Universidade Estadual do Oeste do Paraná
CAMPUS DE CASCAVEL - PARANÁ

PPGECEM
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

LUCIANA DE SOUZA

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFAS DE EXPLORAÇÃO-INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM UM 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

CASCAVEL
2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGCEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFAS DE EXPLORAÇÃO-INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM UM 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

LUCIANA DE SOUZA

CASCAVEL – PR

2021

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFAS DE EXPLORAÇÃO-INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM UM 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

LUCIANA DE SOUZA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Andréia Büttner Ciani

CASCAVEL – PR
2021

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Souza, Luciana de
Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4° ano do Ensino Fundamental / Luciana de Souza; orientadora Andréia Büttner Ciani. -- Cascavel, 2021.
132 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico Campus de Cascavel) -- Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, 2021.

1. Exploração-investigação matemática. 2. Análise da Produção Escrita. 3. Maneiras de lidar. 4. Avaliação para a aprendizagem. I. Ciani, Andréia Büttner, orient. II. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

LUCIANA DE SOUZA

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFA DE EXPLORAÇÃO-INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM UM 4° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Esta dissertação foi aprovada para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – Mestrado e Doutorado, área de Concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.

Professora Dra. Andréia Büttner Ciani
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
Orientadora

Professora Dra. Adriana Quimentão Passos
Universidade Estadual de Londrina - (UEL)
Membro convidado

Professor Dr. Clodis Boscarioli
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
Membro Interno

Professora Dra. Dulcyene Maria Ribeiro
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)
Membro Interno

Professor Dr. João Ricardo Viola dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Membro convidado

Cascavel, 30 de julho de 2021.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e à família maravilhosa que me concedeu, meus maiores incentivadores, meu porto seguro. Minha mãe Neiva, meu pai Valdemar e minha irmã Luana por me ensinarem o que é o amor, companheirismo e união, pois sempre estiveram ao meu lado nos bons e maus momentos, sempre me apoiando e incentivando a nunca desistir, mesmo quando tudo parecia não fazer sentido, eles abriam os meus olhos e me faziam seguir em frente, sendo corajosa e persistente, removendo ou desviando as pedras que apareciam em meu caminho.

À professora doutora Tânia Stella Bassoi, exemplo de mulher e profissional guerreira, batalhadora e persistente, que me apresentou a pesquisa e aumentou ainda mais o meu amor pela Educação Matemática. Gratidão por todos os momentos vividos ao seu lado, por todos os ensinamentos e incentivos, sempre será uma das minhas fontes de inspiração.

À minha orientadora professora doutora Andréia Büttner Ciani, por ter me acolhido a partir do momento que a professora Tânia não se fez mais presente. Gratidão por todos os ensinamentos, pelo apoio e parceria para a realização desta pesquisa, por ter me apresentado a possibilidade de realizar a análise da produção escrita, como ferramenta para a realização da avaliação como prática de investigação, como oportunidade para uma avaliação da aprendizagem.

Minha sincera e infinita gratidão a todos os meus professores, desde a pré-escola até a pós-graduação, por terem sido os mediadores no meu processo de construção do conhecimento, o qual nunca terá fim, está em constante processo de construção e reconstrução. A professora que sou hoje leva um pedacinho de cada um de vocês.

Meus sinceros agradecimentos à banca de qualificação composta pelos professores doutores: Andréia Büttner Ciani, Adriana Quimentão Passos, Clodis Boscarioli, Dulcyene Maria Ribeiro e João Ricardo Viola dos Santos, pelas valiosas contribuições que me direcionaram a organizar a escrita desta dissertação e finalizar este estudo. Agradeço imensamente a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que esta pesquisa se tornasse realidade, minha eterna gratidão!

Como é bom investigar...

Tudo que investigarás
Não perderás com o passar dos dias
Tudo fica, tudo sempre ficará

Ela tem momentos
para realizar
É tudo muito bonito

Tudo que precisarás é
Explorar e formular questões
Para então conjecturar suas afirmações

Não adianta desistir
Nem fugir
A partir de agora
Testar e reformular é a hora
Justificar e avaliar sempre

Como é bom investigar
Como é bom investigar
Como é bom investigar
Como é bom

Luciana de Souza

SOUZA, Luciana de. **Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental.** 2021. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2021.

RESUMO

Esta pesquisa foi idealizada na perspectiva da avaliação para a aprendizagem, envolvendo a abordagem da investigação matemática em sala de aula para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais. Mais especificamente, tem como tema a análise da produção escrita nos Anos Iniciais, em tarefas de exploração-investigação matemática, como ferramenta para a realização de uma avaliação como prática de investigação, como oportunidade de aprendizagem. Neste sentido, valemo-nos do termo “maneiras de lidar”, já caracterizado como uma forma de se levar em consideração os conhecimentos dos alunos revelados por meio de suas produções escritas. O estudo foi conduzido pela problemática: *Quais maneiras de lidar os alunos de um 4º ano utilizam para resolver tarefas de exploração-investigação matemática?* Deste modo, o objetivo foi estabelecer compreensões sobre as maneiras utilizadas por esse grupo de alunos para resolver tais tarefas. A pesquisa é de caráter qualitativo ou naturalístico, de cunho interpretativo que utiliza a análise de conteúdo como ferramenta para compreender as informações obtidas. Como instrumentos para a construção de dados, foram elaboradas e aplicadas seis tarefas exploratório-investigativas. Foi realizada a análise da produção escrita da primeira tarefa que resultou na descrição, interpretação e inferências, a partir das quais foram estabelecidas compreensões e identificadas as maneiras de lidar dos alunos, o que gerou os agrupamentos. A partir dessa análise, foram realizadas algumas intervenções em sala de aula, à luz da maneira de lidar dos alunos e elaborada a segunda tarefa, e assim sucessivamente, até a sexta tarefa. Com a pesquisa, foi verificado que os alunos lidam com as tarefas de maneiras convencionais e de maneiras peculiares. Os alunos que apresentaram maneiras idiossincráticas para resolver as tarefas às vezes fizeram a utilização de maneiras convencionais também. Além disso, foi constatado que, mesmo que seja elaborada uma Trajetória Hipotética de Investigação – THI pelo professor, pode ser que os alunos não se envolvam em atividade investigativa, ficando a tarefa restrita a uma exploração. Pretende-se com a pesquisa inspirar outros profissionais a estudar e colocar em prática tarefas de exploração-investigação matemática em sala de aula ou inserir a análise da produção escrita em suas aulas como alternativa para a realização da avaliação como prática de investigação, visando a uma avaliação para a aprendizagem e fornecer subsídios teóricos metodológicos para ensino de matemática nos Anos Iniciais. Almeja-se oferecer uma reflexão sobre a necessidade de mais estudos descrevendo a integração entre a Investigação Matemática e a Análise da produção escrita, quem sabe com outras Tendências em Educação Matemática ou outras metodologias, que visam a uma educação de qualidade.

Palavras-chave: Exploração-investigação matemática; Análise da Produção Escrita; Maneiras de lidar; Avaliação como prática de investigação; Avaliação para a aprendizagem.

SOUZA, Luciana de. **Analysis of written production in mathematical exploration-research tasks in a 4th year of elementary school.** 2021. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2021.

ABSTRACT

This research was based on assessing for learning and mathematical investigation in classroom approaches for teaching Mathematics in the early years of Elementary School. More specifically, the subject is the analysis of elementary school students writing productions in assessments involving mathematical exploration-investigation, considering evaluation as an investigation process and as an opportunity to learn. The research was conducted around the following question: *Which ways do 4th-year students use to solve mathematical tasks that involve exploration-investigation?* The objective was to understand more about the way this group of students solved such tasks. The objective was to understand more about how this group of students handles such tasks. This is qualitative and interpretative research based in the content analysis as a tool to understand information obtained. In order to build data, six exploratory investigative assessments were elaborated and applied. The analysis of the writing production of the first assessment provided description, interpretation, and inferences used to identify and understand the way students solved such tasks, patterns were separated. Based on that analysis, some interventions were realized in the classroom taking into consideration how students handle the tasks, the second assessment was realized and so on until the sixth In this research it was noted that students handle tasks both in conventional and in idiosyncratic ways. Students that handled tasks in an idiosyncratic way occasionally chose the conventional approach as well. Besides that, it was observed that even when a Hypothetical Investigation Trajectory - HIT was provided by the teacher, students may not engage with the investigative task, remaining to the task only its exploratory intent. This research intends to inspire other professionals to study and to put the exploration-investigation mathematical assessments into practice in the classroom and/or to use writing production analysis as an alternative for evaluation as an investigation practice aiming a learning-oriented evaluation and to provide theoretical and methodological support for teaching Mathematics in the early years of Elementary School. This paper also ponders that more studies describing the integration between mathematical investigation and writing production analysis are necessary as well as others correlating these approaches with other tendencies aiming at a quality education in mathematical education.

Keywords: Mathematical exploration-investigation; Writing production analysis; Ways to solve; Evaluation as an investigation process; Evaluation of or for learning.

LISTA DE QUADROS E TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa na Educação Matemática diz respeito ao ensino de Matemática nos Anos Iniciais. Mais especificamente, centra-se no 4º ano do ensino e aborda a Investigação Matemática em sala de aula e a análise da produção escrita como ferramenta para a avaliação da aprendizagem.

Vale dizer que, em 2019, trabalhei[1] como professora auxiliar de um 4º ano, no qual apliquei tarefas embasadas na teoria das Investigações Matemáticas em sala de aula e analisei as produções escritas dos alunos para a orientação de novas tarefas. De tal forma, esta pesquisa tem como origem as angústias e inquietações que surgiram durante esse processo contínuo de me constituir professora. Desde que comecei a frequentar a pré-escola, com seis anos de idade, idolatrava minhas professoras e sonhava em me tornar uma, e minha brincadeira favorita era "brincar de escolinha", momento em que eu assumia a função de professora e, às vezes, tinha como aluna minha irmã caçula, mas caso ela não estivesse disposta, minha sala de aula era composta por alunos imaginários.

Guiada por esse amor em ensinar, no Ensino Médio optei em cursar o Formação de Docentes. Com o passar dos anos, meu interesse pela Matemática aumentava exponencialmente. Assim, ao concluir o Curso de Formação de docentes em 2013, decidi prestar vestibular na Unioeste, *campus* Cascavel-PR e, em 2014, fui aprovada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática, dentro da cota destinada para estudantes de escolas públicas. Sou fruto de escola pública, desde os Anos Iniciais até a Pós-Graduação, desta maneira sou defensora da escola pública, gratuita e de qualidade.

Em março do mesmo ano, fui aprovada em concurso público do município de Cascavel-PR, para atuar como docente na Educação Infantil e Anos Iniciais. Na sala de aula, procuro colocar em prática, dentro do possível, o que aprendo na Universidade. Desse modo, sendo discente e docente concomitantemente, estou me constituindo pesquisadora, que luta por uma educação de qualidade e acessível a todos.

---

[1] Na introdução, julgamos pertinente a pesquisadora fazer um relato da sua trajetória na primeira pessoa do singular, mas, findado o relato, utilizamos a primeira pessoa do plural para discorrer sobre nossa pesquisa.

Impulsionada por minhas angústias como professora da Educação Infantil[2] e dos Anos Iniciais[3] e pela vontade de ensinar a Matemática de uma maneira distinta da qual me foi ensinada, indagava-me se era possível me valer das premissas das investigações matemáticas em sala de aula nesse período da escolaridade, e sendo possível, quais ações pedagógicas seriam fundamentais para efetivamente permitir o uso da Investigação Matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais?

Nesse período da escolarização, é necessário estimular o desenvolvimento da autonomia das crianças, por isso é importante que o professor as envolva na construção de seu próprio conhecimento, para que sejam ativas e participantes. Para tanto, não se deve explanar todo o conteúdo, mas proporcionar um ambiente propício para os envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem terem a possibilidade de trilhar os caminhos que julgarem pertinentes, construindo o seu conhecimento, respeitando o tempo e a limitação de cada um. A partir de reflexões, comecei a perceber que poderia ser feito uso da Investigação Matemática, de forma que os alunos desenvolvessem, progressivamente, uma independência em relação ao professor, tendo autonomia para compreenderem mais facilmente o que lhes é pedido.

Tendo isso em mente em 2016, ano em que era pibidiana[4] e professora regente de uma turma de Pré II, cujos alunos tinham entre 4 e 5 anos, uma das professoras responsáveis pelo Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, a Professora Doutora Tânia Stella Bassoi, ciente das minhas angústias e inquietações, convidou-me para participar de uma Iniciação Científica Voluntária – ICV, juntamente com a Maiara Aline Junkerfeurbom, com o intuito de aliar o conhecimento teórico da Investigação Matemática com minha prática em sala de aula.

Nós nos reunimos várias vezes, a fim de estudar a parte teórica da Investigação Matemática, para posteriormente elaborar e aplicar tarefas com características investigativas para minha turma de Pré II. Corroboramos com Christiansen e Walther (1986, p. 10) quando afirmam que:

> As tarefas em si mesmas não contêm conceitos ou estruturas matemáticas. E atividades às cegas numa tarefa não assegura a aprendizagem que se pretende. A tarefa é interpretada sob a influência de muitos fatores e a atividade é condicionada pelas ações do professor, que são uma vez mais feitas e interpretadas sob a influência de atitudes e concepções do professor e do aluno respectivamente.

[2] Educação Infantil: Pré I e Pré II.
[3] Anos Iniciais: 1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos.
[4] Integrante do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID.

Sabendo que a tarefa em si não assegura a aprendizagem, e visando envolver os alunos em atividade, foi elaborada a primeira tarefa, denominada Jogo de Boliche e, na sequência, a segunda, intitulada Planeta Geometria. Essa foi minha primeira experiência com a Investigação Matemática em sala de aula. Percebemos que, na Educação Infantil e Anos Iniciais, ela precisaria de adaptações e embasamento, assim nos pautamos em estudos de Bertini e Passos (2008), bem como Lamonato e Passos (2011).

Este primeiro contato me deixou ainda mais maravilhada com a possibilidade de adaptar a Investigação Matemática e vivenciá-la juntamente com meus alunos e resultou na escrita de um artigo intitulado "Exploração-investigação matemática na educação infantil"[5], publicado na revista *ACTIO* em 2018.

Esse contato teórico e prático com a Investigação Matemática em sala de aula me permitiu constatar que inseri-la no cotidiano dos alunos o mais cedo possível poderia contribuir para o desenvolvimento da autonomia deles, bem como para o processo de ensino e aprendizagem ser mais significativo. Assim, para a conclusão do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), *campus* Cascavel, novamente propus tarefas com características investigativas para alunos da Educação Infantil, mas em uma turma de Pré I, cujos alunos tinham de 3 a 4 anos, o que resultou na escrita da monografia intitulada *Investigação Matemática na Educação Infantil*[6].

Com esse trabalho, foi possível constatar que a Investigação Matemática utilizada para as crianças deveria ter um caráter exploratório, e requereria adaptações, em função das especificidades das crianças da Educação Infantil, principalmente no tangente à justificação e à avaliação. O fato de elas não estarem alfabetizadas na Educação Infantil nos levou à utilização de um ambiente exploratório-investigativo baseado na oralidade. Esta experiência evidenciou a importância da linguagem para tornar possível a aplicação de tarefas de exploração-investigação nesse período escolar.

As indagações e angústias que norteiam minha prática de estudos e trabalho

---

[5] SOUZA, Luciana de; JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; BASSOI, Tânia Stella. Exploração-investigação matemática na educação infantil. **Actio**: Docência em Ciências, [S.L.], v. 3, n. 3, p. 399, 28 nov. 2018. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). http://dx.doi.org/10.3895/actio.v3n3.7882. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/7882 Acesso em jun. 2021.

[6] SOUZA, Luciana de. **Investigação Matemática na Educação Infantil.** 2018. 45 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste, Cascavel, 2018.

não me deixaram parar com a conclusão da graduação. Tinha convicção que tentaria uma vaga no Mestrado, fui selecionada e dei continuidade à busca de aliar a Investigação Matemática ao Ensino nos Anos Iniciais.

Com o processo seletivo para o mestrado, minha orientadora era a professora Tânia Stella Bassoi, a qual me orientou nos primeiros meses da pós-graduação. Porém, antes do final do meu primeiro ano como mestranda, ela faleceu. A partir desse momento, a professora Andréia Büttner Ciani me recebeu como orientanda.

Considerando a importância da linguagem no desenvolvimento das tarefas de exploração-investigação, iniciei meus estudos na análise da produção escrita, como forma de avaliar e conduzir a aprendizagem, por influência de minha nova orientadora. A partir de estudos sugeridos e discussões, compreendi que, geralmente, a produção escrita é associada apenas à atribuição de notas para o cumprimento de normas burocráticas, mas esse não pode ser o seu único fim, ela deve ser contínua, a fim de recolher informações a respeito do conhecimento do aluno para poder contribuir com sua aprendizagem. A fim de vivenciar em sala de aula uma avaliação para a aprendizagem, foi estabelecido que a pesquisa teria como tema a análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em sala de aula, ou seja, seria utilizada a análise da produção escrita como ferramenta para ocorrer a avaliação para a aprendizagem.

A integração entre a Investigação Matemática em sala de aula com a análise da produção escrita de alunos pode contribuir para que eles "desenvolvam sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, comunicar suas ideias matemáticas enquanto propõem, formulam, resolvem, interpretam tarefas" (PIRES; BURIASCO, 2012, p. 3).

Perante minha prática docente, aliada aos estudos realizados no curso de Licenciatura Plena em Matemática na Unioeste, *campus* Cascavel-Pr e na Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, indicados por minha orientadora, elaboramos[7] uma problemática de pesquisa: *Quais maneiras de lidar os alunos de um 4º ano utilizam para resolver tarefas de exploração-investigação matemática?*

O objetivo geral desta pesquisa, portanto, é estabelecer compreensões sobre as maneiras de lidar desse grupo de alunos ao resolverem tarefas de exploração-

[7] Como realizamos a pesquisa em conjunto, optamos em fazer uso da primeira pessoa do plural.

investigação. Perseguimos este objetivo, atentas, esforçando-nos para olhar e enxergar além da dicotomia do certo ou errado. Para isso, as maneiras de lidar nos ajudam a alterar o foco, tradicional, de caracterizar os alunos pelo certo e errado, ou seja, pela falta (VIOLA DOS SANTOS, 2007).

A expressão "maneiras de lidar" aparece em Viola dos Santos (2007) como a expressão de uma forma de ler e buscar compreender as produções escritas dos alunos, antes de uma classificação de certa ou errada, mas de uma busca por seu conhecimento, sua lógica peculiar de se expressar matematicamente. Sendo que

> Essa leitura se apresenta em tentativas de olhar para os alunos pelos olhos do presente, que se abrem para o novo e para o imprevisto, e não pelos olhos da memória, que muitas vezes se fecham e se enquadram em preconceitos. (DALTO; VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO, 2017, p. 127).

Com o propósito de atingir o objetivo proposto, foram estabelecidos quatro objetivos específicos:

1. Construir, criar, tarefas exploratório-investigativas, orientando-se pelo referencial teórico, contemplando conteúdos de área e perímetro;

2. Interpretar e fazer inferências a partir das produções escritas dos alunos, geradas ao resolver tarefas de exploração-investigação matemática;

3. Identificar as maneiras de lidar que os alunos utilizam para resolver tarefas de exploração-investigação matemática;

4. Contribuir para que os alunos não estabeleçam uma falsa relação entre área e perímetro.

A fim de que os alunos aprendam, consideramos necessário que se envolvam em atividade e sintam-se confortáveis para expressar e utilizar as suas próprias maneiras de interpretar, propor questões e resolvê-las ou não, diante das tarefas exploratório-investigativas. Assim, buscamos utilizar a curiosidade que as crianças têm e pretendemos contribuir para que elas sejam capazes de explorar as possibilidades de lidar com o enunciado da tarefa e sejam apoiadas para organizar e, se for o caso, reorganizar os próprios pensamentos e até propor novas questões para a tarefa.

Fornecidas essas informações, apresentamos a estrutura da dissertação, dividida em 4 capítulos, além da introdução e considerações finais. Na Introdução, situamos o leitor sobre o contexto da pesquisa. No Capítulo 1, descrevemos os procedimentos metodológicos que nortearam esse estudo. No Capítulo 2, apresentamos o aporte teórico que o sustentou. No Capítulo 3, descrevemos a análise da produção escrita da Tarefa 1 e da Tarefa 6, contendo a descrição das resoluções dos alunos, suas maneiras de lidar com as tarefas, bem como nossas interpretações e inferências. Estão contemplados os resultados e as discussões, organizados nos agrupamentos que realizamos com base nas compreensões que estabelecemos, também descrevemos as intervenções que foram realizadas em sala de aula, com base no que constatamos na análise da Tarefa 1. Para finalizar, nos Resultados e Discussões, estão os resultados, discussões e apontamentos que estabelecemos, para apresentar o que, finalmente, obtivemos diante de perseguir e dialogar com a problemática da pesquisa, ainda apresentamos algumas considerações finais e indicações de possíveis pesquisas futuras.

CAPÍTULO 1 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Na presente pesquisa, desenvolvida na Escola Municipal Luiz Vianey Pereira, localizada no Bairro Universitário, Cascavel-Paraná, estávamos em nosso contexto natural, sala de aula, e atuando como mediadoras no processo de ensino e de aprendizagem dos alunos e, por meio de nossa prática, buscávamos que eles transformassem em registro escrito algumas de suas aprendizagens relacionadas aos conceitos de área e perímetro.

Deste modo, tivemos contato direto com a situação estudada, para obtenção de dados descritivos, evidenciado mais o processo do que o produto, voltando nossa preocupação em estabelecer compreensões sobre as maneiras de lidar dos alunos de um 4º ano ao resolverem tarefas exploratório-investigativas.

Nossa pesquisa tem caráter qualitativo e, corroborando Creswell (2014), caracteriza-se como um conjunto de práticas que transformam o mundo visível em dados representativos, englobando notas, entrevistas, fotografias, registros e lembretes, porque os pesquisadores qualitativos procuram entender um fenômeno em seu contexto natural.

De acordo com o autor supramencionado, a pesquisa qualitativa é uma abordagem que presume que o significado dado ao fenômeno é mais importante que sua quantificação. Além disso, destina-se a explicar somente o fenômeno ou o contexto em que a pesquisa foi realizada, não sendo capaz de generalizar os resultados para uma população ou para outros contextos diferentes.

A pesquisa qualitativa começa com:

> (...) pressupostos e o uso de estruturas interpretativas/teóricas que informam o estudo dos problemas da pesquisa, abordando os significados que os indivíduos ou grupos atribuem a um problema social ou humano. Para estudar esse problema, os pesquisadores qualitativos usam uma abordagem qualitativa da investigação, a coleta de dados em um contexto natural sensível às pessoas e aos lugares em estudo e a análise dos dados que é tanto indutiva quanto dedutiva e estabelece padrões ou temas. O relatório final ou a apresentação incluem as vozes dos participantes, a reflexão do pesquisador, uma descrição complexa e interpretação do problema e sua contribuição para a literatura ou um chamado a mudança (CRESWELL, 2014, p.49-50).

Os principais pressupostos da pesquisa qualitativa, indicados por Creswell (2014), são: pesquisa conduzida em ambiente natural, os pesquisadores consistem como instrumento-chave na coleta de dados, envolve o uso de múltiplos métodos e um raciocínio complexo que circula entre o dedutivo e o indutivo, foca na perspectiva dos participantes e está situada dentro do contexto dos participantes.

Diante do exposto, ressaltamos que, no ano da aplicação, a primeira pesquisadora atuava como professora auxiliar da escola, a qual compete assessorar as turmas determinadas pela direção e coordenação, mediando os alunos com dificuldades na aprendizagem, além de substituir professoras regentes quando elas necessitam ausentar-se da escola por algum motivo de força maior.

Como a professora regente do 4º ano frequentava as aulas do Mestrado todas as sextas-feiras no período matutino, a pesquisadora foi convidada pela direção e coordenação da escola a ministrar aulas de matemática para essa turma nessas manhãs, justo por ser formada em Licenciatura Plena em matemática. Durante esse período, não houve interação com a professora regente.

Decidimos iniciar esta pesquisa com a estruturação do planejamento, fazendo um levantamento dos conteúdos previstos para o 4º ano, de acordo com o Currículo para Rede Pública Municipal de Ensino de Cascavel – Ensino Fundamental – Anos Iniciais (2008), para determinarmos o conteúdo no qual as tarefas seriam pautadas à luz da abordagem das investigações matemáticas em sala de aula.

Com base em nossos estudos e vivências em sala de aula, percebemos que é comum os indivíduos estabelecerem uma falsa relação entre os conceitos de área e perímetro. Por essa razão, a fim de contribuir para que os alunos desse 4º ano, composto por 20 alunos, não estabelecessem essa falsa relação, decidimos criar tarefas exploratório-investigativas, baseadas nos conceitos de área e perímetro, pautadas nas quatro perspectivas descritas por Baltar (1996). A ideia foi de proporcionar aos alunos a oportunidade de terem o contato com tarefas, nas quais, ao se fixar o perímetro, a área fosse alterada e, ao se fixar a área, o perímetro fosse alterado. Acreditamos que essa seria uma forma de favorecer a discussão da inexistência de uma relação entre esses conceitos.

Todas as tarefas elaboradas foram pautadas no estudo de Baltar (1996), visando a que as crianças não confundissem os conceitos área e perímetro, e para que não caíssem no equívoco de estabelecer uma falsa relação entre área e perímetro. Como esses conteúdos estavam sendo introduzidos, as fórmulas não foram apresentadas, pois o objetivo é que posteriormente compreendam esse conhecimento, de modo que sejam capazes de deduzir sozinhos as fórmulas, sem a necessidade de o professor passá-las para eles.

Estabelecido como pretendíamos elaborar as tarefas, iniciamos um estudo referente ao nosso tema de pesquisa. O objetivo foi mapear as dissertações recentes de Investigação Matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais, a fim de identificar pesquisas que pudessem ter o mesmo tema de pesquisa, realizamos uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES/MEC. A palavra-chave que utilizamos na primeira busca foi Investigação Matemática, desta busca obtivemos como resultado 118 trabalhos. Na sequência, estabelecemos um recorte para obtenção das dissertações publicadas nos últimos cinco anos, resultando em 60 trabalhos, filtramos no campo Área de concentração, selecionando as seguintes opções: Educação Matemática; Ensino de Ciências e Matemática; Ensino de Matemática. Com a utilização destes filtros, ficamos com 43 trabalhos.

Dessas dissertações, lemos o título e o resumo para filtrar apenas os trabalhos direcionados à Educação Infantil e aos Anos Iniciais. Dessa análise, constatamos 13 trabalhos relacionados aos Anos Finais do Ensino Fundamental; 21 voltados ao Ensino Médio; 7 para o Ensino Superior e apenas 3 voltados para a Educação Infantil e Anos Iniciais, atendendo nosso critério de inclusão. Dentre os três direcionados à Educação Infantil e aos Anos Iniciais, um deles faz uma comparação entre o 5º ano do Ensino Fundamental I – Anos Iniciais e o 9º do Ensino Fundamental II – Anos Finais, a saber, trata-se da dissertação de Schmitt (2015). Este trabalho foi contabilizado como direcionado para o Ensino Fundamental I e II, por isso a somatória dos trabalhos mencionados aqui é 44 e, na busca, encontramos 43.

No Quadro 1, apresentamos os três trabalhos mais recentes de Investigação Matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais que mapeamos em nossa busca, indicando uma correlação com o nosso trabalho.

Quadro 1: Pesquisas recentes de investigação matemática na educação infantil e anos iniciais

Autor	Título	Descrição
Fernanda Eloisa Schmitt (2015)	Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental	Adaptação e aplicação de tarefas de geometria abordadas à luz da metodologia Investigação Matemática. Verificação da dificuldade que os estudantes apresentam para manusear a régua e escrever conjecturas e conclusões. Perceber que os alunos expressam suas ideias oralmente, mas, no momento de escrevê-las fazem de forma sintética. Vislumbrar que tarefas exploratório-investigativas possibilitam os alunos a lidarem com o novo e o inesperado, estimulando-os a participarem ativamente de sua própria aprendizagem, instigando o desenvolvimento da autonomia deles.
Magda Cabral Costa Santos (2015)	Investigação Matemática em sala de aula: uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular	Desenvolvimento de uma sequência de ensino, abordando os conteúdos por meio da perspectiva da Investigação Matemática em sala de aula. Ter como objetivo tornar o ensino de matemática mais significativo para os alunos.
Priscilla Frida Salles Tojeiro (2019)	Noções de topologia nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch	Apresentar uma sequência de tarefas sob a perspectiva da Investigação Matemática em sala de aula. Perceber que os alunos apresentam dificuldades em compreender alguns enunciados de questões propostas. Compreender que a Investigação Matemática se mostra como uma metodologia de ensino poderosa para retirar os professores e estudantes de sua zona de conforto. Ter ciência que as tarefas permitem que os estudantes testem suas hipóteses na busca de regularidades. Almejar que os resultados de nossas pesquisam possam contribuir com outras pesquisas que versam sobre o ensino de matemática nos Anos Iniciais.

Fonte: A autora, 2021.

Por outro lado, com o objetivo de mapear trabalhos recentes, referentes à análise da produção escrita, para estabelecermos uma correlação com o nosso, realizamos outra busca que teve como palavra-chave a análise da produção escrita, que originou 54 trabalhos, destes refinamos as dissertações publicadas nos últimos 5 anos, indicando 15 trabalhos, filtramos no campo Área concentração, selecionando as seguintes opções: Educação Matemática; Ensino de Ciências e Educação Matemática, indicando como resultado nove trabalhos, os quais compõem o Quadro 2.

Quadro 2: Pesquisas recentes de análise da produção escrita

Autor	Título	Descrição
Mauro Luís Borsoi Britto (2015)	Uma discussão de discussões de professores que ensinam matemática em um grupo de trabalho	Com o intuito de contribuir com a capacitação de professores de matemática e de reorientar suas práticas pedagógicas, propôs uma discussão, realizada em oito encontros em um grupo de trabalho que analisa produções escritas em matemática, registrada em áudios e gravações de vídeos. Como nossa pesquisa não é direcionada para a formação de professores, nossos trabalhos não tem uma correlação direta, no entanto, a leitura dessa dissertação contribuiu para a realização da nossa, refinando nosso olhar para as produções dos nossos alunos, construindo em nós atitudes para tomar como ponto de partida os processos de produções de significados dos alunos.
Diego Barboza Prestes (2015)	Prova em fases de Matemática: uma experiência no 5º ano do Ensino Fundamental	Uso da análise da produção escrita nos Anos Iniciais, tomando a avaliação da aprendizagem como prática de investigação, o que possibilita analisar as produções escritas dos alunos em questões não-rotineiras[8] de matemática, em diferentes momentos, para realizar intervenções. A análise da produção escrita mostra-se uma ótima ferramenta para a realização da avaliação da aprendizagem como prática de investigação, oportunizando aos alunos desempenharem o papel de protagonistas de sua aprendizagem e ao professor o papel de guia, estabelecendo um diálogo entre os envolvidos. Consideramos nossas tarefas como não-rotineiras, não realizamos prova em fases como ele, porém a leitura de seu trabalho contribuiu para a realização das nossas intervenções em sala de aula.
Darlysson Wesley da Silva (2015)	Conhecimentos de professores que ensinam matemática em um grupo de trabalho que analisa produções escritas em matemática	Suas referências teórico-metodológico são o Modelo de Campos Semânticos e a Análise da Produção escrita. Fez uma análise dos conhecimentos específicos de professores que ensinam matemática, a partir de análises de produções escritas de alunos e de professores, em oito encontros de um grupo de trabalho, os quais foram gravados em vídeo e áudio. Construiu vídeo-clips para realizar essas análises. Algumas considerações dessa pesquisa apresentam características, elementos e circunstâncias do conhecimento específico da docência, uma caracterização de Grupo de trabalho e algumas sugestões para a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática. Assim como o trabalho de Britto (2015) essa pesquisa não tem correlação direta com a nossa, porém a leitura foi de fundamental importância para colocar em prática a nossa, principalmente o que tange a análise dos dados coletados e, consequentemente, os agrupamentos que geraram os resultados e as discussões desta pesquisa.
Anie Caroline Gonçalves Paixão (2016)	Uma prova em fases de matemática: da análise da produção	Elaborou um Projeto composto por 8 encontros, cujos dezesseis professores eram profissionais com uma média de 17 anos de experiência profissional. No segundo encontro os participantes realizaram uma prova em fases, composta por 8 questões retiradas do PISA[9] e da

[8] Questões que não são trabalhadas em sala de aula com frequência, além disso, geralmente não são encontradas nos livros didáticos.
[9] *Programme for International Student Assessment*.

	escrita ao princípio de orientação	OBMEP[10]. Nos outros trabalharam em grupo para elaboração de uma Trajetória de Ensino e Aprendizagem. Os encontros não foram suficientes para abordar todas as tarefas, por isso utilizou a análise da produção escrita dos professores nas duas primeiras tarefas. As questões escolhidas abrem um leque de possibilidades de resolução. Resolvi[11] as questões como se fosse uma das professoras do grupo, para posteriormente ler as possibilidades de resolução. Confesso que em algumas tive facilidade e em outras dificuldades, por isso classificaria a prova como mediana no questionário que entregou para eles responderem ao final da realização da prova em fases. Relata que os professores tiveram dificuldades para respondê-las. A leitura desse trabalho contribuiu significativamente para a realização da análise dos nossos dados, haja vista que tínhamos muitos dados e assim como ela fizemos um filtro, analisando e estabelecendo compreensões da Tarefa 1 e da Tarefa 6, porque não era viável realizar de todas. Além de me colocar no lugar dos alunos e ter consciência que questões abertas exigem um grau maior de dedicação e raciocínio-lógico para resolvê-las, favorecendo um olhar para o que eles fizeram e não para o que deixaram de fazer.
Hallynnee Héllenn Pires Rossetto (2016)	Trajetória hipotética de aprendizagem sob um olhar realístico	Realizou a análise da produção escrita de dezesseis professores em uma tarefa de Matemática e a análise da Trajetória Hipotética de Aprendizagem - THA que os professores elaboraram, em duplas. A leitura desse trabalhou serviu como impulso para escrevermos a justificativa de nossas tarefas serem exploratório-investigativas, que da maneira que foram elaboradas poderiam ultrapassar a fase exploratória, desde que os alunos se envolvessem em atividade investigativa. Essa justificativa poderia ser denominada como uma "Trajetória Hipotética de Investigação - THI"[12], porque descrevemos hipóteses que nós elencamos para demonstrar que os alunos poderiam vivenciar os quatro[13] momentos da Investigação Matemática em sala de aula descritas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019): exploração e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulações; justificação e avaliação.
Edivagner Souza dos Santos (2016)	Um *Long Play* sobre formação de professores que ensinam matemática	Investigou aspectos da formação em serviço de professores que ensinam matemática, analisando um Grupo de Trabalho (GT) no qual analisaram produções escritas. Seu estudo contribuiu para a realização do nosso, principalmente durante a análise, para verificar se o raciocínio do aluno está correto, mesmo não procedendo da maneira prevista. Isso porque em seu trabalho foi gerado um ambiente no qual os integrantes espontaneamente "leram" seus alunos tomando como referência o que eles fizeram/produziram.

<http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>

[10] Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

[11] Atividade realizada pela primeira pesquisadora, por isso foi escrita na primeira pessoa do singular.

[12] Termo criado pelas pesquisadoras.

[13] Esse assunto será exemplificado e aprofundado no Capítulo 2: Fundamentação Teórica, na seção destinada para a Investigação Matemática em sala de aula.

