

RONALTI WALACI SANTIAGO MARTIN



**MODELAGEM MATEMÁTICA E AUTONOMIA:
UM OLHAR PARA ATIVIDADES NO ENSINO FUNDAMENTAL**

CASCAVEL – PR

2019





UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MODELAGEM MATEMÁTICA E AUTONOMIA:
UM OLHAR PARA ATIVIDADES NO ENSINO FUNDAMENTAL

RONALTI WALACI SANTIAGO MARTIN

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – *Campus* de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Rodolfo Eduardo Vertuan

CASCADEL – PR

2019

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RONALTI WALACI SANTIAGO MARTIN

MODELAGEM MATEMÁTICA E AUTONOMIA: UM OLHAR PARA ATIVIDADES
NO ENSINO FUNDAMENTAL

Esta dissertação foi aprovada para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – Mestrado e Doutorado, Área de Concentração em Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.

Rodolfo Eduardo Vertuan

Professor Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE/PPGECEM)
Orientador

Andréia Büttner Ciani

Professora Dra., Andréia Büttner Ciani
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - (UNIOESTE)
Membro

VÍDGO CONFÉRENCIA

Professora Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - (UNESP)
Membro convidado

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Martin, Ronalti Walaci Santiago
Modelagem Matemática e Autonomia : um olhar para
atividades no Ensino Fundamental / Ronalti Walaci Santiago
Martin; orientador(a), Rodolfo Eduardo Vertuan, 2019.
121 f.

Dissertação (mestrado), Universidade Estadual do Oeste
do Paraná, Campus de Cascavel, Centro de Ciências Exatas e
Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Educação Matemática, 2019.

1. Autonomia. 2. Educação Matemática. 3. Ensino
Fundamental. 4. Modelagem Matemática. I. Vertuan, Rodolfo
Eduardo. II. Título.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao professor Rodolfo Eduardo Vertuan pelo compartilhamento de seu conhecimento como professor e pesquisador. Este compartilhamento culminou na pesquisa aqui descrita e em diversos aprendizados para o meu ser pesquisador, ser professor e ser humano cidadão.

Gostaria de agradecer às professoras Andréia Bütner Ciani e Ana Paula dos Santos Malheiros pela disponibilidade em contribuir com a pesquisa aqui descrita, participando da banca examinadora de qualificação e da defesa da dissertação.

Gostaria de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela parceria efetivada para que pudéssemos desenvolver a pesquisa aqui descrita, no âmbito de uma pesquisa maior intitulada “Da passagem do quinto para o sexto ano do ensino fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes”.

Gostaria de agradecer a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) por proporcionar, com a bolsa concedida durante um ano e sete meses, a oportunidade de dedicação à pesquisa no âmbito do mestrado.

Gostaria de agradecer ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática pelo espaço concedido para a integração como aluno de mestrado. E assim, estendo os agradecimentos aos professores do programa que de alguma maneira contribuíram para o meu desenvolvimento como pesquisador e professor.

Gostaria de agradecer à minha família, em especial ao meu pai Renato Carlos Martin e à minha mãe Sônia Maria Santiago Martin e à minha namorada Carla Izabel Bukoski pelo apoio incondicional, sempre acreditando e torcendo para o que me propus fazer durante todo o processo de mestrado.

Gostaria de agradecer a Deus por tudo que ele tem concedido em minha vida, em especial durante o processo de pesquisa para o mestrado.

SE A EDUCAÇÃO SOZINHA NÃO
TRANSFORMA A SOCIEDADE,
SEM ELA TAMPOUCO A SOCIEDADE MUDA.

Paulo Freire

MARTIN, R. W. S. **MODELAGEM MATEMÁTICA E AUTONOMIA: UM OLHAR PARA ATIVIDADES NO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2019. P. 121. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2019.

RESUMO

Estar atento ao ambiente da sala de aula e às suas nuances, seja no que diz respeito à aprendizagem dos alunos, seja no que se refere aos seus interesses e aos modos de encaminhar práticas de ensino, é tarefa para a qual devem se dedicar professores e pesquisadores. Neste sentido é que nos interessamos, de modo particular, neste trabalho, pelos temas autonomia e Modelagem Matemática. Nesta pesquisa, de caráter qualitativo, visamos investigar quais ações de autonomia se revelam nas resoluções de alunos do Ensino Fundamental quando realizam atividades de Modelagem Matemática. Diante disso, apresentamos entendimentos do termo autonomia e caracterizamos algumas ações de autonomia, tomando a literatura da área de Educação e Educação Matemática como referência. Apresentamos, também, a Modelagem Matemática como uma prática pedagógica que possibilita a aprendizagem matemática a partir de investigações de situações do cotidiano. Os dados da pesquisa foram produzidos e coletados junto a duas escolas municipais e uma estadual, dois quintos anos e um sexto ano, da cidade de Toledo-PR. Para o tratamento dos dados utilizamos a Análise de Conteúdo de Bardin, visando investigar “*Quais ações que denotam autonomia, alunos de dois quintos e de um sexto ano do Ensino Fundamental revelam ao realizar atividades de Modelagem Matemática?*”. A fim de inferir sobre a interrogativa de pesquisa, tivemos como base de análise duas atividades de Modelagem Matemática “Carrinho: quem quer brincar?” e “Tijolos: como saber se não vejo?”. Dentre os resultados da pesquisa, consideramos que as ações que denotam autonomia: tomada de decisão, buscar respostas às próprias perguntas, planejamento e construção de encaminhamentos de resolução, realizar e orientar as ações planejadas, comunicação de ideias e iniciativa, emergem no contexto de realização de atividades de Modelagem Matemática, o que nos permite inferir que as atividades de Modelagem proporcionam um ambiente de experiências com possibilidades de desenvolver a autonomia. Além de apontarmos para as ações de autonomia dos alunos em atividades de Modelagem, sinalizamos para o que mais se revela nas manifestações dos alunos em relação à essas ações. Dessa análise, resultam cinco categorias que dizem do uso das ações de autonomia pelos alunos: solucionar “problemas menores” para solucionar a problemática principal; produzir questões que ajudaram a pensar e problematizar a atividade; comunicação como modo de validar uma ideia ou como modo de organizar mentalmente uma ideia; engajamento manifestado com a realização de experimentos; planejar e implementar encaminhamentos de resolução.

Palavras-chave: Autonomia; Educação Matemática; Ensino Fundamental; Modelagem Matemática; Quinto e sexto ano.

MARTIN, R. W. S. **MATHEMATICAL MODELING AND AUTONOMY: A LOOK AT ACTIVITIES IN FUNDAMENTAL EDUCATION.** 2019. P. 121. Master's Dissertation in Mathematical Education - Graduate Program in Science Education and Mathematical Education, State University of Western Paraná - UNIOESTE, Cascavel, 2019.

ABSTRACT

Being aware of the classroom environment and its nuances, whether it concerns students' learning or their interests and ways of teaching, is a task for teachers and researchers. It is in this sense that we are particularly interested in this work by the themes autonomy and mathematical modeling. In this qualitative research, we aim to investigate which autonomy actions are revealed in the resolutions of elementary school students when they perform Mathematical Modeling activities. Given this, we present understandings of the term autonomy and characterize some actions of autonomy, taking the literature of the area of Education and Mathematical Education as a reference. We also present Mathematical Modeling as a pedagogical practice that enables mathematical learning from investigations of everyday situations. The research data were produced and collected from two municipal and one state schools, two fifth and one sixth year, from the city of Toledo-PR. For the treatment of the data we used the Bardin Content Analysis, aiming to investigate "What actions denote autonomy, students of two fifths and one sixth grade of Elementary School reveal when performing activities of Mathematical Modeling?". In order to infer about the research question, we had as base of analysis two activities of Mathematical Modeling "Cart: who wants to play?" And "Bricks: how do I know if I don't see?". Among the research results, we consider that actions that denote autonomy: decision making, seeking answers to their own questions, planning and building resolution referrals, carrying out and guiding planned actions, communicating ideas and initiative, emerge in the context of realization. Mathematical Modeling activities, which allows us to infer that Modeling activities provide an environment of experiences with possibilities to develop autonomy. In addition to pointing to the students 'autonomy actions in modeling activities, we point out what is most revealed in the students' manifestations regarding these actions. From this analysis, five categories result from the use of autonomy actions by students: solve "minor problems" to solve the main problem; produce questions that helped to think and problematize the activity; communication as a way of validating an idea or as a way of mentally organizing an idea; engagement manifested in conducting experiments; plan and implement resolution referrals.

Keywords: Autonomy; Mathematical Education; Elementary School; Mathematical Modeling; Fifth and sixth grade.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Localização das três escolas utilizadas na pesquisa.....	60
Figura 2: Carrinho de corda.....	64
Figura 3: Atividade “Carrinhos: Quem quer brincar?”	65
Figura 4: Medindo a partir da linha de saída.....	66
Figura 5: Diferença entre duas distâncias.....	72
Figura 6: Distância percorrida pelo carrinho até dez voltas.....	72
Figura 7: Estratégia 1 de resolução: grupo 6JCFG4.....	73
Figura 8: Estratégia 2 de resolução: grupo 6JCFG4.....	74
Figura 9: Pista construída pelos alunos.....	75
Figura 10: Medindo a distância.....	75
Figura 11: Resolução encontrando a distância para 31 voltas na chaveta.....	77
Figura 12: Resolução encontrando a distância para diversas voltas na chaveta.....	78
Figura 13: Resolução para encontrar a distância para 7 voltas na chaveta.....	80
Figura 14: Brincando com o carrinho na calçada.....	83
Figura 15: Resolução 01, grupo 5ADBG4, encontrando a distância para 10 voltas na chaveta.....	85
Figura 16: Resolução 02, grupo 5ADBG4, encontrando a distância para 10 voltas na chaveta.....	86
Figura 17: Justificativa do que foi discutido entre pesquisador e aluno.....	86
Figura 18: Dimensões do tijolo.....	87
Figura 19: Atividade “Tijolos: Como saber se não vejo?”	88
Figura 20: Alunos medindo o tijolo.....	89
Figura 21: Produções dos alunos turma 5ASG1.....	96
Figura 22: Medindo o tijolo, tirando as dimensões.....	99
Figura 23: Resolução 1 grupo 6JCFG2.....	99
Figura 24: Marcando os tijolos na parede.....	100
Figura 25: Resolução do grupo 6JCFG4.....	102

LISTA DE QUADRO

Quadro 1: Ações que denotam Autonomia.....	46
Quadro 2: Como foram organizadas as categorias.....	48
Quadro 3: Categorias e quantidade de trabalhos.....	48
Quadro 4: Categoria 1.....	49
Quadro 5: Categoria 2.....	49
Quadro 6: Categoria 3.....	50
Quadro 7: Categoria 4.....	51
Quadro 8: Categoria 5.....	51
Quadro 9: Cronograma de atividades nas escolas.....	57

SUMÁRIO

Introdução.....	13
1 Modelagem Matemática.....	19
1.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática.....	19
1.2 Sobre o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.....	21
1.3 Sobre as ações do professor e dos alunos em atividades de Modelagem Matemática.....	25
1.4 Revisão de literatura.....	29
1.4.1 Modelagem Matemática e Ensino Fundamental.....	30
1.4.2 Modelagem Matemática e Autonomia.....	31
2 Autonomia.....	35
2.1 Sobre autonomia.....	35
2.2 Ações que denotam autonomia.....	36
2.2.1 Ação de autonomia: Imprimir orientações às suas ações.....	36
2.2.2 Ação de autonomia: Tomada de decisão.....	37
2.2.3 Ação de autonomia: Iniciativa e construção de alternativas para a resolução de um problema.....	39
2.2.4 Ação de autonomia: Capacidade de planejar as próprias ações e também a capacidade de realizar as ações planejadas.....	40
2.2.5 Ação de autonomia: Buscar repostas às próprias perguntas.....	42
2.3 Discussões sobre convergências entre as ações de autonomia.....	44
2.4 Revisão de literatura: usos do termo autonomia nos trabalhos apresentados no XV EPREM.....	47
2.4.1 Descrição e apresentação dos dados.....	48
3 Encaminhamento Metodológico.....	53
3.1 Caracterizando a pesquisa.....	53
3.2 Contexto da coleta de dados.....	55
3.2.1 Sobre as turmas participantes da pesquisa.....	58
3.3 Acerca dos procedimentos de análise.....	60
4 Descrição e discussão das atividades.....	63
4.1 Práticas de Modelagem Matemática “Carrinhos: Quem quer brincar?”.....	63

4.1.1	Análise do material produzido pelos alunos do sexto ano do Colégio Estadual João Cândido Ferreira (CEJCF).....	65
4.1.2.	Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Antônio Scain (EMAS).....	74
4.1.3	Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Amélio Dal Bosco (EMADB).....	81
4.2	Práticas de Modelagem Matemática -Tijolos: Como saber se não vejo?....	87
4.2.1	Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Amélio Dal Bosco (EMADB).....	88
4.2.2	Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Antônio Scain (EMAS).....	94
4.2.3	Análise do material produzido pelos alunos do sexto ano do Colégio Estadual João Cândido Ferreira (CEJCF).....	98
5	Afinal, o que se pode dizer sobre autonomia e Modelagem Matemática.....	103
5.1	Considerações finais.....	110
	Referências.....	115
	Apêndice.....	120

INTRODUÇÃO

Ser professor implica estar atento às diferentes características dos estudantes, do contexto escolar e dos efeitos das atividades desenvolvidas em aula. Enfim, estar atento àquilo que pode desencadear um ensino de qualidade e a uma aprendizagem que possa ser transformadora de vidas. Desse modo, algo que nos¹ interessa de modo particular, é como o estudante assume atitudes autônomas e como se desenvolve no ambiente de uma aula de Matemática.

Mas como a autonomia surgiu como tema de interesse desta pesquisa? Para responder a essa pergunta é preciso olhar para o “eu estudante”.

