sendo de grande importância o monitoramento e intervenção em sua estrutura. Usualmente estas inspeções são realizadas por mergulhadores, que fazem registro de dados em câmeras de vídeo de alta precisão, percorrendo as paredes em busca de danos físicos ou alguma obstrução em dutos de adução (Boas et al., 2013). São destacados dois principais aspectos a serem inspecionados em usinas hidrelétricas (Ridao et al., 2010): inspeção visual da barragem, verificando o estado do concreto; inspeção visual da tomada d'água, avaliando detritos que podem ficar presos às grades, levando a redução da produção de energia.

Para realizar tarefas de inspeção o veículo deve ter boa capacidade de manobra, conse-

guindo se posicionar de forma precisa, controlando posição e velocidade. Veículos subaquático são sistemas com dinâmica muito rica, possuindo características não lineares que dificultam o seu controle. Além disso, os modelos matemáticos que descrevem seu comportamento carecem de informações paramétricas precisas, contribuindo ainda mais para a complexidade do projeto de controle.

## 1.2 Veículos Subaquáticos não Tripulados

A maior parte da bibliografia considera dois grupos de veículos aquáticos: veículos subaquáticos operados remotamente (do inglês, ROV - *Remotely Operated Underwater Vehicle*) e veículos subaquáticos autônomos (do inglês, AUVs - *Autonomous Underwater Vehicle*). Dinamicamente estas duas classes de embarcações são muito similares, tendo principal diferença, o cabo umbilical presente nos ROVs. Contudo, a utilização de AUVs, se mostra mais atraente, pois possibilita um menor esforço de operação, reduzindo a fadiga do operador.

Veículos subaquáticos autônomos são usualmente controlados por propulsores, que por sua vez são acionados por motores elétricos. Alguns veículos também possuem lemes verticais e horizontais para o controle de rumo e profundidade. Sua fonte de energia é geralmente embarcada e possuem maior autonomia para tomada de decisões (Yuh, 1990; Choi & Kondo, 2010). Este tipo de embarcação marítima é geralmente classificada em dois tipos: AUVs de cruzeiro e de pairar. Os primeiros possuem normalmente menos propulsores do que o requerido para executar o controle de todos os graus de liberdade (GL). Os movimentos deste tipo de veículo são similares aos movimentos de aeronaves. Já os AUVs de pairar possuem normalmente mais propulsores do que o requerido para controlar seus GL, podendo se mover em várias direções, desta forma, são mais utilizados em trabalhos de inspeção, onde são exigidos movimentos mais precisos (Kondo et al., 2010).

Atualmente muitas manobras complexas podem ser executadas diretamente por pilotos automáticos. Este é um dispositivo utilizado para controlar embarcações marítimas ou de outro tipo (mísseis, foguetes, aviões, etc) sem a intervenção humana. Estes sistemas de controle de movimento geralmente são construídos em três diferentes blocos chamados de sistemas de guiagem, navegação e controle (do inglês, GNC - *Guidance, Navigation and Control*), figura 1.1. Estes blocos interagem entre si através da transmissão de dados e sinais, cada um possui as seguintes funções (Fossen, 2011):

- i. Guiagem (orientação) - realiza o processamento dos sinais de referência bem como a comparação dos sinais providos do sistema de navegação;
- ii. Navegação - este nível é composto pelo sensoriamento e processamento de sinais relacionados com a estimação da posição, velocidade e aceleração do veículo;

- iii. Controle - ou mais especificamente controle de movimento, é a ação de determinar forças e momentos necessários à embarcação para que esta satisfaça um determinado objetivo de controle.

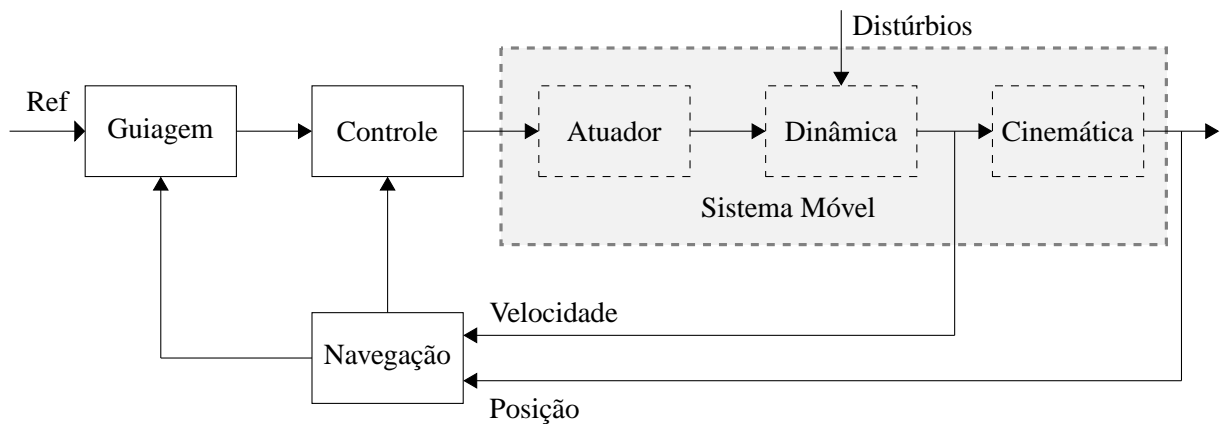


Figura 1.1: Principais subsistemas relacionados ao sistema de controle de AUVs

Apesar do progresso atingido no desenvolvimento e testes de vários protótipos de veículos subaquáticos, muito trabalho ainda deve ser feito para que estes operem de forma totalmente autônoma. Entre os inúmeros problemas que devem ser resolvidos, o desenvolvimento de sistemas avançados para o rastreamento de trajetória e o seguimento de caminho são desafios particulares.

### 1.2.1 Controle de Veículos Subaquáticos

O controle de veículos subaquáticos é uma tarefa difícil. Pode-se definir o problema de controle como a ação de determinar as forças e momentos necessários de serem fornecidas pelo veículo com o intuito de satisfazer um determinado objetivo de controle. Desta forma, o projeto da lei de controle deve satisfazer os requerimentos para uma operação segura da embarcação. Os principais objetivos de controle são:

**Regulação do Ponto de Ajuste:** o sinal de referência é definido como uma entrada constante ou um ponto de ajuste provido por um operador. O controlador correspondente deve ser um regulador. Exemplos de regulação de ponto de ajuste são profundidade constante, controle de velocidade.

**Rastreamento de Trajetória:** A posição e velocidade da embarcação marítima deve seguir os sinais de referência de posição e velocidade que variam com o tempo. O controlador em malha fechada correspondente é um controlador de rastreamento de trajetória. Controle de rastreamento deve ser usado em manobras de mudança de curso, mudança de velocidade e controle de atitude.

**Seguimento de Caminho:** Este segue um caminho pré-definido independentemente do tempo (sem restrições temporais). Este é típico para navios que transitam entre continentes e para veículos subaquáticos utilizados para mapear o solo oceânico.

Comumente, a tarefa de controle simultâneo de vários graus de liberdade (GL) é facilmente alcançada quando é possível o controle independente de forças e momentos. Para velocidades baixas, este movimento é conhecido como posicionamento dinâmico (do inglês, DP - *Dynamic Positioning*), termo utilizado na bibliografia especializada para diferenciar a tarefa de controlar veículos com ampla manobrabilidade do problema de posição e orientação de veículos sub-atuados. Assim, o controlador projetado para o posicionamento dinâmico é utilizado para o controle de mais de um GL (Fossen, 2011).

A relação de momento e a força que agem sobre o veículo e a entrada de controle que age sobre os atuadores são altamente não lineares. Esta característica apresenta um problema para o projeto de sistemas de controle, que metodologias lineares tradicionais não satisfazem, ou, apresentam um pobre desempenho (Fossen, 1991). Além disso, quando se trabalha com modelo dinâmico de veículos subaquáticos normalmente se depara com incertezas. Estas incertezas estão relacionadas com parâmetros não conhecidos da planta (incertezas paramétricas), ou, a simplificações na representação matemática do mesmo (dinâmicas não modeladas). Outro problema relacionado ao controle de veículos subaquáticos está na existência de perturbações, onde destacam-se as correntes oceânicas e as forças de restauração, que são responsáveis por erros de regime permanente (Antonelli, 2006).

Na bibliografia especializada encontram-se muitas formas de se controlar o movimento de veículos subaquáticos. Em (Dominguez, 1989) controladores lineares do tipo P-PI (proporcional e integral) e PD (proporcional e derivativo) foram utilizados para o controle de rumo e profundidade do veículo subaquático TATUÍ. Em (Goulart, 2007) os mesmos controladores foram utilizados para regular a posição do ROV LUMA. Estratégias mais avançadas como algoritmos baseados em modelos dinâmicos foram empregados em (Fossen, 1994; Tavares, 2003; Smallwood & Whitcomb, 2004), sendo que a performance destes controladores estão diretamente relacionados com a exatidão do modelo utilizado e as variações repentinas de perturbações externas. Técnicas baseadas em Lógica Fuzzy foram exploradas em (Guo et al., 2003), apesar dos bons resultados, nem sempre é possível assegurar a estabilidade e as propriedades de convergência deste. Técnicas adaptativas foram largamente exploradas em (Fossen & Fjellstad, 1996; Antonelli et al., 2001; Antonelli et al., 2003), estes controladores apresentaram resultados animadores, compensando incertezas do modelo da planta e também distúrbios externos, entretanto sofrem pelo alto custo computacional, tendo que ser implementado de forma simplificada. Controladores a estrutura variável foram discutidos em (Slotine & Sastry, 1983; Healey & Lienard, 1993; Bartolini et al., 1998; Salgado-Jimenez & Jouvencel, 2003; Ha et al., 2008; Khan et al., 2012), estes se destacaram pela robustez e facilidade de projeto.

Uma estratégia de controle muito utilizada em sistemas sujeito a incertezas paramétricas

é o controle por modos deslizantes (CMD). Esta estratégia foi aplicada com sucesso em muitos sistemas práticos, inclusive em veículos subaquáticos (Yoerger et al., 1985; Healey & Leonard, 1993; Salgado-Jimenez & Jouvencel, 2003; Rhif, 2012). Este tipo de controle apresenta um bom desempenho no comportamento transitório, capacidade de rejeição as perturbações e insensibilidade às variações paramétricas da planta. Entretanto sua aplicação prática é prejudicada pelo aparecimento do fenômeno conhecido como *chattering* (Slotine et al., 1991; Perruquetti & Barbot, 2002). Além disso, a robustez do controlador só é alcançada quando os estados do sistema estão sobre a superfície de deslizamento. Fora desta condição, o sistema fica vulnerável às perturbações.

O termo *chattering* descreve um fenômeno de perigosas vibrações de alta frequência do sistema controlado. Estas oscilações são causadas pela alta frequência de chaveamento do controlador e podem excitar dinâmicas não modeladas, como sensores e atuadores negligenciados na modelagem do processo principal (Utkin et al., 2009), além de poderem levar o sistema a instabilidade, ou a erros de rastreamento de trajetória.

No decorrer dos anos, muita pesquisa se deu principalmente no intuito de melhorar o CMD, seja na modificação da superfície de deslizamento, tentando-se melhorar o comportamento do sistema, ou na tentativa de eliminar o aparecimento do *chattering* sem prejudicar as características principais do controlador. A principal abordagem para minimização da vibração é a suavização da lei de controle, substituindo por funções contínuas, a função descontínua (Slotine, 1984). Neste procedimento a função sinal é substituída por uma função saturação ou sigmoide. Porém esta técnica não garante a convergência do estado para a superfície de deslizamento, e sim para uma região em torno desta, diminuindo a robustez da estratégia de controle. Uma forma de preservar o modo deslizante ideal é a utilização de observadores de estados assintóticos (Bondarev et al., 1985). Entretanto é necessário um bom conhecimento do modelo da planta e de distúrbios externos. Uma recente e possível solução seria a utilização do chamado modos deslizantes de alta ordem (HOSM- High Order Sliding Mode) (Emel'yanov et al., 1996; Levant, 1993; Fridman et al., 2011), que consiste em trabalhar com as derivadas de ordem superior da variedade de deslizamento, conseguindo obter uma lei de controle suave e que assegure o aparecimento do modo deslizante ideal. Com intuito de melhorar o comportamento do sistema quando este está em fase de deslizamento, Bandyopadhyay et al. (2009) apresenta formulações não lineares da superfície de deslizamento. Ainda, na tentativa de aumentar a robustez do controlador, alguns trabalhos propõem a eliminação da fase de alcance (Choi et al., 2001; Wei et al., 2012).

### 1.3 Objetivo

As colocações feitas anteriormente mostram a grande aplicabilidade dos robôs submarinos nos mais variados ambientes subaquáticos. Devido as características comentadas como,

alta não linearidade, incertezas referentes ao sistema e distúrbios externos, a necessidade de uma lei de controle robusta (referente as perturbações referidas) e que apresente boa acurácia no seguimento de referência é algo de extrema importância. Desta forma, este trabalho tem por objetivo geral o projeto de um algoritmo de controle por modos deslizantes que evite ação elevada de controle (diminuindo saturações), seja robusto (com relação as perturbações) durante todo o tempo de trabalho (desde o início do rastreamento da trajetória), e que atenuar de forma significativa o problema do *chattering*, para aplicação nos robôs citados.

Como objetivos específicos têm-se:

1. Modelagem matemática de veículos subaquáticos;
  - Comportamento cinemático e dinâmico;
  - Dinâmica dos atuadores;
  - Incertezas e perturbações.
2. Estudar a Lei de Controle por Modos Deslizantes;
  - Estudar formas de robustecer ainda mais a estratégia;
  - Estudar a técnica de controle por modos deslizantes utilizando camada limite como forma de minimização do *chattering*;
3. Implementação de uma ferramenta computacional que auxilie nos estudos.

## 1.4 Contribuições da dissertação

Veículos submarinos são excelentes ferramentas de exploração e pesquisa, tanto em ambiente marinho como em ambiente lacustre. Porém devido às condições de trabalho em que é submetido e o elevado grau de não linearidades dinâmicas que governam seu comportamento, o seu controle resulta em uma tarefa difícil.

Neste contexto, o desenvolvimento de uma estratégia de controle que possibilite uma acurácia no seguimento de referência, assim como, robustez referentes a perturbações é algo de extrema importância.

Nesta dissertação são abordados aspectos que devem ser levados em consideração no projeto de controle de movimento de veículos subaquáticos. Uma estratégia de controle baseada em modos deslizantes é realizada, sendo modificada a superfície de deslizamento com o intuito de eliminar a fase de alcance, existente nas leis de controle convencionais. Com o objetivo de testar o comportamento dinâmico de um AUV, bem como a lei de controle proposta para rastreamento do sinal de referência, um simulador foi implementado. Os testes foram realizados levando em consideração referências que exploram um maior acoplamento entre os graus de



liberdade e também distúrbios externos (correnteza). As simulações mostram a robustez da lei de controle proposta referentes às incertezas e perturbações.

## 1.5 Organização da Dissertação

**Capítulo 2:** é apresentado a revisão teórica da lei de controle por modos deslizantes. Exemplos numéricos são elaborados de forma a tornar a teoria mais compreensível;

**Capítulo 3:** é apresentada uma revisão do modelo matemático para os 6 GL de veículos subaquáticos e também é apresentado um modelo dinâmico para seus atuadores e perturbações externas (correnteza). O modelo matemático é apresentado na forma matricial, sendo suas características ressaltadas;

**Capítulo 4:** é apresentado o projeto da lei de controle por modos deslizantes, com uma modificação na superfície de deslizamento. Também é realizada uma prova de estabilidade do sistema em malha fechada com a lei de controle proposta;

**Capítulo 5:** simulações numéricas são realizadas para mostrar o comportamento dinâmico do veículo submarino tomado para teste e também simulações que mostram a performance da lei de controle proposta referente a condições de operação escolhida;

**Capítulo 6:** são realizadas as considerações finais a respeito do trabalho realizado, bem como sugestões para trabalhos futuros.

**Apêndice A:** uma breve visão do simulador implementado é apresentado;

**Apêndice B:** é apresentado o modelo matemático para geração de trajetórias de referência.



## Capítulo 2

# Fundamento de Controle à Estrutura Variável

### 2.1 Introdução

O controle por modos deslizantes foi proposto e elaborado inicialmente na década de 1950 por Emelyanov e outros pesquisadores, mas apenas no final da década de 1970 é que foi apresentado à sociedade científica, quando o livro de Itkis (Itkis, 1976) e o artigo de Utkin (Utkin, 1977) foram publicados. Após isto, a técnica emergiu como uma ferramenta efetiva para enfrentar distúrbios e incertezas inerentes aos mais variados sistemas práticos.

O controle por modos deslizantes deriva de um modo de operação de sistemas de controle à estrutura variável (SCEV), podendo aparecer em sistemas governados por equações diferenciais que possuem o lado direito descontínuo. Tal fenômeno também se evidencia em sistemas com leis de controle que contenham termos que chaveiam em alta (teoricamente infinita) frequência (Utkin et al., 2009).

Uma das principais características desta lei de controle é que, uma vez que o modo deslizante tenha sido alcançado, o sistema torna-se insensível a incertezas paramétricas da planta e algumas classes de perturbações externas (que agem no canal de entrada de controle). Tal característica é conhecida de propriedade da invariância. Assim, quando atinge o regime de deslizamento a dinâmica do sistema é regida pela dinâmica correspondente à superfície de deslizamento.

A superfície de deslizamento é uma região no espaço de estados onde se garante que o sistema tenha um comportamento pré-definido e estável. O projeto apropriado desta superfície deve atender aos objetivos convencionais de controle, tais como, regulação, estabilização e rastreamento (DeCarlo et al., 1988).

Nesta seção serão apresentados conceitos fundamentais relacionados a esta estratégia de controle, além de exemplos numéricos que elucidam a aplicação e o desenvolvimento desta.

## 2.2 Definição do Problema

Seja o seguinte sistema não linear

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) + \mathbf{g}(t, \mathbf{x})\mathbf{u}(t, \mathbf{x}), \quad (2.1)$$

onde  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de entradas de controle,  $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^n$  e  $\mathbf{g}(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  são funções suaves (contínuas no sentido de Lipschitz<sup>1</sup>). A componente de entrada é descontínua e possui a seguinte forma

$$u_i(t, \mathbf{x}) = \begin{cases} u_i^+(t, \mathbf{x}) & \text{se } s_i(\mathbf{x}) > 0, \\ u_i^-(t, \mathbf{x}) & \text{se } s_i(\mathbf{x}) < 0, \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

onde  $s_i(\mathbf{x}) = 0$  é a  $i$ -ésima superfície de deslizamento, e

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = [s_1(\mathbf{x}), s_2(\mathbf{x}), \dots, s_m(\mathbf{x})]^T = 0, \quad (2.3)$$

é a variedade de deslizamento de dimensão  $n - m$ . A figura 2.1 ilustra a interseção de duas superfícies de deslizamento.

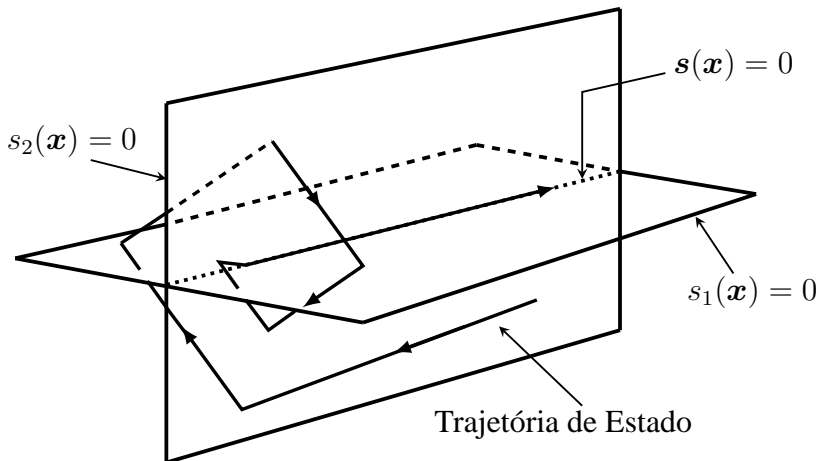


Figura 2.1: Interseção de duas superfícies de deslizamento.

O projeto da lei de controle por modos deslizantes pode ser dividido em duas fases (Utkin, 1977; Edwards & Spurgeon, 1998):

- i. A primeira etapa consiste na construção de uma superfície de deslizamento sobre a qual a dinâmica do sistema produza um comportamento desejado;
- ii. A segunda etapa consiste em projetar uma lei de controle descontínua que force e mantenha as trajetórias do sistema sobre a superfície.

<sup>1</sup>1 Rudolf Otto Sigmund Lipschitz (1832-1903) - Matemático alemão.

## 2.3 Existência do Modo Deslizante

O modo deslizante existe se, em um domínio envolvendo a superfície de deslizamento, o vetor tangente, ou, vetor de derivadas temporais do estado do sistema, aponta em sua direção. Este domínio é chamado de região de atração. De forma mais branda, pode-se dizer que só existirá o modo deslizante se a superfície for atrativa (Utkin, 1977).

A análise da existência do modo deslizante pode ser tratada como um problema de estabilidade sendo possível de utilizar o segundo método de Lyapunov para análise. Assim, a estabilidade da superfície requer a escolha de uma função de Lyapunov  $V(t, x)$  que é positiva definida e possui sua derivada temporal negativa na região de atração. Assim, formalmente

**Definição 2.1.** Um domínio  $\mathcal{S}$  em torno da variedade deslizante  $s(\mathbf{x}) = 0$  é um domínio do modo deslizante se para qualquer  $\varepsilon > 0$  existir um  $\delta > 0$ , tal que, um movimento iniciando em uma vizinhança  $\delta$   $n$ -dimensional de  $\mathcal{S}$  deve deixar a vizinhança  $\varepsilon$   $n$ -dimensional de  $\mathcal{S}$  somente através de uma vizinhança  $\varepsilon$   $n$ -dimensional da fronteira de  $\mathcal{S}$ .

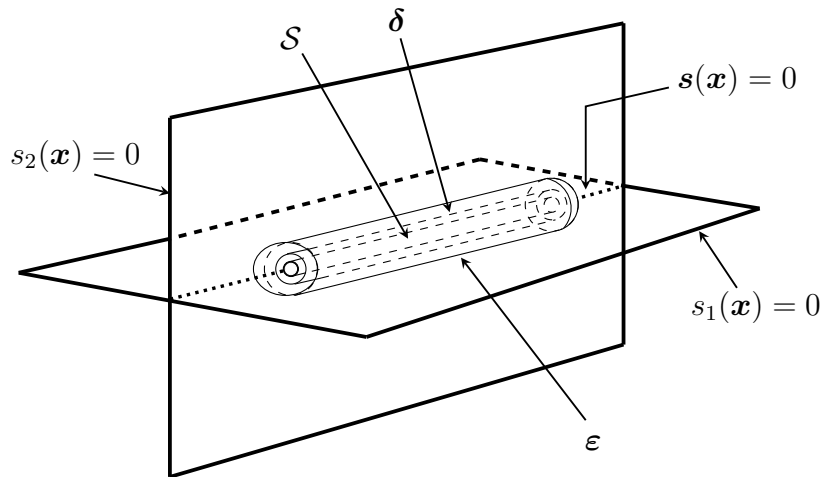


Figura 2.2: Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante.

**Teorema 2.1.** Para o domínio  $(n - m)$ -dimensional  $\mathcal{S}$  ser um domínio do modo deslizante, é suficiente que, para algum domínio  $\Omega$ , tal que  $\mathcal{S} \subset \Omega$ , existe uma função  $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$  continuamente diferenciável, que satisfaz as seguintes condições:

1.  $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$  é positiva definida com respeito a  $\mathbf{s}(\mathbf{x})$  e para qualquer  $\mathbf{x}(t)$  e  $t$ , i.e,  $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) > 0$  com  $\mathbf{s}(\mathbf{x}) \neq 0$  e  $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = 0$  para  $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$ ; e na esfera de raio  $\|\mathbf{s}(\mathbf{x})\| = \rho$  para todo  $\mathbf{x}(t) \in \Omega$  e algum  $t$ , tem-se

i.

$$\inf_{\|\mathbf{s}(\mathbf{x})\|=\rho} V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = h_\rho, \quad h_\rho > 0,$$

ii.

$$\sup_{\|\mathbf{s}(\mathbf{x})\|=\rho} V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = H_\rho, \quad H_\rho > 0,$$

onde  $h_\rho$  e  $H_\rho$  dependem de  $\rho$ .

2. A derivada de  $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$  com relação ao tempo para o sistema 2.1 tem um supremo negativo para todo  $\mathbf{x}(t) \in \Omega$ , exceto sobre a superfície de deslizamento onde a derivada não existe.

**Prova:** Ver (Utkin, 1977).

Nota-se que  $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = 0$  é um ponto de equilíbrio do sistema dinâmico. Se o modo deslizante é globalmente alcançável, o domínio de atração é todo espaço de estados, caso contrário é apenas um subconjunto do mesmo.

Assim, considerando um sistema que possua uma única entrada, a condição de existência do modo deslizante pode ser assegurada através da seguinte expressão,

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = \frac{1}{2}s^2(\mathbf{x}), \quad (2.4)$$

que é globalmente positiva definida. Sendo sua derivada,

$$\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = s(\mathbf{x})\dot{s}(\mathbf{x}) < 0. \quad (2.5)$$

A equação 2.5 é denominada de condição de alcançabilidade (ou condição de deslizamento) e implica na convergência dos estados do sistema para a variedade de deslizamento assintoticamente. A figura 2.3 ilustra a condição de deslizamento.

