

ELISANGELA ARAUJO SANCHES

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE
PROFESSORES FRENTE A TAREFAS EXPLORATÓRIO-
INVESTIGATIVA**

CASCAVEL 2020





UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGCEM
ÁREA DE CONCETRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES FRENTE
A TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVA

ELISANGELA ARAUJO SANCHES

CASCADEL- PR
2020

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS/ CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIA E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES FRENTE
A TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVA**

ELISANGELA ARAUJO SANCHES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Dr^a. Clélia Maria Ignatius Nogueira

Coorientadora: Dr^a. Celia Finck Brandt

**CASCADEL-PR
2020**

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

sanches, Elisangela Araujo

Investigação Matemática na perspectiva de professores frente a tarefas exploratório-investigativa / Elisangela Araujo sanches; orientador(a), Clélia Maria Ignatius Nogueira; coorientador(a), Célia Finck Brandt, 2020.
131 f.

Dissertação (mestrado), Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Cascavel, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática Ensino de Ciências e Matemática, 2020.

1. Investigação Matemática. 2. Tarefas exploratório-investigativas. . 3. Diretrizes Curriculares da Educação do Estado do Paraná . 4. Professores de Matemática . I. Maria Ignatius Nogueira, Clélia . II. Finck Brandt, Célia. III. Título.

FOLHA DE ASSINATURA
DOS MEMBROS DA BANCA DE DEFESA

ELISANGELA ARAUJO SANCHES

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES FRENTE
A TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – Nível de Mestrado e Doutorado, área de Concentração Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.

Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná -
UNIOESTE
Orientadora

Profa. Dra. Célia Finck Brandt
Universidade Estadual de Ponta Grossa
Coorientadora

Prof. Dr. Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
UNIOESTE
Membro Efetivo da Instituição

Profa. Dra. Regina Maria Pavanello
Universidade Estadual do Paraná
UNESPAR
Membro Externo Efetivo

Cascavel, 30 de julho de 2020.

DEDICATÓRIA

A Deus por ser o grande “EU SOU”, em que merece toda honra e glória independente do que passamos aqui neste mundo. E lembramos também com extremo carinho dos que já se foram durante o período de estudo para a produção desta dissertação: meus avós, avó e avô maternos, e em especial: a professora Dr.^a Tânia Stella Bassoi por ter sido um exemplo de força, coragem, otimismo e perseverança. Para nós que ainda possuímos o folego da vida ficam as saudades e uma grande lição “estamos de passagem nesta vida” então viva da melhor maneira possível, pois a vida é como um “vapor que aparece por um pouco, e depois desvanece” (Bíblia Sagrada, Tiago 4:14)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo fôlego da vida para realizar este trabalho e por ter conservado minha saúde durante este período.

Agradeço a todos os meus familiares pelo apoio durante esta jornada, aos meus pais João e Verdiana, a meu irmão Tiago, ao meu primo Leonardo, e aos meus tios Elizeu e Ângela.

Aos meus amigos Clarice, Priscila, Marlon e Fabrícia que durante o curso tivemos a oportunidade de compartilhar nossas dúvidas e anseios. A eles o meu muito obrigada.

Agradeço a participação das colaboradoras (professoras) porque se dispuseram ao preenchimento de nossos instrumentos metodológicos com ânimo e boa vontade para conosco e salientamos que as participações delas foram de extrema importância para a produção desta dissertação. À essas mulheres o meu sincero agradecimento.

Agradeço a grande contribuição durante a qualificação desta dissertação dos professores Doutor Tiago Emanuel Klüber e Doutora Regina Maria Pavanello que nos auxiliaram no percurso deste trabalho.

Agradeço imensamente as professoras Doutora Clélia Maria Ignatius Nogueira e Doutora Célia Finck Brandt por terem me acolhido e me ensinado os aspectos teórico metodológicos da produção científica e me ensinando a melhorar a cada dia. Agradeço imensamente ao tempo que essas professoras dedicaram a produção desta dissertação e por terem me acolhido como uma filha, adotando um trabalho o qual a elas não pertenciam. Às minhas orientadora e coorientadora o meu muito obrigada.

Agradeço também ao PPGECEM pela oportunidade de vivenciar um curso de pós-graduação, pois este me ensinou a trabalhar não somente competências sobre o conhecimento acadêmico da Educação Matemática, mas trabalhasse aspectos da vida como um todo.

Obrigada a todos que contribuíram direta e indiretamente na produção desta dissertação

SANCHES, E. A. **INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES FRENTE AS TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS.** 2020.122. Dissertação (Mestrado/Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

RESUMO

A Investigação Matemática (IM), no campo da Educação Matemática, é uma metodologia de ensino utilizada para desenvolver as aulas de Matemática por meio de tarefas com enunciados abertos e trazer para a sala de aula a atividade matemática pelo processo conjectura-teste-demonstração. O seu uso para o ensino da Matemática é recomendado aos professores do Estado do Paraná nos documentos oficiais que regem a Educação no Estado do Paraná, em específico no documento Diretrizes Curriculares da Educação do Estado do Paraná (DCE/PR). No entanto, existe uma lacuna entre o que os documentos oficiais recomendam e a efetiva prática da Investigação Matemática pelos professores de Matemática que atuam na Rede Estadual de Ensino do Paraná. Neste contexto, o objetivo geral que norteou esta investigação foi *identificar perspectivas e concepções de professores de Matemática do Ensino Fundamental II e Ensino Médio em relação à tarefas exploratório-investigativas*, do qual se originam os seguintes objetivos específicos: identificar o conhecimento de professores acerca da Investigação Matemática enquanto estratégia metodológica; identificar as preferências de professores em relação aos tipos de tarefas e identificar as possibilidades do professor utilizar as tarefas investigativas em sala de aula. Para alcançarmos nossos objetivos produzimos e aplicamos a quatro professoras de Matemática do município de Campina da Lagoa que, no momento da pesquisa atuavam no Ensino Fundamental II e Médio, três instrumentos de produção de dados: um questionário profissional (respondido individualmente), um instrumento Metodológico com Tarefas abertas e fechadas (tarefas exploratório-investigativa baseadas na Teoria da IM) e um roteiro de entrevista semiestruturada realizada com as professoras, individualmente, sobre as tarefas que lhes foram aplicadas. Concluímos que existem aspectos da Investigação Matemática na concepção do discurso das professoras e que elas compreendem a diferenciação entre uma tarefa aberta de uma fechada. Ficou implícito que as tarefas investigativas são desafios que instigaram as professoras a levantar questionamentos e a aplicar as tarefas adequando sua prática às sugestões metodológicas propostas pelas DCE/PR.

Palavras-chave: Educação Básica; Investigação Matemática; Professores de Matemática; Diretrizes Curriculares da Educação do Paraná; Tarefas exploratório-investigativas.

SANCHES, E. A. **Mathematical Investigation in the Discourse of the mathematical educator in front of Exploratory-Investigative Tasks**. 2020. 122. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

ABSTRAT

The Mathematical Research (IM), in the field of Mathematics Education, is a teaching methodology used to develop mathematics classes through tasks with open utterances and bring to the classroom the mathematical activity by the conjecture -test-demonstration-process. Its use for the teaching of Mathematics is recommended to teachers of the State of Paraná in the official documents governing Education in the State of Paraná, specifically in the document Curricular Guidelines of Education of the State of Paraná (DCE/PR). However, there is a gap between what the official documents recommend and the effective practice of Mathematical Research by mathematics teachers working in the State Education Network of Paraná. In this context, the general objective that guided this research was to identify the prospects Mathematics teachers from Elementary School II and High School in relation to exploratory-investigative tasks. Our research presents the following specific objectives: to identify teachers' knowledge about mathematical investigation as a methodological strategy, identify the preference of teachers over the tasks and identify the possible use of exploratory-investigative tasks in math classes. To achieve our goals, we produced and applied to four Mathematics teachers in the municipality of Campina da Lagoa, who at the time of the research, worked in Elementary and Secondary Education. we produced three data instruments: a professional questionnaire (answered individually), a Methodological instrument with open and closed tasks (exploratory-investigative tasks based on IM Theory) and a semi-structured interview script conducted with teachers, individually, about the tasks that were applied to them. We conclude that there are aspects of Mathematical Investigation in the conception of the teachers' discourse and that they understand the differentiation between an open and closed task. It was implicit that the investigative tasks are challenges that instigated the teachers to raise questions and to apply the tasks adapting their practice to the methodological suggestions proposed by the DCE / PR.

Keywords: Investigation Mathematical; Mathematical Educator; task investigative-exploratory.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Questionário profissional.....	47
Quadro 2: Apresentação das colaboradoras de pesquisa.....	48
Quadro 3: Dados do discurso da colaboradora E1C1	49
Quadro 4: Dados do discurso da colaboradora E2C1	49
Quadro 5: Nível de ensino que as participantes atuam	49
Quadro 6: Discurso da colaboradora E2C2.....	50
Quadro 7: Discurso da colaboradora E1C1.....	50
Quadro 8: Discurso da colaboradora E2C2.....	50
Quadro 9: Discurso da colaboradora E2C1.....	50
Quadro 10: Discursos das professoras sobre os conteúdos que trabalham em sala de aula.	51
Quadro 11: Resolução da tarefa 1 – bloco 1 – encontro 1	62
Quadro 12: Resolução da tarefa 1 – bloco 1 – encontro 2	63
Quadro 13: Considerações em relação ao primeiro encontro	64
Quadro 14: Considerações em relação ao segundo encontro.....	65
Quadro 15: Resoluções – tarefa 1 – bloco1 – encontro 1	66
Quadro 16: Resolução -tarefa 3b - bloco 1 - colaboradora E1C1.....	67
Quadro 17: Resolução - tarefa 3b - bloco 1:	69
Quadro 18: Resolução da tarefa 1 - bloco 2.....	69
Quadro 19: Resolução das colaboradoras do encontro 2.	71
Quadro 20: Resolução das professoras do grupo 2.	72
Quadro 21: Hipótese 1 – tarefa 2a – bloco 1.....	74
Quadro 22: Hipótese 2- tarefa 2b -bloco 1	77
Quadro 23: Resolução - tarefa 2b – bloco1.....	78
Quadro 24: Hipótese 3 – tarefa 2c - bloco1.....	79
Quadro 25: Resolução do grupo de professora – tarefa 2c- bloco1	81
Quadro 26: Resolução – tarefa 3a- Bloco1	81
Quadro 27: Resolução da tarefa 3a – bloco 1 – grupo de professoras.....	82
Quadro 28: Resolução do grupo de professora da tarefa 2- bloco 2	84
Quadro 29: Resolução– tarefa 2 – bloco 2 – colaboradora E1C1	87
Quadro 30: Discurso da colaboradora E1C1.....	91
Quadro 31: Discursos das colaboradoras do segundo encontro	92
Quadro 32: Discurso da colaboradora E1C1.....	93
Quadro 33: Discurso da colaboradora E1C1.....	96
Quadro 34: A ordem das tarefas – bloco 1.....	96
Quadro 35: Discurso da colaboradora E2C2.....	99
Quadro 36: Discurso das professoras do Segundo Encontro.....	100
Quadro 37: Discurso das professoras do segundo encontro.....	100
Quadro 38: Discurso da professora E1C1.....	101

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Dimensões das tarefas	25
Figura 2: Convite aos professores do Ensino Fundamental e Médio.....	45
Figura 3: Convite para o segundo encontro	46
Figura 4: Tarefa 1 do bloco 1 - tarefa fechada - exercício	53
Figura 5: Tarefa 2 do bloco 1 - tarefa aberta - tarefa exploratório-investigativa.....	53
Figura 6: Tarefa 3 do bloco 1 - tarefa aberta – tarefa exploratório-investigativa	54
Figura 7: Tarefa 1 do bloco 2 - tarefa fechada - exercício	55
Figura 8: Tarefa 2 do bloco 2 - tarefa aberta - tarefa exploratório-investigativa.....	55
Figura 9: Roteiro de entrevista do bloco 1.....	56
Figura 10: Roteiro da entrevista individual	57
Figura 11: Apresenta o roteiro da entrevista relativa às tarefas do primeiro bloco.	58
Figura 14: Resolução - tarefa 1 - (a, b, c, d) - bloco 1 - colaboradora E2C1.....	63
Figura 15: Resolução - tarefa 1 - (d, e) - bloco 1 - colaboradora E2C2	66
Figura 16: Resolução - tarefa 3 - (b) - bloco 1 - colaboradora E1C1	68
Figura 17: Resolução - tarefa 3 - (b) - bloco1 - colaboradora E2C2	69
Figura 18: Resolução - tarefa 1 - bloco 2 - colaboradora E1C1.....	70
Figura 19: Resoluções - tarefa 1 - bloco 2 - colaboradoras do segundo encontro.....	71
Figura 20: Resolução - tarefa 2b - bloco1 - colaboradora E1C1.....	75
Figura 21: Resolução - tarefa 2a - bloco 1 - colaboradora E2C2.....	76
Figura 22: Resolução - tarefa 2 - (b) – bloco1 - colaboradora E2C2	79
Figura 23: Resolução - tarefa 2c – bloco 1 - colaboradora E1C1	80
Figura 24: Resolução - tarefa 2c - bloco 1 - colaboradora E2C2.....	81
Figura 25: Pensamento implícito - Tarefa 2 - bloco 2 - colaboradoras do segundo encontro	86
Figura 26: Resolução - tarefa 2 - bloco 2 - colaboradoras do segundo encontro.....	86
Figura 27: Resolução - tarefa 2 - (d) -bloco 2 - colaboradora E2C1	90
Figura 28: Quadro de Conteúdos das Diretrizes Curriculares da Educação do Paraná.....	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

DCE/PR - Diretrizes Curriculares da Educação do Estado Do Paraná

E1C1 - Colaboradora 1 do primeiro encontro

E2C1 - Colaboradora 1 do segundo encontro

E2C2 - Colaboradora 2 do segundo encontro

E2C3 - Colaboradora 3 do segundo encontro

FUNDEB – Fundo de manutenção e desenvolvimento da Educação Básica

IC - Iniciação Científica

IM - Investigação Matemática

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM - Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio

PRODEB - Programa de equalização das oportunidades de acesso à Educação Básica

PPGECEM - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática

PNLEM – Programa Nacional do Livro didático do Ensino Médio

UNIOESTE -Universidade Estadual do Oeste do Paraná

UNESPAR – Universidade Estadual do Paraná

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA TEÓRICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	19
1.1 Investigação Matemática: o que é?-----	19
A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS	32
2.1 Parâmetros Curriculares Nacional – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.----	32
2.2 Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM) -----	38
2.3 Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (Matemática)-----	39
PERCURSO METODOLÓGICO	42
3.1 Produção dos dados-----	42
3.2 Cenário do primeiro encontro com as professoras: Uma professora alegre com vontade aprender. -----	45
3.3 Cenário do segundo encontro com os professores: Vamos ver quem termina primeiro?46	
3.4 Apresentação das colaboradoras de pesquisa por meio do questionário profissional.---	47
3.5 Apresentação dos blocos 1 e 2 à luz dos documentos que orientam o ensino de Matemática -----	52
3.6 Apresentação do roteiro da entrevista semiestruturada -----	56
3.7 Procedimentos de organização dos dados -----	59
AS RESOLUÇÕES E PERPECTIVAS DAS PROFESSORAS SOBRE TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVETIGATIVAS A PARTIR DA METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.....	61
4.1 Procedimentos de análise-----	61
4.1.1 Grande Categoria 1: Aspectos da resolução das tarefas dos dois blocos Matemáticas à luz da Investigação Matemática.....	62
4.1.1.1 Subcategoria 1.1 Resolução da questão pelo professor da mesma forma que ensinam	62
4.1.1.2 Subcategoria 1.2: Diferentes formas de superação das dificuldades na realização de tarefas.	64
4.1.1.3 Subcategoria 1.3: Resolução de tarefas exploratório- investigativas abertas e fechadas	66
4.1.1.5 Subcategoria 1.5: Formulação de hipóteses e testes	74
4.1.1.6 Subcategoria 1.6: O contraexemplo como justificativa argumentativa.	81
4.1.1.7 Subcategoria 1.7: Os caminhos matemáticos na resolução de uma tarefa aberta.....	83
4.1.2 Grande Categoria 2: A perspectiva de Investigação Matemática dos professores	90
4.1.2.1 Subcategoria 2.1 Sobre a organização das tarefas	91
4.1.2.2 Subcategoria 2.2 Aplicação das tarefas aos alunos segundo a composição curricular expressa pelas DCE/ PR.....	93
4.1.2.3 Subcategoria 2.3 Sobre o modo e o tipo de utilização das tarefas pelos professores	98

4.1.2.4 Subcategoria 2.4 Dificuldades dos professores frente as diferentes soluções para um mesmo problema.....	99
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	117
REFERÊNCIAS	120
APÊNDICE.....	122

INTRODUÇÃO

Meu interesse em realizar o Mestrado vem desde o período de graduação. Sempre me interessei pela pesquisa. Enquanto acadêmica, participei do Programa de Iniciação Científica (IC), momento em que tive meu primeiro contato com a tendência teórica¹ Investigação Matemática. Naquela época, meu trabalho de IC teve como parte empírica, a aplicação de tarefas investigativas com alunos de um sétimo ano.

Vivenciei experiência semelhante durante o estágio supervisionado do Curso de Licenciatura de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Unespar orientada pelo professor Dr. Willian Belline.

Os dados produzidos, com esta aplicação, subsidiaram a produção do meu trabalho de conclusão de curso, também fundamentado teoricamente na Investigação Matemática.

Após minha formatura e o início de minha atuação docente, uma das inquietações que está me acompanhando nesta profissão de “professora” é a conexão entre a prática e o teórico. A experiência de sair de um “cenário perfeito”, proporcionado pela IC e pelo Estágio Supervisionado, para um “cenário real” emergiram desafios que todo professor precisa enfrentar, pois a teoria estudada na Graduação nem sempre compreende a prática como um todo. Poderiam meus conhecimentos sobre a tendência Investigação Matemática serem utilizados em sala de aula?

A Investigação Matemática (IM) é uma tendência metodológica para o Ensino da Matemática que busca reproduzir, em sala de aula, as atividades que os matemáticos profissionais realizam na elaboração do saber da Matemática, dentre as quais destacam-se: formular, testar, verificar ou refutar conjecturas de maneira a possibilitar que os estudantes em ambiente escolar (aula de Matemática) tenham a oportunidade de vivenciarem o fazer matemático.

Apesar de a Investigação Matemática não ser o fim último para o ensino de Matemática, ela é uma das tendências metodológicas de ensino que as Diretrizes Curriculares da Educação do Paraná (2008) recomendam ao professor para utilizar,

¹ Consideramos por tendência teórica, o estabelecido por Pais (2001, p.117), “[] para representar a existência de certo coletivo de pesquisadores em educação matemática, que compartilha de um mesmo referencial teórico.”; cada qual valorizando determinadas temáticas educacionais do ensino de Matemática.

em suas aulas, articulando-a a diferentes metodologias do ensino da Matemática presentes em algumas tendências como: a Modelagem Matemática, as Mídias e Tecnologias, a Resolução de Problemas e a História da Matemática. São metodologias que se tornam conhecidas e exercitadas em projetos de formação continuada oferecidos aos professores pelos órgãos estaduais responsáveis ou iniciativas do meio acadêmico ao grupo de professores.

Uma pesquisa que mostra a produção científica dos projetos de formação de professores na área da Investigação Matemática é a pesquisa de Wichnoski (2016) que analisou produções de unidades didáticas e artigos sobre Investigação Matemática produzidos pelos professores da Rede Pública Ensino do Estado do Paraná para o Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE e concluiu que as produções e os artigos evidenciaram que a prática da Investigação Matemática em sala de aula se distanciava dos pressupostos teóricos sobre a Investigação Matemática. Essa prática era disseminada pelo programa de aperfeiçoamento profissional dos professores, não sendo uma atitude proativa da parte deles. O autor afirmou que nestas produções existiam poucas tarefas investigativas utilizadas na prática da Investigação Matemática. Na mesma direção do trabalho de Wichonski (2016) quemostrou das produções de uma determinada região, podemos considerar que a prática da investigação matemática não está ocorrendo no cotidiano da sala de aula.

Pensando no professor da Rede Pública de Ensino do Paraná meu caso² particular emergiu como problema de pesquisa a ser desenvolvido em minha dissertação de mestrado: investigar se este profissional utiliza, em suas aulas, a Investigação Matemática enquanto estratégia metodológica já que as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná a orientam como um dos recursos para o aprendizado da Matemática.

O objetivo geral desta investigação foi: *identificar perspectivas de professores de Matemática do Ensino Fundamental II e Ensino Médio em relação à tarefas exploratório-investigativas*, do qual se originam os seguintes objetivos específicos:

- identificar o conhecimento de professores acerca da Investigação Matemática enquanto estratégia metodológica;

² O problema desta pesquisa foi definido juntamente com as orientações da Professora Doutora Tânia Stella Bassoi, que infelizmente deixou a existência terrena durante a nossa investigação.

- identificar as preferências de professores em relação aos tipos de tarefas;
- identificar as possibilidades de o professor utilizar as tarefas investigativas em sala de aula.

Para alcançarmos nossos objetivos, foram aplicados um questionário com vistas a obter dados profissionais das professoras colaboradoras, bem como seu conhecimento acerca dos documentos oficiais que orientam o ensino de Matemática no Brasil e no Estado do Paraná. As professoras também realizaram dois blocos de tarefas do tipo exploratório-investigativas, um deles relacionado ao conteúdo estruturante Números e Álgebra e ao conteúdo específico de potências e o outro relacionado ao conteúdo estruturante Grandezas e Medidas e aos conteúdos específicos: área e perímetro de figuras planas. Cada um dos blocos traz indagações se os professores aplicariam tarefas como as apresentadas em sala de aula e também quando e como.

Esta dissertação é composta por esta Introdução e por quatro capítulos, a saber: Capítulo 1: **A Investigação Matemática como tendência teórica da Educação Matemática**, que tem por objetivo subsidiar teoricamente a investigação realizada; Capítulo 2: **A Investigação Matemática nos documentos oficiais**³, que tem por objetivo apresentar as orientações da IM nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná. O terceiro capítulo, **Percursos Metodológicos** que tem por objetivo descrever os procedimentos metodológicos realizados, apresentar as professoras colaboradoras, os instrumentos utilizados para a produção dos dados (questionário, blocos de tarefas, roteiro da entrevista semiestruturada), bem como o cenário da pesquisa. O Capítulo 4: **As resoluções e perspectivas dos professores sobre tarefas exploratório-investigativas a partir da metodologia da Investigação Matemática**, traz a caracterização dos professores colaboradores da pesquisa, extraída do questionário profissional; a transcrição de parte representativa dos diálogos estabelecidos pelos professores durante a realização das tarefas; a síntese das respostas às indagações se aplicariam as tarefas como as realizadas em sala de aula e também quando e como e, ainda, um relato da entrevista semiestruturada individual, como maneira de confirmar/refutar, as conclusões obtidas a partir das

³ Como a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) seria implementada só em 2020 nas escolas do Paraná, apresentamos no texto as DCE/PR (Diretrizes Curriculares Estaduais) do estado do Paraná e Os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais)

análises das questões/tarefas dos Blocos 1 e 2. Nesse capítulo apresentamos também os resultados encontrados.

Nas considerações finais retomamos o problema de pesquisa e os objetivos e apresentamos algumas inferências oriundas dos resultados apresentados. Apresentamos a seguir a revisão teórica sobre a Investigação Matemática.

CAPÍTULO 1

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA TEÓRICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentamos o que é a Investigação Matemática como tendência teórica em Educação Matemática, que se constituiu na fundamentação para essa investigação.

1.1 Investigação Matemática: o que é?

Uma das primeiras perguntas que o ser humano realiza sobre algo desconhecido é: O que é? E como surgiu? Desta forma, começamos nosso referencial teórico sobre a investigação perguntando o que é a Investigação Matemática? E como surgiu a Investigação Matemática?

A Investigação Matemática (IM) é uma tendência da Educação Matemática, utilizada tanto como estratégia de ensino, como metodologia de investigação. Ponte, Brocado e Oliveira (2016) afirmam que a Investigação Matemática é uma atividade que os matemáticos profissionais praticam no processo da construção do conhecimento matemático, pois ao buscar soluções para as questões matemáticas os matemáticos levantam, testam e refutam conjecturas. Segundo os autores a Investigação Matemática pode ser pensada para o ambiente escolar (aula de Matemática), pois possibilita aos alunos a oportunidade de vivenciarem o fazer matemático. A grosso modo a Investigação Matemática no nosso contexto teórico é uma Metodologia de Ensino da Matemática que possui o objetivo de o aluno vivenciar a experiência de um matemático profissional em sala de aula.

Então surgem outras perguntas: A investigação matemática já existia antes de tornar uma metodologia de ensino da Matemática? E o que um matemático profissional faz que foi adotado para a sala de aula? E de onde surgiu a ideia de adotá-la como metodologia de Ensino?

Ponte (2008) expressa uma experiência com a Investigação Matemática voltada para a sala de aula nos anos 1980 por meio de grupos de pesquisas financiados pelo governo português. Esses grupos foram chamados de *grupos de investigação* e buscavam novas propostas curriculares para a melhoria do ensino e a

aplicação de formas metodológicas diferenciadas.

De acordo com os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2016), Tudella *et al.* (1999) e Lamonato (2007), essa era uma estratégia de ensino utilizada para promover atividades matemáticas aos alunos com o intuito de que descobrissem estruturas comuns aos objetos, levantassem conjecturas e utilizassem ferramentas matemáticas para justificá-las e demonstrá-las. A investigação, segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016), era uma forma para construir conhecimento, uma vez que os alunos vivenciavam o processo.

Durante este período, os professores de Matemática portugueses estudaram diferentes metodologias de ensino e com este estudo verificaram que as tarefas desafiadoras como a exploração e a investigação se destacaram como uma forma de ensinar Matemática.

De acordo com Ponte (2009, *apud*, SANCHES, BASSOI, 2018, p.3):

Mas então pergunta-se: Qual a diferença entre a metodologia da IM e a IM? A IM é uma atividade Matemática que os matemáticos profissionais praticam, enquanto, que a metodologia da IM são caminhos que os professores podem adotar nas aulas de Matemática que possuem como base teórica essa atividade matemática dos matemáticos profissionais.

Então nos surge uma outra pergunta: Mas o que um matemático faz? De acordo com o documentário “A história da Matemática” produzido pela British Broadcasting Corporation BBC: “[] um matemático se aventura para determinar os padrões dos objetos que os rodeiam, e sua complexa relação dos objetos com o próprio matemático e entre si”. Uma definição histórica para as sociedades que precisavam se organizar.

Mas e no contexto atual: O que um matemático faz? Segundo a Revista Galileu os graduandos de Bacharelado em Matemática podem ser: professores, trabalhar no ramo da logística, gestão, *marketing*, trabalhar na extração de petróleo do subsolo e outros. Leandro Aurich, coordenador do curso de Bacharelado no Instituto de Ciências matemáticas e Computação da Universidade de São Paulo (São Carlos) disse, em entrevista à revista Galileu que “[] a essência do conhecimento transmitido no curso universitário de Matemática é substancialmente diferente da metodologia do Ensino Fundamental e Médio o foco sai do cálculo e passa para o esforço do entendimento de como as coisas funcionam e de como se relacionam entre si” (Revista Galileu)⁴.

⁴Fonte: <<https://revistagalileu.globo.com/Ciencia/noticia/2014/09/4-mitos-sobre-profissao-de-matematico.html>>

Segundo o coordenador os matemáticos saem de uma compreensão quantitativa dos dados para uma compreensão qualitativa dos dados.

Para ser um matemático há a necessidade de além de saber calcular, entender as relações das variáveis envolvidas compreendendo assim mais um estudo qualitativo das variáveis por meio do conhecimento especializado quantitativo.

Trazendo esse contexto para o ensino Fundamental e Médio, vemos que há uma necessidade de que o aluno não entenda a Matemática como a reprodução de um conhecimento já descoberto, pronto e acabado. Precisamos que este pense a respeito das relações que estão implícitas ao conhecimento matemático, temos que buscar formar alunos que não operem somente algoritmos, mas que compreendam as relações envolvidas entre este conhecimento matemático e o mundo que os rodeia, que a Matemática é conhecimento que ainda está em construção e que pode ser aplicado a diversas áreas do conhecimento.

A Investigação Matemática parte das tarefas abertas, em que o aluno não possui um método pronto para resolvê-las, pois a questão “[] não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009, p. 22).

O professor, para Ponte, Brocado e Oliveira (2009), busca meios para que o aluno se envolva e se interesse em participar exercitando a autonomia na construção do próprio conhecimento.

A Investigação Matemática, segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2009), vivenciada por um matemático profissional ou por um aluno, envolve quatro momentos: o reconhecimento da situação, em que o indivíduo explora e formula questões; o processo de formulação das conjecturas; a realização dos testes e os refinamentos das conjecturas e a argumentação, podendo esses momentos serem simultâneos. Neste modo de ensinar, o professor adota a postura de mediador excluindo o papel de detentor do conhecimento, como ocorria no ensino tradicional. Para Ponte, Brocado e Oliveira (2016), as experiências realizadas com esta metodologia demonstraram que os alunos podem alcançar o aprendizado da Matemática e desenvolver entusiasmo pelo mesmo embora os autores não considerem a Investigação Matemática como uma metodologia de ensino na Educação Matemática.

O fazer matemático está diretamente ligado à profissão dos matemáticos profissionais, ou seja, refere-se a como os matemáticos constroem o seu

conhecimento. A metodologia da Investigação Matemática traz para a sala de aula o processo de conjecturar, testar e argumentar sobre tarefas matemáticas. De maneira geral, os alunos não estão acostumados a realizar esta tipo de atividade matemática em sala. A IM retira o aluno da simples reprodução mecânica dos exercícios, utilizando-se de fórmulas prontas e passa a mostrar como fazer Matemática.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) a Investigação Matemática está ligada ao processo de investigar dos matemáticos profissionais, os matemáticos procuram por padrões e conjecturam sobre estes. Os matemáticos fazem Matemática, no entanto, quando nos referimos ao ensino desta disciplina, os alunos não estão acostumados com a atividade de fazer Matemática em sala de aula. O ensino ainda se centra no método expositivo com a utilização de exercícios fechados. Aqui não é uma crítica à utilização destes, mas sim à sua predominância no ensino, pois, de acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016) há lugar para os exercícios, no entanto, o ensino não pode ser composto somente por eles. Podemos citar grandes exemplos de matemáticos que vivenciaram este processo de construção do conhecimento matemático em sua jornada tais como: Carl Friedrich Gauss, Leonhard Euler, Isaac Newton, Euclides, Pierre Fermat e Gottfried Wilhelm Leibniz.

Segundo Lamonato e Passos (2011) a Metodologia da Investigação Matemática permite a quebra dos paradigmas que a Matemática está posta pronta e acabada, ou seja, esse paradigma expressa a percepção equivocada que algumas pessoas possuem sobre o conhecimento matemático de que o conhecimento está totalmente desenvolvido e não há novos desenvolvimentos. Assim muitos alunos tem a percepção de o conhecimento repassado em sala de aula é um conhecimento que está “totalmente desenvolvido”. Uma outra percepção das pessoas equivocadas sobre o conhecimento matemático é que o conhecimento matemático pode ser aprendido por poucos, que necessariamente precisa-se de uma habilidade maior para o aprendizado da matemática.

Concepções equivocadas a respeito desta ciência e que acabam por se transformar em obstáculos à sua aprendizagem. Segundo os autores a IM supera esses obstáculos para a aprendizagem, pois apresenta a Matemática como um conhecimento que pode ser construído, ao possibilitar ao aluno vivenciar este processo de construção.

A Investigação Matemática para a sala de aula compreende esse processo de conjecturar, testar e demonstrar para que o aluno vivencie durante uma aula de

Matemática, e diante disto tornou-se uma metodologia com recomendações: de como introduzir esta metodologia em sala de aula, a definição das tarefas envolvidas, de como o professor deve proceder e qual deve ser sua postura em uma aula investigativa e as fases que o aluno percorre para construir um conhecimento.

Segundo Wichnoski e Klüber (2016) as pesquisas em Investigação Matemática estão relacionadas com a experimentação na prática da profissão docente e um pouco desligada de uma formação teórico-prática. Ou seja, as pesquisas estão inseridas na prática docente dos professores em sua maioria apresentadas como estudos de casos. Apesar do acúmulo de experiência permitir o desenvolvimento de competências nos professores, a Pesquisa em Educação Matemática não tem uma base de formação voltada para os professores de uma forma homogênea que alie o conhecimento e a prática.

[] consideramos necessário superar os estudos de caso e engendrar estudos pormenorizados que explicitem meios possíveis de integrar teoria e prática ao longo de todo o processo de formação do professor, superando modos de conceber a formação prática reduzida a uma mera aplicação da teoria. Ainda, o fazer não se coloca como condição suficiente nas atividades de formação, o saber sobre Investigação Matemática é um dos aspectos que também deve ser considerado. (WICHNOSKI, KLÜBER, 2016, p.13).