Jhenifer dos Santos Silva (2016)	Aspectos da prática profissional de duas professoras que analisam produções escritas em matemática	A leitura dessa dissertação permitiu o "encontrar-se" de nossa prática pedagógica. O relato dos professores reforçaram quão particular e única é a prática profissional do professor, evidenciando que ser professor vai além de dar aulas, engloba inúmeros fatores e esses fatores influenciam diretamente as ações em sala de aula e fora dela. O comprometimento das duas professoras por uma educação de qualidade serviu de inspiração para o nosso trabalho. A análise da produção escrita, as intervenções nas três fases contribuíram para a análise da produção escrita dos nossos alunos. Assim como Jhenifer, houve momentos que não sabíamos o que escrever, como intervir, mas o relato dela contribuiu para percebermos que essas dificuldades não foi apenas nós que passamos, mas todos que se propõe a realizar a análise da produção escrita passam.
Pedro Anísio Ferreira Novais (2017)	Um estudo sobre professores de matemática que analisam produções escritas em grupos de trabalho	Teceu considerações sobre as produções e participação de professores de matemática nos grupos de trabalho. Em seu estudo tomou como referência dissertações desenvolvidas em um projeto maior e as textualizações de participantes destes grupos de trabalho. Dentre as dissertações analisadas estão a de Britto (2015) e Santos (2016). Uma das considerações que aponta em sua dissertação é que "um grupo de trabalho pode oferecer possibilidades a professores de diferentes espaços (universidade e escola) estarem juntos na formação inicial, na formação continuada e na pós-graduação" (NOVAIS, 2017, p. 8) essa aproximação é fundamental para uma educação de qualidade, por isso objetivamos que nosso estudo contribua como subsídio teórico metodológico para o ensino de matemática nos Anos Iniciais.
Elaine Cristina Braga Ovando (2017)	Sobre um processo de elaboração de propostas de trabalho de matemática para o Ensino Fundamental	Ovando (2017) assim como Britto (2015), Santos (2016) e Novais (2017) realizaram um estudo relacionado a um Grupo de Trabalho de professores que ensinam matemática, os dados foram produzidos ao longo de sete encontros do Grupo, por meio de gravações de áudios e vídeos. Menciona que as principais considerações do seu estudo são de que os professores no Grupo de Trabalho vivenciaram diferentes situações, construindo diálogos e discussões no processo de elaborar propostas de trabalho. Essa leitura nos estimulou e encorajou a usar a análise da produção escrita como um caminho para investigar os processos de ensino e de aprendizagem em tarefas exploratório-investigativas, sob a perspectiva de avaliação como prática de investigação.

Fonte: A autora, 2021.

Esse estudo bibliográfico foi de suma importância, proporcionando-nos um alicerce para o desenvolvimento de nossa pesquisa, tanto na elaboração das tarefas, quanto na coleta e na análise dos dados. Durante a leitura da dissertação de Schmitt (2015), encontramos uma tarefa investigativa, na qual o perímetro de figuras geométricas planas era fixo e as áreas eram alteradas, que foi ao encontro de nossa ideia inicial, por isso a adaptamos originando a Tarefa 1 (Apêndice A) com as seguintes orientações e questões.

Um pedreiro quer construir uma casa e tem material suficiente para construir as paredes do contorno da casa. Descubra qual deverá ser o formato da casa para que ela tenha a maior área possível.

Material necessário: Barbante e papel quadriculado.

Procedimento: Cole no papel quadriculado cada pedaço de barbante de 32 cm, fazendo o contorno das seguintes figuras, respectivamente:

- 1 quadrado;
- 2 retângulos com formatos diferentes;
- 1círculo;
- 1 triângulo;
- 1 figura diferente das anteriores.

Calcule o perímetro e a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	**PERÍMETRO**	**ÁREA**
Quadrado		
Retângulo 1		
Retângulo 2		
Círculo		
Triângulo		
Figura qualquer		

Responda:

1. Que figura tem a maior?
2. Que figura tem a menor área?
3. Qual retângulo tem a maior área?
4. Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área?
5. Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?

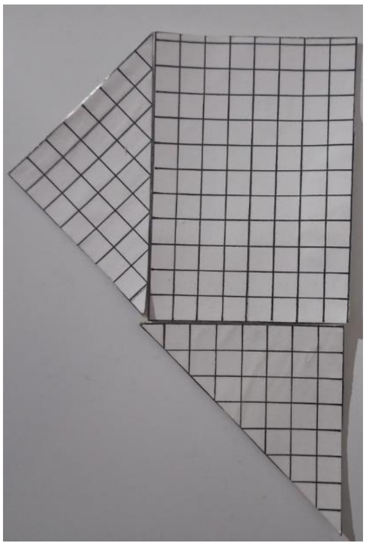
Depois de impressa a tarefa, revisamos e concluímos que poderíamos incluir mais uma questão, com o seguinte enunciado “6) O que você aprendeu sobre a área hoje? Imagine que você está explicando para um aluno do terceiro ano”, a área seria passada no quadro para os alunos copiarem e responderem no verso da tarefa impressa.

A Tarefa 1 foi aplicada presencialmente. Na sequência, realizamos a análise da produção escrita deles, como ferramenta para a avaliação da aprendizagem, essa produção gerou intervenções em sala de aula. Baseadas nessa análise e com o intuito de elaborar uma tarefa inversa, que fixasse a área das figuras geométricas planas e variasse o perímetro, passamos a pensar em uma maneira para desenvolver a Tarefa 2.

Durante esse processo de elaboração, encontramos o livro de Smoothey (1993), denominado “Atividades e jogos com áreas e volumes”, na biblioteca da escola em que a primeira pesquisadora trabalha. Nele identificamos uma tarefa em que a área de figuras geométricas planas era fixa e os perímetros variavam, desta maneira adaptamos a tarefa originando a Tarefa 2 (Apêndice B) composta por quatro questões, descritas abaixo.

Material necessário: Três peças em forma de figuras geométricas.

Figura 1: Retângulo e triângulos retângulos para a tarefa 2



Fonte: Acervo da autora.

Procedimento: Unir as três peças pelos lados com medidas iguais, a fim de formar uma nova figura.

1. Quantas formas diferentes você pode fazer unindo as três formas pelos lados iguais? Trace o contorno das novas formas na folha sulfite.

2. O que você pode dizer sobre a área de cada forma que montou?

3. Complete a tabela:

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA

4. O que você observou sobre o perímetro e a área dessas formas?

Essa tarefa foi trabalhada presencialmente, seguida da análise das produções escritas para avaliação da aprendizagem, recolher informações e redirecionar algumas ações. Infelizmente não foi possível a realização de intervenções em sala de aula, porque surgiu a pandemia do novo Coronavírus – COVID 19, fato que nos obrigou a enviar as tarefas apenas de forma remota.

As aulas da Rede Municipal de Educação de Cascavel foram suspensas no dia 20 de março de 2020. No período de 20 de março até 01 de junho de 2020, a Secretaria Municipal de Educação criou uma plataforma *online* com tarefas pedagógicas destinadas para os alunos da rede, mas estas não contabilizavam horas aula nem seriam atribuídas notas para elas, foram pensadas apenas para a construção do conhecimento dos alunos nesse período difícil que estava sendo enfrentado.

No dia 26 de maio de 2020, os professores retornaram ao trabalho. Um decreto municipal estabeleceu que seriam entregues tarefas remotamente aos alunos a partir do dia 01 de junho de 2020. Foi determinado que, às segundas-feiras, os pais ou responsáveis dos alunos da pré-escola e 1º ano iriam até a escola retirar as tarefas a serem realizadas na semana seguinte e, concomitantemente, entregariam as realizadas pelas crianças na semana anterior. O mesmo processo foi realizado pelos pais ou responsáveis dos alunos do 2º e 3º ano às terças-feiras e pelos pais ou responsáveis dos alunos do 4º e 5º ano às quartas-feiras.

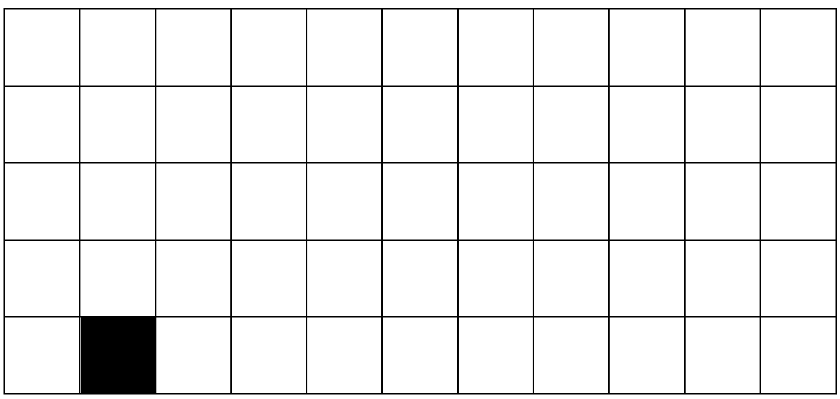
Ao final do mês de junho os casos confirmados da doença estavam crescendo exponencialmente, por isso foi estabelecido um novo decreto para que as tarefas fossem enviadas e devolvidas quinzenalmente.

Neste mesmo cenário, estávamos tendo aulas remotas do mestrado, da disciplina Seminários de dissertações e teses em Educação Matemática, cuja docente responsável em ministrar as aulas era a segunda autora desta dissertação e a primeira autora era aluna. Sempre ao final da aula discutíamos o andamento da pesquisa. Durante uma dessas conversas, decidimos enviar quatro tarefas remotamente para complementar as que haviam sido elaboradas e aplicadas presencialmente.

Em função do contexto social, enviamos aos pais uma carta (Apêndice C) de orientação, para situá-los com relação ao porquê de estarmos enviando essas tarefas extras. A coordenadora pedagógica da escola, ao analisar as tarefas, solicitou que elaborássemos um material de apoio (Apêndice D) para revisão de área e perímetro, haja vista que, como estavam em casa e nem todos os pais conseguiriam auxiliá-los, seria pertinente um material para ajudá-los.

Elaboramos a Tarefa 3 (Apêndice E) com o intuito de dar continuidade à exploração das ideias de área e perímetro, colhendo informações dos processos pelos quais os alunos estavam passando, mesmo que de forma remota. Essa tarefa foi composta por sete questões.

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões. Considere o lado do quadradinho preto igual a 1 (uma) unidade de comprimento. Neste caso, a medida da área deste quadradinho é igual a 1 (uma) unidade de área.



RESPONDA:

1. Multiplique por 2 (dois) a medida de cada lado do quadradinho preto e desenhe na grade acima o novo quadrado com lados que tenham essa nova medida que obteve, duplicando os lados do quadradinho preto. Qual o valor do perímetro desse novo quadrado? Comparando com o perímetro do quadradinho preto, o perímetro do novo quadrado duplicou?

2. Qual a medida da área do quadrado que você desenhou? Compare com a área do quadradinho preto, ao duplicar a medida de cada lado do quadrado, duplica-se a área?

3. Agora, multiplique por 3 (três) as medidas dos lados do quadradinho preto e desenhe na grade o novo quadrado com lados que tenham essa nova medida, que você obteve triplicando os lados do quadradinho preto. Qual o valor do perímetro desse novo quadrado? Comparando com o perímetro do quadradinho preto, o perímetro desse quadrado triplicou? Qual a medida da área desse quadrado que você desenhou? Compare com a área do quadradinho preto, ao triplicar a medida de cada lado do quadrado, triplica-se a área?

4. Multiplique por 4 (quatro) as medidas dos lados do quadradinho preto e desenhe na grade um novo quadrado com lados que tenham essa nova medida, que você obteve quadruplicando os lados do quadradinho preto. Qual o valor do perímetro desse novo quadrado? Comparando com o perímetro do quadradinho preto, o perímetro desse quadrado quadruplicou?

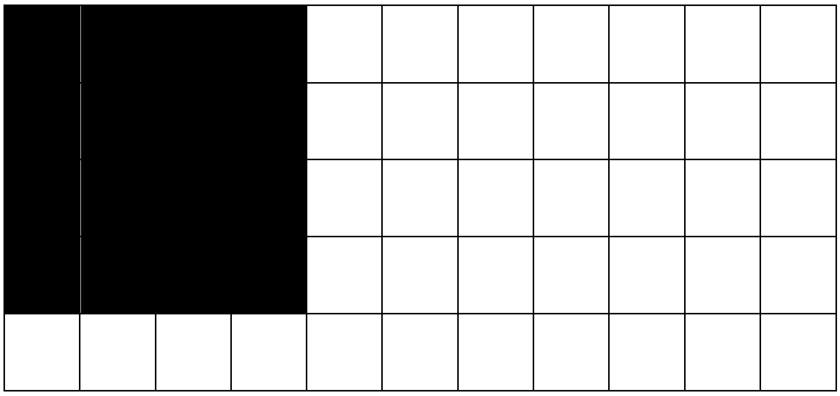
5. Qual a medida da área desse quadrado que você desenhou? Compare com a área do quadradinho preto, ao quadruplicar a medida de cada lado do quadrado, quadruplica-se a área?

6. O que você conclui após resolver estas questões?

7. Nesta tarefa, que também foi inspirada em uma das tarefas da dissertação de Schmitt (2015), os alunos deveriam multiplicar as medidas dos lados dos quadrados pelo mesmo valor, a fim de gerar uma investigação, com o encadeamento dos questionamentos, como que o perímetro e a área variam: haveria alguma relação? De maneiras iguais ou proporcionais?

Concluída a análise da produção escrita para a avaliação da aprendizagem, a partir das informações colhidas e agrupadas, quando isso foi possível, passamos à elaboração da Tarefa 4 (Apêndice F). Esta tarefa foi adaptada de uma encontrada na dissertação de Schmitt (2015). O objetivo foi oferecer aos alunos uma situação, na qual seria possível utilizar a operação inversa que eles utilizaram na resolução da tarefa anterior analisada, ou seja, dividir os lados dos quadrados pelo mesmo valor, de modo a se envolverem em atividade investigativa para constatarem que o perímetro e a área não variavam igualmente, ou na mesma proporção. Seguem as orientações e questões presentes na tarefa.

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões.



RESPONDA:

1. Considere o lado de cada quadradinho da malha igual a 1 (uma) unidade de comprimento. Neste caso, qual o valor do perímetro e da área do quadrado preto grande?

2. Divida por 2 (dois) a medida de cada lado deste quadrado grande e desenhe na grade acima um novo quadrado com estas medidas. Qual o valor do perímetro e a área deste quadrado que você desenhou?

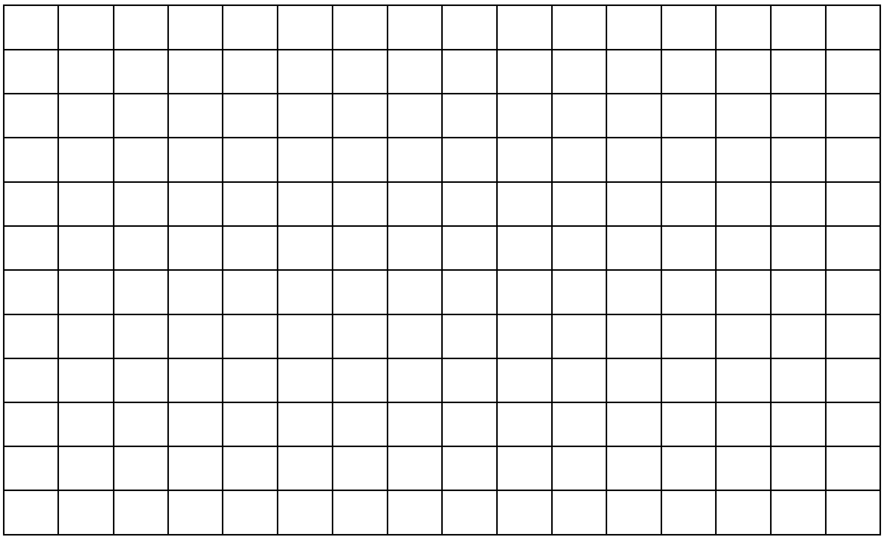
3. Ao dividir a medida dos lados por 2 (dois), o que acontece com o perímetro e com a área?

4. Divida todos os lados do quadrado menor, que você desenhou na grade, por 2 (dois) e construa um quadrado novo. O que aconteceu com o perímetro e com a área deste novo quadrado?

5. O que se pode concluir destas atividades?

Realizada a análise da produção escrita da Tarefa 4, como ferramenta para a avaliação da aprendizagem, criamos a Tarefa 5 (Apêndice G), sem adaptar de outros materiais. Composta pelas orientações e questões a seguir.

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões. Considere cada tracinho da malha dos quadradinhos com medida igual a 1 (uma) unidade de comprimento.



RESPONDA:

1. Construa um retângulo com medida de área igual a 16 unidades de área. Calcule o perímetro desta figura construída. É possível construir outro retângulo com a mesma medida de área?

2. A medida do perímetro do novo retângulo construído permanece a mesma? Qual a medida?

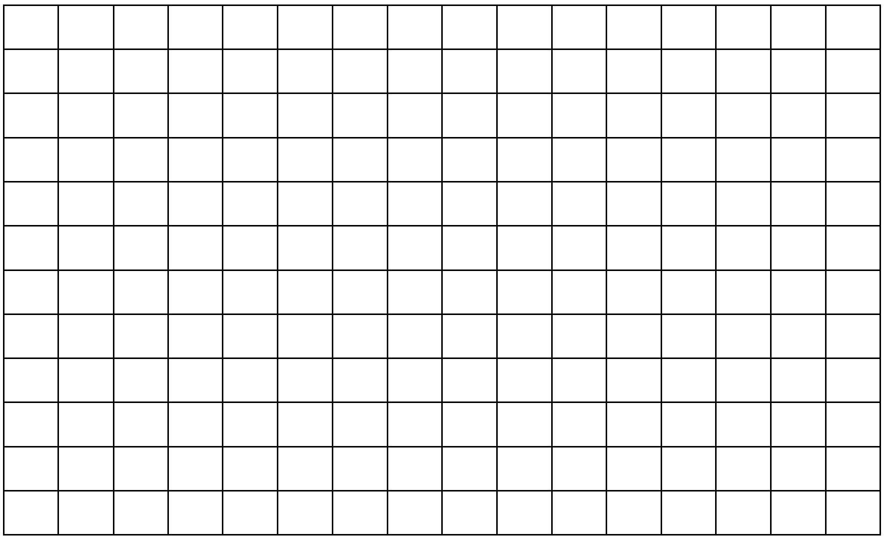
3. Quantos retângulos você consegue construir com a área igual a 12 unidades de área? Calcule o perímetro de cada um.

4. O que você percebe em relação ao perímetro e à forma das figuras?

Nosso objetivo com esta tarefa é de que os alunos deveriam desenhar retângulos com a mesma área, mas com formatos diferentes, para na sequência entrarem em atividade investigativa, a fim de identificarem que nesse contexto o perímetro era alterado.

Concluída a análise da produção escrita da Tarefa 5, como ferramenta para a avaliação da aprendizagem, criamos a Tarefa 6 (Apêndice H) também sem realizar adaptações, de modo a complementar as anteriores, a fim de contribuir para que os alunos não estabelecessem uma falsa relação entre área e perímetro, composta por quatro questões descritas na sequência.

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões. Considere cada tracinho da malha dos quadradinhos com medida igual a 1 (uma) unidade de comprimento.



RESPONDA:

1. Na malha acima, construa o máximo de retângulos e quadrados com medida de perímetro igual a 16 unidades de comprimento.
2. Calcule a área de cada uma destas figuras construídas.
3. O que você percebe sobre a área e o formato das figuras?
4. O que você conclui após resolver estas questões?

Nessa atividade, deveriam desenhar retângulos com o mesmo perímetro, no entanto com formatos diferentes, para se envolverem em atividade investigativa, de modo a constatarem que a área era alterada.

Elaboramos seis tarefas, porque com essa quantidade conseguimos abordar as perspectivas descritas por Baltar (1996): Topológica, Dimensional e Variacional, com o intuito de preparar os alunos para a perspectiva computacional.

Nosso estudo tem cunho interpretativo, pois foi realizada a análise da produção escrita dos alunos. Para compreender as informações obtidas foi utilizada a análise de conteúdo que tem como objetivo, segundo Freitas e Janissek (2000), a inferência de conhecimentos, relativos às condições de produção, com a ajuda de indicadores que irão permitir tirar conclusões, obter novas informações ou completar conhecimentos por meio do exame detalhado dos dados.

A análise de conteúdo se caracteriza como "uma técnica de investigação que através de uma descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto das comunicações tem por finalidade a interpretação destas comunicações” (BARDIN, 2016, p. 42).

Logo, nesta pesquisa, houve um olhar rigoroso para as mensagens, por meio de palavras ou símbolos, porque visamos identificar o que pode estar por detrás delas, de modo implícito, desejando explicitar de maneira sistematizada o conteúdo que pode ficar subtendido na diversidade das mensagens analisadas. Segundo Bardin (2016), é um exercício de identificação do escondido, do implícito, do não-aparente, com o potencial de inédito (do não-dito), retido por qualquer mensagem.

Para a autora supracitada, a análise de conteúdo organiza-se de acordo com três etapas, sendo elas: 1) a pré-análise; 2) a exploração do material; 3) o tratamento dos resultados e a interpretação. A seguir descrevemos essas etapas.

A *pré-análise* é o momento em que surgem as intuições, as (in)certezas relacionadas aos resultados e às primeiras ideias, tem por objetivo a organização e a sistematização do material a ser analisado. No contexto desta pesquisa, esta etapa diz respeito à leitura que fizemos do material para tomar nota dos registros escritos e à descrição daquilo que foi encontrado.

A etapa de *exploração do material* consiste em realizar o destacamento das unidades de registros e proceder a codificação, a classificação e a categorização. No contexto desta pesquisa, submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP) da Unioeste, aprovada conforme Parecer de nº 26402719.7.0000.0107 (Anexo I), codificamos as unidades de registros dos alunos que forneceram devidamente assinados os seguintes termos de acordo com a lista, em ordem alfabética: Termo de Assentimento (Apêndice I) e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice J).

Deste modo, utilizamos pseudônimos para preservar a identidade dos participantes da pesquisa. Organizamos as tarefas entregues em ordem alfabética e escolhemos um pseudônimo para cada um, com a letra inicial do seu nome. A classificação ocorreu a partir da entrega das tarefas, fizemos a organização de acordo com temas comuns expressos nas produções escritas dos alunos, e, por fim, as categorias surgiram do próprio movimento de classificação dos elementos presentes nas produções escritas.

A etapa de *tratamento dos resultados e interpretação* refere-se ao refinamento dos dados brutos para que se tornem significativos diante do objetivo da pesquisa.

Neste momento, pudemos utilizar a estatística e outros indicadores para pôr em destaque as informações fornecidas pela análise que expressam o conteúdo dos registros. A interpretação buscou ir além do conteúdo manifesto nos registros e atingir os significados mais ocultos do discurso enunciado; é nesta etapa que emergiram as inferências do estudo e com elas estabelecemos algumas compreensões que originaram os agrupamentos.

Durante a etapa da *pré-análise*, realizamos, primeiramente, uma leitura horizontal, que é a leitura da primeira questão de todos os alunos, depois da segunda questão de todos, assim, sucessivamente, até a última questão. *A posteriori*, fizemos a leitura vertical, leitura de todas as questões do primeiro aluno, depois do segundo, assim, sucessivamente, até a leitura da atividade do último aluno da lista, a qual foi elaborada durante a etapa da *exploração do material*.

Realizar a leitura horizontal é importante para obter um levantamento geral dos dados, além de identificar respostas muito semelhantes ou até mesmo iguais, sendo possível realizar agrupamentos, conforme previsto por Bardin (2016) na etapa da *exploração do material*. Nesta pesquisa, os agrupamentos foram baseados nas compreensões que estabelecemos referentes as maneiras de lidar desse grupo de alunos ao resolveram as tarefas de exploração-investigação.

Por outro lado, a leitura vertical proporciona um panorama da aprendizagem individual deles, permitindo a interpretação e inferências a partir de sua produção escrita, perpassando a etapa de *tratamento dos resultados e interpretação,* identificando e categorizando suas maneiras de lidar, baseadas em nossas compreensões, buscando identificar o escondido, o implícito, o não-aparente, alguma mensagem subtendida em sua escrita, a fim de realizar uma avaliação como prática de investigação.

Para a realização da pesquisa, fizemos um levantamento bibliográfico que nos ajudou a adaptar e construir as tarefas, pautadas nas perspectivas de Baltar (1996), e a realizar a análise da produção escrita dos alunos, focando no que registraram e não no que deixaram de registrar. Alguns desses trabalhos contribuíram também para filtrar os dados que analisaríamos. Foram consideradas para análise de dados as produções escritas e as interações em sala de aula. Realizamos a análise de todas as tarefas, mas decidimos descrever detalhadamente nesta dissertação a análise da primeira e da última, para estabelecermos compreensões entre as tarefas presenciais e as remotas. Na sequência, discorremos sobre a fundamentação teórica que sustentou esta pesquisa.

CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo é destinado à explanação teórica da Investigação Matemática e da Análise da produção escrita, a fim de relacioná-las. Além disso, julgamos ser necessário destinar uma seção para diferenciar Tarefa e Atividade e outra para aprofundar o estudo teórico de Área e Perímetro. A seguir, tecemos algumas considerações em relação ao estudo teórico, que serviu como suporte à realização desta pesquisa, de cunho qualitativo.

2.1 Investigação Matemática

Pode ser que o leitor esteja se indagando do porquê que ora evocamos *o termo Investigação Matemática em sala de aula, ora nos referimos à exploração-investigação matemática. São sinônimos? É apenas um jogo de palavras?* Na sequência, trazemos à tona esta discussão, com base nos estudos de Ponte (2003), Fiorentini (2006), Lamonato e Passos (2011) e Lamonato (2011).

Segundo Ponte (2003), existem dois tipos de tarefas de Investigação Matemática: exploratórias e investigativas. As exploratórias, geralmente, têm uma sequência de questões conectadas, elas servem como encaminhamentos para a investigação que, de certo modo, induzem os alunos a perceberem regularidades.

Por outro lado, segundo o autor supramencionado, as tarefas de caráter investigativo normalmente não apresentam em seu enunciado uma questão a responder, mas sim uma situação aberta que permite a quem se propõe realizá-la fazer explorações, propor questões, buscar respostas, levantar e testar conjecturas, justificar, registrar, argumentar e socializar os resultados.

Fiorentini (2006) descreve as tarefas investigativas como “aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação” (FIORENTINI, 2006, p. 29).

Portanto, em uma atividade investigativa:

> (...) a exploração inicial leva à proposição de questões que não estão dadas a priori. Então, tendo em vista as questões propostas por quem investiga, desencadeia-se nova etapa para a elaboração de conjecturas e seus refinamentos pela busca das validações, levando à justificação dos

> resultados obtidos e à consequente socialização e debate (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 63-64).

Lamonato (2011) trabalha com a Investigação Matemática e a formação de professores da Educação Infantil, ela faz uso da expressão “exploração-investigação matemática”, em decorrência de Fiorentini (2006, p. 29) ao referir-se às aulas exploratório-investigativas, aquelas:

> (...) que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. Essas aulas, servem, geralmente, para introduzir um novo tema de estudo ou para problematizar e produzir significados a um conceito matemático. Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de exploração e problematizações. Porém, se ocorrer durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática.

Corroboramos aos autores supramencionados, também fazemos uso da expressão “exploração-investigação matemática”, bem como tarefas “exploratório-investigativas” pelo fato de o professor não ter controle sobre o desencadeamento das aulas; ao elaborar as tarefas, almejamos que seja vivenciada em sala de aula uma situação de investigação matemática, mas pode ser que fique restrita apenas à fase de exploração e problematização.

A Investigação Matemática pode ser subdividida nas categorias, exploratórias e investigativas, no entanto, considerando que mesmo que ao planejar as tarefas o professor tenha o intuito de proporcionar um ambiente investigativo para seus alunos, pode ser que a tarefa não ultrapasse a fase exploratória, não evoluindo para uma investigação. Para se referir a esses momentos, Fiorentini (2006) elaborou e definiu a expressão “exploratório-investigativa”, a qual adotamos em nosso trabalho.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), o trabalho realizado pelo aluno durante a Investigação Matemática em sala de aula perpassa por quatro momentos, a saber: exploração e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulações; justificação e avaliação.

De acordo com os autores supramencionados, na exploração e formulação de questões, o aluno é convidado a reconhecer e explorar uma situação problemática, formulando questões para investigar. Conjecturar é o momento em que é realizada a organização dos dados, são formuladas conjecturas e são feitas afirmações sobre elas, podendo ser verdadeiras ou falsas; para determinar isso, os envolvidos precisam realizar os teste e reformulações, a fim de determinar quais são verídicas e quais são falsas, refinando-as. Por fim, na justificação e na avaliação, o sujeito deve justificar uma conjectura, avaliar o raciocínio e provar matematicamente a sua validade, convencendo a si e aos outros envolvidos no ambiente, investigativo que sua conjectura é verdadeira. Vale mencionar que esses momentos não precisam, necessariamente, ser lineares.

Desta maneira, mesmo que a tarefa não proporcione "uma situação de investigação propriamente dita, o que se busca não é "a resposta certa", antecipadamente esperada pelo professor, mas que os envolvidos explorem possibilidades" (LAMONATO, 2011, p. 53), diferentes maneiras de lidar para resolver as tarefas e, caso avancem para uma situação de investigação, os envolvidos devem perpassar, não necessariamente de forma linear, os quatro momentos da realização da Investigação Matemática em sala de aula, de modo a convencer a si e aos outros participantes de suas descobertas, da maneira que julgarem ser mais conveniente.

Oportunizando a vivência de momentos investigativos aos alunos, estes são chamados a "agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentos com os seus colegas e o professor" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2019, p. 23).

Além disso, as aulas investigativas proporcionam

> (...) um novo olhar de professores e alunos, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Seu processo gera mudança de postura, modificando as aulas de matemática, contribui para prática dos professores a partir de sua reflexão e análise, amplia a visão do aluno sobre a Matemática o envolvendo e estimulando a construir o conhecimento (CORRADI, 2013, p. 29).

Além da classificação das tarefas de Investigação Matemática em: exploratórias, investigativas e exploratório-investigativas, faz-se necessária a distinção entre Investigação Matemática e a Resolução de Problemas.

Em uma aula investigativa, o interesse parte de uma situação motivadora, a partir da qual os alunos devem justificar suas afirmações, levantando e verificando hipóteses e conjecturas, em um trabalho não necessariamente linear, até, por fim, socializar os resultados com o grupo da sala de aula. Na Resolução de Problemas, quem elabora os problemas ou as questões é o professor, todavia, há a possibilidade de que os alunos não sejam apenas os “resolvedores” dos problemas elaborados por outros, mas que também elaborem os seus próprios, que servem como ferramenta para resolver o problema inicial. Ambas as atividades podem promover o debate e a socialização dos resultados.

O entendimento dado à Investigação Matemática pode distanciá-la ou aproximá-la da Resolução de Problemas, dependendo da proposta apresentada, dos objetivos e das ações do professor, das oportunidades aproveitadas na sala de aula e da atividade do aluno. No caso do uso da Investigação Matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais, quando adaptada em função das especificidades das crianças, ela classifica-se na categoria exploratório-investigativa e fica muito próxima da Resolução de Problemas.

Consideramos que a Investigação Matemática, pelo fato de estar relacionada com o “fazer matemática” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2019), favorece o aprender a pensar, e por ser esse o nosso objetivo para com os alunos, isso nos faz afirmar que as tarefas que propomos são exploratório-investigativas e não Resolução de Problemas. E, vale ressaltar que, aprender matemática não é simplesmente

> (...) compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detetivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002, p. 5).

A exploração-investigação, em estreito vínculo com a inquirição, promove a construção do conhecimento matemático como um processo que se dá pela superação de incertezas e questionamentos e “possibilita ao aluno pensar a partir de uma dinâmica que prevê observações, descobertas, erros, acertos e, fundamentalmente, decisões” (LAMONATO, 2007, p. 53). Neste sentido, desenvolver a postura investigativa, em face da Investigação Matemática, na Educação Infantil e Anos Iniciais é importante “para que o futuro cidadão, a criança de hoje, não se torne expert do conhecimento pronto, mas produtor de conhecimentos” (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 63).

Acreditamos que o professor que abordar tarefas sob a perspectiva da Investigação Matemática em sala de aula, na Educação Infantil e Anos Iniciais, e constatar que os alunos ainda não tiveram a oportunidade de vivenciar experiências investigativas em sala de aula, preferencialmente, deve elaborar uma sequência de questões conectadas para auxiliá-los a perceber regularidades, para então, gradativamente, prepará-los para uma tarefa de investigação, aquela que não apresenta em seu enunciado uma questão a responder, mas apresenta uma situação aberta. Logo, sugerimos introduzir essas tarefas por meio da exploração-investigação.

Consideramos que para o indivíduo ser capaz de realizar uma tarefa investigativa, primeiramente ele precisa estar habituado com as tarefas exploratórias, ponderamos que as tarefas exploratórias são uma espécie de pré-requisito para a realização das tarefas investigativas, por isso sugerimos começar com tarefas exploratório-investigativas em turmas que ainda não tiveram contato com a Investigação Matemática em sala de aula.

Wichnoski e Klüber (2017, p. 169) evidenciam que a Investigação Matemática é “uma atividade que está no cerne da produção do conhecimento em matemática” e a caracterizam “como um processo de levantamento de hipóteses, testes, argumentação e validação de um conhecimento novo” (p. 169), possuindo correlação com o fazer matemática.

Nessa situação, em uma Investigação Matemática, deve ser enfatizado o pensamento matemático expresso pelos alunos. Segundo Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p. 4), nesta condição de conceber o ensino, “o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de dada situação”. Portanto, solicita a mobilização dos aspectos cognitivos e aflora a imaginação dos sujeitos que estejam, intencionalmente, a ela voltados.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), o emprego de tarefas de Investigação Matemática no desenvolvimento de conceitos matemáticos requer o envolvimento do aluno como condição fundamental de aprendizagem. Segundo os autores, “o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2019, p. 23).

Wichnoski e Klüber (2017, p. 169) também defendem o uso das investigações matemáticas para o ensino de matemática por se tratar “de uma proposta didática que objetiva “construir” matemática enquanto processo e não enquanto aplicação em exercícios e/ou problemas”. Rememoram ainda que as tarefas abrem “um leque de exploração que vai além de uma única forma de proceder. Há tarefas que permitem explorar conceitos, outras que permitem encontrar resultados e propriedades matemáticas e outras que abrem a possibilidade de o conceito emergir dela própria” (WICHNOSKI; KLÜBER, 2017, p. 164).

Autores como Bertini e Passos (2008) atribuem a Investigação Matemática um papel importante e destacam que:

> (...) o uso desse tipo de atividade envolve a participação efetiva do professor na elaboração de atividades que despertem o interesse dos estudantes levando-os ao envolvimento e que ao mesmo tempo envolvam conceitos com os quais deseja trabalhar, exige que o professor esteja preparado para compreender e respeitar as estratégias apresentadas pelos estudantes bem como a auxiliá-los na busca de estratégias e reflexão sobre os resultados encontrados. Nota-se que a elaboração e aplicação de atividades desse tipo não são tão simples e por esse motivo são raramente utilizadas pelos professores (BERTINI; PASSOS, 2008, p. 3).

O fato de serem pouco utilizadas pelos professores, segundo Foss, Wichnoski e Bassoi (2019), pode ser atribuído à insegurança que ocorre quando “o trabalho com a Investigação é desenvolvido pelas primeiras vezes, uma vez que há mudança na função desempenhada em sala de aula, deixando de ser o detentor do conhecimento para auxiliar e motivar os alunos em suas investigações” (FOSS; WICHNOSKI; BASSOI, 2019, p. 7).

Além do exposto, de acordo com os autores supracitados, o “grau de abertura das tarefas investigativas, em relação às exploratórias, permite aos alunos percorrer diferentes caminhos e consequentemente chegar em resultados diferentes dos previstos pelo próprio professor” (FOSS; WICHNOSKI; BASSOI, 2019, p. 7).

Como já mencionado, antes de partir para uma situação investigativa com uma questão aberta, recomendamos apresentar esse ambiente investigativo de forma gradativa para os alunos, sendo que começar com tarefas exploratórias-investigativas é nossa sugestão. Além de serem benéficas para os alunos, também são para os professores, uma vez que vão se habituando a essa mudança na função desempenhada em sala de aula, que os estimulam, tanto alunos, quanto professores, a saírem da sua zona de conforto.

Embasadas teoricamente, cientes das possíveis categorias da Investigação Matemática em sala de aula, bem como da origem da expressão exploração-investigação matemática e porque a utilizamos, além disso, justificado o porquê de nossas tarefas proporcionarem a exploração-investigação e não, apenas, a resolução de problemas, passemos para a distinção entre os termos tarefa e atividade.

2.2 Tarefa e Atividade

Os termos tarefa e atividade às vezes são confundidos. Nesta seção, temos como objetivo fazer a distinção entre os significados, haja vista que, para ocorrer a investigação, o aluno deve estar em atividade, nesse contexto, para isso acontecer, foram elaboradas e aplicadas tarefas exploratório-investigativas.

Destacamos que, em sintonia com Lamonato (2007), não nos apegamos 'ao termo tarefa como entendido no Brasil quando se refere às propostas do professor para o aluno desenvolver extraclasse, como sinônimo de "lição de casa"' (p. 71).