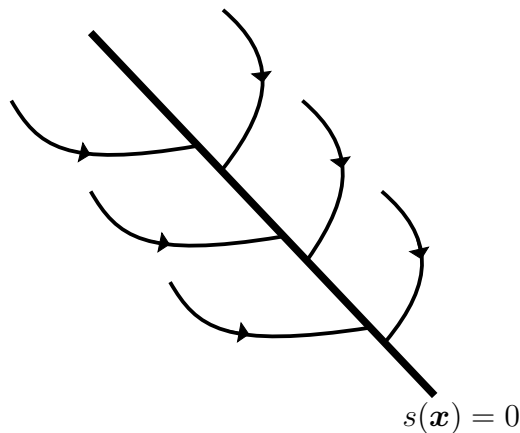


Figura 2.3: Condição de deslizamento.

A equação 2.5 é geralmente substituída pela condição chamada alcançabilidade- $\eta$  (Perruquetti

& Barbot, 2002).

$$\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = s(\mathbf{x})\dot{s}(\mathbf{x}) \leq -\eta |s(\mathbf{x})|, \quad (2.6)$$

sendo esta uma condição mais restritiva, assegurando a convergência para  $s(\mathbf{x}) = 0$  em um tempo finito. Dividindo-se ambos os lados da inequação 2.6 por  $|s(\mathbf{x})|$  e integrando de 0 a  $t$ , tem-se

$$\int_0^t \frac{s(\mathbf{x})}{|s(\mathbf{x})|} d\tau \leq \int_0^t \eta d\tau \implies |s(\mathbf{x}(t))| - |s(\mathbf{x}(0))| \leq -\eta t,$$

o tempo necessário ( $t_{alc}$ ) para se alcançar a superfície de deslizamento, a partir de uma condição inicial  $s(\mathbf{x}(0))$  é limitado por

$$t_{alc} = \frac{|s(\mathbf{x}(0))|}{\eta}$$

A condição de alcançabilidade- $\eta$  pode ser utilizada como critério de projeto da lei de controle. Desta forma, no desenvolvimento, tem-se como objetivo a obtenção de uma lei que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade do modo deslizante, tendo a superfície de deslizamento previamente projetada (Utkin et al., 2009).

## 2.4 Descrição Matemática do Modo Deslizante

Devido a natureza descontínua do SCEV, as teorias clássicas falham em provar a existência e unicidade da solução. Além disso, uma importante característica é o comportamento único imposto ao sistema quando restrito à  $s(\mathbf{x}) = 0$ . Portanto o problema de unicidade e existência de solução para equações diferenciais com lado direito descontínuo é de importância fundamental.

A seguir serão apresentados duas formulações que tratam deste problema: a primeira chamada de "solução no sentido de Filippov" (Filippov & Arscott, 1988); a segunda chamada de controle equivalente (Utkin, 1977).

### 2.4.1 Método de Filippov

Seja o sistema de ordem  $n$ , definido por

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, u), \quad (2.7)$$

com a seguinte entrada de controle

$$u(t, \mathbf{x}) = \begin{cases} u^+(t, \mathbf{x}) & \text{se } s(\mathbf{x}) > 0, \\ u^-(t, \mathbf{x}) & \text{se } s(\mathbf{x}) < 0, \end{cases} \quad (2.8)$$

Segundo Filippov & Arscott (1988) as trajetórias de estado do sistema 2.7, sujeito ao controle 2.8, sobre a superfície de deslizamento,  $s(\mathbf{x}) = 0$ , são solução da seguinte equação

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \alpha \mathbf{f}^+ + (1 - \alpha) \mathbf{f}^- = \mathbf{f}^o, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (2.9)$$

onde  $\mathbf{f}^+ = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, u^+)$ ,  $\mathbf{f}^- = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, u^-)$  e  $\mathbf{f}^o$  é o vetor de velocidade do vetor de estados em modo de deslizamento. A partir de  $\langle \nabla_x s(\mathbf{x}), \mathbf{f}^o \rangle = 0$ , tem-se que

$$\alpha = \frac{\langle \nabla_x s(\mathbf{x}), \mathbf{f}^- \rangle}{\langle \nabla_x s(\mathbf{x}), \mathbf{f}^- - \mathbf{f}^+ \rangle}, \quad (2.10)$$

sendo  $\langle \nabla_x s(\mathbf{x}), \mathbf{f}^- - \mathbf{f}^+ \rangle > 0$ ,  $\langle \nabla_x s(\mathbf{x}), \mathbf{f}^+ \rangle \leq 0$  e  $\langle \nabla_x s(\mathbf{x}), \mathbf{f}^- \rangle \geq 0$ . Onde  $\nabla_x s(\mathbf{x})$  é o gradiente de  $s(\mathbf{x})$  e  $\langle a, b \rangle$  denota o produto interno entre  $a$  e  $b$ . O termo  $\alpha$  deve ser especificado de tal forma que a dinâmica "média" de  $\mathbf{f}^o$  seja tangente à superfície  $s(\mathbf{x}) = 0$ . A figura 2.4 apresenta uma interpretação geométrica para a solução de Filippov.

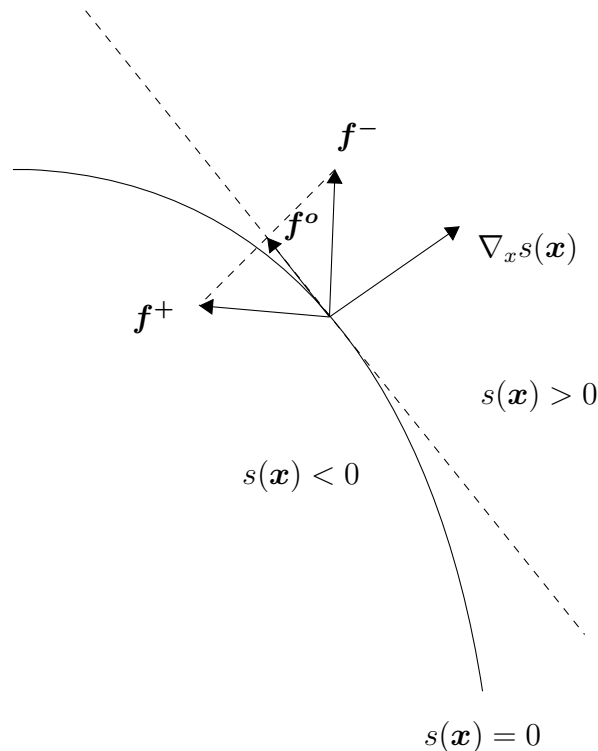


Figura 2.4: Interpretação geométrica da solução de Filippov.

Desta forma, pode-se concluir que a solução de 2.7 com controle 2.8 existe e é unicamente definida em  $s(\mathbf{x}) = 0$ . A solução encontrada é usualmente chamada de "solução no sentido de Filippov". A técnica pode ser utilizada para determinar o comportamento do sistema em modo



de deslizamento (DeCarlo et al., 1988).

## 2.4.2 Controle Equivalente

Uma ferramenta analítica e poderosa que pode ser utilizada para a determinação do comportamento do sistema quando restrito à superfície  $s(\mathbf{x}) = 0$  é o método do controle equivalente.

Considere o seguinte sistema

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) + \mathbf{g}(t, \mathbf{x})u(t, \mathbf{x}). \quad (2.11)$$

O método consiste em encontrar um controle contínuo  $u_{eq}$ , tal que, a trajetória de estados do sistema permaneça sobre  $s(\mathbf{x}) = 0$ . Para tanto, uma condição necessária é ter  $\dot{s}(\mathbf{x}) = 0$ . Assim, diferenciando  $s(\mathbf{x})$  com relação ao tempo ao longo das trajetórias de 2.11

$$\dot{s}(\mathbf{x}) = \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{f}(t, \mathbf{x}) + \mathbf{g}(t, \mathbf{x})u_{eq}] = 0, \quad (2.12)$$

onde  $u_{eq}$  é o chamado controle equivalente. Nota-se que sob a ação deste controle, qualquer trajetória que esteja em  $s(\mathbf{x}) = 0$ , permanece sobre esta, uma vez que  $\dot{s}(\mathbf{x}) = 0$ . Desta forma, tem-se  $s(\mathbf{x}) = 0$  como um conjunto invariante.

Assume-se que  $\frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(t, \mathbf{x})$  é não singular para todo  $t$ , então

$$u_{eq} = \left[ \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(t, \mathbf{x}) \right]^{-1} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(t, \mathbf{x}). \quad (2.13)$$

Substituindo 2.13 em 2.11 encontra-se a dinâmica do sistema sobre a superfície, i.e

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(t, \mathbf{x}) \left[ \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(t, \mathbf{x}) \right]^{-1} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{x}} \right] \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \quad (2.14)$$

onde  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é a matriz identidade.

## 2.5 Projeto de Controle

Como mencionado anteriormente o projeto de controle segue usualmente duas etapas. A primeira está relacionada com a escolha da superfície descontínua, de tal forma que, em modo deslizante possa assumir a propriedade desejada. A segunda etapa é encontrar um controle descontínuo que force as trajetórias do sistema interseccionarem a superfície escolhida anteri-

ormente.

Considerando que a primeira etapa já foi estabelecida, a seguinte estrutura para lei de controle é sugerida (Khalil & Grizzle, 2002)

$$u(t) = u_c(t) + u_d(t), \quad (2.15)$$

onde  $u_c(t)$  é uma parte contínua da lei de controle, utilizada para controlar o comportamento do sistema,  $u_d(t)$  é a parte descontínua, utilizada para rejeitar distúrbios e suprimir incertezas paramétricas.

Em muitos trabalhos utiliza-se  $u_c(t) = u_{eq}(t)$ , o chamado controle equivalente, definido anteriormente. Entretanto, outras formulações podem ser exploradas, como controladores elaborados a partir de funções de Lyapunov (caso que será abordado no capítulo 4). A parte descontínua é definida como  $u_d(t) = -K \text{sign}(s(x))$ . Assim, abordando o controle equivalente como a parte contínua, tem-se

$$u(t) = u_{eq}(t) - K \text{sign}(s(x)), \quad (2.16)$$

onde  $u_{eq}(t)$  é o controle equivalente, definido anteriormente,  $K > 0$  é o ganho da função sinal, definida por

$$\text{sign}(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \\ -1 & \text{se } x < 0. \end{cases} \quad (2.17)$$

Nota-se que o ganho  $K$  pode ser constante ou variável, sendo dimensionado de forma que a lei de controle satisfaça a condição de alcançabilidade- $\eta$ . A fim de ilustrar a metodologia de controle e também com o intuito de verificar algumas características desta, será abordado na sequência um exemplo numérico.

**Exemplo 2.1.** *Posicionamento dinâmico de um veículo subaquático por modos deslizantes.*

Considera-se o seguinte modelo não linear simplificado de um veículo subaquático

$$m\ddot{x} + d|\dot{x}|\dot{x} = u,$$

que pode ser escrito como

$$\ddot{x} = m^{-1}(u - d|\dot{x}|\dot{x}), \quad (2.18)$$

onde  $m$  é a massa do veículo,  $d$  é o amortecimento quadrático e  $u$  é a entrada de controle. Assume-se que todos os estados são mensuráveis.

Como dito anteriormente, a primeira etapa do projeto da lei de controle consiste na elaboração da superfície de deslizamento. Desta forma, utiliza-se a forma mostrada em (Slotine et al., 1991)

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x}, \quad (2.19)$$

onde  $\tilde{x} = x - x_d$  é o erro de rastreamento,  $\lambda$  é uma constante positiva. Por conveniência reescreve-se  $s$  em termos de uma variável auxiliar  $x_v$

$$s = \dot{x} - \dot{x}_v, \quad (2.20)$$

sendo  $\dot{x}_v = \dot{x}_d - \lambda\tilde{x}$ .

A segunda etapa do projeto consiste na elaboração da lei de controle. Considerando a estrutura previamente comentada  $u(t) = u_{eq}(t) - K \text{sign}(s(x))$ , o primeiro passo consiste em encontrar  $u_{eq}$ . Logo, sendo

$$\dot{s} = \ddot{x} - \ddot{x}_v, \quad (2.21)$$

substituindo a equação 2.18 em 2.21 e considerando  $u = u_{eq}$ , chega-se

$$u_{eq} = m\ddot{x}_v + d|\dot{x}|\dot{x}. \quad (2.22)$$

Normalmente, quando se trabalha com modelos dinâmicos, o projetista se depara com incertezas, por isso, considera-se que  $m$  e  $d$  não sejam exatamente conhecidos, assim

$$\hat{u}_{eq} = \hat{m}\ddot{x}_v + \hat{d}|\dot{x}|\dot{x}, \quad (2.23)$$

onde  $\hat{m}$  e  $\hat{d}$  são estimativas de  $m$  e  $d$  respectivamente.

Seja a lei de controle proposta,

$$u = \hat{u}_{eq} - K \text{sign}(s(x)), \quad (2.24)$$

o segundo passo é projetar uma lei de controle descontínua que garanta o aparecimento do modo deslizante. Para isso, seja a seguinte função candidata de Lyapunov

$$V(t, s) = \frac{1}{2}ms^2, \quad m > 0. \quad (2.25)$$

Diferenciando  $V$  ao longo das trajetórias de estado do sistema, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ms\dot{s} \leq -\eta|s|, \\ s[u - d|\dot{x}|\dot{x} - m\ddot{x}_v] &\leq -\eta|s| \end{aligned} \quad (2.26)$$

Substituindo 4.11 em 2.26,

$$-K|s| + s \left[ \tilde{d}|\dot{x}|\dot{x} + \tilde{m}\ddot{x}_v \right] \leq -\eta|s|, \quad (2.27)$$

o que sugere

$$K \geq \left| \tilde{d}|\dot{x}|\dot{x} + \tilde{m}\ddot{x}_v \right| + \eta. \quad (2.28)$$

Nota-se que a desigualdade 2.28 é dependente do estado. Contudo  $K$  é tipicamente escolhido constante e suficientemente grande. Sob suposição que  $x \approx x_d$ , tem-se

$$K \geq \left| \tilde{d}^+|\dot{x}_d^+|\dot{x}_d^+ + \tilde{m}\ddot{x}_r^+ \right| + \eta \quad (2.29)$$

onde (+) representa o maior valor absoluto das variáveis.

Serão mostrados na sequência os resultados da simulação numérica do sistema de controle desenvolvido. Esta simulação foi realizada com o *software* MATLAB<sup>®</sup>. Na tabela 2.1 encontram-se os parâmetros utilizados na simulação. As figuras 2.5 a 2.8, mostram os resultados da simulação.

Tabela 2.1: Parâmetros utilizados na simulação.

parâmetros	Valor
<i>Solver</i>	ODE45
Passo de Integração	$10^{-6}$
Planta	$m = 200 \text{ Kg}, d = 50 \text{ Kg/m}$
Referência	$x_d = \cos(0.5t)$
Controlador	$\hat{d} = 1, 5d, \hat{m} = 0, 5m, \tilde{d} = 0, 5d, \tilde{m} = 0, 5m, \eta = 10, \lambda = 1$

Como pode ser observado nas figuras 2.5 e 2.6, apesar das incertezas referentes aos parâmetros do modelo e também o erro inicial posição, o controlador proposto garantiu o rastreamento perfeito da trajetória desejada.

## 2.6 O fenômeno do *Chattering*

É de comum acordo perante a sociedade científica que o maior problema envolvendo o CMD é o fenômeno conhecido como *Chattering*. Tal fenômeno é geralmente percebido como

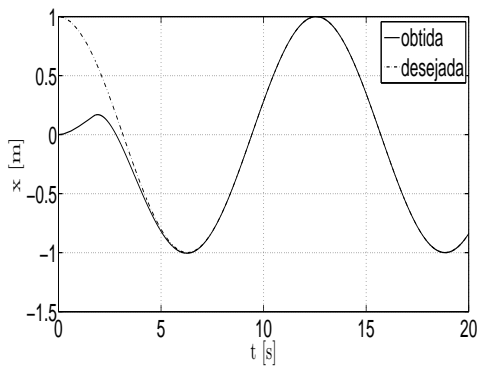


Figura 2.5: Rastreamento de trajetória.

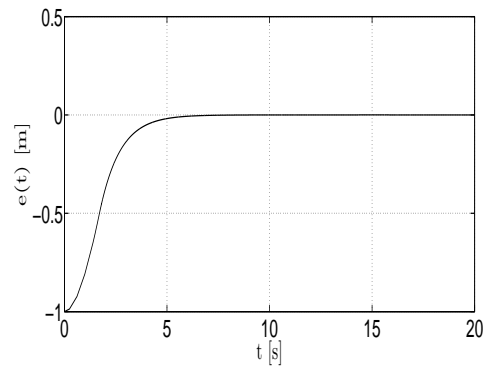


Figura 2.6: Erro de rastreamento.

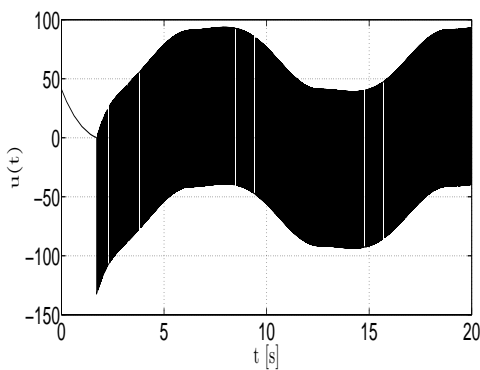


Figura 2.7: Sinal de controle.

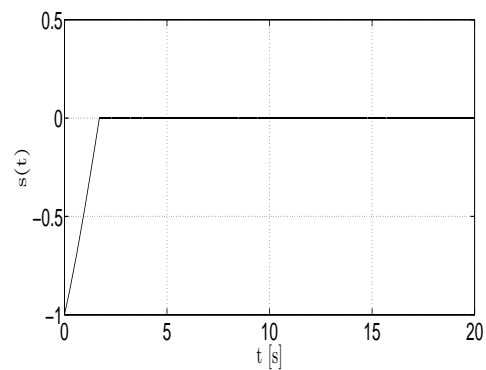


Figura 2.8: Superfície de deslizamento.

um movimento oscilatório sobre a superfície de deslizamento (Bartolini et al., 2000).

Estas oscilações possuem suas origens na natureza descontínua da lei de controle, sendo causadas por dois possíveis mecanismos (Young et al., 1999). O primeiro se deve às dinâmicas parasitas (normalmente dinâmicas negligenciadas, como atuadores ou sensores) em série com a planta. A segunda causa se deve diretamente as não idealidades do chaveamento, como atrasos e histerese (o caso ideal, teórico, implica em um chaveamento de frequência infinita), que é comum em implementações digitais e analógicas.

O problema do *Chattering* é geralmente associado as dificuldades práticas de implementação. O seu surgimento pode levar a baixa performance do sistema, degradação de componentes ou no pior dos casos levar o sistema à instabilidade, gerando um colapso total. O exemplo a seguir ilustra o aparecimento deste fenômeno.

**Exemplo 2.2.** *Posicionamento dinâmico de um veículo subaquático por modos deslizantes com imperfeições no chaveamento.*

Para ilustrar o fenômeno, considera-se novamente o mesmo exemplo do veículo subaquático da seção anterior. Neste caso será inserido um atraso de 0.1 segundos no chaveamento. As imagens 2.9 a 2.12, mostram o comportamento do sistema.

Nota-se que, devido ao atraso, o sinal de controle comuta com menor frequência. Devido

a velocidade mais baixa de chaveamento verifica-se pela figura 2.12 oscilações em torno da superfície de chaveamento  $s(x) = 0$ , que é conhecido como *chattering*. É possível ainda constatar que o sistema conseguiu alcançar e seguir a trajetória desejada, entretanto o rastreamento não é mais perfeito, figura 2.10.

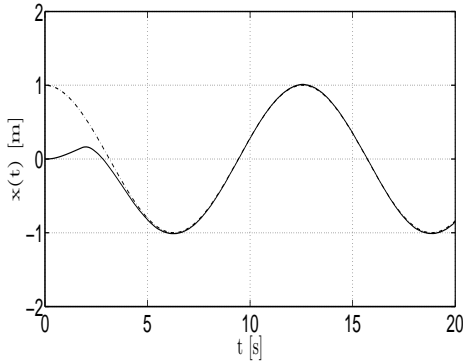


Figura 2.9: Rastreamento de trajetória.

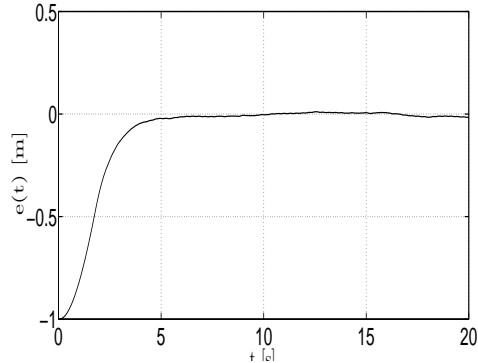


Figura 2.10: Erro de rastreamento.

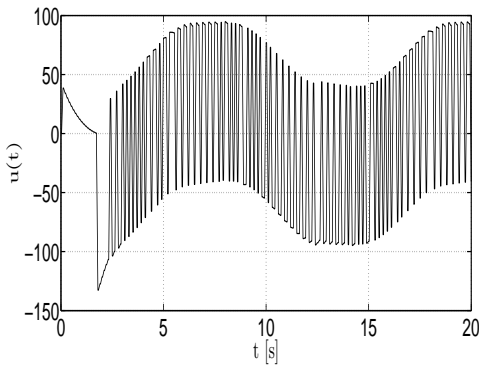


Figura 2.11: Sinal de controle.

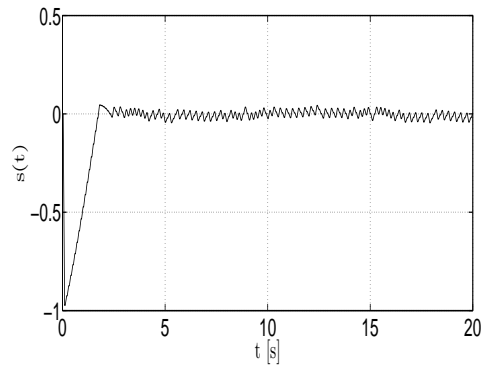


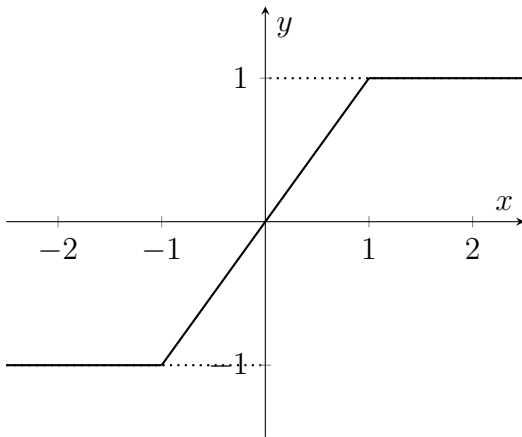
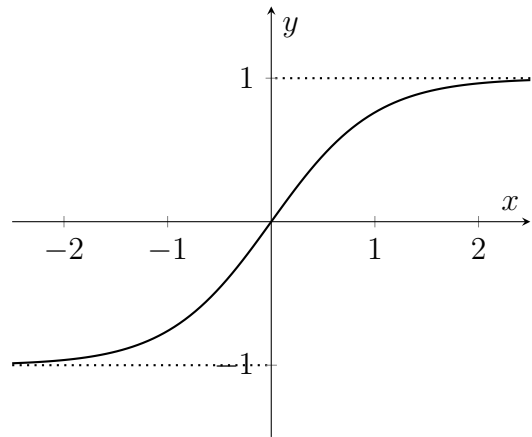
Figura 2.12: Superfície de deslizamento.

Com o intuito de minimizar ou até eliminar o problema do *chattering* muitas abordagens foram propostas. A principal técnica utilizada consistem em suavizar a lei de controle substituindo a função de chaveamento por uma aproximação contínua (Yoerger et al., 1985). Esta abordagem basicamente relaxa as restrições sobre o sistema, sendo que a superfície de comutação não seja mais atrativa, mas sim uma região em torno desta. A figura 2.13 e 2.14 mostram possíveis funções que podem ser aplicadas para suavizar a lei de controle. Define-se

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \text{sign}(s) & \text{se } |s| \geq 1 \\ s & \text{se } |s| < 1 \end{cases} \quad (2.30)$$

**Exemplo 2.3.** Posicionamento dinâmico de um veículo subaquático por modos deslizantes utilizando função de saturação.

Considera-se o mesmo sistema apresentado anteriormente. Faz-se a seguinte modificação

Figura 2.13:  $y = \text{sat}(x)$ .Figura 2.14:  $y = \tanh(x)$ .

na lei de controle, substitui-se a função  $\text{sign}(\cdot)$  por  $\text{sat}(\cdot)$ , obtendo-se assim:

$$u = \hat{u}_{eq} - K \text{sat}\left(\frac{s(x)}{\Phi}\right),$$

onde  $\Phi$  é a largura da região em torno de  $s(x)$ , definida com valor de 0.1 neste exemplo.

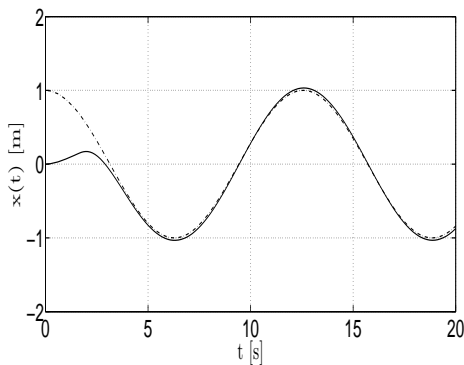


Figura 2.15: Rastreamento de trajetória.

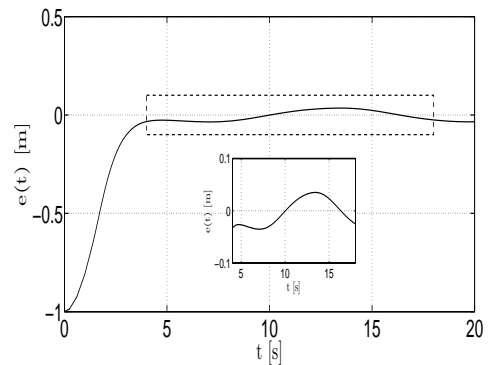


Figura 2.16: Erro de rastreamento.