Então sobre os aspectos teóricos desta metodologia nos perguntamos como ocorre uma aula com a utilização da Investigação Matemática?

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) uma aula investigativa se desenvolve por meio de uma tarefa exploratório-investigativa e por meio desta procura-se desenvolver no aluno ações de tomadas de decisões que levem a uma atividade investigativa.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016)

Uma atividade de Investigação desenvolve-se habitualmente em três fases (numa aula ou conjunto de aulas): (i) introdução da tarefa, em que o professor faz proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado. Essas fases podem ser concretizadas de muitas maneiras [] (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.25).

Para estes autores a aula tem certos momentos que a dividem: o *arranque*⁵ da aula, o *desenvolvimento do trabalho* e a *discussão da investigação*. O desenvolvimento do trabalho está dividido entre a situação e formulação de questões, formulação das conjecturas e testes e por último a justificação. (PONTE, BROCADO,

⁵ O arranque da aula é o momento em que o professor apresenta a tarefa aos alunos e eles começam a explorar os dados apresentados.

OLIVEIRA, 2016).

O arranque da aula segundo os autores é de extrema importância, pois neste momento inicial da aula “[] o professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade” (Ponte, Brocado, Oliveira, 2016, p.26). Deve ter o cuidado para que o aluno compreenda o que se espera dele no decorrer da aula, logo o professor precisa fazer-se entender, desta forma, o professor pode fazer uma introdução oral aos alunos além da tarefa escrita entregue.

Isso porque muitos alunos que não estão acostumados com uma aula investigativa, precisam compreender o significado de investigar, porque neste primeiro momento o aluno depara-se com uma tarefa que não está delimitada, assim a investigação pode começar com tarefas exploratórias em que o professor pode incentivar ao exercício de tatear e explorar os dados na busca de investigações mais elaboradas pelos alunos. (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016).

Distinguir entre as tarefas e a atividade matemática, na Investigação Matemática, importa a Lamonato e Passos (2011, p. 58) pois, “[] a tarefa é a proposta de trabalho; e a atividade é representada pelas ações de quem se propõe a desenvolvê-la”. Desta forma envolver o aluno na resolução de tarefas, abertas ou não, provoca ações importantes para a aprendizagem. Pesquisas de Cruz (2015) e Corradi (2013) mostram que as tarefas investigativas aplicadas em um contexto em que o professor compreende o processo investigativo, corrobora para que ocorra atividade investigativa⁶ em sala de aula.

Para melhor entendermos este processo precisamos compreender o que venha ser a identificação de uma tarefa exploratório-investigativa. A investigação Matemática traz para a sala de aula o processo de fazer Matemática e este processo envolve o aluno compreender o que se está sendo pedido nas tarefas abertas, formular hipóteses, testar as mesmas e justificar as mesmas.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) matemáticos como Poincaré utilizaram deste processo de construção do saber matemático, agora como implementar esse processo nas aulas de Matemática segundo autores, pode ser em grupos ou individualmente pelos alunos na sala de aula. A Investigação Matemática

⁶ Segundo Wichnoski (2016) é necessário diferenciar a atividade investigativa da tarefa investigativa, pois segundo o autor a atividade investigativa são as tomadas de decisões (ações) do Colaborador diante de uma tarefa investigativa.

é realizada por meio de tarefas. As tarefas podem ser abertas ou fechadas.

Para responder à pergunta anterior temos que compreender: o que seria a tarefa investigativa e a tarefa exploratória? Para Ponte (2003) as tarefas matemáticas possuem quatro dimensões que são apresentadas na figura 1.

Figura 1: Dimensões das tarefas



Fonte: Ponte, 2003, p.29.

Ponte (2003) apresenta um plano cartesiano para explicar que as tarefas podem ser classificadas em: exercícios, problemas, exploração e investigação e podem ser classificadas em abertas ou fechadas. As tarefas fechadas englobam exercícios e problemas, enquanto as tarefas abertas são consideradas exploração e a investigação. Os problemas de acordo com Ponte (2003) possuem maior dificuldade que os exercícios, assim como tarefas investigativas possuem maior dificuldade que tarefas exploratórias. No entanto, alguns autores como Lamonato e Passos (2011) não diferenciam uma tarefa investigativa de uma tarefa exploratória, pois acreditam que esta diferenciação está sobre uma linha tênue e que uma tarefa exploratória pode se tornar investigativa e, por essa razão, denominam somente tarefa exploratório-investigativa.

Desta forma entendemos que o *arranque* da aula seja essencial para o trabalho investigativo. O professor precisa ter cuidado que ao fazer a introdução oral para não explicitar caminhos delineados para resolução das tarefas para os alunos (Ponte, Brocado, Oliveira, 2016).

Segundo os autores “[] a interpretação da tarefa deve ser ela própria [] a busca que o aluno realize esse tatear dos dados de maneira autônoma nas tomadas de decisões” (Ponte, Brocado, Oliveira, 2016, p.28). Ainda para os autores para que esta metodologia seja eficiente em sala de aula depende também do ambiente em que está inserida. A condição ideal de ambiente seria a promoção de um espaço em que o

aluno sentisse que suas ideias são valorizadas durante o processo de investigação. Nesta metodologia retira-se a validação dos resultados pelo professor e passa a ser realizada como uma discussão entre os colegas de classe.

O professor tem o papel de mediador que busca esclarecer certos equívocos matemáticos de modo que não interfiram no direcionamento do trabalho do aluno. Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) quando se trabalha com tarefas de investigação matemática o professor espera que o aluno utilize o processo que caracteriza a Investigação Matemática: “[] a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho []” (p.29).

Na fase do *desenvolvimento do trabalho* com os alunos ocorrem as etapas de: exploração e formulação das questões, formulação e testes e reformulação de conjecturas, pois, os principais passos da investigação são: levar os alunos a propor perguntas e estabelecer conjecturas testando-as, refinando-as e discutindo sobre elas no intuito de justificar as mesmas (Ponte, *et. al.*, 1998).

Quando os alunos começam a trabalhar com os dados na busca de uma questão que pode ser resolvida, eles demandam tempo que, muitas vezes, parece ao professor que nada esteja acontecendo, mas esta fase é importante para os alunos começarem a formular questões aprofundando-se no conhecimento da situação e se apropriando da tarefa que lhes foi proposta (PONTE, *et. al.*, 1998).

Ao manipular os dados os alunos formulam conjecturas. Então perguntamos o que vem a ser uma conjectura?

Segundo o dicionário Online⁷ conjectura é considerada uma “[] uma ação ou efeito de deduzir ou de fazer inferências, baseando-se em palpites, intuições, provas inconclusas ou suposições; Hipótese admitida como verdadeira sem que haja comprovação formal”. Na Investigação Matemática conjectura surge da reflexão e dedução sobre os dados levantados de uma tarefa. Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016, p.16) “[] as conjecturas podem surgir ao aluno de diversas formas, por exemplo, por observação direta dos dados ou por analogia com outras conjecturas[]”. Este trabalho, para os autores, é indutivo e por vezes podem estar no pensamento do aluno sem que consiga explicitá-la aos demais, podem ser explicitadas por uma linguagem gestual e não verbal. O registro escrito das conjecturas é importante para

⁷ Fonte: <https://www.dicio.com.br/conjectura/>

o momento da explicitação, pois “[...] a escrita dos resultados ajuda-os a clarificarem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas e favorece o estabelecimento de consenso [...]” (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.36).

Segundo os autores

O professor precisa estar atento a todo esse processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos vão evoluindo na realização de investigações. Desse modo cabe-lhe colocar questões aos alunos que os estimulem a olhar em outras direções e os façam refletir sobre aquilo que estão a fazer (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.36).

De acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016) para que o trabalho não seja empobrecido em sala de aula, ao conjecturar sobre os dados o aluno precisa compreender que a conjectura tem um carácter provisório. Os alunos precisam compreender que a conjectura se torna “[...] credível à medida que resiste a sucessivos testes, por outro lado os alunos devem compreender que o teste, só por si, não confere o estatuto de conclusão aos seus resultados. Para que essa conclusão seja possível, “[...] existe a necessidade do aluno justificar suas conjecturas com argumentos que se baseiam em um raciocínio plausível com seus conhecimentos já adquiridos” (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.37-38).

O aluno precisa diferenciar o que é sua conjectura da sua justificação, pois quando os alunos não estão acostumados com este tipo de trabalho pode não estar claro que existem diferenças entre ambas (Ponte, Brocado, Oliveira, 2016).

Uma conjectura matemática é uma afirmação que responde a uma determinada questão e que é considerada verdadeira ou falsa. Ele pode se referir a um único objeto ou a uma classe inteira de objetos. Obviamente, nem todas as conjecturas têm o mesmo alcance matemático. Algumas, referem-se a fatos relativamente simples e evidentes. Outras, envolvem um elemento forte do inesperado. Ainda outras, são particularmente importantes porque a partir delas é possível derivar muitas conclusões (Ponte, *et. al.*, p.10, 1998).

O que significa investigar em Matemática? Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) as investigações estão atreladas aos conceitos, procedimentos e representações matemáticas que se configuram no estilo conjectura-teste-demonstração.

A investigação, para Ponte, Brocado e Oliveira (2016) pode ser realizada de uma questão aberta que se mostra de início confusa que ao organizar os dados os alunos podem clarificar as ideias e problematizar sobre a mesma de diferentes

maneiras. Desta forma cabe ao professor ser o mediador desse processo, para que conjecturas falsas não sejam tomadas como verdadeiras por uma falta de conhecimento matemático do aluno.

Para melhor contextualizarmos o nosso referencial teórico nos perguntamos o que é atividade matemática e como esta surge nas aulas de Matemática? E como ocorre esse processo investigativo quando os alunos estão trabalhando com as tarefas investigativas e exploratórias?

Segundo Lamonato e Passos (2001) deve-se diferenciar a atividade Matemática das tarefas investigativas e exploratórias. As tarefas investigativas são propostas desafiadoras que podem levar o aluno ao processo investigativo, enquanto que a atividade matemática segundo Lamonato e Passos (2001) “[] é representada pelas ações de quem se propõe a desenvolvê-la[s] []” (p.58, *inserção nossa*). Essas ações podem levar o aluno a caminhos desconhecidos pelo professor. Este profissional precisa ter uma postura de mediador entre o aluno/conhecimento interferindo quando necessário.

Mas como vivenciar o fazer matemático em uma sala de aula? Esta proposta de metodologia visa que o professor trabalhe aspectos da atividade matemática em suas aulas. Oliveira *et. al.* (tradução nossa, 1997) no sentido de compreender a indagação do “[] porque investigações em sala de aula? []” (p.3) afirmam que a aprendizagem da Matemática por meio da IM remete ao fazer a Matemática, desta forma uma investigação de uma tarefa investigativa ou exploratória

“[] começa com uma situação que deve ser compreendida ou com um conjunto de dados que devem ser organizados e explicados em termos matemáticos. É necessário começar a fazer perguntas razoáveis e frutíferas. Então, é essencial correr o risco de propor conjecturas. Testar essas conjecturas e coletar mais dados pode apoiar os alunos ou levá-los a novas conjecturas []” (Oliveira *et. al.*, *tradução nossa*, 1998, p.3.).

Para Ponte e Oliveira (2000) é importante investir em investigações na sala de aula para aprendizagem da Matemática. Os autores entendem que a interdisciplinaridade deve ser levada em conta e também disciplinas como a Sociologia, a Antropologia, a História e a Filosofia além de explorar nas aulas aspectos da linguagem matemática.

Na perspectiva de Oliveira *et. al.* (1997, *tradução nossa*) tarefas de investigação matemática são indispensáveis para

[] fornecer uma visão completa da matemática, uma vez que são uma parte essencial da atividade matemática; [] estimular o tipo de envolvimento dos estudantes necessários para uma aprendizagem significativa; fornecer

vários pontos de entrada para os alunos em diferentes níveis de habilidade; estimular um modo holístico de pensamento, relacionando muitos temas, uma condição para o raciocínio matemático significativo (OLIVEIRA et. al., *tradução nossa*, 1997, p.3).

Segundo o matemático Poincaré (*apud* Ponte, Brocado e Oliveira, 2016) o processo de investigação desenvolve-se em três fases: a compilação de informações, a experimentação e a “iluminação súbita” (sistematização e verificação dos resultados). E neste processo existe um processo criativo que para o matemático é inconsciente dando-se pela observação da beleza dos padrões matemáticos num processo de ida e volta entre as fases.

Esse processo de investigação ocorre na construção de qualquer conhecimento matemático e, deste modo, aplicar esta metodologia nas aulas de Matemática auxilia para que não ocorra a reprodução “sem sentido” de exercícios.

A realização de uma investigação matemática em sala envolve quatro momentos que se assemelham ao processo de construção do conhecimento do matemático de Poincaré. Estes momentos são: o reconhecimento da situação, o processo de formalização, a realização de testes e o refinamento de conjectura e o último a argumentação, demonstração e avaliação.

O reconhecimento da situação deve-se ao fato do aluno tatear os dados desta tarefa aberta e formular questões pertinentes a ela, ou seja, está ligado à formulação de um problema matemático que faz sentido para aluno diante da tarefa aberta.

O segundo e terceiro momento da investigação matemática ocorrem ao mesmo tempo sendo muitas vezes inseparáveis, logo que aluno formula uma hipótese o mesmo começa a testá-la e com os resultados dos testes essa hipótese passa pelo processo de refinamento. Esse processo, no entanto, pode ocorrer várias e várias vezes durante uma investigação matemática para então passar a justificar suas conjecturas com argumentos plausíveis.

Nesta pesquisa não nos detemos nos aspectos formativos do professor, mas questionamos se o professor apresenta em seu discurso, indicadores sobre como utilizaria estas tarefas em suas aulas de Matemática.

Há sem dúvida, lugar para os exercícios, problemas, os projetos e as investigações. O grande desafio é articular esses diferentes tipos de tarefas de modo a constituir um currículo interessante e equilibrado, capaz de promover o desenvolvimento matemático dos alunos com diferentes níveis de desempenho (PONTE, BROCADO; OLIVEIRA, 2016, p.24).

Nesta metodologia o professor assume o papel de mediador em que não traz

as respostas prontas, e sim indaga o aluno sobre suas conjecturas construídas, que podem ou não se confirmarem como válidas. Este tipo de postura exige do professor um constante policiamento em não responder de imediato se a resposta está correta ou errada e sim levar o aluno a concluir se o que está pensando pode ser validado em um conjunto de raciocínios. Já na discussão dos resultados podemos ter uma maior participação do professor de forma confirmatória do pensamento com a transmissão dos conhecimentos consolidados pela ciência, levando os alunos a um maior aprofundamento das questões.

E uma das perguntas que podemos nos fazer é quais competências o professor necessita obter e/ou ter para o trabalho com investigação em sala de aula? Em nossa visão o professor necessita conhecer sobre a natureza do conhecimento matemático, sobre o modo como pode ser construído este conhecimento, atentando para as dificuldades que este processo pode trazer aos alunos. Nesse processo investigativo o professor deve estar atento à criatividade que pode ser vista durante o processo investigativo, ou seja, acompanhar a argumentação do estudante. Isto porque a base epistemológica desta metodologia é a construção do conhecimento matemático, uma vez que, por meio dela, o fazer Matemática em sala de aula torna-se, literalmente, o processo de construção do próprio conhecimento matemático.

Assim, ainda segundo os autores referências deste trabalho, o papel do professor numa aula investigativa está ligado a desafiar seus alunos no *arranque*⁸ da aula, a acompanhar o progresso dos alunos estando atento ao modo como os alunos encaram o trabalho, porque por meio da informação do progresso dos alunos “[] o professor adota a estratégia de interação com os alunos que se revela mais adequada naquele momento []” (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.49)

Para os pesquisadores portugueses, o professor neste tipo de trabalho precisa de uma “[] predisposição para manifestar, perante os alunos, o seu raciocínio matemático []” (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.50) uma vez que o docente não sabe antes o que aluno pretende investigar. Muitas vezes são questões que o professor sequer pensou e assim, ele é levado a raciocinar sobre as questões dos alunos de um modo espontâneo.

E por último o professor precisa apoiar o trabalho dos alunos para promover a reflexão sobre o que estão realizando, pois “[] é importante ajuda-los a fazer uma

⁸ O arranque da aula é o momento em que o professor apresenta a tarefa aos alunos e eles começam a explorar os dados apresentados.

síntese da atividade, descrevendo os seus avanços e recuos, os objetivos que tinham em mente e as estratégias que seguiram []” (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA 2016, p.53).

Sabemos com a experiência da profissão que os professores têm muitos desafios nesta jornada dos ensinos Fundamental e Médio; enfrentam fatores externos à sua formação tais como a violência escolar, a precariedade do ambiente escolar, a falta de recursos didáticos para utilização em sala de aula. Outra indagação que poderíamos fazer: será que os professores se interessam por utilizar novas metodologias que surgem no meio acadêmico em suas aulas de Matemática? Será que as pesquisas em Educação Matemática têm alcançado os professores em sua prática diária? Na Rede Estadual de Ensino do Paraná existem durante o ano dias destinados à formação continuada, para estudos. Entretanto, o discurso difundido entre os professores, que “vivenciei como professora”, é que a formação apresentada quase sempre se apresenta desconexa da realidade enfrentada pelos professores.

Diante dessas indagações e considerando a burocracia do trabalho de professor que determina que seu planejamento precisa estar alinhado aos documentos que regem a Educação no Brasil, no próximo capítulo apresentamos como a metodologia de ensino Investigação Matemática surge nos documentos oficiais que regeram a Educação Básica paranaense nos últimos vinte anos.

CAPÍTULO 2

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Nesta seção buscamos responder alguns questionamentos, tais como: Quais recomendações ao uso da metodologia da Investigação Matemática aparecem nos documentos que regem a Educação Básica? Qual o papel do professor indicado pelos documentos?

Entre os documentos analisados destacamos os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio, as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, e a Base Nacional Comum Curricular.

2.1 Parâmetros Curriculares Nacional – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais da Educação (PCN) foram lançados no ano 1998 como indicadores educacionais para o Ensino no Brasil. Na seção para os anos finais do Ensino Fundamental (antigas 5ª série a 8ª série) na disciplina de Matemática, encontramos menção sobre o termo investigação. O aluno precisa compreender a Matemática como Campo de conhecimento que estimula o espírito de investigação, mas o documento não se refere à metodologia da Investigação Matemática para o ensino da Matemática (BRASIL, 1998)

Os PCN traçam a trajetória de uma reforma curricular dos 20 anos anteriores a 1998. Ressaltam que o ensino entre os anos de 1970 e 1980 foi influenciado pela reforma da Matemática conhecida como Matemática Moderna, que objetivou transpor a Matemática realizada pelos matemáticos para a sala de aula tornando-se uma Matemática formal se distanciando da compreensão da própria Matemática pelos alunos. (BRASIL, 1998)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam que as aulas de Matemática podem ser um espaço para construção do papel da Matemática na formação da cidadania, na participação crítica e no desenvolvimento da autonomia do aluno. Este documento salienta sobre o papel da Matemática no Ensino fundamental para o aluno

como um instrumento para compreender o mundo à sua volta ressaltando que esta área do conhecimento “[] estimula o interesse, a curiosidade, o espírito investigativo e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p.15).

Nos Estados Unidos, na década de 1980, no National Council of Theacher of Mathematics⁹, NCTM, foi apresentado a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino da Matemática. Essas ideias influenciaram reformas curriculares, inclusive a nossa, dando ênfase na Resolução de Problemas, **na exploração da Matemática** a partir de problemas vividos no cotidiano encontrados nas várias disciplinas. (BRASIL, 1998, *grifo nosso*).

Essas iniciativas de enfatizar a Resolução de Problemas destacam-se no texto do documento (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental do terceiro e quarto ciclo). Este mesmo documento alerta que as iniciativas para mudar o ensino muitas vezes não chegam aos professores que não conseguem alterar a sua prática e tomar decisões sobre suas escolhas (BRASIL, 1998). Por mais que avancemos na Educação no Brasil, este fato ainda ocorre 20 anos depois, por diversos fatores em relação à formação de professores e à realidade das escolas brasileiras.

Segundo Brasil (1998) há uma distorção do que seria a ideia de contexto, segundo o documento

[] Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos porque não fazem parte de sua realidade ou não têm uma aplicação prática imediata. (BRASIL, 1998, p.23).

Wichnoski (2016), apoiado nas ideias do pesquisador português João Pedro da Ponte, considera que as tarefas exploratório-investigativas envolvem uma situação da realidade vivenciada ou da realidade construída e também as tarefas estão construídas no campo estritamente matemático.

Mesmo que o enunciado e formato das tarefas exploratório-investigativas se diferenciem podemos afirmar que a resolução destas estão sobre um processo que está ligado à construção do conhecimento matemático. Desta forma precisamos discutir sobre a natureza do conhecimento matemático para compreendermos o porque da Metodologia da Investigação Matemática.

⁹ É o conselho Nacional dos EUA de Professores de Matemática, fundado em 1960. Sendo uma das maiores organizações de professores de Matemática do Mundo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) são um documento que destaca a necessidade de se discutir sobre a natureza do conhecimento matemático, compreender que o conhecimento matemático não está pronto e acabado e sim, em processo, em constante transformação. A metodologia da I.M. está alinhada aos Parâmetros Curriculares Nacionais neste ponto, porque ambos buscam que o aluno vivencie o fazer matemático no ambiente da aula de Matemática, o que assemelha a natureza da metodologia da Investigação Matemática em que se busca trazer para sala de aula o contato com o fazer matemático. Segundo o documento:

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. (BRASIL, 1998, p.26).

Levar em conta a natureza do conhecimento matemático, o uso de indução e dedução devem estar presentes nas aulas de Matemática, assim como o hábito de levantar e formular conjecturas. Neste ponto há indicativos, embora não explícitos, de semelhança entre a metodologia da Investigação Matemática e as recomendações pedagógicas neste documento.

Os PCN salientam que o saber matemático precisa ser comunicado aos alunos de maneira que eles entendam. Esse documento salienta que não podemos subestimar os alunos em sua capacidade de resolver problemas complexos, ou seja, a comunicação do conhecimento precisa levar em consideração o aluno e suas especificidades e maturidade para o aprendizado do conhecimento repassado ao estudante (BRASIL, 1998). O professor não pode propor ao aluno problemas que o estudante não possui ferramentas suficientes para resolvê-lo.

Nos PCN também encontramos a menção da atividade matemática. Segundo o documento Brasil (1998, p.37) “[...] o significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano[]”. Este conceito assemelha-se ao significado de atividade matemática na Metodologia da Investigação Matemática, pois de acordo com Lamonato e Passos (2011) a atividade matemática resume-se às ações que o aluno toma diante de tarefas exploratório- investigativas.

A metodologia IM também converge com os Parâmetros Curriculares Nacionais em relação ao papel do professor em ser o mediador da construção do conhecimento pelo aluno.

Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-lo, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir (BRASIL, 1998, p.38).

O professor é tido como um facilitador do processo, oferecendo condições para que o aluno adquira seu conhecimento sozinho, e, por essa razão este documento enfatiza que o professor precisa “[] promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as formulações e valorizar as soluções mais adequadas []” (BRASIL, 1998, p38). O professor toma decisões a respeito do prosseguimento do trabalho em sala de aula ou cria expectativas em relação ao aprendizado dos seus alunos e diante delas toma suas decisões (BRASIL, 1998)

Esta perspectiva do professor ser o mediador entre o aluno e a aquisição do conhecimento converge com a metodologia da Investigação Matemática, por meio da qual o professor conduz o trabalho em sala de aula como o facilitador em que busca incentivar os alunos a não procurarem respostas prontas, mas a fazerem indagações.

De acordo com os PCN, a avaliação e o papel avaliador do professor são muito importantes no processo de ensino e aprendizagem e assim, ao avaliar o processo de aprendizagem o professor precisa buscar instrumentos apropriados para identificar se as competências foram desenvolvidas pelos alunos. Isso exige do docente estar em constante movimento com a proposta de uma atividade pedagógica que considere tanto as necessidades dos alunos como possibilite incentivá-los (BRASIL, 1998). Apesar de reconhecermos a potencialidade da metodologia da Investigação Matemática, consideramos que esta não é a única passível de ser eficiente em sala de aula, pois existem outras tendências metodológicas também eficientes e outras novas também podem surgir.

Os alunos precisam

[] além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso; saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro; discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias ideias [] (BRASIL, 1998, p.39).

Os PCN apontam a resolução de problemas como um ponto de partida para atividade matemática, pois segundo o documento o aluno precisa de situações desafiadoras para desenvolver estratégias de resolução.

Resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos (BRASIL, 1998, p.41)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam que o aluno deve desenvolver a habilidade de resolver problemas. Desta forma surge-nos a pergunta: “O que difere a resolução de problemas da Investigação Matemática?”

A Investigação Matemática diferentemente da resolução de problemas trabalha com tarefas abertas e permite que o aluno elabore seu problema diante dos enunciados e crie estratégias para a solução deste. Na IM é necessário que o professor faça um convite para que os alunos queiram formular e resolver os problemas.

Os PCN trazem alguns caminhos para “fazer matemática” na sala de aula e salientam que o professor deve conhecer diversas formas metodológicas para o ensino da Matemática para construir sua prática. O documento destaca algumas metodologias como a História da Matemática, as tecnologias da comunicação, os jogos como recursos didáticos ao professor, resolução de problemas no contexto de formação de estratégias de resolução. (BRASIL, 1998)

Os PCN trazem como objetivos gerais para o Ensino Fundamental:

[] identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas []; fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático []; fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático [] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; [] descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas; estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares; sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos [] interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998, p.48).

Esses objetivos visam que os alunos se tornem críticos em relação as informações aprendendo a interpretá-las e avaliá-las. Os PCN inferem que o Ensino Fundamental deve fazer com que o aluno aprenda processos para resolver situações problemas. Dentro destes processos estão os processos de dedução, indução, intuição, analogia, estimativa utilizando-os no conhecimento matemático e aliando-os também à tecnologia (BRASIL, 1998).

Destacamos três objetivos dos PCN para o Ensino Fundamental que em nosso entendimento convergem com a metodologia da Investigação Matemática: o de preparar o aluno para comunicar matematicamente, ou seja, ser capaz de fazer conjecturas, argumentar sobre as mesmas com o uso da linguagem matemática, bem como da linguagem oral e conseguir compreender as representações matemáticas; o de preparar o aluno para obter uma segurança em construir conhecimentos matemáticos; e o de cooperação dos alunos entre si, de trabalho coletivo em sala de aula para buscar soluções para os problemas propostos e o respeito ao modo de pensar dos colegas. (BRASIL, 1998).

Em relação aos conteúdos que precisam ser estudados no Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares trazem que existe um consenso de que os currículos de Matemática precisam contemplar “[] o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo de Grandezas e Medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria)” (p.49). Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para a formação de um aluno crítico há a necessidade de estes terem a capacidade em seu cotidiano de interpretar dados estatísticos, tabelas e utilizar ideias de probabilidade e combinatória. (BRASIL, 1998).

Consideramos que os PCN 3º e 4º ciclos não fazem recomendação ao uso da metodologia da Investigação Matemática, no entanto, começam a determinar o ensino por meio da pesquisa, enfatizam que aluno deva desenvolver o espírito investigativo e incentivam para o “fazer Matemática em sala de aula”, com a desconstrução, pelo professor, da ideia de que a Matemática é um conhecimento pronto e acabado, o que converge para a metodologia da Investigação Matemática. Destacamos alguns princípios norteadores dos PCN.

2.2 Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM)

As orientações Curriculares para o Ensino Médio são divididas em três volumes. Volume 1: apresenta aspectos sobre a linguagem, código e suas tecnologias, o volume 2 – Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias e o volume 3 Ciências Humanas e suas tecnologias. O documento que analisamos é o documento de volume 2. No prefácio deste documento é salientado que um dos desafios da educação dos jovens é prepará-los para viver em uma sociedade que requer uma aprendizagem autônoma e contínua no decorrer da vida (BRASIL, 1997).

Segundo o documento, o governo federal implementou várias ações para o fortalecimento do Ensino Médio, entre elas o documento destaca o Fundeb (Fundo de Manutenção e desenvolvimento da Educação Brasileira), o Prodeb (Programa de equalização das oportunidades de acesso à Educação Básica) e o PNLEM (Programa Nacional do Livro do Ensino Médio (BRASIL, 1997)

Os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio se fundamentam na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, e apresentam em seu texto a existência de dois aspectos desta lei: a finalidade do Ensino Médio e sua organização curricular (BRASIL, 2000):

- As finalidades do Ensino Médio provenientes da lei de diretrizes e bases da Educação Nacional são: aprimorar o aluno em sua formação ética; desenvolver habilidades de autonomia intelectual e do pensamento crítico; e também prepará-lo para o mercado de trabalho;
- a organização do currículo deve contemplar as diversidades regionais da escola e aluno, tais como a cultura, a interdisciplinaridade das disciplinas, a participação dos docentes na proposta pedagógica do ensino (BRASIL, 2000, p.101-102).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, as orientações para o aprendizado da Matemática ressaltam o desenvolvimento de habilidades relacionadas à compreensão, à comunicação, à investigação e também à contextualização sociocultural. (BRASIL, 1997).

O documento Orientações Curriculares do Ensino Médio se organiza mediante três aspectos: a escolha e forma de trabalhar o conteúdo matemático, o Projeto Político Pedagógico e a organização curricular. Ao concluir o Ensino Médio o documento infere que o formado no Ensino Médio consiga resolver problemas práticos do cotidiano, modelar fenômenos de outras áreas matemáticas, compreender que a Matemática é uma ciência que se organiza por meio de teoremas e demonstrações;

que é um conhecimento social e historicamente construído e, reconhecer sua importância para o desenvolvimento científico e tecnológico.

Este documento salienta que alguns aspectos devem ser considerados no ensino da Matemática, destacamos os que convergem com IM.

O documento destaca que o ensino de Matemática deve **valorizar o raciocínio matemático, a formulação de questões, o estabelecimento de hipóteses, a argumentação com fundamentação teórica lógico-dedutiva** (BRASIL, 1997). Evidenciamos que os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio também enfatizam que o professor é o mediador entre o conhecimento e o aluno e, visam, também, um ensino por meio da investigação em específico o “fazer matemática” destacado na primeira linha deste paragrafo.

2.3 Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (Matemática)

As Diretrizes Curriculares de Matemática do estado do Paraná é um documento que orienta o currículo de Matemática em vigência (ano 2019) no estado do Paraná. Este documento foi produzido por meio de uma construção coletiva entre os anos de 2004 a 2008. Durante este período a Secretaria de Educação do Estado do Paraná promoveu eventos com o objetivo de proporcionar aos pares (professores e a comunidade científica) discutirem e elaborarem o texto das Diretrizes Curriculares (PARANÁ, 2008).

As Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná apresentam primeiramente aspectos da Educação Básica “[] com uma breve discussão sobre as formas históricas de organização curricular []” (p.8) indicando uma concepção curricular para a Rede Pública de Educação do Estado do Paraná apoiada em Fundamentações Teóricas sobre a área da educação para justificar “[...] os conceitos de conhecimento, [os] conteúdos escolares, [a] interdisciplinaridade, [a] contextualização e [a] avaliação [sobre os saberes dos alunos] []” (PARANÁ, *inserção nossa*, p.8, 2008).

Paraná (2008) apresenta a disciplina de Matemática como um campo de conhecimento que pode ser contextualizado por meio dos aspectos da sociedade. Estes aspectos sociais podem interferir na escolha dos saberes da educação.

E por último são apresentados os fundamentos metodológicos e teóricos, que permitem visualizar opções para organizar o trabalho docente e a disposição dos

conteúdos matemáticos que serão/são trabalhados ano a ano. Todas as recomendações deste documento são provenientes das discussões entre os pares anteriormente mencionadas, para então serem moldadas pela equipe pedagógica da Secretaria da Educação e serem submetidas à leitura crítica de três pesquisadores da área da Educação Matemática e adquirirem seu formato final (PARANÁ, 2008).

As metodologias para o ensino da Matemática que o documento Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná menciona são: a Resolução de Problemas, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, as Mídias Tecnológicas, a História da Matemática e a Investigação Matemática (PARANÁ, 2008)

Para cada metodologia Paraná (2008) apresenta como proceder nos encaminhamentos necessários. Por estarmos dissertando sobre o quais as perspectivas dos professores em relação às tarefas exploratório-investigativas evidenciamos neste texto o que as Diretrizes mencionam sobre a metodologia de ensino Investigação Matemática.

O documento Paraná (2008) apoia-se também nos teóricos portugueses e faz menções a teóricos como Ponte, Brocado e Oliveira (2016)¹⁰ afirmando que a Investigação Matemática para a sala de aula teve inspiração na atividade matemático profissional. Desta forma o documento reafirma que para investigar em Matemática está subentendido as ações de conjecturar, testar e justificar.