Quando criança, estudar para provas e fazer as atividades propostas por professores, em casa ou em sala de aula, principalmente em aulas de Matemática, eram atividades realizadas naturalmente por mim, sem a necessidade dos pais ou professores cobrarem para que eu estudasse e as realizasse. Desse modo, principalmente em sala de aula, produzir algo e realizar as atividades e ajudar os colegas com o conteúdo, eram ações realizadas por mim com autonomia. Procedi desse modo por toda minha formação. Assim, ao adentrar à sala de aula, agora como professor, sempre me questiono: porque os alunos, em sua maioria, não manifestam atitudes proativas para o estudo na disciplina de matemática? Várias respostas vêm à minha mente – é difícil mesmo, os alunos têm outras disciplinas para se dedicar, nem todo mundo gosta de matemática, alguns alunos não gostam de estudar, os alunos não são iguais –, todavia, este questionamento denota minha expectativa de que os alunos sejam cada vez mais autônomos.

Neste contexto, em conversas com o orientador para discutir o projeto de pesquisa, relatei estas aflições que surgiam da minha pouca experiência como professor. Entendemos que tais aflições referiam-se à autonomia do aluno na realização de atividades de matemática.

¹ Diante do cenário de produção e coleta de dados e da escrita dessa dissertação, utilizarei para a redação do texto, a primeira pessoa do plural, fazendo referência à Simone, parceira no desenvolvimento das atividades em sala de aula e orientada de Iniciação Científica do mesmo orientador desta dissertação, e ao próprio orientador, professor Rodolfo, devido às orientações e a participação e contribuição com o desenvolvimento da pesquisa. Todavia, por vezes, utilizarei a primeira pessoa do singular, quando o texto se referir a alguma experiência particular.

Já em relação à Modelagem Matemática², possuo uma trajetória desde o período da graduação, quando passei a entendê-la como uma prática de ensino que se alinha aos propósitos de contribuir com o aprendizado da matemática e de assuntos de outras áreas do conhecimento. Dessa maneira, a Modelagem Matemática teve e tem papel importante em minha formação como pesquisador e professor.

Dessa forma, passamos a amadurecer a ideia de investigar a autonomia de alunos ao realizarem atividades de Modelagem Matemática. Mas faltava definir o contexto em que se daria a respectiva pesquisa.

Atentos a momentos que são significativos para a formação do aluno em sua vida escolar, nos deparamos, dentre tantos momentos, com a transição dos alunos do quinto ano para o sexto ano do Ensino Fundamental, momento em que

A transição da quarta para quinta série ou do quinto para o sexto ano no Paraná é mediada por mudanças significativas para os alunos. O sentimento de terminalidade de uma etapa educacional é reforçado pelo modelo que impõe uma articulação estado/município praticamente inexistente, tanto no âmbito administrativo como no pedagógico. As primeiras séries do ensino fundamental público são de responsabilidade dos municípios e as séries finais, assim como o ensino médio, ficam a cargo do Estado (CAINELLI, 2011, p.128).

Assim, vislumbramos nessa transição um espaço fértil para pesquisas, momento de olhar para o aluno e inferir sobre como se manifesta o aprender matemática nos dois níveis escolares, bem como sobre como realiza as atividades que lhe são propostas.

Neste contexto, decidimos por estudar a questão da autonomia, mais especificamente, a autonomia de alunos de dois quintos e um sexto ano do Ensino Fundamental, em um ambiente de ensino e aprendizagem de Matemática que utiliza atividades de Modelagem Matemática como prática pedagógica.

A pesquisa que realizamos é derivada dos estudos realizados no programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática e perpassa o anseio de obter uma formação que contribua para o ser professor e o ser pesquisador, bem como contribua para com as pesquisas na área da Educação Matemática, mais especificamente, em Modelagem Matemática, e com as questões relacionadas à aprendizagem da Matemática.

² Na pesquisa aqui descrita os termos Modelagem Matemática e Modelagem são usadas com o mesmo significado.

O estudo que realizamos é parte de um projeto³ desenvolvido na cidade de Toledo-PR, apoiado pelo CNPq⁴, de título “*Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes*”. Consideramos a transição do quinto para o sexto ano um espaço fecundo para investigações, devido às possíveis expectativas dos alunos em relação às mudanças na cultura escolar, às mudanças de escolas (de responsabilidade municipal para uma escola de responsabilidade estadual), à mudança de um ambiente com um professor polivalente para um ambiente com professores especialistas, dentre outros.

Esse projeto maior, em que se insere a presente pesquisa, conta com a participação de diferentes pesquisadores com distintos interesses, o que possibilita abarcar diferentes aspectos da transição, seja no que diz respeito às rupturas, de ordem cultural, organizacional, pedagógica e matemática, seja no que diz respeito aos aspectos de continuidade. Isso porque parece

[...] evidente que o que está em jogo na passagem das 4^a para as 5^a séries [hoje, 5^o para os 6^o anos] é muito mais do que o número de professores ou de disciplinas. Está em jogo fazeres diferentes, está implicado saberes diversos, objetivos distintos, intenções e crenças (DIAS-DA-SILVA, 1997, p.112).

Assim, tendo em vista fazeres diferentes, saberes diversos, objetivos distintos, intenções e crenças na passagem do quinto para o sexto ano, o projeto maior abre espaço para as investigações sobre questões de autonomia dos alunos em práticas escolares.

A equipe do projeto, constituída por pesquisadores da Educação Matemática, que se interessam e investigam diferentes aspectos da transição do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental. Assim, ao mesmo tempo em que trabalhamos juntos em um projeto maior, nos separamos em grupos menores de interesses específicos de pesquisa.

Nesse contexto, formamos um grupo com 4 integrantes, para além do orientador, dos quais também participavam outro discente de mestrado do PPGECEM⁵, Maykon Jhonatan Schrenk, e duas alunas de Iniciação Científica da

³Esse projeto tem duração de três anos e teve início em 2017-2. Seu objetivo geral é investigar quais aspectos de ruptura e continuidade emerge na transição do 5^o para o 6^o ano do Ensino Fundamental de escolas públicas do município de Toledo, Paraná, no que diz respeito à disciplina de Matemática.

⁴Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

⁵Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática.

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Simone Ribeiro da Silva e Daiane Maria Seibert.

As produções e coletas de dados para as pesquisas de mestrado, do Maykon e minha, foram realizadas em conjunto com as alunas de Iniciação Científica. Dessa forma, Maykon e Daiane trabalharam em duas escolas (uma municipal e outra estadual), e Simone e eu, em três escolas (duas municipais e uma estadual).

O foco de pesquisa comum das duas dissertações é a prática pedagógica denominada Modelagem Matemática. Dessa forma, trabalhamos para planejar atividades de Modelagem Matemática adequadas ao ambiente em que estávamos inseridos, as salas de aula de quintos e sextos anos das escolas parceiras, e considerando o período do ano letivo em que os dados foram coletados, os meses de outubro e novembro de 2018.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa especificamente, foram escolhidas três escolas da cidade de Toledo-PR, duas da rede municipal e uma da rede estadual. A escolha foi feita pelo Núcleo Regional de Educação da cidade e pela Secretaria Municipal de Educação, considerando o critério estabelecido no projeto de que os alunos dos quintos anos de uma escola tivessem a prática de migrar para os sextos anos da outra, preferencialmente no mesmo bairro. Desse modo, os alunos dos quintos anos, em geral, continuam seus estudos na escola de sexto ano que consideramos na pesquisa. Ainda, uma das escolas da rede municipal e a escola da rede estadual funcionam em um mesmo espaço físico. Assim, a escola estadual recebe, geralmente, alunos das duas escolas municipais com as quais trabalhamos.

Neste contexto é que se deu a investigação sobre a questão da autonomia dos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Levando em consideração a oportunidade de olhar para ações que denotam autonomia nos processos de Modelagem Matemática surge o nosso problema de pesquisa, que se assenta na seguinte questão: *Quais ações que denotam autonomia, alunos de dois quintos e de um sexto ano do Ensino Fundamental revelam ao realizar atividades de Modelagem Matemática?*

Assim, objetivamos de modo geral investigar as ações realizadas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que denotam autonomia, bem como as características das atividades de modelagem que podem ter suscitado as referidas ações. Temos como objetivos específicos:

- Identificar e caracterizar, a partir do referencial teórico da área da educação e educação matemática, ações que possam denotar autonomia do estudante ao desenvolver atividades escolares;
- Apresentar as características de uma atividade de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática;
- Inferir acerca das ações de autonomia manifestadas pelos alunos no desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática.

Temos também como objetivos didáticos, ou seja, procedimentos necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

- Planejar atividades de Modelagem Matemática voltadas para o desenvolvimento em turmas do quinto e sexto ano do Ensino Fundamental;
- Produzir dados para a pesquisa a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem nas turmas do quinto e sexto ano do Ensino Fundamental.

Para refletir sobre o problema de pesquisa tendo em vista o ambiente em que coletamos os dados, utilizamos da pesquisa qualitativa, tendo a Análise de Conteúdo como método de organização e análise dos dados. Os dados coletados, referentes ao desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática (registro escrito, áudio e vídeo), foram analisados tendo em vista ações que denotam autonomia destacados da literatura.

Para um entendimento sobre Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica nos fundamentamos nos seguintes autores: Almeida e Ferruzzi (2009), Biembengut (2014), Barbosa (2001), Chave e Santo (2008), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Caldeira (2009), Burak (2010), Almeida, Silva e Vertuan (2013), Almeida (2010), Almeida e Silva (2015), Almeida e Palharini (2012), Barbosa (1999), Malheiros (2012), Almeida e Vertuan (2016), Barbosa (2003), Martin e Vertuan (2018). Apresentados no capítulo 1 desta dissertação.

Já para entender e realizar reflexões sobre a autonomia nas ações dos alunos durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática buscamos na literatura sobre a autonomia destacar o que denominamos diferentes *ações que denotam autonomia*. Neste contexto, fundamentamo-nos em Freire (1996), Pereira

(2010), Malheiros (2015), Santos e Rubio (2018), Benson (2001), Sant'Ana (2009), Martins (2002), Chaves, Filho e Seixas (2018), Berbel (2011), Paiva (2006), Zatti (2007), Case (2002), Santos (2015), Paiva e Braga (2008), Boud (1988), Queiroz e Facão (2017), Brasil (2018). No capítulo dois desta dissertação apresentamos ações que denotam autonomia.

Neste cenário, tomamos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Matemática, e a autonomia, de modo geral, como a característica relacionada à liberdade e à independência das ações dos indivíduos frente a uma tarefa.

Na dissertação, no capítulo 3, apresentamos o encaminhamento metodológico adotado na pesquisa, tanto no que diz respeito ao processo de produção e coleta de dados, quanto no que diz respeito à metodologia de análise destes dados, no caso, a Análise de Conteúdo de Bardin (2002).

Apresentamos, no capítulo 4, as descrições e as análises sobre as atividades desenvolvidas com os estudantes, momento da análise que apontamos para as ações de autonomia que surgiram em meio as produções dos alunos. No capítulo 5 trazemos categorias que sinalizam para a autonomia do aluno em atividades de Modelagem Matemática e as considerações finais.

CAPÍTULO 1

MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentamos alguns entendimentos acerca da Modelagem Matemática na Educação Matemática, bem como discutimos características das atividades de Modelagem e as ações de professores e alunos nestas atividades.

Objetivo específico relacionado ao capítulo: apresentar as características de uma atividade de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática.

1.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Modelagem Matemática se estabelece entre as áreas de pesquisa e as práticas de sala de aula da área de Educação Matemática, manifestando notória importância para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, bem como revelando-se expressiva no que tange às pesquisas, o que se observa na literatura sobre o assunto.

As autoras Almeida e Ferruzzi (2009) afirmam que, de maneira geral, a expressão “Modelagem Matemática” refere-se à busca de representações matemáticas tanto para objetos quanto para fenômenos, que podem ou não ser caracterizados como matemáticos. Desse modo, incorporam às características que se fazem essenciais nestes objetos e fenômenos, uma estrutura matemática que é estabelecida em um processo de criatividade e interpretação.

Biembengut (2014) destaca que é preciso ao modelador, atenção, de modo a observar cuidadosamente a situação ou fenômeno a ser modelado, possibilitando que a interpretação e a captação de significados possibilitem uma boa representação, que permita realizar novas interpretações e, se for o caso, previsões acerca do fenômeno. Para Biembengut (2014),

Modelagem é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa. A essência desse processo emerge na mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína e/ou circunstância instigam-na a encontrar melhor forma para alcançar uma solução, descobrir meio para compreender, solucionar, alterar, ou ainda, criar ou aprimorar algo (BIEMBENGUT, 2014, p. 201).

Barbosa (2001, p. 6) nos apresenta seu entendimento de Modelagem Matemática ao assumir que “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Destaca-se, tanto nos dizeres de Biembengut quanto de Barbosa, que fazer modelagem é fazer uma investigação, por meio da matemática, de um tema que interessa aos alunos.

Chaves e Santo (2008) compreendem a Modelagem Matemática como um processo que tem no cotidiano ou em outras áreas do conhecimento seu início, e no modelo matemático da situação, descrito por meio de símbolos ou relações matemáticas, o caminho para interpretar a situação, responder o problema, organizar os dados, almejando sua compreensão e solução.

Para Caldeira (2009, p.38), a Modelagem Matemática é entendida como uma concepção de Educação Matemática. Para o autor,

O conhecimento matemático adotado pela cultura escolar incorporado pelos pressupostos da Modelagem Matemática, não mais simplesmente como um método de ensino-aprendizagem, mas como uma concepção de educação matemática que incorpore proposições matemáticas advindas das interações sociais, levando em consideração, também, aspectos da cultura matemática não escolar, deverá fazer com que o estudante perceba a necessidade do enfrentamento da sua realidade, lutar contra ela se necessário for; romper com determinadas amarras e com as adaptações a que comumente estão acostumados a lidar. Esse enfrentamento vai se dar não somente pela nova racionalidade, mas também e, principalmente, pela sua participação ativa em sala de aula. Problematizar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões – pressupostos básicos dessa perspectiva de Modelagem Matemática.