Segundo Cunha (2000, p. 5), a palavra tarefa vem do inglês *task*, que significa "a proposta de trabalho que o professor apresenta aos seus alunos, que, pelo seu lado, se envolvem em atividade matemática para poder resolver". Assim sendo, consideramos a proposta realizada pelo professor como tarefa, esta que pode ser apresentada de forma oral ou escrita, já por atividade, entendemos a ação dos alunos ao se envolverem na tarefa para resolvê-la. Em suma, "podemos afirmar que a tarefa é a proposta de trabalho e a atividade é a ação de quem se propõe a desenvolvê-la" (LAMONATO, 2007, p. 74).

De acordo com Ponte (2005), a tarefa estabelece o que deve ser feito em determinado tempo, podendo aparecer de diversas formas: formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser exclusivamente da iniciativa do aluno, podendo também ser enunciada no início do trabalho ou ainda ser constituída de modo implícito à medida que o trabalho vai se desenvolvendo. Por outro lado, a atividade pode ser física ou mental, e refere-se ao aluno por englobar tudo o que ele faz, ou seja, a maneira como se envolve nas situações em sala de aula, por exemplo: representar, relacionar e operar, resolver problemas, comunicar, explorar e investigar.

Segundo Christiansen e Walther (1986), a tarefa é usada como um objeto para a atividade do aluno, e a atividade do aluno é um objeto para as funções do professor. A tarefa e a atividade são um ponto de encontro entre professor e aluno, uma forma do professor entrar em contato com seus alunos visando à aprendizagem; no entanto, para ocorrer, os alunos devem se envolver em atividade. Para isso se concretizar, é essencial que o professor faça uma análise das tarefas que pretende aplicar, para averiguar se elas são pertinentes para envolver os alunos em atividade.

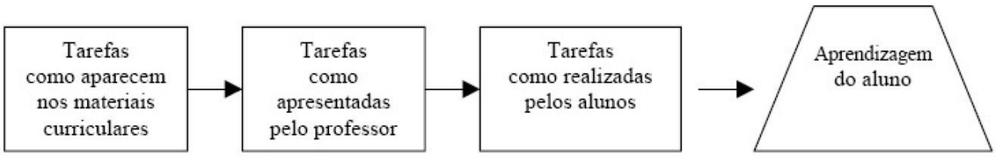
Diante do exposto, cabe ressaltar que apenas a preparação e a aplicação das tarefas pelo professor não garantem o envolvimento dos alunos em atividade matemática. Para o aluno envolver-se em atividade, há a influência de diversos fatores, por exemplo: o bem-estar físico, mental e emocional dos envolvidos, para estarem intencionalmente voltados para a tarefa. Logo, a aprendizagem não é garantida nem determinada pela tarefa.

Além disso, para Ernest (1996, p. 29), “a relação entre os objetivos do professor e os do aluno é complexa, e não é possível transferi-los simplesmente, de um para o outro, por imposição”, essa afirmação só confirma o quão complexo é o processo de ensino e de aprendizagem, visto que professores e alunos encontram-se em fases distintas de suas vidas, por isso nem sempre seus objetivos coincidem, principalmente os relacionados à aprendizagem. Portanto, ao elaborar as tarefas, o professor deve ter o compromisso de tornar os objetivos dos envolvidos o mais próximo possível, para assim cativar os alunos e envolvê-los em atividade, para alcançar seu objetivo: a aprendizagem.

Stein e Smith (1998) evidenciam que as tarefas matemáticas utilizadas na sala de aula são a base para a aprendizagem dos alunos e citam três fases, por meio das quais elas passam: como surgem no currículo ou nos materiais de ensino, como são apresentadas pelo professor e como são implementadas pelos alunos.

Para ilustrar, as autoras supracitadas fazem uso da Figura 2, ressaltando as fases das tarefas, evidenciando que estas podem modificar-se quando os alunos trabalham sobre elas, incidindo em:

Figura 2: Quadro das tarefas matemáticas



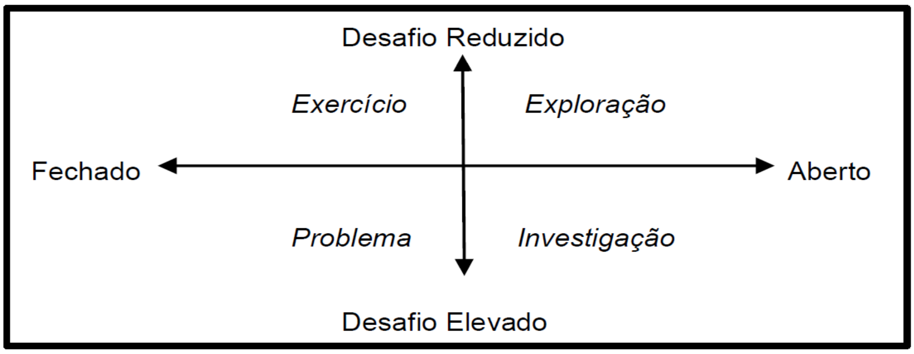
Fonte: Stein e Smith (1998).

Com relação à aprendizagem do aluno, ela é consolidada a partir das atividades realizadas, estas, por sua vez, dependem das tarefas apresentadas pelo professor.

Segundo Ponte (2005), existem duas dimensões importantes nas tarefas: o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. A primeira relaciona-se com a dificuldade de uma tarefa, varia entre os polos de desafio “reduzido” e “elevado”. Na segunda dimensão, é considerada uma tarefa “fechada” quando é dito claramente o que é dado e o que é pedido, e “aberta” quando permite um grau de indeterminação no que é dado e no que é pedido. Essa dimensão varia entre os polos “fechado” e “aberto”.

Para Ponte (2005), ao cruzarmos essas dimensões, obtemos quatro quadrantes, conforme ilustrado na Figura 3, situando neles os quatro tipos de tarefas: exercício, problema, exploração e investigação.

Figura 3: Tipos de tarefas quanto ao grau de desafio e de estrutura



Fonte: Ponte (2005).

Em nosso trabalho, adaptamos, criamos e aplicamos tarefas exploratório-investigativas, pelo fato de a turma aparentar não ter tido contato com essa Tendência em Educação Matemática anteriormente. Para cativá-los e, de certa forma, conduzi-los de modo a ensiná-los gradativamente a investigar, bem como para que não esmorecessem no percurso, elaboramos uma sequência de questões, isto é, de instruções de como deveriam proceder para efetuar a tarefa, a fim de que se envolvessem em uma atividade investigativa, na tentativa de fazer emergir as conjecturas.

Partimos da definição de tarefa exploratória de Ponte (2003), com o objetivo de proporcionar uma atividade investigativa de acordo com a descrição de Fiorentini (2006), mas não depende só de nós. Conforme enfatizado anteriormente, pode ser que os alunos não se envolvam em atividade, não ultrapassando a fase exploratória, mas nosso compromisso enquanto professoras é proporcionar ambientes que possam contribuir para a realização de investigações matemáticas em sala de aula.

Com base em nossos estudos, pautados nos trabalhos de Freudenthal (1973), Abrantes (1999), Foss, Wichnoski e Bassoi (2019), percebemos que os conteúdos de Geometria são favoráveis para a introdução da Investigação Matemática em sala de aula. Desta forma, a partir de nossas vivências em sala de aula optamos por abordar os conceitos de área e perímetro de figuras planas nas tarefas de exploração-investigação matemática, de modo a instigar a atividade investigativa dos alunos, contribuindo para que não estabeleçam uma falsa relação entre área e perímetro. A fim de justificar e explicar o porquê dessa escolha, na sequência apresentamos elementos teóricos que a fundamentam.

2.3 Área e Perímetro

Durante nossos estudos pautados nos levantamentos bibliográficos realizados, constatamos que os conteúdos de Geometria são favoráveis para a introdução da Investigação Matemática em sala de aula, um possível motivo para isso é que “a geometria é marcada pela intuição e visualização” (FOSS; WICHNOSKI; BASSOI, 2019, p. 154).

No tocante a esse assunto, Abrantes afirma que fazendo:

> (...) apelo à intuição e à visualização e recorrendo, com naturalidade, à manipulação de materiais, a geometria torna-se, talvez mais do que qualquer outro domínio da Matemática, especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares. Na geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver exercícios-tipo (ABRANTES, 1999, p. 4).

Além disso, para argumentar a favor do uso da Investigação Matemática no processo de ensino da Geometria, Abrantes (1999) cita a fala de Freudenthal (1973), ao salientar que:

> Por um lado, as descobertas geométricas, sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes”; por outro lado, salientando a necessidade de explicação lógica das suas conclusões, a geometria pode fazer sentir aos alunos “a força do espírito humano, ou seja, do seu próprio espírito” (ABRANTES, 1999, p. 3).

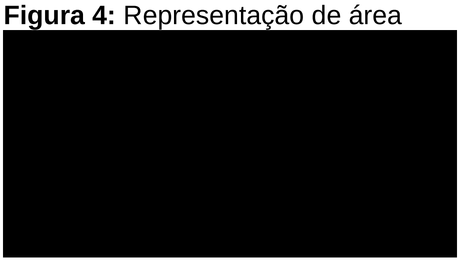
Entrelaçando as informações supramencionadas ao que consta no Currículo para Rede Pública Municipal de Ensino de Cascavel – Ensino Fundamental – Anos Iniciais (2008), o qual apresenta os conteúdos matemáticos em quatro eixos: números, medidas, geometria e linguagem da informação, verificamos que os conteúdos área (superfície) e perímetro (comprimento) devem ser introduzidos no 4º ano e estão inseridos no eixo Medidas, que tem relação direta com os outros três eixos, pois visa a um ensino integrado, não dissociado em blocos. Optamos por adaptar e aplicar atividades referentes à área e ao perímetro de figuras planas, integrando desta maneira o eixo medida aos eixos números e geometria.

Em estudos nacionais e internacionais, por exemplo o de Chappell e Thompson (1999), Baltar (1996), Baldini (2004), Henriques e Silva (2009) e Silva (2009), verificamos que muitos discentes do Ensino Fundamental e Ensino médio confundem área e perímetro; além disso, French (2004) constatou que a dificuldade de dissociar área e perímetro pode induzir os estudantes a pensarem que essas grandezas estão ligadas, estabelecendo uma falsa relação entre elas, acreditando que o aumento de uma conduz obrigatoriamente ao aumento da outra.

Com este trabalho, esperamos contribuir na formação dessas crianças, de modo que elas não estabeleçam uma falsa relação entre os conceitos: área e perímetro. Para tanto, durante a adaptação das tarefas de exploração-investigação, embasamo-nos no estudo de Baltar (1996) que categorizou, perante quatro perspectivas distintas, a diferença entre área e perímetro, que são especificadas a seguir.

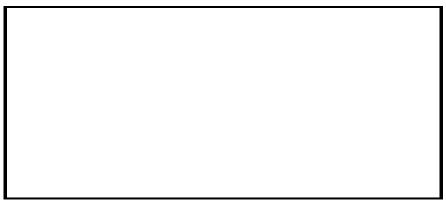
1. Topológico: os conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada à superfície e, o perímetro, ao contorno.

Figura 4: Representação de área



Fonte: A autora, 2021.

Figura 5: Representação de perímetro



Fonte: A autora, 2021.

No exemplo acima, na Figura 4, a superfície que corresponde a área está em preto, já na Figura 5, o destaque em preto foi dado ao seu contorno, o perímetro da figura.

2. Dimensional: uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, o que traz consequências imediatas sobre o uso das unidades adaptadas à expressão das medidas de área e perímetro.

Figura 6: Representação da unidade de medida de área

Fonte: A autora, 2021.

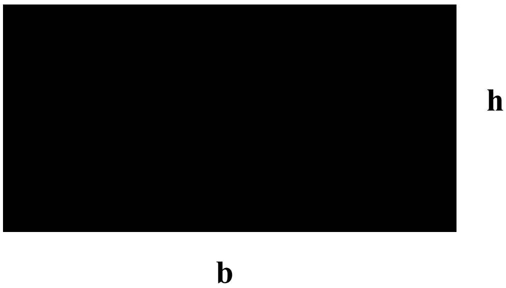
Figura 7: Representação da unidade de medida de perímetro

Fonte: A autora, 2021.

A figura 6 é bidimensional, ou seja, tem duas dimensões (comprimento e largura) e é adequada para o cálculo de áreas. A figura 7 é unidimensional[14], tem uma única dimensão (comprimento), adequada para o cálculo de perímetro.

3. Computacional: corresponde à aquisição das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais.

Figura 8: Cálculo da área e do perímetro



Fonte: A autora, 2021.

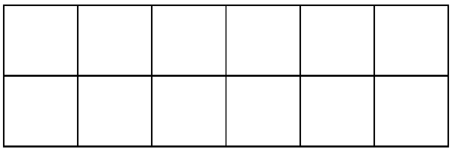
$$A = b.h$$

$$P = b + b + h + h = 2b + 2h$$

4. Variacional: Consiste na aceitação de que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, de que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa.

[14] A imagem é meramente ilustrativa, tentamos representar apenas o comprimento, mas se torna impossível representar em desenho uma imagem unidimensional, por mínima que seja, ela acaba apresentando largura também, pedimos que essa seja desconsiderada.

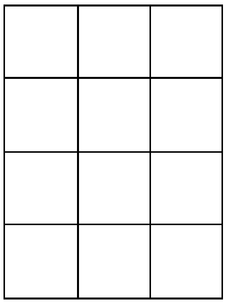
Figura 9: Cálculo da área e do perímetro I



Fonte: A autora 2021.

$$\acute{A}\boldsymbol{rea} = \mathbf{12}\ \boldsymbol{u}^2$$
$$\boldsymbol{Per\acute{\imath}metro} = \mathbf{16}\ \boldsymbol{u}$$

Figura 10: Cálculo da área e do perímetro II



Fonte: Autora, 2021.

$$\acute{A}\boldsymbol{rea} = \mathbf{12}\ \boldsymbol{u}^2$$
$$\boldsymbol{Per\acute{\imath}metro} = \mathbf{14}\ \boldsymbol{u}$$

As figuras apresentadas 9 e 10 são exemplos de superfícies que contam com a mesma área e perímetros diferentes.

Uma alternativa, para tornar o estudo de área e perímetro mais significativo para os alunos, é articular entre essas perspectivas, possibilitando a diminuição das dificuldades conceituais observadas nas pesquisas relacionadas a esse assunto. Para verificarmos se nossas tarefas contribuíram para que os alunos não estabelecessem uma falsa relação entre esses conceitos, fizemos uma análise da produção escrita como ferramenta para avaliação da aprendizagem, com o intuito de realizar a avaliação como prática de investigação; por isso na seção seguinte, apresentamos algumas considerações a respeito da análise da produção escrita.

2.4 Análise da produção escrita

Para iniciar o estudo sobre esse assunto, recorremos aos trabalhos realizados pelo Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - GEPEMA, situado no Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina. O grupo desenvolve suas atividades no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Sua constituição foi com o intuito de “realizar investigação em Educação Matemática e Avaliação e promover outras iniciativas na interface dessas áreas e da formação de professores” (BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014, p. 13).

Em seus estudos:

> (...) a avaliação, imersa nos processos de ensino e aprendizagem, é tomada como prática de investigação, e a maioria deles utiliza a análise da produção escrita como ferramenta na busca de ser uma oportunidade de aprendizagem. Enquanto tal, não aceita, simplesmente, o acerto como algo positivo, nem rejeita o erro como algo negativo, mas procura encontrar as relações que os constituem (BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014, p. 15).

A avaliação perpassa todo o processo de ensino e aprendizagem. No entanto, pode ocorrer de a avaliação estar associada apenas à atribuição de notas para o cumprimento de normas burocráticas o que, de fato, faz-se necessário. Porém, na maioria das vezes, a informação obtida por meio de uma prova ou tarefa escrita fica restrita a apenas uma nota, que acaba sendo o único indicador do que o estudante sabe ou não sabe. A ideia da avaliação da aprendizagem, ou para a aprendizagem, é justamente a ideia de trazer à tona o conhecimento que o estudante revela por meio de suas produções escritas, para além do certo ou errado, emergindo:

> (...) as maneiras como os alunos interpretam os enunciados das questões, as relações que a linguagem e o contexto do enunciado têm em suas interpretações, os modos como eles elaboram suas estratégias[15] e utilizam seus procedimentos[16], ou seja, as maneiras como lidam com problemas matemáticos, podem ser compreendidas por meio de análises de suas produções escritas. (VIOLA dos SANTOS; DALTO, 2012, p. 2).

Na perspectiva da avaliação para a aprendizagem, não se espera "medir" o conhecimento do aluno, mas compreender a maneira que este aborda uma determinada tarefa, que conhecimentos ele mobiliza na sua resolução, que associações faz do conhecimento prévio com o enunciado, evitando as adjetivações e classificações.

Assim, a análise da produção escrita se apresenta como uma forma para implementação da avaliação como prática de investigação, sendo percebida como uma oportunidade para a aprendizagem porque "mostra-se como um caminho para conhecer múltiplos aspectos da atividade matemática dos alunos e, também, como

---

[15] "Estratégia aqui entendida como o modo pelo qual se aborda um problema. Considerando, por exemplo, um problema que foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau, utilizar sistema de equações de primeiro grau seria a estratégia escolhida para resolver o problema, ou seja, é o modo como se aborda o problema" (BURIASCO, 2009, p. 159).

[16] "Procedimento aqui entendido como o modo pelo qual se desenvolve a estratégia. Considerando, por exemplo, que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau (estratégia utilizada para abordar o problema) e que esse sistema foi resolvido pelo método da substituição, este seria então o procedimento, ou seja, o modo como se desenvolveu a estratégia" (BURIASCO, 2009, p. 159).

uma possibilidade para capacitar os professores e reorientar a sua prática pedagógica” (CIANI, 2012, p. 43).

Em sala de aula, como em qualquer grupo, as pessoas aprendem de formas distintas, isso porque cada indivíduo é singular, portanto, surge a necessidade de “um processo avaliativo no qual a prática investigativa vai sendo utilizada para lidar com essa heterogeneidade, que frequentemente envolve conflito, favorecendo o diálogo, a reflexão e a interação entre os envolvidos” (BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014, p. 15).

Como prática de investigação, a avaliação para a aprendizagem se apresenta em uma:

> ótica de aceitação da diferença para, por meio do conhecido, dar visibilidade ao desconhecido. Em lugar de respostas prontas e acabadas, têm-se respostas sendo construídas, corretas ou incorretas, dando chance a outros questionamentos que inicialmente não estavam presentes (BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014, p. 15).

A avaliação para a aprendizagem deve permear todo o processo de ensino e de aprendizagem, fornecendo indícios ao professor de como nortear tal processo, visto que esta faz emergir informações que irão subsidiar tomadas de decisão durante o processo, nortearão o professor na sua prática.

Nessa perspectiva, Prestes (2015) afirma que deve ser dada ênfase à trajetória percorrida pelo aluno ao resolver uma tarefa e não apenas no resultado obtido, o que vai ao encontro de um dos objetivos da Investigação Matemática em sala de aula. Deste modo, a avaliação deixa de ser realizada apenas ao final de um ciclo para ser realizada em todo o processo de ensino e de aprendizagem.

A avaliação deve deixar de ser concebida como um elemento de punição, para ser concebida como oportunidade de aprendizagem, contribuindo para a inclusão, aceitando as diferenças entre alunos, haja vista que a crítica não está voltada para o instrumento prova escrita, mas para o seu uso, “porque é possível utilizar a prova escrita como um dos instrumentos da avaliação como prática de investigação, realizando, por exemplo, uma análise da produção escrita dos alunos” (PRESTES, 2015, p. 34).

A análise da produção escrita pode auxiliar o professor a “obter informações a respeito de como os alunos interpretam uma situação, como procedem para resolver um problema, que dificuldades apresentam, o que demonstram saber ou o que estão próximo de saber" (SANTOS, 2014, p. 12) fornecendo informações para o professor ter condições de mediar a construção do conhecimento de seus alunos, de acordo com as necessidades específicas de cada um.

Portanto, a avaliação por meio da análise da produção escrita dos estudantes deve ser parte integrante do processo de ensino e de aprendizagem. "Nessa perspectiva de avaliação, o professor assume a função de investigador, que implica colocar-se na situação do aluno para analisar suas produções escritas e inferir o porquê das soluções e respostas dadas às tarefas" (PRESTES; BURIASCO, 2019, p. 91).

De acordo com Buriasco (2000, p. 160):

> (...) a avaliação precisa ser vista como um dos fios condutores da busca do conhecimento, de modo a dar pistas ao professor sobre qual o caminho já percorrido, onde o aluno se encontra, que práticas ou decisões devem ser revistas ou mantidas para que juntos, professor e alunos, possam chegar à construção do resultado satisfatório.

Por meio da produção escrita, é plausível "compreender como eles lidam com as questões abertas de matemática, ou seja, investigar e analisar o modo como eles interpretam os enunciados das questões, as estratégias que elaboram e quais procedimentos utilizam" (VIOLA dos SANTOS, 2007, p. 14), consequentemente, podemos assim investigar quais conhecimentos matemáticos eles mobilizam para a resolução de tarefas investigativas, sendo possível tomar conhecimento dos conteúdos que já assimilaram, os que estão em processo de assimilação e, ainda, aqueles nos quais apresentam extrema dificuldade ou até mesmo os que não compreendem até o momento.

Portanto, as:

> (...) informações obtidas por meio da observação e da inferência do procedimento do aluno, quando da realização da análise de suas produções, são fundamentais tanto para uma reflexão quanto para uma tomada de decisão a fim de favorecer o desenvolvimento daquele que aprende (...) (LIMA; BURIASCO, 2007, p. 44).

Nesta pesquisa, para favorecer o desenvolvimento daquele que aprende, uma alternativa é superar a dicotomia certo ou errado e as atitudes de olhar a produção escrita dos alunos pela falta. É conveniente o professor agir como um detetive que procura descobrir as razões que levam os alunos a escreverem certas coisas, para ir ao encontro do aluno e entender o seu conhecimento.

É fundamental buscar identificar quais estratégias e procedimentos os alunos:

> (...) efetivamente elaboraram para resolver um problema construído a partir do enunciado de uma questão. Caracterizamos nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta, e essa mudança nos permitiu fazer essa caracterização. Assim, tomar as maneiras de lidar dos alunos ao invés de "erros" não é apenas uma mudança metodológica e sim epistemológica, pois valoriza os modos particulares que os alunos constroem, buscando legitimá-los não como certos ou errados, mas como diferentes, possibilitando com isso interpretar e valorizar as atividades matemáticas dos alunos (VIOLA dos SANTOS, 2007, p. 97).

Desta maneira, fica evidente que a análise da produção escrita, assim como a Investigação Matemática em sala de aula preocupam-se mais com o processo do que com o produto, pois ambas procuram estimular e desenvolver a autonomia dos alunos, para que eles sejam protagonistas na construção do seu conhecimento.

A Investigação contribui para o aluno aprender a fazer matemática e aprender a pensar matematicamente, enquanto a análise da produção escrita ajuda o professor a investigar informações sobre seus alunos, que podem levar o profissional a refletir, de modo a constatar algumas formas de mediá-los no processo de construção de conhecimento, de maneira pontual, de acordo com suas individualidades e maneiras de lidar, haja vista que o professor, "ao investigar, refina seus sentidos e desenvolve diversos conhecimentos com o objetivo de agir conforme a necessidade de seus alunos, individual e coletivamente considerados" (BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014, p. 17).

Uma maneira para o professor realizar essa investigação, a partir da análise da produção escrita como ferramenta para a avaliação da aprendizagem, é por meio da leitura horizontal e da leitura vertical. Em síntese, para Santos e Buriasco (2016, p. 243), leitura horizontal é a leitura:

> (...) das produções de todos os estudantes em uma mesma questão ou problema. Possibilita perceber semelhanças entre essas produções, o que auxilia a identificar estratégias e procedimentos de resolução mais utilizados, inventariar e analisar os acertos e erros mais frequentes. Possibilita a construção de um perfil.

Por outro lado, segundo as autoras supracitadas, a leitura vertical é a leitura:

> (...) de todas as produções de um mesmo estudante. Permite que o professor conheça como o estudante lida com questões de matemática, quais estratégias e procedimentos utilizam na resolução, que dificuldades ele apresenta. Possibilita encontrar similaridades nas produções do estudante e a construção de um perfil do modo de lidar com as questões do modo com a qual a turma de estudantes lida com as questões (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 243).

Depois das leituras, é feita a interpretação da produção escrita dos alunos, pois auxilia na compreensão de como os estudantes lidam com as questões, assim "constitui-se em movimentos para tentar atribuir significados para a produção escrita analisada, na busca de compreender o que é encontrado na produção escrita do estudante" (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 244) e as inferências, que buscam "ir além do que é encontrado na produção do estudante para tentar complementar informações a respeito do seu modo de lidar que não estão visíveis à primeira vista" (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 244).

Tanto a leitura horizontal quanto a vertical permitem "que o professor levante hipóteses acerca das produções dos estudantes e propicia a obtenção de informações que auxiliam, durante a inferência e interpretação, a ratificar ou refutar algumas hipóteses" (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 244). Para Silva (2015), uma leitura pouco atenciosa dessas discussões pode levantar a suspeita de que nesse tipo de análise "vale tudo". Contudo, Viola dos Santos (2007) esclarece que tanto:

> (...) professores quanto pesquisadores precisam interpretar, analisar e tomar suas decisões em relação às maneiras idiossincráticas da atividade matemática dos alunos. Compreendendo os sentidos e significados que os mesmos atribuem a suas resoluções e negociando essas maneiras de lidar, podemos oportunizar aos alunos algumas outras maneiras que, dentro de um determinado contexto, podem ser consideradas corretas (VIOLA dos SANTOS, 2007, p. 26).

As "maneiras idiossincráticas" dos alunos perante as tarefas aplicadas são suas "maneiras particulares" de reagir para resolvê-las, isto é, suas "maneiras de lidar". Buscando compreender os sentidos e significados que os alunos atribuem a suas resoluções, é possível perceber que:

> (...) acerto e erro são componentes do mesmo processo. Nem o acerto é garantia suprema de um conhecimento, nem o erro indica a ausência total dele. O erro é entendido, portanto, não como indicando um conhecimento pronto e acabado, mas como um indicativo de conhecimento que pode estar em permanente construção e reconstrução, seja em seu processo inicial, seja em um momento mais próximo do esperado, denota partes desse processo (LIMA, 2006, p. 168).

Não basta só identificar os erros, é essencial “ajudar o aluno a fazer uma análise/interpretação da sua produção, de modo que, ao reconhecer o erro cometido, possa avançar qualitativamente no seu processo de construção/apropriação do conhecimento” (LIMA, 2006, p. 175).

Para isso acontecer, Lima (2006) afirma que:

> (...) tanto a Resolução de Problemas quanto a Investigação Matemática são estratégias que devem ser adotadas em aulas de matemática a fim de desenvolver, no aluno e no professor, habilidades para: compreender e interpretar situações; expressar-se matematicamente; formular e testar hipóteses; validar resultados encontrados; escolher e desenvolver corretamente algum procedimento; realizar simulações; utilizar ferramentas conhecidas; estabelecer negociação, debate ou comunicação com outros estudantes ou com o professor; argumentar; rever estratégias ou procedimentos; tomar decisões e arcar com as consequências delas (LIMA, 2006, p. 173).

Diante do exposto, em nossa pesquisa, buscamos realizar a avaliação como prática de investigação, como oportunidade de aprendizagem. Nosso intuito era vivenciar uma avaliação para aprendizagem ou avaliação da aprendizagem e nossa ferramenta foi a análise da produção escrita. Como adaptamos e criamos tarefas exploratório-investigativas, buscamos pontos convergentes entre a análise da produção escrita e a investigação matemática em sala de aula, a fim de justificar nossas escolhas. A seguir, descrevemos a análise da produção escrita dos alunos de um 4º ano do Ensino Fundamental na realização da Tarefa 1 e da Tarefa 6.

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DOS ALUNOS DE UM 4º ANO

Neste capítulo, apresentamos a análise da produção escrita dos alunos na primeira e na última tarefa. Antes, evidenciamos que, ao planejarmos e adaptarmos as tarefas, idealizamos que os alunos teriam a oportunidade de vivenciar os quatro momentos da Investigação Matemática em sala de aula, propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019): Exploração e formulação de questões; Conjecturas; Testes e reformulações; Justificação e Avaliação, isso sendo possível aos alunos que se envolvessem em atividade para responder as tarefas.

Corroboramos com Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) que o professor pode programar como iniciar a aula; no entanto, não é possível saber como ela acabará, uma vez que existem múltiplas possibilidades de respostas que podem gerar temas não esperados pelo professor de antemão. Mas durante o planejamento da aula, o professor tem objetivos preestabelecidos, que o induzem imaginar alguns caminhos que os alunos podem ou não seguir.

O objetivo com a Tarefa 1 era investigar a área e o perímetro de algumas figuras planas. Pode ser que o leitor seja induzido a discordar do caráter investigativo da tarefa. Todavia, ao considerar que os alunos não eram habituados com esse tipo de tarefa, buscamos aplicar uma semiaberta, pois corroboramos com Wichnoski e Klüber (2018, p. 74) que “roteiros demasiadamente abertos fazem com que os alunos não familiarizados se sintam perdidos e logo esmoreçam na atividade”. Em relação ao grau de abertura das tarefas de Investigação Matemática, os autores supracitados afirmam que mesmo:

> (...) que as Investigações Matemáticas, em tese, se apresentam como propostas que permitem certa liberdade de inquirição, é preciso, paradoxalmente, impor certo grau de restrição para que as ideias emergentes, ainda que diferentes, convirjam para o objetivo da aula (WICHNOSKI; KLÜBER, 2018, p. 74).

Notemos que as características da Investigação Matemática são preservadas, mesmo com certa restrição, no tocante às possibilidades de investigação, pois não é solicitada apenas uma resposta, o que concede autonomia aos alunos no processo de investigação.

A fim de justificar e demonstrar que, ao adaptarmos a Tarefa 1, tínhamos consciência que ela poderia proporcionar um ambiente investigativo, mas que isso dependeria do engajamento dos alunos em envolver-se em atividade, fizemos uma Trajetória Hipotética de Investigação - THI de como os alunos poderiam vivenciar os quatro momentos da Investigação Matemática durante a Tarefa 1.

Ao completarem a tabela com o perímetro e a área de cada uma das seis figuras, esperávamos que percebessem que o perímetro de todas elas são iguais, uma vez que os seis barbantes entregues no início da atividade para constituírem o contorno de todas as figuras têm a mesma medida, 32 cm. Por outro lado, as áreas delas são distintas, portanto, a área não depende do perímetro, nem o perímetro depende da área, consequentemente, não existe uma relação entre esses conceitos.

No momento inicial, antes de responder ao encadeamento de questões, os alunos que estivessem interessados em investigar e descobrir coisas novas poderiam indagar: o que é perímetro? O que é área? Como calcular o perímetro? E a área? Quais os valores dos perímetros? E das áreas? Será que todos os perímetros são iguais? Será que todas as áreas são iguais? Entre muitas outras possibilidades de exploração e formulação de questões que, por essa variedade, o professor não consegue prever antecipadamente.

Na sequência, podem começar a organizar os dados, conjecturar, fazer afirmações sobre as conjecturas, por exemplo: o perímetro é o contorno da figura; a área é a superfície interna ao contorno; os valores dos perímetros das figuras planas que construí são diferentes; os valores dos perímetros das figuras planas que construí são iguais; os valores das áreas das figuras planas que construí são diferentes; os valores das áreas das figuras planas que construí são iguais; os valores dos perímetros e das áreas são iguais; os valores dos perímetros e das áreas são diferentes; área e perímetro são conceitos que tem relação; área e perímetro são conceitos que não têm relação, entre outras afirmações.

Ao conjecturar, os indivíduos podem fazer afirmações verdadeiras e afirmações falsas; por isso a necessidade de realizar testes e reformulações, para refinar as conjecturas verdadeiras. Nos exemplos, citados anteriormente, durante os testes poderiam verificar que: o perímetro é o contorno da figura; a área é a superfície interna ao contorno; os valores dos perímetros das figuras planas que construiu são iguais; os valores das áreas das figuras planas que construí são diferentes; os valores dos perímetros e das áreas são diferentes; área e perímetro são conceitos que não têm relação.

A partir destas afirmações, é preciso justificar e avaliar essas conjecturas refinadas por meio de testes e reformulações, para convencer a si e aos outros indivíduos envolvidos no ambiente investigativo que suas conjecturas são verdadeiras e que pode provar, por meio da escrita ou da oralidade. Nesse contexto, pode argumentar que os perímetros são iguais, haja vista que todos os barbantes têm o mesmo comprimento, 32 cm, por outro lado, ao calcular as áreas percebeu que os valores mudavam; logo, área e perímetro são conceitos distintos que não têm relação.

Mesmo que o professor não consiga prever tudo de antemão, ao planejar as tarefas exploratório-investigativas, ele tem em mente os objetivos e faz previsões de algumas coisas que podem acontecer durante o processo, mas pode ser que nada se concretize, pois para haver investigação o aluno precisa estar motivado e interessado para envolver-se em atividade e, assim, emergir o ambiente investigativo, caso contrário, mesmo tendo possibilidades para ser investigativo, pode ser que não ultrapasse o estágio exploratório; por isso adotamos a expressão “tarefas exploratório-investigativas”.

Deste modo, com relação a primeira pergunta: “Que figura tem a maior área?” Previamos que os alunos respondessem que fosse o círculo, salvo os casos em que eles construíssem essa figura de maneira equivocada.

Para a segunda: “Que figura tem a menor área? Imaginávamos que apareceria uma série de respostas, por depender das dimensões usadas na construção dos retângulos, algumas possibilidades são: 13X3, 12X4, 11X5, 10X6, que resultam nas seguintes áreas, respectivamente: 39, 48, 55, 60, além da figura qualquer que ficaria a critério de cada um.

Na terceira: “Qual o retângulo tem a maior área?” Acreditávamos que eles concluíssem que seria o retângulo cujas dimensões se aproximam de um quadrado, nesse caso o retângulo com as dimensões 9X7, que têm como área 63 unidades quadradas. Sendo possível registrarem o próprio quadrado 8X8, porque todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.

Na quarta: “Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área?” Como prevíamos que a maioria afirmasse ser o círculo. Possivelmente, ao analisar o seu formato, justificariam a escolha do formato, por ele ser redondo e não ter quinas, vértices.

Na quinta: “Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?” Supostamente, se eles pensassem em ter uma casa com a maior área possível, responderiam que escolheriam o círculo, mas não é descartada a possibilidade de analisarem a sociedade e com base nisso responder que escolheriam o retângulo.

Na sexta: “O que você aprendeu sobre a área hoje? Imagine que você está explicando para um aluno do terceiro ano”. Essa resposta é muito subjetiva, cada um escreveria de acordo com a sua compreensão de área, não mencionamos o perímetro no enunciado, mas por fazer parte do contexto possivelmente a mencionariam em sua produção escrita.

Entregues as tarefas exploratório-investigativas, alguns alunos envolveram-se em atividade e, na sequência, foi realizada a socialização dos resultados encontrados. Antes de iniciá-la, foi enfatizado que não deveriam apagar suas respostas, independentemente do que fosse discutido, pois nesta pesquisa o foco principal é a produção escrita, que não teriam erros ou acertos, mas sim suas maneiras de lidar com as tarefas.

Apresentaram muita dificuldade para expressar oralmente como fizeram a tarefa, constantemente diziam: “Eu não sei falar”. Durante a socialização foi possível esclarecer algumas coisas que eles sabem, porém não souberam escrever, colocar no papel, como por exemplo, explicar porque o círculo é a figura com a maior área. Alguns só escreveram círculo sem justificar; no entanto, durante a socialização fizeram afirmações como: “Porque ele é redondo, não tem pontas, não tem lados, é mais largo, ocupa mais espaço...”.

A primeira tarefa foi aplicada presencialmente e constatamos, na prática, que cabe ao professor programar como iniciar a aula; porém, não é possível constatar como ela acabará, uma vez que surgiram múltiplas respostas, não esperadas antecipadamente.

Seguem no Quadro 03 a descrição, a interpretação e as inferências da primeira tarefa realizada pelos alunos, as quais foram feitas à luz do conhecimento matemático das pesquisadoras; por isso, ao longo do texto surgem termos do Teorema de Pitágoras: catetos e hipotenusa; no entanto, não foram mencionados para eles, visto que são próprios dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para determinar a área e o perímetro, utilizaram como unidade de medida o quadrado da malha quadriculada e o comprimento do barbante.