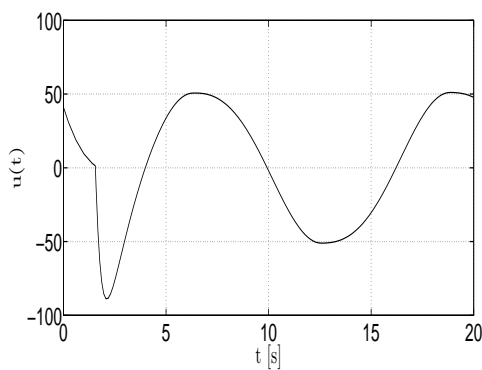


Figura 2.17: Sinal de controle.

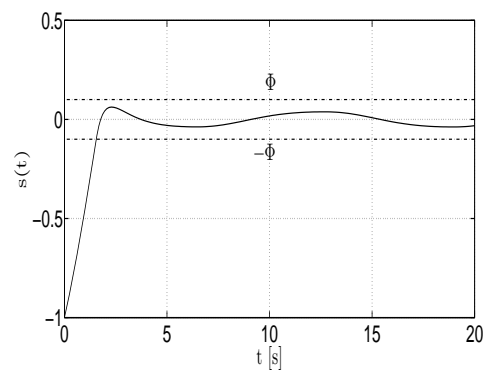


Figura 2.18: Superfície de deslizamento.

Observa-se através da figura 2.18 a eliminação das trepidações, contudo, as trajetórias do sistema são atraídas para uma região em torno da superfície, e não mais exatamente para ela.

Nota-se ainda que o rastreamento não é perfeito, figuras 2.15 e 2.16.

## 2.7 Eliminação da Fase de Alcance

Como dito anteriormente, o SMC possui duas fases distintas, a fase de alcance e a fase de deslizamento. A propriedade de robustez do modos deslizantes tradicional com relação as incertezas inerentes ao sistema existem apenas durante a fase de deslizamento, portanto no decorrer da fase de alcance da superfície estas características não são garantidas (Choi et al., 2001; Ni & Xu, 2008; Liu & Wang, 2012).

Nesta seção serão apresentadas duas modificações no modo deslizante tradicional, as quais eliminam a fase de alcance da superfície, garantindo o deslizamento durante todo o período de resposta do sistema. A primeira abordagem consiste em modificar a superfície de deslizamento com uma função não linear (Chang & Hurmuzlu, 1993; Yilmaz & Hurmuzlu, 2000; Wei et al., 2012). A segunda abordagem consiste em aumentar a ordem da função de deslizamento por uma ação integral (Slotine et al., 1991; Utkin & Shi, 1996).

### 2.7.1 Eliminação da fase de alcance com função exponencial

A técnica consiste em reformular o domínio de deslizamento, tal que o estado inicial do sistema resida sobre o mesmo, permanecendo sobre este domínio no decorrer da evolução do estado (Ni & Xu, 2008). Alcançado este objetivo consegue-se a eliminação da fase de alcance. Naturalmente deve-se tomar alguns passos adicionais que garantam que o novo domínio convirja para o domínio original à medida que o estado evolua com o tempo. Isto pode ser realizado por uma função exponencial, que faz o domínio modificado decair com o tempo para o domínio original. A figura 2.19 ilustra a ideia, onde  $e(t)$  é o erro de rastreamento,  $s(x) = 0$  e  $\bar{s}(x) = 0$  são as superfícies de deslizamento original e modificada respectivamente.

Desta forma, basta escolher a seguinte superfície de deslizamento

$$\bar{s}(x) = s(x) - \sigma(t), \quad (2.31)$$

sendo  $\tilde{x} = x - x_d$  o erro de rastreamento, define-se  $s(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_{i+1} \tilde{x}^i$ , onde  $\lambda_i$  são escolhidos de forma que  $p^{n-1} + \lambda_{n-1}p^{n-2} + \dots + \lambda_2p + \lambda_1$  seja um polinômio de Hurwitz<sup>2</sup>, ou seja, as raízes do polinômio estão localizadas no semiplano esquerdo do plano complexo. A modificação da superfície original é realizada pelo termo  $\sigma(t) = s(0)e^{-\xi t}$ , onde  $\xi > 0$ . A escolha de  $\sigma(t)$  na forma de exponencial deve obedecer as seguintes condições:

---

<sup>2</sup>Adolf Hurwitz (1859 - 1919) - Matemático alemão.



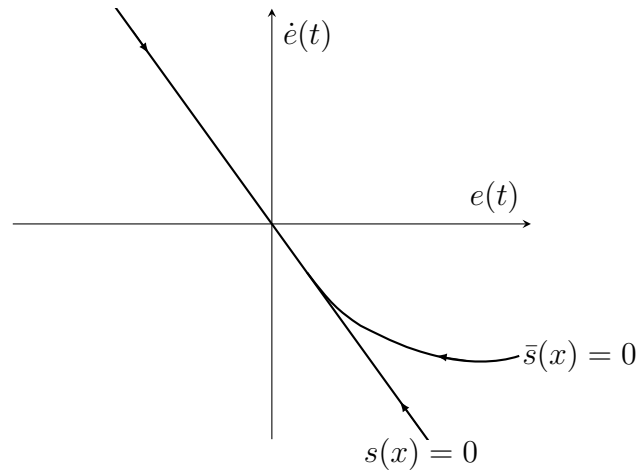


Figura 2.19: Superfície de deslizamento modificada.

- i.  $\sigma(0) = s(0)$ ,
- ii.  $\sigma(t) \rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$ ,
- iii.  $\dot{\sigma}(t)$  existe e é limitada,

o projeto da lei de controle é realizado da mesma forma que fora elucidado anteriormente.

### 2.7.2 Eliminação da fase de alcance com Modos Deslizantes Integral

Introduzido por Slotine et al. (1991), o controle por modos deslizantes integral pode ser definido a partir da seguinte superfície de deslizamento:

$$s(x) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \left( \int_0^t \tilde{x} dr \right), \quad (2.32)$$

onde  $n$  é o grau relativo entre a variável de interesse  $\left( \int_0^t \tilde{x} dr \right)$  e o sistema. Assim, para  $n = 3$ , tem-se a seguinte superfície:

$$s(x) = \dot{\tilde{x}} + 2\lambda\tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dr. \quad (2.33)$$

Com o intuito de eliminar a fase de alcance Slotine et al. (1991) definem a variável de interesse como  $\int_0^t \tilde{x} dr + c$ , onde  $c$  é uma constante escolhida de forma a se ter  $s(x(0)) = 0$ ,

independentemente do estado inicial do sistema. Desta forma, para  $n = 3$ , tem-se:

$$s(x) = \dot{\tilde{x}} + 2\lambda\tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dr - \dot{\tilde{x}}(0) - 2\lambda\tilde{x}(0). \quad (2.34)$$

Utkin & Shi (1996) generalizam a ideia do controle integral, que diferentemente do modo deslizante tradicional, possui a ordem da equação do modos deslizantes igual a ordem do sistema original. Sendo a ordem do sistema garantida durante toda a sua resposta.

## 2.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados aspectos fundamentais da teoria de controle a estrutura variável. A ideia principal da concepção da lei de controle por modos deslizantes, bem como técnicas de alteração desta, foram mostradas. Modificações na formulação da superfície de deslizamento foram apresentadas com o intuito de eliminar a fase de alcance do modos deslizantes. Posteriormente será apresentado o controle de posicionamento para os seis graus de liberdade de um veículo subaquático, onde as técnicas elucidadas neste capítulo serão utilizadas. Por questões de nomenclatura, neste trabalho chama-se de controle por modos deslizantes global (CMDG) o controle sem a fase de alcance, e simplesmente de controle por modos deslizantes (CMD) o controle que possui fase de alcance.

# Capítulo 3

## Modelagem Matemática de Veículos Subaquáticos

### 3.1 Introdução

Os modelos matemáticos são importantes para prever o comportamento do veículo subaquático quando submetido a algum tipo de adversidade. Estes modelos auxiliam também na análise e síntese de leis controle (Tavares, 2003).

A modelagem de veículos submarinos é basicamente dividida em duas partes: cinemática e dinâmica. A cinemática é a parte que estuda os movimentos, relacionando posições, velocidades e acelerações sem considerar suas causas. A dinâmica, por sua vez, consiste em estabelecer as causas e efeitos para o movimento do corpo (Fossen, 1991).

Neste capítulo são apresentados as modelagens cinemática e dinâmica para os 6 GL de veículos subaquáticos. A dinâmica destes veículos é não linear, sendo que seus GL são dinamicamente acoplados. Este acoplamento se torna mais expressivo quanto maior for a velocidade do veículo. Ainda neste capítulo é apresentada uma modelagem dinâmica para os propulsores e também para os distúrbios externos, considerados como correntezas.

### 3.2 Cinemática

A representação do movimento do veículo é realizado pelo modelo cinemático. Este é baseado em progressivas rotações ao redor de diferentes eixos. O propósito principal destas rotações é a obtenção de uma matriz de transformação, permitindo a conversão de vetores entre os sistemas de coordenadas.

Na análise do movimento de veículos subaquáticos é conveniente definir dois sistemas de coordenadas (Fossen, 1994). Um sistema é fixo ao veículo e se movimenta junto com ele, e é denominado de referencial do corpo ou referencial móvel ( $X_0Y_0Z_0$ ). O outro sistema

de coordenadas é fixo a algum ponto de uma embarcação ou na superfície da Terra ( $XYZ$ ), denominado referencial fixo ou referencial inercial. A figura 3.1 mostra os dois referenciais.

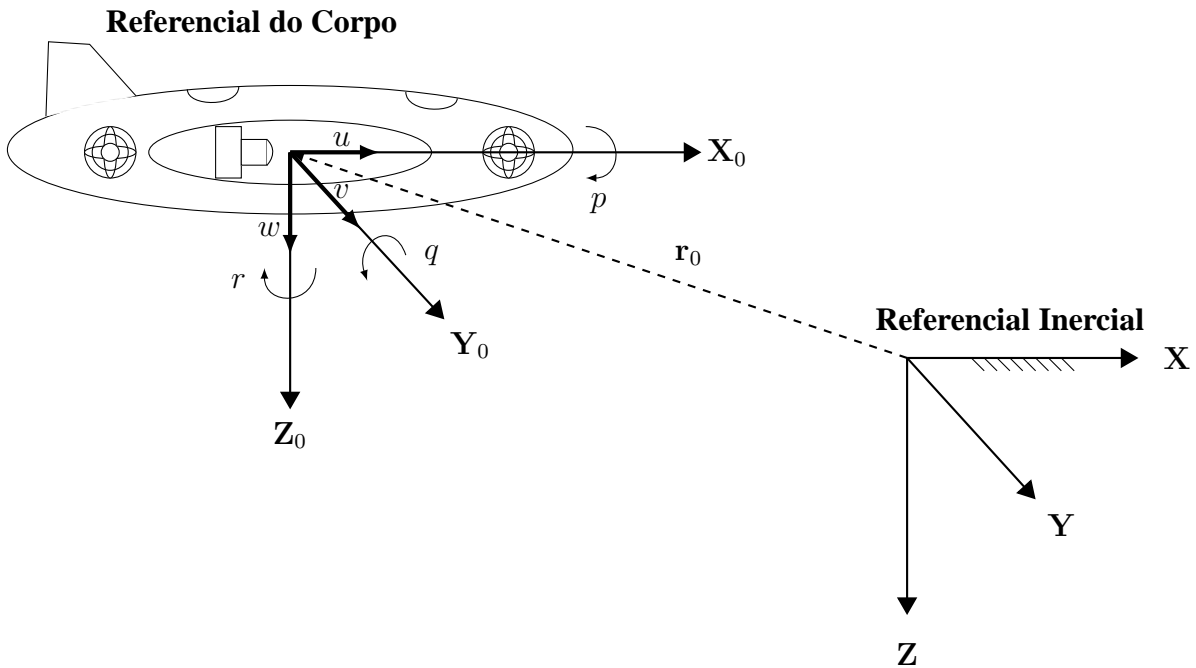


Figura 3.1: Referencial do corpo e referencial inercial.

É utilizada neste trabalho a notação vetorial padrão dada pela SNAME (*The Society of Naval Architects and Marine Engineers*), estabelecida em 1950. Desta forma, pode-se visualizar na figura 3.1:

- $u$  ... velocidade linear na direção de  $X_0$ , movimento de avanço (*surge*) [ $m/s$ ];
- $v$  ... velocidade linear na direção de  $Y_0$ , movimento de balanço (*sway*) [ $m/s$ ];
- $w$  ... velocidade linear na direção de  $Z_0$ , movimento de oscilação (*heave*) [ $m/s$ ];
- $p$  ... velocidade angular em torno de  $X_0$ , movimento de rolagem (*roll*) [ $rad/s$ ];
- $q$  ... velocidade angular em torno de  $Y_0$ , movimento de arfagem (*pitch*) [ $rad/s$ ];
- $r$  ... velocidade angular em torno de  $Z_0$ , movimento de guinada (*yaw*) [ $rad/s$ ].

As componentes de velocidade linear ( $\nu_1$ ) e velocidade angular ( $\nu_2$ ) podem ser expressas

na forma vetorial por:

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

No referencial inercial os vetores são expressos por:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \text{ e } \dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

onde  $\boldsymbol{\eta}_1$  e  $\boldsymbol{\eta}_2$  são os vetores de velocidade linear e angular respectivamente, expressos no referencial inercial.

Por integração obtêm-se os vetores de posição<sup>1</sup> ( $\boldsymbol{\eta}_1$ ) e orientação ( $\boldsymbol{\eta}_2$ ) do veículo:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

onde:

$x$  ... posição em  $\mathbf{X}$  expressa no referencial inercial [m];

$y$  ... posição em  $\mathbf{Y}$  expressa no referencial inercial [m];

$z$  ... posição em  $\mathbf{Z}$  expressa no referencial inercial [m];

$\phi$  ... rotação em  $\mathbf{X}$  expressa no referencial inercial [rad];

$\theta$  ... rotação em  $\mathbf{Y}$  expressa no referencial inercial [rad];

$\psi$  ... rotação em  $\mathbf{Z}$  expressa no referencial inercial [rad].

Os vetores de forças ( $\boldsymbol{\tau}_1$ ) e momentos ( $\boldsymbol{\tau}_2$ ) aplicados ao veículo expressos no referencial do corpo são:

---

<sup>1</sup>Segundo Fossen (2011) não se deve integrar as velocidade no referencial do corpo, pois não há sentido físico para isto.

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \boldsymbol{\tau}_2 = \begin{bmatrix} K \\ M \\ N \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

onde  $X$  e  $K$ ,  $Y$  e  $M$ , e  $Z$  e  $N$  representam o somatório de forças e momentos aplicados na direção de  $\mathbf{X}_0$ ,  $\mathbf{Y}_0$  e  $\mathbf{Z}_0$  respectivamente.

Observa-se o uso dos ângulos de Euler  $(\phi, \theta, \psi)$  para representação da orientação  $(\boldsymbol{\eta}_2)$ . Estes ângulos compreendem três variáveis, onde cada uma corresponde a rotação do veículo em um dos três eixos do referencial inercial, sendo estes utilizados na transformação de um referencial para outro (Antonelli, 2006).

A vantagem na utilização dos ângulos de Euler é a interpretação física, que se faz intuitiva. No entanto, esta representação apresenta singularidades para  $\theta = \pm 90^\circ$  (Fossen, 1991). Todavia, apesar das singularidades, a construção dos veículos normalmente evitam que as mesmas sejam alcançadas (Tavares, 2003). A Tabela 3.1 resume a notação utilizada nesta dissertação.

Tabela 3.1: Notação vetorial utilizada.

GL	Nome	Ref. Inercial		Ref. do Corpo	
		Posição	Velocidade	Velocidade	Forças e Momentos
<b>1</b>	avanço ( <i>surge</i> )	$x$	$\dot{x}$	$u$	$X$
<b>2</b>	balanço ( <i>sway</i> )	$y$	$\dot{y}$	$v$	$Y$
<b>3</b>	oscilação ( <i>heave</i> )	$z$	$\dot{z}$	$w$	$Z$
<b>4</b>	rolagem ( <i>roll</i> )	$\phi$	$\dot{\phi}$	$p$	$K$
<b>5</b>	arfagem ( <i>pitch</i> )	$\theta$	$\dot{\theta}$	$q$	$M$
<b>6</b>	guinada ( <i>yaw</i> )	$\psi$	$\dot{\psi}$	$r$	$N$

### 3.2.1 Transformação de velocidades lineares

As componentes de velocidade linear do sistema do referencial do corpo  $(\boldsymbol{\nu}_1)$  e inercial  $(\boldsymbol{\eta}_1)$  são relacionadas pelo operador  $\mathbf{J}_1$ , através da relação:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_1, \quad (3.5)$$

O operador  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  é a matriz de transformação de velocidades linear entre os dois sistemas de referência. Esta matriz representa as sucessivas rotações sofridas pelo veículo nos eixos  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  e  $\mathbf{Z}$  do referencial inercial e é escrita como:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \mathbf{J}_z^T(\psi)\mathbf{J}_y^T(\theta)\mathbf{J}_x^T(\phi). \quad (3.6)$$

A formulação da matriz que representa a rotação em cada eixo coordenado é dada por (Shabana, 2005):

$$\mathbf{J}_{\xi,\beta} = \mathbf{I} + (1 - \cos(\beta))\mathbf{S}^2(\boldsymbol{\xi}) - \text{sen}(\beta)\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}), \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade,  $\beta$  é o ângulo de rotação em torno do vetor unitário  $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3]^T$  direcionado ao longo do eixo de rotação. A matriz  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi})$  é um operador de produto cruzado, tal que  $\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{a} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{a}$  é expressa por:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} 0 & -\xi_3 & \xi_2 \\ \xi_3 & 0 & -\xi_1 \\ -\xi_2 & \xi_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

sendo a matriz  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi})$  uma matriz antissimétrica, ou seja,  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}) = -\mathbf{S}^T(\boldsymbol{\xi})$ .

As rotações obtidas a partir desta matriz de transformação são chamadas de rotações principais. A rotação em torno do eixo  $Z$  de um ângulo  $\psi$ , denominada  $\mathbf{J}_z(\psi)$ , é obtida a partir de (3.7) tomando o vetor unitário ao longo de  $Z$  como  $\boldsymbol{\xi} = [0 \ 0 \ 1]^T$ :

$$\mathbf{J}_z(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - \cos(\psi)) \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^2 - \text{sen}(\psi) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

da qual obtém-se a a forma final da matriz de rotação:

$$\mathbf{J}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

As matrizes de rotação em torno dos eixos  $X$  e  $Y$  são:

$$\mathbf{J}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \text{sen}(\phi) \\ 0 & -\text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{J}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Substituindo (3.10), (3.11) e (3.12) em (3.6), teremos

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

onde  $s \cdot = \text{sen}(\cdot)$  e  $c \cdot = \text{cos}(\cdot)$ .

Uma questão importante referente a matriz  $\mathbf{J}_1$ , é que esta é obtida por multiplicações sucessivas de matrizes (que é uma operação não necessariamente comutativa), sendo assim a ordem escolhida para as rotações influencia no resultado final (Goulart, 2007).

### 3.2.2 Transformação de velocidades angulares

A transformação de velocidades angulares do referencial do corpo ( $\boldsymbol{\nu}_2$ ) para o referencial inercial ( $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2$ ) é dada pelo operador  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_2, \quad (3.14)$$

e as velocidades de rotação em relação ao sistema de coordenadas do veículo são dadas por (Shabana, 2005):

$$\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{J}_x(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{J}_x(\phi)\mathbf{J}_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2. \quad (3.15)$$

Expandindo (3.15) resulta:

$$\mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \implies \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

onde  $s \cdot = \text{sen}(\cdot)$ ,  $c \cdot = \text{cos}(\cdot)$  e  $t \cdot = \text{tan}(\cdot)$ .

Como mencionado anteriormente, a representação cinemática por ângulos de Euler apresenta singularidade para  $\theta = \pm 90^\circ$ . Esta descontinuidade pode ser vista na matriz de transformação  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ . Outra característica importante que pode ser observada, é que para  $\phi = 0^\circ$  e  $\theta = 0^\circ$ , a relação entre as velocidades de rotação nos dois sistemas de coordenadas é dada por uma matriz identidade (Tavares, 2003).

As dificuldades com relação às singularidades apresentadas na representação por ângulos de Euler podem ser superadas pela utilização de *Quaternions* (Fjellstad & Fossen, 1994; Antonelli et al., 2003). Entretanto, para a grande maioria dos veículos reais tais movimentos que



causariam a singularidade não são executados, ou não são factíveis devido a sua estrutura física, não havendo assim a necessidade de se utilizar esta representação (Bessa, 2005).

Por fim, é possível escrever as transformações de coordenadas, dadas pelas equações (3.5) e (3.14), para os 6 GL do sistema como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\eta_2) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\eta_2) \end{bmatrix} \boldsymbol{\nu} \iff \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}. \quad (3.17)$$

### 3.3 Modelagem Dinâmica

A modelagem dinâmica de veículos subaquáticos compreende interações da estrutura mecânica do veículo com o meio subaquático, juntamente com as ações dos propulsores sobre o veículo (Tavares, 2003). Convencionalmente, a equação dinâmica para o movimento dos 6 GL para veículos subaquáticos é expressa na forma matricial por (Fossen, 1994):

$$M\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (3.18)$$

onde

$M$  ... Matriz de Inércia (incluindo massa adicional);

$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$  ... Matriz de Coriolis e Forças Centrípetas (incluindo massa adicional);

$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  ... Matriz de Arrasto Hidrodinâmico;

$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  ... Vetor de Forças Gravitacionais e de Restauração;

$\boldsymbol{\tau}$  ... Vetor de forças e momentos que agem sobre o veículo.

Na sequência será visto o desenvolvimento de cada um dos termos da equação dinâmica apresentada.

#### 3.3.1 Dinâmica do Corpo Rígido

A dinâmica de um ponto material de massa  $m$ , que descreve um movimento no espaço, pode ser baseada na Segunda Lei de Newton, expressa por:

$$m\dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\tau}, \quad (3.19)$$

onde  $\dot{\boldsymbol{\nu}}$  é a aceleração do corpo, resultado direto das forças externas  $\boldsymbol{\tau}$  que atuam sobre o mesmo.

Como o veículo subaquático possui dimensões não desprezíveis, sua massa não está concentrada em um único ponto, mas sim distribuída por sua estrutura. Decorrente a esta distribuição da massa o veículo subaquático deve ser tratado como um corpo rígido. Desta forma, as expressões da dinâmica para um corpo rígido, definidos em relação ao referencial do corpo, podem ser escritas para translação e rotação como (Fjellstad, 1994):

$$m [\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \times \boldsymbol{\nu}_1 + \dot{\boldsymbol{\nu}}_2 \times \mathbf{r}_G + \boldsymbol{\nu}_2 \times (\boldsymbol{\nu}_2 \times \mathbf{r}_G)] = \boldsymbol{\tau}_{CR1}, \quad (3.20)$$

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{I}_0 \boldsymbol{\nu}_2) + m \mathbf{r}_G \times (\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \times \boldsymbol{\nu}_1) = \boldsymbol{\tau}_{CR2}. \quad (3.21)$$

Nas equações (3.20) e (3.21), o operador  $\times$  representa o produto vetorial, o vetor  $\mathbf{r}_G = \begin{bmatrix} x_G & y_G & z_G \end{bmatrix}^T$  corresponde a distância do centro de massa do veículo com relação ao sistema referencial do corpo. A matriz  $\mathbf{I}_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  contém os momentos e os produtos de inércia do veículo com relação ao centro do sistema de coordenadas do referencial do corpo, sendo expressa por:

$$\mathbf{I}_0 \triangleq \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

onde  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  são os momentos de inércia e  $I_{xy}$ ,  $I_{xz}$ ,  $I_{yx}$ ,  $I_{yz}$ ,  $I_{zx}$  e  $I_{zy}$  são os produtos de inércia. As equações da dinâmica de translação e rotação do corpo rígido são manipuladas de forma a estabelecer uma expressão matricial da dinâmica do veículo para os 6 GL, obtendo-se, desta forma, a seguinte expressão:

$$\mathbf{M}_{CR} \dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{CR}. \quad (3.23)$$

Na equação 3.23,  $\mathbf{M}_{CR} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de inércia,  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de Coriolis e centrípeta,  $\boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de velocidades e  $\boldsymbol{\tau}_{CR} \in \mathbb{R}^6$  é o vetor resultante das forças e momentos aplicados no veículo.

A matriz de inércia  $\mathbf{M}_{CR}$  é constante, simétrica e positiva definida, *i.e.*,  $\dot{\mathbf{M}}_{CR} = 0$  e  $\mathbf{M}_{CR}^T = \mathbf{M}_{CR} > 0$ . Existe ainda uma única parametrização possível (Siciliano & Khatib, 2008):

$$\mathbf{M}_{CR} = \begin{bmatrix} m \mathbf{I}_{3 \times 3} & -m \mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ m \mathbf{S}(\mathbf{r}_G) & \mathbf{I}_0 \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{M}_{CR} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Ao contrário da matriz de inércia, a matriz de Coriolis e centrípeta do corpo rígido podem ter várias parametrizações. Uma possível forma de parametrização possui a seguinte configuração:

$$\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1) - m\mathbf{S}(\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\mathbf{r}_G) \\ -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1) - m\mathbf{S}(\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\mathbf{r}_G) & m\mathbf{S}(\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1)\mathbf{r}_G) - \mathbf{S}(\mathbf{I}_0\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ -m(y_Gq + z_Gr) & m(y_Gp + w) & m(z_Gp - v) & \dots \\ m(x_Gq - w) & -m(z_Gr + x_Gp) & m(z_Gq + u) & \dots \\ m(x_Gr + v) & m(y_Gr - u) & -m(x_Gp + y_Gq) & \dots \\ m(y_Gq + z_Gr) & -m(x_Gq - w) & -m(x_Gr + v) & \dots \\ -m(y_Gp + w) & m(z_Gr + x_Gp) & -m(y_Gr - u) & \dots \\ -m(z_Gp - v) & -m(z_Gq + u) & m(x_Gp + y_Gq) & \dots \\ \dots & 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_zr & I_{yz}r + I_{xy}p - I_yq \\ I_{yz}q + I_{xz}p - I_zr & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_xp & \dots \\ -I_{yz}r - I_{xy}p + I_yq & I_{xz}r + I_{xy}q - I_xp & 0 & \dots \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

com a qual, a matriz  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})$  resulta em uma matriz antissimétrica, ou seja,  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})^T$ .