Neste contexto, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.33) concebem a ideia de que a Modelagem é uma concepção ou perspectiva de “educar matematicamente⁶”. Os autores atentam, ainda, que essa perspectiva permite problematizar o currículo. Os autores afirmam que a Modelagem Matemática,

No contexto da Educação Matemática, pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para o “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma como observa o mundo (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 79).

⁶Para compreender a Modelagem como uma perspectiva de educar matematicamente Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.33) afirmam: “[...] vamos tomar a Matemática como regras e convenções que são estabelecidas dentro de determinado contexto social, histórico e cultural, permeado pelas relações de poder, diferentemente daquela vista como uma descoberta”.

Outro entendimento sobre Modelagem Matemática e que conduz nossas pesquisas pode ser encontrado em Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), os quais afirmam que a “Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação problema não essencialmente Matemática”.

Considerando a definição dos autores, Martin e Vertuan (2018) afirmam que,

Modelagem Matemática se constrói como uma alternativa pedagógica que abarca situações cotidianas de uma determinada sociedade e conceitos matemáticos, onde o aluno tem a possibilidade de trabalhar com encaminhamentos que os permite ir e vir entre a situação cotidiana e o trabalho com a matemática, aprendendo e revisitando conceitos neste processo (MARTIN; VERTUAN, 2018, p. 3).

Desse modo, a Modelagem Matemática se constitui alternativa pedagógica cujas práticas de aula permitem aos alunos ressignificar conceitos matemáticos e aprender novos, diante da necessidade que suscita a investigação. A seguir apresentamos entendimentos sobre como pode se dar o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

1.2 Sobre o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem

Diferentes entendimentos sobre a Modelagem Matemática também desencadeiam diferentes modos de se pensar o processo de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem no contexto da sala de aula. Neste sentido, Burak (2010) apresenta o que denomina de cinco etapas.

A primeira etapa, segundo o autor, é a escolha do tema pelos alunos, que optarão por situações de seu interesse. Aliás, Burak (2010) defende que a escolha do tema da atividade de Modelagem seja feita pelos alunos, o que contribui, inclusive, para o engajamento destes no processo de investigação. A segunda etapa acontece por meio da pesquisa exploratória, momento em que se buscam informações para se conhecer mais sobre o tema. Na terceira etapa é que se dá o levantamento dos problemas, que por sua vez, considera os dados coletados e toma como pressuposto as informações adquiridas no momento da pesquisa exploratória. A quarta etapa é a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático. Na quinta

etapa temos a análise crítica das soluções, momento em que se analisa e discute as soluções em termos da situação inicial.

A estrutura descrita por Burak (2010) pode ser entendida como um suporte para ajudar professores a trabalharem com Modelagem em suas aulas. Todavia, o autor afirma que as etapas não precisam acontecer de forma rígida e linear. Trata-se de considerar, assim, uma diversidade de caminhos a serem construídos por professores e alunos diante de seus interesses e motivações.

Almeida, Silva e Vertuan (2013), por sua vez, apresentam algumas fases por meio das quais a atividade de Modelagem Matemática pode se dar. São quatro: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação. Nessas fases, evidenciam características das atividades de Modelagem Matemática.

A inteiração é a fase em que o aluno tem contato com o tema de investigação, buscando conhecer suas especificidades e características. Já a fase de matematização é o momento em que se dá a transição da linguagem inicial, do problema, em uma linguagem matemática, evidenciando o problema matemático a ser resolvido. A resolução é a fase a qual se faz a construção do modelo matemático, bem como configura-se o momento de analisar as ações que denotam autonomia que se tornaram relevantes no desenvolvimento da atividade. Por último temos a fase de interpretação dos resultados e validação, momento de analisar as respostas obtidas por meio do modelo e validar a resposta.

Caldeira (2009) caracteriza o processo de Modelagem Matemática como algo dinâmico, que possibilita ao aluno criar, inventar, considerar suas vivências para resolver um problema de determinada situação e que proporciona ao estudante um ambiente com múltiplas formas de se pensar a situação investigada e a matemática utilizada na investigação.

Almeida (2010), ao descrever uma atividade de Modelagem Matemática, apresenta-a em termos de uma situação inicial, problemática, e de uma situação final desejada, que configura-se como uma solução dessa situação inicial, cujo caminho entre a situação inicial e a final se dá via conceitos e procedimentos matemáticos e extra matemáticos, nem sempre conhecidos a priori pelos estudantes. Trata-se de integrar a realidade, em que se origina a situação inicial, com a Matemática, área em que se fundamentam os conceitos e procedimentos, havendo, assim, a retomada e/ou produção de conhecimentos matemáticos e não matemáticos. Entendimento em que se assentam as atividades de Modelagem empreendidas nesta pesquisa.

Completando, Almeida e Palharini (2012) afirmam que,

De modo geral, uma atividade de Modelagem Matemática origina-se em uma situação problemática e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema (ALMEIDA; PALHARINI, 2012, p. 910).

Segundo as mesmas autoras,

“[...] a Modelagem Matemática diz respeito à análise de uma situação-problema, à construção de representações matemáticas, à obtenção de resultados matemáticos para a situação e à reinterpretação dos resultados em relação à situação” (ALMEIDA; PALHARINI, 2012, p. 910).

No que diz respeito ao tempo de duração de uma atividade de Modelagem, Almeida, Silva e Vertuan (2013) defendem que não há um tempo determinado ou um tempo limite. Segundo os autores, a duração da atividade vai ser estabelecida a partir da proposta e do engajamento de estudantes e professores na investigação do tema, podendo se configurar um projeto prolongado, situações de investigação que são realizadas em algumas aulas ou até mesmo em uma aula. Almeida, Silva e Vertuan (2013) também sugerem três circunstâncias segundo as quais a Modelagem Matemática pode ser desenvolvida em um ambiente escolar: na própria aula de matemática, em horário e/ou espaço que denotam um ambiente extraclasse ou como combinação das duas primeiras circunstâncias.

Independentemente do tempo de realização de uma atividade de Modelagem, é importante que os alunos se engajem na investigação e que a atividade seja, de fato, investigativa. Empreender atividades de Modelagem em sala de aula, portanto, significa proporcionar atividades de investigação que partam de um problema, perpassam o desenvolvimento de hipóteses e planos de ação, diferentes encaminhamentos de resolução, e culminam em interpretações da situação inicial em termos dos resultados obtidos.

No desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática costumamos associar à situação investigada uma representação matemática. Esta representação é denominada, na literatura, de modelo matemático.

Almeida, Silva e Vertuan (2013) definem um modelo matemático como,

“[...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2013, p. 13).

Para os autores, os modelos matemáticos podem ser representados por meio de tabelas, equações e gráficos, por exemplo. Todavia, os modelos matemáticos configuram-se como representações parciais de um objeto matemático ou fenômeno. Neste sentido, Chaves e Santo (2008, p.152) destacam que,

[...] em geral, um modelo matemático não representa a situação-problema em sua totalidade, mas um recorte ou uma aproximação a partir de idealizações sobre a mesma, é no momento da seleção de variáveis que fazemos o recorte, ou que selecionamos e escolhemos as variáveis intervenientes para a construção do modelo, segundo os interesses/necessidades do modelador (CHAVES; SANTO, 2008, p. 152).

Chaves e Santo (2008) atentam que a validação do modelo matemático acontece a partir das repostas encontradas, se elas respondem ou não ao problema inicial. E se o modelo não estiver de acordo com as necessidades que o geraram, é preciso retomar o processo de constituição do modelo para refiná-lo e torná-lo adequado ao contexto.

Considerando os entendimentos de modelo matemático e de Modelagem Matemática apresentados, é possível acenar para a diversidade de propostas e caminhos que podem contribuir para com o professor interessado em empreender práticas de Modelagem Matemática em sala de aula.

Neste sentido, Barbosa (2001) apresenta configurações curriculares para a prática da Modelagem. Segundo o autor,

Cada configuração curricular de Modelagem é vista em termos de casos, referindo-se às diferentes possibilidades de organização curricular da Modelagem.

Analisando os estudos sobre Modelagem, nacional e internacional, podemos classificar os casos de Modelagem de três formas diferentes:

Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.

Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema (BARBOSA, 2001, p.8-9).

Os casos manifestam três formas de se trabalhar com a Modelagem Matemática. Segundo Barbosa (2001) desde o caso 1 o professor se faz presente, pois é ele o responsável pela criação do ambiente da sala de aula e pela apresentação da situação-problema, momento em que ele tem maior participação, até o caso 3, se colocando na posição de compartilhar com o aluno o desenvolvimento de toda a atividade. O professor tem, no caso três, a função de observador do que está sendo

produzido e de mediador das discussões, de modo que os alunos mantenham o foco da investigação.

Os três casos de Barbosa (2001) sinalizam para uma organização em sala de aula que permite pensar a modelagem como possibilidade de trabalhar o currículo de matemática, uma vez que os conceitos matemáticos, segundo essa perspectiva, podem ser planejados pelo professor e realizados segundo o caso 1, por exemplo. De todo modo, destacamos que embora o planejamento de encaminhamentos de resolução seja ação importante para o professor que utiliza modelagem em sala de aula, consideramos importante que o professor, ao mediar às atividades dos alunos, encabece/estimule resoluções não planejadas a priori, mas vislumbradas pelos alunos durante o processo. Quanto mais resoluções forem empreendidas em uma atividade, mais trocas de experiências acontecem no momento em que os diferentes grupos apresentam seus modos de pensar e lidar.

Na continuidade deste capítulo, destacamos ações do professor e do aluno quando esses estão inseridos no contexto de atividades de Modelagem Matemática.

1.3 Sobre as ações do professor e dos alunos em atividades de Modelagem Matemática

Os fazeres de professores e alunos são fundamentais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, pois determinam o ambiente investigativo, os encaminhamentos dados às resoluções e as aprendizagens.

Segundo Barbosa (1999):

[...] a Modelagem redefine o papel do professor no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe. Concebo a palavra “condução” no sentido de problematizar e direcionar as atividades escolares (BARBOSA, 1999, p. 71).

Em Modelagem, o professor é responsável por criar um ambiente em sala de aula que desafie os alunos, que os leve a investigar um determinado tema e a se sentir à vontade para experimentar diferentes caminhos.

Ao se referir ao papel do professor em atividades de Modelagem Matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2013) caracterizam-no como “orientador”, uma vez que, no desenvolvimento de atividades, indica caminhos aos alunos, questiona, não aceita o que não ficou bom e, em meio a esse processo, sugere procedimentos.

Chaves e Santo (2008) afirmam que independente da perspectiva de Modelagem assumida, o professor deve se atentar para o fato de que o aluno é o centro na sala de aula. Nesta perspectiva, o aluno é colocado no papel do modelador e ao professor fica a função de orientar o aluno, de modo que esse se envolva nos processos de Modelagem Matemática, para que possa aprender dentre os vários conhecimentos envolvidos, inclusive e principalmente, o conhecimento matemático.

Biembengut (2014), ao discorrer sobre a formação acadêmica dos estudantes, afirma que,

[...] em diversos países, documentos oficiais de Educação apresentam mais ou menos explícitas indicações da utilização da Modelagem e Aplicações no ensino de matemática. A expectativa é que por meio da Modelagem o estudante: compreenda situações-problema de alguma área em que ele tenha interesse, apreenda conceitos matemáticos requeridos na aplicação, aprimore sua capacidade para ler, interpretar, formular situações-problema e estimule seu senso criativo na solução e na avaliação.

Para que o estudante possa adquirir conhecimentos acadêmicos e, ao mesmo tempo, aprenda a pesquisar, o processo de Modelagem requer uma adaptação devido à estrutura da Educação. Dessa forma, o objetivo primacial da Modelagem na Educação – Modelação é ensinar ao estudante os conteúdos do programa curricular da disciplina (e não curricular), a partir de um *tema/assunto* e, ao mesmo tempo, sob a forma de projeto, orientá-lo à pesquisa nos limites do processo educacional e na estrutura escolar (BIEMBENGUT, 2014, p. 202).

Barbosa (2001) afirma que a Modelagem leva os alunos a utilizarem da matemática para questionar uma determinada situação. Assim, podem surgir diversos encaminhamentos. Como são os alunos que desenvolvem a atividade, os conceitos e ideias matemáticas exploradas vão depender dos caminhos percorridos por eles.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), por sua vez, consideram o aluno como um ser de autonomia, como o sujeito que toma frente e toma decisão do que fazer frente aos impasses e encaminhamentos presentes no processo de Modelagem,

Através da Modelagem, o aluno poderá, valendo-se dos resultados matemáticos relacionados a uma dada situação real, ter melhores condições para decidir o que fazer, uma vez que terá uma base quantitativa que poderá contribuir para a avaliação de aspectos qualitativos e quantitativos da situação apresentada no início (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 29).

Segundo Almeida e Ferruzzi (2009), ao tomar a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, tem-se que,

[...] ela se configura como uma atividade que, para os envolvidos na atividade, implica em um conjunto de ações como a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos

adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120-121).

As mesmas autoras descrevem que essas são ações que os alunos, devem realizar na busca de respostas para uma interrogação. A formulação do problema como primeiro tópico deve levar os envolvidos com a atividade de Modelagem Matemática a ter o domínio do problema de maneira a definir metas, compreender a situação-problema e procurar respostas para solucionar o problema. Como segundo tópico, temos o processo investigativo no qual os envolvidos devem procurar e desenvolver uma base de investigação. No terceiro tópico é caracterizado como a busca por uma representação matemática (ou modelo matemático), no qual as autoras afirmam;

[...] de modo geral, a situação-problema se apresenta em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática; gera-se assim a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática); esta linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido; a busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente estas características (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 121-122).