Quadro 3: Análise das produções escritas - Tarefa 1

Alunos	Descrição	Interpretação e Inferências
Eduardo	Na tabela anotou que todas as figuras têm o mesmo perímetro: $32\ cm$. Construiu um quadrado de dimensões 7,8X7,9, na tabela registrou como a área 152 quadradinhos. No retângulo 1 de dimensões 11X5, contabilizou 133 unidades quadradas, pois contou 133 quadradinhos internos à figura. No retângulo 2 de dimensões 10X6, contabilizou 169 unidades quadradas. Desenhou um triângulo com a régua, mas o barbante de 32 cm não foi suficiente para contorná-lo, assim fez um triângulo interno com ele, na tabela registrou como área 166. A base dele mede aproximadamente 9,5 cm e a altura 8,5 cm. Na construção do círculo, com raio aproximado de 4,5 cm, não uniu as pontas do barbante, contabilizou 198 unidades quadradas. Na figura qualquer ele fez o número 8 e na área contabilizou 84 quadradinhos no total (inteiros e não inteiros). Essa figura parece um retângulo, com dimensões 10,5X3, mas com uma divisão ao meio que a	Ao completar a tabela, mostra compreender que todas as figuras possuem o mesmo perímetro de $32\ cm$. Adotou como medida padrão um quadradinho da folha quadriculada (inteiro ou não inteiro) como sendo uma unidade quadrada, apesar do quadradinho ter aproximadamente 0,42 cm², em virtude de que cada lado dos quadradinhos mede, aproximadamente, 0,65 cm. Ao analisar suas construções e as áreas que estabeleceu, é possível verificar que fez uso da régua para construir as figuras solicitadas, exceto o círculo. De acordo com suas dimensões, a área do quadrado é $A_q = 7{,}8 * 7{,}9 = 61{,}62\ \text{cm}^2$. Seu quadrado é composto por dois lados com 13 quadradinhos e os outros dois com 12 quadradinhos, ou seja, resultou em 156 quadradinhos internos, Todavia $A_q = 156 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 65{,}52\ cm^2$, medida não discrepante da área, o procedimento evidencia que o aluno compreende o conceito de área. O retângulo 1 resulta em uma área de $A_{r1} = 11 * 5 = 55\ cm^2$. De acordo com a nossa contagem há 133 quadradinhos internos a figura, assim $A_{r_1} = 133 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 55{,}86\ cm^2$, valor próximo ao estimado. O retângulo 2 tem 60 cm² de área, verificamos que existem 170 quadradinhos internos a ele, então $A_{r_2} = 170 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 71{,}4\ cm^2$, essa discrepância é em virtude de ele definir quadrados não inteiros como uma unidade quadrada. A área do triângulo é 116 unidades quadradas no total, logo $A_t = 116 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 48{,}72\ cm^2$, medindo o triângulo que construiu percebemos que a base mede 9,5 cm e a altura é 8,5, portanto, $A_t = \frac{9{,}5*8{,}5}{2} = 40{,}4\ cm^2$, a discrepância é em virtude dele definir quadrados não inteiros como uma unidade quadrada. No círculo contabilizou como uma unidade quadrada até os quadradinhos que não estavam totalmente internos a ele, anotou na tabela 198 unidades quadradas, mas recontamos e identificamos 194 quadradinhos no total (inteiros e não inteiros). Utilizando a régua é possível verificar que o raio de seu círculo é, aproximadamente, 4,5 cm, logo $A_c = \pi * r^2 \rightarrow A_c = \pi * (4{,}5)^2 \rightarrow A_c = 63{,}62\ cm^2$, por sua vez, dos 194 quadradinhos, 147 são inteiros, segue que $A_c = 147 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 61{,}74\ cm^2$. Os 1,88 cm² que faltam são compostos por quadradinhos não inteiros. A área aproximada da figura qualquer é $A_{fq} = 84 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 35{,}28\ cm^2$, como essa figura parece um retângulo, com dimensões 10,5X3, mas com uma divisão ao meio, desconsideramos da contagem uma fileira de quadradinhos, a saber com 5 quadradinhos, logo é possível calcular a área de dois retângulos e somar,

	fez ter o formato semelhante ao número 8. 1) O círculo; 2) A figura qualquer; 3) O retângulo porque é diferente; 4) Retângulo porque é diferente, o retângulo 2 é encolhido nos lados e deixou maior; 5) O retângulo, o formato dele é longo; 6) A área e perímetro não são iguais a área é dentro de um objeto e o perímetro é o contorno do objeto e esses objetos são quadrado, círculo, retângulo, triângulo e muitos mais, e quem não entendeu vou passar em mesa em mesa explicando de novo.	segue $A_{r1} = 3 * 5{,}5 \rightarrow A_{r1} = 16{,}5\ cm^2$ e $A_{r2} = 3 * 5 \rightarrow A_{r2} = 15\ cm^2$, contudo $A_{fq} = 16{,}5 + 15 \rightarrow A_{fq} = 31{,}5\ cm^2$, inferimos que essa diferença ocorre devido ele ter contabilizado quadradinhos não inteiros como inteiros, não fez uso de estimativas e aproximações. Notamos que ele fez uso da folha entregue não apenas para a construção das figuras, mas também para realizar anotações do que já havia contado, além de operações para auxiliarem no preenchimento da tabela. 1) Identificou a figura que tem a maior área; 2) De acordo com sua produção, a figura qualquer (número 8) tem a menor área; 3) Para ele o retângulo 2, com dimensões 10X6 tem a maior área, dos dois retângulos é o que mais aproxima-se do formato do quadrado; 4) Mesmo afirmando na questão 1 que o círculo tem a maior área, aqui ele disse que o formato da figura necessário para se obter a maior área é o retângulo, acreditamos que pode ter dado essa resposta por ter relacionado essa questão com a anterior, que comparava a área dos dois retângulos. 5) Possivelmente pode ter se baseado no formato das bases das casas presentes na sociedade. 6) Pelo fato de ter identificado a diferença entre área e perímetro, demonstra que compreendeu que são conceitos distintos.
Fernando	Na tabela registrou que todas as figuras têm $32\ cm$ de perímetro. Seu quadrado tem dimensões 7,2X8,9, contou 139 quadradinhos internos a ele. As dimensões do retângulo 1 são de 11,7X4,3, a saber ele contou 115 quadradinhos. No retângulo 2, as dimensões são 12x3 e contabilizou 94 quadradinhos internos a ele. Internos ao círculo, de aproximadamente 4,25 cm de raio, contabilizou 168 quadradinhos. Seu triângulo tem como base 11,5 cm e altura 7,3 cm e contou 117 quadradinhos internos a ele. Por fim, na figura qualquer ele construiu um quadrado, suas dimensões são, aproximadamente,	Observamos que completou a tabela com os valores esperados de antemão para os perímetros. Ao analisar sua resolução, percebemos que fez uso de “risquinhos” para identificar os quadradinhos contabilizados. Com um primeiro olhar, é fácil ver que fez o uso adequado do barbante. Nas construções não fez uso de régua. Observamos que ao invés de um quadrado desenhou um retângulo, cuja área aproximada é $Ar = 7{,}2 * 8{,}9 \rightarrow Ar = 64{,}08\ cm^2$. Adotou como unidade quadrada um quadradinho da malha quadriculada, inteiro ou não. Ao analisarmos a figura verificamos em seu interior 162 quadradinhos, sendo 130 inteiros e aproximadamente 32 não inteiros. Assim a área da parte composta por quadradinhos inteiros da figura que era para ser um quadrado, mas que na verdade é um retângulo é $A_{qr} = 130 * 0{,}42 \rightarrow A_{qr} = 54{,}6\ cm^2$. Por outro lado, a parte composta por quadradinhos não inteiros, que unidos de dois em dois formam, aproximadamente, um quadradinho inteiro é $A_{r} = 16 * 0{,}42 \rightarrow A_{r} = 6{,}72\ cm^2$. Segue que $A_{r} = 54{,}5 + 6{,}72 \rightarrow A_{r} = 61{,}22\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. Com relação ao retângulo 1, a área é $A_{r_1} = 11{,}47 * 4{,}3 \rightarrow A_{r_1} = 49{,}32\ cm^2$. Contamos e percebemos que o valor indicado pelo aluno foi o mesmo que o nosso, logo $A_{r_1} = 115 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 48{,}3\ cm^2$, valor que se aproxima da área estimada para a figura. O retângulo 2 tem dimensões 12x4, aproximadamente, porque um dos lados de 12 cm tem uma ondulação. $A_{r_2} = 12 * 4 = 48\ cm^2$, ao recontarmos identificamos 95 quadradinhos, segue que $A_{r_2} = 95 * 0{,}42 = 39{,}9\ cm^2$, neste caso, a discrepância ocorreu devido a ondulação presente em sua construção.

	7x7,5, pela sua contagem existem 126 quadradinhos internos a ela. 1) Círculo; 2) Retângulo 2; 3) Retângulo 1; 4) “O círculo porque é a maior área”; 5) “Círculo porque é o meu sonho ter uma casa circular”. 6) “Eu aprendi que a área tem várias formas diferentes tipo quadrado, círculos, triângulo, etc.”.	O círculo tem aproximadamente 4,25 cm de raio, deste modo $A_c = \pi * (4{,}25)^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = 56{,}75\ cm^2$. Anotou 168 unidades quadradas, recontamos e identificamos 163, no entanto 127 eram quadradinhos inteiros e 36 não inteiros, destes unindo aproximadamente três obtemos o equivalente a um quadradinho inteiro. Segue que $A_c = 127 * 0{,}42 = 53{,}34\ cm^2$, e $A_c = 12 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 5{,}04\ cm^2$. Somando a parte inteira com a não inteira obtemos 58,38 cm². Valor não discrepante ao estimado. A área estimada do seu triângulo é $A_t = \frac{11{,}5 * 7{,}3}{2} \rightarrow A_t = \frac{83{,}95}{2} \rightarrow A_t = 42\ cm^2$, visto que ele contou 117 quadradinhos e nós na revisão também, contudo 97 são inteiros e 20 não inteiros, ao unir dois não inteiros obtemos aproximadamente um inteiro, assim $A_t = 97 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 40{,}74\ cm^2$ e $A_t = 10 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 4{,}2\ cm^2$ somando a parte inteira e a não inteira obtemos $A_t = 44{,}94\ cm^2$ valor próximo ao estimado. Sua figura qualquer foi desenhada na diagonal, sua área é $A_{fq} = 7 * 7{,}5 = 52{,}5\ cm^2$, pela sua contagem existem 126 quadradinhos internos a ela, em revisão constatamos essa mesma quantidade, portanto, $A_{fq} = 126 * 0{,}42 = 52{,}92\ cm^2$, valor próximo a área estimada. 1) Indicou o círculo como a maior área, deveria ser, no entanto da maneira que o construiu sua área ficou inferior a área do retângulo que construiu no lugar do quadrado; 2) De acordo com suas construções, de fato o retângulo 2 tem a menor área; 3) Seu retângulo 2 possui a maior área, caso não seja comparado com o seu primeiro retângulo, que construiu no lugar do quadrado; 4) O círculo deveria sim ter a maior área, porém dentre as suas construções é a segunda figura com maior área. Acreditamos que o aluno pode ter trocado o registro durante a socialização, mesmo que tenha sido solicitado que os registros não fossem alterados durante a socialização; 5) Expressa um desejo pessoal, porém pode ter expressado nele a vontade de ter uma casa grande, com a maior área possível, o que uma base circular pode proporcionar, mesmo não sendo comum casas redondas na sociedade; 6) Expõe que é possível calcular a área de todas as figuras geométricas.
Heron	Na tabela registrou que todas as figuras possuem 32 cm de perímetro. Seu quadrado tem dimensões 8X8, ele contou 124 quadradinhos internos. O retângulo 1, com dimensões 11,5X4, contou 153 quadradinhos internos. O retângulo 2 de dimensões 11x5, contou 153 quadradinhos internos. Internos a seu círculo de raio 5 cm contou 1105 quadradinhos.	Com relação ao preenchimento da tabela, observamos que ele percebeu que os perímetros de todas as figuras geométricas são iguais. Fez uso da régua para a construção do quadrado e do retângulo 1. A área do quadrado é $\mathrm{A_q} = 8 * 8 \rightarrow \mathrm{A_q} = 64\ \mathrm{cm^2}$, mas ao refazermos a contagem identificamos 154 quadradinhos inteiros, portanto $\mathrm{A_q} = 154 * 0{,}42 \rightarrow \mathrm{A_q} = 64{,}68\ \mathrm{cm^2}$, valor bem próximo ao citado inicialmente. O retângulo 1 tem como área, $\mathrm{A_{r_1}} = 11{,}5 * 4 \rightarrow \mathrm{A_{r_1}} = 46\ \mathrm{cm^2}$, identificamos 96 quadradinhos inteiros, logo $\mathrm{A_{r_1}} = 96 * 0{,}42 \rightarrow \mathrm{A_{r_1}} = 40{,}32\ \mathrm{cm^2}$, o restante, cerca de 32 são não inteiros, de modo que juntando duas metades temos um quadradinho inteiro, segue que $\mathrm{A_{r_1}} = 16 * 0{,}42 \rightarrow \mathrm{A_{r_1}} = 6{,}72\ \mathrm{cm^2}$, logo $\mathrm{A_{r_1}} = 40{,}32 + 6{,}72 \rightarrow \mathrm{A_{r_1}} = 47{,}04\ \mathrm{cm^2}$, confirmando a nossa hipótese.

	Contabilizou 82 quadradinhos internos ao triângulo de base 8 cm e 10,5 cm de altura. Anotou na tabela 52 quadradinhos internos a figura qualquer que é um círculo de raio 4,5 cm. 1) Círculo; 2) Triângulo; 3) Os dois têm o mesmo centímetro; 4) O círculo porque ela não tem lado; 5) Um quadrado, porque minha casa é assim; 6) "A área e o perímetro são diferentes, mas ficam na mesma forma geométrica a área é a parte de dentro do quadrado e o perímetro é o contorno do quadrado olhe a legenda", abaixo dessa escrita desenhou um quadrado e pintou a parte interna de vermelho e o contorno de lilás, ao lado fez uma legenda, pintou o primeiro quadradinho de lilás e escreveu ao lado perímetro, abaixo desenhou outro quadradinho e pintou de vermelho e ao lado escreveu área.	Seu retângulo 2 tem por área $\mathrm{A_{r_2}} = 11 * 5 = \mathrm{A_{r_2}} = 55\ \mathrm{cm}^2$, em revisão identificamos 132 quadradinhos internos, segue que, $\mathrm{A_{r_2}} = 132 * 0{,}42 \rightarrow \mathrm{A_{r_2}} = 55{,}44\ \mathrm{cm}^2$, valor próximo ao inicial. Seu círculo tem 10 cm de diâmetro, sendo assim $\mathrm{A_c} = \pi * 5^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 25 \rightarrow \mathrm{A_c} = 78{,}54\ \mathrm{cm}^2$, constatamos 172 quadradinhos inteiros, logo $\mathrm{A_C} = 172 * 0{,}42 \rightarrow \mathrm{A_C} = 72{,}24\ \mathrm{cm}^2$, mais a área de 36 quadradinhos não inteiros, que unidos dois a dois formam aproximadamente um quadradinho, consequentemente, $18 * 0{,}42 = 7{,}56\ \mathrm{cm}^2$, somando obtemos $\mathrm{A_c} = 72{,}24 + 7{,}56 = 79{,}8\ \mathrm{cm}^2$, valor aproximado ao estimado inicialmente. Seu triângulo tem por base 8 cm e 10,5 cm de altura, assim $\mathrm{A_t} = \frac{8 * 10{,}5}{2} = 42\ \mathrm{cm}^2$. Durante a revisão, contabilizamos 101 quadradinhos inteiros (unimos dois pela metade para formar um, aproximadamente), logo $\mathrm{A_t} = 101 * 0{,}42 = 42{,}42\ \mathrm{cm}^2$, valor próximo ao estimado. Na figura qualquer ele fez um círculo, com diâmetro de 9 cm, sua área é $\mathrm{A_c} = \pi * 4{,}5^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 20{,}25 \rightarrow \mathrm{A_c} = 63{,}62\ \mathrm{cm}^2$. Foram identificados 173 quadradinhos internos a ele, 137 inteiros e 36 não inteiros que agrupando, aproximadamente, três obtemos um inteiro, deste modo, há em seu interior cerca de 149 quadradinhos inteiros, portanto $\mathrm{A_{fq}} = 149 * 0{,}42 = 62{,}58\ \mathrm{cm}^2$, valor da área próximo a citada acima. Como determinamos que esse círculo era a figura qualquer ao invés do círculo solicitado anteriormente? Inferimos que é a figura qualquer levando em consideração a ordem da construção das figuras. 1) Identificou que o círculo tem a maior área, apesar de registar um número muito superior ao real, além de ter escrito na tabela que a área da figura qualquer é a menor, nessa questão escreveu que a área do triângulo é a menor, de fato é, possivelmente ele tenha constatado isso ao olhar para a figura e ver que sua parte interna é menor; 3) Desenhou dois retângulos iguais, apenas com rotações distintas, afirmou que eram iguais, desconsiderando a orientação que fossem distintos; 4) Percebeu que o círculo tem a maior área e comparando com as outras figuras percebeu que ela era distinta, não tem lados, com base nisso conjecturou que esse é o motivo para apresentar a maior área; 5) Fez essa escolha por fazer parte da sua realidade; 6) Sua explicação é muito coerente, demonstra que assimilou a diferença entre área e perímetro indicando compreender (ou ter uma pré-disposição a compreender) que área e perímetro não possuem uma relação. Teve o cuidado de solicitar que o leitor ficasse atento a legenda, para compreender a sua ilustração.
Jaqueline	Afirmou que o perímetro de todas as figuras geométricas que construiu é igual a 32 cm. Seu quadrado tem dimensões 8X8, registrou na tabela 169 quadradinhos como sendo a área.	Aparentemente compreendeu que todas as figuras geométricas têm o mesmo perímetro, o que fica explícito na maneira que completou a tabela. A área de seu quadrado é $A_q = 8 * 8 = 64\ cm^2$. Ressaltarmos que são 12 quadradinhos por 13 quadradinhos, assim são 156 ao todo, entretanto registrou 169, inferimos que por ser um quadrado pensou que contabilizando os quadradinhos de um dos lados seria suficiente, pois deveria ser a mesma quantidade de quadradinhos independente do lado, então seria suficiente elevar ao quadrado obtendo 169 quadradinhos para representar sua área, mas como há uma diferença no tamanho do barbante e no tamanho dos lados do

	As dimensões dos retângulos 1 e 2 são 10x4, no retângulo 1 contabilizou 102 quadradinhos inteiros e no retângulo 2: 96. Registrou 307 quadradinhos internos ao círculo de raio 4,75 cm aproximadamente. No triângulo de base 8 cm e altura 8,3 cm contabilizou 84 quadradinhos. A sua figura qualquer denominou como oval, ela é semelhante a uma elipse de raio maior 6 cm e raio menos 2,75 cm. Contabilizou 99 quadradinhos internos a ela. 1) Figura qualquer; 2) Retângulo 1; 3) Retângulo 2; 4) Não respondeu; 5) Disse que escolheria para base de sua casa um quadrado, sem dar justificativas; Do enunciado copiou apenas: “O que você aprendeu sobre”, não apresentou nenhuma resposta.	quadradinho, isso abre margem para uma determinada diferença admissível, sendo assim $A_q = 156 * 0,42 \to A_q = 65,52\ cm^2$, valor próximo ao estimado. A área dos retângulos iguais, apenas em posições diferentes é $A_{r_1 r_2} = 10 * 4 = 40\ cm^2$. Durante a análise identificamos 102 quadradinhos inteiros em ambos, logo $A_{r_1 r_2} = 102 * 0,42 \to A = 42,84\ cm^2$, valor não distante do estimado. O círculo tem aproximadamente 9,5 cm diâmetro, segue que $A_c = \pi * (4,75)^2 \to \mathrm{A_c} = \pi * 22,56 \to \mathrm{A_c} = 70,88\ cm^2$. Durante a análise verificamos que na verdade são aproximadamente 171 quadradinhos inteiros, sendo assim $A_c = 171 * 0,42 \to A_c = 71,82\ cm^2$, valor próximo ao estimado. O triângulo tem como base 8 cm e de altura 8,3 cm, então $A_t = \frac{8 * 8,3}{2} \to A_t = \frac{66,4}{2} \to A_t = 33,2\ cm^2$. Constatamos que agrupando quadradinhos não inteiros, a fim de obter um inteiro, são obtidos 84 quadradinhos no total, segue que $A_t = 84 * 0,42 = 35,28\ cm^2$, valor não muito discrepante do estimado inicialmente. Sua figura qualquer é semelhante a uma elipse, assim $A_e = \pi * raio\ maior * raio\ menor \to A_e = \pi * 6 * 2,75 = 51,86\ \mathrm{cm}^2$. Identificamos, aproximadamente, 129 quadradinhos inteiros. Assim, $A_e = 129 * 0,42 = 54,18\ cm^2$, valor que se aproxima ao estimado no início. 1) Apesar de ter registrado na tabela um número superior para a área do círculo, a área dele é de fato a maior, entretanto indicou a figura qualquer como sendo a de maior área, talvez pelo seu formato, tenha levado em consideração suas características visuais (arredondado) e não os valores contabilizados; 2) De acordo com suas construções, o triângulo tem a menor área, mas afirmou ser a menor a área do retângulo 1; 3) Indicou o retângulo 2 como o que apresenta a maior área, sendo que construiu os dois iguais, apenas em posições distintas. 4) Nada podemos interpretar e nem inferir de uma questão em branco. 5) Pode ter feito essa escolha a partir de uma análise que fez das casas que conhece. 6) O enunciado foi passado no quadro para realizarem a cópia, ele não conclui a cópia.
Kaike	Ele registrou que cada figura tem perímetro de 32 cm. O espaço determinado para o registro das áreas não completou, apesar de ter construído todas as figuras. As questões de 1 a 6 não respondeu.	Afirmou que todas as figuras construídas possuem o mesmo perímetro. Com relação às figuras, o quadrado e os dois retângulos ele construiu unindo as extremidades dos barbantes, entretanto o seu triângulo não está fechado, isto é, não uniu as extremidades do barbante, seu círculo está semelhante a uma elipse e a sua figura qualquer lembra uma espiral plana. Fizemos uma análise das construções dele supondo que tivesse adotado o padrão de um quadradinho ter 1 cm² de área. Seu quadrado tem como dimensões 8X8, assim $A_q = 8 * 8 \to A_q = 64\ cm^2$, em seu interior constam 141 quadradinhos inteiros e 27 não inteiros, desses estimamos que a cada três equivalem a um inteiro, assim sendo $A_q = 150 * 0,42 \to A_q = 63\ cm^2$, valor não distante ao estimado.

		O retângulo 1 tem dimensões 12X4, portanto $A_{r_1} = 12 * 4 = 48\ cm^2$, em seu interior identificamos 101 quadradinhos inteiros e 38 não inteiros, desses que a cada três consideramos um inteiro, então como $\frac{38}{3} = 12{,}6666$ ..., temos 13 inteiros, aproximadamente, segue que $A_{r_1} = 114 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 47{,}88\ cm^2$, valor próximo ao estimado para a área desse retângulo. Seu retângulo 2, assim consideramos em função da ordem das suas construções, visto que ele não os identificou, também tem dimensões 12X4, única característica distinta do anterior é sua rotação, logo sua área $A_{r_2} = 12 * 4 \rightarrow A_{r_2} = 48\ cm^2$, em seu interior existem 105 quadradinhos inteiros e 35 não inteiros, como desses 33 a cada três consideramos um inteiro, logo $A_{r_2} = 116 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 48{,}72\ cm^2$, valor próximo ao estimado. Seu círculo pode ser considerado como uma elipse, com raio maior de 5,5 cm e raio menor de 2,75 cm, assim $A_e = \pi * 5{,}5 * 2{,}75 \rightarrow A_e = 47{,}52\ cm^2$, como em seu interior identificamos 107 quadradinhos inteiros e 33 não inteiros, destes estimamos que a cada 3 obtemos um inteiro, então $A_e = 118 * 0{,}42 \rightarrow A_e = 49{,}56\ cm^2$, valor não distante ao estimado. Com relação ao seu triângulo sua base tem 8,5 cm e a altura é de 10,5 cm, portanto $A_t = \frac{8{,}5 * 10{,}5}{2} \rightarrow A_t = \frac{89{,}25}{2} = 44{,}63\ cm^2$, como contabilizamos 105 quadradinhos inteiros e 15 não inteiros, destes a cada três consideramos um inteiro, logo $A_t = 110 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 46{,}2\ cm^2$, valor não distante ao estimado. Sua figura qualquer é semelhante a uma espiral plana, em seu interior contabilizamos 15 quadradinhos inteiros e 42 não inteiros, sendo que determinamos que três equivalem a um inteiro, logo $A_{fq} = 29 * 0{,}42 = 12{,}18\ cm^2$, apenas uma estimativa para essa área. Com base no que inferimos nas questões anteriores, verificamos que: 1) Dentre as figuras, a que possui a maior área é o quadrado; 2) A figura com menor área é a figura qualquer; 3) Seus retângulos são iguais, apenas a rotação é distinta; As demais questões são pessoais, não é possível inferir quais seriam suas respostas para elas.
Kalebe	Na tabela registrou que todas as figuras têm o mesmo perímetro: 32 cm. Seu quadrado tem dimensões 8X8, contabilizou 146 quadradinhos. Seu retângulo 1 tem dimensões 9X7, na tabela registrou 171 quadradinhos. O retângulo 2 tem dimensões 5,5X10, na tabela consta que ele contou 159 quadradinhos internos.	Constatamos que percebeu que todas as figuras construídas têm o mesmo perímetro. Fez uso de uma régua para desenhar o quadrado e o retângulo 2, mas as construções com a régua ficaram demasiadamente grandes, então as descartou e construiu só com o auxílio do barbante. A área estimada para o seu quadrado é $A_q = 8 * 8 \rightarrow A_q = 64\ cm^2$. Durante a análise de sua produção escrita, identificamos 136 quadradinhos inteiros e 30 não inteiros, que unidos dois a dois formam um inteiro, assim são 151 quadradinhos inteiros, todavia $A_q = 151 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 63{,}42\ cm^2$, valor próximo ao estimado no início. Seu retângulo 1 tem área de $A_{r_1} = 9 * 7 \rightarrow A_{r_1} = 63\ cm^2$. Contabilizamos 144 inteiros e 30 não inteiros, que são necessários, aproximadamente três para equivaler a um quadradinho inteiro, logo $A_{r_1} = 154 * 0{,}42 = 64{,}68\ cm^2$, valor próximo ao estimado.

	Segundo o aluno, no interior do círculo cujo raio é 3,75 cm constam 100 quadradinhos. Registou que o triângulo de base 7,3 cm e 9 cm de altura tem 94 quadradinhos. De acordo com o aluno há 50 quadradinhos internos a figura qualquer, a qual é semelhante a uma elipse com raio maior de 4,25 cm e raio menor de 1,5 cm. 1) Indicou que o retângulo 1 tem a maior área. 2) De acordo com suas construções, foi a figura qualquer que apresentou a menor área; 3) Para ele, o retângulo 1 tem a maior área; 4) De acordo com suas palavras, "o retângulo 1 tem a maior área, porque ele é mais grosso". 5) Para a base da sua casa escolheu "o quadrado, porque é a melhor forma de uma casa". 6) Ele disse "Eu aprendi que a área é a parte de dentro da figura, e para calcular a área os quadradinhos tem duas formas, você pode contar quadradinho por quadradinho, ou você pode contar quantas fileiras tem na figura e contar quantos quadradinhos tem em cada fileira, e você marca na folha o resultado".	No retângulo 2 houve sobra de barbante porque não uniu as extremidades, sua área é $A_{r_2} = 5{,}5 * 10 = 55\ cm^2$. Contabilizamos 122 quadradinhos inteiros e 36 não inteiros, estimamos que são necessários cerca de três não inteiros para completarem um inteiro, portanto são aproximadamente 134 quadradinhos inteiros, segue que $A_{r_2} = 134 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 56{,}28\ cm^2$, valor próximo ao estimado. O círculo tem diâmetro aproximado de 7,5 cm, assim $A_c = \pi * (3{,}75)^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 14{,}06 \rightarrow \mathrm{A_c} = 44{,}19\ cm^2$. Identificados 91 quadradinhos inteiros e 27 não inteiros, desses a cada três podemos considerar como um inteiro, logo $A_c = 100 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 42\ cm^2$, valor não distante ao estimado. O triângulo tem 7,3 cm de base e 9 cm de altura, então $A_t = \frac{7{,}5 * 9}{2} \rightarrow A_t = \frac{67{,}5}{2} \rightarrow A_t = 33{,}75\ cm^2$. Contabilizados 77 inteiros e 27 não inteiros, desses a cada 3 podemos considerar um inteiro, portanto $A_t = 86 * 0{,}42 = 36{,}12\ cm^2$, inferimos que essa diferença pode ser em função de não ter usado todo o barbante. A figura qualquer, parece uma elipse, com raio maior de 4,25 cm e raio menor de 1,5 cm, logo $A_{fq} = \pi * 4{,}25 * 1{,}5 \rightarrow A_{fq} = 20{,}03\ cm^2$. Na revisão constatamos 41 inteiros e 16 não inteiros, desses últimos a cada dois podemos considerar um quadradinho inteiro, sendo assim $A_{fq} = 49 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 20{,}58\ cm^2$, valor próximo ao estimado inicialmente, além disso, seus registros na tabela para a área em nenhuma das construções foi muito distante aos determinados pelas pesquisadoras na análise, portanto inferimos que o aluno pode ter feito estimativas, ou seja, uniu quadradinhos não inteiros a fim de originar um inteiro, para anotar na tabela a quantidade de quadradinhos inteiros internos às figuras por ele construídas. 1) De fato, o retângulo 1 tem a maior área, seguido do quadrado, verificamos que para construí-las, utilizou todo o barbante, unindo as extremidades, todavia um pedaço do barbante não foi usado na construção do círculo, inferimos que não o indicou como a figura de maior área por isso, sendo que com relação a contagem e as estimativas todas foram pertinentes a cada figura, mesmo não usando todo o barbante para construí-las. 2) De acordo com suas construções, a figura qualquer tem a menor área; 3) A resposta do aluno é coerente com suas construções; 4) Justificou sua resposta com aspectos visuais; 5) Possivelmente essa resposta é consequência de uma análise que fez da sociedade, já que a maioria das casas têm um formato retangular; 6) Ele demonstra ter constatado duas maneiras de calcular a área das figuras, contando um por um dos quadradinhos ou identificando a quantidade de fileiras que ela possui, na sequência contando quantos quadradinhos cada uma tem, efetuando a multiplicação. Esse método é pertinente para o cálculo de figuras retangulares, nas quais a quantidade de quadradinhos em cada fileira é a mesma, já para figuras como o círculo, o triângulo e a elipse esse método não é viável.
Karoline	Registrou os seguintes perímetros na tabela: quadrado: 54; retângulo 1: 55, retângulo 2: 52	Ao analisarmos as construções verificamos que as extremidades dos barbantes foram unidas, os barbantes foram esticados, não havendo sobra e nem falta. Além disso, os quadradinhos contabilizados foram identificados com riscos de lápis de escrever, não apenas os internos às figuras, mas também os que compõe o contorno delas.

	Para o círculo, triângulo e figura qualquer registrou na tabela perímetro de 32 cm. O quadrado tem dimensões 8X8, registrou na tabela 158 quadradinhos. Seu retângulo 1 tem dimensões 9X7, registrou na tabela 162 quadradinhos internos. Com relação ao retângulo 2, cujas dimensões são 10,3X5,5, na tabela registrou 141 quadradinhos. De acordo com a produção escrita da aluna existem 177 quadradinhos internos ao círculo de raio 4,5 cm. Na tabela está registrado 146 quadradinhos internos ao triângulo cuja base mede 9,3 cm e tem 10 cm de altura. Sua figura qualquer é um coração e na tabela registrou 155 quadradinhos internos a ele. 1) Dentre as figuras, indicou o círculo como a de maior área. 2) Apontou o retângulo 2 como a figura de menor área. 3) O retângulo 1 foi indicado o de maior área. 4) Sua conclusão em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área, com suas palavras é a seguinte: "O círculo porque ele é estreito". 5) Para a base da sua casa escolheu o quadrado, afirmou que: "quadrado porque é uma forma diferente".	Com relação ao perímetro, por ter riscado os lados dos quadradinhos que compõe o contorno das figuras, inferimos que os contabilizou para verificar o perímetro delas. Durante a análise identificamos no quadrado 46 lados de quadradinhos de 0,65 cm e dois correspondem a diagonal de um quadradinho dividido ao meio (hipotenusa) que resulta em dois triângulos retângulos cujos catetos medem 0,65 cm, logo a hipotenusa corresponde a $h^2 = 0,65^2 + 0,65^2 \to h^2 = 0,42 + 0,42 \to h^2 = 0,84 \to h = \sqrt[2]{0,84} \to h = 0,92\ cm$, assim $P_q = (46 * 0,65) + (2 * 0,92) \to P_q = 29,9 + 1,84 \to P_q = 31,74\ cm$, valor próximo ao estimado para o perímetro. No retângulo 1 identificamos 48 catetos e uma hipotenusa, logo $P_{r_1} = 48 * 0,65 + 0,92 \to P_{r_1} = 32,12\ cm$ valor próximo ao estimado para o perímetro. No contorno do retângulo 2 contabilizamos 48 catetos e uma hipotenusa, logo $P_{r_2} = 48 * 0,65 + 0,92 \to P_{r_2} = 32,12\ cm$, também é um valor próximo ao estimado para o perímetro. Para o círculo, triângulo e figura qualquer não riscou os quadradinhos no contorno, inferimos que compreendeu que possuem o mesmo perímetro por todos os barbantes serem iguais. Com relação as áreas, a do quadrado é $A_q = 8 * 8 = 64\ cm^2$. Durante a análise, identificamos 136 quadradinhos inteiros e 20 não inteiros, desses não inteiros é possível obter, aproximadamente um inteiro, ao unir dois deles, assim $A_q = 156 * 0,42 \to A_q = 65,52\ cm^2$, valor próximo ao estimado. Note que, o valor estimado pela aluna e pelas pesquisadoras difere por apenas duas unidades, assim inferimos que o aluno fez estimativas. O retângulo 1 tem como área, $A_{r_1} = 9 * 7 \to A_{r_1} = 63\ cm^2$. Verificamos que são 140 inteiros e 10 não inteiros, sendo que a cada dois não inteiros obtemos um inteiro, logo $A_{r_1} = 145 * 0,42 \to A_{r_1} = 60,9\ cm^2$, valor não muito distante do estimado. A área do retângulo 2 é $A_{r_2} = 10,3 * 5,5 \to A_{r_2} = 56,65\ cm^2$. Contabilizamos 119 inteiros e 24 não inteiros, dois deles formam um inteiro, portanto $A_{r_2} = 131 * 0,42 \to A_{r_2} = 55,02\ cm^2$, valor próximo ao estimado. Seu círculo tem diâmetro aproximado de 9 cm, segue que $A_c = \pi * (4,5)^2 \to \mathrm{A_c} = \pi * 20,25 \to \mathrm{A_c} = 63,62\ cm^2$. Durante a análise, constatamos 141 inteiros e 36 não inteiros, destes a cada dois consideramos equivaler a um inteiro, assim $A_c = 159 * 0,42 \to A_c = 66,78\ cm^2$, valor aproximado ao estimado inicialmente. O triângulo tem 9,3 cm como base e 10 cm de altura, consequentemente $A_t = \frac{9,5 * 10,5}{2} \to A_t = \frac{99,75}{2} \to A_t = 49,88\ cm^2$. Identificados 106 quadradinhos inteiros e 42 não inteiros, estimamos que a cada três desses não inteiros equivale, aproximadamente, a um inteiro, assim $A_t = 120 * 0,42 \to A_t = 50,4\ cm^2$, valor próximo ao estimado para a área do triângulo, de acordo com suas dimensões. Durante a análise da figura qualquer foram contabilizados 123 quadradinhos inteiros e 42 não inteiros, sendo que três deles equivalem a um inteiro, portanto $A_{fq} = 137 * 0,42 \to A_{fq} = 57,54\ cm^2$. 1) Não justificou porque é o círculo, mas de acordo com suas construções é ele mesmo que possui a maior área;

	6) Escreveu: "Nós aprendemos que a área é para contar os quadrados, tem que ter paciência e muita concentração e esperteza".	2) Indicou o retângulo 2 como sendo a figura que possui a maior área, porém durante nossa análise constatamos que é o triângulo que possui a menor área; 3) De acordo com sua construção é o retângulo 1 que possui a maior área, haja vista que é o retângulo cujas dimensões são mais próximas de um quadrado; 4) Fez uso do termo estreito, mas na socialização afirmou que ele é mais largo, pois não possui lados e vértices; 5) Pode ter escolhido o quadrado pelo fato da maioria das casas terem formato retangular e identificar o quadrado como sendo uma figura geométrica diferente do retângulo; 6) Escreveu um breve relato do que fez para obter a área das figuras, ou seja, contou os quadradinhos internos as figuras que construiu com os barbantes de 32 cm e isso exigiu que tivesse muita paciência e concentração para conseguir fazer.
Leandro	Com relação ao perímetro do quadrado ele registrou 53, para o retângulo 1: 56, retângulo 2: 52, para o círculo: 55, triângulo: 53 e para a sua figura qualquer, que tem o formato da letra G, 52. Seu quadrado tem dimensões 7,5X8,5, na tabela anotou 140 quadradinhos internos. O retângulo 1, de dimensões 12X4, registrou na tabela 134 como sendo a área dele. Já o seu retângulo 2, tem dimensões 10X4, aproximadamente. Na tabela registrou 110 como o valor da área. Para a área do círculo, cujo raio é 4,75 cm, registrou na tabela 221. Escreveu 110 para representar a área do seu triângulo de base 10 cm e altura de 8 cm. Na figura qualquer, registrou 113 para representar a área. 1) Dentre as figuras, indicou o círculo como a de maior área;	As extremidades dos barbantes usados na construção do retângulo 1, do círculo e da figura qualquer não foram unidas, constituem-se como figuras abertas. Identificou com riscos de lápis de escrever os quadradinhos contabilizados, a saber, tanto internos como os externos que constituem o contorno da figura, método usado por ele para determinar o perímetro. Na análise do quadrado contabilizamos 47 lados de quadradinhos (catetos) e uma hipotenusa, assim $P_q = (47 * 0{,}65) + 0{,}92 \rightarrow P_q = 31{,}47\ cm$. No retângulo 1 identificamos 44 lados de quadradinhos e 4 hipotenusas, logo $P_{r_1} = (44 * 0{,}65) + (4 * 0{,}92) \rightarrow P_{r_1} = 32{,}28\ cm$. No retângulo 2 contabilizamos 43 lados de quadradinhos e 4 hipotenusas em seu contorno, assim $P_{r_2} = (43 * 0{,}65) + (4 * 0{,}92) \rightarrow P_{r_2} = 31{,}63\ cm$. No contorno do círculo identificamos 30 lados de quadradinhos e 15 hipotenusas, então $P_c = (30 * 0{,}65) + (15 * 0{,}92) \rightarrow P_c = 33{,}3\ cm$. Constatamos 22 lados de quadradinhos e 20 hipotenusas no contorno do triângulo, portanto $P_t = (22 * 0{,}65) + (20 * 0{,}92) \rightarrow P_t = 32{,}7\ cm$. No contorno da figura qualquer contabilizados 33 lados de quadradinhos e 12 hipotenusas, segue que $P_{fq} = (33 * 0{,}65) + (12 * 0{,}92) \rightarrow P_{fq} = 32{,}49\ cm$. Apesar de não ter identificado que pelo fato de os barbantes terem a mesma medida todas as figuras têm o mesmo perímetro, pela sua estratégia demonstra compreender o conceito de perímetro. A partir de agora serão abordadas as áreas. A unidade de medida utilizada para o cálculo das áreas é a mesma utilizada pelos outros colegas, adotou um quadradinho como uma unidade quadrada de área. Pelas dimensões do seu quadrado, ele é um retângulo, com área $A_q = 7{,}5 * 8{,}5 \rightarrow A_q = 63{,}75\ cm^2$. Contabilizamos 130 inteiros e 36 não inteiros, sendo que dos últimos, ao unir dois obtemos um quadradinho inteiro, assim $A_q = 148 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 62{,}16\ cm^2$, valor próximo ao estimado. A área do retângulo 1 é $A_{r_1} = 12 * 4 \rightarrow A_{r_1} = 48\ cm^2$. Identificamos 122 inteiros e 18 não inteiros, estimamos que é necessária a união de três para a obtenção de um, logo $A_{r_1} = 128 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 53{,}76\ cm^2$, essa diferença entre esse valor pode ser reflexo do fato de não ter unido as extremidades do barbante.