Usando a propriedade do produto cruzado  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1)\boldsymbol{\nu}_2 = -\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\boldsymbol{\nu}_1$  consegue-se uma parametrização de  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})$  independente de  $\boldsymbol{\nu}_1$ , ou seja, elimina-se a dependência da velocidade linear. Esta nova parametrização é útil quando as correntezas oceânicas são colocadas nas equações de movimento (Fossen, 2012).

$$\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) & -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G)\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) & \mathbf{S}(\mathbf{I}_0\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

### 3.3.2 Esforços Hidrodinâmicos

Os esforços hidrodinâmicos decorrem do movimento relativo do veículo em relação a água (sem a presença de ondas). As forças hidrodinâmicas ao qual o veículo esta sujeito

resumem-se em (Clayton & Bishop, 1982):

- i. esforços de massa adicionada;
- ii. arrasto hidrodinâmico;
- iii. esforços de sustentação.

No início do movimento de um corpo submerso, os esforços de massa adicionada corresponde ao mais expressivo efeito hidrodinâmico. Quando a velocidade relativa entre o corpo e o fluido são relativamente pequenas, os fenômenos viscosos são desprezíveis. Ao passo que a velocidade relativa entre o veículo e o fluido se elevam, os esforços hidrodinâmicos se devem cada vez mais aos efeitos viscosos (Newman, 1977).

### Massa Adicionada

Os esforços de massa adicionada estão relacionados com o deslocamento forçado do fluido que envolve o veículo, quando este é acelerado. Isto acontece porque o fluido que rodeia o corpo é acelerado junto com ele. Assim, o fluido reage no corpo com uma força de mesma intensidade, porém, com sentido contrário à força que produziu o movimento do veículo. Esta força de reação é chamada de massa adicionada (Siciliano & Khatib, 2008). As forças e momentos correspondentes a massa adicionada são expressas pela seguinte equação (Fossen, 1994):

$$\mathbf{M}_A \dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{\nu} = -\boldsymbol{\tau}_A, \quad (3.29)$$

onde  $\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A^T > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de inércia de massa adicionada,  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}_A^T(\boldsymbol{\nu}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de Coriolis e centrípeta de massa adicionada e  $\boldsymbol{\tau}_A$  é a resultante de esforços, devido a massa adicionada.

A matriz  $\mathbf{M}_A$  é definida em (Fossen, 1991) como:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \triangleq - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

sendo as submatrizes de  $\mathbf{M}_A$  dadas por:

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}.$$

Cada elemento da matriz  $\mathbf{M}_A$  representa a massa adicional no mesmo ou noutro eixo. Por exemplo, tem-se que a força hidrodinâmica devido a massa adicionada  $Y_A$  ao longo de  $\mathbf{Y}_0$  devido a aceleração  $\dot{u}$  na direção de  $\mathbf{X}_0$  é escrita como  $Y_A = Y_{\dot{u}}\dot{u}$  onde  $Y_{\dot{u}} \triangleq \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \dot{u}}$ .

Dependendo do formato físico do veículo subaquático, a matriz  $\mathbf{M}_A$  pode ser simplificada, desprezando termos menos significativos. Desta forma, para um corpo com simetria nos três planos tem-se a seguinte matriz de massa adicional,

$$\mathbf{M}_A \triangleq - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

Geralmente os coeficientes de massa adicionada que estão fora da diagonal principal possuem valores menos significativos, não sendo considerados na maioria dos trabalhos.

Para um corpo rígido movendo-se em um fluido ideal a matriz de forças centrípetas e de Coriolis pode sempre ser parametrizada de forma a ser antissimétrica,  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}_A^T(\boldsymbol{\nu})$ . Esta propriedade, como será visto posteriormente, é útil no projeto do controle de movimento de veículos subaquáticos. Então,

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\nu}_2) \\ -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\nu}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{22}\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Assim, para um veículos com três planos de simetria,

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Assim como a matriz de força centrípeta e de Coriolis de corpo rígido ( $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})$ ), a matriz  $\mathbf{C}_A$  também possui termos dependentes das componentes do vetor de velocidade do veículo. Desta forma, as forças centrípeta e de Coriolis de massa adicionada, dada pelo produto  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}$  em (3.29), resulta em termos não lineares quadráticos e acoplados das componentes de velocidade do veículo.

### Arrasto Hidrodinâmico

O arrasto hidrodinâmico é uma força paralela à velocidade do veículo em relação ao fluido. Estas forças estão relacionadas a dois fenômenos principais (Newman, 1977):

- i. fricção de superfície;
- ii. arrasto devido à pressão (dissipação devido a formação de vórtices).

O arrasto de fricção de superfície se deve às tensões tangenciais entre o fluido e a rugosidade da superfície do corpo. A força de arrasto devida à pressão provem da diferença de tensões (ou pressão) normais à superfície do corpo, por isso dependem diretamente da forma do corpo (de Souza, 2003).

Assumindo que o veículo possui movimento sem acoplamento, três planos de simetria e os termos de segunda ordem desprezados, então, os esforços de arrasto podem ser quantificados pela seguinte equação (Fossen, 1994):

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \mathbf{C}_{dl}\boldsymbol{\nu} + \mathbf{C}_{dnl}|\boldsymbol{\nu}|\boldsymbol{\nu}, \quad (3.34)$$

onde,  $\mathbf{C}_{dl}$  é uma matriz contendo os coeficientes de arrasto linear,  $\mathbf{C}_{dnl}$  é a matriz que contém os coeficientes de arrasto não linear e  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  é a matriz de arrasto e sustentação. A partir de

(3.34), conforme Fossen(1994), tem-se:

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = - \begin{bmatrix} X_u + X_{u|u}|u| & 0 & 0 & & \\ 0 & Y_v + Y_{v|v}|v| & 0 & & \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{w|w}|w| & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & & \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \\ K_p + K_{p|p}|p| & 0 & 0 & & \\ 0 & M_q + M_{q|q}|q| & 0 & & \\ 0 & 0 & N_r + N_{r|r}|r| & & \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Na matriz  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  apresentada em 3.35, os dois conjuntos de parâmetros representam a derivada das forças externas em relação a velocidade ( $X_u$ , por exemplo) e a derivada das forças externas em relação a velocidade multiplicada pelo seu módulo ( $X_{u|u}$ , por exemplo).

### Forças e Momentos Restauradores

Os esforços restauradores correspondem a ação gravitacional (ou peso) e o empuxo hidrostático. Estes esforços atuam sempre na direção vertical do referencial inercial, e possuem sentidos contrários (Dominguez, 1989).

Desta forma, seja  $m$  a massa do veículo,  $\nabla$  é o volume do fluido deslocado pelo veículo,  $g$  é a aceleração da gravidade, e  $\rho$  é a densidade do fluido. De acordo com a notação SNAME (1950), a força gravitacional ( $W$ ) e o empuxo hidrostático ( $B$ ) são dados por:

$$W = mg \quad (3.36)$$

$$B = \rho g \nabla \quad (3.37)$$

Sendo o eixo  $Z$  do referencial inercial tomado positivo para baixo, os vetores de peso e empuxo são expressos por:

$$\mathbf{F}_G^I = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_B^I = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix}. \quad (3.38)$$

A transformação dos vetores de peso e empuxo do referencial inercial para o referencial do corpo é dada por:

$$\mathbf{F}_G(\boldsymbol{\eta}_2) = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_B(\boldsymbol{\eta}_2) = -\mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

O peso atua no centro de gravidade (CG) do veículo, e seu vetor posição é  $\mathbf{r}_G$ . Semelhantemente, o empuxo atua no centro de empuxo (CE), cujo vetor posição é  $\mathbf{r}_B$ . Assim, as forças e momentos restauradoras são expressas no referencial do corpo por:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_G(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{F}_B(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{r}_G \times \mathbf{F}_G(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}_B(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

A partir de (3.40), têm-se

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} (W - B)s\theta \\ -(W - B)c\theta s\phi \\ -(W - B)c\theta c\phi \\ -(y_G W - y_B B)c\theta c\phi + (z_G W - z_B B)c\theta s\phi \\ -(z_G W - z_B B)s\theta + (x_G W - x_B B)c\theta c\phi \\ -(x_G W - x_B B)c\theta s\phi - (y_G W - y_B B)s\theta \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

Normalmente, veículos subaquáticos são projetados para que o centro de gravidade (CG) fique um pouco abaixo do centro de empuxo (CB), desta forma, os momentos produzidos pelo peso e pelo empuxo atuam tentando trazer para zero os ângulos de *roll* ( $\phi$ ) e *pitch* ( $\theta$ ) (Tavares, 2003). A Figura 3.2 ilustra este efeito.

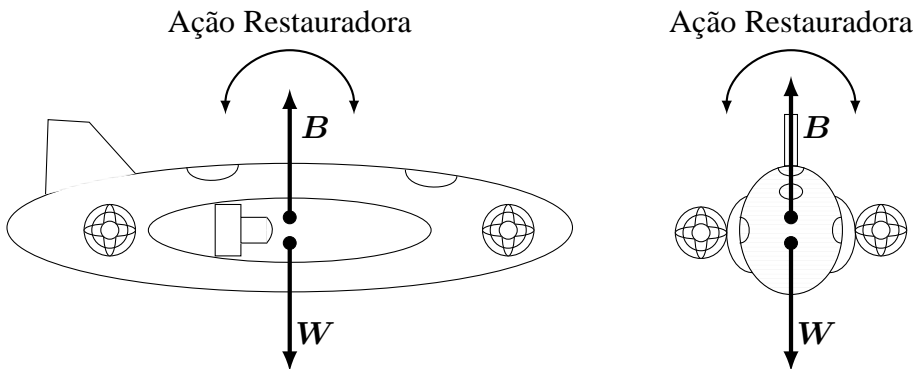


Figura 3.2: Ação dos esforços restauradores.



## 3.4 Equações do Movimento

Nesta seção serão discutidas de forma resumida as diferentes representações e propriedades das equações de movimento de veículos submarinos. Estas propriedades são úteis para o projeto da lei de controle, que será abordada posteriormente.

### 3.4.1 Representação no Referencial do Corpo

As equações do movimento do veículo submarino, expressas no referencial do corpo, na forma vetorial, são dadas por:

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau, \quad (3.42)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu, \quad (3.43)$$

onde  $M = M_{CR} + M_A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de inércia incluindo massa adicionada,  $C(\nu) = C_{CR}(\nu) + C_A(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de Coriolis e forças centrípetas,  $D(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de arrasto hidrodinâmico e  $g(\eta) \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de forças gravitacionais e de restauração.

### 3.4.2 Representação no Referencial Inercial

A representação das equações do movimento no referencial inercial é obtida aplicando as seguintes transformações (assumindo  $J(\eta)$  não-singular):

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \iff \nu = J^{-1}(\eta)\dot{\eta}, \quad (3.44)$$

$$\ddot{\eta} = J(\eta)\dot{\nu} + \dot{J}(\eta)\nu \iff \dot{\nu} = J^{-1}(\eta) \left[ \ddot{\eta} - \dot{J}(\eta)J^{-1}(\eta)\dot{\eta} \right], \quad (3.45)$$

para eliminar  $\nu$  e  $\dot{\nu}$  da equação 3.42.

### 3.4.3 Propriedades das Equações do Movimento

Fossen (1994) destaca as seguintes propriedades na representação vetorial no referencial do corpo:

**Propriedade 3.1.** Para um corpo rígido a matriz de inércia é positiva definida (se  $M_A > 0$ ) e simétrica, ou seja,  $M = M^T > 0$ .

**Propriedade 3.2.** *Para um corpo rígido movendo-se em um fluido ideal, a matriz de Coriolis e de forças centrípetas pode ser sempre parametrizada tal que seja antissimétrica, ou seja,  $C(\boldsymbol{\nu}) = -C^T(\boldsymbol{\nu}) \forall \boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^6$ .*

**Propriedade 3.3.** *Para um corpo rígido movendo-se em um fluido ideal a matriz de arrasto hidrodinâmico será real e positiva definida ( $D(\boldsymbol{\nu}) > 0$ ).*

Estas propriedades serão úteis na formulação da técnica de controle apresentada no próximo capítulo.

### 3.5 Distúrbios Ambientais

Neste trabalho os distúrbios ambientais são modelados como correntezas marinhas. Estas são decorrentes da circulação de água produzidas pela ação da gravidade, vento ou diferença de densidade em partes diferentes do oceano ((Fossen, 2012)).

As forças que agem sobre o veículo, decorrentes da ação da correnteza, podem ser incluídas no modelo substituindo o vetor de velocidades no referencial do corpo por um vetor de velocidades relativas:

$$\boldsymbol{\nu}_r = \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}_c, \quad (3.46)$$

onde  $\boldsymbol{\nu}_c$  é a velocidade da correnteza expressa no referencial do corpo.

Define-se a velocidade da correnteza como constante e irrotacional no referencial inercial (Fossen, 2012):

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c & \dot{y}_c & \dot{z}_c & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (3.47)$$

O modelo dinâmico do veículo, considerando a correnteza é dado por

$$M\dot{\boldsymbol{\nu}}_r + C(\boldsymbol{\nu}_r)\boldsymbol{\nu}_r + D(\boldsymbol{\nu}_r)\boldsymbol{\nu}_r + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (3.48)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}_r + \dot{\boldsymbol{\eta}}_c. \quad (3.49)$$

## 3.6 Esforços de Propulsão

A modelagem do sistema propulsor é importante para a determinação dos empuxos gerados pela combinação vetorial dos mesmos. Desta forma é possível estabelecer um mapeamento entre os esforços de controle e dos atuadores do veículo (Goulart, 2007). Tais esforços podem ser modelados como

$$\tau_p = \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (3.50)$$

onde  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$  é o vetor de controle, sendo  $p$  o número de propulsores e  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{6 \times p}$  é uma matriz cujos elementos são distribuídos em função da localização de cada propulsor no veículo.

A força de propulsão dos veículos subaquáticos é efetuada por hélices que por sua vez, são acionadas por motores (na sua maioria elétricos e de corrente contínua) (Gomes, 2002). Assim, a modelagem dinâmica do propulsor pode ser dividida em duas partes: uma referente a hidrodinâmica, fruto da interação entre os hélices e o fluido; e uma segunda parte, referente a modelagem dinâmica dos atuadores. Neste trabalho são considerados motores de corrente contínua. Na sequência são apresentados a modelagem dos atuadores e também o mapeamento de seus esforços no veículo subaquático.

### 3.6.1 Modelagem do Hélice

Existem hélices de ângulo fixo e variável. A instalação destes pode ser feita de forma isolada ou no interior de dutos. Neste trabalho é considerado hélices de ângulo fixo e instaladas no interior de dutos, tal como mostra a figura 3.3.

Um hélice é responsável pela geração de duas forças. Uma delas é a força de propulsão ( $T$ ), ou empuxo. A segunda é o torque ( $Q$ ), que o motor deve aplicar com a finalidade de rodar o hélice. Assim, o empuxo e o torque produzidos por cada propulsor pode ser aproximados pelas seguintes equações (Dominguez, 1989).

$$T = C_T(\sigma) \frac{\rho}{8} [v_w^2 + (0,7\pi nD)^2] \pi D^2, \quad (3.51)$$

$$Q = C_Q(\sigma) \frac{\rho}{8} [v_w^2 + (0,7\pi nD)^2] \pi D^3. \quad (3.52)$$

Nestas equações,  $\sigma$  é definido por:

$$\sigma = \arctan \left( \frac{v_w}{0,7\pi nD} \right) \quad (3.53)$$

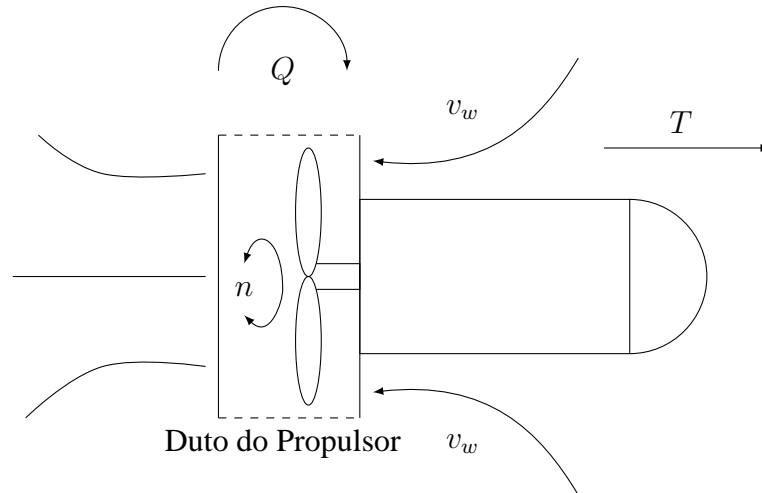


Figura 3.3: Sistema de Propulsão.

onde:

$v_w$  ... velocidade com que a água se dirige para o hélice;

$D$  ... diâmetro do hélice;

$n$  ... velocidade de rotação do hélice [rps];

$\sigma$  ... ângulo de avanço;

$\rho$  ... densidade do fluido;

$C_T(\sigma)$  ... coeficiente de empuxo em função de  $\sigma$ ;

$C_Q(\sigma)$  ... coeficiente de torque em função de  $\sigma$ .

Os coeficientes  $C_T(\sigma)$  e  $C_Q(\sigma)$  podem ser obtidos a partir de consultas às curvas características do propulsor (Dominguez, 1989).

Considerando que a velocidade de entrada da água ( $v_w$ ) é igual à componente de velocidade relativa do veículo, e tomando  $\sigma = 0^\circ$ , as equações (3.51) e (3.52) podem ser escritas como:

$$T = T_{|n|n}|n|n, \quad (3.54)$$

$$Q = Q_{|n|n}|n|n, \quad (3.55)$$

onde:  $T_{|n|n} = C_T(0^\circ)\rho(0.7)^2\pi^3D^4(1/8)$  e  $Q_{|n|n} = C_Q(0^\circ)\rho(0.7)^2\pi^3D^5(1/8)$ , são coeficientes de empuxo e torque, respectivamente.

### 3.6.2 Dinâmica do Motor CC

Neste trabalho é considerado que os hélices são acionados por motores de corrente contínua. A dinâmica deste atuador é descrita por:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = -R_a i_a - 2\pi K_m n + v_a \quad (3.56)$$

$$2\pi J_p \frac{dn}{dt} = T_m - Q \quad (3.57)$$

onde:

$i_a$  ... corrente de armadura;

$v_a$  ... tensão aplicada (excitação);

$R_a$  ... resistência de armadura;

$K_m$  ... constante eletromagnética do motor;

$J_p$  ... soma dos momentos de inércia do motor e do hélice;

$T_m$  ... torque do motor;

$Q$  ... torque resistente (hélice, equação (3.52)).

Em geral, para motores de ímã permanente, o torque ( $T_m$ ) é aproximadamente proporcional à corrente de armadura, desta forma o torque pode ser representado como:

$$T_m = K_m i_a \quad (3.58)$$

### 3.6.3 Formulação da Matriz de Propulsão

A contribuição dada por cada propulsor ao movimento do veículo subaquático depende da posição e orientação do mesmo. Estas informações estão contidas na matriz de propulsão ( $B$ ), e o método para sua determinação é descrito a seguir.

A contribuição de força ( $\boldsymbol{\tau}_F \in \mathbb{R}^3$ ) e momentos ( $\boldsymbol{\tau}_M \in \mathbb{R}^3$ ) dos propulsores pode ser descrita por (Hsu et al., 2000):

$$\boldsymbol{\tau}_p = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_F \\ \boldsymbol{\tau}_M \end{bmatrix}, \quad (3.59)$$

$$\boldsymbol{\tau}_F = \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_{p_i} T_{|n_i|n_i} u_i, \quad (3.60)$$

$$\boldsymbol{\tau}_M = \sum_{i=1}^p [\mathbf{F}_{p_i} Q_{|n_i|n_i} u_i + \mathbf{R}_{p_i} \times (\mathbf{F}_{p_i} T_{|n_i|n_i} u_i)], \quad (3.61)$$

onde:

$\mathbf{F}_{p_i}$  ... contribuição de força de cada propulso em  $(\mathbf{X}_0 \mathbf{Y}_0 \mathbf{Z}_0)$ ;

$p$  ... número de propulsores;

$T_{|n_i|n_i}$  ... é o coeficiente de empuxo;

$\mathbf{R}_{p_i}$  ... vetor de posição do centro de empuxo de cada propulsor em  $(\mathbf{X}_0 \mathbf{Y}_0 \mathbf{Z}_0)$ ;

$Q_{|n_i|n_i}$  ... coeficiente de torque;

$u_i$  ... sinal de controle definido como  $u_i = |n_i|n_i$ .

As equações 3.60 e 3.61 podem ser reescritas na forma matricial

$$\boldsymbol{\tau}_F = \mathbf{B}_F \mathbf{u}, \quad (3.62)$$

$$\boldsymbol{\tau}_M = \mathbf{B}_M \mathbf{u} \quad (3.63)$$

onde  $\mathbf{B}_F = [\mathbf{B}_{F_1} \mathbf{B}_{F_2} \dots \mathbf{B}_{F_p}] \in \mathbb{R}^{3 \times p}$  e  $\mathbf{B}_M = [\mathbf{B}_{M_1} \mathbf{B}_{M_2} \dots \mathbf{B}_{M_p}] \in \mathbb{R}^{3 \times p}$  são dadas por:

$$\mathbf{B}_{F_i} = \mathbf{F}_{p_i} T_{|n_i|n_i}, \quad i = 1 \dots p, \quad (3.64)$$

$$\mathbf{B}_{M_i} = [\mathbf{F}_{p_i} Q_{|n_i|n_i} + \mathbf{R}_{p_i} \times (\mathbf{F}_{p_i} T_{|n_i|n_i})], \quad i = 1 \dots p. \quad (3.65)$$

Por fim, a matriz de propulsão pode ser expressa por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_F \\ \mathbf{B}_M \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Desta forma, o sinal de controle  $\mathbf{u}$  pode ser determinado fazendo  $\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{\tau}$ . Fossen (1994) utiliza uma configuração ótima para a distribuição dos esforços de cada propulsor,  $\mathbf{u} = \mathbf{B}^*\boldsymbol{\tau}$ , onde  $\mathbf{B}^*$  é dada por:

$$\mathbf{B}^* = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{B}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{B}^T)^{-1}, \quad (3.67)$$

onde  $\mathbf{W}$  é uma matriz de pesos que redistribui os esforços de controle. Nota-se que se  $\mathbf{W}$  é igual a identidade, ou seja,  $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ , a equação 3.67 se torna a expressão conhecida como *pseudo inversa de Moore-Penrose*.

Conhecendo as componentes do vetor de controle, obtêm-se a velocidade do hélice de cada propulsor (Fossen, 1991):

$$n_i = \text{sign}(u_i)\sqrt{|u_i|}. \quad (3.68)$$

### 3.7 Conclusão

Neste capítulo foram abordadas a modelagem cinemática e dinâmica para os 6 GL de veículos subaquáticos. Um modelo dinâmico para os atuadores e também um forma de inclusão dos distúrbios ambientais na forma de correnteza oceânica foram apresentados. Ainda, as principais propriedades referentes à formulação matricial das equações dinâmicas foram salientadas, sendo estas úteis para a formulação da estratégia de controle, que será aportada no próximo capítulo.





## Capítulo 4

# Controle de Posicionamento

Como já fora mencionado, a dinâmica dos veículos subaquáticos é muito rica, contendo muitas não linearidades. Além dos aspectos dinâmicos, estes também operam em ambientes hostis, sendo expostos a efeitos hidrodinâmicos que podem comprometer o seu desempenho na execução de alguma missão.

Entre os principais efeitos hidrodinâmicos que agem em um corpo rígido submerso, as correntezas oceânicas e as forças de restauração têm maior atenção, pois são responsáveis pelos erros de regime permanente de posição e orientação. A correnteza é modelada como um distúrbio externo, constante com relação ao referencial da terra. Logo, controladores sintetizados neste referencial geralmente conseguem minimizar, ou até eliminar seus efeitos. Já os esforços restauradores possuem componentes de forças constantes com relação ao referencial inercial (forças de restauração lineares) e esforços constantes com relação ao referencial do corpo (momentos restauradores) (Antonelli, 2006). Desta forma, dependendo do sensoriamento disponível e do efeito hidrodinâmico que se deseja compensar, a influência do referencial escolhido para projeto da lei de controle deve ser levada em consideração.

Baseado nas equações não lineares do movimento, controladores globalmente estáveis podem ser derivados. Duas representações podem ser utilizadas. A primeira, utilizando uma formulação no referencial do corpo, sendo esta normalmente utilizada no controle linear e angular de velocidade. A segunda, utilizando representação no referencial inercial, que tem por objetivo o controle de posição e orientação. Para esta última formulação, são necessários para a síntese ambas as equações de movimento e de cinemática (Fossen, 1991).

Muitos controladores foram propostos na bibliografia com o intuito de compensar os efeitos hidrodinâmicos dos veículos subaquáticos, bem como as incertezas relacionadas a suas equações dinâmicas. Ao se tratar de incertezas, o controle adaptativo e controle por modos deslizantes são as principais estratégias utilizadas (Slotine, 1984).