No quarto tópico tem-se a análise de uma resposta para o problema. É o momento o qual os envolvidos avaliam e validam a representação matemática derivada do problema, considerando se os procedimentos e, ainda, a representação está adequada à situação investigada. No quinto tópico temos a comunicação de resultados para outros, momento de argumentar e convencer aos outros modeladores de que a solução encontrada é adequada e consistente, tanto para a representação encontrada quanto para a adequação da representação em relação à situação estudada.

Almeida e Ferruzzi (2009) complementam que dessa forma se caracteriza a Modelagem Matemática como uma prática de investigação que desencadeia abordagens que não eram esperadas, originais, desenvolvendo no aluno o seu lado criativo.

Ao falar dos alunos, também nos remete a formação organizacional que eles utilizam para trabalhar com atividade de Modelagem Matemática. Ao vivenciar experiências com atividades de modelagem em diferentes espaços formativos, bem

como considerando a literatura de Modelagem, é possível perceber que em sua maioria o trabalho em grupo faz parte desse tipo de atividade.

Malheiros (2012) discute o trabalho em grupo, em termos do diálogo que essa formação possibilita, bem como em termos do compartilhamento de interesses;

Além disso, o trabalho em grupo é condicionado pelo interesse de cada indivíduo em querer trabalhar junto com o outro e de desejar fazer parte de um determinado grupo. Sabemos que a maior parte das atividades de Modelagem é realizada em grupo, visto que elas pressupõem diálogo e interação entre os pares, e requer que os interesses sejam comuns, compartilhados (MALHEIROS, 2012, p. 872).

Ao falar no trabalho em grupo em uma atividade, Almeida e Vertuan (2016) descrevem essa formação como fundamental para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem. Os autores destacam, ainda, que em uma atividade de Modelagem Matemática quanto maior a familiarização dos alunos com este tipo de atividade, menos o professor interfere nos procedimentos,

A familiarização dos alunos com atividades de Modelagem pode resultar, para além de uma compreensão acerca do que constitui uma atividade de Modelagem, em um aumento no repertório de estratégias de resolução e em certa autonomia frente à utilização dos conceitos matemáticos, suas propriedades e sua importância no contexto do problema (ALMEIDA; VERTUAN, 2016, p. 1074).

A manifestação pelo trabalho em grupo e conseqüentemente a familiarização em uma atividade de Modelagem Matemática, denota a versatilidade e variedade de opções que um professor pode ter em suas estratégias para gerar um ambiente que seja foco de ensino e gere aprendizado e que busque a qualidade como uma de suas metas.

Almeida, Silva e Vertuan (2013) acrescentam que em Modelagem Matemática as atividades devem ter caráter cooperativo, o que também sugere contribuições do trabalho em grupo.

No que diz respeito às contribuições do uso de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, também destacamos o fato de que as situações que se manifestam em salas de aula e que sugerem a Matemática como algo imutável, difícil, que provoca medo, tem nos levado a refletir sobre um ensino que provoque a interação entre professor e aluno e que faça da sala de aula um espaço compartilhado de conhecimento. Concordamos com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.24) de que,

Não se deve mais assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, porque rompemos com a concepção de que o professor ensina e passamos a acreditar na ideia de que o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua interação. Passamos de objetos que o professor ensina para objetos que o aluno aprende (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 24).

Quando há a preocupação com um ensino e aprendizagem de Matemática não mais pautada em algo imutável, deixamos em aberto a possibilidade de realizarmos nesse ambiente, discussões sobre conhecimentos matemáticos e não matemáticos, podendo abrir espaço para a diversidade de conhecimentos, a ponto de não aprender por aprender, mas gerar reflexões em torno do que se estuda e/ou pesquisa. Diante disso, justificamos o uso de práticas de Modelagem Matemática por meio da afirmação de Caldeira (2009),

[...] a Modelagem Matemática não se constitui em um método para justificar a existência de apenas uma visão da matemática, imposta pelo currículo oficial. Prefiro pensar que a Modelagem Matemática deve servir para que possamos dar significado também pelo particular de uma cultura e não apenas para justificar uma matemática que já está pronta, denominada universal (CALDEIRA, 2009, p. 47).

A Modelagem Matemática é discutida por Almeida, Silva e Vertuan (2013) também a partir de aspectos de seu desenvolvimento nas aulas de Matemática, em especial para a Educação Básica. Segundo os autores, há aspectos que são motivacionais, até porque as atividades se desenvolvem em uma relação estreita com a vida dos alunos fora da escola, com seus conhecimentos prévios, em meio ao uso de computadores e outras tecnologias, em um ambiente de cooperação, em que o conhecimento crítico e reflexivo, bem como o uso de diferentes representações constituem o ambiente de Modelagem. Trata-se de encarar a possibilidade de os alunos também desenvolverem-se como sujeitos autônomos de suas aprendizagens.

É neste contexto que essa pesquisa se insere, na investigação de ações em atividades de Modelagem que denotam autonomia dos alunos. Para exemplificar pesquisas sobre Modelagem Matemática no contexto do Ensino Fundamental e no contexto de olhar para autonomia, apresentamos a seguir uma revisão de literatura.

1.4 Revisão de literatura

Nesta seção apresentamos uma revisão de literatura no que tange à Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, em específico, nos anos iniciais,

com foco nos quintos e sextos anos, bem como no que diz respeito à Modelagem Matemática e Autonomia. Para essa revisão, escolhemos pesquisar textos nos variados meios de publicações de pesquisas, como revistas, jornais, bibliotecas digitais, entre outros, para assim escolher textos que diziam de “Modelagem Matemática e Ensino Fundamental” e “Modelagem Matemática e autonomia”.

1.4.1 Modelagem Matemática e Ensino Fundamental

No que diz respeito às pesquisas que dizem da Modelagem Matemática no âmbito do Ensino Fundamental, mais especificamente, de quintos e sextos anos, consideramos três trabalhos que passaremos a apresentar.

Como primeiro trabalho, consideramos uma dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, escrita por Elise Cândida Dente e intitulada *“Modelagem Matemática e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática no 5º ano do ensino fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari”*. A dissertação possui como questão de investigação: *Quais as implicações de uma prática pedagógica, envolvendo Modelagem Matemática, sobre o desenvolvimento de atitudes investigativas e habilidades para resolver desafios, com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental?*

A dissertação de Dente (2017) concluiu que a partir das atividades de Modelagem os alunos despertaram para a pesquisa, para o trabalho cooperativo e para a resignificação de conceitos já abordados em níveis de ensino anteriores. A pesquisa atenta, ainda, para o fato de que o emprego da Modelagem em sala de aula permitiu um diagnóstico diferenciado da turma ou turmas, por parte dos professores.

A dissertação de Janaina de Ramos Ziegler, também do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, com o título *“Modelagem Matemática e o Esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do ensino fundamental de duas escolas”*, tinha como interrogação da pesquisa: *Quais implicações pedagógicas ocorrem durante a exploração de atividades envolvendo Modelagem Matemática e o tema de interesse em duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental?*

Ziegler (2015) destaca que atuar com a metodologia de ensino Modelagem Matemática exige do docente uma postura diferenciada. Durante a investigação, não

foram resolvidos exercícios formais, mas realizadas buscas de dados pertinentes a itens escolhidos pelos estudantes. Cada grupo precisava elaborar, em conjunto, o modelo matemático que melhor representaria seu problema. Para isso, construíram maquetes, desenhos e cartazes.

No terceiro texto temos um artigo intitulado “*Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: a linguagem de alunos como foco de análise*” dos autores Emerson Tortola e Lourdes Maria Werle de Almeida publicado no *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática* e tem como questão de investigação: *Como estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental usam a linguagem para trabalhar com atividades de Modelagem Matemática?*

Tortola e Almeida (2014) sinalizam que

[...] o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental revela que as ações dos alunos nestas atividades estão, em grande medida, associadas ao uso que os alunos fazem da linguagem (TORTOLA; ALMEIDA, 2014, p. 140).

Também sinalizam que,

[...] a introdução da Modelagem matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental representa uma oportunidade para alunos desse nível de escolaridade construir seu conhecimento em matemática mediado por diferentes jogos de linguagem e possibilitando a familiarização com as regras da linguagem matemática (TORTOLA; ALMEIDA, 2014, p. 140).

E que “atividades de Modelagem, em consonância com as ideias de Brown (2001), colaboram para que o significado dos símbolos, das regras em Matemática, seja construído por meio de atividades em que o seu uso é realizado” (TORTOLA; ALMEIDA, 2014, p. 141).

Podemos observar, nos três textos, apontamentos sobre o uso da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental sinalizando para aspectos positivos de seu uso como prática pedagógica nas aulas de matemática.

1.4.2 Modelagem Matemática e Autonomia

Buscamos encontrar textos que apresentavam a Modelagem Matemática e autonomia como focos de interesse, simultaneamente. Dessa maneira, ao encontrar textos que discutiam em sua estrutura o assunto Modelagem Matemática e também autonomia os escolhíamos para fazer parte dessa revisão.

Assim, tivemos como campo de busca o Banco de Dados de Teses e Dissertações da Capes, como também a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Nesse contexto, obtivemos dois trabalhos publicados que discutiam Modelagem Matemática e autonomia em algum contexto de pesquisa.

Como nessa busca encontramos apenas dois textos, para contribuir com nossa revisão de literatura sobre Modelagem Matemática e autonomia, procuramos usar o Google como campo de busca para ampliar a possibilidade de encontrar textos que discutiam o assunto. Ainda assim, usando *Modelagem Matemática e autonomia*, *Mathematical Modeling and autonomy*, *Modélisation Mathématique et autonomie* e *Modelado Matemático y autonomía*, não foi possível encontrar outros textos que discutiam a Modelagem Matemática e autonomia em um determinado contexto de pesquisa.

Um terceiro texto usado para essa revisão é de autoria de Malheiros (2014), texto já usado como referência nos trabalhos que desenvolvemos.

O primeiro texto, de autoria Janaina Marquez, é uma dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. É intitulada “*Modelagem na Educação Matemática com vistas à autonomia*” e possui como questão de investigação: *Como a Modelagem Matemática pode contribuir como um meio do educando ser protagonista da sua aprendizagem, aspirando sua autonomia?*

A dissertação de Janaina Marques apresenta os seguintes resultados:

[...] foi possível identificar uma grande evolução no desenvolver das atividades. Ao dar liberdade de escolhas e resoluções aos discentes, eles começaram a ser mais responsáveis e participativos no processo de aprendizagem, assumindo seu papel no seu ensino (MARQUES, 2017, p. 140).

Os registros e os relatos corroboram com a questão da pesquisa, afirmando que podemos despertar a curiosidade, o senso crítico e a responsabilidade, favorecendo que os alunos busquem pelo seu conhecimento, construam melhor seu perfil e aspirem sua autonomia (MARQUES, 2017, p. 140-141).

[...] a Modelagem Matemática pode contribuir para que o estudante construa e aspire sua autonomia, promovendo um ambiente de liberdade e experiências em que o estudante vá assumindo seu papel e responsabilidade no seu processo de aprendizado, assim conhecendo e construindo seu perfil, tomando decisões, questionando informações dadas e buscando sanar suas curiosidades (MARQUES, 2017, p. 141).

É possível observar nas considerações apresentada por Marques (2017) que a Modelagem Matemática possibilitou o aluno construir e buscar sua autonomia,

deixando em aberto a oportunidade de se estudar características da autonomia no contexto da Modelagem Matemática.

O segundo texto usado para revisão de literatura sobre Modelagem Matemática e autonomia é de autoria de Ingridi Rodrigues Charal Galvani, sendo uma dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá. Essa dissertação tem como título “*A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio*” e como questão de investigação: *Como as atitudes do estudante no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática favorecem a sua autonomia?*

A dissertação Galvani (2016) apresenta como resultados:

[...] o tempo de desenvolvimento é curto para extrairmos conclusões definitivas em relação a autonomia dos estudantes, sendo esta construída por meio de decisões tomadas durante a vida (GALVANI, 2016, p. 100).

A pesquisa-ação nos proporcionou explorar nossos objetivos de pesquisa dentro do contexto escolar dos estudantes, para isso, a nossa presença e interferência durante as observações e as atividades de Modelagem Matemática nos possibilitaram contribuir com diálogos, reflexões e questionamentos, buscando que os estudantes refletissem sobre a sociedade em que vive e contribuísse para a sua formação ética, social, crítica e autônoma (GALVANI, 2016, p. 100).

[...] inferimos que a postura do estudante diante das atitudes descritas é essencial para que ele reflita criticamente sobre os problemas propostos, buscando analisar matematicamente as situações da sua realidade. Assim, considerando-se a autonomia como algo que se desenvolve a partir da tomada de decisões, pensamento crítico e reflexões acerca dos assuntos discutidos, objetivando transformar a sociedade em que se vive, afirmamos que as atividades que instigam essas ações devem fazer parte do currículo escolar (GALVANI, 2016, p. 101).

Nas descrições da autora é ponderado sobre atitudes do professor e do aluno que proporcionam a autonomia do aluno. Em um segundo momento a autora diz sobre o pouco tempo para inferir sobre a autonomia do aluno, e aponta para algumas atitudes do aluno que desenvolve a autonomia como “*tomada de decisões, pensamento crítico e reflexões acerca dos assuntos discutidos*” Galvani (2016, p. 101).

As inferências realizadas sobre a Modelagem Matemática e a autonomia nos deixam caminhos abertos para olhar outros autores, para além de Paulo Freire, para contextualizar a autonomia e construir as análises de nossa pesquisa tendo em vista ações dos alunos que denotam autonomia no desenvolvimento de atividades de Modelagem.

Já o terceiro texto é um artigo da professora e pesquisadora Ana Paula dos Santos Malheiros publicado na Revista Boletim Gepem (online) intitulado “*Contribuições de Paulo Freire para uma compreensão do trabalho com a Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática*”. O objetivo que conduziu as análises desse artigo é “apresentar contribuições de parte da obra de Paulo Freire para uma compreensão do trabalho com a Modelagem na formação inicial de professores de Matemática” Malheiros (2014, p.1).