O documento Paraná (2008) afirma que a Investigação Matemática pode ocorrer [] a partir de simples exercícios e se relaciona com a Resolução de Problemas [] (PARANÁ, p.67, 2008). Ou seja, de um simples exercício podem surgir questões instigantes que levam o aluno a pensar sobre o conteúdo matemático por meio do qual começa a ter ações de um matemático profissional, embora não o seja.

As Diretrizes Curriculares de Matemática do estado do Paraná salientam aspectos de diferenciação entre a IM e a resolução de Problemas. Essa diferenciação está sobre a definição de problemas que possuem duas classificações em: problemas abertos e problemas fechados. Segundo Paraná (2008) quando um aluno resolve um problema ele constrói estratégias para a sua resolução em que o professor pode prever os encaminhamentos. Os problemas fechados são enunciados que não abrem margem para dúvidas com comandos diretos.

Já a investigação ocorre por meio de um problema em aberto no qual o aluno

¹⁰ Versão do livro a qual tivemos acesso para a construção desta dissertação

possa formular outros problemas e resolvê-los, podendo aparecer problemas diferentes para um mesmo problema aberto. Assim além das questões levantadas sobre o problema aberto deve-se levar em consideração que para haver investigação o aluno necessita levantar conjecturas sobre as questões, testá-las refutando ou não suas conjecturas. E por último produzir uma argumentação sobre as questões levantadas (Paraná, 2008).

O documento em questão Paraná (2008) deixa claro que a postura do professor ao trabalhar a IM nas aulas de Matemática necessita:

- *não explicitar sobre o objeto matemático que o aluno está investigando;*
- *ensinar a metodologia IM, apresentando as tarefas oralmente e cumprindo as fases da investigação*

O documento Paraná (2008) recomenda a Investigação em sala de aula, no entanto, não explicita no documento como esta ocorre, não especificando, por exemplo, as fases da investigação descritas por Ponte, Brocado e Oliveira (2016). Este documento tem auxiliado os professores do Estado do Paraná e conduzido o currículo escolar vigente no qual encontra-se menção à metodologia IM como uma recomendação para o trabalho docente do professor de Matemática.

No ano de 2019, nas escolas do Paraná, ocorreu a complementação dos documentos que regem a Educação provenientes da política do Governo Federal de implementar um currículo comum a todos os Estados Brasileiros. A estrutura do Currículo escolar do estado do Paraná também passa por esse movimento de mudança curricular para implementação da Base Nacional Curricular Comum denominada de BNCC que argumenta que os conteúdos não estão dispostos da mesma maneira em cada estado.

Segundo o *site todos pela educação* a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) tem fundamentação no documento vigente no Brasil Diretrizes Curriculares Nacionais- DCN. Segundo o *site*, as DCN garantem a autonomia do professor e a existência do novo documento BNCC não anula as DCN.

A Base Nacional Curricular Comum tem o intuito de regularizar em todo o Brasil os conteúdos a serem trabalhados padronizando a sequência dos conteúdos em todas as escolas, como, por exemplo, um professor do Nordeste irá trabalhar o mesmo conteúdo matemático do professor da Região Sul. No entanto, tal padronização é vista como uma injeção do currículo e uma desconfiança sobre a garantia da liberdade de cátedra do professor.

CAPÍTULO 3

PERCURSO METODOLÓGICO

3.1 Produção dos dados

De acordo com Shuck e Flores (2015) para conduzir uma pesquisa é fundamental que o pesquisador indique a sua metodologia utilizada, pois somente desta maneira é que o pesquisador pode conseguir resultados seguros e confiáveis. Assim neste capítulo apresentamos os nossos caminhos metodológicos.

Nossa pesquisa classifica-se como uma pesquisa qualitativa. Segundo Bicudo (2004) no método qualitativo é possível expor sensações e opiniões, nessa concepção de pesquisa as percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiência.

Como estamos buscando as perspectivas de professores em relação às tarefas exploratório-investigativas, a produção de nossos dados ocorreu em três etapas: preenchimento de um questionário profissional; resolução de tarefas em grupo (ou individualmente) pelos participantes e uma entrevista semiestruturada realizada individualmente com cada participante.

Segundo Gil (2012)

As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistemática (GIL, 2012, p.42)

Segundo Gil (2012) o questionário é uma excelente opção na pesquisa pela capacidade de conseguir os dados de uma maneira que o custo da pesquisa não se torne altos. Para o autor existe a diferenciação entre entrevista e questionário.

Para a coleta de dados nos levantamentos são utilizadas as técnicas de interrogação: o questionário, a entrevista e o formulário. Por questionário entende-se um conjunto de questões que são respondidas por escrito pelo pesquisado. Já, por sua vez, pode ser entendida como a técnica que envolve duas pessoas numa situação "face a face" e em que uma delas formula questões e a outra responde. Formulário, por fim, pode ser definido como a técnica de coleta de dados em que o pesquisador formula questões previamente elaboradas e anota as respostas (GIL, 2012, p.115)

Primeiramente elaboramos um questionário em relação as questões profissionais das professoras em relação a formação e quanto tempo atuam na educação básica. Escolhemos trabalhar com professores da Educação Básica, em específico, professores que estavam atuando no ano de 2019 na Educação Básica do Estado do Paraná.

Elaboramos um roteiro de tarefas exploratório-investigativas que estão compostos em dois blocos, em que cada bloco existe tarefas abertas e fechadas. E por último elaboramos um roteiro de uma entrevista composto com perguntas indicativas a investigação-matemática para os professores resolverem. Inicialmente esta entrevista pensávamos em fazer uma entrevista coletiva com os diferentes grupos de professores, no entanto, ao efetivar a pesquisa elaboramos um roteiro de entrevista individual com os professores, por causa disto a carta de apresentação da pesquisa aos professores apresenta que era para ser uma entrevista coletiva. Mas posteriormente explicamos novamente aos sujeitos de nossa pesquisa que a entrevista seria realizada individualmente.

Optamos por ter três tipos de coletas de dados diferenciados para abranger nosso objeto de estudo, pois somente a resolução das professoras frente a tarefa exploratório-investigativa não abrangeria suas perspectivas em relação a essas tarefas. Portanto em conversa com a orientadora Tânia foi escolhido utilizar além da resolução das tarefas pelas professoras o recurso das entrevistas como coleta de dados para a pesquisa. De acordo com Duarte (2004) as “entrevistas são fundamentais quando se precisa/deseja mapear práticas, crenças, valores e sistemas classificatórios de universos sociais específicos, mais ou menos bem delimitados, em que os conflitos e contradições não estejam claramente explicitados.” (p.2)

O questionário contém questões referentes à profissão do professor e suas perspectivas em relação aos conteúdos matemáticos. Apresentamos este questionário no decorrer deste capítulo (Quadro 1).

As tarefas encontram-se em dois blocos de exercícios produzidos, nos quais indicamos a separação entre conteúdos estruturantes e específicos de acordo com orientações das Diretrizes Curriculares do Paraná.

Nestes dois blocos existem tarefas abertas do tipo exploratório-investigativa e tarefas fechadas do tipo exercícios.

Estes blocos foram apresentados a um grupo de quatro professoras de Matemática do município de Campina da Lagoa.¹¹ As Colaboradoras foram escolhidas por serem professoras que estavam atuando na Educação Básica do Ensino Fundamental e Médio no município no ano de 2019, período de nossa investigação. Enviamos convites às professoras para participarem da pesquisa e estas quatro professoras foram as que aceitaram colaborar e cederam o seu tempo para realização de nossa investigação. Tivemos como critério de escolha das colaboradoras de nossa pesquisa professoras que estavam atuando na Rede Pública de Ensino como professoras de Matemática.

Apresentamos a seguir como os conteúdos estão dispostos nos blocos:

- O bloco 1 faz menção ao conteúdo estruturante Números e Álgebra e o conteúdo específico de potências. Possui um exercício fechado¹² e duas tarefas exploratório-investigativa¹³.
- O bloco 2 faz menção ao conteúdo estruturante Grandezas e Medidas e aos conteúdos específicos: área e perímetro de figuras planas. Possui um exercício fechado¹⁴ e uma tarefa exploratório-investigativa¹⁵.

No final de cada bloco existem questionamentos às professoras referentes à aplicação dessas tarefas em sala de aula (quando, isto é, em que ano letivo e de que forma)¹⁶. E por último realizamos uma entrevista semiestruturada individual¹⁷ com as professoras a respeito da adoção ou não das tarefas exploratório-investigativas em suas aulas de Matemática.

A produção dos dados ocorreu mediante a realização de dois encontros presenciais para as professoras resolverem as tarefas (etapa 1); aplicação do questionário profissional enviado a elas por email e devolvido por email para pesquisadora (etapa 2); realização de uma entrevista semiestruturada com cada professora individualmente na casa da pesquisadora (etapa 3). Apresentamos a seguir os cenários dos Encontros da etapa 1.

¹¹ Município de campina da Lagoa

¹² Figura 4 apresentada adiante no documento

¹³ Figura 5 e 6 apresentadas adiante no documento

¹⁴ Figura 7 apresentada adiante no documento

¹⁵ Figura 8 apresentada adiante no documento

¹⁶ Na figura 10 estão apresentadas as perguntas para as questões a,b,c,d,e, da tarefa 1 do bloco 1. As mesmas questões foram feitas para as questões 2 e 3 do bloco 1 e para as questões do bloco 2. Elas estão apresentadas no Anexo 1.

¹⁷ Essa entrevista está apresentada na figura 11 adiante no documento.

3.2 Cenário¹⁸ do primeiro encontro com as professoras: Uma professora alegre com vontade aprender.

No dia 15/08/2019 ocorreu a primeira aplicação do instrumento de produção de dados de nossa pesquisa. Foi realizado um convite¹⁹, por meio de aplicativos de mensagens, a quatro professoras de Matemática, escolhidas por serem pessoas que estavam atuando nas escolas em que a pesquisadora trabalhava.

Figura 2: Convite aos professores do Ensino Fundamental e Médio



Fonte: Material produzido para realização da pesquisa

As professoras foram convidadas para se reunirem com a pesquisadora e responderem ao instrumento metodológico produzido para a pesquisa

Foi escolhido o salão de festa da igreja Batista em Campina da Lagoa²⁰ por ser um local cedido a nós gratuitamente e, também, por ser um espaço que possui uma estrutura física para trabalhar com as professoras. Esse local foi escolhido por não haver tempo hábil para obter a permissão do Núcleo Regional de Educação para a entrada nas escolas para conversar com as professoras.

Das quatro professoras três confirmaram a presença nesse primeiro encontro, no entanto, duas tiveram imprevistos pessoais que as impediram de comparecer. Assim somente uma professora participou desse primeiro encontro. Nosso intuito, a princípio, era ver os processos de resolução das questões e as discussões das professoras em grupo. Como compareceu somente uma professora, realizamos as

¹⁸ Entendemos cenário como o lugar onde a história se passa.

¹⁹ Para elaboração do Convite foi utilizado o aplicativo da Play store Greetings Island. Escolhemos este aplicativo por ser gratuito e de fácil manuseio.

²⁰ O salão da igreja foi cedido gratuitamente a pesquisadora pela comunidade que a frequenta, a decisão a esta foi tomada democraticamente pelo rol de membros da igreja local.

atividades indagando à professora como faria a tarefa para si e como aplicaria a seus alunos. Procedemos de forma a caracterizar uma entrevista com esta professora. Por respeitar seu tempo e boa vontade para conosco, fizemos a aplicação dos dois blocos de tarefas.

Antes de começarmos a realização das tarefas referentes aos blocos do instrumento metodológico com a professora, apresentamos a ela uma carta que explicava a pesquisa e, em seguida, uma declaração para que autorizasse a utilização dos dados produzidos. Nesta declaração não houve menção às tarefas exploratório-investigativas porque estávamos buscando a perspectiva das professoras sem necessariamente terem o conhecimento sobre a metodologia da Investigação Matemática.

Nomearemos esta professora com sendo professora E1C1, em que E1 significa o primeiro encontro, ou seja, o encontro em que a colaboradora participou e C1 para caracterizar essa colaboradora.

3.3 Cenário do segundo encontro com os professores: Vamos ver quem termina primeiro?

No dia 13/09/2019 convidamos três professoras para estar no Salão de Festas já mencionado anteriormente para a realização dos dois blocos do nosso instrumento metodológico. A seguir apresentamos o convite²¹ enviado ao segundo grupo de professores, por meio dos aplicativos de comunicação.

Figura 3: Convite para o segundo encontro



Fonte: Dados de Pesquisa

²¹ Para elaboração do Convite foi utilizado o aplicativo da Play store Greetings Island. e uma imagem da internet. Fonte: < <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/> >

Neste segundo encontro compareceram três professoras para a aplicação do instrumento metodológico da pesquisa. Nominamos essas professoras como E2C1 E2C2 e E2C3 (E2 para caracterizar o encontro ao qual a colaboradora participou e C1, C2 e C3 para caracterizar as três professoras que participaram desse segundo encontro).

As professoras interagiram entre si tirando suas dúvidas. No início foi apresentado a elas a carta convite explicando a pesquisa. Mencionamos que iríamos gravar aquele encontro e, a princípio, houve um estranhamento, superado após esclarecimentos relacionados à ética na pesquisa que garantiria o anonimato. Também foi feita a explicitação de que o que interessava à investigação era a busca pelas suas opiniões a respeito daquelas tarefas e não a mensuração de seus aprendizados.

Como resumo do ambiente em que nossa pesquisa estava inserida apresentamos:

Cenário do 1º encontro: diálogos entre a pesquisadora e a professora durante a realização das tarefas dos dois blocos.

Cenário do 2ª encontro: resolução das questões pelas 3 professoras por meio do diálogo entre elas para sanar suas dúvidas.

3.4 Apresentação das colaboradoras de pesquisa por meio do questionário profissional.

Aplicamos um questionário (Quadro 1) para identificação do perfil profissional de cada professora contendo nove perguntas.

Quadro 1: Questionário profissional
QUESTIONÁRIO PROFISSIONAL

- 1- Quanto tempo você atua como professor(a) de Matemática?
- 2- Você atua na Rede privada de ensino?
- 3- Qual é a sua formação superior?
- 4- Você participa de cursos de formação continuada? E qual a sua opinião sobre estes?
- 5- Você atua como professor de Matemática no:
 ___ Ensino Médio
 ___ Ensino Fundamental
- 6- Em qual destes níveis de Ensino você gosta de atuar:
 ___ Ensino Médio
 ___ Ensino Fundamental

- 7- *O que você acha que é importante o planejamento das aulas de matemática estejam alinhados com os documentos oficiais (parâmetros curriculares, diretrizes) para planejamento das aulas?*
- 8- *Quais conteúdos Matemáticos inseridos no currículo escolar você tem mais facilidade para ensinar? E o porquê?*
- 9- *Quais conteúdos Matemáticos inseridos no currículo escolar você tem dificuldades ao ensinar? E o porquê?*

Fonte: Instrumento metodológico produzido pelos autores

Referente às respostas das nossas Colaboradoras (que são apresentadas em *itálico*) construímos o perfil das participantes da pesquisa E1C1, E2C1, E2C2 e E2C3,

Todas as quatro colaboradoras desta pesquisa trabalham somente na Educação Pública, pois uma das características do município de Campina da Lagoa é a não existência de oferta do ensino privado referente aos níveis de Ensino Fundamental II e Médio. Todas possuem mais de um ano de experiência na profissão e a maioria é formada no curso de Licenciatura em Matemática com pós-graduação. Apresentamos, a seguir, uma organização dos dados coletados referentes às perguntas 1, 2 e 3 do questionário profissional. Essas informações podem ser observadas no quadro 2:

Quadro 2: Apresentação das colaboradoras de pesquisa

Colaboradoras de pesquisa	Tempo de atuação como professor (a) de matemática	Formação profissional	Rede que atua como professor (a)
Colaboradora E1C1	7 anos	Licenciada em Pedagogia e Matemática com especialização	Rede Pública de Ensino e na Educação Especial
Colaboradora E2C1	16 anos	Licenciada em Matemática com especialização .	Rede Pública de Ensino
Colaboradora E2C2	15 anos	Matemática com especialização,	Rede Pública de Ensino
Colaboradora E2C3	2 anos	Estudante de Licenciatura em Matemática	Rede Pública de Ensino.

Fonte: Os autores

As respostas dadas à pergunta 4 do questionário profissional nos permite afirmar que todas salientam que os cursos de formação continuada, para os professores de Matemática, são importantes para o exercício da profissão.

Segundo as participantes de nossa pesquisa elas realizam os cursos que são ofertados pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná e buscam cursos privados na área do Campo de Conhecimento Educação Matemática. No

entendimento de uma das colaboradoras de nossa pesquisa os cursos são importantes para a profissão, pois a auxilia a adquirir conhecimento específico e a avançar em sua carreira docente. Isso pode ser observado em parte do discurso da professora E1C1 apresentado no quadro 3:

Quadro 3: Dados do discurso da colaboradora E1C1

E1C1: Sim eu participo de curso de formação liberados pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná a distância. Eu utilizo esses cursos para adquirir pontos na área para avanço. Então a gente sempre está em busca desses cursos tanto da Secretaria de Educação do Estado do Paraná (SEED) quanto os particulares na área da Matemática, porque é a área que estou atuando.

Fonte: Dados de pesquisa

Uma outra participante de nossa pesquisa salienta a importância destes cursos para a prática do professor em sala de aula, confirmado pelo fragmento do discurso de E2C1 apresentado no Quadro 4:

Quadro 4: Dados do discurso da colaboradora E2C1

E2C1: Tenho participado de várias formações, sempre achei importante, pois só acrescenta nosso aprendizado na prática escolar.

Fonte: Dados de pesquisa

As participantes da pesquisa se mostram conscientes da importância de cursos de formação continuada, no entanto, explicitam que este poderiam ser voltados à área de conhecimento específico em que o professor trabalha. No nosso caso a Educação Matemática. As respostas da pergunta 5 nos permitem inferir sobre o nível de Ensino que as participantes de nossa pesquisa lecionam. Seguem os dados organizados no quadro a seguir:

Quadro 5: Nível de ensino que as participantes atuam

Colaboradores da Pesquisa	Ensino Fundamental II	Educação especial	Ensino Médio
E1C1	X	X	
E2C1	X		X
E2C2	X		
E2C3	X		

Fonte: Dados de Pesquisa

Das quatro participantes somente uma atua nos ensinos Fundamental e Médio, e as demais apenas no Ensino Fundamental II.

Em relação às respostas referentes à pergunta 6, das quatro entrevistadas, somente E2C1 não tinha preferência pelo Ensino Fundamental II e teve, no início de sua carreira, preferência por trabalhar com Ensino Médio. No entanto, argumentou que mudou seu critério avaliativo com o tempo de experiência. Hoje ela afirma que

sua preferência está ligada à participação da turma e não à faixa etária dos alunos e do grau de ensino.

E2C2 considera que:

Quadro 6: Discurso da colaboradora E2C2

Em relação a preferência um tempo atrás eu preferia mais o Ensino Médio, ultimamente não tenho preferência não, gosto dos dois, depende do interesse da turma da participação da turma. Eu tenho um fundamental maravilhoso, no Ensino Médio também acontece a mesma coisa. Mas o fundamental suga mais a gente. Do fundamental a gente sai um pouquinho mais cansada. Eles são bem dependentes da gente, mas eu gosto dos dois.

Fontes: Dados de pesquisa

E1C1, E2C1 e E2C3 preferem trabalhar com o Ensino Fundamental II, como destacado por E1C1:

Quadro 7: Discurso da colaboradora E1C1

Eu trabalhei tanto com ensino médio quanto o fundamental II, mas o que eu me apaixonei, que eu gosto, que eu me encontrei melhor no Ensino Fundamental II. Também atuo como professora na Educação Especial.

Fontes: Dados de pesquisa

Referentes às respostas à pergunta 7, do questionário profissional, os dados permitem inferir que as colaboradoras de nossa pesquisa consideram as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná de Matemática como norteadora dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula. Para a colaboradora E2C2:

Quadro 8: Discurso da colaboradora E2C2

“As diretrizes elas são importantes porque te dão um suporte para o que trabalhar em cada ano, assim é um auxílio muito bom e importante”.

Fontes: Dados de pesquisa

Para E2C1 o plano de trabalho docente precisa estar de acordo com o documento que rege o currículo escolar, conforme pode ser observado no quadro 9:

Quadro 9: Discurso da colaboradora E2C1

Colaboradora E2C1: *Nosso planejamento sempre deve ser de acordo com o currículo escolar levando em conta a realidade dos nossos alunos.*

Fonte: Dados de pesquisa.

Referente às respostas das perguntas 8 e 9, do questionário profissional, os dados coletados nos mostram que as colaboradoras de nossa pesquisa associam as dificuldades de ensinar com as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Mostram em seu discurso que os conteúdos mais fáceis de ensinar, apoiados em suas experiências como professoras, seriam os conteúdos que os alunos aprendem com maior rapidez. Segundo elas os conteúdos mais fáceis de serem ensinados são aqueles que podem ser contextualizados para o aluno em situações do dia-a-dia ou em situações que o aluno compreenda. Como pode ser visualizado nos discursos apresentados no Quadro 10:

Quadro 10: Discursos das professoras sobre os conteúdos que trabalham em sala de aula.

Colaboradora E2C1: *Os conteúdos que sempre achei mais fácil de ensinar são as operações, situações problemas aproveitando o conhecimento do aluno.*

Colaboradora E2C1: *As expressões algébricas, sempre que ia dar esse conteúdo precisava me preparar muito bem para não deixar o aluno com dúvidas.*

Colaboradora E2C2: *E o conteúdo que eu mais gosto de trabalhar no ensino fundamental são as geometrias e o tratamento da informação pelo que o aluno por ser um conteúdo atrativo com formas e cores ele torna-se atrativo para o aluno, desperta nele um desejo maior, por isso eu acho bem viável o ensino e a aprendizagem, pois, o aluno capta com mais facilidade o conteúdo de geometria e o tratamento da informação, uma coisa que ele lida com o dia a dia e fica mais fácil o tratamento da informação.*

Colaboradora E2C2: *O conteúdo que eu encontro mais dificuldade de ensinar por parte do aluno são funções, porque eu percebo que o aluno não tem e não demonstra assim muito interesse devido as incógnitas que aparecem nesse conteúdo. Ele se torna cansativo e difícil da compreensão deles, demora mais tempo, leva muito mais tempo, não que eles não aprendam devido as incógnitas $f(x)$ e esse monte de coisas que faz com que o aluno encontra-se uma dificuldade maior.*

Colaboradora E1C1: *Com certeza o conteúdo mais fácil de trabalhar é o conteúdo tratamento da informação, a gente observa que nas provas externas os alunos vão super bem, porque eles estão bem relacionados ao nosso dia a dia, eles têm essa facilidade de guardar assimilar esse conhecimento. Acho que depois vem geometria também que eles têm essa facilidade de eles guardar que mais os alunos aprendem e é mais fácil de ensinar.”*

“como eles tem dificuldades na álgebra, quando surgem as letras ali por mais que a gente mostre situações do dia a dia com auxílio para eles compreender, mas eles ficam perdidos a maioria os que conseguem ter esse lado no dia a dia eles vão bem, como é um conteúdo mais difícil de estar demonstrando ali no cotidiano eles tem muita dificuldade na álgebra. E com certeza eu afirmo o que tem mais dificuldade de ensinar.”

Colaboradora E3S3: *Ah o conteúdo que gosto de trabalhar é os probleminhas com os alunos. Sabe aqueles que falam do dia deles sobre as operações. O conteúdo de álgebra é difícil demais para ensinar. Até eles compreenderem o significado das letras.*

Fonte: Dados de pesquisa

Os conteúdos que as participantes relataram como mais difíceis, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem dos alunos, são os referentes ao conteúdo estruturante Números e Álgebra. As professoras indicam que conteúdos que possuem aplicação prática contextualizada, que possa ser vivenciada pelo estudante, são mais fáceis de serem ensinados do que os conteúdos que muitas vezes estão desconectadas da realidade dos estudantes ou que estão em um campo mais abstrato da Matemática.

3.5 Apresentação dos blocos 1 e 2 à luz dos documentos que orientam o ensino de Matemática

O bloco 1 traz três tarefas²² uma das quais é um exercício fechado e as outras duas são tarefas exploratório-investigativa²³. O primeiro bloco, considerado sob a ótica dos conteúdos das Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná de Matemática se refere ao conteúdo estruturante Números e Álgebra e tem como conteúdo específico a Potenciação.

Nossa primeira intenção era trabalhar todos os diferentes conteúdos estruturantes que aparecem nas Diretrizes, no entanto, devido ao percurso da pesquisa trabalhamos apenas dois: Números e Álgebra e Grandezas e Medidas.

A opção por esses conteúdos se sustenta na prática docente da pesquisadora com uma turma do oitavo ano, com a qual trabalhava no momento da pesquisa. Ao iniciar o trabalho no ano de 2019 com o oitavo ano do Ensino Fundamental II, a Secretaria do Estado da Educação estava pedindo que fosse realizado o “nivelamento dos alunos²⁴”. Nesta retomada de conteúdos foi percebido que a turma de oitavo ano estava com muitas dificuldades para compreender aspectos básicos dos conteúdos específico de potenciação e aspectos básicos em relação à noção de área e perímetro.

Os blocos apresentam tarefas fechadas e tarefas abertas na intenção de identificar a preferência do professor por um tipo de tarefa, dentre as propostas, para replicar em sala de aula. A hipótese de pesquisa é a de que o professor escolheria trabalhar com as tarefas fechadas por já se encontrar enraizado no ensino de Matemática uma opção pela reprodução de exercícios fechados, seguindo um exemplo apresentado pelo professor.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais orientam que o ensino seja conduzido de maneira a tornar o aluno ativo em seu processo de aprendizagem e que uma das formas que o professor pode utilizar voltada para este fim, é despertar o espírito investigativo do aluno. Ponderamos que a metodologia da Investigação Matemática

²² Compreendemos a palavra tarefas como sendo exercícios, problemas que envolvam matemática, no sentido amplo.

²³ Compreendemos a palavra tarefas exploratório-investigativas como sendo tarefas apoiadas na teoria da metodologia da Investigação Matemática.

²⁴ O nivelamento de aprendizagem tem como objetivo fazer um período de estudos em que os estudantes retomam conhecimentos dos anos anteriores para que o educando possa acompanhar o ano ou série em que está matriculado.

converge com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Logo incluímos em nosso primeiro bloco duas tarefas investigativas que foram elaboradas pelo projeto “Explorar e Investigar para Aprender Matemática” em que o autor João Pedro da Ponte participou nos anos 1980. Segue na figura 4 abaixo a tarefa fechada do Bloco 1:

Figura 4: Tarefa 1 do bloco 1 - tarefa fechada - exercício

BLOCO 1 POTENCIAÇÃO.	
5. Calcule as potências:	
a) $2^4 =$	
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$	
c) $2^{-3} =$	
d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$	
e) $(-4)^3 =$	
f) $(10)^3 =$	

Fonte: Livro de matemática “Compreensão e Prática 8º ano do ensino Fundamental”
Autor: “Ênio Silveira”

Esta tarefa é um exercício fechado que foi adaptada ao incluir bases racionais e inteiras e expoentes inteiros. A segunda tarefa, aberta ou exploratório-investigativa, do Bloco 1 segue na figura 5:

Figura 5: Tarefa 2 do bloco 1 - tarefa aberta - tarefa exploratório-investigativa

2) Responda:	
b) $(10)^7$ é maior ou menor que $(10)^6$?	
c) $(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(0,45)^7$?	
d) O que se pode concluir quando as potências tiverem base 1?	

Fonte: Retirada na íntegra do projeto “Explorar e Investigar para Aprender Matemática” do Centro de Investigações em Educação da Faculdade de Lisboa produzido no ano de 1998.

A tarefa 3 do bloco 1 também é uma tarefa Exploratório investigativa e segue na figura 6:

Figura 6: Tarefa 3 do bloco 1 - tarefa aberta²⁵ – tarefa exploratório-investigativa

3 Responda:

a) Se $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$ então sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$? Por que?

b) Sabendo que $(3)^6 = 729$, calcule $(3)^7$; $(3)^8$; $(3)^9$. Explique como calculou.

Fonte: Retirada na íntegra do projeto “Explorar e Investigar para Aprender Matemática” do Centro de Investigações em Educação da Faculdade de Lisboa produzido no ano de 1998.

Tanto a tarefa 2 quanto a tarefa 3 do bloco 1 foram escolhidas por tratarem do conteúdo de potências e por serem tarefas já pensadas por um grupo²⁶ de pessoas que realizaram estudos e pesquisas sobre o ensinar e o aprender Matemática.

A letra a) da tarefa 3 apresenta um exemplo numérico e uma expressão algébrica em sua forma genérica, questionando se o observado no exemplo numérico ocorre para outros números quaisquer. Uma situação aberta, pois, não indica o conjunto numérico ao qual pertence a generalização.

A letra b) refere-se ao processo do cálculo da potência. Apresenta um resultado para o aluno de uma potenciação e outros para serem calculados. Compreendemos que esta atividade visa a compreensão do processo de calcular uma potência, pois pode-se começar a calcular os resultados a partir do resultado dado. No entanto, em nossa exploração com as colaboradoras nem todas começaram a calcular do resultado colocado na tarefa.

O bloco 2 do nosso instrumento metodológico foi construído pensando no conteúdo estruturante Grandezas e Medidas e no conteúdo específico: área e

²⁵ Fonte: Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Projeto: Explorar e Investigar para Aprender Matemática. Centro de Investigações em Educação da Faculdade de Lisboa. 1998.

²⁶ O grupo de pesquisa português que estudou as possibilidades de investigações matemáticas para a sala de aula da Faculdade de Lisboa. Tendo como um dos pesquisadores coordenadores o professor João Pedro da Ponte publicados na obra Investigações na sala de Aula.

perímetro de figuras geométricas planas. No entanto foram trabalhados somente as figuras que representam o quadrado e o retângulo.

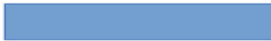
Apresentamos a seguir a tarefa 1 do bloco 2:

Figura 7: Tarefa 1 do bloco 2 - tarefa fechada - exercício

BLOCO 2
ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

1- Calcule a área e o perímetro das figuras planas a seguir:

12 cm



6 cm

8 cm



8cm

Fonte: Tarefa adaptada do site “Mundo Educação”²⁷.

Esta tarefa, de acordo com Ponte (2003), é uma tarefa fechada. No *site* a tarefa possui o enunciado e a figura do retângulo e foi por nós complementada com a inserção da figura do quadrado para o cálculo de sua área.

A tarefa 2 do bloco 2 é uma tarefa aberta. Esta tarefa visa a compreensão de uma unidade de área não apresentando medidas em centímetros, milímetros ou metros.

Figura 8: Tarefa 2 do bloco 2 - tarefa aberta - tarefa exploratório-investigativa

2- Utilize as grades para representar o que se pede e responda às questões, considerando o lado do quadrado A (quadrado escuro) igual a uma unidade²⁸:

a) Duplicando-se a medida de cada lado do quadrado “A”, o que acontece com a medida do perímetro?

b) Duplicando-se a medida de cada lado do quadrado “A”, o que acontece com a área do quadrado?

Fonte: Retirada na íntegra da dissertação “Abordando a geometria por meio da investigação Matemática: Um comparativo entre o quinto e nono ano do ensino fundamental da autora Eloisa Schimmitt no ano de 2015.

²⁷ Fonte: <<https://exercicios.mundoeducacao.bol.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-area-perimetro.htm#resposta-1752>>.

Ao final de cada bloco existem perguntas que foram feitas para as professoras, após a resolução das tarefas. Os questionamentos foram: se aplicariam essas tarefas; com que objetivo aplicariam; e como seria essa aplicação. As professoras responderam por escrito essas perguntas. Apresentamos no capítulo 4 a resolução das tarefas de cada bloco pelas professoras colaboradoras e as informações obtidas a partir da entrevista semiestruturada realizada com cada uma delas.

3.6 Apresentação do roteiro da entrevista semiestruturada

Produzimos um roteiro de entrevista que continha questionamentos a respeito das tarefas realizadas pelas professoras no encontro. Perguntamos às professoras, individualmente, sobre cada tarefa que foi aplicada. O primeiro questionamento foi sobre a aplicação das tarefas: Se aplicariam ou não estas tarefas, caso não aplicassem perguntamos o porquê não aplicariam essas tarefas. Esses questionamentos podem ser observados na Figura 9 em relação a tarefa 1 do bloco 1 as mesmas perguntas foram realizadas para cada tarefa dos blocos 1 e 2, podemos observá-las no anexo 1 desta dissertação.