O controle por modos deslizantes, consiste em uma estratégia composta por uma parte de compensação direta da dinâmica do sistema e uma segunda parte composta por um termo de chaveamento, que comuta sob uma dada lei. Yoerger et al. (1985) propuseram um controle

por modos deslizantes SISO (do inglês, *Single Input - Single Output*) e resultados numéricos para o rastreamento de trajetória de um veículo subaquático foram mostrados. Fossen (1991) apresenta um controle por modos deslizantes MIMO (do inglês, *Multi Input - Multi Output*), este foi sintetizado no referencial inercial utilizando uma função de Lyapunov para sua síntese. Considerando operações com manobras fortemente acopladas Healey & Lienard (1993) propuseram um controle por modos deslizantes baseado nos erros das variáveis de estado. Recentemente, (Salgado-Jimenez & Jouvencel, 2003; Rhif, 2012) utilizaram os modos deslizantes de alta ordem para controle de posicionamento de AUVs do tipo torpedo.

Neste capítulo é apresentado o projeto de lei de controle por modos deslizantes. O projeto baseia-se no método de Lyapunov apresentado em (Fossen, 1991). A lei de controle é sintetizada no referencial inercial, com o intuito de controlar a posicionamento do veículo e também compensar algumas perturbações. A diferença do controlador proposto com relação ao apresentado em (Fossen, 1991) esta na escolha da superfície de deslizamento, que possui uma parcela integral (para compensar erros de regime permanente) e uma parcela que elimina a fase de alcance do controlador. Assim, o deslizamento acontece mesmo existindo erros iniciais de rastreamento da referência ( $\boldsymbol{\eta}(0) \neq \boldsymbol{\eta}_d(0)$ ). Por não ter a fase de alcance, a lei de controle proposta foi chamada de Controle por Modos Deslizantes Global (CMDG). Para análise de estabilidade leva-se em conta características do modelo matemático, como o fato da matriz de inércia ser positiva definida e constante ( $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T > 0$ ,  $\dot{\mathbf{M}} = 0$ ), a matriz de forças centrípetas e de Coriolis ser antissimétrica ( $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}^T(\boldsymbol{\nu})$ ) e de que a matriz de amortecimento hidrodinâmico ser estritamente positiva ( $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) > 0$ ). No capítulo seguinte é apresentada uma série de simulações que demonstram a performance do controlador proposto.

## 4.1 Definição do Problema

Uma vez conhecidas as equações do modelo do veículo, o objetivo seguinte consiste em obter as forças a serem aplicadas a este de forma a fazê-lo seguir uma determinada referência. Se fosse possível dispor do modelo dinâmico perfeito, este problema seria relativamente fácil de se resolver. Na prática, é preciso projetar uma lei de controle que compense as incertezas do modelo, deve-se ainda assegurar que a resposta do sistema convirja para referência na presença de diversas perturbações.

O objetivo de controle, consiste em fazer com que um veículo subaquático siga determinada referência ( $\boldsymbol{\eta}_d(t)$  e  $\dot{\boldsymbol{\eta}}_d(t)$ ) respeitando restrições de posição e velocidade. O movimento desejado refere-se a um posicionamento dinâmico. Procura-se então sintetizar uma lei de controle que satisfaça os requerimentos de velocidade e atitude do veículo estabelecidos por um sistema de guiagem (Lyshevski, 2001), que tradicionalmente é projetado separado do bloco de controle (Fryxell et al., 1996), sendo esta estratégia robusta às incertezas paramétricas do modelo e as perturbações externas. A figura 4.1 ilustra o objetivo de controle.

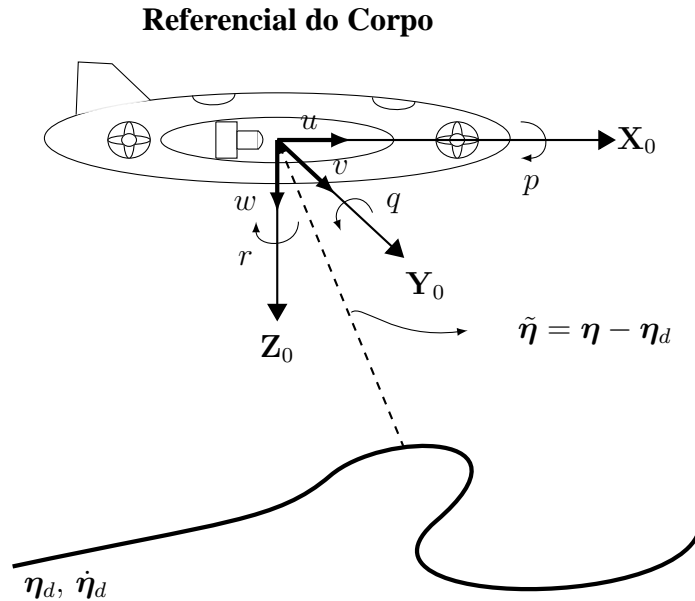


Figura 4.1: Objetivo de Controle

A utilização do modelo 3.48 implicaria em uma lei de controle contendo  $\nu_r$ , e consequentemente, a implementação desta necessitaria da mensuração de  $\nu_c$ . Afim de contornar a necessidade de se medir a correnteza, uma abordagem diferente, consiste em considerar os efeitos dos distúrbios externos como forças constantes agindo no referencial do corpo. Desta forma, para o projeto da lei de controle, considera-se

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau, \quad (4.1)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \quad (4.2)$$

onde  $\tau = \tau_p + \tau_E \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de forças e momentos que agem sobre o veículo, sendo  $\tau_p = B\mathbf{u}$  os esforços dos propulsores e  $\tau_E$  perturbações agindo sobre o veículo no referencial do corpo.

## 4.2 Controle por Modos Deslizantes Global (CMDG)

Seja a função de rastreamento mensurável  $s(\tilde{\eta}, t) \in \mathbb{R}^6$  (comumente chamada de superfície de deslizamento), definida no referencial inercial por

$$s(\tilde{\eta}, t) = \dot{\tilde{\eta}}(t) + 2\lambda\tilde{\eta}(t) + \lambda^2 \int_0^t \tilde{\eta}(r) dr - \gamma(0), \quad (4.3)$$

onde  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}_d(t) \in \mathbb{R}^6$  é o erro de rastreamento,  $\boldsymbol{\eta}_d(t) \in \mathbb{R}^6$  é a posição desejada,  $\boldsymbol{\lambda} > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é uma matriz diagonal e  $\boldsymbol{\gamma}(0) \in \mathbb{R}^6$  é uma constante que força as trajetórias de estado do sistema iniciarem sobre a superfície de deslizamento ( $\boldsymbol{s}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}(0), 0) = 0$ ), e deve ser escolhida como:

$$\boldsymbol{\gamma}(0) = \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}(0) + 2\boldsymbol{\lambda}\tilde{\boldsymbol{\eta}}(0). \quad (4.4)$$

Por simplicidade, reescreve-se a superfície de deslizamento em termos de um vetor de referência virtual  $\boldsymbol{\eta}_v(t)$  (Fossen, 1994),

$$\boldsymbol{s}(\tilde{\boldsymbol{\eta}}, t) = \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}(t) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_v(t), \quad (4.5)$$

onde

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_v(t) = \dot{\boldsymbol{\eta}}_d(t) - 2\boldsymbol{\lambda}\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) - \boldsymbol{\lambda}^2 \int_0^t \tilde{\boldsymbol{\eta}}(r) dr + \boldsymbol{\gamma}(0). \quad (4.6)$$

Com o intuito de facilitar a notação, a partir deste ponto omitirá-se a dependência das equações com relação a  $t$  e demais variáveis. O vetor de referência virtual satisfaz a seguinte transformação

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_v = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}_v, \quad (4.7)$$

de onde obtém-se

$$\boldsymbol{\nu}_v = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})^{-1}\dot{\boldsymbol{\eta}}_v, \quad (4.8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_v = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})^{-1} \left[ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_v - \dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})^{-1}\dot{\boldsymbol{\eta}}_v \right]. \quad (4.9)$$

Afim de se projetar a lei de controle diretamente no referencial do veículo subaquático, a seguinte mudança de coordenada se faz necessária

$$\boldsymbol{s}_c = \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}_v, \quad (4.10)$$

onde  $\boldsymbol{s}_c$  é a superfície de deslizamento expressa no referencial do corpo.

Propõe-se a seguinte estrutura para a lei de controle

$$\boldsymbol{\tau}_p = \boldsymbol{\tau}_c - \boldsymbol{K} \text{sign}(\boldsymbol{s}_c), \quad (4.11)$$

onde  $\tau_c \in \mathbb{R}^6$  é o controle contínuo, que tem por finalidade mudar a dinâmica do sistema,  $\mathbf{K} \text{sign}(s_c) \in \mathbb{R}^6$  é o controle descontínuo, que tem por efeito conferir robustez com relação às incertezas paramétricas e perturbações externas, sendo  $\mathbf{K} > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é uma matriz diagonal.

Com o intuito de encontrar uma lei de controle contínua ( $\tau_c$ ) que imponha rastreamento da trajetória em condições de idealidades, ou seja, considerando um conhecimento perfeito da dinâmica do veículo e a não existência de perturbações, define-se a seguinte função candidata de Lyapunov

$$V(s_c, t) = \frac{1}{2} s_c^T M s_c, \quad (4.12)$$

onde  $M = M^T > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ . Diferenciando  $V$  com respeito as trajetórias de estado do sistema e somando e subtraindo  $s_c^T C s_c$ , chega-se

$$\dot{V} = s_c^T M \dot{s}_c + \frac{1}{2} s_c^T \dot{M} s_c - s_c^T C s_c + s_c^T C s_c. \quad (4.13)$$

Aplicando-se a propriedade da matriz antissimétrica  $s_c^T (\dot{M} - 2C) s_c \stackrel{M=0}{=} -s_c^T 2C s_c = 0 \forall s_c \in \mathbb{R}^6$ , a expressão de  $\dot{V}$  resulta

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_c^T M \dot{s}_v + s_c^T C s_c \\ &= s_c^T M (\dot{v} - \dot{v}_v) + s_c^T C (v - v_v). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Substituindo a equação do modelo não linear do veículo subaquático (4.1) em (4.14), e somando e subtraindo  $s_c^T D s_c$ , chega-se

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_c^T M (M^{-1} (-(C + D)v - g + \tau) - \dot{v}_v) + s_c^T C (v - v_v) \\ &= s_c^T (-M\dot{v}_v - C v_v - D v - g + \tau) + s_c^T D s_c - s_c^T D s_c \\ &= s_c^T (-M\dot{v}_v - C v_v - D v_v - g + \tau) - s_c^T D s_c. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Como comentado anteriormente, sob suposição de idealidades, a escolha de  $\tau = \tau_c$ , tal que,  $\dot{V} \leq 0$  pode ser,

$$\tau_c = M\dot{v}_v + C v_v + D v_v + g - K_D s_c, \quad (4.16)$$

entretanto, como os parâmetros do modelo do veículo não são bem conhecidos, tem-se

$$\tau_c = \hat{M}\dot{v}_v + \hat{C} v_v + \hat{D} v_v + \hat{g} - K_D s_c \quad (4.17)$$

onde  $\mathbf{K}_D > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é uma matriz diagonal de ganhos,  $\hat{\mathbf{M}}$ ,  $\hat{\mathbf{C}}$ ,  $\hat{\mathbf{D}}$  e  $\hat{\mathbf{g}}$  estimativas dos termos  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{g}$  respectivamente. Desta forma, a lei de controle proposta pela equação 4.11 resulta em

$$\tau_p = \underbrace{\hat{\mathbf{M}}\dot{\nu}_v + \hat{\mathbf{C}}\nu_v + \hat{\mathbf{D}}\nu_v + \hat{\mathbf{g}}}_{\text{Compensao Direta}} \underbrace{-\mathbf{K}_D \mathbf{s}_c}_{\text{Ajuste fino PID}} \underbrace{-\mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{s}_c)}_{\text{Robustez}}, \quad (4.18)$$

## 4.2.1 Estabilidade

A estabilidade é conseguida ao se garantir a convergência dos estados para a superfície de deslizamento. Assim, seja novamente escolhida a função candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}_c^T \mathbf{M} \mathbf{s}_c, \quad (4.19)$$

segundo os mesmos passos descritos anteriormente, chega-se

$$\dot{V} = \mathbf{s}_c^T (-\mathbf{M}\dot{\nu}_v - \mathbf{C}\nu_v - \mathbf{D}\nu_v - \mathbf{g} + \tau) - \mathbf{s}_c^T \mathbf{D} \mathbf{s}_c. \quad (4.20)$$

Sendo  $\tau = \tau_p + \tau_E$  e substituindo (4.18) em (4.20),

$$\dot{V} = -\mathbf{s}_c^T \mathbf{D} \mathbf{s}_c + \mathbf{s}_c^T [(\hat{\mathbf{M}} - \mathbf{M})\dot{\nu}_v + (\hat{\mathbf{C}} - \mathbf{C})\nu_v + (\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{D})\nu_v + (\hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}) + \tau_E - \mathbf{K}_D \mathbf{s}_c - \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{s}_c)]. \quad (4.21)$$

Tem-se que  $\mathbf{s}_c^T \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{s}_c) = |\mathbf{s}_c|^T \mathbf{k}^1$ , sendo  $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^6$  um vetor coluna cujos elementos são formados pelos elementos da diagonal principal de  $\mathbf{K}$ , ou seja,  $k_i = K_{ii}$ ,  $i = 1..6$ . A seguinte hipótese a respeito das perturbações é feita.

**Hipótese 4.1.** A perturbação  $\tau_E$  não é conhecida, porém assume-se ser limitada superiormente,

$$|\tau_E| \leq \mathbf{T}_{E_{MAX}} \in \mathbb{R}^6. \quad (4.22)$$

Considerando a hipótese 4.1, tem-se

$$\dot{V} = -\mathbf{s}_c^T (\mathbf{K}_D + \mathbf{D}) \mathbf{s}_c + \mathbf{s}_c^T [\tilde{\mathbf{M}}\dot{\nu}_v + \tilde{\mathbf{C}}\nu_v + \tilde{\mathbf{D}}\nu_v + \tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{T}_{E_{MAX}}] - |\mathbf{s}_c|^T \mathbf{k}, \quad (4.23)$$

onde  $\tilde{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{M}} - \mathbf{M}$ ,  $\tilde{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{C}} - \mathbf{C}$ ,  $\tilde{\mathbf{D}} = \hat{\mathbf{D}} - \mathbf{D}$  e  $\tilde{\mathbf{g}} = \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}$ . Logo o ganho  $\mathbf{k}$  pode ser

<sup>1</sup>Neste capítulo  $|\cdot|$  representa o valor absoluto de cada elemento do vetor, por exemplo,  $|\mathbf{s}_c| = [|\mathbf{s}_1| \ |\mathbf{s}_2| \ |\mathbf{s}_3| \ |\mathbf{s}_4| \ |\mathbf{s}_5| \ |\mathbf{s}_6|]^T$ .

escolhido como

$$\mathbf{k} \geq |\tilde{\mathbf{M}}\dot{\boldsymbol{\nu}}_v + \tilde{\mathbf{C}}\boldsymbol{\nu}_v + \tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\nu}_v + \tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{T}_{E_{MAX}}| + \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\mu} > 0 \in \mathbb{R}^6, \quad (4.24)$$

tendo desta forma,

$$\dot{V} \leq -\mathbf{s}_c^T(\mathbf{D} + \mathbf{K}_D)\mathbf{s}_c - |\mathbf{s}_c|^T\boldsymbol{\mu} \leq 0. \quad (4.25)$$

Nota-se que  $\dot{V} \leq 0$  implica que  $V(t) \leq V(0)$ , logo  $\mathbf{s}_c$  é limitado. O que implica que  $\ddot{V}$  é limitado. Então  $\dot{V}$  deve ser uniformemente contínua. Aplicando o lema de Barbalat mostra-se que  $\mathbf{s}_c \rightarrow 0$  e então  $\tilde{\boldsymbol{\eta}} \rightarrow 0$  com  $t \rightarrow \infty$ . A escolha do ganho  $\mathbf{k}$  feita desta forma assegura que, dentro de limites físicos do sistema, a superfície de deslizamento é atratora.

### *Chattering*

Como mencionado anteriormente o *chattering* é um problema que está relacionado diretamente com o chaveamento de alta frequência do sinal de controle, sendo este um tormento na implementação prática desta estratégia. Com a finalidade de suavizar ou até mesmo eliminar este problema substitui-se a função sinal da equação 4.18 pela função saturação. Tem-se assim

$$\boldsymbol{\tau}_p = \hat{\mathbf{M}}\dot{\boldsymbol{\nu}}_v + \hat{\mathbf{C}}\boldsymbol{\nu}_v + \hat{\mathbf{D}}\boldsymbol{\nu}_v + \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{K}\text{sat}\left(\frac{\mathbf{s}_c}{\Phi}\right), \quad (4.26)$$

onde  $\Phi > 0 \in \mathbb{R}$  é um escalar que representa a espessura da camada limite.

Para esta nova lei, a estabilidade é facilmente comprovada na região fora da camada limite, enquanto no interior desta o sinal de  $\dot{V}$  é indeterminado. Porém, isto não significa um problema prático, desde que a espessura da camada seja pequena o suficiente (Antonelli, 2006).

## 4.3 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados aspectos que devem ser levados em consideração na elaboração da lei de controle, como por exemplo o referencial que esta é projetada. O projeto da lei de controle por modos deslizantes com superfície de deslizamento modificada foi apresentado, sendo provada a estabilidade do seguimento de trajetória para o sistema em malha fechada. No capítulo seguinte são realizadas simulações que mostram o bom desempenho da lei de controle proposta e os efeitos da modificação realizada.





# Capítulo 5

## Resultados de Simulações

Simuladores são ferramentas poderosas para testes de dinâmica, algoritmos de controle, planejamento de missões e teste de comportamento dos sistemas nas mais variadas condições (Conte & Serrani, 1996). As simulações apresentadas neste capítulo foram realizadas em um simulador implementado em MATLAB<sup>®</sup>.

O modelo do veículo subaquático autônomo intitulado como BA-1 é apresentado. Simulações em malha aberta são realizadas para compreender o comportamento dinâmico do veículo, bem como, a influência da disposição dos propulsores no movimento deste. Na sequência são apresentadas simulações que mostram o desempenho da lei de controle para diferentes situações.

As trajetórias de referência foram elaboradas utilizando um polinômio de 5<sup>a</sup> ordem (para mais detalhes ver apêndice B), que fornece posição, velocidade e aceleração. Nas simulações analisa-se o desempenho da lei de controle proposta (CMDG) sob pequenas perturbações, comparando os resultados com outras duas estratégias, controle por realimentação linearizante (CRL) e modos deslizantes convencional (CMD)<sup>1</sup>.

### 5.1 Veículo Subaquático BA-1

O BA-1, figura 5.1, é um AUV bio interativo, construído pela *Tokyo University of Marine Science and Technology* (TUMSAT) e *Mitsui Engineering & Shipbuilding Co, Ltda*. Este veículo subaquático é utilizado para estudos da biodiversidade em ambientes marinhos. A figura 5.1, mostra, de forma simplificada, a disposição dos propulsores e também o movimento produzido por estes. A tabela 5.1 mostra os parâmetros utilizados para simulação do veículo, disponibilizados em (Choi & Kondo, 2010), salvo os parâmetros dos atuadores, utilizados os mesmos que em (Tavares, 2003).

A partir da equação 3.66 e da figura 5.1, considerando que todos os propulsores são iguais,

---

<sup>1</sup>Neste contexto, é tratado de modos deslizantes convencional a lei de controle elaborada com a superfície não modificada.

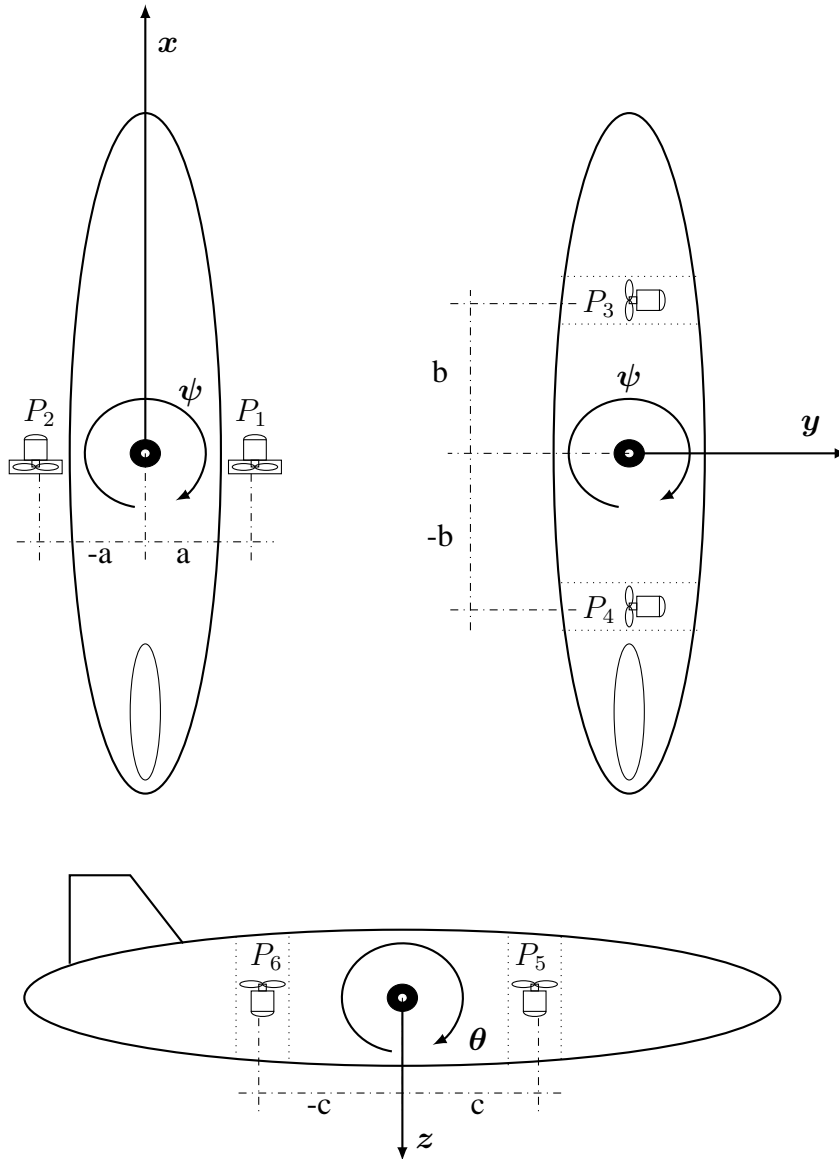


Figura 5.1: Disposição dos propulsores e movimentos relativos a cada par de propulsor.

e que os torques ( $Q$ ) gerados pelos propulsores podem ser desprezados, chega-se a seguinte matriz de propulsão

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} T_{|n|n} & T_{|n|n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{|n|n} & T_{|n|n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T_{|n|n} & T_{|n|n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c \cdot T_{|n|n} & c \cdot T_{|n|n} \\ -a \cdot T_{|n|n} & a \cdot T_{|n|n} & b \cdot T_{|n|n} & -b \cdot T_{|n|n} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Tabela 5.1: Parâmetro de simulação do AUV BA-1.

Parâmetros	Descrição
$m = 390$	Massa [kg]
$W = 3822$	Peso [N]
$x_G = 0, y_G = 0$ e $z_G = 0.15$	Centro de Gravidade [m]
$I_x = 26.34, I_y = 305.37$ e $I_z = 305.67$	Momentos de Inércia [kgm <sup>2</sup> ]
$I_{xy} = 0, I_{xz} = 0, I_{yx} = 0,$ $I_{yz} = 0, I_{zx} = 0$ e $I_{zy} = 0$	Produtos de Inércia [kgm <sup>4</sup> ]
$X_{\dot{u}} = -49.12, Y_{\dot{v}} = -311.52, Z_{\dot{w}} = -311.52,$ $K_{\dot{p}} = 0, M_{\dot{q}} = -87.63$ e $N_{\dot{r}} = -87.63$	Coefficientes de Massa Adicional [kg] e [kgm <sup>2</sup> ]
$\rho = 1000$	Massa específica da água [kg/m <sup>3</sup> ]
$X_u = -20, Y_v = -200, Z_w = -200,$ $K_p = -10, M_q = -300$ e $N_r = -300$	Coefficiente de Arrasto Linear [kg/s] e [kgm <sup>2</sup> /s]
$X_{ u u} = -30, Y_{ v v} = -300, Z_{ w w} = -300,$ $K_{ p p} = -10, M_{ q q} = -300$ e $N_{ r r} = -200$	Coefficiente de Arrasto não Linear [kg/m] e [kgm <sup>2</sup> ]
$B = W$	Empuxo [N]
$x_B = 0, y_B = 0$ e $z_B = -0.15$	Centro de Empuxo [m]
$T_{ n n} = 0.42$	Coefficiente de Empuxo do Propulsor [N/rps <sup>2</sup> ]
$Q_{ n n} = 0.0093$	Coefficiente de Torque do Propulsor [Nm/rps <sup>2</sup> ]
$R_{p1} = [0 \ 0.47 \ 0]^T$ $R_{p2} = [0 \ -0.47 \ 0]^T$ $R_{p3} = [0.8 \ 0 \ 0]^T$ $R_{p4} = [-0.8 \ 0 \ 0]^T$ $R_{p5} = [0.63 \ 0 \ 0]^T$ $R_{p6} = [-0.63 \ 0 \ 0]^T$	Centro de Empuxo de cada Propulsor [m]
$F_{p1} = [1 \ 0 \ 0]^T$ $F_{p2} = [1 \ 0 \ 0]^T$ $F_{p3} = [0 \ 1 \ 0]^T$ $F_{p4} = [0 \ 1 \ 0]^T$ $F_{p5} = [0 \ 0 \ 1]^T$ $F_{p6} = [0 \ 0 \ 1]^T$	Contribuição de Força do Propulsor
$K_m = 0.362$	Constante de Torque do Motor DC [Nm/A]
$J_p = 0.1$	Momentos de Inércia do Propulsor [kgm <sup>2</sup> ]
$R_a = 0.072$	Resistência de Armadura [Ω]
$V_a = 24$	Tensão Nominal do Motor [V]

## 5.2 Simulação em Malha Aberta

São apresentadas nesta seção simulações em malha aberta do AUV referido anteriormente. Estas simulações são elaboradas com o intuito de conhecer melhor o comportamento dinâmico da embarcação, bem como os possíveis movimentos realizados por esta quando um determinado par de propulsores é acionado. A figura 5.2 representa o diagrama de blocos da simulação.