	2) Indicou, respectivamente, o triângulo e o retângulo 2 como as figuras de menor área; 3) O retângulo 1 foi indicado como a figura de maior área; 4) Nessa questão escreveu o círculo, sem apresentar justificativa escrita. Mas durante a socialização dos resultados em sala de aula foi perguntado: “Por quê?” E respondeu: “Porque não tem cantos e é mais largo”; 5) Para a base da sua casa escolheu o retângulo, porque: “é mais bonita”; 6) Escreveu: “Eu ia falar a área é tudo dentro do quadrado o quadrado é assim $\square$ dentro dele é uma área e de vários outros”.	A área do seu retângulo 2 é $A_{r_2} = 10 * 4 \rightarrow A_{r_2} = 40\ cm^2$. No seu interior contabilizamos 95 inteiros e 27 não inteiros, estimamos ser necessária a união de três para originar um, assim $A_{r_2} = 104 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 43{,}68\ cm^2$. Inferimos que essa diferença também é consequência da maneira como a figura foi construída. Seu círculo tem formato oval, de diâmetro de 9,5 cm, aproximadamente, então $A_c = \pi * (4{,}75)^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 22{,}56 \rightarrow \mathrm{A_c} = 70{,}88\ cm^2$. Constatamos 172 inteiros e 27 não inteiros, sendo que destes são necessários aproximadamente três para equivaler a um inteiro, portanto $A_c = 181 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 76{,}02$, inferimos que essa discrepância é consequência do modo como foi construído. O triangulo tem dimensões tem 10 cm de base e 8 cm de altura, logo $A_t = \frac{10*8}{2} \rightarrow A_t = \frac{80}{2} \rightarrow A_t = 40\ cm^2$. Na revisão constatamos 88 inteiros e 30 não inteiros, estimamos serem necessários cerca de três desses para equivaler a um inteiro. Consequentemente, $A_t = 98 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 41{,}16\ cm^2$, valor não muito distante ao estimado. Sua figura qualquer é semelhante a letra G, contabilizamos 96 inteiros e 36 não inteiros, destes são necessários cerca de três para obter um inteiro, assim $A_{fq} = 108 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 45{,}36\ cm^2$. 1) Constatou que o círculo possui a maior área, justificando que isso é consequência do fato dele ser redondo, isto é, não possuir vértices; 2) Aqui era suficiente indicar a figura que possuía a menor área, no caso o triângulo, mas decidiu registrar as duas com a menor área, escrevendo retângulo 2, indicando na sequência as duas menores áreas; 3) Dentre os dois triângulos, o primeiro possui a maior área; 4) Inferimos que escreveu isso porque o círculo apresentou a maior área, além de ter comentado durante a aula que o círculo tem a maior área por ser redondo, ou seja, não tem lados e nem cantos; 5) Fez essa opção por uma questão estética; 6) Compreende que a área é a parte interna da figura (superfície), nada registrou a respeito do perímetro.
Maicon	Na tabela escreveu que todas as figuras têm 32cm de perímetro. Era para construir um quadrado, mas fez um retângulo de dimensões 8,5X7,5, identificou 57 quadradinhos internos. O retângulo 1 tem as dimensões 12X4, na tabela registrou 207 como sendo sua área. O retângulo 2 tem dimensões 12,5X3,5 indicou que ele tem 203 quadradinhos internos. Afirmou ter 307 quadradinhos internos ao círculo de 4 cm de raio.	Com relação a tabela é possível ver que o aluno registrou que todas as figuras têm o mesmo perímetro, entretanto antes de fazer esse registro ele apagou o que havia escrito anteriormente, inferimos que pode ter percebido depois que todas têm o mesmo perímetro ou que copiou de algum colega sem compreender. Suas construções, exceto o círculo, estão com as extremidades unidas e não apresentam falta ou excesso de barbante. Seu triângulo não apresenta vértices, os três estão arredondados. Identificou, no retângulo 1, triângulo e figura qualquer todos os quadradinhos contabilizados, fazendo risquinhos neles, nas figuras não citadas identificou só alguns quadradinhos. Ao invés de um quadrado ele construiu um retângulo, logo sua área é $A_q = 8{,}5 * 7{,}5 \rightarrow A_q = 63{,}75\ cm^2$. Na verdade, em seu interior constatamos 137 inteiros e 33 não inteiros, destes são necessários aproximadamente três para originar um inteiro, assim $A_q = 148 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 62{,}16\ cm^2$, valor próximo ao estimado anteriormente.

	Para indicar a área do triângulo de base e altura de 9 cm escreveu na tabela o número 509. Afirmou que a área da sua figura qualquer, um coração, é 201. 1) Indicou o triângulo como a figura de maior área; 2) Afirmou ser o quadrado a figura de menor área; 3) O retângulo 1 foi indicado como o de maior área; 4) A conclusão que registrou em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área foi a seguinte: "A área 509 ela tem a maior área porque é o triangulo que tem essa área"; 5) Escolheria para a base da sua casa o quadrado, visto que escreveu "Eu queria colocar a forma quadrada para minha casa"; 6) Escreveu "a área é uma área que é que fica dentro das formas. Exemplo, o quadrado ele tem quatro lados e daí dentro do quadrado vai ter uns quadrados dentro (desenhou um quadrado 5x5, com 25 quadrados, mas escreveu 26 na sequência para representar a área) estes 26 quadrados isso que é a área mais um exemplo um retângulo tem quantas áreas (desenhou um retângulo 8x3) um retângulo ele tem 24 áreas isso que é a área".	A área do retângulo 1 é $A_{r_1} = 12 * 4 \rightarrow A_{r_1} = 48\ cm^2$. Em seu interior há 93 inteiros e 24 não inteiros, desses são necessários cerca de dois para obtenção de um inteiro, assim $A_{r_1} = 105 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 44{,}1\ cm^2$, inferimos que essa diferença ocorre devido a maneira que construiu a figura. A área do retângulo 2 é $A_{r_2} = 12{,}5 * 3{,}5 \rightarrow A_{r_2} = 43{,}75\ cm^2$. Em seu interior contabilizamos 84 inteiros e 34 não inteiros, estimamos que a cada dois não inteiros obtemos um inteiro, portanto $A_{r_2} = 101 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 42{,}42\ cm^2$, valor não discrepante do estimado para a área dele. Seu círculo tem aproximadamente 8 cm de diâmetro, então $A_c = \pi * 4^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 16 \rightarrow \mathrm{A_c} = 50{,}27\ cm^2$. Na verdade, possui 104 inteiros e 24 não inteiros em seu interior, destes aproximadamente dois equivalem a um inteiro, segue que $A_c = 116 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 48{,}72\ cm^2$, valor não distante ao estimado. O triângulo tem como base 9 cm e de altura 9 cm também, portanto $A_t = \frac{9*9}{2} \rightarrow A_t = \frac{81}{2} \rightarrow A_t = 40{,}5\ cm^2$. O número registrado pelo aluno para indicar a área é muito maior do número que constatamos, pode ser que tenha registrado alguns valores aleatoriamente, sem realizar a contagem. Identificamos 117 quadradinhos inteiros e 30 não inteiros, destes são necessários cerca de três para equivaler a um inteiro, logo $A_t = 127 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 53{,}34\ cm^2$, inferimos que essa discrepância é em função do modo como construiu a figura, como citado não tem vértices, está arredondado. Sua figura qualquer é um coração, em seu interior contatamos 77 inteiros e 27 não inteiros, dos quais são necessários aproximadamente três para equivaler a um inteiro, portanto $\mathrm{A_{fq}} = 86 * 0{,}42 \rightarrow \mathrm{A_{fq}} = 36{,}12\ \mathrm{cm}^2$. Em todas as figuras há uma diferença significativa entre os valores indicados pelo aluno e os verificados pela pesquisadora. 1) No registro da tabela nessa figura consta o maior valor para a área, mas está superior ao real, durante a análise da sua produção escrita verificamos que a figura de maior área é o quadrado com aproximadamente 62,16 cm², já o triângulo tem aproximadamente 53,34 cm². 2) O quadrado é a figura que apresenta a maior área. 3) É ele mesmo que tem a maior área, mesmo que a área 207 quadradinhos indicada pelo aluno seja discrepante aos 105 quadradinhos inteiros verificados pelas pesquisadoras. 4) Não compreendeu que o círculo tem a maior área. 5) Possivelmente fez essa escolha porque as casas presentes na sociedade possuem base quadrada ou retangular. 6) Pelo que escreveu é possível inferir que compreendeu que a área é a superfície interna das figuras, mas não fez nenhuma menção ao perímetro.

Manuel	Registrou que todas as figuras geométricas planas possuem perímetro de 32 cm. Seu quadrado tem dimensões 7,8X7,8, registrou 124 de área. O retângulo 1 tem dimensões 10,2X6, indicou ter no seu interior 153 quadradinhos. Já o seu retângulo 2 apresenta as dimensões 11x5, indicou que existem 153 quadradinhos em seu interior. Na tabela indicou que o círculo de raio 4,75 cm tem 150 quadradinhos internos. Registrou 82 como a área do triângulo, de base 12 cm e 7,5 cm de altura. Afirmou que a figura qualquer, um coração, tem como área 44 quadradinhos internos. 1) Indicou os retângulos como as figuras de maior área; 2) Indicou, a figura qualquer (coração) como a figura de menor área. 3) Escreveu que: os dois tem o mesmo tamanho; 4) Com relação a conclusão ao formato da figura necessário para se obter a maior área escreveu o seguinte: eu citava o círculo. Durante a socialização em sala de aula foi perguntado “Por quê?” E ele respondeu: “Porque é redondo, não tem lados e pontas”; 5) Para a base da sua casa afirmou que: eu escolheria o quadrado porque os outro não dá para fazer a	Na folha quadriculada marcou pontos nos vértices do quadrado, dos retângulos e do triângulo, alguns na sua figura qualquer que é um coração. Percebeu que todas as figuras têm o mesmo perímetro de 32 cm. A área do seu quadrado é $A_q = 7{,}8 * 7{,}8 \rightarrow A_q = 60{,}84\ cm^2$. Contabilizamos 131 inteiros e 14 não inteiros, esses quando unidos dois a dois formam um, logo $A_q = 138 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 57{,}96\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. A área do retângulo 1 é $A_{r_1} = 10{,}2 * 6 \rightarrow A_{r_1} = 61{,}2\ cm^2$. Detectamos 153 também, mas são 135 inteiros e 18 não inteiros, que unindo dois equivalem a um inteiro, portanto $A_{r_1} = 135 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 60{,}48\ cm^2$, valor próximo a área estimada, isso pode ser um indicativo que fez estimativas. O retângulo 2 tem área de $A_{r_2} = 11 * 5 \rightarrow A_{r_2} = 55\ cm^2$. Em seu interior há 119 inteiros e 34 não inteiros, esses quando unidos dois equivalem a um inteiro, segue que $A_{r_2} = 136 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 57{,}12\ cm^2$, valor não distante ao estimado. Seu círculo tem aproximadamente 9,5 cm de diâmetro, note que $A_c = \pi * (4{,}75)^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 22{,}56 \rightarrow \mathrm{A_c} = 70{,}88\ \mathrm{cm}^2$. Constatamos 160 inteiros e 36 não inteiros, desses a cada três obtemos aproximadamente um inteiro, deste modo $A_c = 172 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 72{,}24\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. A base do seu triângulo tem 12 cm e 7,5 cm de altura, logo $A_t = \frac{12*7{,}5}{2} \rightarrow A_t = \frac{90}{2} \rightarrow A_t = 45\ cm^2$. Identificamos 102 quadradinhos inteiros e 30 não inteiros, estimamos que a união de três desses gera um inteiro, assim $A_t = 112 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 47{,}04\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado para a área dessa figura geométrica. Construiu um coração para determinar a figura qualquer. Durante a análise constatamos 81 quadradinhos inteiros e 27 não inteiros, sendo necessária a união de três não inteiros para obter um inteiro, portanto $A_{fq} = 90 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 37{,}8\ cm^2$. 1) O seu círculo possui a maior área, porém afirmou que os retângulos é que teriam a maior área, fato que coincide com os valores que registrou na tabela, pois segundo a sua contagem os dois retângulos, apesar de serem diferentes, teriam em seu interior 153 quadradinhos. Durante a análise identificamos 153 quadradinhos no interior dos dois retângulos, mas conforme já mencionado, nem todos são inteiros, o que exigiu aproximações, evidenciando que os retângulos não possuem a mesma área, pois são distintos; 2) De acordo com suas construções, é a figura qualquer mesmo que possui a menor área; 3) Apesar do aluno afirmar que os dois retângulos são iguais, na verdade eles são diferentes, tanto é que apesar de terem em seu interior 153 quadradinhos, nem todos são inteiros o que exige aproximações, logo o retângulo 1 tem área aproximada de 60,48 cm² e o retângulo 2 de 57,12 cm², portanto o retângulo 1 tem a maior área, apesar da diferença entre elas ser pequena; 4) Constatou que o formato necessário para se obter a maior área é o círculo, não escreveu o porquê, mas durante a socialização disse que isso acontece porque o círculo é redondo, não tem lados e pontas; 5) Inferimos que tenha feito uma análise da sociedade, como as casas tem formato retangular, escolheu pelo quadrado; 6) O aluno demonstra entender a diferença entre a área e perímetro, informando que são conceitos distintos.

	casa porque eles e círculo e outras figuras geométricas; 6) Registrou: por exemplo pegue um quadrado e por dentro do quadrado é a área e nos lados do quadrado é o perímetro. Na sequência fez uma ilustração com legenda para representar a área e o perímetro, a superfície do quadrado coloriu de azul claro e o contorno de azul escuro, ao lado fez dois quadradinhos, ao lado do azul claro escreveu área e do azul escuro perímetro.	
Maria	Para o quadrado indicou perímetro 41, para o retângulo 1: 35, retângulo 2: 42, triângulo: 48, círculo: 47 e figura qualquer: 46. Seu quadrado, que na verdade é um retângulo, tem dimensões 6,5X7, determinou como área 301. Seu retângulo 1 tem como dimensões 8,5X3, indicou como área dessa figura 72. Seu retângulo 2 tem dimensões 12,5X3, estabeleceu como área 85. Na tabela escreveu 106 para a área do círculo cujo raio é 4,75 cm. Registrou 305 para a área do triângulo que tem 8,5 cm de base e 11 cm de altura. Indicou 606 para a área da figura qualquer (um coração). 1) Dentre as figuras, indicou o círculo como a de maior área; 2) Indicou o retângulo 1 como a figura de menor área; 3) O retângulo 1 foi indicado o de maior área.	Usou a régua para desenhar o quadrado e os retângulos na folha quadriculada, sobre os desenhos colou o barbante, esticando-os a fim de não ocorrer excesso e nem falta de barbante e uniu as extremidades. O quadrado e o retângulo 1 parecem ser menores que as outras figuras, na sequência analisamos o porquê disso. Marcou os quadradinhos contabilizados, exceto no quadrado e no retângulo 1. Anotou os respectivos valores dos perímetros e das áreas na tabela e na folha quadriculada. Não riscou os quadradinhos que compõe o contorno das figuras, mas inferimos que os valores que registrou para os perímetros foi pelo método da contagem. No contorno do quadrado verificamos 39 lados de quadradinhos e três hipotenusas, logo $P_q = (39 * 0{,}65) + (3 * 0{,}92) \rightarrow P_q = 28{,}11\ cm$. Há uma diferença entre o perímetro estabelecido de 32 cm, verificando as dimensões do quadrado percebemos que possui 7X6,5 (um retângulo), cujo perímetro é 27 cm, como conferimos o tamanho de todos os barbantes antes da aplicação, deve ter cortado o barbante para coincidir com o desenho que fez com a régua, ignorando a instrução inicial de usar todos os barbantes de 32 cm. No contorno do retângulo 1 foram identificados 36 lados de quadradinhos e uma hipotenusa, assim $P_{r_1} = (36 * 0{,}65) + 0{,}92 \rightarrow P_{r_1} = 24{,}32\ cm$, novamente um valor bastante divergente do esperado. O retângulo tem dimensões 8,5x3, ou seja, perímetro de 23 cm, inferimos que nessa figura o barbante também foi cortado. Já o retângulo 2 tem 46 lados de quadradinhos e uma hipotenusa, ou seja $P_{r_2} = (46 * 0{,}65) + 0{,}92 \rightarrow P_{r_2} = 30{,}82\ cm$, de fato esse retângulo é visivelmente maior que as figuras anteriores, pois apresenta dimensões 12,5X3, isto é 31 cm de perímetro, valor próximo ao determinado para o perímetro de todas as figuras. No contorno do círculo identificamos 23 lados de quadradinhos e 19 hipotenusas, todavia $P_c = (23 * 0{,}65) + (19 * 0{,}92) \rightarrow P_c = 32{,}43\ cm,$ valor próximo ao estimado. Verificamos que seu diâmetro é aproximadamente 9,5 cm, logo $P_c = 2 * \pi * 4{,}75 \rightarrow \mathrm{P_c} = 29{,}85\ cm$, mas as extremidades do barbante não foram unidades e há excesso de barbante em dois lados de quadradinhos, assim ao valor do perímetro deve

	4) A conclusão referente ao formato da figura necessário para se obter a maior área é: o círculo, porque dá para fazer várias coisas; 5) Com relação a base da sua casa escolheria: o triângulo, porque ela é melhor do que as outras; 6) Escreveu: Vocês sabem o que é área? É uma superfície e a gente também tem que contar dento da área tipo: 1, 2, 3, 4, 5 e vai indo até a onde você fez e tem o perímetro que é o contorno que fica por fora da área, se eu desenhar um quadrado eles vão ficar igual ou diferente vou desenhar um quadrado para você vê, abaixo da explicação desenhou um quadrado 9X9 expondo que sua área é 81 e seu perímetro é 36.	ser adicionado $(2 * 0{,}65) = 1{,}3\ cm$, segue que $P_c = 29{,}85 + 1{,}3 \rightarrow P_c = 31{,}15\ cm$, valor próximo ao estimado para o perímetro de todas as figuras. Identificamos 43 lados de quadradinhos e 4 hipotenusas no contorno do triângulo, portanto $P_t = (43 * 0{,}65) + (4 * 0{,}92) \rightarrow P_t = 31{,}63\ cm$. Seu triângulo tem lados com as seguintes medidas: 8,5 cm; 11,8 cm e 11,2 cm, segue que $P_t = 8{,}5 + 11{,}8 + 11{,}2 \rightarrow P_t = 31{,}5\ cm$, valor próximo ao estimado. Sua figura qualquer é um coração, contabilizamos 31 lados de quadradinhos e 13 hipotenusas em seu contorno, segue que $P_{fq} = (31 * 0{,}65) + (13 * 0{,}92) \rightarrow P_{fq} = 32{,}11\ cm$, valor próximo ao estimado para o perímetro. De agora em diante serão abordadas as áreas. A área do seu quadrado, que é um retângulo é $A_q = 6{,}5 * 7 \rightarrow A_q = 45{,}5\ cm^2$. A aluna indicou que em seu interior havia 301 quadradinhos, no entanto durante a análise contabilizamos 108 quadradinhos inteiros e 13 não inteiros, destes a cada dois equivalem a um, assim $A_q = 114 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 47{,}88\ cm^2$, valor não distante ao estimado. O retângulo 1 tem área $A_{r_1} = 8{,}5 * 3 \rightarrow A_{r_1} = 25{,}5\ cm^2$, mas verificamos que são 60 quadradinhos inteiros e 10 não inteiros, sendo que para obter um inteiro desses é necessário unir dois quadradinhos, então $A_{r_1} = 65 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 27{,}5\ cm^2$, valor não discrepante do estimado. Seu retângulo 2 tem $A_{r_2} = 12{,}5 * 3 \rightarrow A_{r_2} = 37{,}5\ cm^2$ de área. Constatados 86 quadradinhos inteiros e 8 não inteiros, esses que unidos equivalem a 4 inteiros, portanto $A_{r_2} = 90 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 37{,}8\ cm^2$, valor próximo ao estimado. Seu círculo tem 9,5 cm de diâmetro, portanto $A_c = \pi * (4{,}75)^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 22{,}56 \rightarrow \mathrm{A_c} = 70{,}88\ \mathrm{cm}^2$, mas identificamos 161 inteiros e 30 não inteiros, unindo três desses é obtido um inteiro, sendo assim $A_c \cong 171 * 0{,}42 \rightarrow A_c \cong 71{,}82\ cm^2$, valor próximo ao estimado para a área. Seu triângulo tem 8,5 cm de base e 11 cm de altura, então $\mathrm{A_t} = \frac{8{,}5*11}{2} \rightarrow A_t = \frac{93{,}5}{2} \rightarrow A_t = 46{,}75\ cm^2$, porém contabilizamos 103 inteiros e 27 não inteiros, sendo que unindo três deles obtemos um inteiro, deste modo $A_t \cong 112 * 0{,}42 \rightarrow A_t \cong 47{,}04\ cm^2$, valor próximo ao estimado. Por fim, sua figura qualquer é um coração, na revisão constatamos 116 quadradinhos inteiros e 42 não inteiros, destes são necessários, aproximadamente, três para equivalerem a um inteiro, desta maneira $A_{fq} = 130 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 54{,}6\ cm^2$. A diferença entre o valor indicado pela aluna e o constatado por nós é grande, pode ser que não tenha realizado a contagem, colocando um número aleatório para não deixar em branco. 1) Inferimos que pode ter copiado de algum colega essa informação, isso porque de acordo com os seus registros, a figura que na tabela tem a maior área é a figura qualquer, 606, valor discrepante do real; 2) De acordo com as suas construções é ele, mas como mencionado, cortou um pedaço do barbante diminuindo ainda mais a sua área; 3) Indicou o retângulo 1 como o de maior área também, no entanto deve ter se confundido no momento de registrar, haja vista que a área do retângulo 2 é a maior, pois o barbante que compõe o seu contornou não foi cortado.

		4) Somente com as palavras que registrou não é possível fazer inferências; 5) Para ela o triângulo é melhor que as outras, demonstra ter uma preferência por essa figura, pois de acordo com a sua concepção é a mais bonita. 6) Demostra saber diferenciar área e perímetro.
Milena	Registrou que todas as figuras construídas possuem 32 cm de perímetro. No quadrado, com dimensões 7,2X7,5 (retângulo) determinou como área 124. Seu retângulo 1 tem dimensões 11,5X4 na tabela indicou como área 114. O retângulo 2 tem dimensões 10,5X5,5 na tabela determinou como área 144. Indicou que o círculo com 4,5 cm de raio tem 154 de área. Na tabela indicou como área 107 para o triângulo de base 9,5 cm e altura 8,5 cm. Na figura qualquer, um coração, indicou como área 106 quadradinhos internos. 1) Afirmou que o círculo é a figura de maior área. 2) Indicou a figura qualquer (coração) como a figura de menor área. 3) O retângulo 2. 4) Com relação a conclusão ao formato da figura necessário para se obter a maior área escreveu o seguinte: O círculo. Porque ele é mais largo; 5) Para a base da sua casa escolheria: Quadrado. Porque a minha casa seria quadrada;	Marcou os quadradinhos contabilizados, exceto do quadrado e do retângulo 1. No quadrado, círculo, triângulo e figura qualquer, as extremidades dos barbantes não foram unidas, apresentam sobra de barbante, o que ocasionou uma diferença com relação aos valores das áreas estimadas para as figuras. Com relação ao perímetro, compreendeu que nas condições estabelecidas, todas as figuras têm o mesmo. Seu quadrado (retângulo) tem como área $A_q = 7{,}2 * 7{,}5 \rightarrow A_q = 54\ cm^2$. Constatamos 111 inteiros e 34 não inteiros, destes sendo necessários dois para constituir um inteiro, deste modo $A_q = 128 * 0{,}42 \rightarrow A_q = 53{,}76\ cm^2$, valor próximo ao estimado. A área do retângulo 1 é $A_{r_1} = 11{,}5 * 4 \rightarrow A_{r_1} = 46\ cm^2$. Contabilizamos 97 inteiros e 30 não inteiros, destes são necessários aproximadamente 3 para equivalerem a um inteiro, logo $A_{r_1} = 107 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 44{,}94\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. O retângulo 2 tem área igual a $A_{r_2} = 10{,}5 * 5{,}5 \rightarrow A_{r_2} = 57{,}75\ cm^2$. Contabilizamos 127 inteiros e 18 não inteiros, desses são necessários aproximadamente dois para equivaler a um inteiro, assim $A_{r_2} \cong 136 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} \cong 57{,}12\ cm^2$, valor bem próximo ao estimado. Como $127 + 18 = 145$, inferimos que a aluna contabilizou os não inteiros como sendo iguais aos inteiros. Seu círculo tem aproximadamente 9 cm de diâmetro, deste modo $A_c = \pi * (4{,}5)^2 \rightarrow \mathrm{A_c} = \pi * 20{,}25 \rightarrow \mathrm{A_c} = 63{,}62\ \mathrm{cm}^2$. Identificamos 138 inteiros e 39 não inteiros, desses a cada três obtemos aproximadamente um inteiro, deste modo $A_c \cong 151 * 0{,}42 \rightarrow A_c \cong 63{,}42\ cm^2$, valor muito próximo ao estimado. Nesse caso como indicou 154 e esse valor é próximo de 151, inferimos que a aluna pode ter feito estimativas para chegar nesse valor. O triângulo tem 9,5 cm de base e 8,5 cm de altura, portanto $A_t = \frac{9{,}5*8{,}5}{2} \rightarrow A_t = \frac{80{,}75}{2} \rightarrow A_t = 40{,}38\ cm^2$. Contabilizamos 88 inteiros e 39 não inteiros, sendo necessários cerca de três para equivaler a um inteiro, logo $A_t = 101 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 42{,}42\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. Contabilizamos na figura, 99 quadradinhos inteiros e 33 não inteiros, destes estimamos serem necessário três para equivaler a um inteiro, assim $A_{fq} = 110 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 46{,}2\ cm^2$. Como 106 é um número próximo de 110, inferimos que provavelmente fez estimativas para chegar nesse valor. 1) É perceptível que anteriormente havia escrito retângulo 2, segunda figura com a maior área, mas fez a alteração, demonstrando ter identificado que a maior área pertence ao círculo; 2) Durante a análise constatamos que o triângulo tem a menor área e não a figura qualquer como ela registrou; 3) É de fato o retângulo 2 que tem a maior área;

	6) Explicaria o seguinte para um aluno do terceiro ano: A área é por dentro de quaisquer coisas, exemplo: coração, quadrado e vários eu vou explicar o que é área: (fez a ilustração do quadrado, com a legenda explicando que a área é a superfície interna e o perímetro é o contorno). Isso que eu expliquei são a Área e o Perímetro.	4) Possivelmente tenha feito esse registro porque visualizou que o círculo não tem lados e nem vértices, ao contrário das demais figuras, pelo formato arredondado é mais largo, consequentemente por não ter cantos sua área é maior. 5) Inferimos que tenha feito essa escolha porque a maioria das casas da sociedade possuem formato retangular. 6) Demonstra ter compreendido a diferença entre a área e o perímetro.
Ruan	Registrou que todas as figuras construídas possuem 32 cm de perímetro. Seu quadrado (retângulo) tem dimensões 8X6,5 indicou na tabela 130 como área. Seu retângulo 1 tem como dimensões 11,5X4,5 na tabela indicou que ele tem 119 de área. O retângulo 2 tem como dimensões 11,5x4,5, indicou que ele tem 132 de área. Na tabela indicou que o círculo cujo raio é 5 cm tem 160 de área. Na tabela escreveu que o triângulo de base 8 cm e altura 12 cm tem 139 de área. Indicou que a figura qualquer, a qual tem o formato do número 8, tem 33 de área. 1) Indicou o círculo como a figura de maior área; 2) Indicou a figura qualquer (número 8) como a figura de menor área; 3) Afirmou ser o retângulo 2; 4) Com relação a conclusão ao formato da figura necessário para se	Uniu as extremidades dos barbantes, exceto na figura qualquer (o número 8). Identificou com riscos de lápis de escrever os quadradinhos contabilizados. Demonstrou compreender que todas as figuras possuem o mesmo perímetro. O seu quadrado ficou “arredondado”, mas em sua parte interior ele construiu um retângulo que tem como área estimada $A_q = 8{,}5 * 7 \rightarrow A_q = 59{,}5\ cm^2$. Contabilizamos 154 quadradinhos inteiros e 36 não inteiros, sendo necessários aproximadamente três desses para equivalerem a um inteiro, logo $A_q = 166 * 0{,}42 \rightarrow 69{,}72\ cm^2$, essa discrepância é em função da maneira que construiu o quadrado. O retângulo 1 tem área $A_{r_1} = 11{,}5 * 4{,}5 \rightarrow A_{r_1} = 51{,}75\ cm^2$, no entanto constatamos 129 inteiros e 21 não inteiros, desses são necessários cerca de três para equivalerem a um inteiro, portanto $A_{r_1} = 136 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_1} = 57{,}12\ cm^2$. Inferimos que essa discrepância é em função da construção do retângulo. O retângulo 2 é igual ao anterior, apenas estão em posições distintas. Logo $A_{r_2} = 11{,}5 * 4{,}5 \rightarrow A_{r_2} = 51{,}75\ cm^2$. Na análise identificamos 116 quadradinhos internos inteiros e 21 não inteiros, sendo necessário unir três deles para obter, aproximadamente, um inteiro. Desse modo, $A_{r_2} = 123 * 0{,}42 \rightarrow A_{r_2} = 51{,}66\ cm^2$, valor próximo ao estimado. Seu círculo tem aproximadamente 10 cm de diâmetro, consequentemente $A_c = \pi * 5^2 \rightarrow A_c = \pi * 25 \rightarrow A_c = 78{,}54\ cm^2$. Constatamos que na verdade são 172 inteiros e 33 não inteiros, desses a cada três obtemos aproximadamente um inteiro, deste modo $A_c = 183 * 0{,}42 \rightarrow A_c = 76{,}86\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. O triângulo tem como base 8 cm e 12 cm de altura, portanto $A_t = \frac{12 * 8}{2} \rightarrow A_t = \frac{96}{2} \rightarrow A_t = 48\ cm^2$. No entanto, identificamos 108 quadradinhos internos inteiros e 39 não inteiros, destes estimamos serem necessários três para obtermos um inteiro, assim $A_t = 121 * 0{,}42 \rightarrow A_t = 50{,}82\ cm^2$, valor não discrepante ao estimado. A sua figura qualquer tem o formato do número 8, mas ele usou aproximadamente metade do barbante para a construção. Foram contabilizados 18 quadradinhos inteiros e 27 não inteiros, desses são necessários aproximadamente três para equivaler a um inteiro, assim $A_{fq} = 27 * 0{,}42 \rightarrow A_{fq} = 11{,}34\ cm^2$, esse valor baixo é em função de não ter usado todo o barbante para a construção.

	obter a maior área escreveu o seguinte: O círculo é o maior em área porque pelo seu formato circular ele obtém mais espaço; 5) Para a base da sua casa escreveu: Eu escolheria o retângulo, porque ele é parecido com a minha casa e é a forma preferida da minha vó; 6) Explicaria o seguinte para um aluno do terceiro ano: A área é o que está dentro de uma forma ou de algo que dá para colocar dentro e o perímetro é o contorno de uma forma.	1) De fato, é ele mesmo; 2) É ela mesma, mas vale ressaltar que ela apresenta uma área bem inferior ao esperado porque ele não usou todo o barbante para a construção; 3) Foi constatado que o retângulo 1 tem a maior área, isso é consequência do modo que o construiu, mesmo eles tendo as mesmas dimensões. No retângulo 1 o barbante está mais esticado que no retângulo 2; 4) Durante a socialização foi perguntado a ele por que o círculo tem mais espaço? E ele respondeu: Porque não tem lados e cantos. Ele percebeu que o círculo é o que tem a maior área por ele não ter arestas e vértices. 5) Fica explícito que sua escolha foi em função de uma análise do espaço em que está inserido, além de levar em consideração um fator emocional, explicitando a preferência da avó pelo retângulo, ente familiar pela qual demonstra ter um carinho muito grande; 6) O aluno apresenta compreender que área e perímetro são conceitos diferentes e que não possuem uma relação entre eles. Inferimos que ao escrever “dá para colocar dentro”, ele teve a pretensão de escrever “dá para contar dentro” isso porque como estão sendo introduzido esse conceito para eles, o método utilizado para a determinação da área é contagem, para posteriormente aprenderem e compreenderem os métodos (fórmulas) para a determinação desse valor.