Figura 9: Roteiro de entrevista do bloco 1²⁸

ROTEIRO DA ENTREVISTA			
ANALISE AS TAREFAS SOBRE POTENCIAÇÃO – BLOCO 1			
BLOCO 1			
TAREFA 1			
	1- Você aplicaria a tarefa 1 em sua totalidade aos seus alunos?		
	SIM	NÃO	
Tarefa 1	1.1 Quais itens aplicaria?	1.2 Para que ano você aplicaria?	1.3 Justifique sua resposta.
	Letra a) Aplicaria?	6º ANO 7º ANO 8º ANO 9º ANO 1º ANO 2º ANO 3º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
	Letra b) Aplicaria?	6º ANO 7º ANO 8º ANO 9º ANO 1º ANO 2º ANO 3º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
	Letra c) Aplicaria?	6º ANO 7º ANO 8º ANO 9º ANO 1º ANO 2º ANO 3º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
	Letra d) Aplicaria?	6º ANO 7º ANO 8º ANO 9º ANO 1º ANO 2º ANO 3º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
	Letra e) Aplicaria?	6º ANO 7º ANO 8º ANO 9º ANO 1º ANO 2º ANO 3º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.

Fonte: Instrumento metodológico produzido pelas pesquisadoras

O segundo questionamento foi sobre a organização da turma para a realização do trabalho em sala de aula: se a professora organizaria seus alunos em grupo para

²⁸ Essas mesmas questões foram feitas para as demais tarefas do bloco 1 e para as tarefas do bloco 2.

realização deste tipo de tarefa. O terceiro questionamento, baseado na experiência da professora em sala de aula, foi sobre as possíveis dúvidas dos alunos referentes aos conteúdos apresentados nas tarefas.

O quarto questionamento foi sobre as ações do professor em classe diante das dúvidas dos alunos.

Buscamos com estes questionamentos, identificar a postura da professora na forma de conduzir a realização das tarefas com os alunos, isto é, se ele responderia de imediato ou se levaria os alunos a conjecturarem e testarem as hipóteses para confrontar suas dúvidas ou suas afirmações. O quinto questionamento foi sobre as formas de proceder frente a diferentes soluções apresentadas na realização das tarefas. E o sexto questionamento foi sobre tipos de modificações do enunciado da questão (quais seriam e porque o fariam).

Esses seis questionamentos foram feitos às professoras sobre todas as tarefas que aplicamos. Apresentamos na figura 10 uma representação de como foi realizado este roteiro:

Figura 10: Roteiro da entrevista individual

	2. Você organizaria os alunos em grupos para resolverem esta tarefa? Justifique sua resposta.	
	3. Quais seriam as possíveis dúvidas que seus alunos apresentariam na resolução desta tarefa?	
	4. Diante das possíveis dúvidas apresentadas por você na pergunta anterior como você procederia com seus alunos?	
	5. O que você entende sobre o termo “diferentes resoluções”? Como agiria se aparecessem diferentes resoluções?	
	6. Você modificaria o enunciado da tarefa 1? Se sim, por quê? Como?	

Fonte: Instrumento metodológico produzido pelas pesquisadoras

Na entrevista individual retomamos três questionamentos em relação às tarefas dos dois blocos que já tinham sido respondidas por escrito no questionário²⁹. O primeiro questionamento foi a respeito da escolha da tarefa. Entre as três tarefas do

²⁹ Essas perguntas foram retomadas na entrevista individual, pois as professoras tinham dado respostas muito vagas ou incompletas para o escrito do questionário.

bloco1 foi indagado ao professor qual tarefa escolheria para aplicar aos alunos e para o bloco 2 foi realizado o mesmo procedimento.

O segundo questionamento referiu-se aos enunciados das tarefas com a intencionalidade de levar a professora a apresentar diferenças entre os enunciados das tarefas abertas e fechadas.

O terceiro questionamento referiu-se à ordenação dos exercícios se a professora fosse organizar uma aula à seus alunos sobre este tema e com estes exercícios. Essas perguntas foram feitas para cada bloco. Apresentamos a seguir a figura que representa a estrutura da entrevista referentes ao primeiro bloco as perguntas referentes ao segundo bloco estão contidas no anexo I.

Figura 11: Apresenta o roteiro da entrevista relativa às tarefas do primeiro bloco.

• PROFESSOR(A) ESCOLHA UMA TAREFA ENTRE AS TRÊS TAREFAS DO BLOCO 1. ESCOLHA A TAREFA QUE NA SUA CONCEPÇÃO EXISTE UMA MAIOR PROBABILIDADE DE UTILIZAR NA SUA AULA DE MATEMÁTICA? EXPLIQUE O PORQUÊ A ESCOLHEU?

Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3
Explique:	Explique:	Explique:

• PROFESSOR(A) NA SUA CONCEPÇÃO HÁ DIFERENÇA ENTRE O ENUNCIADO DAS TAREFAS?

• PROFESSOR(A) SE FOSSE ELABORAR SUA AULA SOBRE POTENCIAÇÃO SOMENTE COM AS TAREFAS DO BLOCO 1 QUE ORDEM APRESENTARIA AS TAREFAS PARA SEUS ALUNOS ?

ordem	Tarefas	Ordem das letras das tarefas
	Tarefa 1	Letra a)
		Letra b)
		Letra c)
		Letra d)
		Letra e)
	Tarefa 2	Letra a)
		Letra b)
		Letra c)
		Letra d)
		Letra e)
	Tarefa 3	Letra a)
		Letra b)
		Letra c)
		Letra d)
		Letra e)

Fonte: Instrumento Metodológico produzido pela pesquisadora.

Com estes questionamentos buscamos identificar quais as perspectivas das professoras em relação às tarefas exploratório-investigativas aplicadas a eles; se este profissional utiliza em suas aulas a Investigação Matemática, enquanto estratégia metodológica; o conhecimento das professoras acerca da Investigação Matemática enquanto estratégia metodológica; as suas preferências em relação aos tipos de tarefas e as possibilidades das professoras utilizarem as tarefas investigativas em sala de aula

3.7 Procedimentos de organização dos dados

As análises das respostas das professoras foram organizadas em categorias: A categoria 1 se refere aos processos de resolução de cada tarefa e ao que emerge dos discursos das professoras à luz da Metodologia da Investigação Matemática e a categoria 2 se refere ao que emerge dos documentos oficiais que regem a educação paranaense em relação à Matemática.

Cada categoria, foi previamente estabelecida e as subcategorias emergiram das análises. Elencamos aqui, apenas as categorias 1 e 2 e apresentaremos as subcategorias no próximo capítulo, juntamente com as análises de cada tarefa.

Categoria 1: Aspectos da resolução das tarefas dos dois blocos à luz da Investigação Matemática

Esta categoria visa encontrar aspectos em comum entre os dois encontros em relação aos discursos e à resolução das tarefas pelas professoras com enfoque na Investigação Matemática. Como a Investigação Matemática é realizada pelo formato conjectura, teste e demonstração, esta categoria visa encontrar aspectos em comum na realização das tarefas dos dois blocos, em relação às hipóteses elaboradas, confirmadas ou refutadas, extraídas dos discursos das professoras durante a resolução das tarefas bem como a justificativa formada pelas professoras para as tarefas exploratório-investigativas.

Categoria 2: Investigação que emerge dos discursos dos professores à luz metodologia da Investigação Matemática e dos documentos oficiais que regem a educação paranaense em relação à Matemática

Esta categoria visa apresentar os discursos das professoras referentes às perguntas relativas ao final das tarefas dos dois blocos e à entrevista realizada individualmente. Nesta categoria buscamos quais são as perspectivas das professoras a respeito das tarefas realizadas à luz da metodologia da Investigação Matemática e

dos documentos oficiais que regem a educação.

No decorrer da apresentação das categorias deste trabalho, adotamos um formato para a apresentação dos dados empíricos da nossa pesquisa. Eles serão apresentados em *itálico* com tamanho 11 e espaçamento simples.

CAPÍTULO 4

AS RESOLUÇÕES E PERPECTIVAS DAS PROFESSORAS SOBRE TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVETIGATIVAS A PARTIR DA METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Para análise de nossa pesquisa utilizamos de alguns pressupostos da análise de conteúdo em que segundo Oliveira et. al. (2003) tem-se organizar o material (entrevistas transcritas, documentos, artigos e jornais), estes materiais precisam estar em mãos com fácil acesso para o pesquisador, com a análise dos documentos o pesquisador precisa surgir as unidades de sentido expostas. De acordo com Oliveira et. al. (2003) a categorização permite criar classes de grupos de unidades de sentido, sendo os critérios podem ser semânticos, sintáticos, léxicos ou expressivos, formando assim categorias excludentes umas das outras.

Entendemos por categoria a interpretação do aglomerado de dados que se assemelham-se entre si sob a ótica de uma teoria de estudo. Neste aglomerado de dados podemos encontrar categoria distintas. Nesse estudo identificamos duas grandes categorias que surgiram ao contrapor os dados com a teoria:

Grande Categoria 1: Aspectos da resolução das tarefas dos dois blocos matemáticas à luz da Investigação Matemática;

Grande Categoria 2: A perspectiva de Investigação Matemática dos professores

Essas categorias, por sua vez, contemplaram subcategorias descritas a seguir.

4.1 Procedimentos de análise

Apresentamos a seguir a Categoria 1: Organizamos os aspectos em comum das resoluções dos dois encontros contrapondo com a teoria da investigação matemática para orgzação das subcategorias.

4.1.1 Categoria 1: Aspectos da resolução das tarefas dos dois blocos Matemáticas à luz da Investigação Matemática

Para análise desta categoria buscamos por convergências de discurso nas resoluções matemáticas das professoras. Neste primeiro momento estamos buscando aspectos da Investigação Matemática na resolução das tarefas dos blocos pelas professoras.

Desta forma apresentamos a seguir a primeira subcategoria.

4.1.1.1 Subcategoria 1.1 Resolução da questão pelo professor da mesma forma que ensinam

A primeira questão levantada pela professora E1C1 ao resolver o exercício 1 no primeiro encontro foi sobre como ela iria pensar sobre as questões que seriam resolvidas por ela. A seguir apresentamos o exercício e os aspectos descritivos e interpretativos sobre como ocorreu a resolução da professora E1C1:

Quadro 11: Resolução da tarefa 1 – bloco 1 – encontro 1

<u>Exercício - 1 Calcule as potências - Exercício Fechado</u>	
1) Calcule as potências³⁰:	
a) $2^4 =$	
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$	
c) $2^{-3} =$	
d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 =$	
e) $(-4)^3 =$	
e) $(10)^3 =$	

Fonte: Dados de pesquisa

³⁰ Tarefa adaptada do livro de matemática “compreensão e prática 8º ano do ensino Fundamental”. Autor: “Ênio Silveira”

No segundo encontro o mesmo ocorre com a professora E2C1 que associou sua resolução à forma como ensinaria aos seus alunos, conforme pode ser constado no quadro a seguir que traz o relato descritivo da resolução da tarefa 1 (exercício fechado).

Quadro 12: Resolução da tarefa 1 – bloco 1 – encontro 2

Aspecto descritivo: Foi apresentada a carta convite às professoras relatando sobre a pesquisa e o bloco1 para a resolução das tarefas reforçando que poderiam apresentar uma única solução do grupo. No entanto, decidiram que cada uma resolveria a sua e quando necessário se ajudariam mutuamente. No começo da aplicação as professoras atribuíram a motivação para resolver as tarefas a um sentido de competição em quem terminava primeiro.

Professora E2C2: *essa é a primeira, este está igual?*

Professora E2C1: *é eu gosto de fazer igual eu faço com as crianças 2 vezes 2 quatro, 4 vezes 2 oito, oito vezes dois 16. Beleza.*

Aspecto da percepção: No diálogo a professora repara que naquele momento associa a sua resolução com o modo em que apresentaria o conteúdo aos alunos. Segue na figura 14 a resolução de uma das professoras que participaram do diálogo anterior:

Figura 12: Resolução - tarefa 1 - (a, b, c, d) - bloco 1 - colaboradora E2C1

The image shows a handwritten page from a notebook titled 'BLOCO 1 POTENCIAÇÃO.' with the instruction '1) Calcule as potências:'. It contains four calculations:

- a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
- b) $\left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{2^3}{1^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{1} = \frac{8}{1} = 8$
- c) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{8}$
- d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125}$

Fonte: Dados da pesquisa

Fonte: Dados de Pesquisa

As professoras são conscientes em relação de seu papel de educadoras, entretanto, o fazem de maneira tradicional, ou seja, sempre buscando a melhor maneira de “transmitir informações” a seus alunos para que aprendam, e não atuando de maneira a incentivar que eles “construam o seu conhecimento”.

4.1.1.2 Subcategoria 1.2: Diferentes formas de superação das dificuldades na realização de tarefas

As professoras apresentaram superação de suas dificuldades quando resolveram as tarefas em grupos. Durante a resolução das tarefas algumas dificuldades surgiram, dentre as quais a questão de as professoras não se lembrarem de como resolviam algumas potências.

Apresentamos a seguir as considerações em relação aos dois encontros no quadro 13.

Quadro 13: Considerações em relação ao primeiro encontro

Aspectos descritivos: No primeiro encontro a professora E1C1 teve dificuldades para relembrar como resolvia as letras b) c) e d) da tarefa 1(exercício fechado).

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \quad c) 2^{-3} = \quad d) \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$$

Esta dificuldade não foi superada naquele momento, pois estávamos em uma resolução individual em que o trocar ideias não existia. Ao final da entrevista conversamos sobre as questões **b, c e d** e a mesma relembrou como as resolvia. As mesmas dificuldades surgiram no segundo encontro com o grupo de professores como podemos observar nos diálogos a seguir:

Professora E2C1: Um elevado a terceira, elevado a um meio. Deixa eu ver se eu lembro aqui.

Professora E2C2: inverte.

Professora E2C1: inverte, há o inverso!!

Professora E2C2: ela está fora de sala de aula.

Professora E2C1: estou fora da sala de aula, a gente esquece, acaba esquecendo

Aspectos da Percepção: Podemos inferir que a forma de superação das dificuldades das professoras é por meio do diálogo sobre as tarefas propostas. Apesar do segundo encontro as professoras colocarem a resolução das tarefas como um ambiente competitivo, este foi ultrapassado com a concordância entre todas de ajuda mútua para a superação as dificuldades para serem superadas.

Fonte: Dados de Pesquisa

Seguem no Quadro 14 os aspectos descritivos e os áudios transcritos da primeira resolução do encontro 2.

Quadro 14: Considerações em relação ao segundo encontro.

Aspectos Descritivos: as professoras neste primeiro momento realizaram as tarefas se ajudando mutuamente quando tinham dificuldades.

c) $2^{-3} =$

Professora E2C1: tá certo o segundo é um vinte sete avos?

Professora E2C2: oi

Professora E2C1: o segundo é um vinte sete avos?

Professora E2C2: não sei se está igual. Não está igual é meio, você analisou como se fosse três.

Professora E2C1: ah!!!! Ah E2C1 tonga.

Professora E2C2: esse aqui.

Professora E2C1: é verdade.

Professora E2C2: daí eu falo que isso fez falta.

Pesquisadora: é verdade o estudo faz falta (referindo-se a dar aula do ensino médio era uma forma de aprendizado para preparação em em concursos)

Professora E2C2: analisando pela pergunta que eu dei uma olhadinha ali, já estou analisando a pergunta.

Professora E2C1: Aqui como não é fração eu não preciso inverter né?

Professora E2C2: eu faço aqui (escreve o número 1 dividindo o 2 na folha da Professora E2C2) e inverte.

Professora E2C2: está certo né? Não pode falar (risos)

Professora E2C1: é isso aí Professora E2C2!

Professora E2C1: Se a gente não tiver pegando toda hora a gente não lembra mesmo.

Aspecto descritivo: As professoras se dispersaram ao conversar sobre os concursos prestados.

Professora E2C2: A professora E2C1 está lá na frente.

Professora E2C1: então como eu estava falando o fato de estar trabalhando em várias turmas isso ajuda.

Pesquisadora: ajuda no estudo do concurso.

Professora E2C2: por mais que é bem complicado, ficamos bem por dentro de todas as turmas. Assim, eu tô olhando aqui nós como professores gostamos de dar muito destes exercícios, que no caso é a fixação. (risos). Se eles gostam? Ultimamente o que eles estão gostando Professora E2C1?

Professora E2C2: não gostam de nada (risos)

Aspecto da percepção: Comparando os dois encontros, ao trabalhar em grupo foi observado a ajuda mútua entre as professoras de modo participativo enquanto que o trabalho individual não progride ao encontro de sanar as dúvidas. É mais difícil para conseguir avançar para adquirir conhecimento. Se fosse uma situação de estudo, individualmente só conseguiriam avançar se cada uma delas fosse autodidata, o que exige muito mais tempo e trabalho ao indivíduo.

Fonte: Dados da pesquisa

4.1.1.3 Subcategoria 1.3: Resolução de tarefas exploratório- investigativas abertas e fechadas

Como a professora E1C1 apresentou dificuldades para lembrar como resolvia as letras b) c) e d) do exercício 1, ela foi realizar a letra e) 10^3 do exercício não apresentando dificuldades como observado na figura 10 e na descrição dos áudios apresentado no Quadro 15:

Quadro 15: Resoluções – tarefa 1 – bloco1 – encontro 1

Aspectos Descritivos: A professora E1C1 não apresentou dificuldades com a resolução de base inteiras e expoentes negativos. Ao realizar a letra e) da tarefa 1, do bloco 1 a professora E1C1 expressou:

Professora E1C1: Essa tá fácil nem precisa fazer! Risos

Pesquisadora: Ah é! Porque está fácil Professora E1C1?

Professora E1C1: porque 10 elevado a 3 é só acrescentar três zeros.

Aspectos da Percepção: Muitas vezes nós professores ensinamos a utilização dos chamados “macetes matemáticos”. Como citado pela professora E1: “Multiplicar por 10 é somente acrescentar os zeros”. Esse recurso para fixação do conteúdo pode ser utilizado pelos professores. No entanto, nós como professores não podemos esquecer que as aulas não podem somente ser compostas por macetes matemáticos porque o aluno necessita entender o processo matemático. O trabalho com metodologia da Investigação Matemática visa esse policiamento da prática do professor, porque determina que a postura deve ser de instigar os alunos sobre a atividade matemática envolvida nas tarefas.

Fonte: Dados de Pesquisa

Já no segundo encontro, não se encontra nos áudios a menção de tal exercício, no entanto, as professoras apresentaram sua resolução escrita como podemos observar na Figura 15:

Figura 13: Resolução - tarefa 1 - (d, e) - bloco 1 - colaboradora E2C2

The image shows a handwritten solution for two parts of a task. The top part shows the calculation for $(-4)^3$, resulting in -64 . The bottom part shows the calculation for 10^3 , resulting in 1000 . The calculations are written in a clear, legible hand.

Fonte: Dados da pesquisa

O fato de as professoras não apresentarem dificuldades com as potências de base inteira e expoente natural pode ser percebido também na tarefa exploratório-

investigativa 3, letra b (3b) do bloco 1 a qual concluída com facilidade pelas professoras. A tarefa 3b do bloco 1 para o grupo de professoras na percepção da pesquisadora tornou-se esta tarefa investigativas assemelhou-se a resolução de um exercício fechado Enquanto que a professora E1C1 que fez todo o processo para sua resolução mostrando uma resolução exploratória, porque resolveu a questão explorando o expoente em ordem crescente da base três até chegar ao três elevado a seis para então calcular o que foi pedido na tarefa.

Inferimos sobre este aspecto que a mesma tarefa tomou características diferentes dependendo do grau de dificuldade que a tarefa se apresenta ao professor. Para o segundo grupo a tarefa não propôs dificuldades enquanto que para a professora E1C1 a tarefa apresentou grau médio de dificuldade. Segundo Ponte (2009) as tarefas podem ser divididas em exploratório e investigativa dependendo do grau de dificuldade. No entanto esse grau de dificuldade é proveniente dos conhecimentos prévios do professor e de outros fatores cognitivos. Portanto também concordamos com Lamonato e Passos (2011) que é tênue a linha de separação entre ambas, pelo fato do grau de dificuldade ser proveniente, nesse caso específico da Colaboradora E1C1.

Apresentamos sua resolução no Quadro 16:

Quadro 16: Resolução -tarefa 3b - bloco 1 - colaboradora E1C1

Aspecto Descritivo: A professora utilizou registros escritos na questão anterior.

a) Sabendo que $(3)^6 = 729$, calcule $(3)^7$; $(3)^8$; $(3)^9$. Explique como calculou.

Professora E1C1: vou ter que fazer e conta quantos três terá que multiplicar primeiro que seria sete. Vou ter que fazer continha. Posso preencher aqui.

Pesquisadora: Pode. Fique à vontade.

Professora E1C1: Nossa já estava ali, eu poderia partir. Já estava ali (risos)

Professora E1C1: Algo já estava ali.

Professora E1C1: nossa eu tenho que fazer um monte de continha. Não tem problema de eu fazer esse monte de continha não?

Pesquisadora: Não, é isso mesmo que eu quero que você faça as continhas.

Professora E1C1: três vezes três é nove, nove vezes três vinte sete, vinte sete vezes oitenta e um, oitenta e um vezes três 243, duzentos e quarenta três vezes três setecentos e vinte nove, setecentos e vinte nove vezes 3 ...um dois três quatro cinco, seis sete. A professora continua a conferir três vezes três é nove, nove vezes três vinte sete, vinte sete vezes oitenta e um, oitenta e um vezes três 243, duzentos e quarenta três vezes três setecentos e vinte nove, setecentos e vinte nove vezes 3 dois mil setecentos e oitenta e sete. Cada um é um resultado.

Pesquisadora: é esse é o primeiro que você fez.

Professora E1C1: é o primeiro ah ta!

Professora E1C1: o próximo, ah eu não fiz o cálculo de três elevado a sete, eu não montei ali. Há eu fiz ali.

Professora E1C1: eu já vou!

Pesquisadora: esse aqui é o três elevado a sete?

Professora E1C1: há é o três elevado a sete, três elevado a sete.

Professora E1C1: agora tenho que fazer o três elevado a oito.

Professora E1C1: agora eu vou fazer o três elevado a oito só não coloquei ai e já vou dar a resposta.

Pesquisadora: hanhan!

Professora E1C1: Que vai ser igual a ...

Professora E1C1: três elevado a nove já vou fazer aqui.

Professora E1C1: três vezes três nove, três vezes cinco quinze vai um, três vezes seis dezoito e um dezenove. três vezes três nove, três vezes cinco quinze vai um, três vezes seis dezoito e um dezenove. Nossa depois a gente vê como nosso aluno padece depois de uma dessa é necessário um tempo e a supervisão do professor.

Pesquisadora: isso é verdade!

Professora E1C1: explique como calculou. Ah tem que explicar como eu calculei diante disso aqui?

Pesquisadora: pode ser por fala mesmo, ou se você quiser escrever você que decide.

Pesquisadora: você percebeu alguma coisa resolvendo, o que você achou?

Professora E1C1: eu percebo que é um processo, e que na matemática não dá para o processo curto tem que ser o longo. Porque o longo passo a passo você vai percebendo, porque se eu não tivesse feito esse processo longo eu teria errado. Há seu fosse jogar assim, usar uma técnica fazer um processo mais curto pra ganhar tempo. Quando você faz o processo longo você consegue..

Pesquisadora: compreender

Professora E1C1: hahan

Aspectos da percepção: Em nossa percepção a professora fez todo o processo para chegar a potência $3^6=729$ para então encontrar outras potências.

A professora E1C1 começa a elaborar sua resposta no questionário.

Professora E1C1: Utilizei... não sei se é uma técnica, mas vou colocar técnica

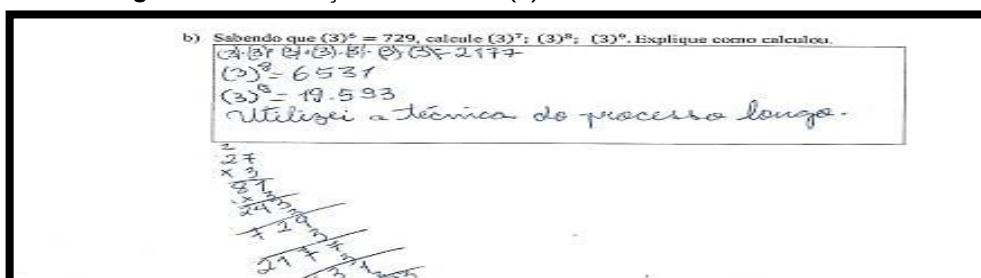
Professora E1C1: Esse rabisco que eu fiz aqui não tem problema de ter rabiscado a folha.

Pesquisadora: não tem problema é o processo que você faz.

Pesquisadora: Agora desse bloco você vai dar a sua opinião.

Professora E1C1: Oba! Eu gosto!

Figura 14: Resolução - tarefa 3 - (b) - bloco 1 - colaboradora E1C1



Fonte: Dados de pesquisa

Fonte: Dados de Pesquisa

No Quadro 17 apresentamos as resoluções para a questão anterior do segundo encontro, pelo grupo de professoras:

Quadro 17: Resolução - tarefa 3b - bloco 1:

Aspecto Descritivo: As professoras em conversa entre si expressam seus pensamentos.

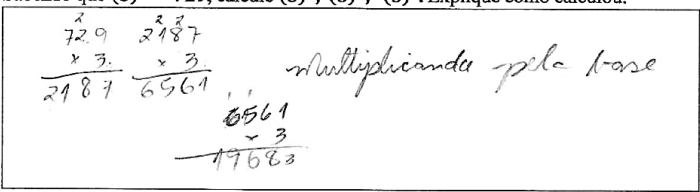
Professora E2C2: 729 vezes 3.

Professora E2C1: explique como calculou?

Professora E2C1: multipliquei as bases!

Figura 15: Resolução - tarefa 3 - (b) - bloco1 - colaboradora E2C2

b) Sabendo que $(3)^6 = 729$, calcule $(3)^7$; $(3)^8$; $(3)^9$. Explique como calculou.



Handwritten calculations showing the multiplication of 729 by 3 to get 2187, then 2187 by 3 to get 6561, and finally 6561 by 3 to get 19683. The text "multiplicando pela base" is written next to the calculations.

Fonte: Dados de Pesquisa

Aspectos da Percepção: As professoras que estavam em grupo no segundo encontro perceberam que poderiam multiplicar desde o 729 para encontrar as novas potências.

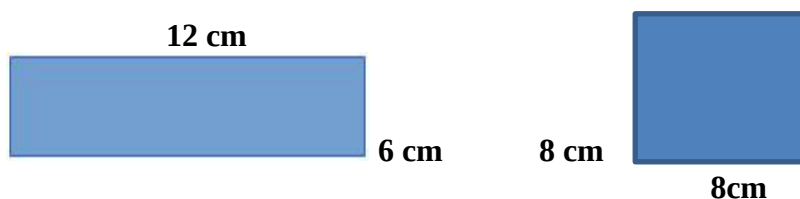
Fonte: Dados de Pesquisa

No bloco 2, a tarefa 1, nenhuma das professoras tiveram com dificuldades para apresentar suas respostas. Apresentamos nos diálogos a seguir da colaboradora E1C1 no Quadro 18:

Quadro 18: Resolução da tarefa 1 - bloco 2.

Aspectos da Descrição: A professora começa a resolver o exercício explicitando em fala o que está fazendo.

1- Calcule a área e o perímetro das figuras planas a seguir:



Colaboradora E1C1: Aqui no bloco 2 é calcule a área e perímetro de figuras planas. Já posso ir resolvendo?

Pesquisadora: já pode.

Colaboradora E1C1: Aqui é um retângulo, então vou calcular base vezes altura.
Silêncio

Colaboradora E1C1: Beleza! 72 centímetros quadrados que eu calculei base vezes altura, o retângulo mede 12 de comprimento e 6 de altura. Aqui é um quadrado que mede oito centímetros de cada lado. Então é lado vezes lado.

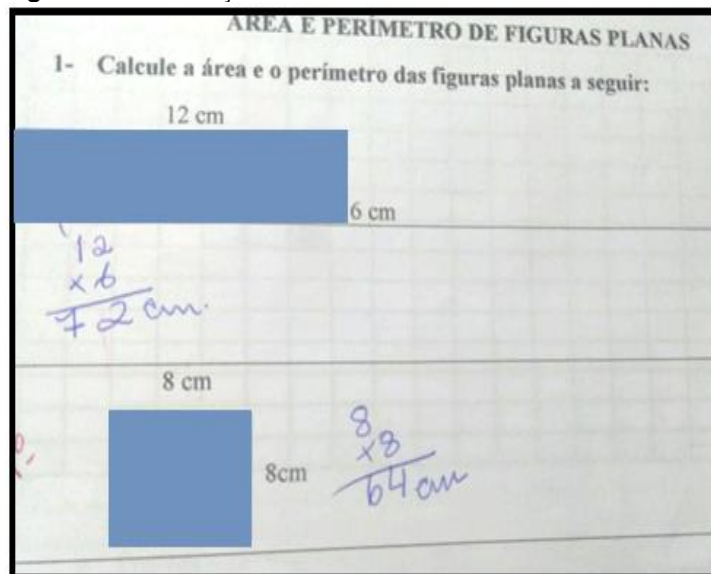
Silêncio

Colaboradora E1C1: Beleza! 64 centímetro, o quadrado mede oito centímetro cada lado. Ao invés de eu fazer aqui dentro eu fiz fora não tem perigo.

Pesquisadora: Não, não tem problema.

Aspectos da Percepção: A professora explicita em sua fala a diferenciação entre as unidades de comprimento e as unidades de área. No entanto, ao apresentar sua resposta escrita no instrumento metodológico, não existe a menção desta diferença. Podemos inferir que o registro escrito é importante, mas ele não explicita todo o pensamento como um todo de um indivíduo.

Figura 16: Resolução - tarefa 1 - bloco 2 - colaboradora E1C1



Fonte: Dados de Pesquisa

Aspectos da Percepção: Podemos inferir que a professora solucionou uma parte do exercício apresentando resolução para a área das figuras planas, no entanto, não vemos menção em relação ao perímetro e também não existe a menção na resolução escrita sobre a unidade de área: cm^2 .

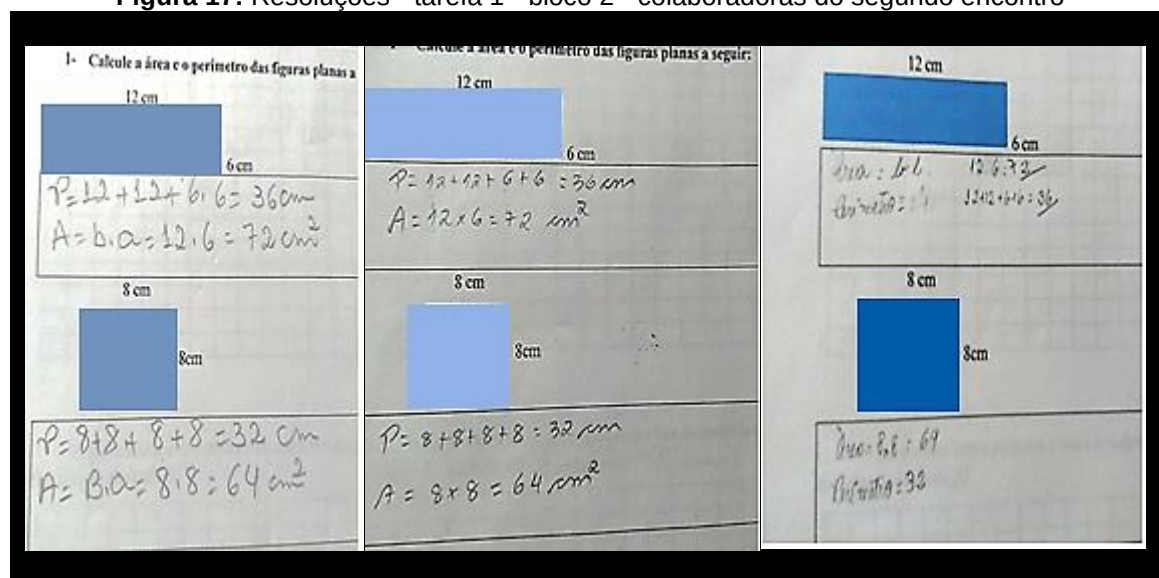
Fonte: Dados de Pesquisa

No segundo encontro com o grupo de professoras, não existe a menção nos áudios transcritos sobre a resolução da tarefa 1 do bloco 2. No entanto temos a resolução das tarefas, apresentadas no Quadro 18. A apresentamos a seguir a resolução do grupo de colaboradoras no quadro 19.

Quadro 19: Resolução das colaboradoras do encontro 2.

Aspectos Descritivos: Somente a colaboradora E2C2 lê o enunciado da questão, mas todos apresentam suas soluções escritas na folha resposta do bloco 2.

Apresentamos as soluções das colaboradoras do segundo encontro na figura 19.