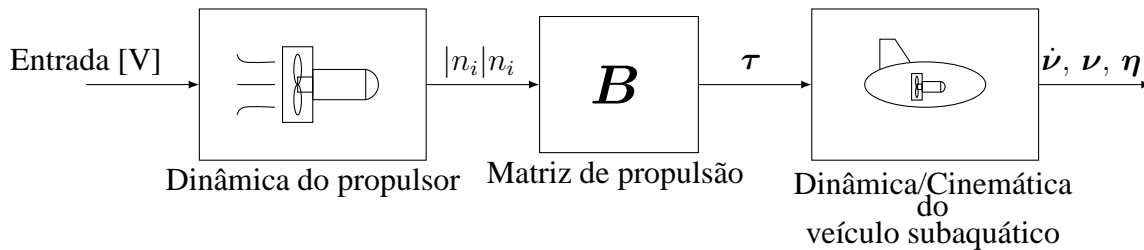


Figura 5.2: Diagrama de blocos da simulação em malha aberta.

O veículo proposto para estudo possui 6 propulsores, sendo os propulsores  $P_1$  e  $P_2$  responsáveis pelo movimento de translação em  $X_0$  e rotação em  $Z_0$ . Os propulsores  $P_3$  e  $P_4$  são responsáveis pelo movimento de translação em  $Y_0$  e rotação em  $Z_0$ . Por fim, os propulsores  $P_5$  e  $P_6$  responsáveis pelo movimento de translação em  $Z_0$  e rotação em  $Y_0$ . O veículo não possui atuadores para o controle do ângulo de rolagem ( $\phi$ ), ficando este sob influência das forças restauradoras. Serão mostradas na sequência simulações que ilustram o movimento de translação do veículo em  $X_0$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$ .

### 5.2.1 Movimento de translação em $X_0$

Os propulsores  $P_1$  e  $P_2$  são acionados com  $24V$  durante  $60s$ , desligados durante  $70s$  e religados com tensão de  $-24V$  durante  $60s$ . As figuras 5.3 e 5.4 mostram os resultados obtidos.

Com a aplicação dos degraus positivos de tensão o veículo sofre deslocamento na direção positiva do eixo  $X_0$ . Nota-se o surgimento de rotações com relação ao eixo  $Y_0$  (ângulo de arfagem,  $\theta$ ), porém a orientação do veículo em relação a este eixo é rapidamente restabelecida pela ação restauradora (visto que os centros de massa e de empuxo estão afastados por uma distância de  $30cm$ ). O surgimento do momento em  $Y_0$  provoca também um deslocamento positivo na direção de  $Z_0$  (submersão), e como foram consideradas que o empuxo e o peso são iguais, este permanece em tal profundidade, depois do restabelecimento de  $\theta$ .

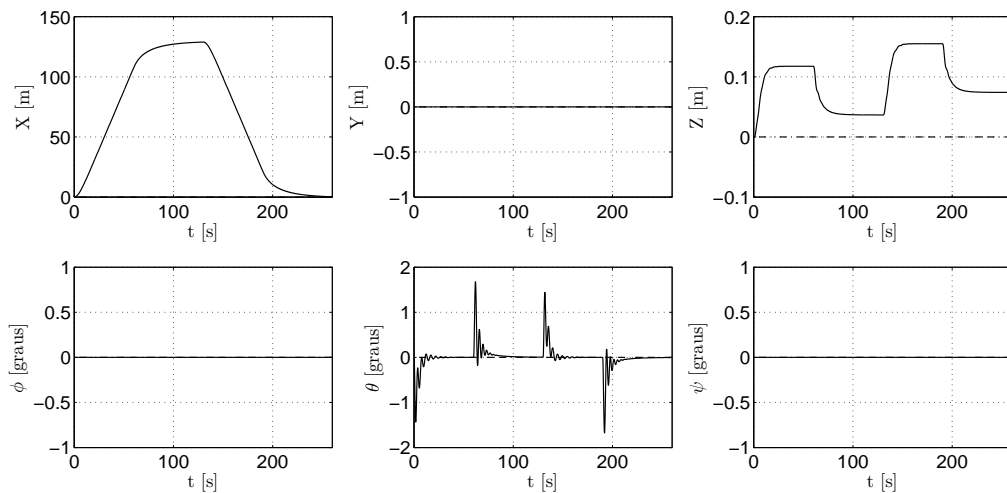


Figura 5.3: Movimento de translação e rotação.

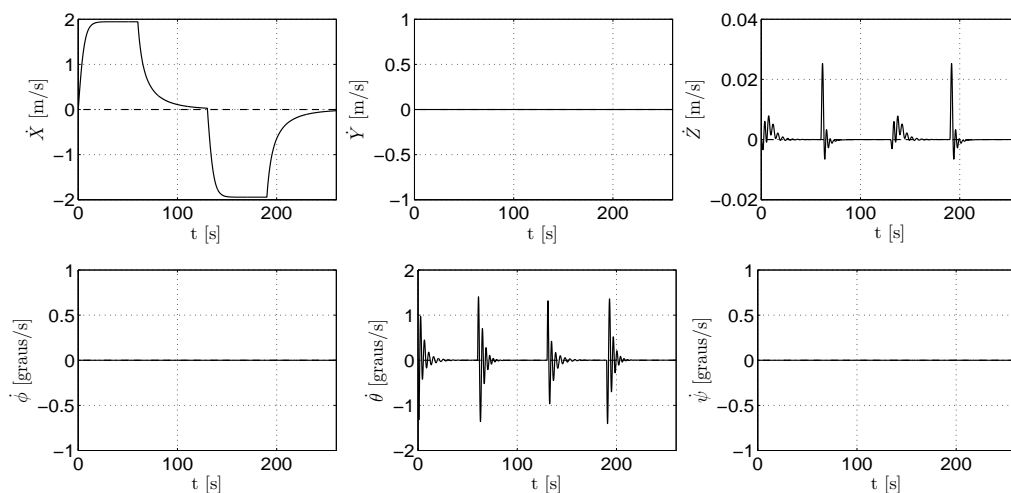


Figura 5.4: Velocidade de translação e rotação.

## 5.2.2 Movimento de translação em $Y_0$

Os propulsores  $P_3$  e  $P_4$  são acionados com  $24V$  durante  $60s$ , desligados durante  $70s$  e religados com tensão de  $-24V$  durante  $60s$ . As figuras 5.5 e 5.6 mostram os resultados obtidos.

Nota-se um comportamento adequado do veículo, a aplicação de degraus de tensão positivos provocam deslocamento na direção positiva do eixo  $Y_0$ , devido aos degraus momentos no eixo  $X_0$  são fornecidos ao veículo, e assim como os deslocamentos angulares surgidos para a simulação anterior, este se restabelece devido à ação restauradora. O surgimento do momento em  $X_0$  provoca também um deslocamento positivo na direção de  $Z_0$  (submersão). O veículo apresenta uma inércia muito superior no movimento em  $Y_0$  do que em  $X_0$ , o que se deve ao seu formato.

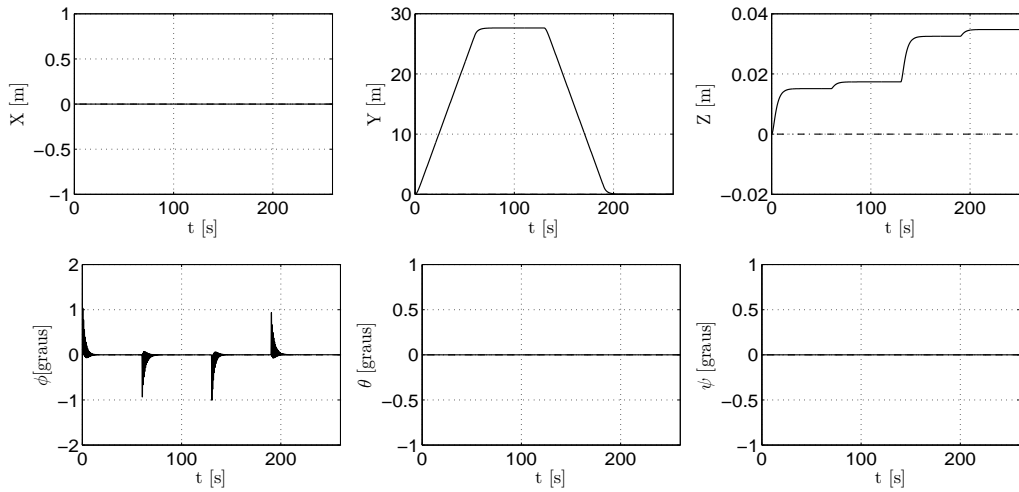


Figura 5.5: Movimento de translação e rotação.

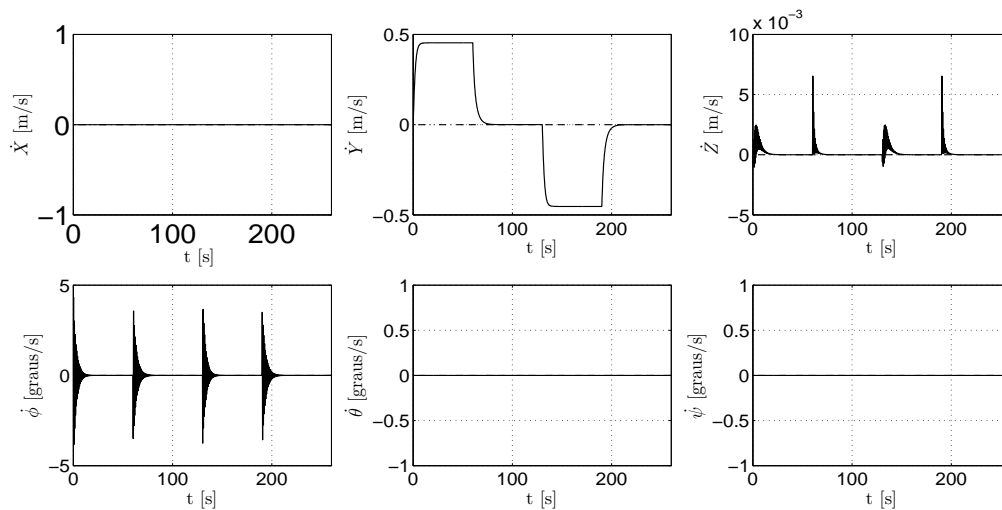


Figura 5.6: Velocidade de translação e rotação.

### 5.2.3 Movimento de translação em $Z_0$

Os propulsores  $P_5$  e  $P_6$  são acionados com  $24V$  durante  $60[s]$ , desligados durante  $70s$  e religados com tensão de  $-24V$  durante  $60s$ . As figuras 5.7 e 5.8 mostram os resultados obtidos.

A aplicação de degraus de tensão positivos provocam deslocamento na direção positiva do eixo  $Z_0$  (submersão). O veículo apresenta grande inércia com relação a este grau de liberdade, comportamento similar ao apresentado no movimento de translação em  $Y_0$ . Por serem aplicados os mesmos níveis de tensão em ambos os propulsores  $P_5$  e  $P_6$ , não nota-se o aparecimento de momentos com relação ao eixo  $Y_0$ .

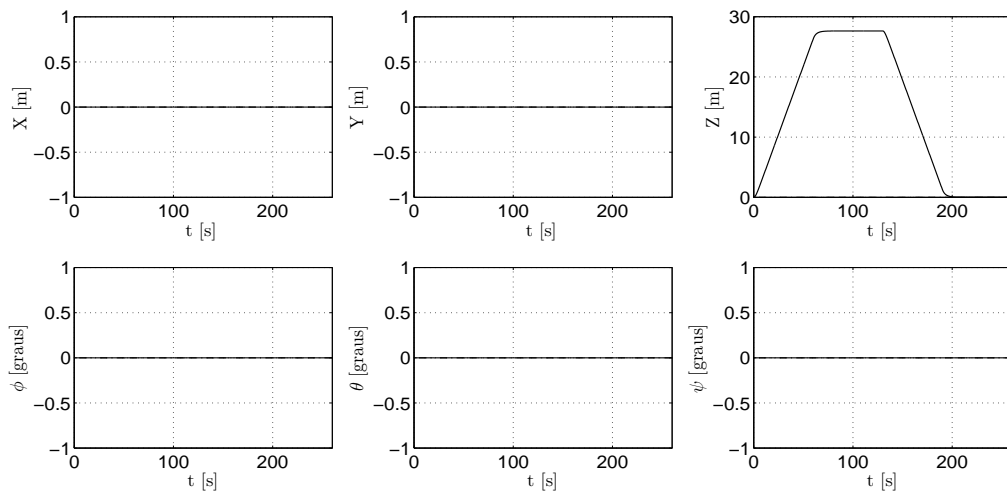


Figura 5.7: Movimento de translação e rotação.

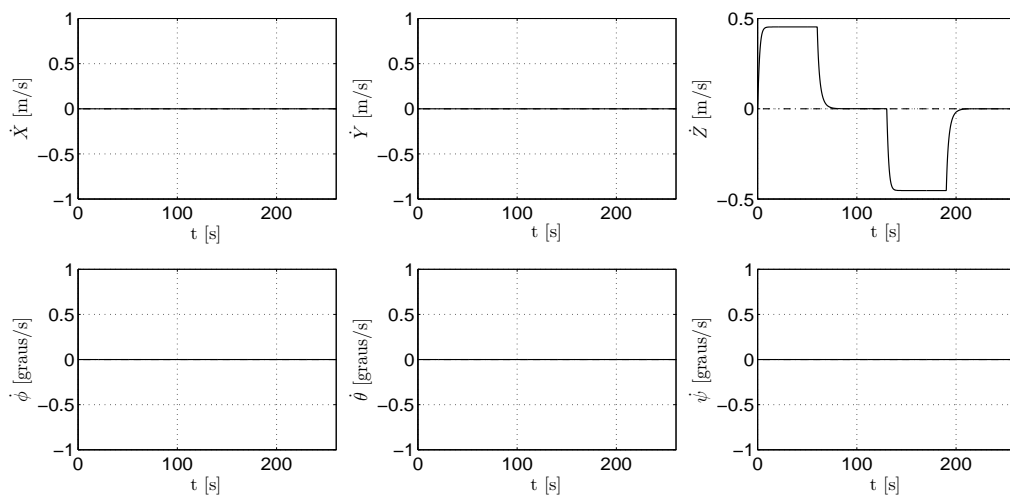


Figura 5.8: Velocidade de translação e rotação.

### 5.3 Simulações em malha fechada

Nesta seção, simulações numéricas para a lei de controle por modos deslizantes global são apresentadas. Busca-se com as simulações mostrar o desempenho do controlador, salientado sua robustez com relação às incertezas paramétricas da planta e também aos distúrbios externos (correnteza). Compara-se a lei de controle proposta com a lei de controle por realimentação linearizante e modos deslizantes convencional.

A comparação entre o desempenho dos controladores é algo difícil, visto que a mudança dos parâmetros influencia na performance do mesmo, podendo então, a escolha realizada, não ser a mais adequada. Entretanto, afim de se ter uma leitura do desempenho dos controladores, face a sintonia realizada, utiliza-se neste trabalho a integral da norma do erro como medida (Antonelli et al., 2003). Ainda, para facilitar a análise dos dados, normaliza-se a integral da

norma do erro com relação a obtida para o CMDG. A equação 5.2, mostra a integral da norma do erro normalizado para o movimento de translação na direção de  $\mathbf{X}$ ,

$$\tilde{x}_n = \frac{\int_{t_0}^{t_f} |\tilde{x}| dr}{\int_{t_0}^{t_f} |\tilde{x}_{CMDG}| dr}, \quad (5.2)$$

onde o subíndice  $CMDG$ , representa que a integral da norma do erro é referente ao controlador proposto.

A figura 5.9 representa o diagrama de blocos utilizado na simulação de malha fechada. No bloco controle é onde ficam implementadas as estratégias de controle, ou seja, as equações 5.3 e 5.6, apresentadas na sequência. Os parâmetros dos controladores encontram-se na tabela 5.2, os quais foram ajustados via simulações.

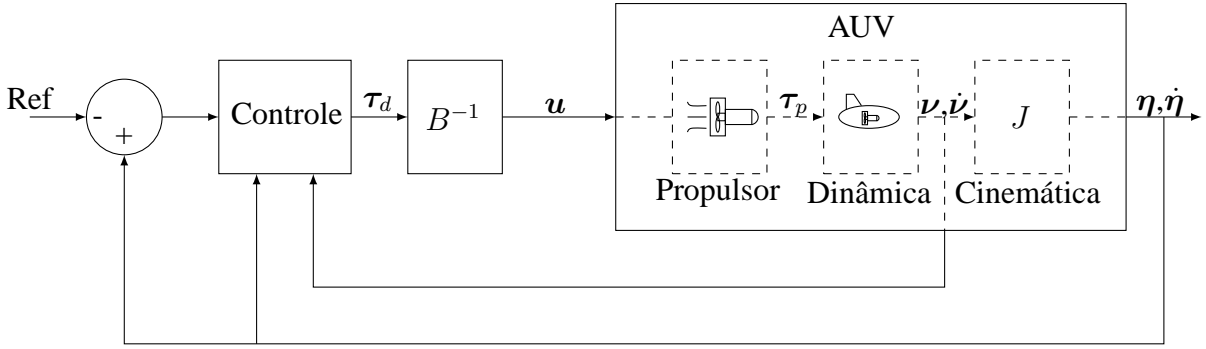


Figura 5.9: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.

## CMDG e CMD

Os esforços dos atuadores são dados por  $\tau_p = \mathbf{B}u$ , sendo

$$\tau_p = \hat{\mathbf{M}}\dot{\nu}_v + \hat{\mathbf{C}}\nu_v + \hat{\mathbf{D}}\nu_v + \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{K}_{sat} \left( \frac{s_c}{\Phi_i} \right), \quad (5.3)$$

onde

$$s_c = \nu - \nu_v \quad (5.4)$$

$$\mathbf{k} \geq |\tilde{\mathbf{M}}\dot{\nu}_v + \tilde{\mathbf{C}}\nu_v + \tilde{\mathbf{D}}\nu_v + \tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{T}_{E_{MAX}}| + \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\mu} > 0 \in \mathbb{R}^6, \quad (5.5)$$

sendo  $\nu_v = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})^{-1}\dot{\boldsymbol{\eta}}_v$ ,  $\dot{\boldsymbol{\eta}}(t)_v = \boldsymbol{\eta}(t)_d - 2\lambda\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) - \lambda^2 \int_0^t \tilde{\boldsymbol{\eta}}(r) dr + \boldsymbol{\gamma}(0)$ , para o CMDG e

$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t)_v = \boldsymbol{\eta}(t)_d - 2\lambda\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) - \lambda^2 \int_0^t \tilde{\boldsymbol{\eta}}(r) dr$ , para o CMD. A diagonal principal de  $\mathbf{K}$  é composta pelos elementos de  $\mathbf{k}$ , ou seja,  $K_{ii} = k_i$ ,  $i = 1 \dots 6$ , e  $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_d$  é o erro de rastreamento.



### Controle por Realimentação Linearizante (CRL)

Nesta seção, uma lei de controle baseada em linearização por realimentação é apresentada (Fossen, 1991; Slotine et al., 1991). A ideia desta estratégia é aplicar forças e momentos que cancelam as não linearidades do sistema, transformando este em um sistema linear.

Para tanto, seja a seguinte lei de controle (Fossen, 1994):

$$\boldsymbol{\tau}_p = \mathbf{M}\mathbf{a}_\nu + \mathbf{n}(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\eta}), \quad (5.6)$$

sendo  $\mathbf{n}(\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\eta}) = \mathbf{C}\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  e  $\mathbf{a}_\nu$  pode ser interpretada como a aceleração comandada no referencial do corpo. Aplicando a equação 5.6 na equação do movimento do veículo subaquático, resulta

$$\mathbf{M}(\dot{\boldsymbol{\nu}} - \mathbf{a}_\nu) = 0 \quad (5.7)$$

e no referencial inercial, resulta

$$\mathbf{M}_\eta(\ddot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{a}_\eta) = 0, \quad (5.8)$$

onde  $\mathbf{M}_\eta$  a matriz de inércia expressa no referencial inercial e  $\mathbf{a}_\eta$  a aceleração comandada no referencial inercial.

As seguintes relações são utilizadas para transformações dos referenciais:

$$\mathbf{a}_\eta = \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{a}_\nu, \quad (5.9)$$

$$\mathbf{M}_\eta = \mathbf{J}^{-T}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{M}\mathbf{J}^{-1}, \quad (5.10)$$

$$\mathbf{a}_\nu = \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \left[ \mathbf{a}_\eta - \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu} \right]. \quad (5.11)$$

Escolhe-se  $\mathbf{a}_\eta$  como:

$$\mathbf{a}_\eta = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d - \mathbf{G}_d\dot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{G}_p\tilde{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{G}_i \int_0^t \tilde{\boldsymbol{\eta}} dr, \quad (5.12)$$

onde  $\mathbf{G}_d > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ,  $\mathbf{G}_p > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  e  $\mathbf{G}_i > 0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  são matrizes diagonais de ganho, escolhidas de forma a se ter a dinâmica do erro

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \mathbf{G}_d\dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} + \mathbf{G}_p\tilde{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{G}_i \int_0^t \tilde{\boldsymbol{\eta}} dr = 0, \quad (5.13)$$

estável.

Tabela 5.2: Parâmetros dos Controladores.

Parâmetros	Valores
$\lambda$	$diag\{0.65, 0.55, 0.55, 0.55, 0.55, 0.55\}$
$K_D$	$diag\{500, 500, 500, 500, 500, 500\}$
$\mu$	$[100 \ 100 \ 100 \ 100 \ 100 \ 100]^T$
$T_{E_{MAX}}$	$[500 \ 500 \ 500 \ 500 \ 500 \ 500]^T$
$\hat{M}$	$0.8 \cdot M$
$\hat{C}$	$0.8 \cdot C$
$\hat{D}$	$0.8 \cdot D$
$\hat{g}$	$0.8 \cdot g$
$G_d$	$diag\{3.3, 3.3, 3.3, 3.3, 3.3, 3.3\}$
$G_p$	$diag\{12, 12, 12, 12, 12, 12\}$
$G_i$	$diag\{0.6, 0.6, 0.6, 0.6, 0.6, 0.6\}$

### 5.3.1 Caso 1: Correnteza e flutuabilidade não nulas

Nesta primeira simulação consideram-se condições iniciais nulas. O veículo está sujeito a uma correnteza na direção do eixo  $Y$  de  $0.2m/s$ . Para este caso, considera-se ainda que  $B = 3842N$ , ou seja, empuxo positivo. Deseja-se que o veículo se oriente até a posição desejada,  $\eta_d = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \pi/6]$ , permaneça nesta posição por um determinado tempo, e depois retorne para a origem. As figuras 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13 mostram resultados para o CMDG (preto e sólido) e CRL (azul e sólido).

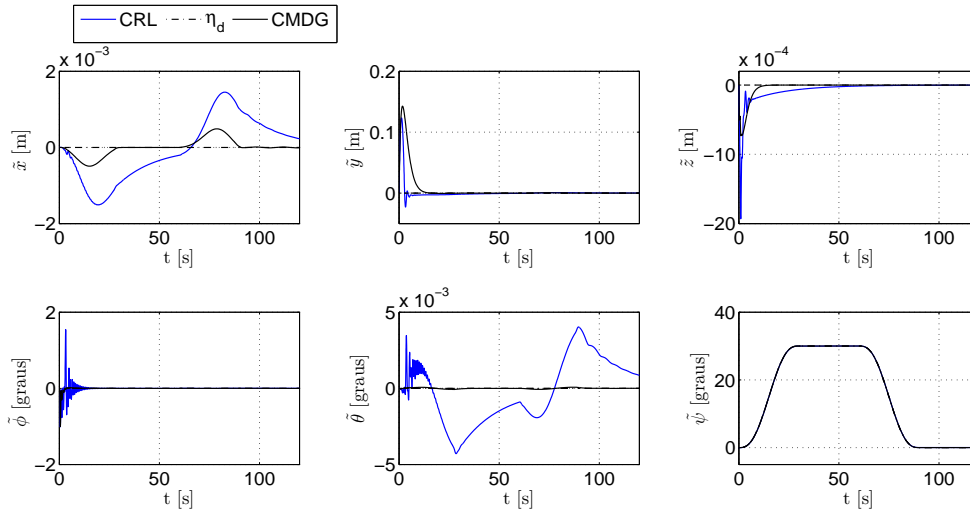


Figura 5.10: Posição em relação ao referencial inercial (caso 1).

Ambos os controladores conseguiram compensar de forma adequada a perturbação de correnteza, o que pode ser visto na na figura 5.13. Contudo, o controlador proposto, se mostrou um pouco mais lento, demorando mais para se adaptar a força da correnteza. Isso pode ser visto pelo gráfico de translação, figura 5.10, e pela tabela 5.3, que mostram um desvio maior no período transitório para  $y$ .