Malheiros (2014) apresenta as seguintes reflexões:

Outro aspecto que pôde ser identificado nas falas dos estudantes é a pouca autonomia dos mesmos. Isso pode estar relacionado ao modelo de educação que a maior parte vivencia desde a escola básica, a educação bancária (FREIRE, 2005). Sobre tal fato, Freire (2011, p. 105) afirma que a autonomia não se adquire de uma hora para outra e que deve “[...] estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitadas da liberdade (MALHEIROS, 2014, p. 9).[...] é possível inferir que a Modelagem pode contribuir para o desenvolvimento e exercício da autonomia dos alunos, mas apenas uma atividade de Modelagem, ao longo de todo um curso de formação de professores, é pouco para isso (MALHEIROS, 2014, p. 9).

No artigo, discute-se o entendimento de autonomia de Paulo Freire e, nessa perspectiva, discute-se possíveis contribuições da teoria do autor para inferir sobre autonomia dos professores em formação inicial no trabalho com a Modelagem Matemática, o que corrobora com as pesquisas em Educação Matemática e abre espaço para pesquisas que discutem autonomia e Modelagem Matemática.

CAPÍTULO 2

AUTONOMIA

Nesse capítulo buscamos apresentar compreensões sobre autonomia, e assim, identificar e caracterizações que denotam autonomia, construindo, a partir da literatura, um quadro referência que possibilite realizar as análises desta pesquisa.

<p>Objetivo específico relacionado ao capítulo: identificar e caracterizar, a partir do referencial teórico da área da educação e educação matemática, ações que possam denotar autonomia do estudante ao desenvolver atividades escolares.</p>
--

2.1 Sobre autonomia

Autonomia é um termo presente em diferentes contextos e em diversas áreas de estudo. Segundo o dicionário UNESP⁷, autonomia pode ser entendida como “Faculdade ou direito de se governar por si mesmo, direito de se administrar por leis ou princípios próprios, independência ou liberdade de pensamento e ação”. Assim, autonomia está relacionada à liberdade, ao ato do indivíduo reger suas ações.

Segundo Martins (2002);

Autonomia vem do grego e significa autogoverno, governar-se a si próprio. Nesse sentido, uma escola autônoma é aquela que governa a si própria. No âmbito da educação, o debate moderno em torno do tema remonta ao processo dialógico de ensinar contido na filosofia grega, que preconizava a capacidade do educando de buscar resposta às suas próprias perguntas, exercitando, portanto, sua formação autônoma (MARTINS, 2002, p. 224).

Os autores Chaves, Filho e Seixas (2018, p. 89) afirmam que “Autonomia, como capacidade de governar-se, é uma decorrência da formação humana”. Os autores nos levam a refletir que a autonomia é a resposta de um sujeito que inserido no mundo, se reconhece como parte dele e como sujeito transformador do mesmo, o que denota a importância da escolarização e da educação para a autonomia.

⁷BORBA, F. S. **Dicionário UNESP** do português contemporâneo. Col: LONGO, B. N. DE O. NEVES, M. H. DE M. BAZZOLI, M. B. IGNÁCIO, S. E. Curitiba – PR, Piá, 2011.

No contexto dessa pesquisa nos interessamos pela literatura que discute a autonomia no ambiente de sala de aula, em específico a autonomia do aluno.

As autoras Santos e Rubio (2018) afirmam que;

Dotar o aluno de capacidade de posicionar-se, elaborar projetos pessoais, participar comunicativa, cooperativa e coletivamente da vida em sociedade é o objetivo precípua do processo educativo. Isto é, por autonomia entende-se uma relação emancipada, íntegra, com as mais variadas dimensões da vida, o que envolve aspectos intelectuais, morais, afetivos, sociais, políticos, entre outros (SANTOS; RUBIO, 2018, p. 06).

E assim, orientados por estudos que dizem sobre autonomia, buscaremos neste capítulo destacar da literatura ações que podem ser caracterizadas como ações que denotam autonomia e que, no decurso da pesquisa, podem ser tomadas como indicativos de ações que denotem um comportamento autônomo dos alunos.

No contexto educacional Benson (2001, p. 01, trad. nossa) esclarece que “[...] a autonomia não é um método de aprendizagem, mas um atributo da abordagem do aprendiz ao processo de aprendizagem”. A seguir destacaremos ações que denotam autonomia.

2.2 Ações que denotam autonomia

Muitas das ações que denotam autonomia podem ser destacadas das definições de autonomia utilizadas pelos diferentes autores que discutem e investigam o tema. Neste sentido, nesta seção do texto, buscamos discutir algumas ações que denotam autonomia destacadas da literatura, bem como realizar uma reflexão acerca de como essas ações, apresentadas com denominações distintas pelos diferentes autores, podem ser relacionadas.

2.2.1 Ação de Autonomia: Imprimir orientação às suas ações

No tocante sobre autonomia, adentramos em um campo que aponta para ações do ser humano que os faz ter autonomia.

Sant’Ana (2009) apresenta alguns entendimentos de autonomia:

Na sua acepção mais ampla, autonomia refere-se à capacidade do sujeito de imprimir orientação às suas ações, por si mesmo, e com independência, sendo comum a expressão referir-se ao indivíduo, às instituições e à comunidade. Politicamente, a autonomia se relaciona à condição de autogoverno, podendo ser aplicada aos Estados e às instituições sociais, que têm o direito, mesmo se relativo, de determinar suas próprias regras. O

legado grego remete à ideia de grupos ou povos exercendo autogoverno, autocontrole e autodeterminação sobre as coisas públicas, estando frequentemente associada a preocupações com o exercício da democracia em todas as esferas da vida social. Porém, a autonomia não se restringe ao exercício do poder político nas instituições e na organização social, estendendo-se também à subjetividade humana (SANT'ANA, 2009, p. 467).

Neste contexto, a autonomia está ligada às particularidades do indivíduo de se orientar quanto às relações com o meio em que está inserido e consigo próprio. Destacamos em Sant'Ana (2009), portanto, como ação que denota autonomia *imprimir orientação às suas ações*, desse modo, no que diz respeito ao aluno em sala de aula, esta ação se refere aos momentos em que, para aprender um conceito, ou mesmo realizar uma atividade, os alunos precisam orientar suas próprias ações com vistas ao cumprimento de um objetivo ou realização de uma tarefa.

2.2.2 Ação de Autonomia: Tomada de decisão

A autonomia se expressa junto à sensação de liberdade para realizar e buscar algo. Freire (1996, p.58) afirma que “é com ela, a autonomia, penosamente construindo-se, que a liberdade vai preenchendo o espaço antes habitado por sua dependência. Sua autonomia que se funda na responsabilidade que vai sendo assumida”.

Ao falar da condição de professor, Freire (1996) afirma que ao exercer essa profissão se lida tanto com a própria liberdade quanto com a própria autoridade, e completa afirmando que como professor também se lida com a liberdade do aluno, que se deve saber respeitar, de modo a trabalhar a construção de sua autonomia.

Assim, Freire (1996) nos leva a refletir que é preciso estar atento ao movimento do aluno para a liberdade de se expressar e para o desenvolvimento da autonomia, uma vez que “Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha” (FREIRE, 1996, p.37). Desse modo, ao professor é importante olhar de volta para si e pensar sobre o professor que se quer ser, sobre como ajudar no desenvolvimento desse estudante e, em particular, para o desenvolvimento da autonomia do mesmo.

Freire (1996) afirma que:

Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos 25 anos. A gente vai amadurecendo todo dia, ou não. A autonomia, enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser. Não ocorre em data marcada. É neste sentido que uma pedagogia

da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitadas da liberdade (FREIRE, 1996, p. 41).

Ao discutir uma pedagogia da autonomia, Freire (1996) atenta para o fato de que o desenvolvimento da autonomia se dá por meio de constantes experiências centradas na ação do sujeito que precisa tomar decisões em situações de aprendizagem. Essa perspectiva suscita a importância do professor na criação de ambientes de aprendizagem diversos e abertos o suficiente para permitir aos estudantes vivenciarem experiências de autonomia: momentos em que têm a possibilidade de agir com liberdade, de resolver um problema e realizar uma atividade com independência. Consideramos, neste sentido, que a Modelagem Matemática pode promover essas experiências.

Pereira (2010), por sua vez, afirma que

[...] a adoção da Modelagem matemática requer uma postura de forma a proporcionar liberdade aos estudantes. Tendo em vista que a atividade deve ser heurística e que o grupo deve investigar situações do dia-a-dia, os estudantes precisam de liberdade para propor ideias, resolver problemas, e desenvolver outras atividades (PEREIRA, 2010, p. 120).

Corroborando com o autor, Malheiros (2015) afirma que na Modelagem Matemática a autonomia se apresenta como elemento fundamental de sua estrutura, sendo que os alunos se lançam em uma investigação, para a qual buscam informações por meio de pesquisas, sem a qual não é possível proceder nos processos de Modelagem. Assim:

Ao eleger um assunto para explorar, os estudantes devem pesquisar, fazer perguntas, conjecturas e delimitar o foco de sua investigação, para, então, iniciar a coleta de dados e dar continuidade ao processo de Modelagem. Esse exercício, que exige autonomia, muitas vezes é novo para os alunos, acostumados à cultura do silêncio e à pedagogia da resposta (MALHEIROS, 2015, p.4).

Neste contexto, embora não seja esse o foco desta pesquisa, por vezes nossas discussões podem incidir sobre as intervenções docentes e nos desdobramentos dessas intervenções no que se refere à autonomia discente. Isso porque, conforme afirma Freire (1996, p. 41), “A autonomia vai se constituindo na experiência de várias, inúmeras decisões, que vão sendo tomadas”.

Aliás, considerando a citação de Freire (1996), tomamos como ação que denota autonomia, a *tomada de decisão*. Freire (1996) se refere à tomada de decisão exemplificando o caso da criança que precisa decidir o melhor momento para se

estudar, se referindo ao decidir com responsabilidade o que se vai fazer. Nesse caso, intentamos identificar nas ações dos alunos como eles decidem o que fazer perante uma situação que denota uma problemática a ser resolvida.

2.2.3 Ação de Autonomia: Iniciativa e construção de alternativas para a resolução de um problema

Berbel (2011) caracteriza a *iniciativa* como ação importante para o desenvolvimento da autonomia. A *iniciativa* está relacionada ao fato de os alunos se posicionarem frente às atividades propostas, medirem as discussões no grupo e buscarem meios de dirimir os problemas relativos à investigação, caracterizando assim uma ação que denota autonomia.

No que diz respeito às características da autonomia, concordamos com a autora quando afirma que

O fato de os alunos, desde o início, analisarem criticamente uma parcela da realidade para problematizá-la e, diante das diferentes possibilidades, elegerem aquele aspecto que consideram mais relevante para o estudo naquele momento, torna-se decisivo para o seu engajamento na continuidade do processo. Eles se sentem corresponsáveis pela construção do conhecimento acerca do problema e de alternativas para a sua superação, o que diminui a percepção de controle externo para a realização da atividade acadêmica e contribui para a constituição gradativa de sua autonomia (BERBEL, 2011, p. 34).

Neste sentido, é que consideramos outra ação que denota autonomia, a *construção de alternativas para a resolução de um problema*, o que denota o interesse do aluno no desenvolvimento da atividade e a consideração de diferentes possibilidades de resolução para uma mesma questão.

Consideramos a possibilidade de aproximar três ações que denotam autonomia, *tomada de decisão, iniciativa e construção de alternativas para a resolução de um problema*, isso porque a tomada de decisão se manifesta quando os alunos têm iniciativa para empreender uma investigação, uma resolução, pensar estratégias de resolução e em conteúdos matemáticos que podem contribuir com a resolução, ações estas que implicam e denotam a construção de alternativas para a resolução de um problema.

2.2.4 Ação de Autonomia: Capacidade de planejar as próprias ações e também a capacidade de realizar as ações planejadas

No que se refere a autonomia, é preciso que o aluno manifeste sua capacidade de realizar algo. Zatti (2007) destaca duas ações que denotam autonomia que, entendemos, se complementam.

Como a autonomia é “condição”, como ela se dá no mundo e não apenas na consciência dos sujeitos, sua construção envolve dois aspectos: o poder de determinar a própria lei e também o poder ou capacidade de realizar. O primeiro aspecto está ligado à liberdade e ao poder de conceber, fantasiar, imaginar, decidir, e o segundo ao poder ou capacidade de fazer. Para que haja autonomia os dois aspectos devem estar presentes, e o pensar autônomo precisa ser também fazer autônomo. O fazer não acontece fora do mundo, portanto está cerceado pelas leis naturais, pelas leis civis, pelas convenções sociais, pelos outros, etc, ou seja, a autonomia é limitada por condicionamentos, não é absoluta. Dessa forma, autonomia jamais pode ser confundida com autossuficiência (ZATTI, 2007, p. 12).

Desse modo, a autonomia se manifesta nas ações do indivíduo de planejar estratégias e encaminhamentos de resolução e também de realizar as ações planejadas. Assim, o aluno que desenvolve estratégias para resolver um problema e as empreende, está ao mesmo tempo sendo autônomo e desenvolvendo sua autonomia. O aluno passa a desempenhar papel principal em sala de aula quando rege seus caminhos e suas estratégias.

Benson (2001) discute três preceitos sobre autonomia que considera importante tanto no que tange à teoria quanto no que diz respeito à prática. Para o autor:

Entre as reivindicações feitas pela autonomia, três se destacam como sendo igualmente importantes para a teoria e a prática: 1) O conceito de autonomia baseia-se em uma tendência natural para que os alunos assumam o controle de sua aprendizagem. Como tal, a autonomia está disponível para todos, embora seja exibida de maneiras diferentes e em diferentes graus de acordo com as características únicas de cada aprendiz e cada situação de aprendizagem. 2) Alunos que não têm autonomia são capazes de desenvolvê-la em condições e preparação apropriadas. Uma condição para o desenvolvimento da autonomia é a disponibilidade de oportunidades para exercer controle sobre a aprendizagem. As formas pelas quais organizamos a prática de ensinar e aprender têm, portanto, uma importante influência no desenvolvimento da autonomia entre nossos alunos. 3) A aprendizagem autônoma é mais eficaz que a aprendizagem não autônoma (BENSON, 2001, p. 01-02, trad. nossa).