Figura 17: Resoluções - tarefa 1 - bloco 2 - colaboradoras do segundo encontro

Fonte: Dados de Pesquisa

Aspetto da percepção: Inferimos que o grau de dificuldade que a tarefa apresenta está associado ao fator que determina se a tarefa é aberta ou fechada para o sujeito.

Fonte: Dados de Pesquisa

Inferimos que as tarefas exploratório-investigativas na literatura segundo Ponte (2003) possuem graus de dificuldades que inferem na classificação das “tarefas” em exploratório e investigativa, no entanto, segundo Lamonato e Passos (2011) essa linha de classificação é tênue. Inferimos que o grau de dificuldade uma tarefa passa pelas características do sujeito que a resolve. Inferimos que existe uma lacuna na investigação-matemática em relação a classificação de suas tarefas em relação ao grau de dificuldade que cada tarefa apresenta.

4.1.1.4 Subcategoria 1.4: Estranhamento frente aos registros das ideias

O registro escrito da linguagem matemática segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) faz-se necessário durante uma investigação matemática, porque por meio

deste o aluno consegue adquirir a linguagem matemática.

Pensando na Educação, esta ainda não valoriza uma educação do registro de nossos pensamentos lógicos. Muitas vezes o medo de errar condiciona o aluno a não explicitar seus pensamentos. Assim como os alunos as professoras também demonstram o receio de registrar suas ideias de forma escrita.

Isso pode ser observado no diálogo da tarefa 2 - exploratório investigativa do bloco 2 pelas professoras apresentado no Quadro 20:

Quadro 20: Resolução das professoras do grupo 2.

Aspectos Descritivos: As professoras dialogam a respeito da tarefa espontaneamente.

2- Utilize as grades para representar o que se pede e responda às questões, considerando o lado do quadrado A (quadrado escuro) igual a uma unidade:

a) Duplicando-se a medida de cada lado do quadrado “A”, o que acontece com a medida do perímetro?

Professora E2C2: duplicando...

Professora E2C1: é esta pedindo para duplicar.

Professora E2C2: olha duplicando um lado eu fico com três quadradinhos

Professora E2C2: han

Professora E2C1: mas aqui ele volta.

Pesquisadora: mas o que vocês têm a dizer sobre?

Professora E2C2: mas que critério que é esse. 1 vezes 1 é 1. Duas vezes 1 é dois.

Pesquisadora: duplicar por dois.

Professora E2C1: duplicando a medida de cada lado do quadrado A.

Professora E2C3: Essa folha a gente pode utilizar para desenhar? A gente fica com medo de riscar.

Pesquisadora: Pode utilizar a folha para desenhar, este é o objetivo.

Professora E2C2: A área é essa. O perímetro duplica?

Professora E2C3: O que acontece com a medida do perímetro quadrado quando duplicamos o lado. Duplica?

Pesquisadora pergunta: a medida do perímetro é quanto?

Professora E2C2: oito

Pesquisadora pergunta: o que acontece com a medida do perímetro?

Professora E2C1: duplica o perímetro

Professora E1C1: vamos a área

Professora E2C2: esta lendo: o que acontece com área quando duplicado a medida do quadrado A

Professora E2C1 interrompe o Professora E2C2 dizendo: A área quadruplica!

O Professora E2C2 continua lendo e pensando na questão

O Professora E2C2: não convencida com a resposta da Professora E2C1 começa a desenhar na malha quadriculada a duplicação dos lados do quadrado: há então são dois vezes dois. Né? Ou eu tô errada?

Professora E2C1: é verdade esse é um, esse é dois, esse é quatro

Pesquisadora: o perímetro duplicou e o que aconteceu com a área do quadrado?

Professora E2C1: *quadruplicou*

Aspectos da Percepção: Pode-se observar, por este diálogo, que o registro escrito para algumas pessoas são essenciais como forma de ordenar o pensamento lógico. O processo de registrar exige que a pessoa revise seu pensamento, muitas vezes trazendo até algumas dúvidas sobre o seu raciocínio estar ou não correto. Isto pode ser inferido no primeiro encontro com a professora E1C1, que ao registrar seu raciocínio por escrito ficou em dúvida se estaria correta ou não em seu pensamento, conforme atesta o fragmento de sua fala a seguir:

Professora E1C1: *Utilize as grades para representar o que se pede e depois responda as questões alterando o lado do quadrado, utilize as grades para representar o que se pede e responda as questões considerando o lado do quadrado. A quadrado escuro igual a uma unidade. Beleza.*

Duplicando-se a medida de cada lado do quadrado Silêncio

Pesquisadora: *Do quadrado A.*

Professora E1C1: *do quadrado A. Duplicando a medida de cada lado do quadrado A. O que acontece com a medida do perímetro. Ele vale 1 unidade. Ah tá bom! Silêncio.*

Professora E1C1: *O que acontece com a medida do perímetro. Ah tá!*

Pesquisadora: *A tarefa está pedindo para duplicar.*

Professora E1C1: *há um, dois, há duplicando de cada lado.*

Professora E1C1: *O que acontece com a medida do perímetro. Duplicando-se a medida de cada lado.*

Pesquisadora: *Este lado do quadrado tem 1 unidade.*

Professora E1C1: *então vou duplicar. Há entendi.*

Professora E1C1: *oito.*

Pesquisadora: *a medida do perímetro?*
silêncio

Pesquisadora: *Quer desenhar se você quiser fazer de lápis, pintar.*

Professora E1C1: *duplicando-se a medida de cada lado.*

Pesquisadora: *é por exemplo esse lado aqui tem 1 unidade.*

Professora E1C1: *dai eu vou duplicar. Um, dois ah entendi.*

Professora E1C1: *ah eu vou duplicar então vai dar oito.*

Pesquisadora A: *a medida do perímetro.*

Professora E1C1: *é a do que eu estou duplicando.*

Pesquisadora A: *quer desenhar.*

Professora E1C1: *ah vou desenhar, duplicar a medida de cada lado. Eu tô na dúvida de cada lado se é lateral pra cá ou pra cá. Se eu vou duplicar isso aqui, um, dois. Ah! vai ser quatro.*

Pesquisadora: *a tarefa está pedindo a medida do perímetro.*

Professora E1C1: *duplicando cada lado. Seis. Será que eu to confundindo.*

Pesquisadora: *não sei o que você quer dizer.*

Professora E1C1: *duplicando-se a medida de cada lado do quadrado (ênfatisa isso). Ah tá ele é um quadrado eu vou trazer ele pra cá.*

Pesquisadora: *sim*

Professora E1C1: *ta bom ele é um quadrado eu vou duplicar de cada lado.*

Pesquisadora: *ai você já duplicou. Agora você vai duplicar o que?*

Professora E1C1: *oito, oito mesmo. Já tinha dito de início.*

Aspecto da Percepção: Ao ser confrontada se o perímetro valia oito unidades, a professora ficou em dúvida se sua resposta estava correta. E ao desenhar no papel seu pensamento reafirmou que a resposta para a medida do perímetro seria oito.

Fonte: Dados de Pesquisa

Em vários momentos da pesquisa as professoras perguntavam se poderiam escrever no papel que lhes foi dado. Percebemos também que quando adentramos na nossa prática de professora os alunos registam suas respostas na carteira para então registrar os resultados definitivos no caderno. Então o processo do pensamento lógico que apresentam nas respostas das atividades nem sempre representa o processo que este levou para chegar a essa resposta. Ou seja, permitir que o registro escrito seja realizado é uma forma de expressão da linguagem matemática, mesmo que esta não esteja formalizada ainda. Esta forma de expressão trata-se de uma forma de explicitar o seu raciocínio e lhe permite refletir sobre ele.

4.1.1.5 Subcategoria 1.5: Formulação de hipóteses e testes

Os blocos foram formulados com tarefas do tipo exploratório-investigativas, dentre as quais as tarefas 2 e 3 do Bloco1 e a tarefa 2 do Bloco 2. Na análise das resoluções destas tarefas buscamos identificar a formulação de hipóteses, validação e refinamento de conjecturas.

Apresentamos a primeira hipótese que encontramos em nossos dados no quadro 21:

Quadro 21: Hipótese 1 – tarefa 2a – bloco 1

Tarefa Investigativa – 2) Responda³¹

a) Letra a) $(10)^7$ é maior ou menor que $(10)^6$?

Aspectos Descritivos: Ao resolverem a letra a) da tarefa 2 do Bloco 1 durante a resolução as professoras formularam uma hipótese que obtiveram um valor lógico

³¹ Tarefa adaptada. Fonte: Fonte: Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Projeto: Explorar e Investigar para Aprender Matemática. Centro de Investigações em Educação da Faculdade de Lisboa. 1998.

verdadeiro para a situação vivenciada por eles naquele momento. Então apresentamos a seguir a hipótese que foi formulada pelas professoras durante a resolução.

HIPÓTESE 1: Quanto maior o expoente maior será o valor da potência de mesma base.

Apresentamos a seguir a resolução da professora E1C1:

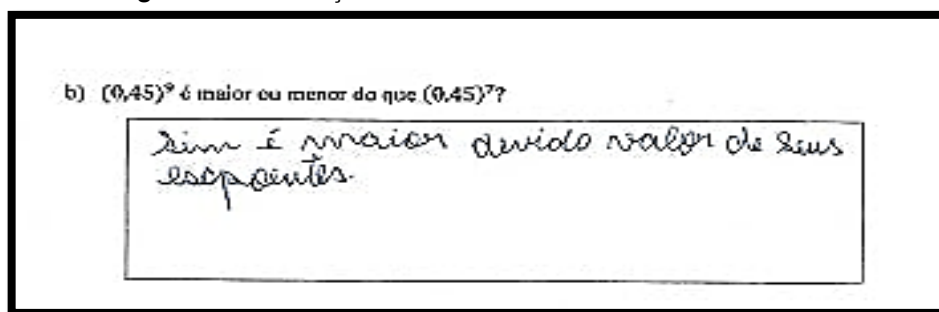
Aspectos Descritivos: Seguem fragmentos dos áudios transcritos.

Professora E1C1: *sim*

Pesquisadora: *Porque ele é maior Professora E1C1?*

Professora E1C1: *Porque o expoente 10 elevado a sete, e aqui é 10 elevado a 6.*

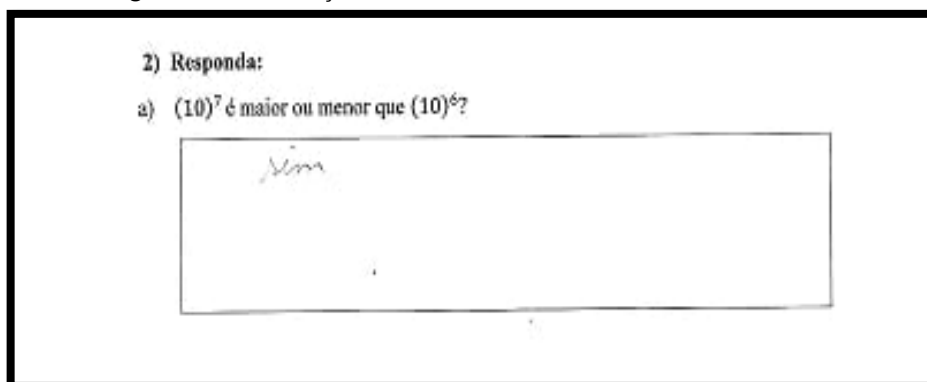
Figura 18: Resolução - tarefa 2b - bloco1 - colaboradora E1C1



Fonte: Dados de Pesquisa

Aspectos da Percepção: A professora chegou à conclusão de que 10 elevado a sete é maior do que 10 elevado a seis analisando somente o valor do expoente. Isto requer o entendimento de que quanto maior o expoente em uma base natural maior será o seu resultado, no entanto, isto não ocorre para números do conjunto dos números racionais menores do que 1, por exemplo. Esta afirmação torna-se assim um obstáculo à aprendizagem das potências. Analisando os dados da pesquisa pudemos inferir que a professora, ao trabalhar com uma base natural, aplicou a hipótese, no entanto, essa hipótese não era válida para os números racionais. Então surgiu um obstáculo à aprendizagem.

Aspecto Descritivo: As professoras do segundo encontro não mencionam no áudio sobre a resolução da letra a) da tarefa 2 exploratório-investigativa do bloco 1, mas apresentaram suas resoluções por escrito como pode ser observado na figura 21.

Figura 19: Resolução - tarefa 2a - bloco 1 - colaboradora E2C2

Fonte: Dados de Pesquisa

Aspecto da primeira percepção: Inferimos que a professora E2C2 tem a percepção de que 10 elevado a 7 é maior que 10 elevado a seis, por causa dos dados coletados durante a resolução por meio das transcrições dos áudios e o contexto das resoluções. No entanto, a professora não apresentou em sua solução que 10 elevado a sete é maior do que 10 elevado a seis, mas esta hipótese está implícita em seu discurso.

Aspectos da segunda Percepção: Observando os dados da pesquisa podemos inferir que a professora ao trabalhar com uma base natural aplica a mesma hipótese para bases pertencentes ao intervalo $[0,1]$, isto é, a regra “quanto maior o expoente maior será o valor da potência”. No entanto, esta hipótese não se confirma para bases decimais, no intervalo de $[0,1]$ e isto tornou-se um obstáculo epistemológico³² para a resolução das questões b) e c) da tarefa 2.

Fonte: Dados de Pesquisa

Tanto a professora E1C1 quanto o segundo grupo de professoras formularam uma hipótese verdadeira para um conjunto numérico específico, que é conjunto dos números naturais. No entanto o mesmo não ocorre para certos números racionais. Tal hipótese é falsa nesse conjunto numérico. Essa hipótese tornou-se um obstáculo que precisou ser rompido quando resolveram a letra b) da tarefa 2.

Precisou haver um teste desta hipótese para ocorrer a ruptura da mesma e formular uma nova hipótese. Apresentamos a segunda hipótese no quadro 22:

³² Utilizado este termo no sentido do autor Gaston Bachelard: o obstáculo epistemológico impede que o sujeito alcance a aprendizagem. O obstáculo epistemológico do conhecimento geral: a falta de explicação faz com que o sujeito faça sua generalização impedindo que este alcance o novo conhecimento.

Quadro 22:Hipótese 2- tarefa 2b -bloco 1

Hipótese 2: Quanto maior o expoente em uma base decimal situada no intervalo [0,1] menor será o valor da potência.

Aspectos descritivos: As professoras não apresentaram dificuldades para resolver a letra a) da tarefa 2. A hipótese formada na letra a) da tarefa 2 tornou-se um obstáculo para a resolução da letra b) da tarefa 2 do bloco 2. Como pode ser observado a seguir no relato descritivo sobre a resolução da questão:

b) $(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(0,45)^7$?

***Professora E1C1:** leu a questão b) em voz alta para si mesmo.*

***Professora E1C1:** leu novamente a questão b.*

***Professora E1C1:** $(0,45)$ elevado a nove é maior devido ao seu expoente?*

***Pesquisadora:** É!*

Primeira percepção: Percebemos que a professora E1C1 buscou a confirmação de seu pensamento e ainda, por hábito do ensino tradicional enquanto postura investigativa a pesquisadora confirmou seu pensamento, e seguiu-se com as outras tarefas. No entanto, eu enquanto pesquisadora naquele momento apesar de ter resolvido as tarefas anteriormente não me atentei que confirmei erroneamente a afirmação da professora E1C1. Somente o olhar da orientação me fez refletir o erro.

Segunda percepção: Então naquele momento de resolução tanto a pesquisadora quanto a professora E1C1 não atentaram que $0,45$ pode ser representado como uma fração $\frac{45}{100}$, logo quanto maior o denominador o resultado da potência está próxima de zero obtendo que $\left(\frac{45}{100}\right)^9 < \left(\frac{45}{100}\right)^7$. Com este erro, notado pela orientadora, foi que surgiu a necessidade de separar neste relatório o que é descritivo do que podemos inferir sobre o descritivo da nossa percepção. Este erro é um erro comum aos alunos, eles também cometem os mesmos erros em suas avaliações. Um indício desta afirmação são os resultados apresentados pela prova Paraná nos chamados descritores (objetivos de aprendizagem). Os alunos apresentaram dificuldades de reconhecer as diferentes representações de um número. E perguntas surgem: por que nossos alunos estão apresentando dificuldade no aprendizado da Matemática? O professor tem contribuído para que

isto melhor? São perguntas que surgem que podem ser respondidas em pesquisas futuras.

Fonte: Dados de Pesquisa

O segundo grupo de professoras também apresentou esse erro. No entanto, estes conseguiram superar este obstáculo e concluíram que quando a base é decimal quanto maior o expoente menor o resultado da potenciação, como pode ser observado no Quadro 23:

Quadro 23: Resolução - tarefa 2b – bloco1

Aspectos descritivos: Áudios Transcritos

b) $(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(0,45)^7$?

Professora E2C2: *$(0,45)$ é maior que ...*

Professora E2C1: *Já passou eu sua danada.*

Pesquisadora: *vocês podem conversar entre si.*

Professora E2C2: *agora aqui*

Professora E2C1: *pode conversar?*

Professora E2C2: *há você respondeu?*

Professora E2C2: *agora aqui eu me enrosquei é maior ou menor?*

Professora E2C1: *eu também*

Professora E2C2: *é maior ou menor?*

Professora E2C1: *Deixa eu ver é maior né, elevado a nona potência? Fica nove vezes eu esqueci como faz isso.*

Pesquisadora: *é o zero quarenta cinco.*

Professora E2C1: *é centésimo né*

Professora E2C1: *$(0,45)$ pode fazer isso daqui. (a professora refere-se a transformação do 0,45 para a fração $\frac{45}{100}$)*

Professora E2C2: *Deixa eu colar da companheira, eu transformei.*

Professora E2C1: *eu transformei decimais em fração.*

Professora E2C1: *eu simplesmente esqueci...*

Pesquisadora: *Professora E2C2 você pode analisar, você não precisa saber tudo. É para pensar mesmo.*

Professora E2C1: *é um menor que outro é a mesma coisa. Esqueci*

Professora E2C1: *o que você pode concluir quando as potências tiverem base 1. Com base 1.*

Professora E2C2: *vai ser menor né?*

Professora E2C2: *porque no decimal, se eu não tiver falando besteira, porque no decimal quanto mais a gente multiplica menor o resultado.*

Professora E2C1: *menor a fração.*

Professora E2C2: *eu fiz por esse número, oh aqui deu isso e aqui deu isso. Aqui foi três vezes e aqui foi só duas vezes. (O número que a professora se refere são $(0,2)^2 = 0,04$ e $(0,2)^3 = 0,008$.)*

Apresentamos a resolução da colabora E2C2 na figura 22 sobre a questão b da tarefa 2 do bloco1:

Figura 20: Resolução - tarefa 2 - (b) – bloco1 - colaboradora E2C2

b) $(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(0,45)^7$?

$\left(\frac{45}{100}\right)^9$ $\frac{45}{100}$ menor

$0,45^9$ $0,45^7$

$0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45$

$0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45 \times 0,45$

Fonte: Dados de Pesquisa

Professora E2C1: ah entendi.

Professora E2C2: então esse número vai ser menor que este. O que se pode concluir?

Professora E2C1: você transformou?

Professora E2C2: eu transformei, mas no que ajudou?

Professora E2C1: eu transformei decimais em fração.

Silêncio.

Professora E2C2: eu fiz por esse número, oh aqui deu isso e aqui deu isso. Aqui foi três vezes e aqui foi só duas vezes.

Professora E2C1: ah entendi.

Professora E2C2: então esse número vai ser menor que este. O que se pode concluir?

Aspectos da Percepção: A ruptura em relação à regra quanto maior o expoente maior a potência também foi vista no exercício c) em relação a base igual a 1 e, por essa razão apresentam uma nova hipótese.

Fonte: Dados de Pesquisa.

Tanto a professora E1C1 como as outras professoras do segundo encontro conseguiram romper com a primeira e segunda hipóteses apresentadas e formularam outra hipótese novamente sobre a base 1. Apresentamos no quadro a seguir a hipótese 3:

Quadro 24: Hipótese 3 – tarefa 2c - bloco1

HIPÓTESE 3: Quando a base é 1, o elemento neutro da multiplicação, seu resultado será sempre 1 independente do valor do expoente.

Aspectos Descritivos: Áudios Transcritos

c) O que se pode concluir quando as potências tiverem base 1?

A professora E1C1 lê duas vezes a questão em voz alta. E frisa o final “Base 1”

Pesquisadora: o 1 vai em baixo.

Professora E1C1: é eu faço confusão com isso.

Professora E1C1: é igual o valor que está em cima. Espera aí eu faço confusão.

Pesquisadora: Você pode testar Professora E1C1.

Professora E1C1: vou fazer num papelzinho aqui.

Pesquisadora: se a base é 1 você pode fazer aqui (indicando para a folha da pesquisa).

Professora E1C1: eu posso fazer aqui?

Pesquisadora: Pode fazer aí. (indicando para o espaço de resolução do papel)

Professora E1C1: lê novamente a questão. E pergunta: Posso montar uma aqui?

A pesquisadora confirma que pode ser montado na folha.

Silêncio

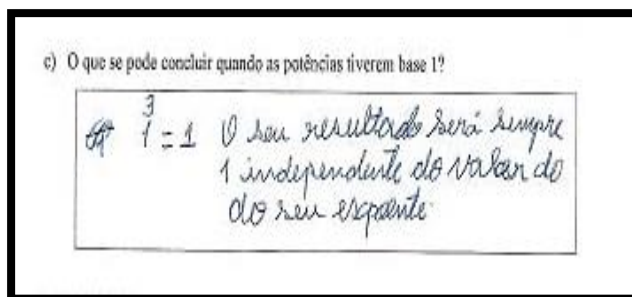
Professora E1C1: igual a 1.

Professora E1C1: a professora lê novamente a questão e diz que “o que se pode concluir é que seu resultado será igual a 1”.

Professora E1C1: independente do valor do expoente. A professora repete “que o seu valor será sempre 1 independente do valor do seu expoente.”

Aspectos da percepção: Pela experiência em sala de aula a atenção voltou-se para o fato da professora não escrever suas ideias no papel. A professora apresenta como hipótese que haveria crescimento no resultado. A sua primeira hipótese de que quanto maior o expoente também maior seria o seu resultado entrava em conflito, pois a base era o elemento neutro da multiplicação. Assim parece-nos que até seu conhecimento prévio sobre a diferença entre base e expoente também foi colocado em dúvida. E assim a necessidade de confirmar ou não essa hipótese era imediata, no entanto, fica evidente que esta exploração não poderia ser realizada naquele papel na concepção da professora E1C1, por não ser a resposta definitiva para a questão. Pela minha experiência, apesar de ser somente de quatro anos em sala de aula, percebo que meus alunos também apresentam tal atitude de não registrarem seus pensamentos no caderno como fosse algo proibido e assim fazem seus cálculos e esquemas em rascunhos ou em carteiras. Colocando somente a resposta definitiva no papel, desconsiderando todo o processo que o levou para concluir aquela afirmação.

Figura 21: Resolução - tarefa 2c – bloco 1 - colaboradora E1C1



Fonte: Dados de Pesquisa

Aspectos da Percepção: A professora E1C1 não teve dificuldades com a resolução desta atividade demonstrando que formulou a hipótese sobre a potência

não se alterar quando a base vale 1 por causa do 1 ser o elemento neutro da multiplicação.

Fonte: Dados de Pesquisa

As professoras do segundo encontro apresentam uma resolução semelhante a professora E1C1. Apresentamos no Quadro 25:

Quadro 25: Resolução do grupo de professora – tarefa 2c- bloco1

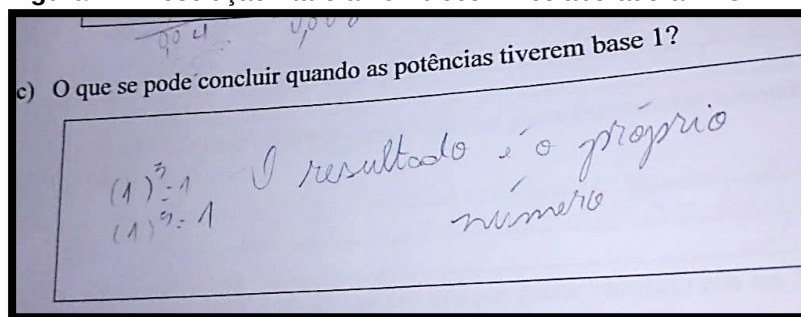
Aspectos descritivos: No áudio podemos constatar que a professora E2C1 referiu-se que a potência permaneceria sendo a base 1, como pode-se confirmar nos áudios transcritos a seguir:

Professora E2C2: *o que acontece quando a base for 1*

Professora E2C1: *ele mesmo né?*

Aspectos da Percepção: Apesar das outras professoras não mencionarem o mesmo, vemos que suas resoluções escritas apresentam tal conclusão, como exemplo apresentamos a resolução da professora E2C2 na Figura 23:

Figura 22: Resolução - tarefa 2c - bloco 1 - colaboradora E2C2



Fonte: Dados da Pesquisa

Fonte: Dados da Pesquisa

4.1.1.6 Subcategoria 1.6: O contraexemplo como justificativa argumentativa.

O Contraexemplo foi utilizado pela professora E1C1 e pelas professoras do segundo grupo para refutação da generalização da tarefa 3 letra a). Apresentamos no Quadro 26 como ocorreu esta ação.

Quadro 26: Resolução – tarefa 3a- Bloco1

3 Propriedades verdadeiras e falsas³³.

³³ Tarefa adaptada. Fonte: Fonte: Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Projeto: Explorar e Investigar para Aprender Matemática. Centro de Investigações em Educação da Faculdade de Lisboa. 1998.

Se $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$ então sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$?
Porquê?

Aspectos descritivo: Áudios transcritos

Professora E1C1: lê a questão, no entanto indaga espera aí.

A professora lê novamente.

Professora E1C1: sim, eu acho que sim.

Professora E1C1: espera aí, quatro elevado a 2 é igual a 16 e dois elevado a quatro é igual a 16, tudo bem. Sempre será verdade que a elevado a n é igual a n elevado a a. Espera um pouquinho pra eu pensar.

Pesquisadora: pode pensar.

Silêncio.

Pesquisadora: Isso aqui é um número qualquer você pode colocar um a qualquer ou um n qualquer.

Professora E1C1: se for transformado em um número vai mudar, espera um pouquinho.

Professora E1C1: se ele for transformado em um número, deixo eu transformar em um número. Vou escolher um a. Agora eu já descubro (risos).

Professora E1C1: sempre será verdade que n elevado a é igual a a elevado a n. (risos). Bom a conclusão de que eu cheguei.

Professora E1C1: Não. Não é verdade. Diante do cálculo que eu fiz aqui não é verdade. Então isso não procede. Ora não procede porque a ou n poderão ter valores diferentes.

Percepção da pesquisadora: A princípio percebe-se que a generalização de um caso parece óbvia, no entanto, contraexemplos, fazem com que a hipótese não seja verdadeira. Então a professora entende que isto pode não ocorrer. Podemos inferir sobre a última fala da professora que quando a=n tal fato torna-se verdadeiro para a e n naturais diferentes de zero.

$$a = n = 1 \rightarrow 1^1 = 1^1$$

$$a = n = 2 \rightarrow 2^2 = 2^2$$

Isto seria verdadeiro em uma situação restringida pelo conjunto numérico e o fato de a=n. O contraexemplo foi utilizado para refutar a generalização induzida pela tarefa investigativa-exploratória.

Fonte: Dados de Pesquisa

O grupo de professoras também utilizou o contraexemplo para refutar a generalização. Este grupo cita o que está sendo utilizado no diálogo transcrito dos áudios coletados durante o segundo encontro, como podemos observar no quadro 26:

Quadro 27: Resolução da tarefa 3a – bloco 1 – grupo de professoras.

Aspectos descritivos: áudios transcritos

Se $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$ então sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$? Por que?

Professora E2C1: Quatro ao quadrado é 16 e dois a quarta potência é 16. Então sempre será verdade que a elevada n é igual a n elevado a a. Porquê?

Professora E2C2: Eu acho que não

Professora E2C1: é não é

Professora E2C2: agora a gente tem de pensar o porquê

Silêncio...

Professora E2C2: agora justificar o porquê. A justificativa pode ser um contraexemplo? Pode?

Pesquisadora: pode apresentar um contraexemplo.

Professora E2C2: Porque Deu certo **Professora E2C1** fez aquele?

Pesquisadora: vocês entraram em consenso sobre este aqui?

Professora E2C1: Não. Não eu ainda não respondi 2 ao quadrado é 16 e 2 a quarta potencia...

Professora E2C2: será que vai ser sempre verdade que isso acontece. Eu coloquei não, daí eu coloquei um contraexemplo de três elevado ao quadrado e dois elevado ao cubo.

Professora E2C1: nem sempre vai dar o mesmo resultado né!

Professora E2C2: Muitas vezes os alunos tiram essa conclusão que ocorre o mesmo resultado.

Professora E2C1: Muitas vezes.

Aspectos da percepção: No diálogo entre as professoras percebe-se que a professora E2C1 ficou com dúvidas na questão. Ao final do questionário a mesma retomou a questão e conversaram novamente.

Professora E2C1: eu não respondi a terceira questão.

Professora E2C1: $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$. Sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$? Porquê?

Professora E2C1: nem sempre

Professora E2C2: eu coloquei que nem sempre ocorrerá e eu coloquei um exemplo

Professora E2C1: nove vezes vinte sete oitenta e um.

Professora E2C1: pode fazer vários exemplos.

Aspectos da percepção: Ao final a professora conclui e salientou que haveria mais contraexemplos que poderiam ser citados para justificar o porque desta generalização não ocorrer.

Fonte: Dados de pesquisa

4.1.1.7 Subcategoria 1.7: Os caminhos matemáticos na resolução de uma tarefa aberta.

Nesta categoria podemos inferir que em uma questão aberta pode ocorrer uma investigação com diferentes caminhos. Com a resolução do bloco 2 em relação a

tarefa 2 exploratória-investigativa vimos que em grupo a resolução da questão ganhou caminhos mais diferenciados do que a resolução individual.

Apresentaremos no Quadro 28 a resolução da tarefa 2 bloco 2 com os áudios transcritos.

Quadro 28: Resolução do grupo de professora da tarefa 2- bloco 2

Aspectos descritivos: Transcrição dos áudios

Utilize as grades para representar o que se pede e responda às questões, considerando o lado do quadrado A (quadrado escuro) igual a uma unidade:

- O que acontece com o perímetro e com a área do quadrado ao triplicarem-se as medidas dos lados do quadrado A?
- Duplicando-se a medida de cada lado do quadrado “A”, o que acontece com a área do quadrado?
- O que acontece com o perímetro e com a área do quadrado ao triplicarem-se as medidas dos lados do quadrado A?

Colaboradora E2C1: se fosse o perímetro e a área.

Colaboradora E2C2: Triplicar. Um vezes um vezes um vezes um

Pesquisadora: pede para triplicar todos os lados

Colaboradora E2C2: esse pede para triplicar, seria bom para triplicar com o material dourado

Colaboradora E2C2: se triplicarem as medidas dos lados. Se pegar aqui vai dar três, e aqui vai dar três. Então aqui vai ficar três vezes três. Esse aqui é a área. agora se fosse o perímetro ficava três mais três mais três mais três. Isso! Vai dar doze! Eu to certa ou to errada? Esse aqui só foi só a área!

Colaboradora E2C1: e esse aqui foi só o perímetro

Colaboradora E2C3: mas porque do outro lado só aumentou quatro? La na a.

Colaboradora E2C2: porque é ...

Colaboradora E2C1: Mas aí colaboradora E2C2 seria assim? Duplicando a medida seria 2

Colaboradora E2C2: duplicando..., mais eu estou quadruplicando

Colaboradora E2C3: a gente falou que tirando um azinho sobrava três daquele lá, tem uma linha de raciocínio para aumentar a área se eu duplicar ela quantos quadrados eu teria que aumentar mais?

Pesquisador: quantos quadrados você aumenta quando duplica a área?

Colaboradora E2C1: três

Pesquisadora: e quantos quadrados você aumenta quando triplica a área?

Colaboradora E2C2: uma mais dois mais... ficou sete quanto eu quadruplico

Colaboradora E2C2: eu dupliquei aqui ficou quatro, agora eu tripliquei eu só acrescentei mais um aqui e um aqui. Isso? Dai eu quadruplicuei eu acrescentei mais um também

Colaboradora E2C3: Ele vai fazendo um L. Se eu for seguir a sequência eu somaria cinco. Aqui já pede multiplicado por quatro, se fosse multiplicado por cinco seria assim. A gente usou uma sequência de figuras.

Colaboradora E2C2: O que acontece com a área e o perímetro ao triplicar os lados do quadrado a? o perímetro do primeiro é quatro desse aqui é três, seis, doze

Colaboradora E2C1: E a área?

Colaboradora E2C2: A área é três vezes três que dá nove. Vou ver se consigo entender. Vou fazer aqui de novo.

Colaboradora E2C1: O que acontece com a área e com o perímetro ao triplicar os lados?