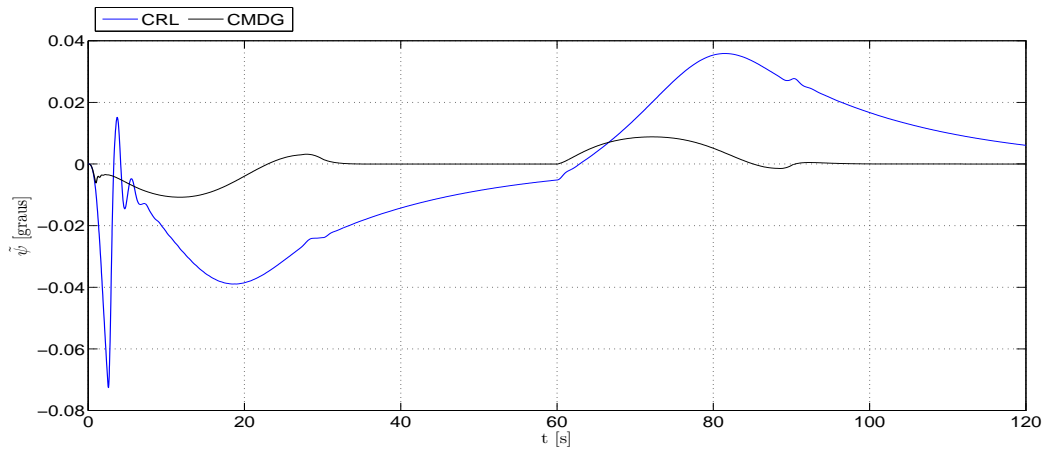


Figura 5.11: Erro de posição de  $\psi$  (caso 1).

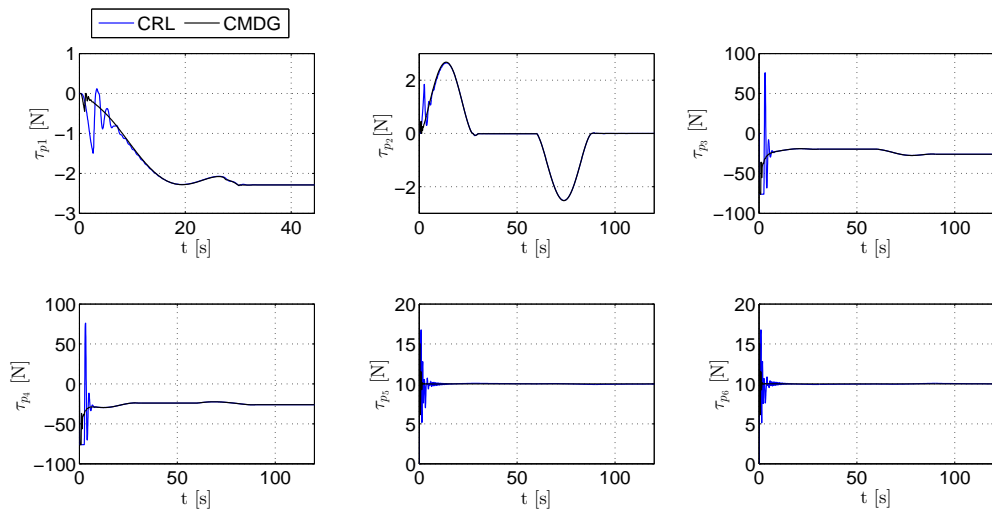


Figura 5.12: Força exercida por cada propulsor (caso 1).

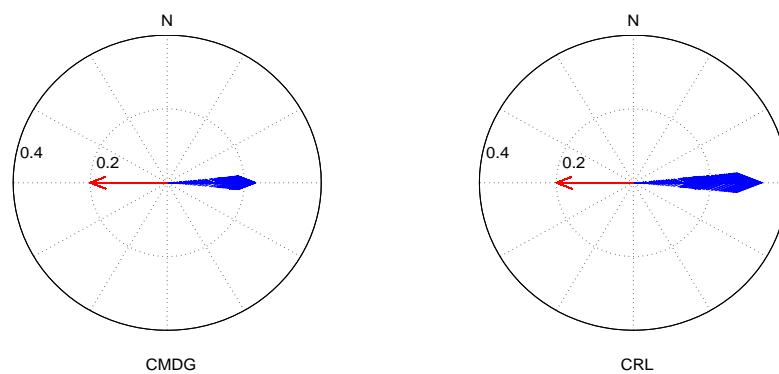


Figura 5.13: Resultante da velocidade relativa no plano  $XY$  (caso 1).

A compensação das forças restauradoras foram mais efetivas para o CMDG, isto pode ser visto através dos erros de posição em  $z$  e  $\theta$ . O principal aspecto observado, para todos os GL,

Tabela 5.3: Integral da norma do erro normalizada (caso 1).

	$\tilde{x}_n$	$\tilde{y}_n$	$\tilde{z}_n$	$\tilde{\phi}_n$	$\tilde{\theta}_n$	$\tilde{\psi}_n$
<b>CMDG</b>	1	1	1	1	1	1
<b>CRL</b>	5.8387	0.5473	1.9706	3.5813	74.7117	7.4564

é que o controlador proposto conseguiu eliminar o erro durante o tempo simulado, o que, em alguns casos não se notou para o CRL.

### 5.3.2 Caso 2: Acoplamento entre os graus de liberdade

Neste caso as referências são dadas na forma de constantes, ou seja, as referências de velocidade e aceleração são nulas. O controlador é responsável por regular a posição do veículo subaquático na posição  $\eta_d = [2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ . Com esta referência é possível avaliar comportamento da lei de controle para movimentos acoplados. As figuras 5.14, 5.15, 5.16 e 5.17 mostram os resultados da simulação para o CMDG (preto e sólido), CMD (vermelho e sólido) e CRL (azul e sólido).

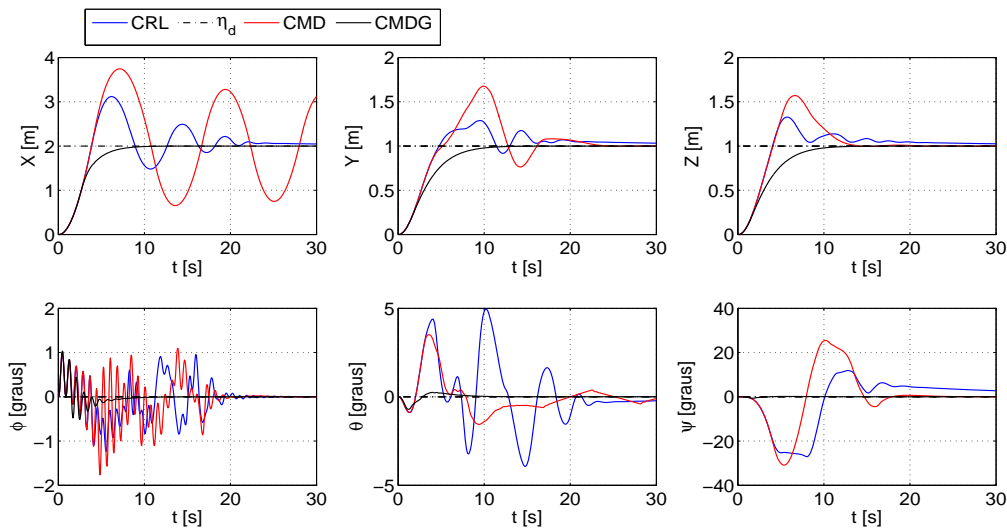


Figura 5.14: Posição em relação ao referencial inercial (caso 3).

Tabela 5.4: Integral da norma do erro normalizada (caso 3).

	$\tilde{x}$	$\tilde{y}$	$\tilde{z}$	$\tilde{\phi}$	$\tilde{\theta}$	$\tilde{\psi}$
<b>CMDG</b>	1	1	1	1	1	1
<b>CRL</b>	1.3310	0.9180	0.8232	4.4148	18.1611	139.9200
<b>CMD</b>	3.6341	1.3736	1.0721	4.9175	9.4023	143.1009

Nota-se novamente que o sistema com a lei de controle proposta se comportou de maneira satisfatória, tendo um comportamento transitório amortecido mesmo na presença de uma

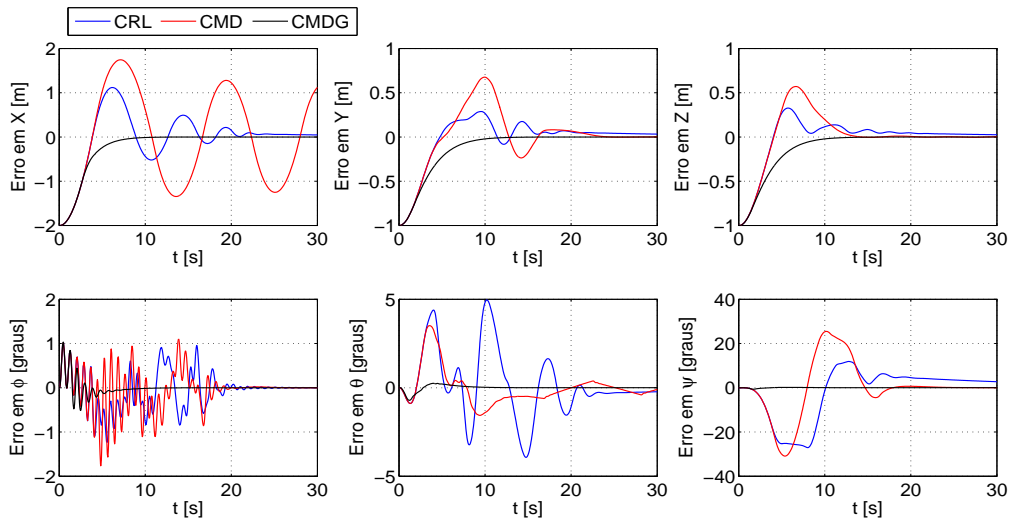


Figura 5.15: Erro de posição (caso 3).

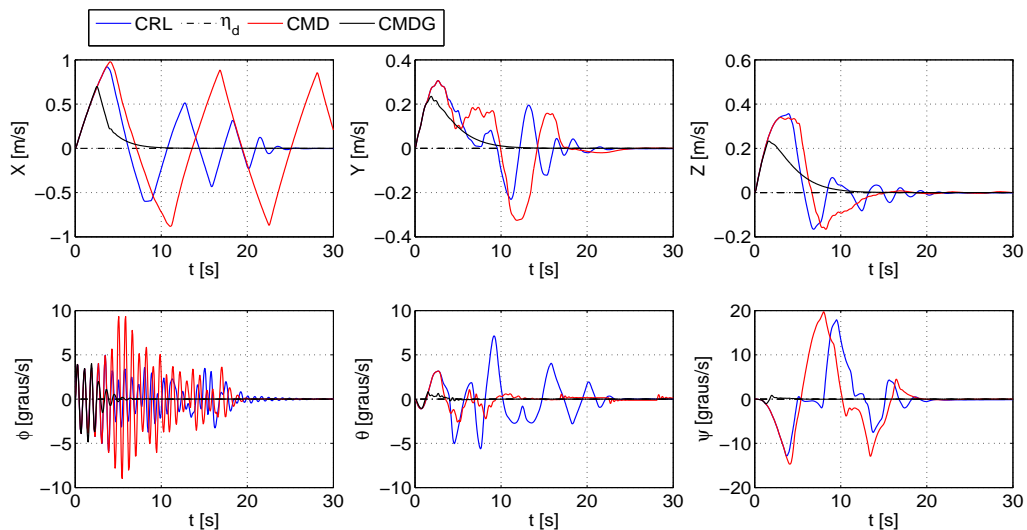


Figura 5.16: Velocidade em cada grau de liberdade (caso 3).

pequena saturação. As saturações para o CMD originaram oscilações que não se amorteceram durante o tempo de simulação. Já o CRL teve saturações elevadas, gerando oscilações que foram amortecidas pelo sistema. Devido às oscilações geradas em  $\theta$ , saturações ainda maiores nos propulsores  $P_5$  e  $P_6$  surgiram, pois esforços adicionais, na tentativa de estabilizar  $\theta$ , foram gerados. O mesmo se nota para o ângulo  $\psi$  e os esforços referentes aos atuadores  $P_3$  e  $P_4$ . De fato, através da tabela 5.4, nota-se um erro similar de translação para o CMDG e CRL. Contudo, erros de orientação bem maiores são vistos para os CRL e CMD, o que mostra um seguimento não adequado da referência.

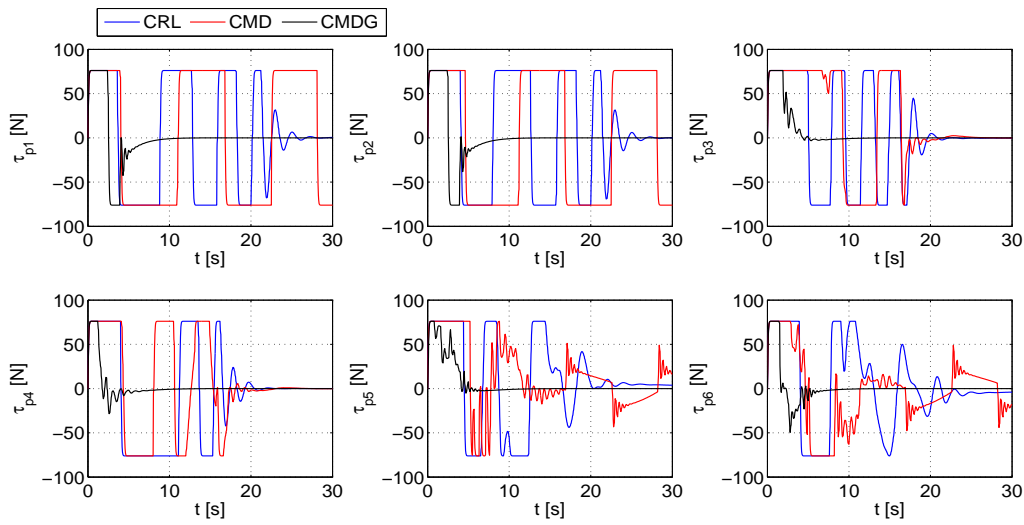


Figura 5.17: Força exercida por cada propulsor (caso 3).

### 5.3.3 Caso 3: Desempenho do controlador a uma trajetória retilínea

Para este caso, considera o rastreamento de uma trajetória retilínea, logo esta tem restrições de tempo com relação ao seu posicionamento. A trajetória é traçada a partir da origem, tendo posição final  $\eta_d = [10 \ 4 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . A posição inicial do veículo é  $\eta(0) = [-2 \ -1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . Uma correnteza com o perfil mostrado na figura 5.21 é adicionada na simulação. As figuras 5.18, 5.19 e 5.20 mostram os resultados da simulação para o CMDG (preto e sólido), CMD (vermelho e sólido) e CRL (azul e sólido).

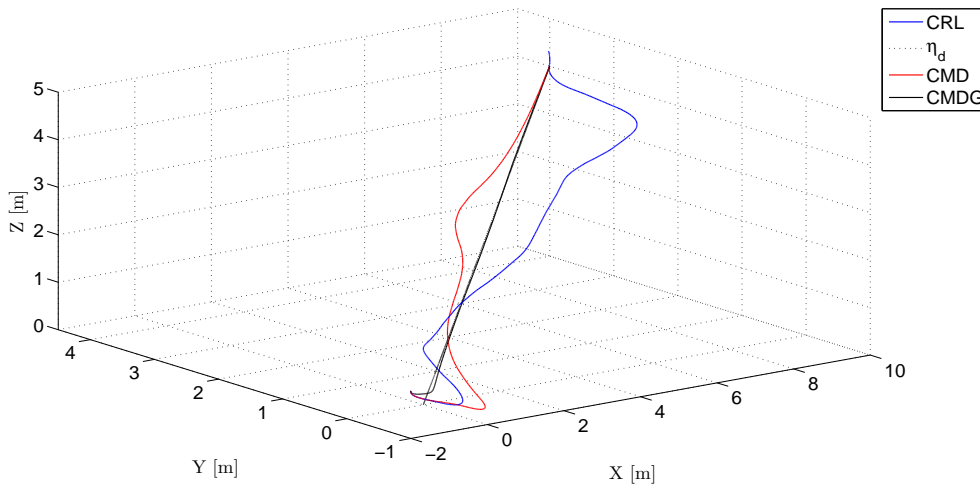


Figura 5.18: Posição em relação ao referencial inercial (caso 4).

As simulações mostram um bom comportamento do CMDG. Apesar da pequena saturação inicial este conseguiu alcançar a trajetória de forma mais adequada. A tabela 5.5 mostra que os erros de orientação para o controlador proposto são bem menores. O CMD sofre muitas saturações, o que gerou movimentos no ângulo  $\psi$ , entretanto, consegue alcançar e seguir a tra-

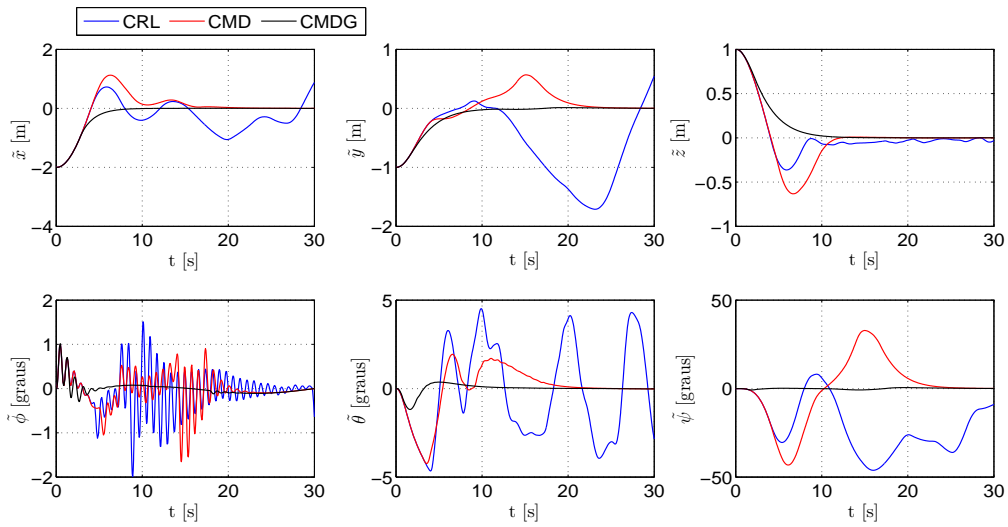


Figura 5.19: Erro de rastreamento (caso 4).

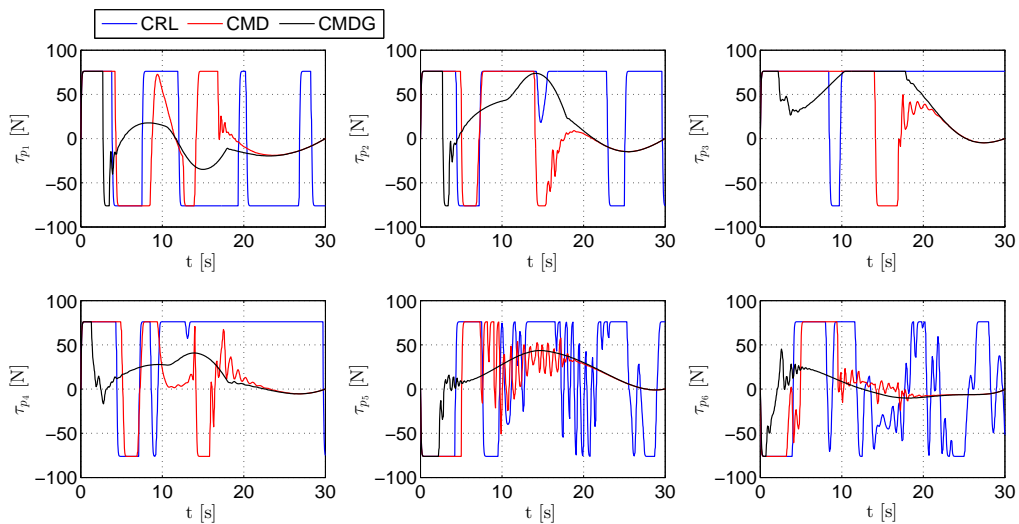


Figura 5.20: Força exercida por cada propulsor (caso 4).

Tabela 5.5: Integral da norma do erro normalizada (caso 4).

	$\tilde{x}_n$	$\tilde{y}_n$	$\tilde{z}_n$	$\tilde{\phi}_n$	$\tilde{\theta}_n$	$\tilde{\psi}_n$
<b>CMDG</b>	1	1	1	1	1	1
<b>CRL</b>	2.3719	5.1060	0.8462	4.8205	19.9174	107.8044
<b>CMD</b>	1.2578	1.5714	1.0860	3.8211	6.5497	58.1580

jetória. O CRL não consegue seguir a trajetória de forma satisfatória, devido as saturações este apresentou erros grandes no rastreamento e oscilações não amortecidas no ângulo  $\theta$ .

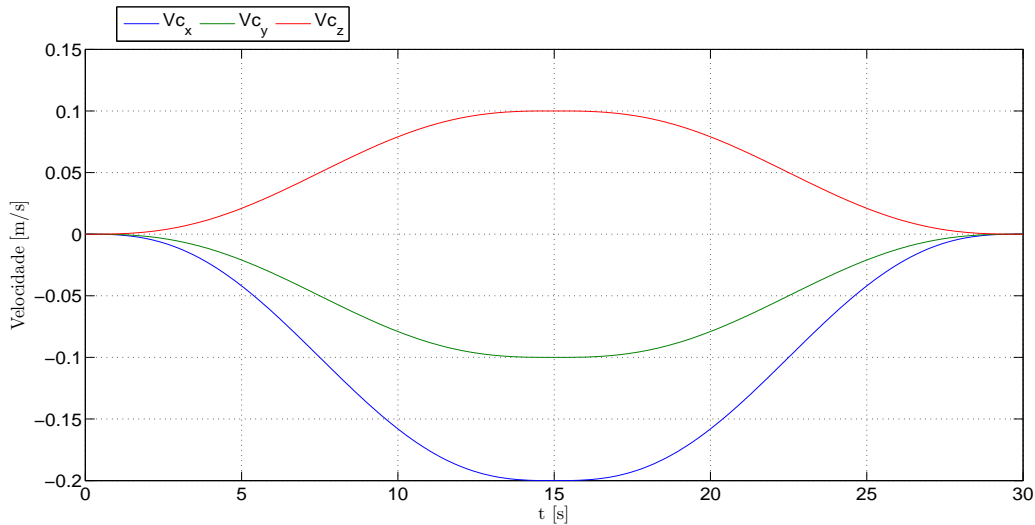


Figura 5.21: Velocidade da correnteza (caso 4).

## 5.4 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado o veículo BA-1. Através das equações apresentadas no capítulo anterior, a matriz de propulsão deste veículo foi elaborada. Simulações em malha aberta mostraram o comportamento dinâmico do veículo, bem como a influência da disposição dos propulsores em seu movimento.

Foram também apresentadas simulações em malha fechada. Nestas simulações condições de perturbações foram exploradas para analisar o desempenho da lei de controle proposta. Comparou-se o resultado do CMDG com o CMD e CRL. Em condições de erro inicial nulo, as leis de controle tiveram resultados similares, conseguindo seguir a referência proposta e compensar a influência da correnteza. Contudo, a lei de controle proposta inferiu um comportamento mais lento no sistema, o que refletiu num menor esforço dos atuadores, reduzindo os efeitos da saturação e também em uma compensação mais lenta da perturbação na forma de correnteza.

Quando submetidos a erros iniciais, ou a referências fixas, o CMD e o CRL apresentaram elevados sinais de controle, o que gerou saturações prolongadas. Estas não são desejáveis, pois como mencionado anteriormente, nestes instantes, o sistema fica em malha aberta, podendo ficar instável.

Por fim, o CMDG se mostrou robusto, compensando de forma adequada as perturbações de correnteza e empuxo diferente de zero. Seu desempenho foi satisfatório, conseguindo alcançar a referência de forma adequada e tendo um erro praticamente nulo em tempo de simulação. Contudo, a lei de controle proposta fez com que a resposta do sistema ficasse mais lenta, comparado com a resposta dos outros controladores. Ainda, com relação ao CMDG e ao CMD, não nota-se o aparecimento do fenômeno do *chattering* (quando não existem saturações prolongadas). Isto se deve a função saturação utilizada no lugar da função sinal.



# Capítulo 6

## Conclusão

Neste capítulo são apresentadas as considerações finais a respeito do trabalho desenvolvido. Por ser um assunto amplo, diversos trabalhos podem ser elaborados, estudando de forma mais aprofundada diferentes aspectos. Por isso, são propostos aperfeiçoamentos ao que foi apresentado e novas linhas de estudo para trabalhos futuros.

### 6.1 Considerações Finais

Neste trabalho abordou-se o projeto de controle de posicionamento de veículos subaquáticos. Utilizou-se uma metodologia de projeto para os 6 GL destas embarcações. Por ser uma estratégia considerada muito robusta, e por ser amplamente explorada na bibliografia, a lei de controle por modos deslizantes foi escolhida para ser estudada.

Foi apresentado uma revisão dos principais conceitos teóricos relacionados aos controladores por modos deslizantes, como condições de existência e metodologias para projeto. Com a finalidade de ilustrar tais conceitos, exemplos numéricos foram elaborados. Estes, abordaram aspectos relacionados com a metodologia de projeto, o aparecimento do fenômeno conhecido como *chattering*, bem como uma forma minimizá-lo através da camada limite. Ainda, formas de robustecimento desta lei de controle com a eliminação da fase de alcance, foram apresentadas.

Uma revisão do modelo cinemático e dinâmico para os 6 GL de veículos subaquáticos foi realizada. Características a respeito das matrizes de inércia, Coriolis e amortecimento hidrodinâmicos foram apresentadas. Estas tiveram papel fundamental na síntese do controlador proposto. Considerou-se, neste trabalho, que as perturbações externas eram provenientes de correntezas, por isso, uma forma de incluir tais perturbações no modelo dinâmico fora exposto. Ainda, um modelo dinâmico para os atuadores e também uma forma de mapear seus esforços no referencial do veículo foram apresentados.

Com base na metodologia de projeto de controladores por modos deslizantes, e também

de características dinâmicas de veículos subaquáticos uma lei de controle por modos deslizantes baseada em uma função candidata de Lyapunov foi sintetizada. Com o desejo de se controlar o posicionamento do veículo e também compensar distúrbios, como, correnteza e flutuabilidade não nula, o projeto do controlador se deu no referencial inercial. Para eliminar erros de regime, uma superfície de deslizamento com termo integral foi utilizada. Com relação a superfície, esta foi modificada, de forma que a fase de alcance dos modos deslizantes fosse eliminada. Esta abordagem robustece a estratégia de controle e também diminui os esforços do mesmo, que é maior nesta etapa.