Desse modo, para Benson (2001), a autonomia pode ser desenvolvida e a organização do ambiente escolar, de ensino e aprendizagem, é condição para esse desenvolvimento. Consideramos a Modelagem Matemática como estratégia para isso,

uma vez que nos processos de realização de atividades de Modelagem o aluno pode assumir o controle das tarefas que realiza, de modo que aquele que não possui autonomia pode desenvolvê-la.

O professor surge como coparticipe do aprendizado do aluno quando esse possui autonomia, mas é preciso que sua participação seja efetiva de forma a contribuir com o desenvolvimento dos estudantes. Assim, ao se atentar para a autonomia do aluno em sala de aula o professor precisa mediar as atividades de modo que os alunos tenham tempo para pensar, discutir ideias, bem como empreender seus planejamentos de realização da atividade. Neste contexto, Case (2002) afirma que

O professor também tenta transmutar temas tradicionais em formas contemporâneas de diálogo e resolução de problemas, com o resultado de que o aluno não pode ser um mero observador, mas deve se tornar um participante. A participação leva à autonomia (CASE, 2002, p.39, trad. nossa).

Promover a constante participação dos alunos no desenvolvimento de atividades em aula implica considerar a ação do próprio aluno como condição primeira para seu desenvolvimento. Para Santos (2015, p.27), “na relação pedagógica, a autonomia configura-se em reconhecer no outro a capacidade de participar, ter o que oferecer e poder decidir aliado ao potencial do sujeito em ‘tomar para si’ sua própria formação”. Alia-se a esses dizeres a importância do professor em identificar e potencializar a autonomia dos alunos na realização das atividades e na aprendizagem de conceitos.

Paiva e Braga (2008) abordam a ideia de autonomia não individualizada, mas compartilhada.

Em contextos formais, a autonomia não pode ser vista como individualização, mas como possibilidade de compartilhar potenciais. Os papéis dos professores devem incluir um nível mais alto de tolerância para evitar conflitos com alunos mais autônomos, de modo a estimulá-los a compartilhar seus conhecimentos com seus colegas em vez de silenciá-los. Professores que reconhecem a autonomia de seus alunos devem estar preparados para um tipo diferente de ambiente de aprendizagem menos hierarquizado, com maior poder de distribuição, visando ao equilíbrio entre a gestão dos professores e a autonomia dos aprendizes (PAIVA; BRAGA, 2008, p. 464, trad. nossa).

Neste contexto, para além de criar situações que contribuam com o desenvolvimento da autonomia dos alunos, cabe aos professores entenderem essa autonomia e lidarem bem com ela, como forma de superação da cultura escolar, muitas vezes centralizada no docente.

2.2.5 Ação de Autonomia: Buscar respostas às próprias perguntas

O professor que toma como um de seus pressupostos contribuir para o desenvolvimento da autonomia do aluno possibilita que ele se prepare para a vida, dentro e fora de sala de aula. Boud (1988) afirma que a independência gerada pela autonomia é algo fundamental para que a pessoa tenha espaço efetivo na sociedade moderna. É preciso que o indivíduo planeje seu aprendizado e recorra aos variados recursos disponíveis a ele, para assim, colocar todo o seu plano de aprendizagem em prática. Desse modo, o indivíduo que possui autonomia se beneficia dessa condição nos mais variados ambientes em que se insere.

Nesse sentido, Chaves, Filho e Seixas (2018) consideram a escola como espaço privilegiado para o desenvolvimento do sujeito autônomo.

A escola, nesse processo de busca pela autonomia, vai criando um processo no qual o aluno busca respostas a suas próprias perguntas. O aluno, portanto, nessa formação para a autonomia, precisa de elementos construídos e produzidos pela humanidade, disseminados pela escola, para ter subsídios a partir dos quais as respostas serão baseadas (CHAVES; FILHO; SEIXAS, 2018, p. 87).

A partir da afirmação dos autores, consideramos *buscar respostas às próprias perguntas* como outra ação que denota autonomia que podemos destacar da literatura.

Santos e Rubio (2018) nos apresentam situações em sala de aula que denotam autonomia de uma criança;

[...] através da observação de situações cotidianas na sala de aula, como por exemplo o “simples” fato de a criança sentir-se capaz de escolher o desenho que quer produzir e as cores com que irá colori-lo. Essa cena expressa os primeiros passos em direção à independência intelectual da criança em relação ao adulto. Provavelmente a capacidade de tomar decisões, incentivada na Educação Infantil, poderá ter reflexos no comportamento adulto, gerando um cidadão crítico em relação às estruturas sociais (SANTOS; RUBIO, 2014, p. 08).

Observa-se na afirmação de Santos e Rubio (2018) que a tomada de decisão dos alunos e o incentivo realizado pelos professores são fatores importantes para a formação dos alunos, corroborando para o desenvolvimento de sua autonomia.

Santos e Rubio (2018) afirmam que em um ambiente onde prevalece o autoritarismo do professor dificilmente se desenvolve a autonomia do aluno. É preciso haver respeito e colaboração entre professor e aluno, e mais, o professor precisa respeitar o aluno como “sujeito construtor do seu conhecimento”.

As autoras afirmam, ainda, que

[...] na aprendizagem autônoma, o aluno deve ser responsável pela sua aprendizagem. Autonomia não é apenas a liberdade de fazer o que se quer, mas a responsabilidade em decidir sobre seu próprio comportamento (SANTOS ; RUBIO, 2018, p. 19).

E isso pode ter início, no contexto escolar, quando entre duas situações, uma criança precisa decidir o que é melhor para si e para o meio em que está inserida (QUEIROZ; FALCÃO, 2017).

Também a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) faz menção à autonomia quando afirma que:

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades (Brasil, 2018, p. 14).

Embora a autonomia esteja associada à pró-atividade e à tomada de decisão do estudante, consideramos importante destacar que trata-se, no entanto, de uma tomada de decisão refletida e consciente, o que denota a importância da educação escolar para o seu desenvolvimento.

Adotamos os dizeres da BNCC para mostrar como é empregado o termo autonomia no documento. Todavia, embora não seja esse o foco do referido trabalho, atentamos para a existência de discussões relativas ao documento, inclusive no que tange ao distanciamento da BNCC da realidade escolar brasileira e ao desprezo da produção científica da área na constituição do seu texto. Bigode (2019, p.131) afirma que “As escolhas dos redatores da base não estão apoiadas na produção científica brasileira, ou internacional sobre processos de aprendizagem, currículo, metodologia, ou sobre o debate epistemológico dos conhecimentos metodológicos”. Para o autor, a BNCC é composta de várias frases de efeito, em que há a valorização da quantidade de material escrito em detrimento de uma reflexão epistemológica sobre os processos de aprendizagem.

2.3 Discussões sobre convergências entre as ações de autonomia

Diante da revisão de literatura, buscamos construir um quadro (quadro 1) com ações que podem ser realizadas pelos estudantes e que caracterizam o que denominamos *ações que denotam autonomia*. Buscamos, nesta pesquisa, portanto, olhar para as ações/falas dos alunos, considerando estas ações como ponto de partida para a investigação que realizamos. Todavia, ficamos atentos às possibilidades de ações diferentes das descritas e que, no decurso do trabalho, também poderiam se revelar como ação de autonomia. É neste contexto que se dá a ação de autonomia que denominamos *comunicação de ideias*, como quando os alunos precisam elaborar e empreender, principalmente a partir da fala, um modo de apresentar uma ideia, defender um ponto de vista ou mesmo comunicar um resultado.

Ao destacar o que consideramos ações que denotam autonomia na literatura, é possível perceber que há interseções nas características dessas ações. Tomada de decisão, por exemplo, relaciona-se intrinsecamente ao processo de iniciativa, já que essa última se manifesta quando cabe ao aluno se posicionar, mediar discussões e dirimir os problemas que surgem nas investigações. Nesse processo de iniciativa é preciso tomar decisões com responsabilidade. Esta tomada de decisão, por sua vez, implica e denota a construção de alternativas para resolver um problema.

As ações “construção de alternativas para a resolução de um problema” e “capacidade de realizar as ações planejadas” são complementares, pois os vislumbres de estratégias de resolução, bem como de conteúdos apropriados ao contexto, só são efetivados se os alunos encabeçarem a realização destas estratégias e o uso destes conteúdos. Soma-se à estas ações, a capacidade de os alunos imprimirem orientação às ações que planejaram, entendida, neste contexto, como o monitoramento que os alunos realizam dos encaminhamentos vislumbrados à priori, do controle que realizam quando desenvolvem uma atividade no que tange ao processo de resolução planejado.

Desse modo, das ações que denotam autonomia apresentadas no decorrer do trabalho, consideramos que a iniciativa está ligada a todas as outras ações, uma vez que ao iniciar qualquer uma delas, os estudantes empreendem uma ação que pode ser associada à iniciativa de tomar uma decisão, de planejar uma ação, de questionar-se ou de comunicar uma ideia, por exemplo. Todavia, é possível considerar a situação de um aluno que chama a atenção do grupo para um aspecto da atividade – ação de

autonomia “iniciativa” – mas que não dá encaminhamentos (ou pelo menos não manifesta isso no áudio e no vídeo). Ainda assim, esse “chamar a atenção do grupo” poderia ser relacionado ao “imprimir orientação às ações”, no sentido de monitorar o desenvolvimento da atividade e levar o grupo a pensar em aspectos até então não discutidos. Por esse motivo, não consideraremos, no nosso quadro referência, um item específico de nome “iniciativa”, uma vez que ela se manifesta em todas as demais ações que destacamos.

Consideramos, também, que a “capacidade de planejar as próprias ações”, destacado por Zatti (2007) e a “construção de alternativas para resolver um problema” apontado por Berbel (2011), diferem-se na medida em que a primeira diz da ação de uma pessoa com vistas a planejar os passos na resolução de um problema, por exemplo, enquanto a segunda refere-se à ação de pensar em diferentes possibilidades de resolução para este problema, denotando certa flexibilidade de pensamento. Todavia, neste trabalho, consideramos a ação de autonomia “planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema” para englobar as duas ideias.

De modo similar, consideramos proximidades entre o que Sant’ana (2009) denomina “imprimir orientação às suas ações” e o que Zatti (2007) chama de “capacidade de realizar as ações planejadas”, uma vez que ambas referem-se, em nosso entendimento, ao monitoramento que os alunos realizam da execução do planejamento inicial. Ou seja, se os estudantes planejam fazer um experimento para coletar dados que permitam pensar o problema inicial, colocar os dados em uma planilha para verificar regularidades e construir uma expressão algébrica que represente a situação, a ação de autonomia “realizar e orientar as ações planejadas” refere-se aos momentos em que os alunos, com vistas a cumprir objetivos planejados, monitoram a resolução e revisitam o planejamento inicial sempre que necessário.

Considerando essas adequações, construímos o quadro 1 com as ações que denotam autonomia, principalmente tomando a literatura de autonomia como base. Buscamos utilizar esse quadro para tecer as análises desta pesquisa.

Quadro1: Ações que denotam autonomia.

	Ações de Autonomia	Descrição
1	Planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema.	Ação referente ao planejar os passos e estratégias na resolução de um problema e o pensar em diferentes possibilidades de resolução para uma mesma situação, denotando certa flexibilidade de pensamento. Momento de ter liberdade para poder conceber, fantasiar, imaginar, decidir. Trata-se das ações destacadas na literatura, denominadas <i>capacidade de planejar as próprias ações</i> (ZATTI, 2007) e <i>construção de alternativas para a resolução de um problema</i> (BERBEL, 2011).
2	Realizar e orientar as ações planejadas.	Ação que se refere aos momentos em que, para aprender um conceito, ou mesmo realizar uma atividade, os alunos precisam orientar suas próprias ações com vistas ao cumprimento de um objetivo ou realização de uma tarefa. Englobam as ações destacadas na literatura por Sant'ana (2009), imprimir orientação às suas ações, e por Zatti (2007), <i>capacidade de realizar as ações planejadas</i> .
3	Tomada de decisão (FREIRE, 1996)	Ação relativa ao posicionamento dos estudantes frente às atividades propostas, como quando decidem entre uma estratégia/encaminhamento ou outro, como quando mediam as discussões no grupo e buscam meios de dirimir os problemas relativos à investigação. É o momento de decidir com responsabilidade o que se vai fazer, bem como e pensar e construir alternativas para a resolução de um problema.
4	Buscar respostas às suas próprias perguntas (CHAVES, FILHO, SEIXAS, 2018)	Ação relativa ao momento em que o aluno se questiona, interroga e busca responder suas próprias dúvidas. Trata-se do momento em que, nessa formação para a autonomia, precisa de elementos construídos e produzidos pela humanidade, disseminados pela escola, para ter subsídios a partir dos quais as respostas serão baseadas.
5	Comunicação de ideias	Se refere à ação de manifestar ao outro, por meio de falas principalmente, uma ideia, uma estratégia ou um resultado.

Fonte: Própria dos autores.

Destacamos que as ações que denotam autonomia destacadas no quadro anterior se relacionam de modo íntimo, de modo que qualquer classificação e distinção entre uma ação e outra, embora possa ser feita do ponto de vista teórico, não acontecem isoladamente na prática.

Por exemplo, entendemos que a comunicação de ideias, considerada uma ação que denota autonomia, pode acontecer em meio às ações de autonomia iniciativa e tomada de decisão, momento de os alunos falarem suas ideias para se posicionarem e tomarem decisão perante à atividade. Também pode surgir em meio ao planejar e imprimir orientações as próprias ações, momento de dizer ao grupo o que se pode fazer perante a situação em discussão. A comunicação de ideias pode estar intrínseca ao realizar as ações planejadas e à construção de alternativas para a resolução de um problema, pois sendo um momento de extrema importância para o cumprimento dos objetivos de resolução, faz-se necessário comunicar as ideias no

grupo sobre as possibilidades de resolução que surgiram. E, por fim, pode haver a comunicação de ideias como socialização para o restante da sala.