Colaboradora E2C2: se eu multiplicar por quatro todos os lados do quadrado e se eu dividir pela metade que acontece com a área e o perímetro

Colaboradora E2C1: na verdade a área tá acontecendo a potenciação. Enquanto o perímetro duplicando, triplicando e quadruplicando a área está crescendo exponencialmente isso mostra o erro que aluno comete quando a gente coloca dois elevado a quarta ele faz dois vezes quatro. O que enxerguei que uma forma de mostrar para o aluno que não é a base vezes o expoente, você teria de multiplicar a mesma base quatro vezes que no caso é área do quadrado

Pesquisadora: agora ele pede para dividir ao meio

Colaboradora E2C3: pode cortar no meio então?

Colaboradora E2C2: volta no mesmo resultado

Colaboradora E2C1: aqui não peguei o meio eu peguei a quarta parte.

Colaboradora E2C2: volta a raiz quadrada

Colaboradora E2C1: o que o Colaboradora E2C2 falou tá certo. Aqui tem dezesseis quando eu corto a metade eu chego na raiz de dezesseis

Colaboradora E2C2: nós achamos as potências e os quadrados perfeitos no mesmo exercício dá pra trabalhar a raiz.

Colaboradora E2C1: Ao quadruplicarmos os lados do quadrado A o que acontece com a medida do perímetro e a área do novo quadrado? e que acontece se dividirmos ao meio?

Colaboradora E2C2: Será que é isso que tem que responder? Eu fiz assim o resultado de uma raiz quadrada. Podemos concluir que a raiz quadrada é operação inversa da potenciação.

Inferência da pesquisadora: olhando os dados nos parece que o Colaboradora E2C2: concluiu que a operação inversa pois ao aumentar os lados tem-se uma área como resultado de uma potenciação e ao dividir os lados tem-se o resultado de uma radiciação

Colaboradora E2C1: é aquilo que eu falei pra mostrar a parte sobre potências. Eu pensei no perímetro o perímetro então tá duplicando enquanto a área tá ocorrendo a potenciação. Quando vai aumentando os lados, a potenciação vai ocorrendo ali é difícil quando o exercício pede para escrever sobre, sou muito presa no pensamento.

Colaboradora E2C2: Essa aqui, dá para aplicar desde o sexto ano.

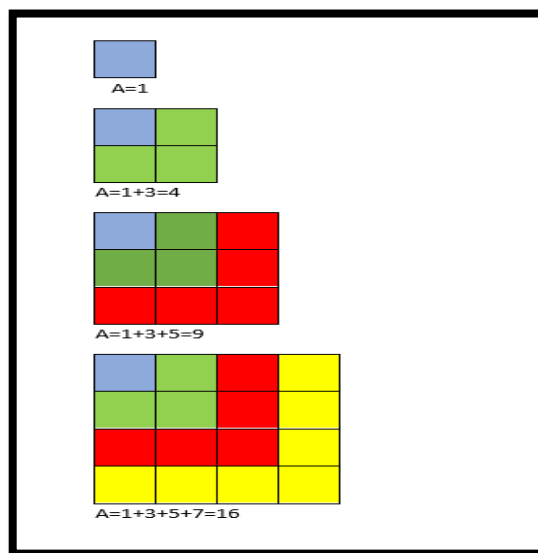
Colaboradora E2C1: Dá até para ensinar o conceito de área quadrada para eles. Na sua opinião essa atividade é introdutória ao conteúdo?

Colaboradora E2C1: eu uso mais...

Colaboradora E2C2: Esse conteúdo eu gosto de introduzir com o material dourado a gente apresenta primeira as potências, apresenta a área e apresentar o volume por meio da potência. Porque pela potência o aluno fica fácil de ver como calcula o volume.

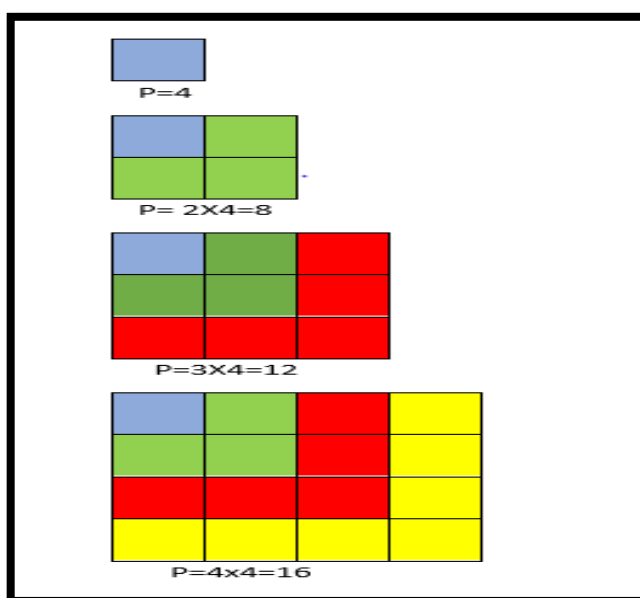
Colaboradora E2C2: Esse aqui eu introduzo com material dourado, por exemplo esse aqui eu tenho dois quadrados depois coloco mais quatro.

Aspecto da Percepção: As professoras seguiram a investigação e apresentaram uma solução matemática implícita para a questão do padrão de crescimento da área dos quadrados, foi quando a professora E2C3 refere-se “vai formando um L”. Segue o pensamento na figura 25.

Figura 23: Pensamento implícito - Tarefa 2 - bloco 2 - colaboradoras do segundo encontro

Fonte: Dados de Pesquisa

As professoras concluíram que a área cresce exponencialmente entendendo a área dos quadrados perfeitos. Concluíram, também, que o lado do quadrado também pode representar o resultado das raízes quadradas do valor da área. Em relação ao perímetro concluíram implicitamente que este tinha um crescimento linear.

Figura 24: Resolução - tarefa 2 - bloco 2 - colaboradoras do segundo encontro

Fonte: Dados de Pesquisa

Fonte: Dados de Pesquisa

No primeiro encontro a resolução da professora E1C1 apresentou outras relações matemáticas. Apresentamos no Quadro 29:

Quadro 29: Resolução– tarefa 2 – bloco 2 – colaboradora E1C1

Aspectos Descritivos: Apresentamos os aspectos descritivos desta resolução com os audios transcritos da resolução da tarefa 2 letras b) c) e d) da professora E1C1:

Professora E1C1: duplicando cada lado. Seis. Será que eu to confundindo.

Pesquisadora: não sei o que você quer dizer.

Professora E1C1: duplicando-se **a medida de cada lado do quadrado (ênfatisa isso)**. Ah tá ele é um quadrado eu vou trazer ele pra cá.

Pesquisadora: sim

Professora E1C1: está bom ele é um quadrado eu vou duplicar de cada lado.

Pesquisadora: aí você já duplicou. Agora você vai duplicar o que?

Professora E1C1: oito, oito mesmo. Já tinha dito de início.

Pesquisadora: você já desenhou e respondeu.

Professora E1C1: Se você não colocar no papel não vai né. A malha quadriculada é tão legal. Como isso foi utilizado na prova Brasil para os alunos, você viu a prova Brasil?

Pesquisadora: não cheguei a ver.

Professora E1C1: Duplicando-se a medida do quadrado A o que acontece com a área do quadrado.

Pesquisadora: A área seria tudo isso aqui.

Professora E1C1: a área seria base vezes altura dividido por 2. Não, não! Base vezes altura.

Pesquisadora: então esse aqui é uma unidade de área

Professora E1C1: então se eu fosse encontrar a área desse seria.

Pesquisadora: essa área aqui.

Professora E1C1: Já duplicada?

Pesquisadora: aqui seria uma unidade, ela duplicada o que aconteceu?

Professora E1C1: ela se tornou quatro unidades.

Professora E1C1: mas está duplicando cada lado do quadrado A. mas não tá pedindo a medida?

Pesquisadora A: não tem medida. Ele não tem medidas como metros, centímetros. Está pedindo unidades de área.

Professora E1C1: o que acontece com a medida do perímetro e da área ao triplicarem... duplicando ele vai para...espera lá... é o mesmo né?

Pesquisadora: sim

Professora E1C1:: foi pra quatro, cinco.

Pesquisadora: quiser desenhar na malha.

Professora E1C1: acho que vou desenhar. Um, o duplicado, agora eu vou triplicar, eu tripliquei.

Pesquisadora: você triplicou um lado?

Professora E1C1: um lado só?

Professora E1C1: espera lá eu dupliquei.

Pesquisadora: a tarefa pede para triplicar todos os lados.

Professora E1C1: Ah! todos os lados. Ah já vou. Aqui eu dupliquei. Duplica... ta.. Deixa eu ler de novo o que acontece com o perímetro, ah ta... é o perímetro. Doze. Eu tripliquei aqui não fala centímetro.

Pesquisadora: não é só unidade de medidas.

Professora E1C1: Deixa eu voltar atrás aqui. Aqui está pedindo para eu.

Pesquisadora: duplicar.

Professora E1C1: eu dupliquei.

Pesquisadora: e aqui nós vamos triplicar.

Professora E1C1: Mudei de ideia.... nove.

Pesquisadora: pode desenhar!

Professora E1C1: ah deixar eu lembrar no meu.

Professora E1C1: aqui não desenhei, posso desenhar.

Pesquisadora: Pode, pode desenhar.

Professora E1C1: o que acontece com a medidas do perímetro ao multiplicarmos por quatro as medidas dos lados do quadrado A. as medidas dos lados do quadrado A, o que acontece com a medidas do perímetro, primeiro eu tenho que encontrar o que acontece com perímetro depois a área. Quando multiplicarmos a medida do quadrado A e ao dividirmos pela metade a medida de seus lados, qual será a área desse novo quadrado. A medida sempre é 1.

Pesquisadora: é sempre 1 e assim você vai quadruplicar isso.

Professora E1C1: o que acontece com o perímetro ao multiplicarmos por quatro. Posso fazer aqui.

Pesquisadora: Pode sim.

Professora E1C1: vou multiplicar por quatro, umas vezes quatro.... primeiro eu faço o perímetro e depois a área.... o que acontece com o perímetro e com a área ao multiplicarmos por quatro as medidas dos lados do quadrado A.

Silêncio de 2 minutos

Professora E1C1: Posso ir para baixo ou para cima.

Pesquisadora: Pode sim, pode utilizar a malha inteira. (no entanto a resposta não foi satisfatória no momento ela estava falando do sentido ao duplicar)

Professora E1C1: posso utilizar a malha inteira?

Pesquisadora: pode

Professora E1C1: ah então ta bom!!

Professora E1C1: Essa aqui foi a área que eu encontrei.

Professora E1C1: Deixa eu entender primeiro. O que acontece com a área e o perímetro ao multiplicarmos por quatro as medidas do lado do quadrado, então o que eu fiz, eu peguei e multipliquei a área do quadrado A por quatro, pois, umas vezes quatro é quatro, o perímetro deu ..., bom eu já mudei de ideia. O perímetro deu oito.

Pesquisadora: achei interessante seu raciocínio.

Professora E1C1: Se eu multipliquei o perímetro por quatro a área eu multipliquei por quatro. A área vale 1 pegar essa área aqui e multipliquei por quatro, então a área... deixa eu buscar meu raciocínio de novo "o que acontece com o perímetro e com a área ao multiplicarmos por quatro". Primeiro ele quer que eu encontre o perímetro. Ele já estava multiplicado por quatro e área. Partindo do perímetro que eu vou buscar a área. A partir do perímetro eu fui buscar a área e encontrei o perímetro.

Pesquisadora: aqui você quadruplicou a área.

Pesquisadora: o seu raciocínio está certo.

Professora E1C1: meu raciocínio ta certo, quatro vezes quatro dezesseis, por isso eu fiz essa busca porque a área e o perímetro eu tinha confundido ali.

Pesquisadora: é que a área desse quadrado maior é 16 e desse aqui é 4.

Professora E1C1: desse aqui é quatro!

Professora E1C1: Primeiro eu procurei multiplicar a área do quadrado A por quatro e deu oito dai eu peguei essa área e multipliquei por quatro e encontrei a área ...

Silêncio

Professora E1C1: Posso fazer de qualquer lado não importando o lado? Posso ir para baixo ou para cima.

Pesquisadora: Pode.

Professora E1C1: Essa aqui foi a área que encontrei. Espera aí, deixa eu entender aqui. O que acontece com a área e o perímetro ao multiplicarmos por quatro as medidas do lado do quadrado. Então o que eu fiz eu peguei, eu multipliquei a área do quadrado A por quatro, multipliquei por 1 quatro vezes ao invés de um, quatro vezes um quatro. O perímetro deu, espera um pouquinho.... espera aí já mudei de ideia. O perímetro deu oito. A área eu multipliquei por quatro também. Eu peguei

essa área e multipliquei por quatro. Então a área. Bom deixa eu buscar meu raciocínio de novo, espera aí. O que acontece com o perímetro e com área ao multiplicarmos por quatro. O que eu fiz ele já estava multiplicado por quatro. E área a partir do momento, partindo do perímetro que eu vou buscar a área. Partindo do perímetro eu fui buscar a área. Quando eu encontrei o perímetro desta multiplicação, eu encontrei o perímetro de oito. Aí eu fui buscar a área. Quatro vezes quatro dezesseis, mas o perímetro eu tinha confundido ali.

Pesquisadora: A área do quadrado maior é 16 e deste menor é quatro.

Professora E1C1: Então eu peguei o perímetro depois procurei multiplicar a área do quadrado A por quatro, depois eu peguei essa área que eu encontrei multiplicada por quatro a área do quadrado maior. Do perímetro da área multiplicada 1 por quatro. Foi isso que eu fiz, eu multipliquei por quatro e daí eu busquei a área que eu multipliquei por quatro de novo. Que deu 16, a área deu 16. E o perímetro deu oito.

Pesquisadora: Ainda falta uma parte. Ao dividirmos pela metade a medida de seus lados...

Professora E1C1: É ainda falta uma parte. Ainda não terminei e ao dividirmos pela metade a medida de seus lados qual será a área do novo quadrado? ao dividirmos pela metade a medida... seria oito.

Pesquisadora: Então dividi no desenho.

Professora E1C1: Qual será a área oito de novo. Há disfarça! É porque a pergunta é essa, como a matemática é engraçada. Ao dividirmos a medida dos seus lados qual é a área desse novo quadrado? Um, dois, três, quatro, oito. Oito porque quatro vezes dois da oito.

Pesquisadora: A medida da área que você calculou é de um quadrado?

Professora E1C1: Não é um retângulo!

Pesquisadora: Se dividirmos ambos os lados do quadrado...

Professora E1C1: Dá um quadrado, não, são quatro quadrados. Quando eu divido ao meio dos quatro quadrados. Ao dividirmos pela metade os lados do quadrado. Qual será a área do novo quadrado? Não! Aqui ele dá o todo. Ele está pedindo de um quadrado, mas surgiu quatro quadrados de um só. Aqui ele pediu a medida de um quadrado, mas surgiu quatro quadrados. Fala a área desse novo ele se transformou em quatro então vou dar área só de um, a área seria quatro. Duas vezes dois é quatro. Com a minha primeira divisão eu não percebi que ela tinha dado um retângulo. Essa questão leva a pessoa ter um raciocínio mais profundo e lógico.

Aspectos da Percepção: A professora E1C1 fez uma relação que o quadrado da letra b) era o dobro do primeiro quadrado construído da letra d) da tarefa 2 do bloco 2. Quando foi terminar a questão da letra d) fez a divisão somente de um lado do quadrado e encontrou a figura de um retângulo. Isto lhe causou um estranhamento, porque na questão estava pedindo para calcular a área de um quadrado. Então dividiu todos os lados novamente e ao olhar a nova área apareceram quatro quadrados de área 4 e fez a relação que a área do quadrado da questão d) é o quatro vezes maior a área do quadrado da questão b) utilizou a duplicação para encontrar o quadrado pedido na letra b). O registro do pensamento matemático permite que a professora reformule suas considerações.

Fonte: Dados de Pesquisa

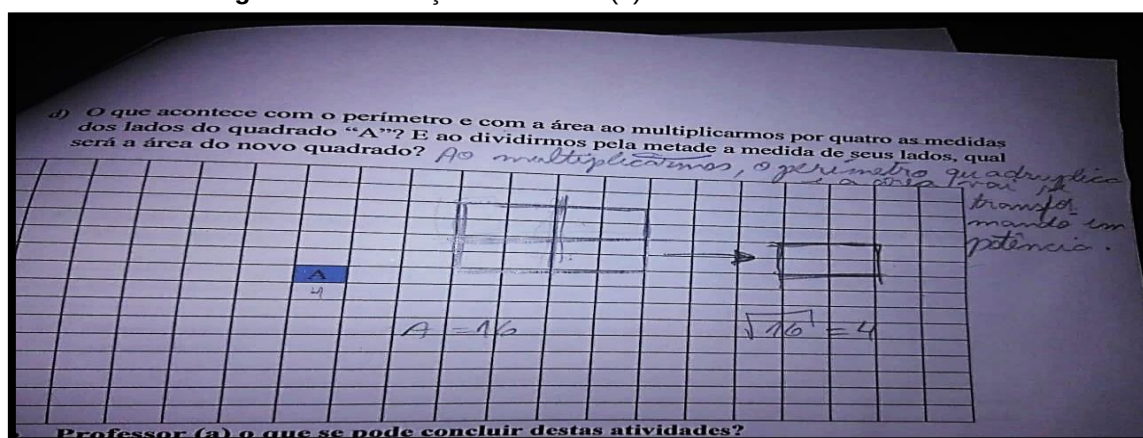
Podemos inferir que na Investigação Matemática existem diferentes caminhos.

Em alguns grupos a investigação pode ocorrer de modo a ter uma multiplicidade de ideias e em outros tornam-se relações simples dependendo do quão estão acostumados a fazer este tipo de exercício matemático.

Ponte, Brocado e Oliveira (2016) relatam que os alunos que não estão acostumados com a investigação devem começar com tarefas exploratório (abertas que possui um enunciado que permite fazer explorações matemáticas que não são muito abrangentes) para então irem para tarefas investigativas (tarefas abertas), e que o trabalho irá avançar dependendo do interesse, do envolvimento e conhecimento adquirido por eles.

Essa multiplicidade de ideias pode ser vista em todas as relações estabelecidas. Apresentamos a relação que as professoras do encontro 2 estabeleceram de que esses quadrados construídos nas letras a) b) c) e d) da tarefa 2 do bloco 2 referem-se aos quadrados perfeitos, no qual, os lados dos quadrados referiam-se ao resultado de uma raiz quadrada como apresentamos na Figura 27:

Figura 25: Resolução - tarefa 2 - (d) -bloco 2 - colaboradora E2C1



Fonte: Dados de Pesquisa

4.1.2 Grande Categoria 2: A Perspectiva de Investigação Matemática dos professores

Nesta categoria buscamos identificar o que os discursos das professoras permitem inferir sobre os aspectos organizacionais de uma sala de aula utilizando-se da metodologia da Investigação Matemática. Também se as professoras utilizariam ou não essas atividades e se escolheriam um exercício fechado ao invés de uma tarefa exploratório-investigativa.

Os PCN salientam que o aluno deve aprender a conviver em sociedade, ressaltando que este deve aprender a socializar e trabalhar em grupo. A Investigação Matemática considera tanto o trabalho individual como o trabalho em grupo, baseados nos aspectos formativos do indivíduo enquanto frequenta a Educação Básica. Os PCN e as DCE/PR têm como objetivo a garantia de que aluno receba um ensino que permita que ele seja capaz de trabalhar em grupo. Por esta razão perguntamos às professoras se realizariam este tipo de tarefa com seus alunos organizando-os em grupo.

Os PCN consideram que o aluno seja capaz de conjecturar e argumentar matematicamente sendo o objetivo da metodologia da Investigação Matemática que o aluno vivencie a atividade matemática e aprenda o aspecto de como se constrói um conhecimento matemático. As DCE/PR da disciplina de Matemática apontam a utilização da metodologia da Investigação Matemática e a consideram uma aliada no trabalho do professor.

Nesta categoria buscamos identificar o que emerge do discurso dos professores diante da luz dos documentos oficiais que regem a Educação do Paraná e a metodologia da Investigação Matemática.

4.1.2.1 Subcategoria 2.1 Sobre a organização das Tarefas

Os professores afirmam que organizariam os alunos em grupos pelo aspecto da linguagem, pois a linguagem de aluno para aluno permite que a comunicação se efetive e ambos se compreendam. Segundo as professoras a linguagem utilizada pelo professor não está próxima à linguagem do aluno, logo a comunicação seria facilitada, ou seja, muitas vezes os alunos não compreendem a linguagem que o professor utiliza em sala de aula. Isso pode ser observado no quadro 30:

Quadro 30: Discurso da colaboradora E1C1

Professora E1C1: *Sim porque eu acho a troca de ideias muito importantes. Eu usaria essa metodologia sim em sala de aula, porque reforça o que eu já falei, porque o aluno quando fala entre eles é mais fácil de entender. Estão em contato, essa questão da idade, eles tem liberdade para falar o que pensam, o que acham, fica mais interessante a compreensão para eles, fica mais fácil.*

Fonte: Dados de Pesquisa

Os professores em grupo também relataram sobre este aspecto da linguagem

ser a mesma e os alunos compreenderem a explicação de seus colegas.

Quadro 31: Discursos das colaboradoras do segundo encontro

Professora E2C2: *Você reuniria os alunos para fazer a tarefa em grupo? Sim! Porquê? Me explique? Pois eles tiram as dúvidas um dos outros.*

Professora E2C1: *Da muita bagunça.*

Pesquisadora: *vocês podem trocar ideias sobre.*

Professora E2C2: *Igual aqui, a gente tá em grupo e tá trocando ideias. A gente tá em dúvida e o outro já ajuda.*

Professora E2C1: *É que o colega as vezes consegue ensinar melhor que o professor.*

Professora E2C2: *Ele repassa de uma forma mais simples.*

Professora E2C1: *as vezes corrigijo as provas externas com eles, e os colegas trocam informação dizendo: Há! Essa eu fiz, e ensina pro colega. Depois o aluno vem dizer pra nós porque você não disse que era assim que fazia professora.*

Fonte: Dados de Pesquisa

Os professores têm a perspectiva que o trabalho em grupo seja uma forma dos alunos superarem suas dificuldades por meio da ajuda mútua, o que converge com Brasil (1998, p.58). O documento afirma que “Além da interação entre professor-aluno, a interação entre alunos desempenha papel fundamental no desenvolvimento das capacidades cognitivas [dos alunos], afetivas e de inserção social” (p.58, inserção nossa).

Segundo Brasil (1998) o trabalho em grupo favorece que o aluno adquira capacidades de:

[] perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso; saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro; discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias ideias; incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender (BRASIL, 1998, p.59)

O trabalho em equipe ressaltado no discurso das professoras convergem com as recomendações dos PCN e das DCE/PR que afirmam que:

Uma investigação é um problema em aberto e, por isso, as coisas acontecem de forma diferente do que na resolução de problemas e exercícios. O objeto a ser investigado não é explicitado pelo professor, porém o método de investigação deverá ser indicado através, por exemplo, de uma introdução oral, de maneira que o aluno compreenda o significado de investigar. Assim, uma mesma situação apresentada poderá ter objetos de investigação distintos por diferentes grupos de alunos. E mais, se os grupos partirem de pontos de investigação diferentes, com certeza obterão resultados também diferentes (PARANÁ, 2008, p.67).

Paraná (2008) propõe que o ensino de estatística seja por meio do processo investigativo e para Wodewotzki e Jacobini (2004, p. 233, *apud* PARANÁ, 2008, p.60) “É o estudante que busca, seleciona, faz conjecturas, analisa e interpreta as

informações para, em seguida, apresentá-las para o grupo, sua classe ou sua comunidade”.

Podemos compreender que Investigação Matemática pode ser realizada individualmente, mas que a socialização em grupo enriquece esse processo. As professoras afirmam que o trabalho em grupo é importante por causa da comunicação aluno-aluno ser efetiva. Elas argumentam que o aspecto da linguagem é essencial para que esta comunicação ocorra, ou seja, os alunos compreendem as explicações um dos outros por possuírem a mesma linguagem e não compreendem a fala do professor porque a linguagem do professor não é acessível aos alunos.

Da primeira indagação “se aplicariam ou não a atividades aos alunos”, surge a segunda categoria da nossa pesquisa a Grande Categoria 2.

4.1.2.2 Subcategoria 2.2 Aplicação das tarefas aos alunos segundo a composição curricular expressa pelas DCE/ PR

Os professores mencionam que aplicariam as tarefas que lhe foram apresentadas a todos os anos do Ensino Fundamental exceto alguns casos que são especificados aqui nesta categoria. E aplicariam estas tarefas para o ensino Médio como forma de revisão, pois compreendem que este conteúdo seja do ensino fundamental.

Apresentamos os aspectos descritivos que permitiram o surgimento desta categoria

Quadro 32:Discurso da colaboradora E1C1

Aspectos descritivos: Transcrição dos áudios da primeira entrevista individual.

Pesquisadora: Essa daqui é uma tarefa 1 do bloco 1. Nessa primeira pergunta você aplicaria a letra a).

Professora E1C1: sim aplicaria.

Pesquisadora: para que séries você aplicaria.

Professora E1C1: isso daqui já aplicaria a partir do sexto ano. Sexto, sétimo, oitavo. Sexto e sétimo essa primeira.

Pesquisadora: Porque você iria aplicar para o sexto e sétimo? Você acha assim...

Professora E1C1: Relevante....Relevante pelo fato de ser uma sequência lá do quinto ano. É que no quinto ano ele já vê essa potenciação na forma... o básico da potenciação. E aqui a gente já poderia recordar fazer o aluno lembrar para depois aprofundar.

Pesquisadora: Como você aplicaria para os alunos essa questão?

Professora E1C1: De que maneira eu iria aplicar?

Pesquisadora: expositiva, ou com algum material?

Professora E1C1: com algum material com o uso do...deixa eu pensar aqui. Eu já apresentava para ele os blocos lógicos, ele iria utilizar o material concreto. Porque ali desde o sexto ano eu já tenho visto as atividades que trabalham muito nas séries iniciais e no Ensino Fundamental, mas eu tenho visto que as atividades vem em forma de desenho com os blocos lógicos... com o material dourado perdão...já vem ilustrado para eles as tabelinhas para contar dezena, centena e unidade porque eles já tem o conhecimento do material dourado. Na potenciação seria ótimo trabalhar com o material dourado.

Pesquisadora: E a letra b) você aplicaria

Professora E1C1: A letra b)?

Pesquisadora: pra que ano?

Professora E1C1: aqui eu já ia aplicar a partir do oitavo ano, porque eu acho que esse ele implica assim... Bom e não é tão sétimo ano ali.

Pesquisadora: porque já tem os números inteiros?

Professora E1C1: Isso. A partir do sétimo e oitavo, para começar a puxar esse tipo de atividade.

Pesquisadora: Você aplicaria para o ensino Médio?

Professora E1C1: sim com certeza.

Pesquisadora: E a letra C)

Professora E1C1: a letra C também porque ele tem as mesmas características da letra B). Apesar de ter $\frac{1}{2}$ entre parênteses com expoente negativo. A meu ver as duas entrariam ali no oitavo ano. Oitavo ano mais assim. A letra d) também, eu aplicaria também.

Pesquisadora: para o oitavo e para o nono?

Professora E1C1: Oitavo e nono. Já a potência de base 10 eu aplicaria no sexto, porque a gente já entra no básico. Eu aplicaria como introdução do conhecimento de potência. Já esta questão do expoente negativo e com parênteses essas implicações aqui, eu já deixaria mais para o oitavo. Com a base 10 eu puxaria para o sexto e para o sétimo. Na hora que você apresenta a potenciação você apresenta, até pelo fato de você trabalhar com o material dourado.

Pesquisadora: apresentar o sistema decimal já esta na base 10.

Professora E1C1: A letra b) c) d) e a e) eu já deixaria mais para o oitavo e nono. A última eu deixaria para introduzir o conteúdo de potências. Você comentou a questão aqui agora ... me fugiu da mente... aquele que você multiplica por ... aqui multiplica e aqui desce....

Pesquisadora: Ah!! Fração...

Professora E1C1: não, não nos números inteiros. Você multiplica por cem as medidas. Por exemplo você irá falar quilômetro, hectômetro, ...

Pesquisadora: Você já vai multiplicando pela tabela.

Professora E1C1: por cima você vai multiplicando e por baixo você vai dividindo. Você pode trabalhar a potência.

Pesquisadora: as medidas na base 10... isso é interessante.

Professora E1C1: a letra a) e a e) eu aplicaria no sexto ano porque são mais fáceis de compreensão pelos alunos.

Pesquisadora: Analisando uma por uma qual seria as possíveis dúvidas dos alunos nessas questões?

Professora E1C1: as possíveis dúvidas....

Pesquisadora: por exemplo na letra a) quais as possíveis dúvidas. Dos alunos?

Professora E1C1: para o sexto ano ou sétimo ano?

Pesquisadora: Para a turma que você classificou?

Professora E1C1: o que eu acharia, é que eles sempre fazem confusão com expoente que eles acham que ele tem que somar. Como dois elevado a quatro eles somam dois mais dois mais dois mais dois. Eles acham que tem que somar não acham que tem que multiplicar. Ele tem muita dificuldade porque não entende

esse processo. O resultado do produto é multiplicado novamente, por exemplo, eles não entendem que o dois vezes dois quatro o resultado do produto vezes dois oito, oito vezes 2 de 16 eles somam dois mais dois quatro vezes.

Pesquisadora: e a questão b)

Professora E1C1: na questão b) ele tem mais dificuldades porque uma ela já está em forma de fração, e entre parêntesis e depois ela tem um expoente negativo. Isto se torna assustador para eles. Quando eles observam que está dentro de um parêntesis, fração e expoente negativo são três itens assustador. Isto precisa ser muito bem explicado para eles passo a passo. O porque a fração, o porque dos parêntesis e o que significa esse expoente negativo. Acho que são três coisas para gente trabalhar separadamente por partes. Com essa explicação definindo para ele o porquê.

Pesquisadora: Trabalhar primeira potenciação com fração.

Professora E1C1: trabalhar passo a passo. Porque as vezes eles acham que vão dar um exercício enorme, eles olham assim. Dai de repente não é nada é muito simples.

Aspecto da Percepção: As professoras compreendem que não podem trabalhar com o conjunto dos números inteiros com o sexto ano, falam que são imaturos para aprendizagem deste conjunto numérico. Isto vai ao encontro com a sequência curricular das DCE/ PR para estruturação curricular pedida por este documento para o 6º ano. Como pode ser observado na Figura 27 abaixo:

Figura 26:Quadro de Conteúdos das Diretrizes Curriculares da Educação do Paraná

SÉRIE/ ANO	CONTEÚDOS ESTRUTURANTES	CONTEÚDOS BÁSICOS	AValiação
5ª SÉRIE/ 6º ANO	NÚMEROS E ÁLGEBRA	- Sistemas de numeração; - Números Naturais; - Múltiplos e divisores; - Potenciação e radiciação; - Números fracionários; - Números decimais.	- Conheça os diferentes sistemas de numeração; - Identifique o conjunto dos naturais, comparando e reconhecendo seus elementos; - Realize operações com números naturais; - Expresse matematicamente, oral ou por escrito, situações-problema que envolvam (as) operações com números naturais; - Estabeleça relação de igualdade e transformação entre: fração e número decimal; fração e número misto; - Reconheça o MMC e MDC entre dois ou mais números naturais; - Reconheça as potências como multiplicação de mesmo fator e a radiciação como sua operação inversa; - Relacione as potências e as raízes quadradas e cúbicas com padrões numéricos e geométricos.
	GRANDEZAS E MEDIDAS	- Medidas de comprimento; - Medidas de massa; - Medidas de área; - Medidas de volume; - Medidas de tempo; - Medidas de ângulos; - Sistema monetário.	- Identifique o metro como unidade-padrão de medida de comprimento; - Reconheça e compreenda os diversos sistemas de medidas; - Opere com múltiplos e submúltiplos do quilograma; - Calcule o perímetro usando unidades de medida padronizadas; - Compreenda e utilize o metro cúbico como padrão de medida de volume; - Realize transformações de unidades de medida de tempo envolvendo seus múltiplos e submúltiplos; - Reconheça e classifique ângulos (retos, agudos e obtusos); - Relacione a evolução do Sistema Monetário Brasileiro com os demais sistemas mundiais; - Calcule a área de uma superfície usando unidades de medida de superfície padronizada;
	GEOMETRIAS	- Geometria Plana; - Geometria Espacial.	- Reconheça e represente ponto, reta, plano, semi-reta e segmento de reta; - Conceitue e classifique polígonos; - Identifique corpos redondos; - Identifique e relacione os elementos geométricos que envolvem o cálculo de área e perímetro de diferentes figuras planas; - Diferencie círculo e circunferência, identificando seus elementos; - Reconheça os sólidos geométricos em sua forma planificada e seus elementos.