Fonte: Autora, a partir das notas de suas notas de aula como professora-pesquisadora.

Assim como a Tarefa 1, elaboramos todas as outras de modo a oportunizar aos alunos envolverem-se em atividade investigativa. Decidimos estabelecer compreensões entre a primeira e a última tarefa, pelo fato de terem sido aplicadas em contextos diferentes, a primeira presencialmente antes da pandemia e a última remotamente, devido à pandemia. Assim, vamos justificar e demonstrar que, ao criarmos a Tarefa 6, tínhamos consciência de que ela poderia proporcionar um ambiente investigativo, mas que isso dependeria do envolvimento dos alunos. Segue uma Trajetória Hipotética de Investigação – THI, uma previsão de como os alunos poderiam vivenciar os quatro momentos da Investigação Matemática durante a realização da Tarefa 6.

No momento inicial, antes de responder ao encadeamento de questões, os alunos que estivessem interessados em investigar e descobrir coisas novas poderiam indagar: o que é retângulo? O que é quadrado? Como calcular o perímetro do retângulo? E do quadrado? Como eu faço para que todos os retângulos e quadrados tenham a medida de perímetro igual a 16 unidades de comprimento? Retângulo e quadrados são iguais? São diferentes? Quais as diferenças entre eles? Como calcular a área do retângulo? E do quadrado? Será que todas as áreas serão iguais também? Ou os valores das áreas serão diferentes, mesmo o valor dos perímetros sendo o mesmo? O valor do perímetro influencia a valor da área? O valor da área está relacionado com o valor do perímetro, tem uma ligação direta? A Área influencia o perímetro? Se sim, explique como. Entre muitas outras possibilidades de exploração e formulação de questões que o professor não consegue prever antecipadamente.

Na sequência, poderiam começar a organizar os dados, conjecturar, fazer afirmações sobre as conjecturas, por exemplo: retângulo é uma figura geométrica com quatro lados, dois maiores e dois menores; o quadrado é uma figura geométrica com quatro lados também; porém todos são iguais; o perímetro é o contorno da figura; então, para determinar o perímetro, eu posso contar os lados dos quadradinhos que estão no contorno da figura que desenhei; a área é a superfície interna ao contorno; então vou contar quantos quadradinhos têm dentro de cada figura para saber o valor da área; os valores dos perímetros das figuras planas que construí são diferentes; os valores dos perímetros das figuras planas que construí são iguais; os valores das áreas das figuras planas que construí são diferentes; os valores das áreas das figuras planas que construí são iguais; os valores dos perímetros e das áreas são iguais; os valores dos perímetros e das áreas são diferentes; área e perímetro são conceitos que têm relação; área e perímetro são conceitos que não têm relação; entre outras possibilidades de afirmações.

Ao conjecturar, os indivíduos podem fazer afirmações verdadeiras e afirmações falsas; por isso a necessidade de realizar testes e reformulações, para refinar as conjecturas verdadeiras. Nos exemplos, citados anteriormente, durante os testes, poderiam verificar que: retângulo é uma figura geométrica com quatro lados, dois maiores e dois menores; o quadrado é uma figura geométrica com quatro lados também; porém todos são iguais; o perímetro é o contorno da figura, então para determinar o perímetro, eu posso contar os lados dos quadradinhos que estão no contorno da figura que desenhei, porque cada tracinho da malha dos quadradinhos tem medida igual a 1 (uma) unidade quadrada; a área é a superfície interna ao contorno, então vou contar quantos quadradinhos têm dentro de cada figura para saber o valor da área; os valores dos perímetros das figuras planas que construí são iguais; os valores das áreas das figuras planas que construí são diferentes; os valores dos perímetros e das áreas são diferentes; área e perímetro são conceitos que não têm relação; entre outras possibilidades de testes e reformulações.

A partir destas investigações, é preciso justificar e avaliar essas conjecturas refinadas por meio de testes e reformulações, para convencer a si e aos outros indivíduos envolvidos no ambiente investigativo que suas conjecturas são verdadeiras e pode provar isso por meio da escrita ou da oralidade. Nesse contexto, pode argumentar que os perímetros são iguais, haja vista que todos os retângulos e quadrados desenhados na malha têm 16 unidades de comprimento, por outro lado, ao calcular as áreas os valores mudam; logo área e perímetro são conceitos distintos que não têm relação, entre outras possibilidades de justificação e avaliação.

Deste modo, com relação à primeira questão: “Na malha acima, construa o máximo de retângulos e quadrados com medida de perímetro igual a 16 unidades de comprimento”. Esperávamos que desenhassem retângulos diferentes (7X1, 6X2, 5X3) e que constatassem que dentro das condições do enunciado o único quadrado que poderiam desenhar era o 4X4.

Para a segunda: “Calcule a área de cada uma destas figuras construídas.” Imaginávamos que contariam quantos quadradinhos cada figura tem em seu interior, haja vista que no enunciado está escrito que cada tracinho da malha dos quadradinhos tem medida igual a 1 (uma) unidade de comprimento.

Na terceira: “O que você percebe sobre a área e o formato das figuras?” Acreditávamos que eles concluíssem que tanto o formato quanto as áreas eram diferentes, o que tinham em comum era o valor do perímetro, 16 unidades de comprimento. E na quarta: “O que você conclui após resolver estas questões?” Previamos que afirmassem que área e perímetro são conceitos diferentes, que não possuem relação, que nesta tarefa o perímetro de todas as figuras era igual, no entanto suas áreas eram diferentes.

Essa tarefa exploratório-investigativa foi enviada remotamente, aos treze participantes da primeira, apenas quatro devolveram a Tarefa 6. No Quadro 4, seguem a descrição, a interpretação e as inferências sobre as produções escritas deles, na Tarefa 6.

Quadro 4: Análise das produções escritas - Tarefa 6

Alunos	Descrição	Interpretação e Inferências
Eduardo	Na grade o aluno desenhou seis quadrados de dimensão $4X4$ e quatro retângulos de dimensão 5X3. Na questão 2 escreveu "a área do quadrado é $L*L=4*4=16$", em seguida "a área do retângulo $L*L=3*5=15$". Na questão 3 escreveu "que são diferentes". Na questão 4 escreveu "cada figura tem sua área diferente uma da outra".	Na questão 1 deveríamos ter especificado que deveriam construir o máximo de retângulos e quadrados com medida de perímetro igual a 16 unidades de comprimento que fossem distintos, pois de acordo com a produção escrita desse aluno, foi possível constatar que o comando da questão não ficou claro, haja vista que o aluno interpretou que deveria usar o número máximo de quadradinhos da grade, não tendo problema em repetir as figuras. Na questão 2 ele calculou a área das duas figuras distintas que fez e na grade desenhou 6 quadrados 4X4 e 4 retângulos 3X5. Com base nas suas produções escritas nas questões 3 e 4 demonstra perceber que apesar dos quadrados e dos retângulos que desenhou terem formatos diferentes, seus perímetros são iguais, o que difere são os valores da área. Logo, o aluno demonstra não estabelecer uma falsa relação entre área e perímetro.
Kalebe	Na grade o aluno não fez nenhum desenho, apenas fez linhas onduladas em todas as linhas horizontais. Na questão 2 disse "os retângulos estão com 16 de área". Na questão 3 registrou "iguais". Na questão 4 disse "que todas as figuras são retângulos".	Na questão 1 o aluno provavelmente não entendeu o comando da questão. Na questão 2 confundiu os valores da área e dos perímetros, uma vez que todas as figuras deveriam ter 16 de perímetro, já os valores da área deveriam calcular para perceber que, apesar dos perímetros serem iguais, as áreas eram distintas, para assim não estabelecer uma falsa relação entre esses conceitos. Na questão 3 escreveu iguais, possivelmente para não deixar a questão em branco, haja vista que nem fez os desenhos para analisá-los. Na questão 4 escreveu algo que é verídico, pois havendo a possibilidade de desenhar o quadrado 4X4 que possui perímetro 16, ele é um retângulo, porque tem todos os ângulos internos iguais a 90º, logo todo quadrado é retângulo, mas nem todo retângulo é quadrado, pois para ser quadrado a medida de todos os lados devem ser iguais. Apesar de ainda não ter estudado os ângulos, conceito que aprenderá nos Anos Finais do Ensino Fundamental, possivelmente escreveu isso por ter descartado a possibilidade de existir um quadrado com perímetro 16. Na tarefa 1 o aluno soube calcular o perímetro e a área, porém não se envolveu em atividade investigativa. Além disso, demonstrou compreender as perspectivas Topológica, Dimensional e Variacional. Nesta tarefa acreditamos que ele não tenha entendido o comando da questão e por ter sido aplicada remotamente, não foi possível esclarecer as suas dúvidas.
Manuel	Na questão 1 fez o desenho de um quadrado 3X3 e um retângulo 4X2. Na questão 2 escreveu "a área é 12 e 9 quadrado", ao lado registrou as	Na questão 1 demonstrou não ter compreendido o comando da questão, uma vez que não fez nenhuma figura cujo perímetro fosse 16. Na questão 2 calculou a área do quadrado que desenhou que é 9, cujo perímetro é 12, já o retângulo 6X2 não desenhou, mas de fato o valor da sua área é 12 conforme calculou e inclusive seu perímetro é 16, conforme o solicitado na questão 1.

	seguintes multiplicações "$6 * 2 = 12$" e "$3 * 3 = 9$", Na questão 3 disse "um é retângulo fino e a outra é quadrada e grossa". Na questão 4 registrou "a área e perímetro".	Na questão 3 expressa ter observado o formato das figuras que desenhou. Na questão 4 afirma que com as questões calculou os valores das áreas e dos perímetros das figuras planas. Caso o aluno tivesse calculado a área do retângulo 4X2 ele teria mantido a ideia da questão, pois as figuras teriam o mesmo perímetro (12 cm) e poderia perceber que as áreas seriam diferentes, o que vai ao encontro da perspectiva variacional. Pelo fato dele ter demonstrado compreender, na Tarefa 1, as perspectivas Topológica, Dimensional, Variacional e nesta ter apresentado uma predisposição a assimilar uma perspectiva computacional. Além de ter se envolvido em atividade investigativa na tarefa anterior, pensamos que ele escreveu 6, por distração, ao invés de 4, no momento de calcular a área.
Maria	Na grade desenhou dois triângulos, um quadrado 4X4 e um retângulo 5X3. Na questão 2 escreveu "cada uma tem 16 comprimentos". Na questão 3 disse "que cada uma são diferente". Na questão 4 afirmou "que cada uma tem o mesmo comprimento".	Na questão 1 desenhou um quadrado e um retângulo com perímetro 16, utilizamos a régua para verificar o perímetro dos triângulos, identificamos que um tinha 14,5 cm e o outro 15,5 cm, valores próximos ao valor estabelecido. Na questão 2 a área do quadrado que desenhou é 16, esse é o único caso em que os valores da área e do perímetro coincidiam, mas possivelmente se referiu aos perímetros e não as áreas como pedia a questão. Na questão 3 de fato os retângulos e os triângulos são diferentes, mas os perímetros são iguais e as áreas diferentes. Na questão 4 afirma que os perímetros são iguais, reforçando o que foi estabelecido no enunciado. Com essa tarefa reforça que o conceito unidimensional do perímetro ela compreendeu, no entanto o que faltou para ela conseguir envolver-se em atividade investigativa foi calcular as áreas, conceito bidimensional, para ter a oportunidade de comparar o formato das figuras, seus perímetros e suas áreas para conjecturar e justificar que apesar de terem o mesmo perímetro as áreas variam, logo área e perímetro não possuem uma relação. Como na Tarefa 1, tanto ela como o Manuel demonstraram compreender as perspectivas Topológica e Dimensional, possivelmente se tivessem tido um apoio mais direto do professor durante a realização da tarefa, ambos teriam visualizado a perspectiva variacional, tendo a oportunidade de concluir que área e perímetro não possuem relação, envolvendo-se em atividade investigativa.
Fernando **Heron** **Jaqueline** **Kaike** **Karoline** **Leandro** **Maicon** **Milena** **Ruan**	Não entregaram a tarefa.	

Fonte: A autora (2021) a partir dos dados da pesquisa.

A partir das interpretações e inferências, identificamos e descrevemos quais são as maneiras desses alunos de lidar com as tarefas e estabelecemos compreensões sobre elas, que geraram agrupamentos, os quais são descritos no próximo capítulo. Como a Tarefa 1 foi aplicada presencialmente, foram possíveis intervenções em sala de aula, as quais também são descritas a seguir. Além disso, firmamos algumas compreensões entre o envolvimento dos alunos na primeira e na última tarefa exploratório-investigativa.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a análise da produção escrita desse 4º ano, identificamos e descrevemos as maneiras de lidar desses alunos com as tarefas exploratório-investigativas. Além disso, interpretamos e inferimos algumas coisas, conforme descritas nos quadros do capítulo anterior. A partir de nossas interpretações e inferências, estabelecemos compreensões sobre as maneiras de lidar desse grupo de alunos ao resolverem a Tarefa 1 e a Tarefa 6. No Quadro 05, apresentamos os agrupamentos que geramos com base em nossas compreensões da Tarefa 1.

Quadro 5: Compreensões sobre as maneiras de lidar dos alunos com a Tarefa 1

Grupos	Nossas compreensões	Alunos
G1	Apresentaram generalizações.	Eduardo, Fernando, Heron, Jaqueline, Kaike, Kalebe, Maicon, Manuel, Milena e Ruan
G2	Apresentaram conjecturas.	Eduardo, Fernando, Heron, Kalebe, Karoline, Leandro, Manuel, Maria, Milena e Ruan
G3	Envolveram-se em atividade investigativa	Eduardo, Heron, Manuel, Milena e Ruan
G4	Mostram compreender a perspectiva Topológica.	Eduardo, Fernando, Heron, Jaqueline, Kalebe, Karoline, Leandro, Maicon, Manuel, Maria, Milena e Ruan
G5	Mostram compreender a perspectiva Dimensional.	Eduardo, Fernando, Heron, Jaqueline, Kalebe, Karoline, Leandro, Maicon, Manuel, Maria, Milena e Ruan
G6	Mostram compreender a perspectiva Variacional.	Eduardo, Fernando, Heron, Jaqueline, Kalebe, Maicon, Manuel, Milena e Ruan.
G7	Apresentaram maneiras convencionais de lidar com a Tarefa.	Eduardo, Fernando, Heron, Jaqueline, Kaike, Kalebe, Karoline, Leandro, Maicon, Manuel, Maria, Milena e Ruan
G8	Apresentam maneiras idiossincráticas de lidar com a Tarefa.	Karoline, Leandro e Maria

Fonte: Autora, 2021.

Os alunos que compõem o grupo G1 são os que generalizaram que todas as figuras geométricas planas construídas têm perímetro igual a 32cm, porque cada barbante utilizado para constituir o seu contorno tem essa medida. O grupo G2 é constituído pelos alunos que apresentaram mais de uma maneira de calcular a área e/ou afirmaram que o círculo possui a maior área.

O G3 indica quais foram os alunos que se envolveram em atividade investigativa, perpassando os quatro momentos citados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019): exploração e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulações; justificação e avaliação. Nem todos os alunos que generalizaram e conjecturaram envolveram-se em atividade investigativa. Inserimos neste grupo os alunos que, em seus registros ou na fala, justificaram que a área e o perímetro são conceitos diferentes, demonstrando compreender (ou ter uma predisposição a compreender) que, mesmo fixo o perímetro, as áreas podem variar, porque não têm uma relação.

Os alunos que em suas produções escritas demonstram compreender que os conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada à superfície e ao perímetro ao contorno, integram o G4. Os que demonstram compreender que figuras bidimensionais são adequadas para o cálculo de áreas e as figuras unidimensionais são adequadas para o cálculo de perímetro constituem o G5.

Os que expressam entender que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, que figuras geométricas planas com o mesmo perímetro podem ter áreas distintas, compõe o G6. A recíproca também é verdadeira, isto é, figuras geométricas planas com a mesma área podem ter perímetros diferentes, mas ela foi abordada na Tarefa 2.

Com base em suas produções escritas, percebemos que os alunos lidam de duas maneiras para resolver as tarefas: convencionais e/ou idiossincráticas. Entendemos como maneiras convencionais estratégias e procedimentos previsíveis, que é de uso ou de praxe. As suas estratégias e procedimentos diferentes se configuraram em maneiras idiossincráticas, indo ao encontro do resultado apontado por Dalto, Viola dos Santos e Buriasco (2017, p. 126-127). Isso reforça que:

> Por mais que os professores queiram antecipar as maneiras de lidar de seus alunos diante dos problemas que resolvem, é pouco provável que eles consigam enquadrá-las em algum modo específico de resolução. Nosso encaminhamento, então, é de que essas discussões a respeito das maneiras como os alunos lidam com problemas matemáticos podem oferecer repertórios para os professores ampliarem e refinarem as leituras que fazem de seus alunos em sala de aula. Não uma leitura na qual as resoluções dos alunos se enquadrem em alguma forma de resolução pré-estabelecida pelos professores, mas sim uma leitura que busque entender a singularidade de cada aluno, em seus processos de resoluções de problemas.

Entendemos como maneiras convencionais (G7) a generalização do valor do perímetro, a contagem dos quadradinhos internos para a determinação da área, a identificação do círculo como tendo a maior área e considerar diferentes dois retângulos iguais, mas com rotações diferentes. Classificamos por idiossincráticas (G8) a maneira de calcular o perímetro por meio da contagem dos lados e diagonais (hipotenusas) dos quadradinhos que compõem o contorno das figuras e o corte dos barbantes para a construção de algumas figuras.

Os alunos que ora lidaram de maneira peculiar, ora lidaram de maneira convencional também, possivelmente, se a tarefa fosse corrigida de acordo com a dualidade certo ou errado, esses alunos teriam errado quando fizeram uso de uma maneira idiossincrática de lidar, por exemplo, ao determinar o perímetro pela contagem, uma vez que não registraram na tabela os valores esperados de antemão. Como foi realizada a análise da produção escrita como alternativa para a avaliação da aprendizagem, constatamos (prática de investigação) que esses alunos, apesar de não terem escrito os valores esperados, compreenderam a unidade unidimensional de medida do perímetro.

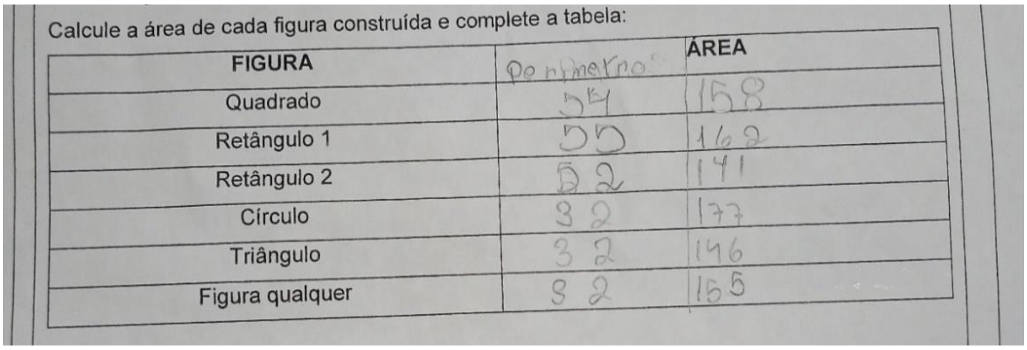
Após essa análise, como ministrava[17] aula nesta turma todas as sextas-feiras, foi viável a realização de algumas intervenções com base na análise realizada na primeira tarefa. A primeira foi entregar para eles a tarefa, solicitando que socializassem como descobriram qual era o valor do perímetro das figuras construídas, imediatamente a maioria disse que todas possuíam o mesmo perímetro porque todos os barbantes tinham 32 cm. Ao indagar se alguém tinha feito diferente, ninguém se manifestou, parecendo não acreditarem na possibilidade de existirem outras estratégias e procedimentos para responder a esta questão.

Neste momento, pedi para os alunos Karoline, Leandro e Maria do grupo 8 compartilharem com os colegas como responderam à questão. Ficaram acanhados, mas Leandro disse que havia contado os quadradinhos, os outros dois balançaram a cabeça confirmando que também haviam feito isto, ou seja, para determinarem o valor dos perímetros fizeram a contagem dos lados e das diagonais (hipotenusas) dos quadradinhos da folha quadriculada que compõem o contorno das figuras geométricas construídas.

Seguem as fotos para ilustrar o modo como completaram a tabela, bem como a maneira que fizeram suas construções e as respectivas contagens e marcações. Na sequência, são descritas como foram realizadas as intervenções em sala de aula.

[17] Neste trecho nos referimos às ações que a pesquisadora realizou em sala de aula, por isso será escrita na primeira pessoa do singular.

Figura 11: Tabela da Karoline



Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	perímetro	ÁREA
Quadrado	54	158
Retângulo 1	55	162
Retângulo 2	52	141
Círculo	32	177
Triângulo	32	146
Figura qualquer	32	165

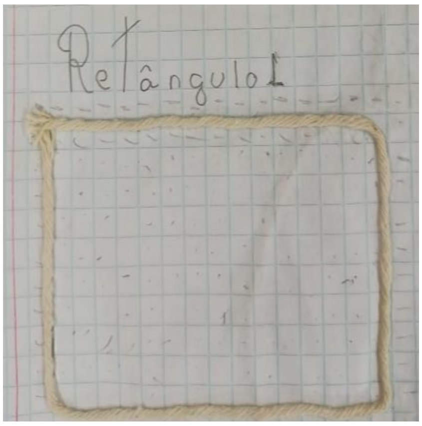
Fonte: Acervo da Autora.

Na figura 11, a aluna Karoline registrou valores não esperados de antemão para o perímetro do quadrado, retângulo 1 e retângulo 2. Isso chamou nossa[18] atenção e fomos verificar suas construções, então percebemos que fez risquinhos no contorno dessas figuras, conforme ilustrado nas Figuras 12, 13 e 14 a seguir.

Figura 12: Quadrado da Karoline

Fonte: Acervo da Autora

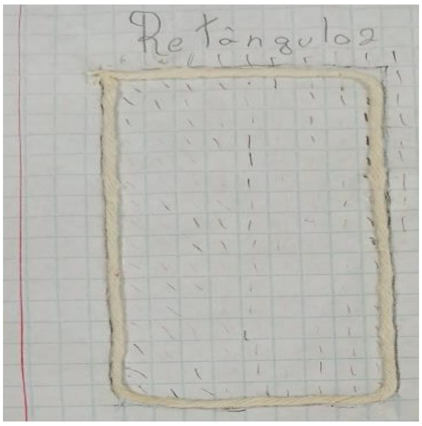
Figura 13: Retângulo 1 da Karoline



Fonte: Acervo da Autora

[18] Como realizamos a análise da produção escrita juntas, descrevemos na primeira pessoa do plural.

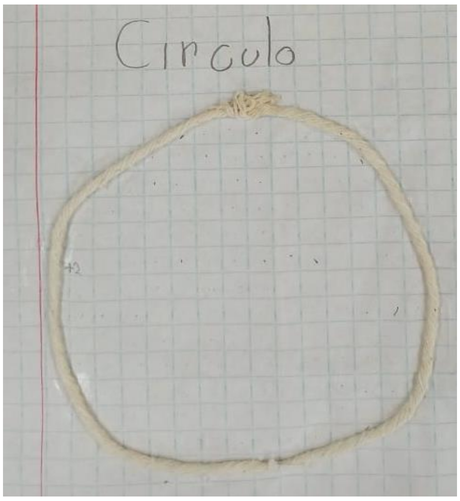
Figura 14: Retângulo 2 da Karoline



Fonte: Acervo da Autora

Essa estratégia ela utilizou apenas para as figuras com lados retos (horizontais e verticais), para as outras figuras usou o valor esperado de antemão para o perímetro. Conforme representado nas Figuras 15, 16 e 17, não fez risquinhos no contorno do círculo, triângulo e figura qualquer, demonstrando compreender que essas figuras têm o mesmo perímetro, porque os barbantes que compõem os seus contornos são iguais.

Figura 15: Círculo da Karoline

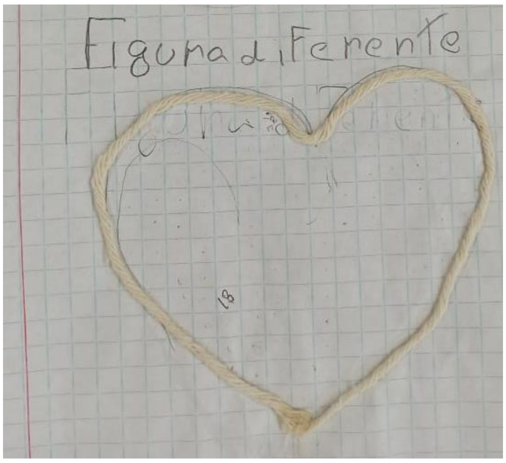


Fonte: Acervo da Autora

Figura 16: Triângulo da Karoline

Fonte: Acervo da Autora

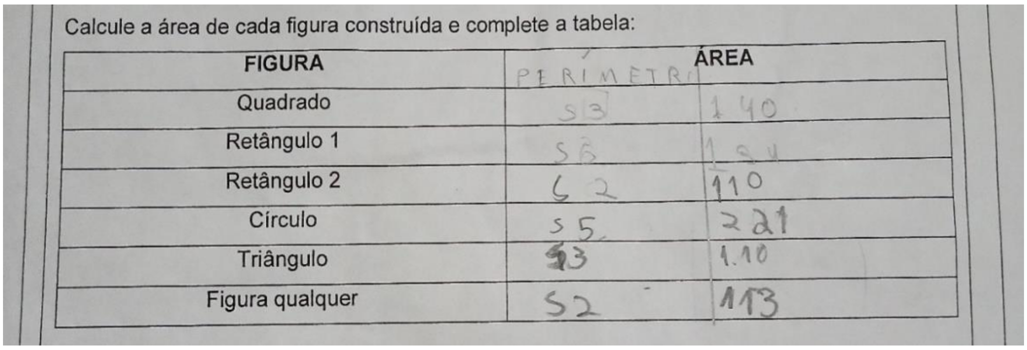
Figura 17: Figura qualquer da Karoline



Fonte: Acervo da Autora

Na sequência, são apresentadas imagens da produção escrita do Leandro, para mostrar sua maneira peculiar de lidar com a Tarefa 1. A Figura 18 exemplifica como ele completou a tabela.

Figura 18: Tabela do Leandro



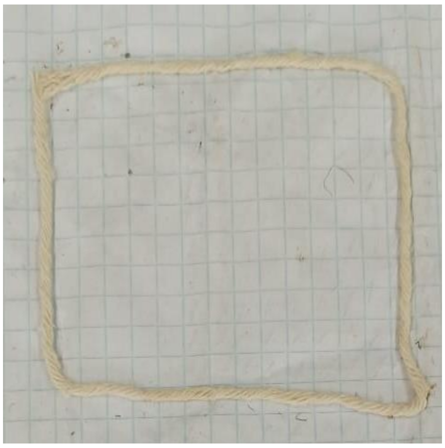
Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	PERIMETRO	ÁREA
Quadrado	53	140
Retângulo 1	5[illegible]	1[illegible]
Retângulo 2	62	110
Círculo	55	221
Triângulo	53	1.10
Figura qualquer	52	113

Fonte: Acervo da Autora

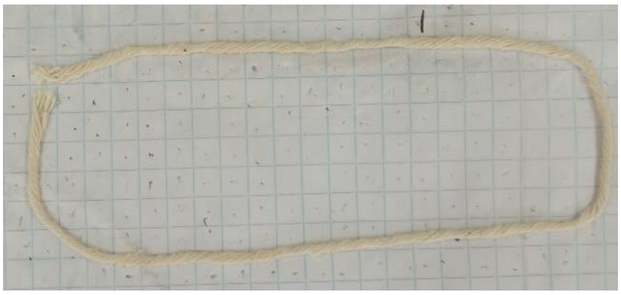
No campo destinado para o registro do perímetro, ele não registrou nenhuma vez o número 32. Verificamos suas construções e nos deparamos com o que mostramos nas Figuras 19, 20, 21, 22, 23 e 24 que seguem.

Figura 19: Quadrado do Leandro



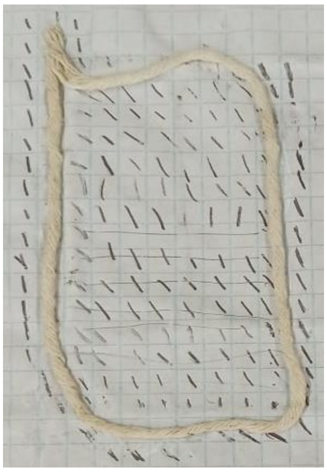
Fonte: Acervo da Autora

Figura 20: retângulo 1 do Leandro



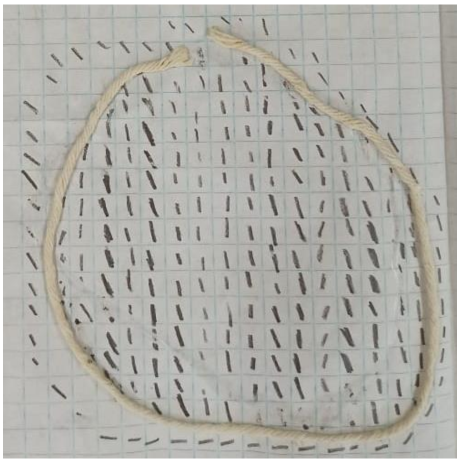
Fonte: Acervo da Autora

Figura 21: Retângulo 2 do Leandro



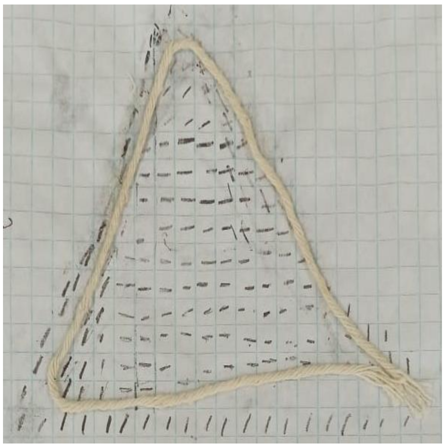
Fonte: Acervo da autora

Figura 22: Círculo do Leandro



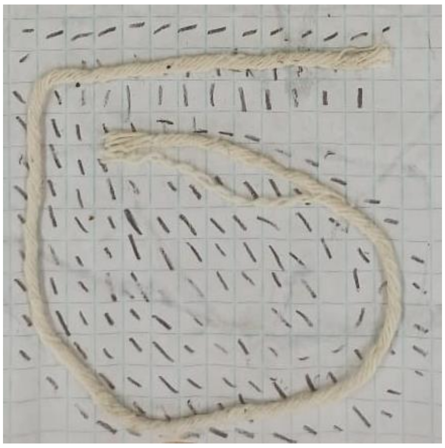
Fonte: Acervo da autora

Figura 23: Triângulo do Leandro



Fonte: Acervo da Autora

Figura 24: Figura qualquer do Leandro



Fonte: Acervo da Autora

Ele contabilizou os lados e as diagonais dos quadradinhos (hipotenusas) que compõem o contorno de todas as figuras que construiu, conforme descrito no Quadro 03 do Capítulo 3, no qual fizemos a análise detalhada da produção escrita deles. Verificamos que, de fato, essa estratégia leva a uma aproximação do perímetro a 32 cm, levando em consideração a soma da medida de cada lado e das diagonais (hipotenusas) dos quadradinhos.

Essa estratégia nos surpreendeu, trazendo à tona a maneira peculiar escolhida por Leandro para lidar com a tarefa, demonstrando saber como calcular o perímetro. Além disso, explicita, em seus registros, que o perímetro é unidimensional (contorno) e a área é bidimensional (superfície).

A seguir, discorremos sobre a maneira peculiar da Maria lidar com a Tarefa 1. Na figura 25, podemos observar e analisar como completou a sua tabela.

Figura 25: Tabela da Maria

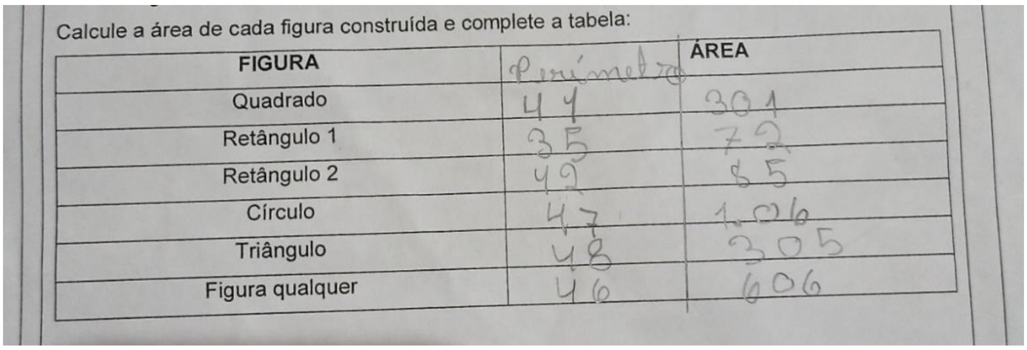
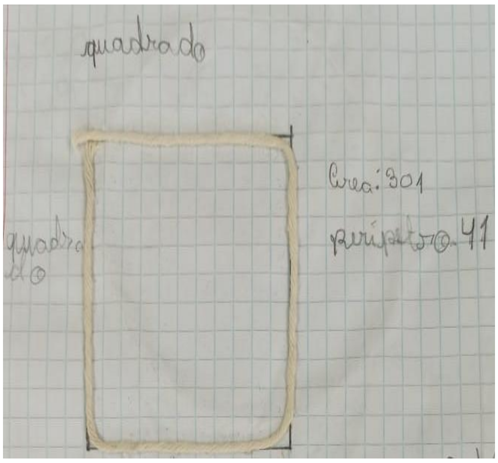

Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	Perímetro	ÁREA
Quadrado	44	301
Retângulo 1	35	72
Retângulo 2	42	85
Círculo	47	1.016
Triângulo	48	305
Figura qualquer	46	606

Fonte: Acervo da Autora

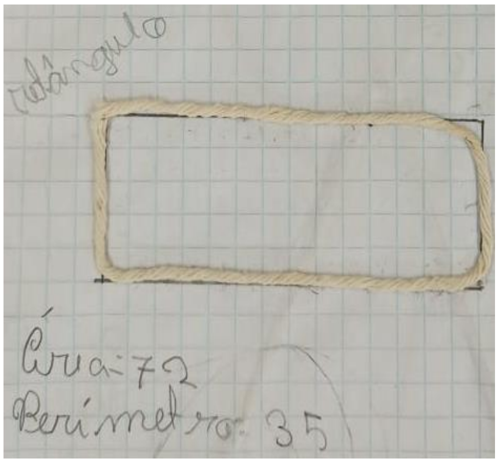
Ao analisarmos os valores dos perímetros, verificamos que todos eram diferentes de 32, já imaginamos que poderia ter contabilizado os lados e diagonais dos quadradinhos que compõe o contorno das figuras. No entanto, algo chamou nossa atenção, o perímetro do quadrado e dos retângulos apresentavam valores inferiores. Ao analisar essas figuras, percebemos que o quadrado e o retângulo 1 eram menores e coincidiam com as figuras que ela construiu usando régua, conforme ilustrado nas Figuras 26 e 27.

Figura 26: Quadrado da Maria



Fonte: Acervo da Autora

Figura 27: Retângulo 1 da Maria



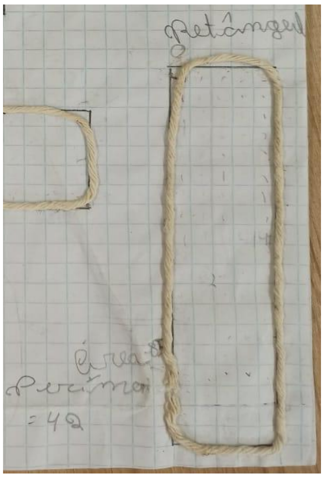
Fonte: Acervo da Autora

Percebemos que os barbantes dessas duas figuras eram menores, como havíamos conferido o tamanho antes de entregar para eles, podemos afirmar que ela cortou os barbantes para coincidir com o desenho que fez. Medimos o barbante e verificamos que o valor do perímetro era aproximadamente 27 cm, ao levar em consideração a medida dos lados e diagonais dos quadradinhos (hipotenusas) que compõem o seu contorno e somá-los, obtivemos 28,11 cm. Assim, constatamos que os valores são aproximados.