Para testar a estratégia de controle proposta, foi escolhido um veículo com características holonômicas (i.e. capaz de controlar todos os GL) intitulado BA-1. Tal característica é essencial para que o veículo possa realizar manobras mais complexas. Através de dados de características físicas do veículo e também das equações utilizadas para mapear os esforços dos atuados, a matriz de propulsão deste veículo foi determinada. Simulações em malha aberta foram realizadas com o intuito de conhecer o comportamento dinâmico e também a influência da disposição dos propulsores no movimento da embarcação.

Através de simulações numéricas, a lei de controle proposta foi testada. Seus resultados foram confrontados com resultados obtidos para o CRL e CMD convencional. As simulações foram elaboradas considerando perturbações externas e também, para o primeiro caso simulado, foi considerado flutuabilidade não nula. Nas simulações o CMDG apresentou melhores resultados, obtendo um erro menor durante o tempo de simulação. Na presença de perturbações na forma de degrau, o controlador proposto mostrou respostas mais suaves, levando o veículo para a referência de forma mais adequada. Com relação a perturbação na forma de correnteza, todos os controladores conseguiram compensar seus efeitos. Ainda, com relação ao CMDG e ao CMD, não notou-se o aparecimento do fenômeno do *chattering*. Isto se deve a função saturação utilizada no lugar da função sinal.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

O sistema de controle de veículos subaquáticos é um arranjo que contém basicamente três subsistemas (guiagem, navegação e controle), que podem ser explorados separadamente, ou ainda, para se ter resultados mais eficientes, serem explorados juntos. Neste contexto, para trabalhos futuros, faz-se as seguintes sugestões:

1. Estudar um método de sintonia automática para o controlador;
2. O principal inconveniente apresentado na bibliografia, com relação ao controle por modos deslizantes, são questões práticas de sua implementação, questões estas relacionadas diretamente com o fenômeno do *chattering*. Apesar da camada limite ser uma boa solução,

o modos deslizantes não é perfeitamente preservado, ou seja, obtêm-se um pseudo deslizamento. Assim, propõe-se utilizar outras técnicas para o tratamento deste fenômeno, como por exemplo, o modos deslizantes de alta ordem;

3. Aplicar a lei de controle em outros veículos subaquáticos. Embarcações com características subatuadas;
4. Implementar um subsistema de navegação. Desta forma, estudos referentes a este subsistema podem ser realizados, além de se aumentar a fidelidade do simulador com sistemas reais;
5. Da mesma forma, um subsistema mais fidedigno de guiagem pode ser explorado;
6. O veículo estudado possui características de sobreatução, ou seja, para os GL controláveis, existem mais de um atuador. Assim, este veículo possibilita estudos a respeito de falhas nos atuadores, ou seja, estudar tolerância a faltas.



# Referências Bibliográficas

- Akakaya, H., Yildiz, H., Saglam, G. & Gurleyen, F. (2009). Sliding mode control of autonomous underwater vehicle, *Electrical and Electronics Engineering, 2009. ELECO 2009. International Conference on*, pp. II-332-II-336.
- Antonelli, G. (2004). Open control problems in underwater robotics, *Robot Motion and Control, 2004. RoMoCo'04. Proceedings of the Fourth International Workshop on*, pp. 219-229.
- Antonelli, G. (2006). *Underwater Robots*, Springer tracts in advanced robotics, Springer Berlin Heidelberg.
- Antonelli, G., Caccavale, F., Chiaverini, S. & Fusco, G. (2003). A novel adaptive control law for underwater vehicles, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **11**(2): 221-232.
- Antonelli, G., Chiaverini, S., Sarkar, N. & West, M. (2001). Adaptive control of an autonomous underwater vehicle: experimental results on odin, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **9**(5): 756-765.
- Bandyopadhyay, B., Deepak, F. & Kim, K.-S. (2009). *Sliding mode control using novel sliding surfaces*, Vol. 392, Springer.
- Bartolini, G., Ferrara, A., Usai, E. & Utkin, V. (2000). On multi-input chattering-free second-order sliding mode control, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **45**(9): 1711-1717.
- Bartolini, G., Punta, E. & Usai, E. (1998). Tracking control of underwater vehicles including thruster dynamics by second order sliding modes, *OCEANS '98 Conference Proceedings*, Vol. 3, pp. 1645-1649 vol.3.
- Bessa, W. M. (2005). *Control por Modos Deslizantes de Sistemas Dinâmicos com Zona Morta Aplicado ao Posicionamento de ROVS*, PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Boas, E. R. V., Honório, L. M., Marcato, A. L. M., Oliveira, E. J., Barbosa, P. G., Barbosa, D. A., Boas, A. S. C. A. V., Cruz, N. A., Matos, A., Ferreira, B. M., Abreu, N., Moreira, A. P., Rocco, A., Micerino, F. J., Costa, E. B. & Machado, L. C. N. (2013). Desenvolvimento de um veículo subaquático autônomo para supervisão inteligente de reservatórios, *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente SBAI* .
- Bondarev, A., Bondarev, S., Kostyleva, N. & Utkin, V. (1985). Sliding modes in systems with asymptotic state observers, *Avtomatika i Telemekhanika* .
- Chang, T.-H. & Hurmuzlu, Y. (1993). Sliding control without reaching phase and its application to bipedal locomotion, *Journal of dynamic systems, measurement, and control* **115**(3): 447-455.

- Choi, H.-S., Park, Y.-H., Cho, Y. & Lee, M. (2001). Global sliding-mode control. improved design for a brushless dc motor, *Control Systems, IEEE* **21**(3): 27–35.
- Choi, J.-K. & Kondo, H. (2010). On fault-tolerant control of a hovering auv with four horizontal and two vertical thrusters, *OCEANS 2010 IEEE - Sydney*, pp. 1–6.
- Clayton, B. & Bishop, R. (1982). *Mechanics of Marine Vehicles*, Gulf Publishing Company.
- Conte, G. & Serrani, A. (1996). Modelling and simulation of underwater vehicles, *Computer-Aided Control System Design, 1996., Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on*, pp. 62–67.
- de Souza, E. C. (2003). *Modelagem e ccontrol de veículos ssubmarino não tripulados*, Master's thesis, Universidade de São Paulo.
- DeCarlo, R., Zak, S. & Matthews, G. (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial, *Proceedings of the IEEE* **76**(3): 212–232.
- Dominguez, R. B. (1989). *Simulação e controle de um veículo submarino de operação remota*, Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Edwards, C. & Spurgeon, S. (1998). *Sliding Mode Control: Theory And Applications*, Series in Systems and Control, Taylor & Francis.
- Emel'yanov, S., Korovin, S. & Levant, A. (1996). High-order sliding modes in control systems, *Computational mathematics and modeling* **7**(3): 294–318.
- Filippov, A. & Arscott, F. (1988). *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides: Control Systems*, Mathematics and its Applications, Kluwer Academic Publishers.
- Fjellstad, O.-E. (1994). *Control of Unmanned Underwater Vehicles in Six Degrees of Freedom: A Quaternion Feedback Approach*, PhD thesis, Norwegian Institute of Technology.
- Fjellstad, O.-E. & Fossen, T. (1994). Singularity-free tracking of unmanned underwater vehicles in 6 dof, *Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on*, Vol. 2, pp. 1128–1133 vol.2.
- Fossen, T. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*, Wiley.
- Fossen, T. I. (1991). *Nonlinear Modeling and Control of Underwater Vehicles*, PhD thesis, Norwegian Institute of Technology.
- Fossen, T. I. (1994). *Guidance and control of ocean vehicles*, John Wiley & Sons, Incorporated.
- Fossen, T. I. (2012). How to incorporate wind, waves and ocean currents in the marine craft equations of motion, *Proc. of 9th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*.
- Fossen, T. I. & Fjellstad, O.-E. (1996). Robust adaptive control of underwater vehicles: A comparative study, *Modeling, Identification and Control* **17**(1): 47–61.
- Fridman, L., Moreno, J. & Iriarte, R. (2011). *Sliding Modes After the First Decade of the 21st Century: State of the Art*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer.

- Fryxell, D., Oliveira, P., Pascoal, A., Silvestre, C. & Kaminer, I. (1996). Navigation, guidance and control of auvs: an application to the marius vehicle, *Control Engineering Practice* **4**(3): 401–409.
- Gomes, R. M. F. (2002). *Modelização e control de veiculos subaquáticos*, Master's thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto-FEUP.
- Goulart, C. (2007). *Modelagem, simulação e control de um veículo submarino de operação remota*, Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Guo, J., Chiu, F.-C. & Huang, C.-C. (2003). Design of a sliding mode fuzzy controller for the guidance and control of an autonomous underwater vehicle, *Ocean Engineering* **30**(16): 2137–2155.
- Ha, T. K., Binugroho, E., Seo, Y. B. & Choi, J. W. (2008). Sliding mode control for autonomous underwater vehicle under open control platform environment, *SICE Annual Conference, 2008*, pp. 1345–1350.
- Healey, A. & Lienard, D. (1993). Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles, *Oceanic Engineering, IEEE Journal of* **18**(3): 327–339.
- Hsu, L., Costa, R. R., Lizarralde, F. & da Cunha, J. P. V. S. (2000). Avaliação experimental da modelagem e simulação da dinâmica de um veículo submarino de operação remota, *Revista Controle e Automação* **11**(2): 82–93.
- Itkis, U. (1976). *Control systems of variable structure*, A Halsted Press book, John Wiley & Sons, Incorporated.
- Khalil, H. K. & Grizzle, J. (2002). *Nonlinear systems*, Vol. 3, Prentice hall Upper Saddle River.
- Khan, I., Bhatti, A., Khan, Q. & Ahmad, Q. (2012). Sliding mode control of lateral dynamics of an auv, *Applied Sciences and Technology (IBCAST), 2012 9th International Bhurban Conference on*, pp. 27–31.
- Kondo, H., Shimizu, E., Choi, J.-K., Nakane, K., Matsushima, M., Nagahashi, K., Nishida, Y. & Matsui, R. (2010). Biointeractive autonomous underwater vehicle "ba-1", *Autonomous Underwater Vehicles (AUV), 2010 IEEE/OES*, pp. 1–7.
- Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control, *International journal of control* **58**(6): 1247–1263.
- Liu, J. & Wang, X. (2012). *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems: Design, Analysis and MATLAB Simulation*, Springer.
- Lyshevski, S. (2001). Autopilot design for highly maneuverable multipurpose underwater vehicles, *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*, Vol. 1, pp. 131–136 vol.1.
- Newman, J. (1977). *Marine Hydrodynamics*, Wei Cheng Cultural Enteroprise Company.
- Ni, Y. & Xu, J. (2008). Study of global sliding mode controlled switching dc-dc converters, *Industrial Technology, 2008. ICIT 2008. IEEE International Conference on*, pp. 1–5.

- Perruquetti, W. & Barbot, J. (2002). *Sliding Mode Control In Engineering*, Automation and Control Engineering, Taylor & Francis.
- Rhif, A. (2012). A high order sliding mode control with pid sliding surface: Simulation on a torpedo, *arXiv preprint arXiv:1202.2419*.
- Ridao, P., Carreras, M., Ribas, D. & García, R. (2010). Visual inspection of hydroelectric dams using an autonomous underwater vehicle., *J. Field Robotics* **27**(6): 759–778.
- Salgado-Jimenez, T. & Jouvencel, B. (2003). Using a high order sliding modes for diving control a torpedo autonomous underwater vehicle, *OCEANS 2003. Proceedings*, Vol. 2, pp. 934–939 Vol.2.
- Shabana, A. A. (2005). *Dynamics of Multibody Systems*, third edn, Cambridge University Press. Cambridge Books Online.
- Siciliano, B. & Khatib, O. (2008). *Springer Handbook of Robotics*, Gale virtual reference library, Springer.
- Slotine, J.-J. E. (1984). Sliding controller design for non-linear systems, *International Journal of control* **40**(2): 421–434.
- Slotine, J.-J. E., Li, W. et al. (1991). *Applied nonlinear control*, Vol. 199, Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.
- Slotine, J. & Sastry, S. (1983). Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators, *American Control Conference, 1983*, pp. 132–135.
- Smallwood, D. & Whitcomb, L. (2004). Model-based dynamic positioning of underwater robotic vehicles: theory and experiment, *Oceanic Engineering, IEEE Journal of* **29**(1): 169–186.
- Tavares, A. M. (2003). *Um estudo sobre a modelmode e o ccontrol de veículos subaquáticos não tripulados*, Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande.
- Utkin, V. (1977). Variable structure systems with sliding modes, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **22**(2): 212–222.
- Utkin, V., Guldner, J. & Shi, J. (2009). *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*, Automation and Control Engineering Series, Taylor & Francis Group.
- Utkin, V. & Shi, J. (1996). Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions, *Decision and Control, 1996., Proceedings of the 35th IEEE Conference on*, Vol. 4, pp. 4591–4596 vol.4.
- Wei, M., Chen, G., Yang, L. & Shanshan, Z. (2012). Global sliding mode based trajectory tracking control for underactuated surface vessels with uncertain dynamics, *Control Conference (CCC), 2012 31st Chinese*, pp. 4456–4461.
- Yilmaz, C. & Hurmuzlu, Y. (2000). Eliminating the reaching phase from variable structure control, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* **122**(4): 753–757.



- Yoerger, D., Slotine, J.-J., Newman, J. & Schempf, H. (1985). Robust trajectory control of underwater vehicles, *Unmanned Untethered Submersible Technology, Proceedings of the 1985 4th International Symposium on*, Vol. 4, pp. 184–197.
- Young, K., Utkin, V. & Ozguner, U. (1999). A control engineer's guide to sliding mode control, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **7**(3): 328–342.
- Yuh, J. (1990). Modeling and control of underwater robotic vehicles, *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on* **20**(6): 1475–1483.



# Apêndice A

## Simulador

Nesta seção, uma breve visão do simulador implementado em MATLAB/SIMULINK<sup>®</sup> é apresentado. A figura A.1 mostra os três blocos principais do simulador, que são:

- **Trajétoria Desejada:** bloco responsável por gerar as referências de posição, velocidade e aceleração. As equações apresentadas no apêndice B são implementadas neste bloco;
- **Controle:** este bloco é responsável pelo cálculo do sinal de controle. Este sinal é convertido em sinal de tensão, que alimenta o bloco dos atuadores, presente dentro do bloco AUV. A figura A.2 mostra este bloco internamente.
- **AUV:** neste bloco, a dinâmica do veículo subaquático e dos atuadores é implementada. A figura A.3 mostra este bloco internamente.

Simulador de Veículos Subaquáticos Autônomos

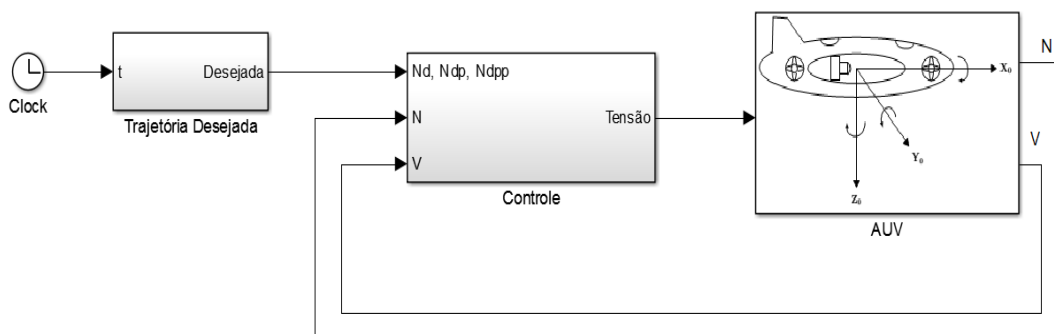


Figura A.1: Diagrama de blocos principal.

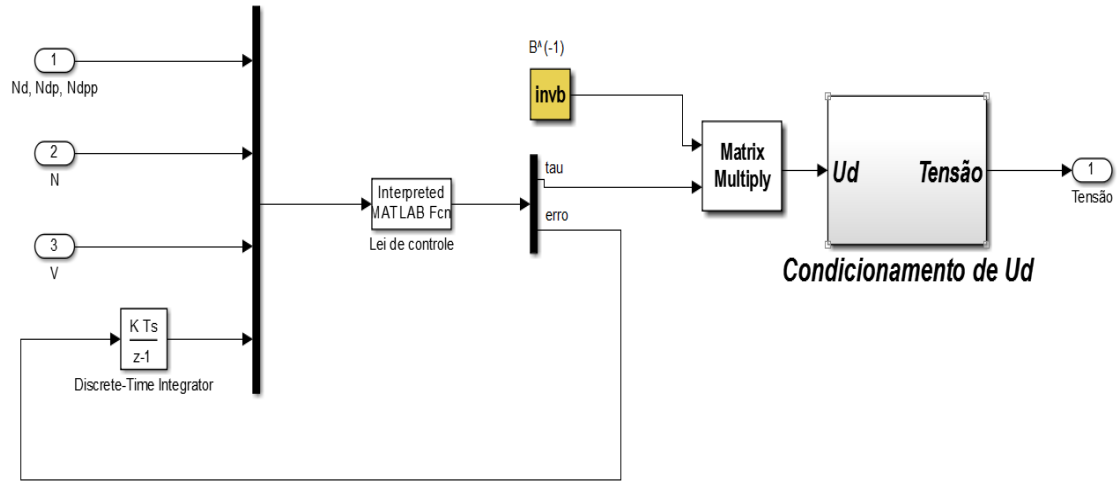


Figura A.2: Bloco Controle.

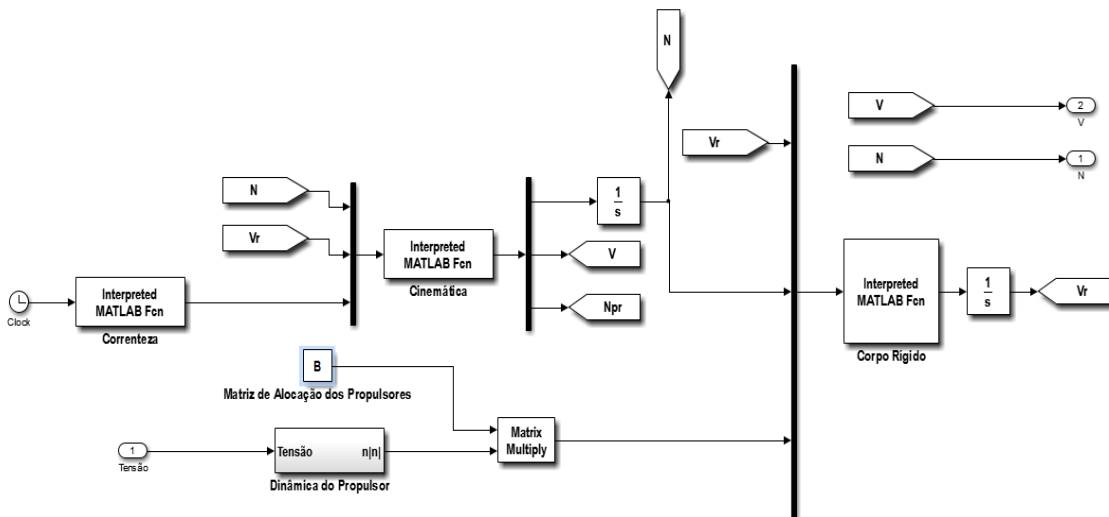


Figura A.3: Bloco AUV.

# Apêndice B

## Trajетórias de Referências

Define-se o seguinte polinômio de 5ª ordem:

$$x_d(t) = a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0, \quad (\text{B.1})$$

onde suas derivadas são:

$$\dot{x}_d(t) = 5a_5t^4 + 4a_4t^3 + 3a_3t^2 + 2a_2t + a_1, \quad (\text{B.2})$$

$$\ddot{x}_d(t) = 20a_5t^3 + 12a_4t^2 + 6a_3t + 2a_2. \quad (\text{B.3})$$

Assim, os coeficientes  $(a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$  são incógnitas. Seis restrições cinemáticas são consideradas: posição inicial e final do movimento ( $x_d(t_0) = x_0$  e  $x_d(t_f) = x_f$ ); velocidades e acelerações nulas no início e no fim da trajetória ( $\dot{x}_d(t_0) = 0$ ,  $\dot{x}_d(t_f) = 0$ ,  $\ddot{x}_d(t_0) = 0$  e  $\ddot{x}_d(t_f) = 0$ ), sendo  $t_0$  e  $t_f$  o tempo de início e fim da trajetória respectivamente. Logo, o seguinte sistemas de equações polinomiais pode ser montado:

$$\begin{aligned} x_d(t_0) &= a_5t_0^5 + a_4t_0^4 + a_3t_0^3 + a_2t_0^2 + a_1t_0 + a_0, \\ x_d(t_f) &= a_5t_f^5 + a_4t_f^4 + a_3t_f^3 + a_2t_f^2 + a_1t_f + a_0, \\ \dot{x}_d(t_0) &= 5a_5t_0^4 + 4a_4t_0^3 + 3a_3t_0^2 + 2a_2t_0 + a_1, \\ \dot{x}_d(t_f) &= 5a_5t_f^4 + 4a_4t_f^3 + 3a_3t_f^2 + 2a_2t_f + a_1, \\ \ddot{x}_d(t_0) &= 20a_5t_0^3 + 12a_4t_0^2 + 6a_3t_0 + 2a_2, \\ \ddot{x}_d(t_f) &= 20a_5t_f^3 + 12a_4t_f^2 + 6a_3t_f + 2a_2. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Na forma matricial

$$\begin{bmatrix} x_d(t_0) \\ x_d(t_f) \\ \dot{x}_d(t_0) \\ \dot{x}_d(t_f) \\ \ddot{x}_d(t_0) \\ \ddot{x}_d(t_f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ t_f^5 & t_f^4 & t_f^3 & t_f^2 & t_f & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 1 & 0 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

De posse do sistema de equações lineares, pode-se calcular os coeficientes do polinômio, e então obter a trajetória. As figuras B.1, B.2 e B.3 mostram as curvas de posição, velocidade e aceleração respectivamente.

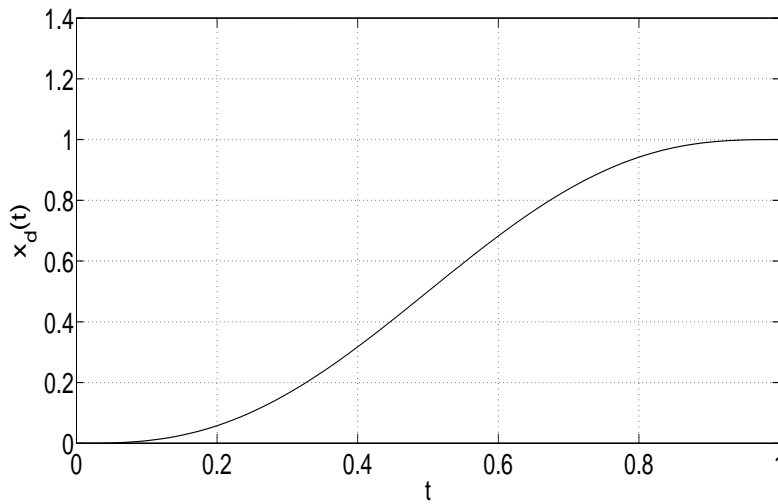


Figura B.1: Posição desejada ( $x_0 = 0$  e  $x_f = 1$ ).

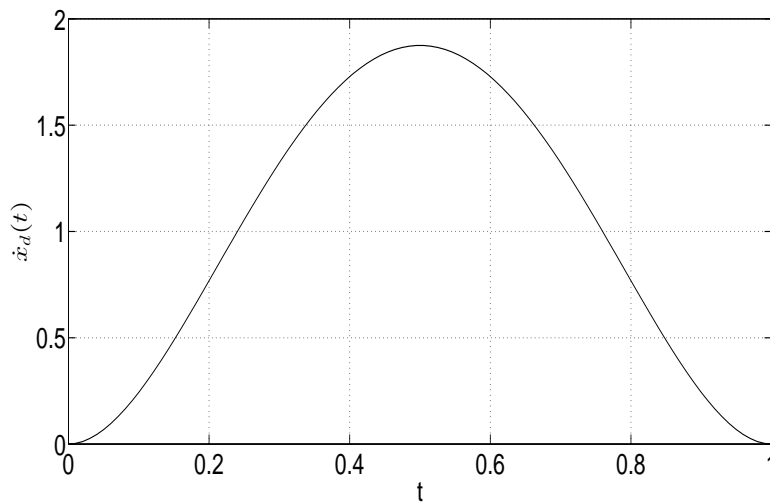


Figura B.2: Velocidade desejada.

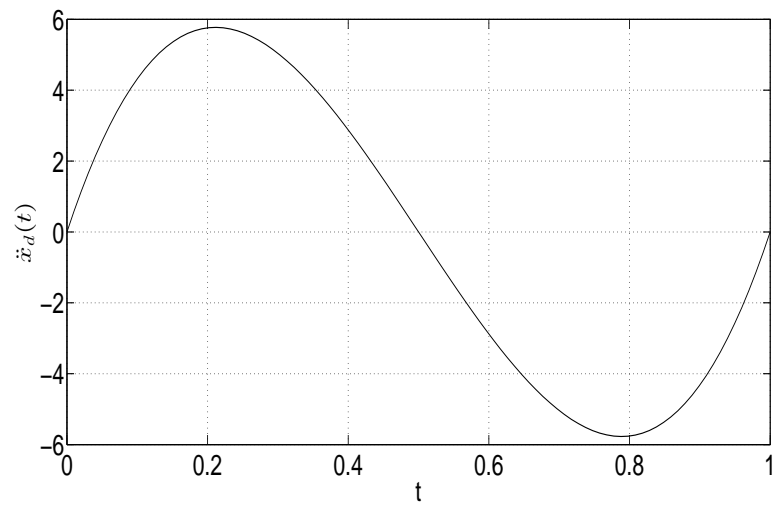


Figura B.3: Aceleração desejada.