Fonte: Diretrizes Curriculares da Educação do Paraná/ disciplina Matemática (Paraná, p.77)

Fonte: Dados de Pesquisa

As professoras inferem que a aplicação das tarefas deve ser pensada pelo conteúdo que está adequado a idade do aluno. Este pensamento está alinhado com a forma como os conteúdos estão elencados nas DCE/ PR.

Apresentamos os dados descritivos no Quadro 33:

Quadro 33: Discurso da colaboradora E1C1

Entrevista Sobre a Tarefa 2 – Bloco 2 – Tarefa Aberta

Aspectos Descritivos: Perguntamos a professora E1C1 sobre se aplicaria ou não a tarefa 2 do bloco 2 a professora expressou o seguinte:

Pesquisadora: *Então sobre a tarefa 2, para que ano você aplicaria ou não aplicaria nenhuma?*

Professora E1C1: *Eu aplicaria sim! Sétimo, oitavo ano já dá para trabalhar, mas acho que desde o sexto ano, que eles conseguem trabalhar já com a Malha quadriculada e com área e perímetro. Isto já ajuda muito facilita a compreensão deles aplicaria sim!*

....

Apectos Descritivos: Quando perguntamos à professora E1C1 se modificaria o enunciado ela enunciou o seguinte discurso:

Professora E1C1: *Modificaría sim. Eu estabelecia uma unidade colocaria aumentando uma unidade ou duas unidades de cada lado do quadrado. Para um aluno do sexto, sétimo e oitavo ano a pergunta deveria ser mais assim, lá no oitavo ano já dá para ter um enunciado mais elaborado lá no oitavo e nono. Esta questão serve para o sexto ano, mas com um enunciado mais simplificado.*

Aspectos da Percepção: Quando perguntamos à professora E1C1 se modificaria o enunciado ela pensou na maturidade do sexto ano para lidar com questões matemáticas e na estruturação dos conteúdos ano a ano.

Fonte: Dados de Pesquisa

Ao indagarmos às professoras em que ordem apresentariam as tarefas inferimos que as professoras aplicariam primeiramente tarefas exploratório-investigativas que estão sobre o conjunto dos números naturais – Potências de Base e expoente naturais. Depois aplicariam as tarefas exploratório-investigativas relacionadas com o conjunto dos números inteiros e racionais. Como pode ser observado no quadro 34.

Quadro 34: A ordem das tarefas – bloco 1

	sujeitos			
Ordem	E1C1	E2C1	E1C2	E1C3
1º	2^4	2^4 10^3 (10) ⁷ é maior ou menor que (10) ⁶ ?	2^4	2^4 10^3 (10) ⁷ é maior ou menor que (10) ⁶ ?
2º	O que se pode concluir quando as potências tiverem base 1?	O que se pode concluir quando as potências tiverem base 1?	10^3	O que se pode concluir quando as potências tiverem base 1?

		$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$		Se $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$. Então sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$? Porquê?
3°	10^3 $(10)^7$ é maior ou menor que $(10)^6$?	$\left(\frac{1}{5}\right)^3$ $(-4)^3$ $(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(045)^7$?	$(10)^7$ é maior ou menor que $(10)^6$?	$(-4)^3$ $(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(045)^7$?
4°	Sabendo que $(3)^6 = 729$. Calcule $(3)^7$, $(3)^8$, $(3)^9$. Explique como calculou?	Se $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$. Então sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$? Porquê? Sabendo que $(3)^6 = 729$. Calcule $(3)^7$, $(3)^8$, $(3)^9$. Explique como calculou?	O que se pode concluir quando as potências tiverem base 1?	$\left(\frac{1}{5}\right)^3$
5°	$(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(045)^7$?		$(0,45)^9$ é maior ou menor do que $(045)^7$?	2^{-3}
6°	$(-4)^3$		Se $(4)^2 = 16$ $(2)^4 = 16$. Então sempre será verdade que $(a)^n = (n)^a$? Porquê?	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$
7°	2^{-3}		$(-4)^3$	
8°	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$		$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$	

Fonte: Dados de Pesquisa

As professoras trabalhariam com as tarefas investigativas envolvendo os números naturais intercalando com os exercícios fechados. Depois trabalhariam com o conjunto dos números inteiros e racionais o que vai ao encontro da sistematização dos conteúdos das Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008).

As DCE/PR apresentam os conteúdos estruturantes que segundo Paraná:

[] [os] conteúdos estruturantes [são] os conhecimentos de grande amplitude, conceitos, teorias ou práticas, que identificam e organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, considerados fundamentais para a compreensão de seu objeto de estudo/ensino. Esses conteúdos são selecionados a partir de uma análise histórica da ciência de referência (quando for o caso) e da disciplina escolar, sendo trazidos para a escola para serem socializados, apropriados pelos alunos, por meio das metodologias críticas de ensino-aprendizagem (PARANÁ, 2008, inserção nossa, p.25)

As DCE/PR dissertam que a partir dos conteúdos estruturantes se organizam os básicos a serem trabalho por série e são:

[] compostos tanto pelos assuntos mais estáveis e permanentes da disciplina quanto pelos que se apresentam em função do movimento histórico e das atuais relações sociais. Esses conteúdos, articulados entre si e fundamentados nas respectivas orientações teórico-metodológicas, farão parte da proposta pedagógica curricular das escolas (PARANÁ, 2008, p.26).

Segundo as DCE/PR o plano de trabalho docente é vinculado às necessidades dos alunos e à estruturação dos conteúdos específicos trabalhados em bimestre ou trimestres (PARANÁ, 2008, p.26)

Segundo as DCE/PR espera-se que no Ensino Fundamental II o aluno compreenda:

[] [a] sistema de numeração decimal e o conceito de notação científica; os conceitos da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de números pertencentes aos conjuntos dos naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais e suas propriedades; o conceito de razão e proporção, regra de três, porcentagem, frações e dos números decimais e as suas operações (Paraná, 2008, inserção nossa, p.51).

Nas DCE/PR os conteúdos básicos indicados para o sexto ano são indicados na p. 77 e o conjunto numérico dos números Inteiros e Racionais para sétimo ano (p.78). Diante disso inferimos que as professoras utilizaram este conhecimento de seu planejamento do trabalho docente para apresentar a ordem das tarefas referentes a potenciação. E quando questionadas sobre a tarefa de área e perímetro concluíram que estas poderiam ser aplicadas desde o sexto ano levando em conta o indicado pela DCE/PR (p.77) que o conteúdo básico sobre medidas de área e medidas de comprimento sejam trabalhadas desde o sexto ano.

4.1.2.3 Subcategoria 2.3 Sobre o modo e o tipo de utilização das tarefas pelos professores

Durante a entrevista e a aplicação das tarefas questionamos as professoras se apresentariam este conteúdo desta forma. Responderam que não aplicariam da maneira como estava exposto no instrumento que lhes foi aplicado. Porque para apresentar um conteúdo seria necessário fazê-lo de uma forma lógica, apresentando uma sequência de crescimento nos conteúdos adquiridos.

Inferimos dos dados que as professoras apresentariam o conteúdo de Potências do bloco 1 com problemas contextualizados e relacionados ao cotidiano dos alunos. Apresentariam esse conteúdo de modo expositivo e depois utilizariam as tarefas exploratório-investigativas.

Podemos inferir que os professores utilizariam estas tarefas com alunos que já tivessem adquirido o conceito de potências e das formas de resolução.

Quadro 35: Discurso da colaboradora E2C2

Aspectos Descritivos: Perguntamos a professora E2C2 quais seriam as possíveis dúvidas dos alunos na tarefa 2 do bloco 2. A professora expressou que os alunos possuem dificuldades para diferenciar as medidas de área e perímetro. Então apresenta em seu discurso como procederia diante das possíveis dúvidas

***Professora E2C2:** apresentaria exemplos como exemplo as lajotas quadradas do chão da escola, faria os alunos contarem quantas lajotas tem a sala de aula entendendo que a lajota é a superfície. Para a explicação do perímetro utilizaria o espaço físico da escola como o contorno da quadra de esporte. A maior dificuldade dos alunos é a distinção entre área e perímetro. Recortaria quadrados que se preenche a superfície da mesa do professor e pediria para os alunos calcularem a área de sua mesa.*

Percepção da Pesquisadora: As professoras apresentariam exemplos que sejam de fácil acesso utilizando-se do ambiente em que os alunos estão inseridos.

Fonte: Dados de Pesquisa

4.1.2.4 Subcategoria 2.4 Dificuldades dos professores frente as diferentes soluções para um mesmo problema

Ao perguntarmos para as professoras o que fariam se os alunos apresentassem diferentes soluções para as tarefas exploratório-investigativas as professoras expressaram que existiriam duas soluções uma solução correta ou uma solução errada.

Quando explicamos que seriam caminhos matemáticos diferentes para a chegada a uma solução correta, as professoras trouxeram um aspecto formativo para validação da resposta do aluno.

A professora E2C2 argumentou que validaria a resposta do aluno se este explicitasse no quadro para ela os caminhos que fez para chegar a determinada solução. Este aspecto trata-se de uma formalização do pensamento matemático e uma forma de validação. Isto também ocorre no campo científico da Matemática que uma solução é dita logicamente aceita se os pares científicos compreendem que está como válida. A professora E2C2 salientou que faria seu aluno explicitar a resposta a ela para que pudesse compreender como foi realizado. Isso pode ser observado no

diálogo transcrito no Quadro 36:

Quadro 36: Discurso das professoras do Segundo Encontro

Professora E2C2: *Diante das dúvidas dos alunos como você procederia? Através de material concreto e trabalhar com concreto e muito exercício.*

Professora E2C2: *Como você agiria com diferentes resoluções? Diante desses problemas acredito que não apareceria diferentes resoluções. Professora E2C1: Iria aparecer diferentes resoluções?*

Professora E2C1: *Não sei.*

Professora E2C2: *Se aparecesse diferentes resoluções eu pediria para os alunos explicarem como chegaram aquele resultado*

Fonte: Dados de Pesquisa

No entanto, esse aspecto formalizador se apresenta vinculado à validação do conhecimento pelo professor, mas como avaliação do aluno pelo professor e não na formação científica do conhecimento matemático. Diante deste contexto indagamos se o ensino pode ser isento da validação do professor.

Como Ponte, Brocado e Oliveria (2016) salientam que há espaço para as diferentes formas de tarefas como os exercícios, problemas e investigações. Sempre haverá momentos em que será necessário o professor validar a resposta do aluno, mas que esta seja realizada de uma forma que leve o aluno a formalizar o seu pensamento lógico e não seja realizada de forma abrupta impedindo que o aluno pense sobre as questões matemáticas.

4.1.2.5 Categoria 2.5 Capacidade de diferenciar tarefas fechadas de tarefas abertas exploratório-investigativa pelos professores

Inferimos que as professoras fazem diferenciação entre uma tarefa aberta e uma tarefa fechada. A professora E1C1 infere sobre a preferência de trabalhar com tarefas fechadas. A Professora E1C1 durante a resolução das tarefas dos blocos 1 e 2 menciona que “[] nós professores gostamos deste tipo de tarefa calcule, porque é mais direto”.

O grupo de professoras salienta que existe uma diferenciação entre as tarefas:

Quadro 37: Discurso das professoras do segundo encontro

Professora E2C1: *Por que eu apresentaria e aplicaria? Por ser uma forma diferente de apresentar o mesmo conteúdo.*

Professora E2C3: *A tarefa um (BLOCO2) parece diferente da tarefa dois (BLOCO2).*

Pesquisadora: *achei interessante o que você falou. Qual a diferença da tarefa um para dois?*

Professora E2C1: *Aqui ele só faz cálculo e conclui. E aqui, ele vai trabalhar para compreender o que acontece ali com aqueles números.*

Fonte: Dados de Pesquisa

A professora E1C1 relata que a atividade exploratório-investigativa do bloco 2 é colocada como se fosse um desafio a ser vencido pelo aluno. Isto é constatado em sua resposta às perguntas do final da resolução do bloco 2. Apresentamos os áudios transcritos da Professora E1C1:

Quadro 38: Discurso da professora E1C1

Professora E1C1: *Professor o que pode se concluir destas atividades? (a professora E1C1 lê a questão e responde) Essas atividades ela exige raciocínio, além do raciocínio ela exige um trabalho de ordem visual, se o aluno não tiver atento, visionário ali para ele perceber que olha a figura do quadrado colorido nessa malha quadriculada. Ela (a tarefa 2 do bloco 2) tá falando que ela tem uma unidade e pede para duplicar, triplicar e depois...(silêncio) O Um que tem o um e o dois foi tranquilo (refere-se a tarefa 1 do bloco 2). O Dois (refere-se a tarefa 2 do Bloco 2) exige isso aqui se ele não tiver muita atenção muito focado ele não consegue perceber. Eu achei importante por ela ter um desafio, que além de você saber o cálculo, a fórmula, ela tem um desafio por trás que exige de você um pouco mais. Isso leva o aluno na sala de aula a ter esse exercício como um desafio que tá tendo para ele, que ele tem que provar que vai chegar a um entendimento maior através da tarefa, está medindo sua inteligência, a sua capacidade.*

Fonte: Dados de Pesquisa

As duas categorias maiores criadas *a priori* e as suas respectivas subcategorias que emergiram da análise dos discursos relativos às resoluções das questões pelas professoras e, também, dos discursos da entrevista individual realizada podem ser visualizadas no Quadro 39.

Quadro 39: Categorias e subcategorias orundas das análises

GRANDE CATEGORIA 1	ASPECTOS DA RESOLUÇÃO DAS TARFEFAS DOS DOIS BLOCOS MATEMÁTICAS Á LUZ DA INESTIGAÇÃO MATEMÁTICA
Subcategoria 1.1	Resolução da questão pelo professor da mesma forma que ensinam seus alunos
Subcategoria 1.2	Diferentes formas de superação das dificuldades na realização de tarefas.
Subcategoria 1.3	Resolução de tarefas exploratório-investigativas abertas e fechadas
Subcategoria 1.4	Estranhamento frente aos registros das ideias
Subcategoria 1.5	Formulação de hipóteses e testes
Subcategoria 1.6	O Contraexemplo como justificativa argumentativa.
Subcategoria 1.7	Os caminhos matemáticos na resolução de uma tarefa aberta.
GRANDE CATEGORIA 2	A PERSPECTIVA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA DOS PROFESSORES
Categoria 2.1	Sobre a organização da tarefa

Categoria 2.2	Aplicação das tarefas aos alunos segundo a composição curricular expressa pelas DCE/ PR
Categoria 2.3	Sobre o modo e o tipo de utilização das tarefas pelos professores
Categoria 2.4	Dificuldades dos professores frente a diferentes soluções para um mesmo problema.
Categoria 2.5	Capacidade de diferenciar tarefas fechadas de tarefas aberta exploratório-investigativa pelos professores

Fonte: Dados da pesquisa

Essas subcategorias são retomadas, para relacionar as estratégias de resolução das tarefas propostas no instrumento de coleta de dados em virtude do formato das questões (exploratório investigativas e das questões fechadas) com procedimentos próprios da Investigação Matemática. Também para explicitar o que emerge dos discursos das professoras em relação às tarefas do tipo exploratório-investigativa confrontando com os procedimentos hegemônicos que ainda caracterizam as aulas de Matemática por causa das tarefas que são propostas pelos professores e que se encontram nos livros didáticos.

Os documentos oficiais sobre a metodologia da Investigação Matemática e os subsídios teóricos relacionados à Investigação Matemática dão suporte às análises que são apresentadas no próximo item.

4.3 Resultados encontrados

É com a frase do pensador Joshep Joubert “Ensinar é aprender duas vezes” que começamos a argumentar sobre a primeira subcategoria da Grande Categoria 1 considerando aspectos teóricos da Metodologia da Investigação Matemática e os Documentos Oficiais que regem a Educação Paranaense. Nesta primeira subcategoria as professoras expressaram, mediante a resolução das tarefas exploratório-investigativas e posteriormente nas entrevistas individuais, que resolvem uma questão pensando na forma que iriam ensinar em sala de aula, ou seja, reproduzem em seu discurso a linguagem que utilizariam com seus alunos. Pelos aspectos da percepção está implícita a preocupação de “repassar o conteúdo”

da forma mais clara possível aos estudantes, o que implicaria em expor, de maneira tradicional, ou seja, oralmente, na sequência definição, exemplos e exercícios.

Esta categoria nos mostra que o professor possui uma intencionalidade³⁴ pedagógica ao ensinar, porque busca em seu discurso a melhor maneira de fazê-lo. Esta intencionalidade vai tomando forma de atitudes didáticas em sala de aula que são estabelecidas na sua concepção de “professor(a)” perante os desafios enfrentados.

Podemos inferir que no ato de ensinar existe uma intencionalidade do professor em buscar pela melhor maneira de repassar o conhecimento Matemático e esta intencionalidade está associada à prática de ser professor. Inferimos que a intencionalidade sem direcionamento teórico faz com que as ações sejam individuais e não pensados pelo um coletivo.

Assim para que os professores não se percam em suas práticas, isolados e sem o apoio, é necessário uma formação que se volte aos professores que estão atuando na Educação Básica, porque que já tiveram uma formação teórica e estão em constante transformação por meio de sua prática. Mas essa formação deve ser pensada de uma forma que não seja distanciada da realidade vivenciada por estes professores nas escolas. Uma formação que ouça os aspectos dos desafios enfrentados pelos professores e que traga conhecimentos que possam ser implementados efetivamente nas aulas de Matemática.

Segundo Kluber (2012) a formação dos professores que precisa

[]superar um modelo epistemológico atemporal e acultural que condiciona o fazer docente, na perspectiva de superar uma visão estritamente intelectualizada e sem dinâmica do ponto de vista das ações que os professores têm para com os seus alunos e o que aqueles esperam destes. Em outras palavras, significa entender que o sujeito que está em sala de aula não é apenas um sujeito epistêmico, no qual permanecem apenas os invariantes de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo [] (KLÜBER, 2012, p.81).

Os professores ao resolverem as tarefas fechadas procedimento que não vai ao encontro com a investigação matemática que visa que o professor seja o mediador entre o aluno e o conhecimento matemático, que busque incentivar os seus alunos a argumentarem matematicamente sobre as questões impostas e não dando respostas prontas. Conforme Ponte, Brocado e Oliveira (2016) o papel do professor em uma aula investigativa está em desfiar os seus alunos, acompanhar o seu progresso e estar

³⁴ Intencionalidade no sentido de característica do que é intencional; intenção, deliberação, propósito

atento a como os alunos encaram o trabalho.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) os currículos de diferentes países como Inglaterra, Portugal, Estados Unidos, França e Brasil apontam para a importância das atividades de investigação nas aulas de Matemática e enfatizam que essa aula é o lugar por excelência em que ocorrem o tateamento de dados de informação, a generalização, conjecturas e argumentação. No Brasil, de forma mais explícita, os Parâmetros Curriculares Nacionais que regem a educação do Ensino Fundamental II fazem menção ao “espírito investigativo”, à capacidade de “resolver problemas” e argumentar sobre suas conjecturas.

Essa convergência entre as diferentes propostas curriculares no que se refere à perspectiva investigativa é reforçada pelos pesquisadores portugueses:

Verificamos, assim, forte presença da perspectiva investigativa nos currículos de Matemática e nos documentos programáticos de diversos países. Tal perspectiva está presente, em certos casos de modo mais explícito e em outros de modo, mais difuso. Um caso bem explícito é do programa francês, quando sublinha a importância de habituar os alunos à atividade científica, com referência clara ao processo de descoberta. O currículo inglês, muito sóbrio nas suas grandes orientações, não deixa de incluir aspectos diretamente relacionados com trabalho investigativo[...] Os programas portugueses do ensino básico são poucos explícitos relativamente a esse tipo de trabalho, mas, em contrapartida, os programas do ensino secundário sublinham claramente a sua importância. Finalmente, os Parâmetros Curriculares Brasileiros são muito claros quanto ao papel-chave que atribuem a esse tipo de atividade, tanto nos objetivos gerais como nas orientações específicas respeitantes aos diversos conteúdos (PONTE, BROCAO E OLIVEIRA, 2016, p.136)

Compreendemos que a formação no Brasil precisa haver convergência entre a prática profissional dos professores, a formação inicial dos professores e os documentos que regem a formação Básica para qual grau de ensino que os professores serão formados a dar aulas. Entendemos que raramente as diferentes tendências teóricas e metodológicas para o ensino da Matemática como a: Investigação Matemática, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a História da Matemática, a Resolução de Problemas, dentre outras estão contempladas nas grades curriculares dos cursos de Licenciatura como disciplina implementadas que visam o estudo e a prática das mesma no ambiente acadêmico e da Educação Básica

Dito de outra forma, os documentos recomendam essas tendências metodológicas, mas a formação dos professores de Matemática ainda está muito centrada no estudo de conteúdos que, na maioria das vezes, não serão objeto de ensino pelo professor, ou seja, ainda é grande a aproximação de conteúdos entre os cursos de Licenciatura e de Bacharelado em Matemática, em detrimento dos

conteúdos didático-pedagógicos que poderiam preparar o professor para o ensino da Matemática.

Isto não significa não ensinar aos futuros professores a Matemática dos bacharéis, no entanto, os cursos precisam pensar na prática docente que este profissional irá desenvolver, pois ensinar Matemática nas escolas hoje está além do saber matemático.

Segundo Giraldo (2018)

Há mais um século, o matemático alemão Felix Klein denunciava [] uma alienação entre a formação universitária de professores de matemática e a prática de sala de aula da escola básica. O autor identifica essa ruptura como uma dupla descontinuidade: por um lado, quando os estudantes ingressam nos cursos universitários de formação de professores, poucas relações são estabelecidas entre a matemática com que passam a ter contato e aquela anteriormente aprendida por eles como alunos da escola básica; e por outro lado, quando concluem esses cursos e iniciam a vida profissional, poucas relações são estabelecidas entre a matemática aprendida durante a graduação e aquela que passa a ser demandada pela prática de sala de aula da escola básica. Assim, é como se, ao ingressar na universidade, o futuro professor devesse "esquecer" toda a matemática que aprendeu até então na escola básica; e ao terminar a graduação, o professor devesse novamente "esquecer" toda a matemática ali aprendida para se iniciar na carreira docente. Em consequência, o curso universitário pode ter um efeito essencialmente inócuo na formação do professor. (GIRALDO, 2018, p.37).

É preciso formar um professor com uma estrutura teórica-matemática e teórica didático-metodológica aliada à prática da profissão. Segundo Ponte Brocado e Oliveira (2016) entre os papéis do professor que utilizam a metodologia da Investigação Matemática em sala de aula está o de desafiar seus alunos, o de avaliar seu progresso para raciocinar matematicamente e o de apoiar o seu trabalho o trabalho. Então quando o professor adentra a sala de aula este possui a intencionalidade em cada atitude tomada em sala de aula.

De de acordo com Sadovsky (2010)

Diante da resolução de um problema matemático, muitas vezes fica evidente que sua abordagem requer muito mais conhecimentos do que se pode reconhecer como pertencentes ao campo teórico no qual ele se insere. Esses conhecimentos, em geral implícitos, regulam o trabalho matemático como se de algum modo "dilatasse" o que é permitido fazer (e o que não é), o que convém fazer (e que não convém), a maneira de interpretar certos resultados. Muitos desses conhecimentos o sistema de *normas matemáticas*, que alguém elaborou como produto de sua prática, algumas dessas normas podem ser conscientes, mas muitas não são e aparecem de repente, a propósito de uma questão que se está resolvendo, de maneira a condicionar as estratégias utilizadas (SADOVSKY, *grifo do autor*, 2010, p.35).

Em relação à Grande Categoria 1 e à subcategoria 1.1 fica evidente que os professores expressaram que ensinam os alunos de modo expositivo e que os

procedimentos de resolução nas tarefas fechadas pelos professores não se aliam à metodologia da Investigação Matemática. As estratégias adotadas pelos professores nas resoluções das tarefas fechadas não favorecem as estratégias específicas das questões investigativas segundo Tudella *et al* (1999, p. 4) “[] o professor deve evitar emitir opiniões muito concretas. Se confirma ideias e soluções, se mostra a intenção de se chegar a determinadas conclusões ou mostra saber o que vai acontecer, então, para o aluno, “o saber” continua centrado no professor []”.

Por isto a importância dos enunciados abertos para que incentivem a discussão porque, de acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016, p.26) na fase do *arranque* da aula com Investigação Matemática “[] o aluno não está perante uma questão bem delimitada a que tem de dar uma resposta, fazendo mais ou menos cálculos, mas tem de ele próprio, de formular as suas questões com na situação que lhe é apresentada (p.26).

Diante das resoluções das professoras pudemos inferir que alguns enunciados abertos promoveram a atividade matemática frente às tarefas exploratório-investigativas, pois segundo os autores “[] a interpretação da tarefa deve ser, ela própria, um dos objetivos dessas aulas [com Investigação Matemática] [] deve esperar-se que o aluno realize autonomamente ou com os seus colegas.” (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, inserção nossa, p.28).

No entanto devemos ressaltar que as orientações das DCN/PR nem sempre chegam aos professores para contribuir para uma mudança do ensino e para a alteração de sua prática. Esse fato interfere nas escolhas dos professores e nas suas tomadas de decisão conforme destacado nos PCN (BRASIL, 1998).

As DCE/PR enfatizam a necessidade do aluno superar a visão de que o conhecimento matemático está totalmente descoberto, pronto e acabado. Esse aluno deve ser levado a estabelecer relações. Um ensino que ainda se centre no método expositivo com a utilização de exercícios fechados não pode ser predominante, pois de acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016) os exercícios fechados possuem seu lugar no ensino, mas o ensino da matemática não precisa somente utilizar-se destes recursos precisa ser formado por diferentes tipos de tarefas para estas complementem o ensino de matemática.

No entanto, antes de dissertarmos sobre estas categorias vamos apresentar os resultados da subcategoria 1.2, 1.3, e 1.4.

Na subcategoria 1.2 da Grande Categoria 1 observamos que mediante a

resolução de tarefas matemáticas ocorrerão dificuldades e que para superá-las são utilizadas diferentes estratégias. Comparando os ambientes em que a resolução das tarefas matemáticas ocorreu (individualmente e em grupo) podemos inferir que para superar as dificuldades encontradas os indivíduos em grupo utilizaram-se do diálogo entre os participantes, enquanto que a professora E1C1 utilizou-se da vontade de autossuperação e envolvimento do indivíduo diante do desafio imposto. Inferimos, o que corrobora com Ponte, Brocado e Oliveira (2016), que as tarefas devem ser um desafio ao indivíduo e que o fio condutor deste desafio é que o indivíduo não obtém respostas prontas.

Pode sempre programar-se o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar. A variedade de percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage a intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação. (PONTE, BROCADO E OLIVEIRA, 2016, p.25.).

Mediante a resolução das tarefas exploratório-investigativas podemos observar que o formato da tarefa aberta sendo aplicado individualmente ou em grupo) faz com que os professores apresentem o aspecto da Investigação Matemática que é o estilo conjectura-teste- demonstração. Não alcançamos demonstrações matemáticas com as professoras, mas os dados mostram que mediante a resolução das tarefas exploratório-investigativas 2 e 3, do bloco 1, e pelas subcategorias 1.5, 1.6 e 1.7 da Grande Categoria 1, as professoras formularam diferentes conjecturas e validações a respeito da base e expoente de uma potenciação. Como Sadovsky (2010) salienta, algumas normas matemáticas estão colocadas como produto de sua prática, no entanto, isto não significa que podemos repassá-las de modo mecânico. A Investigação Matemática permite o vivenciar do processo em que foram construídas as regras matemáticas.

A subcategoria 1.3 emergiu da resolução de tarefas exploratório abertas e fechadas. Algumas atividades consideradas exploratório-investigativas não promoveram a discussão e tornaram-se semelhantes à resolução de tarefas fechadas pela facilidade dos indivíduos em compreender a tarefa e/ou dar um andamento que na sua concepção consideravam adequado.

As tarefas abertas induziram as professoras a diferentes maneiras para encontrar a resolução de uma questão. Algumas tarefas abertas não promoveram a discussão que a Metodologia da Investigação Matemática busca, enquanto que outros enunciados abertos promoveram discussões, conjecturas, validações e

argumentação.

O nível de dificuldade de uma tarefa indicado por Ponte (2003) no gráfico sobre as classificações das tarefas indica a diferenciação de uma exploração ou investigação. O texto de Ponte (2003) disserta sobre o nível de dificuldade das tarefas, no entanto, não aprofunda sobre essa questão e não verificamos menção neste texto de como classificar esses níveis de dificuldades que diferenciam uma tarefa exploratória de uma tarefa investigativa. Utilizamos assim a definição de Lamonato de Passos (2011) classificando as tarefas como exploratório-investigativas por entender que não existe ainda material suficiente para que possamos distinguir uma exploração de uma investigação. Consideramos que os enunciados das tarefas fazem separação sobre que tipo de tarefa estamos trabalhando como mostramos no quadro 39 produzido por Ponte, Brocado e Oliveira (2016).

Quadro 39: Diferentes tipos de questões matemáticas

Tarefas matemáticas	Exemplos
Exercício	Resolva a equação $2x+23=-3+7x$
Problema	Calcular a diagonal de um paralelepípedo retângulo do qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura (Póya, 1945)
Investigação	Escreve em coluna os 20 primeiros múltiplos de 5. Repara nos algarismos das unidades e das dezenas. Que observas? E o que acontece com os múltiplos de 4 e o de 6? E com os múltiplos de outros números?

Fonte: Ponte, Brocado e Oliveira (2006, *apud* Wichnoski, 2012, p.19)

No entanto será que o andamento de uma aula investigativa, ou o modo de abordagem do professor, pode transformar simples explorações em investigações matemáticas? Ou o grau de dificuldade que o sujeito apresenta, frente à tarefa, é um fator de distinção se o trabalho foi ou não investigativo independente do enunciado proposto ter sido exploratório e/ou investigativo? São perguntas que surgem e que podem servir como fio condutor para futuras pesquisas. Consideramos, no limite de nossa compreensão, que a teoria da Metodologia da Investigação Matemática ainda não está completa quanto aos aspectos anteriormente mencionados, sendo esse aspecto a linha frágil que Lamanoto e Passos (2011) mencionam em distinguir uma exploração de uma investigação.

Podemos afirmar que as professoras, frente aos enunciados abertos, promoveram uma discussão sobre os aspectos matemáticos das tarefas e por essa razão vivenciaram os quatro momentos na realização de uma Investigação Matemática citados por Ponte, Brocado e Oliveira (2016): exploraram e conheceram a situação problema e formularam questões sobre a mesmas, organizaram dados e formularam conjecturas, realizaram testes e justificaram com exemplos ou contra-exemplos.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) matemáticos como Poincaré se utilizaram do processo de conjecturar, testar e demonstrar. Poincaré descobriu as equações Fuchsianas tentando provar sua inexistência. E alguns matemáticos obtiveram conhecimento negando postulados, ou produziram conhecimentos diversos na tentativa de provar teoremas, como no caso do último teorema de Fermat. Podemos dizer que

[] o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito de atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 23)

Na subcategoria 1.4 as professoras demonstraram um estranhamento em registrar as suas respostas por escrito. Este estranhamento, pela nossa experiência, também é apresentado em sala de aula pelos alunos. Ainda temos um ensino que não incentiva a escrita de suas ideias e está centrado na reprodução mecânica. No trabalho com Investigação Matemática, ao tatear os dados de uma tarefa aberta, existe a necessidade do registro escrito para levantamento de conjecturas que poderão surgir pela observação dos dados organizados.

De acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016):

As conjecturas podem surgir ao aluno de diversas formas, por exemplo, por observação direta dos dados, por manipulação dos dados ou por analogia com outras conjecturas [] Outras conjecturas são apenas parcialmente verbalizada[] Daqui decorre a importância da realização de um registro escrito do trabalho de investigação. É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2016, p.33).

Os professores não tiveram uma formação que contemplasse a investigação matemática, logo este estranhamento do registro dos seus pensamentos lógicos

também foi constatado durante a aplicação de nosso instrumento de produção de dados assemelhando-se a experiência citada anteriormente pelos autores Ponte, Brocado e Oliveira (2016).

Esse estranhamento do registro de suas ideias pelas professoras corrobora com o estabelecido por Ponte, Brocado e Oliveira (2016, p.35) “[] o registro escrito, que se pede numa investigação [] constitui um desafio adicional [] porque exige um tipo de representação que nunca utilizaram”. Embora os autores estejam falando sobre os alunos, as professoras também não tiveram uma formação que contemplasse a escrita de suas ideias. É por essa razão que a representação do pensamento matemático de modo escrito constitui-se em um desafio que lhes causam estranhamento.