Mesmo não seguindo as instruções, ela demonstrou, com sua maneira peculiar de lidar com a tarefa, compreender que o perímetro é unidimensional e que sabe calculá-lo.

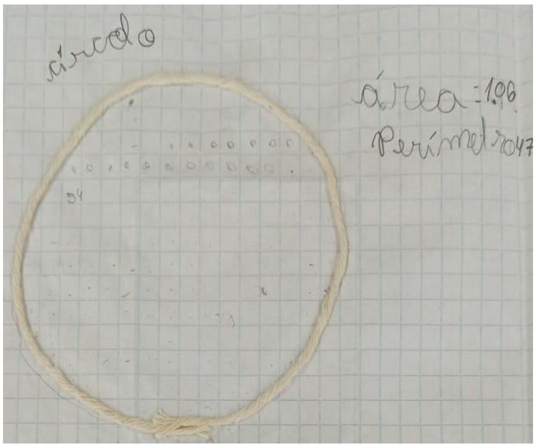
Apesar do perímetro do retângulo 2 que registrou na tabela ser menor também, ao analisar a figura, percebemos que não cortou o seu barbante, conforme apresentado na Figura 28. Nas Figuras 29, 30 e 31 também não cortou o barbante e, em nossa análise, constatamos que a soma das medidas dos lados e das diagonais (hipotenusas) dos quadradinhos que compõem os seus respectivos contornos são próximas ao valor de 32 cm.

Figura 28: Retângulo 2 da Maria



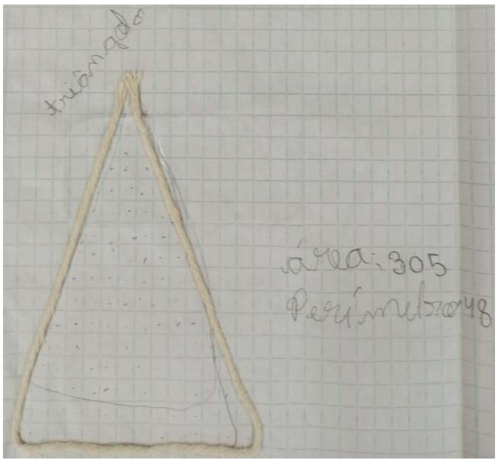
Fonte: Acervo da Autora

Figura 29: Círculo da Maria



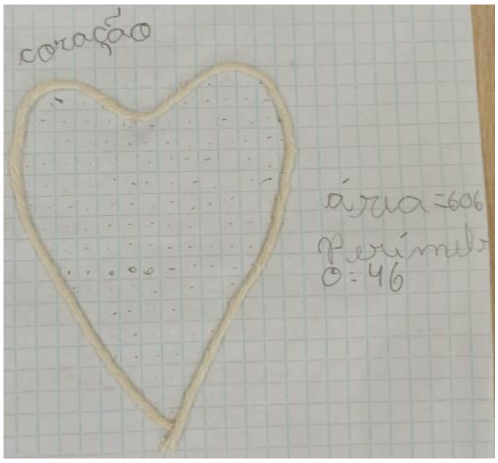
Fonte: Acervo da Autora

Figura 30: Triângulo da Maria



Fonte: Acervo da Autora

Figura 31: Figura qualquer da Maria



Fonte: Acervo da Autora

A partir da fala do Leandro, alguns alunos se manifestaram afirmando que estavam errados, imediatamente indaguei:[19] Será? Vamos investigar? Solicitei que quem tivesse régua pegasse e quem não tivesse eu emprestaria. Pedi que medissem os lados dos quadradinhos do papel quadriculado, houve muita divergência em relação aos valores, com isso constatei que muitos alunos não sabiam fazer uso da régua, aproveitei o momento para explicar.

Depois da explicação, ainda ocorreram divergências em relação aos valores, por não ser um número inteiro, com isso conversamos e chegamos ao consenso de que, aproximadamente, cada lado do quadradinho media 0,65 cm. Chamei a atenção para o fato de que 0,65 é um número menor do que 1. Eu perguntei à Karoline:

Professora: Quantos lados de quadradinhos você contou para determinar o perímetro do quadrado?

Karoline: Contei 54.

Professora: Você pode vir até aqui na frente para contarmos todos juntos?

Karoline: Sim!

Todos: 1, 2, 3 ... 48.

Professora: São 48 lados de quadradinhos. Todos os lados são iguais?

Karoline: Não, dois são maiores (estava se referindo à hipotenusa do triângulo retângulo ao dividir o quadradinho ao meio, mas ainda não conhece esse termo, pois é ensinado nos Anos Finais do Ensino Fundamental).

Professora: Como podemos descobrir quanto medem esses dois lados?

A maioria dos alunos pegaram a régua e começaram a medir; outros, vendo os colegas manusearem a régua, pegaram também. Foi difícil chegar a um consenso, por envolver números decimais, mas em diálogo foi estabelecido que cada lado maior (hipotenusa) média aproximadamente 0,92 cm.

Na sequência, perguntei:

Professora: Sabendo a medida dos lados e diagonais (hipotenusas) dos quadradinhos que compõem o quadrado, vocês sabem determinar o perímetro do quadrado?

Ficaram em silêncio, deixei alguns minutos livres para pensarem como proceder, então Leandro disse:

[19] Como serão descritas intervenções que a pesquisadora fez em sala de aula, enquanto professora, esses trechos serão escritos na primeira pessoa do singular, toda vez que se referir à professora. Os comentários da pesquisadora, permanecem na primeira pessoa do plural.

Leandro: Podemos somar.

Alguns alunos: É verdade! Isso mesmo!

Professora: É uma alternativa, mas é um trabalho interessante somar 48 parcelas?

Alguns alunos: Não.

Eduardo: Não, isso dá muito trabalho.

Professora: Como devemos proceder para essa tarefa ser menos trabalhosa?

Demorou um pouco, mas Eduardo se pronunciou...

Eduardo: Podemos multiplicar.

Professora: Multiplicar o quê?

Eduardo: 0,65 por 48.

Professora: Então todos têm o mesmo tamanho?

Todos: Não (em coro).

Professora: Então como podemos fazer?

Eduardo: Podemos multiplicar 0,65 por 46 e 0,92 por 2 e somar.

Professora: Vamos fazer isso.

No quadro, efetuei primeiro a multiplicação de 0,65 por 46, resultando em 29,90. Expliquei que o número depois da vírgula representa uma parte menor que um inteiro. No entanto, informei que operações com números decimais é um conteúdo que aprenderão no 8º ano, mas que, basicamente, efetuamos a multiplicação como se os dois números fossem inteiros, não entrei nos detalhes em relação à vírgula. Resolvida a multiplicação, contamos quantos algarismos têm depois da vírgula (casas decimais) nos dois números que multiplicamos (fatores), somamos e colocamos essa quantidade de números depois da vírgula no resultado (produto). Como o número 0,65 tem dois números depois da vírgula e, o 46, nenhum, segue que 2 + 0 = 2, por isso o resultado 29,90 tem dois números depois da vírgula (casas decimais).

Na sequência, realizei no quadro a multiplicação de 0,92 por 2, obtendo como resultado 1,84, explicando novamente o processo descrito na multiplicação anterior. Feitas as duas multiplicações, indaguei o que deveríamos fazer com os valores, alguns alunos disseram para somarmos. Armei a adição no quadro ressaltando que nesta operação o procedimento é diferente, devemos colocar vírgula embaixo de vírgula e realizar a adição normalmente. Desta maneira, concluímos que $P = (0,65 * 46) + (0,92 * 2) \rightarrow P = 29,9 + 1,84 \rightarrow P = 31,74$ cm, valor próximo ao estimado para cada barbante.

Aproveitei a oportunidade para conversar com eles sobre as aproximações, pois na Matemática nem tudo é exato, às vezes é necessário trabalhar com valores aproximados, fazendo estimativas. No entanto, na escola os professores priorizam situações que geram valores exatos, com simplificações perfeitas, mas, no cotidiano, são frequentes valores não exatos. É essencial que os indivíduos aprendam na escola fazer estimativas, bem como cálculo mental, para orientar a resolução de problemas cotidianos.

Ao analisarmos a descrição dessa explicação, avaliamos se a utilização do material dourado poderia enriquecer a abordagem das operações com números decimais, para atribuição de significado a décimos e centésimos. No entanto, diante da reflexão de experiências com crianças, julgamos que a utilização desse material poderia confundir as crianças, uma vez que elas estão construindo o conceito de número, e muitas se embasam na ideia de que um cubinho, do material dourado, representa uma unidade, um inteiro. Talvez, uma outra forma de os introduzir à compreensão dos números decimais, seria conduzi-los com a ideia de que os algarismos, à direita da vírgula, representam algo menor do que um inteiro, ou seja, representam pedaços de um inteiro.

Cabe ainda destacarmos que esta discussão com os alunos, a qual acabou trazendo à tona a multiplicação de números decimais, envolvendo décimos e centésimos, emergiu da maneira idiossincrática dos próprios alunos ao resolverem a tarefa, não sendo nossa intenção abordar tais conceitos. Todavia, compreendemos que, em tarefas de exploração-investigação em sala de aula, podem vir à tona conceitos e conteúdos não previstos, mas decorrentes das maneiras idiossincráticas dos alunos, em lidar com as tarefas.

Além dessa intervenção, desenhei no quadro dois retângulos congruentes, apenas em rotações distintas, e indaguei:

Professora: Eles são iguais ou diferentes?

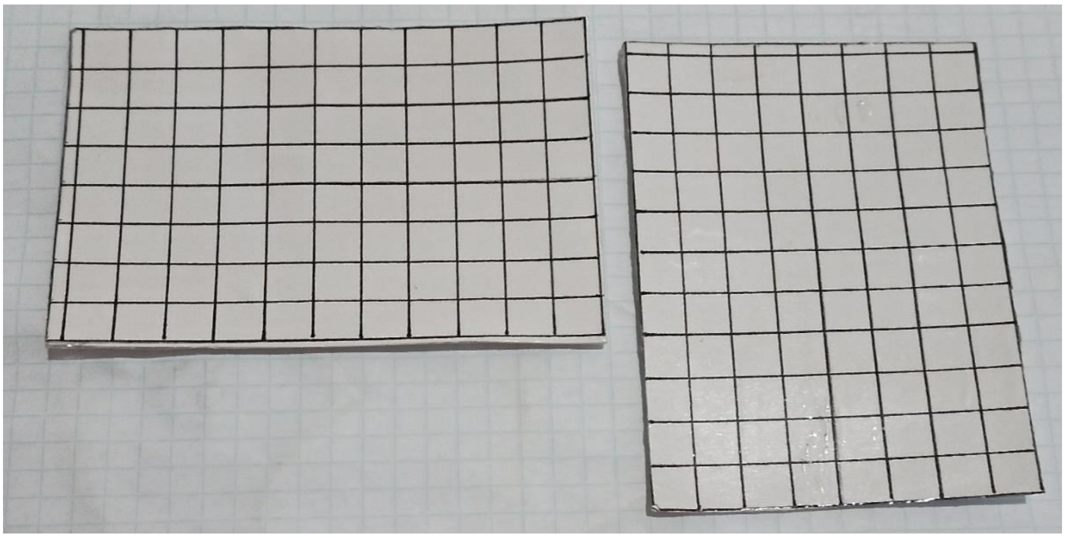
Alguns alunos: São diferentes.

Professora: Por quê?

Eduardo: Um está em pé e o outro deitado.

Depois dessa resposta, entreguei para cada um deles dois retângulos iguais, Figura 41, construídos em papel paraná e plastificados, passei de carteira em carteira, colocando um na vertical e outro na horizontal (na linguagem utilizada por eles: um em pé e o outro deitado).

Figura 32: Retângulos iguais em rotações distintas



Fonte: Autora, 2021.

Professora: Esses retângulos que vocês têm sobre a carteira são iguais ou diferentes?

Alguns alunos: São diferentes.

Eduardo: Posso mexer neles?

Professora: Sim!

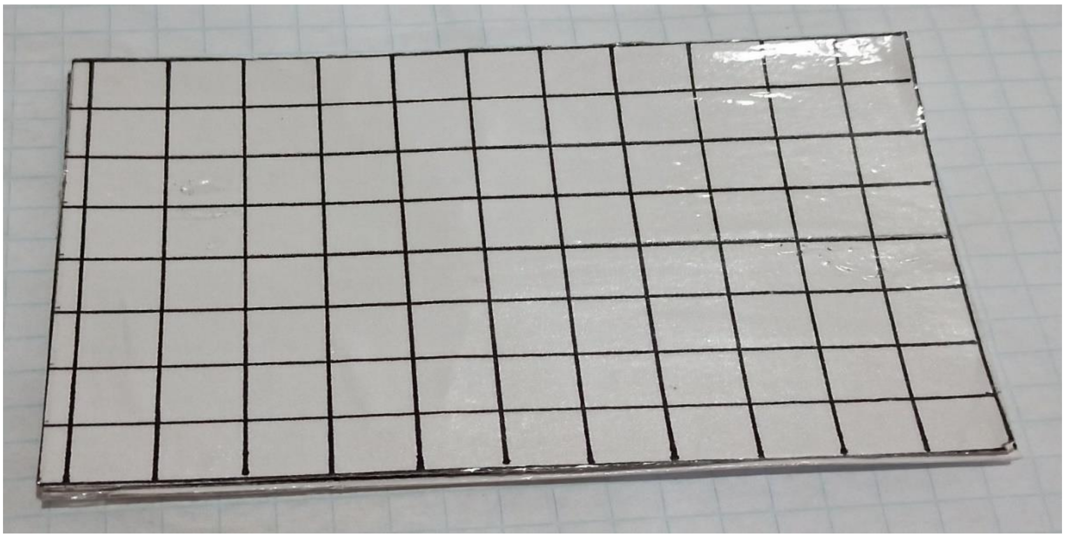
Eduardo: Eles são iguais!

Professora: Como você descobriu isso?

Eduardo: Eu coloquei um em cima do outro (Figura 42, erguendo e mostrando para os colegas que sobrepôs um ao outro, convencendo os colegas que eram iguais).

Professora: Isso mesmo Eduardo! Os que estão desenhados no quadro também são iguais, porque eles têm os lados com as mesmas medidas (mesmas dimensões), porém estão em posições (rotações) diferentes; contudo, os que estão no quadro não conseguimos pegar e sobrepô-los, caso pudéssemos aconteceria a mesma coisa.

Figura 33: Retângulos iguais sobrepostos na mesma rotação



Fonte: Autora, 2021.

Na sequência, foram elaboradas mais 5 tarefas, conforme descrito no Capítulo 1. Decidimos descrever a análise da primeira e da última tarefa, para identificarmos se houve uma evolução do conhecimento deles referente à área e ao perímetro com o encadeamento que criamos. No Quadro 6, apresentamos os agrupamentos que geramos com base em nossas compreensões da Tarefa 6.

Quadro 6: Compreensões sobre as maneiras de lidar dos alunos com a Tarefa 6

Grupos	Nossas compreensões	Alunos
G1	Apresentaram generalizações.	Eduardo
G2	Apresentaram conjecturas.	Eduardo e Manuel
G3	Envolveram-se em atividade investigativa.	Eduardo
G4	Mostram compreender a perspectiva Topológica.	Eduardo e Manuel
G5	Mostram compreender a perspectivas Dimensional.	Eduardo e Manuel
G6	Mostram compreender a perspectiva Variacional.	Eduardo
G7	Apresentaram uma predisposição para compreender a perspectiva computacional.	Eduardo e Manuel
G8	Apresentaram maneiras convencionais de lidar com a Tarefa.	Eduardo, Kalebe, Manuel e Maria
G9	Apresentam maneiras idiossincráticas de lidar com a Tarefa.	Eduardo, Manuel e Maria

Fonte: Autora, 2021.

A generalização que o aluno do G1 apresentou foi demonstrar compreender que figuras com perímetro igual podem ter áreas diferentes (G6). Consequentemente demonstram compreender que os conceitos de área e perímetro correspondem a objetos geométricos distintos (G4), bidimensionais adequadas para o cálculo da área e unidimensionais adequadas para o cálculo do perímetro (G5). Conjecturaram (G2) ao escrever a fórmula para calcular a área do quadrado e do retângulo, demonstrando ter uma predisposição para compreender a perspectiva computacional (G7), apresentando uma maneira de lidar com a tarefa diferente dos demais colegas (G9). Diante do exposto, inferimos que se envolveram em atividade investigativa (G3).

Entendemos por convencional (G8) o método de contagem dos quadradinhos para a determinação da área e/ou do perímetro e desenhar apenas quadrados e/ou retângulos. Já por idiossincrática (G9) classificamos a determinação da fórmula para calcular as áreas e desenhar triângulos cujos perímetros são aproximadamente 16cm. Os alunos que lidam de maneira peculiar em alguns momentos lidam de maneira convencional também.

Ao compararmos as compreensões que estabelecemos sobre a produção escrita deles na Tarefa 1 com a Tarefa 6, o primeiro aspecto que chama a atenção é o número de participantes na primeira e o número de participantes na última. Com o envio das tarefas remotamente, a participação diminuiu significativamente. Eu[20] estava à disposição deles todas as sextas-feiras, das 7h30min às 11h30min, via *e-mail* e *WhatsApp*, mas pouquíssimos entraram em contato para esclarecer alguma dúvida sobre elas.

Nesse período inicial da pandemia, houve uma resistência muito forte da instituição de ensino em realizar chamadas de vídeo entre o professor e os alunos, por exemplo via *Google meet*, mas, verificando os resultados obtidos nesta pesquisa, percebemos[21] que esse contato direto entre professor e aluno, mesmo que virtualmente, faz toda a diferença. Provavelmente se tivesse sido realizada uma chamada de vídeo com a turma, o número de participantes seria maior e o desempenho também, simplesmente por terem motivação em se empenhar e participar.

Apesar de o envolvimento dos alunos ter diminuído, quando as tarefas passaram a ser enviadas remotamente devido à pandemia, foi possível perceber com a análise da produção escrita que nossas tarefas contribuem para os alunos não estabelecerem uma falsa relação entre área e perímetro, além de demonstrarem uma pré-disposição à compreensão da perspectiva computacional, cada um no seu tempo,

[20] Utilizamos a primeira pessoa do singular neste trecho por nos referirmos exclusivamente à professora da Educação Básica e autora desta dissertação.
[21] Como realizamos a análise da produção escrita juntas, chegamos em algumas conclusões juntas, por isso aqui escrevemos na primeira pessoa do plural.

de acordo com suas especificidades, pois essa categoria não emergiu na primeira tarefa, mas na última sim, reforçando que o encadeamento das seis tarefas englobam as quatro perspectivas descritas por Baltar (1996).

Similar ao realizado por Schimitt (2015), Santos (2015) e Tojeiro (2019), fundamentadas em Lamonatto (2011), adaptamos e aplicamos tarefas exploratório-investigativas de Geometria, à luz da teoria da Investigação Matemática (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2019). Além do realizado por Schimitt (2015), que verificou as dificuldades que os estudantes apresentaram ao manusear a régua e ao escrever conjecturas e conclusões; identificamos generalizações, conjecturas, envolvimento em atividade investigativa, compreensão da perspectiva Topológica, Dimensional e Variacional e predisposição para compreender a perspectiva computacional, identificando maneiras convencionais e idiossincráticas de lidar com a tarefa. Buscamos não realizar uma análise pela falta, trazendo à tona tudo o que os alunos revelaram nas resoluções, em suas produções escritas, gerando algumas intervenções em sala de aula e outras tarefas.

Uma correlação identificada com a pesquisa de Schimitt (2015) foi também perceber que os alunos, muitas vezes, expressam suas ideias oralmente, mas, no momento de escrevê-las, diferentemente do ocorrido com a pesquisadora referida, que o fez de forma sintética, no nosso caso, produziram bastante material, o que possibilitou identificar diversos conhecimentos. Corroboramos com a autora que tarefas exploratório-investigativas possibilitam aos alunos lidarem com o novo e o inesperado, estimulando-os a participarem ativamente de sua própria aprendizagem, instigando o desenvolvimento da autonomia deles, tornando o ensino de matemática mais significativo para eles, conforme salientado por Santos (2015).

Em harmonia com Tojeiro (2019), reforçamos que trabalhos realizados à luz da metodologia Investigação Matemática contribuem para a retirada dos professores e dos alunos da zona de conforto, fazendo que eles testem suas hipóteses em busca de regularidades. Assim como a autora supracitada, percebemos que alguns alunos não se envolveram em atividade investigativa pelo fato de não compreenderem alguns enunciados das questões propostas.

Prestes (2015), em seu estudo, fez uso de questões não-rotineiras, assim como nós, ao decidirmos utilizar em nossa pesquisa tarefas exploratório-investigativas, as quais não são comuns no cotidiano dos alunos. Não realizamos prova em fases como ele, porém a leitura de sua dissertação foi primordial para a realização das nossas intervenções em sala de aula, visando a uma avaliação da aprendizagem como prática de investigação, pautada na análise da produção escrita dos alunos.

O estudo da dissertação de Paixão (2016) colaborou tanto para a análise dos dados construídos, quanto para filtrá-los, haja vista que era inviável analisar detalhadamente todos e, assim como ela, selecionamos os mais significativos para a nossa pesquisa, de acordo com os objetivos estabelecidos. Além disso, realizar as questões propostas por ela para os professores e responder ao seu questionário favoreceu o nosso olhar para o que eles fizeram e não para o que deixaram de fazer.

Por sua vez, a leitura da pesquisa de Rossetto (2016), o qual elaborou uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem – THA, inspirou a elaborar a nossa Trajetória Hipotética de Investigação – THI, a fim de justificar o porquê nossas tarefas exploratório-investigativas proporcionariam aos alunos a oportunidade de vivenciar um ambiente investigativo em sala de aula.

O estudo de Santos (2016) foi importante para a execução da nossa análise, principalmente para verificar se o raciocínio dos alunos que, em alguns momentos, procederam de maneira idiossincrática estava coerente com as tarefas propostas, cooperando para realizarmos uma análise do que eles fizeram e não do que deixaram de fazer.

A dissertação de Silva (2016) auxiliou o “encontrar-se” de nossa prática pedagógica, algo tão subjetivo e em constante transformação. Da mesma maneira que ela, houve momentos que não sabíamos como intervir e/ou como escrever, mas seu relato serviu como acalento, pois todos que se propõem a realizar a análise da produção escrita e a escrevê-la passam por momentos complicados como esses.

A leitura de pesquisas como a de Britto (2015), Silva (2015), Novais (2017) e Ovando (2017), os quais realizaram estudos relacionados à formação de professores de matemática, pautados em análise da produção escrita, ajudou-nos a refinar nosso olhar durante a análise da produção escrita dos alunos, tentando evitar a dualidade certo ou errado, bem como voltando o nosso olhar para o que fizeram e não para o que deixaram de fazer, trazendo à tona e respeitando as suas maneiras de lidar com as tarefas, sejam elas convencionais ou idiossincráticas.

Descritos os resultados que construímos em nossa pesquisa e feitas as devidas discussões, correlacionando com os trabalhos recentes referentes à Investigação

Matemática e à análise da produção escrita, passemos para as considerações fiais, momento em tecemos algumas considerações pertinentes ao nosso estudo.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A realização da análise da produção escrita desses alunos, buscando superar a tradição de olhar pela falta e a dicotomia certo ou errado, não é uma tarefa fácil, haja vista que, durante a análise, várias vezes acabamos julgando os procedimentos dos alunos como certos ou errados, até mesmo olhando a produção escrita deles pela falta de informações e, ainda, fazendo comparação entre as produções escritas.

Portanto, para ser implementada em sala de aula, é necessário haver esforço por parte do professor e se policiar constantemente para não recair em análise pela falta, na dicotomia certo ou errado e até mesmo na comparação entre as produções escritas. Assim como os alunos não estão habituados com a investigação matemática em sala de aula, eu[22], enquanto professora e pesquisadora em formação, não estou acostumada a realizar a análise da produção escrita dessa maneira; logo, é praticando e fazendo que podemos aprender com as próprias falhas e contradições.

Depois da análise, as primeiras considerações que emergiram foram: a dificuldade que os alunos têm em escrever matematicamente e a dificuldade na interpretação dos enunciados das questões influenciam a escrita? Mas por que minha primeira consideração é em relação a dificuldades dos alunos e não a algo que eles fizeram? Aqui a análise pela falta estava operando, então foi necessário um repensar para trazer à tona a produção escrita deles.

Com essa reflexão, comecei a me policiar constantemente para mudar meu foco, analisando a produção escrita e não o que poderiam ter registrado e não registraram. Mesmo com meu esforço para mudar, pode ser que, na hora de escrever, ainda tenha recaído na análise pela falta, na dicotomia certo ou errado e na comparação entre as produções, mesmo tendo lido e relido muitas vezes, alguns pontos podem ter passado despercebidos. Vale ressaltar que a questão da comparação é muito delicada, é próprio do homem estabelecer comparações; no entanto, cada indivíduo é singular, consequentemente sua forma de aprender e de registrar também são e devem ser respeitadas.

[22] Optamos pela linguagem na primeira pessoa do singular para transcrevermos as considerações da pesquisadora que aplicou as tarefas em sala de aula e que trabalha com a Educação Infantil e Anos Iniciais.

Foi necessário esse esforço para realizarmos[23] a análise da produção escrita e seguir o rastro da problemática da nossa pesquisa: *Quais maneiras de lidar os alunos de um 4º ano utilizam para resolver tarefas de exploração-investigação matemática?*

Para respondê-la, estabelecemos compreensões sobre as maneiras de lidar desse grupo de alunos ao resolverem tarefas de exploração-investigação; para isso ser possível, construímos seis tarefas exploratório-investigativas, orientando-nos pelo referencial teórico, envolvendo os conteúdos de área e perímetro. Elaboramos seis tarefas, porque com essa quantidade conseguimos abordar as perspectivas: Topológica, Dimensional e Variacional, com o intuito de preparar os alunos para a perspectiva computacional.

Realizando a análise da produção escrita como ferramenta para a avaliação da aprendizagem, a fim de colocarmos em prática a avaliação como prática de investigação, fizemos as interpretações e inferências que descrevemos no Quadro 3 e no Quadro 4, que integram o Capítulo 3. Consequentemente, identificamos as maneiras de lidar dos alunos que participaram da pesquisa e estabelecemos compreensões sobre elas, que geraram os agrupamentos presentes no Quadro 5 e no Quadro 6, que constituem o Capítulo 4.

Com este estudo, foi possível constatar q*uais maneiras de lidar os alunos de um 4º ano utilizam para resolver tarefas de exploração-investigação matemática,* a saber: maneiras convencionais e maneiras idiossincráticas. Entendemos como maneiras convencionais estratégias e procedimentos previsíveis, que é de uso ou de praxe. As maneiras idiossincráticas envolvem estratégias e procedimentos diferentes, singulares, particulares, peculiares, não previstos de antemão.

Além disso, contribuímos para que os alunos não estabeleçam uma falsa relação entre área e perímetro. Porque esses conceitos foram introduzidos e abordados com base nas perspectivas: Topológica, Dimensional e Variacional, com o intuito de prepará-los para a compreensão da perspectiva computacional. Baseadas em nossas interpretações, inferências, compreensões e agrupamentos, constatamos que alguns alunos já apresentam uma predisposição para assimilar esta última perspectiva. Acreditamos que isso pode ser consequência da maneira que elaboramos, criamos e conduzimos as tarefas.

[23] A partir desse trecho voltamos a utilizar a linguagem na primeira pessoa do plural, porque realizamos juntas essa pesquisa.

A maioria dos alunos utilizou maneiras convencionais para lidar com as tarefas, por exemplo, generalizando que todas as figuras têm o mesmo perímetro, porque foram construídas com barbantes de 32 cm, ou até mesmo calculando a área com base na contagem dos quadradinhos.

Chamou a nossa atenção a maneira peculiar de lidar da Karoline, do Leandro e da Maria, do Grupo 8, para determinar o perímetro. Procederam por meio da contagem dos lados dos quadradinhos que constituíam o contorno das figuras por eles construídas. Não imaginávamos que poderia ocorrer esta idiossincrasia. Durante a análise, verificamos que a quantidade de lados e diagonais de quadradinhos (hipotenusas), indicadas com risquinhos, multiplicadas pelas respectivas medidas, lado do quadradinho aproximadamente 0,65 cm e diagonal de cada quadradinho (hipotenusa) 0,92 cm, aproximava-se dos 32 cm de cada um dos barbantes!

Possivelmente, se um fato assim acontecesse e o trabalho fosse corrigido de acordo com a dualidade certo ou errado, esses alunos teriam suas resoluções consideradas erradas, uma vez que não registraram na tabela os valores esperados de antemão, mas como foi realizada a análise da produção escrita para a avaliação da aprendizagem e para a aprendizagem, foi constatado que esses alunos, apesar de não terem escrito os valores esperados, compreenderam a unidade unidimensional de medida do perímetro.

Além disso, essa maneira particular para resolver a tarefa foi evidenciada e respeitada, comprovando que buscamos superar a tradição de olhar a produção escrita dos alunos pela falta, bem como a dicotomia certo ou errado, vivenciando uma avaliação para a aprendizagem, visando à implementação e à disseminação da avaliação como prática de investigação. Verificamos também que os alunos que fizeram uso dessas maneiras peculiares em alguns momentos usaram maneiras convencionais também.

Com relação à investigação matemática em sala de aula, ela mostra-se uma oportunidade para a realização da avaliação da aprendizagem, evidenciando os caminhos trilhados pelos alunos e revelando a eles que existem vários caminhos que os levam ao mesmo lugar, cabe a cada um deles ter a autonomia de decidir qual mais lhe agrada, e a análise da produção escrita é uma ferramenta que o docente pode utilizar para descobrir os caminhos trilhados pelos seus alunos, desempenhando a avaliação como prática de investigação.

Existem algumas terminologias relacionadas à investigação matemática em sala de aula. Com base em nossos estudos, optamos por fazer uso da expressão exploração-investigação matemática, haja vista que mesmo que o professor elabore tarefas que podem levar à investigação, pode ser que os alunos fiquem restritos à fase da exploração, porque o professor não sabe exatamente como será o desenvolvimento, pois não tem pleno domínio do que poderá acontecer, pode fazer uma Trajetória Hipotética de Investigação – THI, mas nada garante que irão se concretizar.

Em nossa pesquisa, percebemos que poucos alunos se envolveram em investigação matemática, a maioria restringiu-se a uma exploração, não trilhando a Trajetória Hipotética de Investigação – THI que elaboramos. Assim, a escolha pelo uso da expressão exploração-investigação matemática foi adequada.

Sabemos que existem quatro momentos para a realização da investigação matemática em sala de aula; por isso a realização de um, dois ou três momentos não garante que o aluno, de fato, envolveu-se em atividade investigativa. Por isso o docente deve fazer uma análise de cada situação e de cada contexto para verificar se de fato ocorreu investigação. No caso do nosso estudo, alguns alunos generalizaram, conjecturaram; porém não justificaram, não avaliaram o que fizeram, assim não convenceram de que suas conjecturas eram válidas.

De tal forma, a investigação matemática e a análise da produção escrita se apresentam como caminhos que, combinados, podem oferecer uma alternativa para o professor compreender e aprimorar o processo de ensino e de aprendizagem.

Além da reflexão descrita no parágrafo anterior, esta pesquisa impulsionou a novos questionamentos, sobretudo porque teve parte de seu desenvolvimento durante a pandemia do novo Coronavírus - COVID-19. Foi possível aplicar presencialmente apenas as duas primeiras tarefas, as outras quatro foram enviadas remotamente; com isso; o envolvimento dos alunos foi diminuindo gradativamente, na primeira, treze alunos participaram, na última, apenas quatro.

Perante esse contexto, passei[24] a refletir e perceber a importância do uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) na contemporaneidade, por serem parte da Ciência e do cotidiano dos indivíduos, além de mostrarem-se

[24] Optamos pela linguagem na primeira pessoa do singular para ressaltar as reflexões da professora da Educação Infantil e Anos Iniciais e pesquisadora em formação, que impulsionaram a novas perguntas e o anseio em desenvolver novas pesquisas.

essenciais durante o processo de isolamento social para a interação entre os indivíduos.

Uma ideia para uma possível pesquisa futura seria a integração entre a exploração-investigação matemática com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), isso em prol de um processo de ensino e de aprendizagem de qualidade e significativo para alunos dos Anos Iniciais, talvez elaborando jogos virtuais de exploração-investigação matemática, articulados com a gamificação, que possam ser utilizados tanto presencial como remotamente, em ambas as situações tendo o suporte necessário e adequado do professor, de modo que o aluno não se sinta sozinho.

Diante de tudo que foi exposto até aqui, queremos[25] dizer que nós temos a incrível capacidade de pensar, raciocinar, aprender, reaprender, analisar, refletir... por isso temos a oportunidade de evoluir constantemente. Com esta pesquisa, aprendemos muito e sabemos que temos muito a aprender, ela não termina aqui. Elaborada a análise da produção escrita dos alunos e algumas intervenções em sala de aula, ao concluirmos e relermos várias vezes, identificamos que as interpretações e inferências são muito subjetivas, fizemos do jeito que descrevemos; no entanto, outras pessoas, ao analisarem a produção escrita dos alunos, poderiam ter interpretado e inferido pontos diferentes do que descrevemos neste trabalho.

Assumimos que nossa análise não é perfeita e pode ter algumas contradições. Todavia, uma coisa é descrever teoricamente o que é a análise da produção escrita e, outra coisa é fazer, colocá-la em prática. Não é fácil, mas temos consciência de que nos entregamos a este trabalho e fizemos tudo que estava ao nosso alcance, como uma primeira experiência com esta vertente teórica, de investigação e didática.

Ao relembrar as intervenções em sala de aula, declaramos que temos clareza de que poderíamos ter realizado outras intervenções, por exemplo, explorar e aprofundar mais porque o círculo tem a maior área em relação as outras figuras geométricas. A vida é feita de escolhas e optamos por agir da maneira que agimos. Refletimos e concordamos que existiam outras possibilidades de intervenção; no entanto, não são descartadas e podem ser colocadas em prática em outras oportunidades. Quem sabe por meio de um jogo digital aliado com a gamificação?

[25] Como realizamos a pesquisa em conjunto, escrevemos na primeira pessoa do plural nossas conclusões sobre o estudo.

Todo pesquisador está em formação. Aprendemos com nossas contradições e, sobretudo, fazendo. Não podemos ter medo de errar e de nos contradizer, precisamos sim temer viver em estagnação e não ir ao encontro de desafios. A cada amanhecer temos a oportunidade de nos tornarmos uma versão melhor que a de ontem, isso que nos motiva a melhorar a cada dia. Esse mesmo desejo temos em relação às nossas pesquisas, aprimorar cada vez mais.

Com esta pesquisa, esperamos contribuir para uma Educação Matemática de qualidade, fornecendo subsídios teórico-metodológicos para outros professores. Além disso, almejamos oferecer uma reflexão sobre a necessidade de mais estudos descrevendo a integração entre a Investigação Matemática e a Análise da produção escrita, quem sabe com outras Tendências em Educação Matemática ou outras metodologias, que visam a uma educação de qualidade.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo. Investigações em Geometria na Sala de Aula. In: VELOSO, Eduardo; FONSECA, Helena; PONTE, João Pedro da; ABRANTES, Paulo. (Orgs.). **Ensino da Geometria no Virar do Milénio**, Lisboa: DEFCUL, 1999. Disponível em:<http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf >. Acesso em 09 jul. 2020.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro:** uma sequência didática com o auxílio do software de Geometria dinâmica. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement et apprentissage de la nation d'aire de surfaces planes:** une etude de l'dissociation aire/perimetre pour dês rectangles. (Tese doutorado) Grenoble, França: Universidade Joseph Fourier, 1996.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2016.

BERTINI, Luciane de Fatima; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Uso da Investigação Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental. *In:* ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XII, 2008, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro, 2008. p. 1-17.

BRAUMANN, Carlos. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: PONTE, João Pedro; COSTA, Conceição, ROSENDO, Ana Isabel, MAIA, Ema, FIGUEIREDO, Nisa, DIONÍSIO, Ana Filipa. (Eds.), **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.** Lisboa: SEM-SPCE, 2002. Disponível em: < http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2002.pdf>. Acesso em 08 mar. 2021.