Dessa maneira, no momento das análises desta pesquisa, atentos à descrição de cada ação que denota autonomia, buscamos relacionar ao momento em que cada ação surge no material escrito, de vídeo e áudio, com o momento da realização da atividade de Modelagem.

Apresentamos na continuidade uma revisão de literatura sobre os usos do termo autonomia, para assim, entender como esse termo tem sido usado nas pesquisas em Educação Matemática.

2.4 Revisão de Literatura: usos do termo autonomia nos trabalhos apresentados no XV EPREM⁸

Nesta seção, apresentamos reflexões derivadas de uma investigação sobre o entendimento que os autores do décimo quarto Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), realizado no ano de 2017, teceram ao utilizar o termo autonomia em seus trabalhos.

Utilizamos os anais do Encontro Paranaense de Educação Matemática de 2017 como suporte de informações para a pesquisa tendo em vista ser um evento que proporciona estudar trabalhos relevantes para a Educação Matemática no Paraná, que influenciam as pesquisas e práticas no âmbito estadual e nacional, além de constituir-se de uma variedade de interesses e linhas de pesquisa. Consideramos, também, ser um evento representativo para o objetivo de compreender os usos e entendimentos do termo autonomia no contexto das práticas e pesquisas em Educação Matemática.

Para isso, consultamos os anais do evento e consideramos, inicialmente, todos os trabalhos disponibilizados, totalizando 187 publicações, sendo que desses, 31 trabalhos apresentavam o termo *autonomia* em meio às discussões realizadas pelos autores. A busca foi realizada pela ferramenta “pesquisar” e pela busca do termo “autonomia”.

⁸Essa revisão de literatura é parte de um artigo apresentado no XV EPREM, Encontro Paranaense de Educação Matemática, realizado em outubro de 2019.

A partir da identificação das 31 publicações nos debruçamos a identificar o contexto em que se dava o uso do termo autonomia, para dessa forma identificar os entendimentos sobre autonomia manifestados pelos autores.

Consideramos o preenchimento de um quadro referência para mapear o fenômeno de interesse (Quadro 2).

Quadro 2: Como foram organizadas as categorias.

Categoria: Qual o entendimento utilizado no trabalho sobre o termo autonomia?	Quantidades de trabalhos que apresentam o referido entendimento.
---	--

Fonte: Os autores.

2.4.1 Descrição e apresentação dos dados

As categorias de entendimentos sobre autonomia utilizados pelos autores e a quantidade de trabalhos são apresentadas no quadro 3 a seguir:

Quadro 3: Categorias e quantidade de trabalhos.

Categoria: Qual o entendimento utilizado no trabalho sobre o termo autonomia?	Quantidades de trabalhos que apresentam o referido entendimento.
01: Autonomia como característica do professor, da instituição, do campo de pesquisa	5
02: Condições (relacionadas ao professor e ao ambiente) que possibilitam o desenvolvimento da autonomia do aluno - liberdade de escolha do aluno, possibilidade de contestação e de argumentação.	13
03: Autonomia como resultado de um processo de formação ou como característica pertencente a um sujeito após produzir ou desenvolver algo.	19
04: Autonomia como expectativa a partir de um ensino de qualidade e inclusivo.	1
05: Autonomia como liberdade de pensar	1
06: O termo surge nas referências, mas não é utilizado no texto	3

Fonte: Própria dos autores.

A quantidade de trabalhos do quadro acima excede o número de 31 trabalhos, pois alguns textos consideram entendimentos de autonomia que relacionam-se a diferentes categorias. A partir de agora, apresentamos para cada categoria, excertos que mostram o entendimento dos autores acerca do tema.

Em relação à categoria 1, *Autonomia como característica do professor, da instituição e do campo de pesquisa*, consideramos os excertos em que a autonomia é atribuída ao professor, como quando o professor precisa lecionar várias disciplinas em uma mesma turma (exemplo no excerto 1); atribuída à instituição, como quando tem a liberdade de organizar suas tarefas (exemplo no excerto 2); atribuída a um campo de pesquisa, no sentido de agirem com autonomia devido a serem amplos e diversificados (excerto 3).

Quadro 4: Categoria 1.

Excerto 1– categoria 1	<i>Acreditamos que os professores dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental, que geralmente lecionam várias disciplinas para a mesma turma, têm <u>autonomia</u>, conhecimento e criatividade para realizar ensino interdisciplinar, criando projetos e atividades em que estejam presentes reciprocidade, mutualidade, co-propriedade, interação entre diferentes disciplinas (JENDREIECK; GUÉRIOS, 2017, p. 3).</i>
Excerto 2– categoria 1	<i>Cada instituição formadora tem autonomia para organizar suas atividades de estágio, bem como designar os supervisores como preferir. Apresentamos a seguir como aconteciam as atividades relacionadas ao estágio na instituição pesquisada, bem como os papéis atribuídos ao supervisor de Estágio (BASNIAK ; PAULEK, 2017, p. 1)</i>
Excerto 3– categoria 1	<i>[...] o movimento em torno da História da Matemática já é tão amplo e diversificado que poderíamos acusar a constituição, em seu interior, de vários campos de pesquisa autônomos, que, no entanto, mantêm, em comum, a preocupação de natureza histórica incidindo em uma das múltiplas relações que poderiam ser estabelecidas entre a História, a Matemática, a Educação (MIGUEL; MIORIM, apud SILVA; TREVIZOLI, 2017, p. 3).</i>

Fonte: Própria dos autores.

Em relação à categoria 2, *condições (relacionadas ao professor e ao ambiente) que possibilitam o desenvolvimento da autonomia do aluno - liberdade de escolha do aluno, possibilidade de contestação e de argumentação*, consideramos os excertos que afirmam que o professor e o ambiente proporcionam ao aluno que esse desenvolva sua autonomia, por meio da possibilidade de contestar, como quando o aluno 1 contraria a opinião da aluna 2 mesmo tendo a professora orientado como proceder (excerto 4); por meio da possibilidade de argumentar, como quando os alunos se utilizaram para argumentação para justificar que suas respostas estavam corretas (excerto 5); por meio da possibilidade de liberdade de escolha, como quando os estudantes escolhem o tema e/ou os caminhos a seguir (exemplo no excerto 6).

Quadro 5: Categoria 2.

Excerto 4– categoria 2	<i>Em nossa pesquisa também foi possível identificar uma tomada de autonomia por parte dos alunos. No exemplo abaixo o aluno 1 contraria a opinião da aluna 2 mesma ela dizendo como a professora tinha explicado o que era para ser feito: (SILVA; TREVIZOLI, 2017, p. 12).</i>
---------------------------	--

Excerto 5– categoria 2	<i>Durante a implementação evidenciamos que os alunos estavam compreendendo a questão do valor posicional nos sistemas de numeração. Ao conferirem os valores retirados pelos colegas, nas conversas entre as duplas ou até quando solicitado pela pesquisadora os alunos sabiam explicar o porquê da representação de cada valor, indicando o que era as unidades, o que era as dezenas e as centenas. Nas discussões entre as duplas também notamos uma tomada de autonomia dos alunos ao utilizarem argumentos para justificarem que suas respostas estavam corretas (SILVA; TREVIZOLI, 2017, p. 14).</i>
Excerto 6– categoria 2	<i>A possibilidade de escolha do tema e dos modos de encaminhar a pesquisa ajudou a desenvolver a autonomia dos estudantes, geralmente acostumados a seguir o que o professor “manda” (ZONTINI; BURAK, 2017, p. 4).</i>

Fonte: Própria dos autores.

Em relação à categoria 3, *autonomia como resultado de um processo de formação ou como característica pertencente a um sujeito após produzir ou desenvolver algo*, consideramos os excertos onde a autonomia é considerada uma característica, como quando o aluno realiza uma investigação (excerto 7) e também os excertos onde a autonomia surge como resultado em um processo de formação, como quando a Modelagem Matemática é utilizada como metodologia capaz de corresponder aos objetivos de formação, por exemplo, desenvolver a autonomia (excerto 8); ou ainda, como quando se constroem materiais didáticos que contribuam para a formação docente com ênfase em atividades que estimulem, e fomentem práticas formativas, podendo assim, construir a autonomia (excerto 9).

Quadro 6: Categoria 3.

Excerto 7– categoria 3	<i>É preciso ter consciência de que em um ambiente de aprendizagem proporcionado pela Modelagem Matemática a postura docente muda. É preciso deixar de “dar ordens” aos alunos e sugerir modos de se fazer, discutir de forma horizontal, ouvindo suas particularidades e anseios. É claro que essa mudança de postura deve ser gradual, visto que tanto professor quanto aluno estão acostumados ao paradigma tradicional de ensino. O desenvolvimento de tarefas de Modelagem Matemática em sala de aula, mesmo que, inicialmente, aconteçam de forma esporádica, pode ser um primeiro passo para um ensino que valorize mais a investigação por parte dos estudantes, oportunizando-lhes o desenvolvimento da autonomia (CARVALHO, 2017, p. 10).</i>
Excerto 8– categoria 3	<i>Nosso interesse enquanto professor é também formar um cidadão que “desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão” (BURAK, 2010 p.17). Diante disso, a Modelagem Matemática se revela como uma metodologia capaz de corresponder aos interesses e objetivos de formação tanto da instituição quanto nossa, enquanto docente (ZONTINI; BURAK, 2017, p. 3).</i>
Excerto 9– categoria 3	<i>Uma sugestão que deixamos aqui para futuras investigações consiste em aprofundar os estudos na área da presente temática, em busca de propor soluções para enfrentarmos os desafios inerentes ao processo de se articular aspectos algébricos, geométricos e linguísticos simbólicos associados ao</i>

	<i>tratamento de Sistemas de Equações Lineares. Além disso, é necessário desenvolver materiais didáticos que contribuam para a formação docente com ênfase em atividades que estimulem, e fomentem práticas formativas visando a construção e a autonomia de pensamento matemático crítico-reflexivo (SAVIOLI; BERTOLAZI, 2017, p. 11).</i>
--	---

Fonte: Própria dos autores.

Em relação à categoria 4, *autonomia como expectativa a partir de um ensino de qualidade e inclusivo*, consideramos o excerto onde a autonomia surge como expectativa de inclusão do aluno em um ensino de qualidade e inclusivo, como quando o estudante possui necessidades especiais em um ambiente escolar (exemplo no excerto 10).

Quadro 7: Categoria 4.

Excerto 10– categoria 4	<i>A falta de conhecimento quanto às condições, os direitos e investimentos dos órgãos públicos, da equipe escolar, dos professores, dos amigos e também da família, acarreta dificuldades para aceitar as diferenças e conviver com elas no âmbito escolar. É importante proporcionar aos alunos um ensino de qualidade de maneira inclusiva, eficiente, que possa desenvolver a autonomia dos estudantes com necessidades especiais, para minimizar a exclusão social dentro do ambiente escolar (MOLITOR; CARGNIN, 2017, p.1).</i>
----------------------------	---

Fonte: Própria dos autores.

Em relação à categoria 5, *autonomia como liberdade de pensar*, consideramos o excerto onde a autonomia é tomada como característica de liberdade do pensamento, como quando se refere a participação de uma comunidade escolar no processo de ensino (exemplo no excerto 11).

Quadro 8: Categoria 5.

Excerto 11– categoria 5	<i>De certa forma, a participação da comunidade escolar no processo de ensino tem ligações diretas com a gestão democrática, ou ainda, “a gestão democrática deve implicar necessariamente a participação da comunidade” (PARO, 2016, p.22). Para este autor, é necessária uma maior precisão deste conceito de participação, com relação à tomada de decisões ou determinada autonomia de pensamentos (BELLEI; KLÜBER, 2017, p. 9).</i>
----------------------------	--

Fonte: Própria dos autores.

Em relação à categoria 6, *o termo surge nas referências, mas não é utilizado no texto*, consideramos os excertos onde o termo autonomia surge na referência, mas não há discussões que tangenciam a autonomia no decorrer do texto.

Assim, apoiados em Sant’Ana (2019), após analisar quais entendimentos os autores apresentam sobre o termo autonomia nos trabalhos apresentados no Encontro Paranaense de Educação Matemática, foi possível identificar que a utilização do termo autonomia se dá, principalmente, em relação à promoção do desenvolvimento do aluno quando esse se posiciona, toma decisões, e mais, com o

conceito de o professor ou instituição ter mais liberdade para realizar suas tarefas em um ambiente escolar.

Ao construir a categoria 02, identificamos nas afirmações dos autores que o professor tem papel importante no desenvolvimento da autonomia do aluno. Em Santos e Rubio (2018) temos que:

Dotar o aluno de capacidade de posicionar-se, elaborar projetos pessoais, participar comunicativa, cooperativa e coletivamente da vida em sociedade é o objetivo precípua do processo educativo. Isto é, por autonomia entende-se uma relação emancipada, íntegra, com as mais variadas dimensões da vida, o que envolve aspectos intelectuais, morais, afetivos, sociais, políticos, entre outros (SANTOS; RUBIO, 2018, p. 06).

O termo autonomia manifesta uma característica positiva, tomada como característica que permite ao estudante uma compreensão mais integral e crítica do mundo em que vive, promovendo assim, o seu desenvolvimento.

Cabe destacar que nos 31 trabalhos que envolveram o termo autonomia, os autores do XIV EPREM não se utilizaram de uma fundamentação teórica específica sobre autonomia. Assim, podemos observar várias compreensões sobre o assunto. Isso denota o uso do termo, muitas vezes, pelo significado atribuído pelo senso comum. Ou ainda, o uso do termo sem reflexões, como quando constituem chavões presentes na área educacional.

No capítulo que segue são apresentados os encaminhamentos metodológicos, suas características, o contexto da pesquisa e os procedimentos de análise.