Importante destacar que a BNCC busca preparar o aluno para a comunicar-se matematicamente desenvolvendo nele habilidades e competências por meio dos objetivos de aprendizagem em que estão inseridos o fazer conjecturas, argumentar sobre as mesmas com o uso da linguagem matemática, bem como da linguagem oral e conseguir compreender as representações matemáticas. Por essa razão a importância dos registros matemáticos como forma de levá-los a obter uma segurança em construir conhecimentos matemáticos.

Na sucategoria 1.5 inferimos que frente às tarefas exploratório-investigativas as professoras vivenciaram a atividade matemática por meio da formulação de conjecturas e testes. Essas conjecturas foram testadas e comprovadas que são verdadeiras para determinados conjuntos numéricos. Inferimos que o teste de uma conjectura é a parte fundamental do trabalho investigativo, pois para os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2016):

O Teste de conjecturas é um aspecto do trabalho investigativo que os alunos, em geral, interiorizam com facilidade e que se funde, por vezes, com próprio processo indutivo. Isto é, a manipulação dos dados começa a apontar sentido de certa conjectura para logo em seguida ser refutada por um caso em que não se verifica. No entanto, existe alguma tendência dos alunos para aceitarem conjecturas depois de terem verificado para um certo número reduzido de casos (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.33).

Assim como acontece, os alunos, as professoras também assumiram uma conjectura como verdadeira para um número reduzido de casos. Desta forma isto denotou um procedimento indutivo na resolução das atividades que só pode ser superado mediante testes que evidenciaram que tal conjectura não se valida para determinados conjuntos.

Depois do tateamento dos dados e levantamento das conjecturas o trabalho investigativo leva o aluno a apresentar a justificativa dos seus argumentos, ou seja, seus argumentos necessitam ter uma base de raciocínio matemático consistente para então partir para demonstrações. Como as professoras nunca trabalharam com atividades desta forma não alcançamos demonstrações matemáticas, mas alcançamos justificativas argumentativas baseadas em provas por contra-exemplos. Desta forma emergiu a subcategoria 1.6.

Como provar por contra-exemplo? Para provar por contra-exemplo apresenta-se um exemplo de um caso particular que refuta a afirmação, e este foi um recurso utilizado pelas professoras para justificarem suas conjecturas. Desta maneira é essencial no trabalho com Investigação Matemática que diferenciemos conjecturas de conclusões.

A justificação ou prova das conjecturas é uma vertente do trabalho investigativo que tende, com alguma frequência, a ser relegada para segundo plano ou até mesmo ser esquecida, em especial nos níveis de escolaridade mais elementares. No entanto, é fundamental, para que o processo investigativo não saia empobrecido, que o professor procure levar os alunos a compreender **o caráter provisório** das conjecturas (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, grifo nosso, p.37).

As conjecturas tem caráter provisório enquanto que as conclusões são afirmações que são consideradas verdadeiras para um conjunto de dados.

A subcategoria 1.7 sobre os diferentes caminhos matemáticos que possam surgir na investigação matemática emergiu da resolução das tarefas exploratório-investigativas pelas professoras o que vai ao encontro do nosso referencial teórico.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2016) “[] pode sempre programar-se o modo como começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar” (p.25), porque para os autores existem uma variedade de percursos, avanços, recuos e divergências que surgem durante a investigação matemática. Neste aspecto pudemos observar pelos dados obtidos em nossa pesquisa houve uma pequena variedade destas características elencadas pelos autores que mencionamos na subcategoria 1.7.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) destacam a necessidade de levar o aluno a vivenciar o fazer matemático no ambiente da aula de Matemática e trazer para sala de aula o contato com o fazer matemático.

Esta visão pode ser vista também nos novos documentos que normatizam a educação como a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) que traz nas competências matemáticas do ensino fundamental o aluno precisa

[] raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.[] (BRASIL, 2017, p. 266)

Realizar uma tarefa que permita fazer conjecturas, levantar hipóteses e testá-las tem como consequência promover uma ação com o mesmo efeito de deduzir ou de fazer inferências, baseando-se em palpites, intuições, provas inconclusas ou suposições segundo o dicionário online³⁵. Também admitir hipóteses admitidas como verdadeiras sem que haja comprovação formal.

Isso porque na Investigação Matemática a conjectura surge da reflexão e dedução sobre os dados levantados de uma tarefa por observação direta dos dados ou por analogia com outras conjecturas, de acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016, p.16). Segundo os autores, esse trabalho é indutivo e essa dedução pode estar no pensamento do aluno sem que o mesmo consiga explicitá-la aos demais sendo importante ser explicitada por meio de registros. O registro escrito das conjecturas contribui, dessa forma, para a explicitação é importante levar o aluno a compreender que a conjectura tem um caráter provisório. Aos poucos levá-los a compreender a necessidade de vários testes e a argumentar sobre elas por meio de seus conhecimentos já adquiridos como também diferenciar conjectura de sua justificção (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2016, p.37-38).

Quando entrevistamos as professoras sobre os aspectos das tarefas matemáticas não mencionamos a elas que o foco da nossa pesquisa era a metodologia da Investigação Matemática, portanto, buscamos em seu discurso na Grande Categoria 2 o que emergiu a respeito de investigação. Podemos considerar que os professores adotariam essas tarefas em suas aulas, no entanto, com os apontamentos que elencamos na Grande Categoria 2.

A subcategoria 2.1 emergiu da pergunta de como as professoras organizariam os alunos frente a essas tarefas. As entrevistadas expressaram que organizariam seus alunos em grupos pelo fato dos alunos quando estão em grupos trocar ideias

³⁵ Fonte: <https://www.dico.com.br/conjectura/>

entre si. Este aspecto corrobora com os Parâmetros Curriculares Nacionais quando enfatizam que

A construção e a utilização do conhecimento matemático não são feitas apenas por matemáticos, cientistas ou engenheiros, mas, de formas diferenciadas, por todos os grupos socioculturais, que desenvolvem e utilizam habilidades para contar, localizar, medir, desenhar, representar, jogar e explicar, em função de suas necessidades e interesses (BRASIL, 1998, p.32)

A Matemática não se constitui em um conhecimento pronto e acabado, está sempre em construção, seja enquanto conhecimento científico seja como conhecimento escolar. Por essa razão, a socialização do conhecimento é uma forma primordial para que a aprendizagem matemática possa avançar. A escola precisa considerar o trabalho em grupo como estratégia didática nas diferentes disciplinas se pretende formar indivíduos autônomos. O documento da BNCC remete que uma das competências que o aluno precisa desenvolver ao estudar matemática em relação a metodologia da Investigação Matemática em que afirma que:

O desenvolvimento dessa competência específica pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo. Ao formular conjecturas com base em suas investigações, os estudantes devem buscar contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Essa validação não pode ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais “formais”, incluindo a demonstração de algumas proposições. (BRASIL, 2017, p. 540)

A Investigação Matemática adotada em grupos de alunos traz a pluralidade de caminhos matemáticos distintos como estabelecido nas DCE/Paraná (2008). Podemos compreender que isto também ocorreu em nossa pesquisa, quando as professoras estavam em grupo e buscaram pelo diálogo, como uma forma de superação das dificuldades encontradas na realização das tarefas propostas.

Organizar os alunos em grupo permite que o professor seja um facilitador do processo de aprendizagem, oferecendo condições aos alunos para construir o conhecimento matemático por meio do debate sobre resultados e métodos possibilitados pelo trabalho em grupo. (BRASIL, 1998, p38). O trabalho em grupo é mais flexível pois permite ao professor tomar decisões a respeito do prosseguimento do trabalho em sala de aula e criar expectativas em relação ao aprendizado dos seus alunos.

Na subcategoria 2.2 as tarefas, segundo as professoras, podem ser aplicadas aos Anos Finais do Ensino Fundamental II, com restrições ao sexto e sétimo ano,

sem, entretanto, propor adaptações às tarefas para que pudessem ser aplicadas nesses anos escolares, o que contraria o exposto nos PCN, de que o saber matemático precisa ser comunicado aos alunos de uma forma que eles entendam e não subestimar os alunos em sua capacidade de resolver problemas complexos (BRASIL, 1998).

As professoras compreendem que as tarefas que envolvem números inteiros e racionais não seriam indicadas para o sexto ano, de acordo com o quadro de conteúdos apresentados nas DCE (PARANÁ, 77-80) que traz os conteúdos propostos para cada ano do Ensino Fundamental II, indicando que poderiam aplica-las a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental II, as professoras não mencionaram o fato ser proveniente da construção dos conjuntos numéricos, mas por nossa percepção estava implícito em suas falas.

Os fundamentos metodológicos e teóricos apresentados nas DCE/PR permitem ao professor visualizar opções para organizar o ensino e as formas de disposição dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados ano a ano.

A subcategoria 2.3 emergiu da convergência entre os discursos das professoras de que não utilizariam as tarefas exploratório-investigativas para apresentar o conteúdo. Tarefas como as que lhes foram apresentadas seriam tarefas aplicadas quando os alunos já possuísem um conhecimento prévio sobre potências ou área e perímetro. As professoras expressaram que introduziriam o conteúdo de modo expositivo, utilizando-se de problemas que possam ser contextualizados em sala de aula.

Esse aspecto das professoras não se sentirem à vontade em trabalhar didaticamente com esse tipo de tarefas pode ser justificado considerando que não tiveram uma formação inicial ou continuada que contemplasse esse tipo de tarefas, logo o mais confortável é trabalhar como aprenderam, com a reprodução dos conteúdos matemáticos feita mediante a sequência definição, exemplos e exercícios, do tipo tarefas fechadas.

Apesar dos PCN 3º e 4º ciclos não fazerem recomendação ao uso da metodologia da Investigação Matemática, eles enfatizam que aluno deva desenvolver o espírito investigativo que pode ocorrer a partir de simples exercícios, ou seja, de um simples exercício podem surgir questões instigantes que levem o aluno a pensar sobre o conteúdo matemático.

A subcategoria 2.4 emergiu da pergunta sobre as diferentes soluções para um mesmo problema, no entanto, houve estranhamento por parte dos professores a esta pergunta.

Ao indagarmos sobre as diferentes soluções para uma mesma tarefa os professores demonstraram estranhamento e relacionaram com respostas certas ou erradas e não a caminhos matemáticos diferentes para uma mesma tarefa. Diante do entendimento das diferentes resoluções para um mesmo problema as professoras inferem que pediriam uma formalização da resposta para o aluno, ou seja, que este explicitasse como o resolveu para então validá-la como uma resposta correta para a tarefa proposta. O aspecto da formalização desta atitude vem ao encontro da característica da Metodologia da Investigação Matemática

A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação (PONTE; BROCAO, OLIVEIRA, 2009, p. 41).

Quando as professoras salientam que este aluno deveria explicar o que tinha feito matematicamente, isto pode ser considerado como um aspecto da formalização do pensamento matemático pelas professoras, no entanto, esse aspecto, pelo que inferimos pelos dados da pesquisa, está diretamente ligado à questão da avaliação do aluno pelo professor.

Diferentes caminhos para fazer Matemática em sala de aula são apresentados nos PCN o que implica na necessidade do professor conhecer diversas formas metodológicas para organizar o ensino da Matemática (BRASIL, 1998).

A subcategoria 2.5 emergiu do fato de as professoras diferenciarem os enunciados das questões. As professoras apontaram em seu discurso a diferença entre os enunciados das tarefas fechadas e tarefas abertas e salientam que a tarefa aberta exige mais do estudante. Apontam, em seu discurso, que a tarefa investigativa em seu enunciado traz um desafio, logo isto corrobora o estabelecido por Ponte, Brocado e Oliveira (2016), de que a tarefa deve ser entendida por si mesma. O enunciado tem que dar margem ao trabalho do investigador que o lê.

No entanto, em nenhum momento as professoras mencionaram que estes enunciados eram abertos ou estavam relacionados à metodologia de Investigação Matemática, entretanto, foi possível inferir que está implícito em seus discursos, a diferenciação dos enunciados.

Quando perguntadas qual tarefa escolheriam para um possível plano de aula, verificamos que para o Bloco 1, todas as professoras escolheram a tarefa1- tarefa fechada. E para o Bloco 2, a professora E1C2 escolheu a tarefa 1 e as demais professoras escolheram a tarefa 2 - exploratório-investigativa 2. Pelos dados obtidos durante a pesquisa inferimos que as professoras escolheriam trabalhar com tarefas abertas, mas levando em conta o seu aluno.

As DCE/PR (2008) salientam aspectos de diferenciação entre problemas abertos e problemas fechados e explicitam as diferentes estratégias que podem ser utilizadas quando um aluno resolve um problema cuja resolução pode ser prevista em relação aos encaminhamentos.

O documento salienta que são os problemas abertos que permitem a IM pelo fato de que o aluno pode formular outros problemas e resolvê-los por meio de diferentes caminhos ou estratégias: levantar conjecturas sobre as questões, testá-las refutando ou não suas conjecturas e produzir uma argumentação sobre as questões levantadas (Paraná, 2008).

A gravação dos nossos encontros foram fundamentais para o alcance destes resultados porque de acordo como os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2016, *inserção nossa*, p.35) numa investigação “[] [as professoras] tendem a apresentar conjecturas não completamente explícitas, existindo, porém, uma linguagem não verbal, que se apoia nos gestos e na observação os dados, a qual facilita a compreensão mútua”. Diante destes resultados apresentamos nossas considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando o nosso problema de pesquisa consistiu em identificar se o professor de Matemática utilizaria em suas aulas a Investigação Matemática, enquanto estratégia metodológica, já que as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná a apresentam como orientação metodológica para o ensino da Matemática.

Nossos resultados apontam que as professoras utilizariam essas tarefas em suas aulas levando em conta o ano em que aluno está inserido e a maturidade para resolver tal tarefa, indo ao encontro do estabelecido nos Parâmetros Curriculares Nacionais que consideram que o professor deve organizar sua aula, considerando os conhecimentos prévios do aluno e auxiliar para que o ele evolua em seu aprendizado.

Identificamos que as professoras não expressaram que as tarefas exploratório-investigativas faziam parte da metodologia da Investigação Matemática, no entanto, expressaram em seu discurso a identificação da diferença entre as tarefas abertas e fechadas frente aos enunciados, salientando que as tarefas exploratório-investigativas são como desafios que incentivam e aguçam a vontade de buscar uma solução para elas.

Identificamos nos diálogos estabelecidos durante a resolução das tarefas abertas e fechadas, que as professoras expressaram a preferência por tarefas fechadas, no entanto, quando foram perguntadas se aplicariam ou não tarefas semelhantes, estas professoras vislumbraram a aplicação das mesmas a seus alunos, apontando, inclusive, a tarefa exploratória 2 do bloco 2, como passível de ser aplicada em suas aulas.

Outro aspecto identificado foi que mesmo sem nenhum conhecimento teórico a respeito da metodologia da Investigação Matemática, as professoras participantes da investigação, compreendem e expressam a diferenciação entre as tarefas abertas e fechadas, além de, face a resolução de tarefas exploratório-investigativas, as explicitarem as quatro etapas da Investigação Matemática, a saber, de exploração, de formulação de questões, de elaboração de conjecturas, de testes/validação, de reformulação de conjecturas e da justificação das mesmas, o que aponta que essas etapas emergem naturalmente quando tarefas exploratório-investigativas são realizadas em grupo.

Diante das perspectivas das professoras sobre as tarefas exploratório-investigativas elas levam em conta a construção do currículo didático pelas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná quando expressam que não aplicariam algumas tarefas que envolvem números inteiros ao sexto ano. As professoras argumentam que utilizariam as tarefas exploratórias em sua aula levando em conta a maturidade sobre o conhecimento matemático dos seus alunos. Concluímos que as professoras vislumbraram a aplicação das tarefas exploratório-investigativa, levando em conta o aspecto gradual da tarefa e o aluno que lhe será apresentada esta tarefa.

Inferimos que pela falta de contato com este tipo de tarefa as professoras expressaram que não aplicariam as tarefas exploratório-investigativa para introduzir os conteúdos de potênciação e sobre a área e perímetro, utilizariam-se de exemplos formulados por elas durante a aula de modo expositivo.

As professoras trabalhariam com grupos de alunos, fazendo ressalva para grupos menores, de no máximo três alunos, porque expressam pela sua prática que no grupo com vários alunos não há rendimento do trabalho e os alunos se dispersam.

Concluímos que a metodologia da Investigação Matemática é uma opção que as professoras adotariam com adaptações em suas aulas, no entanto, para que isto seja concretizado de modo mais efetivo o estudo desta metodologia precisa ser contemplado nas formações inicial e complementares dos professores da Educação Básica, buscando relacionar os aspectos teóricos com a prática em sala de aula.

Identificamos, também, que existem aspectos da Investigação Matemática presentes no discurso das professoras, quando diferenciam uma tarefa aberta de uma fechada e quando consideram que as tarefas investigativas são desafios. Face aos enunciados e resolução das tarefas abertas, as professoras vivenciaram a atividade matemática no formato conjectura-teste-demonstração e quando questionadas a respeito de realizarem tarefas similares em suas aulas de Matemática, as participantes da pesquisa responderam afirmativamente, restringindo, entretanto, a aplicação para além do sétimo ano.

Os professores que atuam na Educação buscam por formações que contemplem cursos, oficinas, seminários, inferimos que estas formações levem em conta a discussões a respeito de aspectos teórico e prático das tendências como a Investigação Matemática, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a História da Matemática e a Resolução de Problemas de modo que articulem a prática do professor em sala de aula com o teórico, que a implementação destas tendências

realmente ocorra nas aulas de matemática. Falamos em formação complementar porque consideramos que o professor, uma vez tendo vivenciado a ação docente de forma efetiva, acaba por perceber as lacunas em sua formação e se sinta motivado a se dedicar a esses estudos, desde que fiquem evidenciadas sua relação com a sala de aula, o que não significa que não sejam abordados esses temas na formação inicial.

As formações voltadas aos professores que já estão atuando em sala de aula e aos futuros professores precisam ter como objetivo a constituição do saber didático didática do professor e, neste contexto, cabe às universidades o papel fundamental para o preenchimento desta lacuna com projetos que permitam a interação entre Educação Básica e Educação Superior. voltados a formação didática do professor de Matemática.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, v. 1, p. 99-112.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília:MEC/SEB, 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica>> Acesso em 27/10/2020.
- BRASIL Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática. Brasília, DEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília, DEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, DEF, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Ensino Médio. Brasília, DEF, 2000.
- CORRADI, D. K. S. **Investigações Matemáticas Mediadas pelo Pensamento Reflexivo no Ensino e Aprendizagem das Funções Seno e Cosseno**: uma experiência com alunos do 2º ano do ensino médio. 2013. 208 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - SP, 2013.
- CRUZ, J. S. **O Uso de Investigações Matemáticas na Abordagem da Semelhança de Triângulos e Aplicações**. 2015. 67 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana - SE, 2015.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: Para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**. vol. 70, n.1, 2018.
- LAMONATO, M. **Investigando Geometria**: Aprendizagens de Professoras da Educação Infantil. 2007. 242 f. Dissertação (Mestrado) -Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP, 2007.
- LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo Resolução de Problemas e Exploração –Investigação Matemática: Reflexões para o Ensino de Matemática. **Zetetiké**, São Paulo, v. 19, n. 36, p. 51-74, jul./dez, 2011.
- KLÜBER, T. E. (Des) Encontros entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática¹ e a Formação de Professores de Matemática. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.5, n.1, p.63-84, maio 2012
- OLIVEIRA, et. al. Mathematical investigations in the classroom: A collaborative project. In V. Zack; J. Mousley; C. Breen (Orgs). **Developing practice: Teachers' inquiry and educational change** Geelong, Australia: Centre for Studies in Mathematics, Science and

Environmental Education, p. 135-142.

OLIVEIRA, E. et al. Análise de Conteúdo e pesquisa na área da educação. **Revista Diálogo Educacional**, v.4, n°9, Curitiba, p.11-27, maio/ago. 2003

PARANÁ. Governo do Estado do Paraná. Secretaria de Educação do Estado do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba, Paraná, 2008.

PONTE, J. P. **Investigar, Ensinar e Aprender**. Actas Prof Mat (CD-ROM, p.25 -39). Lisboa: APM, 2003. Acesso em: 04/07/2020. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/j.ponte/docs-pt/03-Ponte \(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/j.ponte/docs-pt/03-Ponte (Profmat).pdf)>.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H. **A Investigação em Educação Matemática em Portugal**. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2000, Lisboa. [Anais...] Lisboa: APM, 2000.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVERIA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 3ªed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

PONTE, J. P.; BROCADO, J; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemáticas na Sala de Aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SADOVSKY, P. **O Ensino de Matemática Hoje: enfoques, sentidos e desafios**. 1ª. ed. São Paulo: Ática, 2010.

SANCHES, E. A. BASSOI, T. E. **O Uso da Informação e Comunicação e Metodologia da Investigação Matemática**. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA, 6, 2018. Ponta Grossa [Anais...] VI SINECT Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, UTFPR, Ponta Grossa, 2018.

SHUCK, C. A.; FLORES, C. R. **Cartografar entre imagens: metodologia ou modo de pesquisa em Educação Matemática**. Perspectiva da Educação Matemática. UFMS, v.8, número temático, 2015, p.415-429.

TUDELLA, A. et al. Dinâmica de uma aula com investigações. In: ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (Eds.). **Investigações Matemáticas na Aula e no Currículo**. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999, p. 87-96.

WICHNOSKI, P. **Atividades de Investigação Matemática a Partir do Banco de Questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas -OBMEP**. 2012. 77p. (Monografia). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2012.

WICHNOSKI, P. KLÜBER, T. E. A Pesquisa em Investigação Matemática: Sobre a Formação de Professores nas Produções Brasileiras. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, n.1, p.1-15, 2016.

WICHNOSKI, P. **Uma Metacompreensão da Investigação Matemática nas Produções do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná PDE**. 2016. 155 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

APÊNDICE I

Roteiro de Entrevista

BLOCO 1			
TAREFA 1			
T a r e f a 1	1- Você aplicaria a tarefa 1 em sua totalidade aos seus alunos?		SIM NÃO
	1.1 Quais itens aplicaria?	1.2 Para que ano você aplicaria?	1.3 Justifique sua resposta:
	Letra a) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
		7º ANO	
		8º ANO	
		9º ANO	
		1º ANO	
		2º ANO	
		3º ANO	
	Letra b) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
		7º ANO	
		8º ANO	
		9º ANO	
		1º ANO	
		2º ANO	
3º ANO			
Letra c) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
	7º ANO		
	8º ANO		
	9º ANO		
	1º ANO		
	2º ANO		
	3º ANO		
Letra d) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
	7º ANO		
	8º ANO		
	9º ANO		
	1º ANO		
	2º ANO		
	3º ANO		
Letra e)	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo?	
	7º ANO		
	8º ANO		

	Aplicaria?		9º ANO	Explique o porquê não aplicaria.	
	SIM Não		1º ANO		
			2º ANO		
			3º ANO		
	Letra f) Aplicaria?		6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo?	
	SIM Não		7º ANO		
			8º ANO		
			9º ANO		
			1º ANO		
			2º ANO		
			3º ANO		
	2. Você organizaria os alunos em grupos para resolverem esta tarefa? Justifique sua resposta.				
	3. Quais seriam as possíveis dúvidas que seus alunos apresentariam na resolução desta tarefa?				
	4. Diante das possíveis dúvidas apresentadas por você na pergunta anterior como você procederia com seus alunos?				
5. O que você entende sobre o termo “diferentes resoluções”? Como agiria se aparecessem diferentes resoluções?					
6. Você modificaria o enunciado da tarefa 1? Se sim, porquê? Como?					
TAREFA 2					
1.Você aplicaria a tarefa 2 em sua totalidade aos seus alunos?		SIM		NÃO	
1.1 Quais itens aplicaria?	1.2 Para que ano você aplicaria?	1.3 Justifique sua resposta:			

T a r e f a 2	Letra a) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 2? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
		7º ANO	
		8º ANO	
		9º ANO	
		1º ANO	
		2º ANO	
		3º ANO	
	Letra b) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 2? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.
		7º ANO	
		8º ANO	
		9º ANO	
		1º ANO	
		2º ANO	
		3º ANO	
	Letra c) Aplicaria? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 2 ? Com que objetivo? Para que ano você não aplicaria explique por quê?
		7º ANO	
		8º ANO	
		9º ANO	
		1º ANO	
		2º ANO	
		3º ANO	
2. Você organizaria os alunos em grupos para resolverem a Tarefa 2? Justifique sua resposta.			
3. Quais seriam as possíveis dúvidas que seus alunos apresentariam na resolução desta tarefa?			
4. Diante das possíveis dúvidas apresentadas por você na pergunta anterior como você procederia com seus alunos?			
5. O que você entende sobre o termo “diferentes resoluções”?			

T a r e f a 2	E Como agiria se aparecessem diferentes resoluções para a tarefa 2?			
	6. Você modificaria o enunciado da tarefa 2? Justifique e exemplifique.			
TAREFA 3				
T a r e f a 3	1. Você aplicaria a tarefa 3 em sua totalidade aos seus alunos?		SIM	NÃO
	1.1 Quais itens aplicaria?	1.2 Para que ano você aplicaria?	1.3 Justifique sua resposta:	
	Letra a) Aplicaria SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 3? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
		7º ANO		
		8º ANO		
		9º ANO		
		1º ANO		
		2º ANO		
		3º ANO		
	Letra b) Aplicaria SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 3? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
		7º ANO		
		8º ANO		
		9º ANO		
		1º ANO		
2º ANO				
3º ANO				
2. Você organizaria os alunos em grupos para resolverem a Tarefa 3? Justifique sua resposta.				
3. Quais seriam as possíveis dúvidas que seus alunos apresentariam na resolução desta tarefa?				
4. Diante das possíveis dúvidas apresentadas por você na				

pergunta anterior como você procederia com seus alunos?	
5. O que você entende sobre o termo “diferentes resoluções”? E como agiria se aparecessem diferentes resoluções para a tarefa 3?	
6. Você modificaria o enunciado da tarefa 3. Justifique e exemplifique sua resposta.	

PROFESSOR (A) ESCOLHA UMA TAREFA ENTRE AS TRÊS TAREFAS DO BLOCO 1. ESCOLHA A TAREFA QUE NA SUA CONCEPÇÃO EXISTE UMA MAIOR PROBABILIDADE DE UTILIZAR NA SUA AULA DE MATEMÁTICA? EXPLIQUE O PORQUÊ A ESCOLHEU?

Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3
Explique:	Explique:	Explique:

PROFESSOR(A) NA SUA CONCEPÇÃO HÁ DIFERENÇA ENTRE O ENUNCIADO DAS TAREFAS?

PROFESSOR (A) SE FOSSE ELABORAR SUA AULA SOBRE POTENCIAÇÃO SOMENTE COM AS TAREFAS DO BLOCO 1 QUE ORDEM APRESENTARIA AS TAREFAS PARA SEUS ALUNOS ?

<i>ordem</i>	<i>Tarefas</i>	<i>Ordem das letras das tarefas</i>	
	Tarefa 1		Letra a)
			Letra b)
			Letra c)
			Letra d)
			Letra e)
			Letra f)

	Tarefa 2		Letra a)
			Letra b)
			Letra c)
	Tarefa 3		Letra a)
			Letra b)

BLOCO 2			
TAREFA 1			
1. Você aplicaria esta tarefa na sua totalidade aos seus alunos?		SIM	NÃO
1.1 Quais itens aplicaria?	1.2 Para que ano você aplicaria?	1.3 Justifique sua resposta:	
Aplicaria a tarefa 1 do bloco 2? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
	7º ANO		
	8º ANO		
	9º ANO		
	1º ANO		
	2º ANO		
	3º ANO		
2. Você organizaria os alunos em grupos para resolverem esta tarefa? Justifique sua resposta.			
3. Quais seriam as possíveis dúvidas que seus alunos apresentariam na resolução desta tarefa?			
4. Diante das possíveis dúvidas apresentadas por você na pergunta anterior como você procederia com seus alunos?			
5. O que você entende sobre o termo “diferentes resoluções”? Como agiria se aparecessem diferentes resoluções?			

TAREFA 2				
T a r e f a 2	1. Você aplicaria esta tarefa na sua totalidade aos seus alunos?		SIM	NÃO
	1.1 Quais itens aplicaria?	1.2 Para que ano você aplicaria?	1.3 Justifique sua resposta:	
	Aplicaria aos alunos a letra a)? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 2? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
		7º ANO		
		8º ANO		
		9º ANO		
		1º ANO		
		2º ANO		
	Aplicaria aos alunos a letra b)? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.	
		7º ANO		
8º ANO				
9º ANO				
1º ANO				
2º ANO				
Aplicaria aos alunos a letra c)? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 2? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.		
	7º ANO			
	8º ANO			
	9º ANO			
	1º ANO			
	2º ANO			
Aplicaria aos alunos a letra d)? SIM Não	6º ANO	Explique o porquê aplicaria este item da tarefa 1? Com que objetivo? Explique o porquê não aplicaria.		
	7º ANO			
	8º ANO			
	9º ANO			
	1º ANO			
	2º ANO			

T a r e f a 2		3º ANO	
	2. Você organizaria os alunos em grupos para resolverem a tarefa 2? Justifique sua resposta.		
	3. Quais seriam as possíveis dúvidas que seus alunos apresentariam na resolução desta tarefa.		
	4. Diante das possíveis dúvidas apresentadas por você na pergunta anterior como você procederia com seus alunos?		
	5. O que você entende sobre o termo “diferentes resoluções”? E como agiria se aparecessem diferentes resoluções para a tarefa 2?		
	6. Você modificaria o enunciado da tarefa 2. Exemplifique e justifique sua resposta.		

PROFESSOR (A) ESCOLHA UMA TAREFA ENTRE AS DUAS TAREFAS DO BLOCO 2.

ESCOLHA A TAREFA QUE NA SUA CONCEPÇÃO EXISTE UMA MAIOR PROBABILIDADE DE UTILIZAR NA SUA AULA DE MATEMÁTICA? EXPLIQUE O PORQUÊ A ESCOLHEU?

Tarefa 1		Tarefa 2	
Explique:		Explique:	

PROFESSOR(A) NA SUA CONCEPÇÃO HÁ DIFERENÇA ENTRE OS ENUNCIADOS DAS TAREFAS DO BLOCO 2.

PROFESSOR (A) SE FOSSE ELABORAR SUA AULA SOBRE MEDIDAS DE ÁREA E VOLUME SOMENTE COM AS TAREFAS DO BLOCO 2 QUE ORDEM APRESENTARIA AS TAREFAS PARA SEUS ALUNOS?

<i>ordem</i>	<i>Tarefas</i>	<i>Ordem das letras das tarefas</i>	
	<i>Tarefa 1</i>		<i>Retângulo</i>
			<i>quadrado</i>
	<i>Tarefa 2</i>		<i>Letra a)</i>
			<i>Letra b)</i>
			<i>Letra c)</i>
			<i>Letra d)</i>

APÊNDICE II

Carta apresentada aos professores participantes da pesquisa



Caros Professores Colaboradores desta Investigação

Agradecemos imensamente sua participação. Este é o nosso instrumento de produção de dados. Este questionário possui quatro blocos de atividades referentes aos conteúdos específicos: potenciação; área e perímetro de figuras planas; medidas de área e volume e função afim em que são apresentadas tarefas seguidas de questões sobre se vocês considerariam propor tarefas semelhantes aos seus alunos. Ao final, aparece um quinto bloco composto somente de questões gerais sobre sua prática docente.

Cada Bloco de Atividades será entregue em separado, à medida em que as tarefas forem sendo realizadas.

As tarefas devem ser resolvidas em grupo (com exceção das questões do bloco 5, que devem ser respondidas individualmente). Caso o grupo tenha divergências, então as diferentes soluções/justificativas devem ser apresentadas. Utilizem o verso da folha ou folhas adicionais. Não há necessidade de serem identificadas de qual professor for eventuais respostas em separado. Resolvam as tarefas propostas sempre se colocando na posição de aluno. O que interessa à nossa investigação é o procedimento adotado e não as respostas, portanto registrem, por escrito, todos os cálculos realizados. Reiterando que como o que nos interessa é o processo, os diálogos entre vocês no momento das resoluções serão gravados para podermos complementar as informações escritas.

Utilizem o tempo que julgarem necessário. As tarefas podem ser resolvidas em mais de um encontro, caso assim vocês desejarem. Finalizem sempre um bloco antes de passarem ao próximo. Lembrem-se, o processo de resolução registrados por escrito e os diálogos estabelecidos entre os elementos do grupo nesses momentos, que serão valorizados em nossas análises, não as respostas.

Posteriormente às análises que faremos dos dados produzidos, faremos uma reunião com todos os professores colaboradores para explicitarmos a importância do processo. Se esta justificativa fosse apresentada anteriormente à resolução das tarefas, poderíamos induzir as respostas de vocês, o que inviabilizaria nossa investigação. Nesta reunião, caso assim desejarem, vocês poderão rever respostas dadas ao questionário durante a realização das tarefas, se assim o desejarem.

OBRIGADA