BRITTO, Mauro Luís Borsoi. **Uma discussão de discussões de professores que ensinam matemática em um grupo de trabalho**. 2015. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Gradução em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, p.155-177, jul-dez. 2000.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Introdução à Análise da produção escrita: prátiva de investigação em avaliação. In: BATISTA, Irinéa de Lourdes; SALVI, Rosana Figueiredo. (Orgs.) **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática**: um perfil de pesquisas. 1 ed. Londrina: EDUEL, 2009, v.1, p. 157-166.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. (Org.) **GEPEMA:** espaço e contexto de aprendizagem. Curitiba: Crv, 2014. 158 p.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanueli Alves; PEDROCHI JUNIOR, Osmar. Aspectos da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação. In: BURIASCO, Regina Luzia Corio de. (Org.) **GEPEMA: espaço e contexto de aprendizagem**. Curitiba: Crv, 2014. p. 13-32.

CASCAVEL (PR), Secretaria Municipal de Educação. Currículo para Rede Pública Municipal de Ensino de Cascavel. Cascavel, PR: Ed. Progressiva, 2008. v. II. 391 p.

CHAPPELL, Michaele; THOMPSON Denisse. Perimeter or Area? Which measure is it? **Teaching Mathematics in the Middle School**, Reston, v. 1, n. 5, p. 20-23, Sept. 1999.

CHRISTIANSEN, Bent; WALTHER, Géraldine. Pespectives on mathematics education. In Bent Christiansen, Albert Geoffrey. Howson e Michael Otte. Dordrecht: D. Reidel, 1986, cap. Task and activity (Tarefa e atividade), p. 1-80. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/mestrado-bibliografia.htm>. Acesso em 13 jan. 2021.

CIANI, Andréia Büttner. **O realístico em questões não-rotineiras de matemática**. 2012. 158 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

CORRADI, Daiana Katiuscia Santos. **Investigações Matemáticas mediadas pelo pensamento reflexivo no ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno:** uma experiência com alunos do 2º ano do ensino médio. 2013. 208 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

CRESWELL, John W. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa:** escolhendo entre cinco abordagens. São Paulo: Editora Penso. 2014. 342 p.

CUNHA, Maria Helena. Saberes profissionais de professores de matemática: Dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação. **Revista Millenium on line**, n. 17, 2000. Disponível em <https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/929/1/Saberes%20Profissionais%20de%20Professores.pdf>. Acesso em 10 mar. 2021.

DALTO, Jader Otavio. **A Produção Escrita em Matemática:** análise interpretativa da questão discursiva de Matemática comum à 8ª série do Ensino Fundamental e à 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002. 2007. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

DALTO, Jader Otavio; VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Multiplicidades de resoluções de alunos do ensino médio em problemas abertos de matemática. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, 98, 110-129, 2017.

ERNEST, Paul. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor Cunha; PONTE, João Pedro da (Org.). **Investigar para Aprender Matemática:** (textos selecionados). Lisboa: Projeto Matemática para todos – investigações na sala de aula e Associação dos Professores de Matemática, 1996, p. 25-48.

FIORENTINI, Dario. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, Dario, CRISTÓVÃO, E. M. (Org.). **Histórias e investigação de/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006. p. 13-36.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro da. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática.** Actas do ProfMat 99, 1999. Lisboa: APM.

FOSS, Ana Maria; WICHNOSKI, Paulo; BASSOI, Tânia Stella. Tarefas exploratórias e investigativas: uma análise dos trabalhos publicados no xi e xii encontro nacional de educação matemática. **Boletim Online de Educação Matemática**, [s.l.], v. 6, n. 12, p. 145-162, 22 jan. 2019. Universidade do Estado de Santa Catarina. http://dx.doi.org/10.5965/2357724x06122018145.

FREITAS, Henrique; JANISSEK Raquel. Análise quali ou quantitativa de dados textuais?: a análise de conteúdo. In: FREITAS, Henrique; JANISSEK, Raquel. **Análise Léxica e Análise de Conteúdo**: técnicas complementares, sequenciais e recorrentes para exploração de dados qualitativos. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2000. Cap. 3. p. 38-40.

FRENCH, Doug. **Teaching and learning geometry**. London: Continuum, 2004.

FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

HENRIQUES, Marcílio Dias. A produção de significados de estudantes do ensino fundamental para tarefas geométricas. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [s.l.], v. 27, n. 46, p. 433-450, ago. 2013. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s0103-636x2013000300007.

HENRIQUES, Marcílio Dias; SILVA, Amarido Melchiades de. Significados producidos por estudiantes secundarios brasileños para área de figuras planas. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA, 6., 2009, Puerto Montt. **Actas...** Puerto Montt, Chile: FISEM, v.1, 2009. p. 580-585. CD-ROM.

KNIJNIK, Gelsa; BASSO, Marcus Vinicius; KLÜSENER, Renita. **Aprendendo e ensinando matemática com o Geoplano**. UNIJUÍ, 1996.

LAMONATO, Maiza. **Investigando Geometria:** Aprendizagens de professoras da Educação Infantil. 2007. 244 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

LAMONATO, Maiza. **A exploração-investigação matemática:** potencialidades na formação contínua de professores. 2011. 250 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké** - Fe, São Paulo, v. 19, n. 36, p.51-74, dez. 2011.

LIMA, Roseli Cristina Negrão de. **Avaliação em Matemática:** Análise da Produção Escrita de Alunos da 4ª Série do Ensino Fundamental em questões discursivas**.** 2006. 202 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

LIMA, Roseli Cristina Negrão de; BURIASCO, Regina Luiza Corio de. Avaliação da Aprendizagem Escolar: um Olhar em Perspectiva para a Produção Escrita. **VIDYA**, Santa Maria, v. 27, n. 2, p. 43-54, jul./dez., 2007.

NOVAIS, Pedro Anísio Ferreira. **Um estudo sobre professores de matemática que analisam produções escritas em grupos de trabalho**. 2017. 190 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Gradução em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2017.

OVANDO, Elaine Cristina Braga. **Sobre um processo de elaboração de propostas de trabalho de matemática para o Ensino Fundamental.** 2017. 112 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Gradução Stricto Sensu em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2017.

PAIXÃO, Anie Caroline Gonçalves. **Uma prova em fases de matemática: da análise da produção escrita ao princípio de orientação**. 2016. 101 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

PINTO, Renata Anastacio. **Quando professores de Matemática tornam-se produtores de textos escritos.** 2002. 246 p. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

PIRES, Magna Natália Marin; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. de. Prova em fases: instrumento para aprender. In: V SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Petrópolis. **Anais.**.. Petrópolis, 2012, p. 1-17.

PONTE, João Pedro da. **Investigar, ensinar e aprender**. In: Actas do ProfMat, 2003. Lisboa: APM. CD-ROM, p. 25-39.

PONTE, João Pedro da. **Gestão curricular em Matemática**. 2005. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/Ponte%2005_GTI-tarefas-gestao2.pdf. Acesso em: 10 mar. 2021.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. 160 p.

PRESTES, Diego Barboza. **Prova em fases em Matemática:** Uma experiência no 5º ano do Ensino Fundamental**.** 2015. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

PRESTES, Diego Barboza; BURIASCO, Regina Luzia Coreo. de. Prova-escrita-em-fases de Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 8, n. 15, p.89-105, jan. 2019. Semestral

RICCI Maike Cristine Kretzschmar; VIEIRA Letícia. **A educação em tempos de pandemia: soluções emergenciais pelo mundo**. 2020. Disponível em: <https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id_cpmenu/7432/EDITORIAL_DE_ABRIL___Let_cia_Vieira_e_Maike_Ricci_final_15882101662453_7432.pdf>. Acesso em: 24 ago. 2020.

ROSSETTO, Hallynnee Héllenn Pires. **Trajetória hipotética de aprendizagem sob um olhar realístico.** 2016. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **Análise da produção escrita em matemática:** de estratégias de avaliação a estratégias de ensino**.** 2014. 159 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SANTOS, Edilaine Regina dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. A análise da produção escrita em matemática como estratégia de avaliação: aspectos de uma caracterização a partir dos trabalhos do gepema. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, [S.L.], v. 9, n. 2, p. 233-247, 24 nov. 2016. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). http://dx.doi.org/10.5007/1982-5153.2016v9n2p233.

SILVA, Jhenifer dos Santos. **Aspectos da prática profissional de duas professoras que analisam produções escritas em matemática**. 2016. 227 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. **Mathematics Teaching In The Middle School**, Estados Unidos da América, v. 4, p. 268-275, 1998. Tradução. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/stein-smith%2098.pdf. Acesso em: 10 mar. 2020.

VIOLA dos SANTOS, João Ricardo. **O que alunos da Escola Básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

VIOLA dos SANTOS, João Ricardo; DALTO, Jader Otavio. Sobre análise de conteúdo, análise textual discursiva e análise narrativa: investigando produções escritas em Matemática, **Anais do V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA,** Petrópolis, 2012.

SANTOS, Edivagner Souza dos. **Um long play sobre formação de professores que ensinam matemática**. 2016. 142f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016.

SANTOS, Magda Cabral Costa. **Investigação Matemáticaem sala de aula:** uma proposta para a inclusão do aluno surdo no ensino regular. 2015. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2015.

SCHMITT, Fernanda Eloisa. **Abordando geometria por meio da Investigação Matemática:** um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental. 2015. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário Univates, Lajeado, 2015.

SILVA, João Alberto. As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 81-104, dez. 2009.

SILVA, Darlysson Wesley da. **Conhecimentos de professores que ensinam matemática em um grupo de trabalho que analisa produções escritas em matemática**. 2015. 164 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Gradução em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes.** Marion Smoothey; 1943 [ilustração Ted Evans; tradução Sérgio Quadros; revisão técnica Marília Centurion]. São Paulo: Scipione, 1997. 64 p. – (Coleção Investigação Matemática).

SOUZA, Luciana de; JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; BASSOI, Tânia Stella. Exploração-investigação matemática na educação infantil. **Actio**: Docência em Ciências, [S.L.], v. 3, n. 3, p. 399, 28 nov. 2018. Universidade Tecnologica Federal do Parana (UTFPR). http://dx.doi.org/10.3895/actio.v3n3.7882. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/7882 Acesso em jun. 2021.

SOUZA, Luciana de. **Investigação Matemática na Educação Infantil.** 2018. 45 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste, Cascavel, 2018.

TOJEIRO, Priscilla Frida Salles. **Nocões de topologia nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** uma possibilidade investigativa por meio do software Scratch. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Ppgmat Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

WICHNOSKI, Paulo.; KLÜBER, Tiago Emanuel. E. Considerações sobre práticas de Investigação Matemática empreendidas e relatadas por professores em formação. **RPEM**, Campo Mourão, v.6, n.11, p.161-178, jul.-dez. 2017a.

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 59-75, 2018.

ZASLAVSK, Claudia. **Pessoas que vivem em casas redondas.** Arithmetic Teacher, 1989.

ANEXO

Anexo I

UNIOESTE - CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS E DA SAÚDE DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO 4° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador: LUCIANA DE SOUZA

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 26402719.7.0000.0107

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.781.878

Apresentação do Projeto:

Despacho saneador de pendências ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO 4° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador Responsável: LUCIANA DE SOUZA

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 26402719.7.0000.0107

Submetido em: 17/12/2019

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANA

Situação da Versão do Projeto: Em relatoria

Objetivo da Pesquisa:

Despacho saneador de pendências ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO 4° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisador Responsável: LUCIANA DE SOUZA

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 26402719.7.0000.0107

Submetido em: 17/12/2019

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANA

Situação da Versão do Projeto: Em relatoria

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Já descrito anteriormente.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Já descrito anteriormente.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Já descrito anteriormente.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Agora, o termo de assentimento e o TCLE explícita claramente os riscos da pesquisa e o que será feito em caso de ocorrência

Considerações Finais a critério do CEP:

Apensar o Relatório final até 30 dias após o término desta pesquisa.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1475269.pdf	17/12/2019 16:38:29		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	Termo_de_Assentimento.docx	17/12/2019 16:36:54	LUCIANA DE SOUZA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	Temo_de_Consentimento_Livre_e_Esclarecido.docx	17/12/2019 16:36:17	LUCIANA DE SOUZA	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto.pdf	01/12/2019 09:20:28	LUCIANA DE SOUZA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.docx	29/11/2019 15:14:22	LUCIANA DE SOUZA	Aceito
Outros	Diretora_02.pdf	22/11/2019 16:52:14	LUCIANA DE SOUZA	Aceito

Outros	Diretora_01.pdf	22/11/2019 16:50:14	LUCIANA DE SOUZA	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

CASCAVEL, 18 de Dezembro de 2019

Assinado por:
Dartel Ferrari de Lima
(Coordenador(a))

Endereço: RUA UNIVERSITARIA 2069
Bairro: UNIVERSITARIO **CEP:** 85.819-110
UF: PR **Município:** CASCAVEL
Telefone: (45)3220-3092 **E-mail:** cep.prppg@unioeste.br

APÊNDICES
Apêndice A

ESCOLA MUNICIPAL LUIZ VIANEY PEREIRA ED. INF. E ENSINO FUNDAMENTAL
Rua Filosofia, nº 325 – Jd. Maria de Lourdes – CEP 85819-210 Fone/Fax (045)3902-1649 – Cascavel - Paraná

ALUNO (a): ____ TURMA: __________

PROFESSORA: LUCIANA DE SOUZA DATA_____/____/________

TAREFA INVESTIGATIVA

Tarefa 01: Investigando área e perímetro.

Um pedreiro quer construir uma casa e tem material suficiente para construir as paredes do contorno da casa. Descubra qual deverá ser o formato da casa para que a mesma tenha a maior área possível.

Material necessário: Barbante e papel quadriculado.

Procedimento: Cole no papel quadriculado cada pedaço de barbante de 32 cm, fazendo o contorno das seguintes figuras, respectivamente:

- 1 quadrado;
- 2 retângulos com formatos diferentes;
- 1 círculo;
- 1 triângulo;
- 1 figura diferente das anteriores.

Calcule o perímetro e a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
Quadrado		
Retângulo 1		
Retângulo 2		
Círculo		
Triângulo		
Figura qualquer		

RESPONDA:

1. Que figura tem a maior área?
   R:
2. Que figura tem a menor área?
   R:
3. Qual o retângulo tem a maior área?
   R:
4. Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área?
   R:
5. Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?
   R:

Fonte: Zaslavsk (1989) apud Schmitt (2015)

Apêndice B

ESCOLA MUNICIPAL LUIZ VIANEY PEREIRA ED. INF. E ENSINO FUNDAMENTAL
Rua Filosofia, nº 325 – Jd. Maria de Lourdes – CEP 85819-210 Fone/Fax (045)3902-1649 – Cascavel - Paraná

ALUNO (a): ______________________________ TURMA: __________

PROFESSORA: LUCIANA DE SOUZA DATA____/____/________

TAREFA PARA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Tarefa 02: Investigando área e perímetro.

Material necessário: Três peças em forma de figuras geométricas.

Procedimento: Unir as três peças pelos lados com medidas iguais, a fim de formar uma nova figura.

RESPONDA:

1. Qual o nome das figuras geométricas que vocês receberam em cartolina?
   R:
2. Investigue os lados das figuras geométricas recebidas. Escreva o que você descobriu.
   R:
3. Quantas formas diferentes você pode montar, sempre unindo as três figuras geométricas recebidas, pelos lados de medidas iguais? Trace o contorno das novas formas na folha sulfite.
   R:
4. Escreva sobre a área das formas montadas.
   R:
5. Complete a tabela calculando o perímetro e a área de cada uma:

FORMAS	PERÍMETRO	ÁREA

6. Investigue o perímetro e a área dessas formas.
   R:

Fonte: Adaptado de Smoothey (1993).

Apêndice C

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
Rua Universitária, nº 1619 – Universitário - CEP 85819-170 Fone/Fax (45) 3220-3000 - Cascavel - Paraná

Prezados pais ou responsáveis,

Serão enviadas remotamente, quatro tarefas de Matemática, sendo fundamental que você, pai ou responsável, incentive o seu(ua) filho(a) a fazer a sequência das 4 (quatro) tarefas denominadas: Tarefa 03, Tarefa 04, Tarefa 05 e Tarefa 06, isso porque as Tarefas 01 e 02 já foram realizadas em sala de aula com eles. Espera-se que cada tarefa seja feita em semanas diferentes, mesmo que estão sendo enviadas duas no mesmo envelope, devido o decreto que orienta que as atividades sejam enviadas e recebidas quinzenalmente.

Reitero que é essencial que a criança realize a tarefa sozinha, claro que é possível um auxílio por parte do pai ou responsável quando extremamente necessário, mas as ideias principais devem emergir da criança, é crucial respeitar o tempo e o limite de cada uma delas, sendo assim, ela não precisa começar e responder todas as questões da tarefa de uma única vez, caso não esteja conseguindo, pode pausar e retomar em outro momento, quando esteja, intencionalmente, voltada para a tarefa. Caso o espaço destinado para a resposta não for suficiente pode ser anexada uma folha com as respostas na tarefa.

Estas quatro tarefas fazem parte de uma pesquisa de mestrado na área de Educação Matemática, iniciada ano passado. Inclusive já foram entregues o Termo de Assentimento (para os alunos assinarem) e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (para os pais ou responsáveis assinarem) ambos aprovados pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP) da Unioeste, conforme Parecer de nº 26402719.7.0000.0107. Para os alunos que ingressaram esse ano na turma, bem como aqueles que não entregaram ano passado, seguem no envelope os termos para serem assinados e devolvidos para a professora.

É fundamental que as crianças não se sintam pressionadas a produzirem uma determinada resposta, mas que se sintam livres para expressarem seus pensamentos e entendimentos, seguindo seu raciocínio particular. Assim, essas atividades não valem nota, o objetivo principal é a contribuição para a aprendizagem das crianças referente aos conteúdos de área e perímetro, ou seja, não há preocupação com os erros ou acertos, mas sim em identificar as maneiras de lidar das crianças em relação a esses conteúdos, identificando como auxiliá-las para atingirem uma aprendizagem significativa.

A pesquisa é pautada na Investigação Matemática, portanto visa o fazer matemática, por isso é importante que o aluno resolva sozinho, pois a aprendizagem é reflexo do tempo que ele se dedica a fazer. Neste sentido, desenvolver a postura investigativa, em face da Investigação Matemática, é importante "para que o futuro cidadão, a criança de hoje, não se torne expert do conhecimento pronto, mas produtor de conhecimentos" (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 63).

Atenciosamente,

Professora Luciana de Souza.

Apêndice D

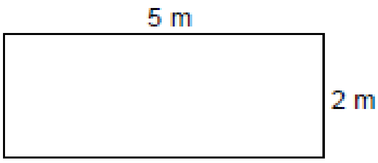
Vamos relembrar os conteúdos que trabalhamos no ano passado?

O que é o **perímetro** de uma figura plana?

A medida do comprimento do contorno de uma figura plana é o seu **perímetro**.

Vejamos um exemplo.

Neiva deseja cercar com arame a sua horta, que tem 5 m de comprimento e 2 m de largura, conforme a figura a seguir.



De quantos metros de arame ela vai precisar para cercar a horta toda?

Resolução: A horta dela é retangular, desta maneira, os lados paralelos (aqueles que não se encontram) possuem a mesma medida. Sendo assim, para obter o perímetro, devemos somar a medida do comprimento de cada lado, sabemos que dois lados medem 5 metros e dois lados medem 2 metros, portanto $P = 5 + 5 + 2 + 2$, o que resulta em $P = 14$. Logo, a medida do perímetro de sua horta é 14 m, portanto ela vai precisar de 14 metros de arame para cercá-la.

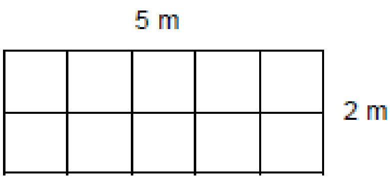
O que é a **área** de uma figura plana?

A medida de uma superfície é a **área**.

Calcular a área de uma superfície significa compará-la com outra unidade, e descobrir quantas vezes a unidade cabe na superfície que queremos medir.

Vejamos um exemplo,

Depois de cercar a sua horta, Neiva ficou curiosa para descobrir a medida de sua área. Para calcular, dividiu a horta em quadrados menores de 1 (um) metro quadrado cada um. Assim, qual a área da horta de Neiva?



Resolução: Como cada quadradinho tem um metro quadrado e cabem 10 quadrados nessa superfície, conclui-se que a área da horta de Neiva são 10 metros quadrados, que representamos desta maneira: 10 m².

Apêndice E

ESCOLA MUNICIPAL LUIZ VIANEY PEREIRA ED. INF. E ENSINO FUNDAMENTAL
Rua Filosofia, nº 325 – Jd. Maria de Lourdes – CEP 85819-210 Fone/Fax (045)3902-1649 – Cascavel - Paraná

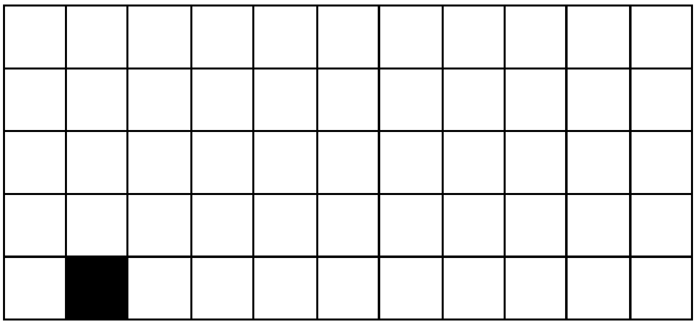
ALUNO (A): ____ TURMA: __________

PROFESSORA: LUCIANA DE SOUZA DATA____/ ____ / ____

TAREFA PARA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Tarefa 03: Investigando a área e perímetro.

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões. Considere o lado do quadradinho preto igual a 1 (uma) unidade de comprimento. Neste caso, a medida da área deste quadradinho é igual a 1 (uma) unidade de área.



RESPONDA:

1. Multiplique por 2 (dois) a medida de cada lado do quadradinho preto e desenhe na grade acima o novo quadrado com lados que tenham essa nova medida que obteve duplicando os lados do quadradinho preto. Qual o valor do perímetro desse novo quadrado? Comparando com o perímetro do quadradinho preto, o perímetro do novo quadrado duplicou?
   R:

2. Qual a medida da área do quadrado que você desenhou? Compare com a área do quadradinho preto, ao duplicar a medida de cada lado do quadrado duplica-se a área?
   R:

3. Agora, multiplique por 3 (três) as medidas dos lados do quadradinho preto e desenhe na grade o novo quadrado com lados que tenham essa nova medida, que você obteve triplicando os lados do quadradinho preto. Qual o valor do perímetro desse novo quadrado? Comparando com o perímetro do quadradinho preto, o perímetro desse quadrado triplicou?
   R:

4. Qual a medida da área desse quadrado que você desenhou? Compare com a área do quadradinho preto, ao triplicar a medida de cada lado do quadrado triplica-se a área?
   R:

5. Multiplique por 4 (quatro) as medidas dos lados do quadradinho preto e desenhe na grade um novo quadrado com lados que tenham essa nova medida, que você obteve quadruplicando os lados do quadradinho preto. Qual o valor do perímetro desse novo quadrado? Comparando com o perímetro do quadradinho preto, o perímetro desse quadrado quadruplicou?
   R:

6. Qual a medida da área desse quadrado que você desenhou? Compare com a área do quadradinho preto, ao quadruplicar a medida de cada lado do quadrado quadruplica-se a área?
   R:

7. O que você conclui após resolver estas questões?
   R:

Fonte: Adaptado de KNIJNIK, BASSO e KLÜSENER, 1996 apud Schmitt (2015)

Apêndice F

ESCOLA MUNICIPAL LUIZ VIANEY PEREIRA ED. INF. E ENSINO FUNDAMENTAL
Rua Filosofia, nº 325 – Jd. Maria de Lourdes – CEP 85819-210 Fone/Fax (045)3902-1649 – Cascavel - Paraná

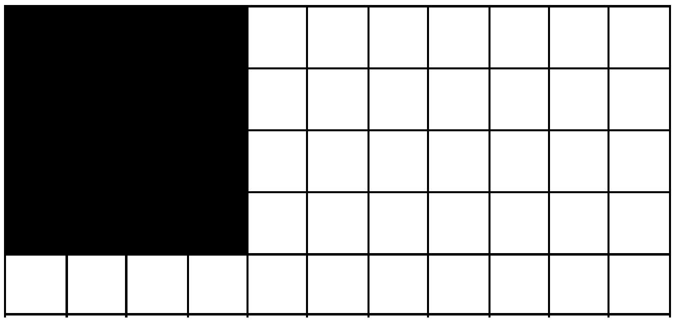
ALUNO (A): ____ TURMA: __________

PROFESSORA: LUCIANA DE SOUZA DATA____/ ____ / ____

TAREFA PARA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Tarefa 04: Investigando a Área e o Perímetro de Figuras Planas

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões.



RESPONDA:

1. Considere o lado de cada quadradinho da malha igual a 1 (uma) unidade de comprimento. Neste caso, qual o valor do perímetro e da área do quadrado preto grande?
   R:

2. Divida por 2 (dois) a medida de cada lado deste quadrado grande e desenhe na grade acima um novo quadrado com estas medidas. Qual o valor do perímetro e a área deste quadrado que você desenhou?
   R:

3. Ao dividir a medida dos lados por 2 (dois), o que acontece com o perímetro e com a área?
   R:

4. Divida todos os lados do quadrado menor, que você desenhou na grade, por 2 (dois) e construa um quadrado novo. O que aconteceu com o perímetro e com a área deste novo quadrado?
   R:

5. O que se pode concluir destas atividades?
   R:

Fonte: Adaptado de KNIJNIK, BASSO e KLÜSENER, 1996 apud Schmitt (2015)

Apêndice G

ESCOLA MUNICIPAL LUIZ VIANEY PEREIRA ED. INF. E ENSINO FUNDAMENTAL
Rua Filosofia, nº 325 – Jd. Maria de Lourdes – CEP 85819-210 Fone/Fax (045)3902-1649 – Cascavel - Paraná

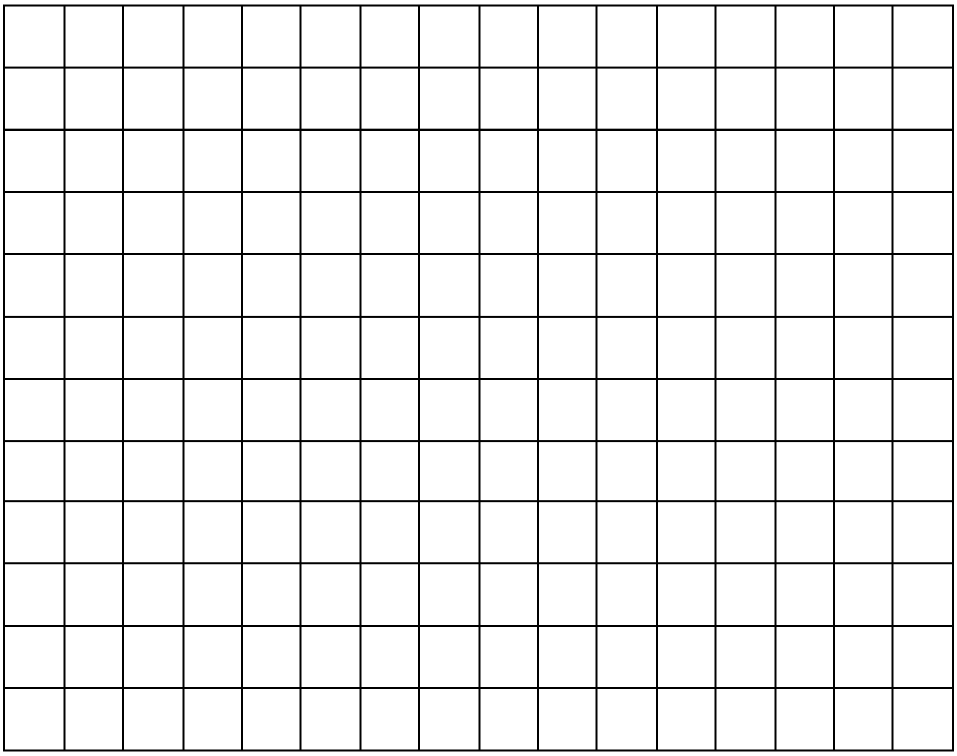
ALUNO (A): ____ TURMA: __________

PROFESSORA: LUCIANA DE SOUZA DATA____/ ____ / ____

TAREFA PARA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Tarefa 05: Investigando a Área e o Perímetro de Figuras Planas

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões. Considere cada tracinho da malha dos quadradinhos com medida igual a 1 (uma) unidade de comprimento.



RESPONDA:

1. Construa um retângulo com medida de área igual a 16 unidades de área. Calcule o perímetro desta figura construída. É possível construir outro retângulo com a mesma medida de área?

   R:

2. A medida do perímetro do novo retângulo construído permanece a mesma? Qual a medida?

   R:

3. Quantos retângulos você consegue construir com a área igual a 12 unidades de área? Calcule o perímetro de cada um.

   R:

4. O que você percebe em relação ao perímetro e à forma das figuras?

   R:

Fonte: As autoras

Apêncide H

ESCOLA MUNICIPAL LUIZ VIANEY PEREIRA ED. INF. E ENSINO FUNDAMENTAL
Rua Filosofia, nº 325 – Jd. Maria de Lourdes – CEP 85819-210 Fone/Fax (045)3902-1649 – Cascavel - Paraná

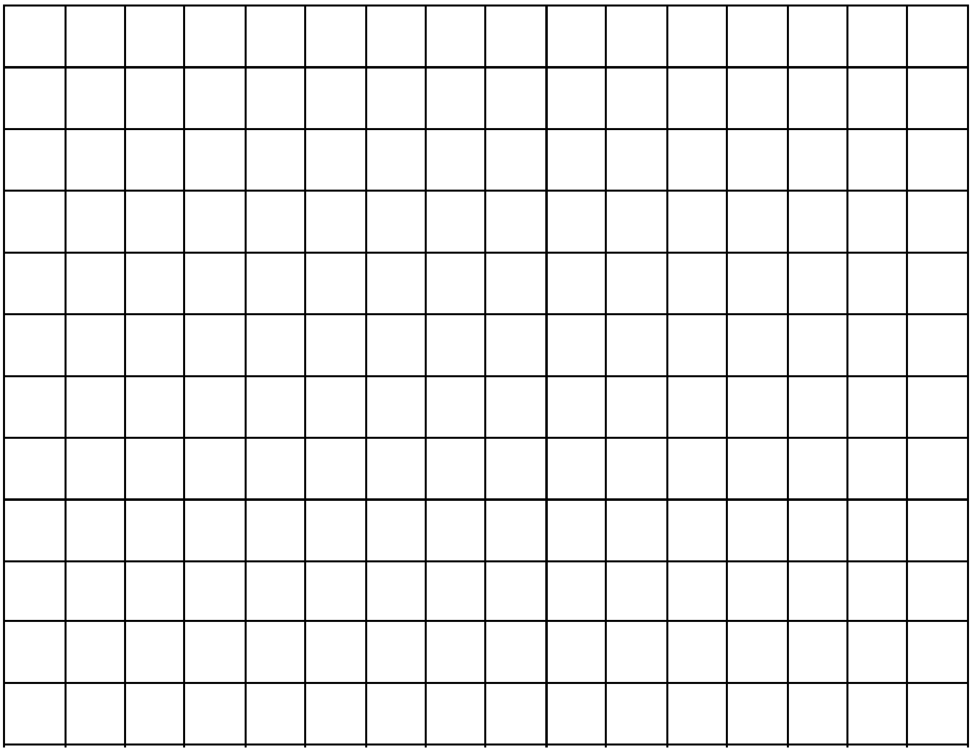
ALUNO (A): ____ TURMA: __________

PROFESSORA: LUCIANA DE SOUZA DATA____/ ____ / ____

TAREFA PARA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Tarefa 06: Investigando a Área e o Perímetro de Figuras Planas

Procedimento: Utilize a grade a seguir para representar o que se pede e responder às questões. Considere cada tracinho da malha dos quadradinhos com medida igual a 1 (uma) unidade de comprimento.



RESPONDA:

1. Na malha acima, construa o máximo de retângulos e quadrados com medida de perímetro igual a 16 unidades de comprimento.

2. Calcule a área de cada uma destas figuras construídas.
   R:

3. O que você percebe sobre a área e o formato das figuras?
   R:

4. O que você conclui após resolver estas questões?
   R:

Fonte: As autoras

Apêndice I

unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Comitê de Ética em Pesquisa – CEP

Aprovado na
CONEP em 04/08/2000

TERMO DE ASSENTIMENTO – TA (Crianças ≥ 07 anos de idade)

Título do Projeto: Análise da Produção Escrita em tarefas de Investigação Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental

Pesquisadora responsável e colaboradora: Luciana de Souza e Andréia Büttner Ciani

Convidamos você a participar de nossa pesquisa, que tem o objetivo de melhorar a aprendizagem de conceitos fundamentais da Matemática.

Para participar deste estudo, o seu responsável legal deverá autorizar a sua participação mediante a assinatura de um Termo de Consentimento. A não autorização do seu responsável legal invalidará este Termo de Assentimento e você não poderá participar do estudo.

Durante a execução do estudo realizaremos atividades envolvendo o conceito de área e perímetro de figuras planas, bem como a relação entre esses dois conceitos. Para tanto, você será submetido à resolução de tarefas, individuais e coletivas, contendo questões de Investigação Matemática em sala de aula, sendo que suas resoluções serão analisadas pelas pesquisadoras a fim de orientar a prática pedagógica. Cabe destacar que, em nenhum momento, deixaremos de manter o sigilo de sua identidade.

Havendo a ocorrência de transtornos, decorrentes de sua participação nesta pesquisa, nos prontificamos a auxiliar você no que estiver ao nosso alcance. Sua participação é voluntária, sendo que você não terá nenhum custo com isso e não receberá nenhum valor com essa pesquisa.

Para questionamentos, dúvidas ou relatos de acontecimentos as pesquisadoras poderão ser contatadas a qualquer momento.

Declaro estar ciente do exposto e desejo participar do projeto.

Nome do(a) participante:____

Assinatura:____

Eu, Luciana de Souza, declaro que forneci todas as informações do projeto ao participante e/ou responsável.

Cascavel, ______ de _____________ de 20____.

Apêndice J

unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Comitê de Ética em Pesquisa – CEP

Aprovado na
CONEP em 04/08/2000

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Título do Projeto: Análise da Produção Escrita em tarefas de Investigação Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental

Certificado de Apresentação para Apreciação Ética – "CAAE" N° 26402719.7.0000.0107

Pesquisadora para contato: Luciana de Souza e Andréia Büttner Ciani

Convidamos seu filho(a) a participar de nossa pesquisa, a qual tem o objetivo de melhorar a aprendizagem de conceitos fundamentais da Matemática. Informamos que ele(a) não receberá e não pagará nenhum valor para participar deste estudo.

Trabalharemos atividades que auxiliem na aprendizagem de conceitos matemáticos. Para tanto, seu filho(a) será submetido(a) à resolução de tarefas, individuais e coletivas, contendo questões de Investigação Matemática em sala de aula, envolvendo os conceitos de área e perímetro de figuras planas, sendo que suas resoluções serão analisadas pelas pesquisadoras, a fim de orientar a prática pedagógica.

Esclarecemos, também, que a participação de seu filho(a) ocorrerá de maneira voluntária e que as informações serão utilizadas somente para os fins de pesquisa acadêmica, sendo tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade de seu(ua) filho(a), inclusive na publicação dos resultados. Os registros gravados serão deletados e apagados após a utilização desses na pesquisa.

Este documento que você vai assinar contém duas páginas. Você deve assinar as duas páginas. Este documento está sendo apresentado a você em duas vias, sendo que uma via é sua. Sugerimos que guarde a sua via.

Caso você precise informar algum fato decorrente da participação de seu filho(a) na pesquisa e se sentir desconfortável em procurar o pesquisador, você poderá procurar pessoalmente o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da UNIOESTE (CEP), de segunda a sexta-feira, no horário de 08h00 as 15h30min, na Reitoria da UNIOESTE, sala do Comitê de Ética, PRPPG, situado na rua Universitária, 1619 – Bairro Universitário, Cascavel – PR. Caso prefira, você pode entrar em contato via Internet pelo e-mail: cep.prppg@unioeste.br ou pelo telefone do CEP que é (45) 3220-3092.

Declaro estar ciente e suficientemente esclarecido sobre os fatos informados neste documento.

Nome do responsável: ____

Assinatura: ____

Eu, *Luciana de Souza* declaro que forneci todas as informações sobre este projeto de pesquisa ao responsável.

Assinatura da pesquisadora:

Cascavel, ______ de _____________ de 20____.