CAPÍTULO 3

ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Apresentamos, nesse capítulo, os encaminhamentos que nortearam o desenvolvimento dessa pesquisa.

Caracterizamos a pesquisa como qualitativa. Trata-se, mais especificamente, do que se denomina na literatura de Estudo de Caso. Neste sentido, descrevemos como se deu a nossa inserção ao ambiente de coleta de dados, caracterizamos os sujeitos e o contexto da pesquisa, bem como apresentamos a Análise de Conteúdo de Laurence Bardin como método de organização e análise dos dados.

Objetivo didático relacionado ao capítulo: produzir dados para a pesquisa a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem nas turmas do quinto e sexto ano do Ensino Fundamental.

3.1 Caracterizando a pesquisa

A pesquisa apresentada nesse trabalho constitui-se uma pesquisa qualitativa, que de acordo com Braga e Tuzzo (2016, p. 145) pode ser entendida como “[...] analítica, explicativa, ou seja, ela é regida pelos dados que gerarão conclusões e reflexões, baseados na complexidade da sociedade onde a pesquisa foi gerada”. Nela, buscamos, por meio de atividades de Modelagem Matemática, identificar e investigar ações que denotam autonomia dos alunos. Para isso, realizamos reflexões antes de empreender a coleta de dados, visando o planejamento das atividades que seriam desenvolvidas; durante a produção e coleta de dados, de forma a organizar esses dados e, depois da coleta de dados, realizando reflexões e inferências acerca da interrogação da pesquisa.

Bardin (2002) afirma que a Análise Qualitativa:

[...] corresponde a um procedimento mais intuitivo, mas também mais maleável e mais adaptável, a índices não previstos, ou à evolução das hipóteses. Este tipo de análise deve ser então utilizado nas fases de lançamento das hipóteses, já que permite sugerir possíveis relações entre um índice da mensagem e uma ou várias variáveis do locutor (ou da situação de comunicação) (BARDIN, 2002, p.115).

Bardin (2002, p. 115-116) afirma, ainda, que “[...] pode dizer-se que o que caracteriza uma análise qualitativa é o fato de a inferência – sempre que é realizada – ser fundada na presença do índice (tema, palavra, personagem, etc), e não sobre a frequência de sua aparição, em cada comunicação individual”. Nesta perspectiva é que vislumbramos na Análise de Conteúdo de Bardin um caminho metodológico propício às análises que almejávamos realizar.

Caracterizamos nossa pesquisa, para além de qualitativa, como um Estudo de Caso. Para isso, nos alinhamos aos dizeres de André (1984) para o qual “Tal tipo de investigação toma como base o desenvolvimento de um conhecimento idiográfico, isto é, que enfatiza a compreensão dos eventos particulares (casos)”. Ou seja, em meio a uma conjuntura que abrange inúmeras situações e informações é possível selecionar um evento particular para estudo.

André (1984, p. 52) exemplifica alguns tipos de casos dizendo que “O ‘caso’ é assim um ‘sistema delimitado’ algo como uma instituição, um currículo, um grupo, uma pessoa, cada qual retratado como uma entidade única, singular”.

André (2013) destaca que nos anos 60 e 70 o Estudo de Caso se apresentava com um caráter descritivo de uma unidade, por exemplo, uma escola. “Já nos anos 1980, no contexto das abordagens qualitativas, o estudo de caso ressurgiu na pesquisa educacional com um sentido mais abrangente: o de focalizar um fenômeno particular, levando em conta seu contexto e suas múltiplas dimensões” (ANDRÉ, 2013, p. 97).

Neste contexto, André (2013) exemplifica o estudo de caso coletivo:

[...] na avaliação do Programa de Formação de Professores em Exercício (PROFORMAÇÃO), buscamos seis diferentes escolas de três diferentes regiões do país, para estudar a qualidade do Programa e seus efeitos nas práticas de sala de aula dos professores cursistas (ANDRÉ, 2013, p. 97).

Tal configuração se aproxima da pesquisa que empreendemos, já que coletamos dados em três turmas, duas de quintos anos e uma de sexto ano, de escolas distintas, dado que o quinto ano é de responsabilidade municipal e o sexto ano, estadual.

Os instrumentos de coleta de dados da pesquisa utilizados foram: gravadores de voz, filmadora (câmera), cópias dos registros escritos e diário de campo. Visamos com esses instrumentos coletar o máximo de dados possível para, assim, realizar reflexões que contribuíssem para responder ao problema de pesquisa.

Os autores Pinheiro, Kakehashi e Angelo (2005) afirmam que,

O vídeo constitui um instrumento valioso para a coleta e geração de dados em pesquisas qualitativas. No entanto, o mesmo deve ser utilizado de maneira criteriosa, considerando a indicação, o preparo do pesquisador que engloba, além dos aspectos técnicos, outros requisitos de natureza pessoal. Para tal, deve haver planejamento cuidadoso, ponderando-se questões como: tempo disponível para realizar a pesquisa, custo, habilidades do pesquisador, treinamento do operador para manejo da câmera, entre outros. Além disso, atenção especial deve ser dada pelo pesquisador às questões éticas do uso da filmagem, visando salvaguardar os direitos dos sujeitos da pesquisa e do pesquisador (PINHEIRO; KAKEHASHI; ANGELO, 2005, p. 721).

Assim, a filmadora se tornou um instrumento operante e fundamental em nossa pesquisa para a coleta de dados. Outro material de coleta de dados é o gravador de áudio, Schraiber (1995) compreende o uso do gravador para a pesquisa qualitativa da seguinte forma:

Quanto ao uso do gravador, este instrumento, de fato, 'representa uma ampliação do poder de registro', pela produtividade maior da operação e pelo registro de viva voz. Permite captar e reter por maior tempo um conjunto amplo de elementos de comunicação de extrema importância: as pausas de reflexão e de dúvida ou a entonação da voz nas expressões de surpresa, entusiasmo, crítica, ceticismo, ou erros - elementos esses que compõem com as ideias e os conceitos a produção do sentido da fala, aprimorando a compreensão da própria narrativa (SCHRAIBER, 1995, p. 71).

Desse modo, o gravador utilizado em nossa pesquisa tem a característica de ampliar, como afirmado por Schraiber (1995), o poder de registro. Outro instrumento de coleta de dados fundamental é o registro de campo (diário de campo) sendo apontado por Schraiber (1995) como uma possibilidade de melhorar o processo de análise, onde o pesquisador anota suas percepções acerca do que está sendo investigado, por vezes ainda no momento em que as coisas acontecem. Na sequência trazemos como se deu a coleta de dados, ou seja, o contexto em que estávamos inseridos para desenvolver a pesquisa.

3.2 Contexto da coleta de dados

Para desenvolver a presente pesquisa, tivemos no projeto intitulado "Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções

docentes e discentes”⁹, o espaço necessário para projetar nossa coleta de dados e a possibilidade de tecer considerações sobre o fenômeno da autonomia de alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, em um momento considerado, por muitos pesquisadores e profissionais da educação, aliás, como delicado, de rupturas e algumas continuidades: do quinto ao sexto ano do Ensino Fundamental.

Temos em Hauser (2007) que

A falta de integração entre as duas etapas do Ensino Fundamental, que era para ser contínuo, revela-se na rotina da sala de aula e nas relações estabelecidas entre professores e alunos. Se a transição entre a 4ª e a 5ª série não é preocupação constante entre os professores e demais agentes escolares, seus efeitos são vividos diariamente (HAUSER, 2007, p. 50).

Nesse sentido, Leite (1993) apresenta em sua pesquisa momentos na passagem do quinto para o sexto ano (quarta e quinta série) que tornam esse processo delicado.

De fato, ocorrem mudanças abruptas e radicais no processo de ensino desenvolvido até a 4ª série e o que se inicia na 5ª. Tais mudanças são visíveis no planejamento e organização curricular, nos conteúdos e práticas de sala de aula (diversidades de disciplinas sem que a sequência de conteúdos seja respeitada), no sistema de avaliação, que é mais rígido (valorização da prova bimestral) e, principalmente, no tipo de relação professor-aluno que se estabelece na 5ª série (relação impessoal, momento em que se passa a exigir que o aluno assuma total responsabilidade por seu desempenho) (LEITE, 1993, p. 40).

Assim, entendemos que a transição do quinto para o sexto ano é um momento escolar que exige olhares atentos dos diferentes sujeitos envolvidos no processo. Essa pesquisa e o projeto citado, representam alguns desses olhares.

Considerando que participam do projeto maior cinco escolas de Toledo, duas estaduais e três municipais, e tomando nosso interesse de pesquisa, entramos em contato com a direção e equipe pedagógica de duas escolas municipais e um colégio estadual com vistas a desenvolver o pretendido em duas turmas de quintos anos e uma turma de sexto ano, sendo cada turma de uma escola.

O referido contato aconteceu juntamente com o orientador dessa pesquisa e a equipe que compõe o projeto como um todo. Foram apresentadas as propostas de pesquisas do grupo, ao que as escolas sinalizaram positivamente e nos indicaram professoras solícitas a dispor de suas turmas para a pesquisa.

⁹Projeto apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, em vigência de agosto de 2017 a julho de 2020.

Para conhecer as professoras de cada turma e acertar o que pretendíamos realizar nas aulas, as procuramos e realizamos os devidos esclarecimentos. Tivemos como pauta de conversa: esclarecer o que vislumbrávamos realizar tendo como base a pesquisa e explicar sobre a necessidade de filmar e gravar as aulas e de os pais dos alunos autorizarem a realização da pesquisa, assinando o termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice 1). As professoras se comprometeram a conversar com os alunos e a explicar o que faríamos como pesquisadores. Dentre as ações de coleta de dados, consideramos pertinente auxiliar as professoras da turma em um primeiro momento, de modo que os alunos se habituassem à presença dos pesquisadores.

No Quadro 9, apresentamos o cronograma de atividades acordado e realizado em cada escola.

Quadro 9: Cronograma de atividades nas escolas.

Atividade	Dia (horário)	Turma - Escola/Colégio
Observação participante de aula	22/10 (8h15 – 9h45)	5º ano - Escola Municipal Antônio Scain
	22/10 (10h – 11h30)	5º ano - Escola Municipal Amélio Dal Bosco
	23/10 (8h15 – 9h45)	6º ano - Colégio Estadual Dr João Cândido Ferreira
Carrinhos: quem quer brincar?	29/10 (8h15 – 9h45)	5º ano - Escola Municipal Antônio Scain
	29/10 (10h – 11h30)	5º ano - Escola Municipal Amélio Dal Bosco
	30/10 (8h15 – 9h45)	6º ano - Colégio Estadual Dr João Cândido Ferreira
No caminho da escola	05/11 (8h15 – 9h45)	5º ano - Escola Municipal Antônio Scain
	05/11 (10h – 11h30)	5º ano - Escola Municipal Amélio Dal Bosco
	06/11 (8h15 – 9h45)	6º ano - Colégio Estadual Dr João Cândido Ferreira
Tijolos: como saber se não vejo?	12/11 (8h15 – 9h45)	5º ano - Escola Municipal Antônio Scain
	12/11 (10h – 11h30)	5º ano - Escola Municipal Amélio Dal Bosco
	13/11 (8h15 – 9h45)	6º ano - Colégio Estadual Dr João Cândido Ferreira

Fonte: Própria dos autores.

Para realizar as investigações foram utilizadas três atividades de Modelagem Matemática. A primeira atividade, “Carrinhos: Quem quer brincar?”, envolve a utilização de um carrinho de corda, o qual se roda uma chaveta e ao colocar o carrinho no chão ele se desloca até perder forças e parar. Neste contexto, investiga-se possíveis relações entre a quantidade de voltas na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho.

Já em uma segunda atividade de Modelagem Matemática, “No caminho da escola”, a proposta consistiu em envolver os alunos na leitura, interpretação e utilização de um mapa que possui a localidade da escola e de suas casas, onde é sugerido aos alunos investigar a distância percorrida de suas casas até a escola, qual o melhor trajeto e qual a menor distância. Devido ao entendimento de que duas atividades seriam suficientes para desencadear as análises, essa não foi utilizada.

Para uma terceira atividade, intitulada “Tijolos: Como saber se não vejo?”, a intenção consistia em levar os alunos a investigar quantos tijolos foram utilizadas para construir as paredes da sala de aula.

Apresentaremos a descrição de duas atividades no próximo capítulo, quando também empreendemos a realização de uma análise específica, ou seja, uma análise das ações dos alunos no âmbito de cada atividade.

3.2.1 Sobre as turmas participantes da pesquisa

A turma de alunos do quinto ano da Escola Municipal Antonio Scain era formada por 27 alunos, dos quais um era diagnosticado como autista, tendo uma professora especializada para realizar seu acompanhamento durante as aulas. A professora regente da turma ministrava as diferentes disciplinas do currículo, sendo, por isso, denominada de polivalente¹⁰.

Da observação, percebemos que os alunos trabalhavam acomodados dois a dois, sinalizando para o trabalho em dupla em diversas atividades propostas pela professora, o que foi confirmado por ela.

Em conversas com a professora que acompanha o aluno autista foi relatado que este começou a conversar e interagir com os colegas após a realização de trabalhos em grupo, sinalizando para uma preocupação em relação à inclusão do aluno autista quando todos se acomodavam dois a dois.

Percebemos, ainda, que quando solicitados pela professora os alunos demonstravam interesse e disponibilidade em participar com afinco das atividades. Em relação ao espaço físico, percebemos que a sala dessa turma apresentava, em suas paredes, decorações coloridas e lúdicas.

No que diz respeito à continuidade dos estudos no sexto ano, os alunos dessa escola trocam de ambiente escolar, em sua maioria, para o Colégio Estadual João Cândido Ferreira, localizada em um bairro próximo, e que, por isso, também é um colégio para o qual voltamos nosso olhar. Para que pudéssemos gravar e filmar os alunos realizando as atividades, a professora explicou sobre o termo de consentimento livre esclarecido e completou dizendo da importância do que iríamos realizar. Assim, dos 27 alunos, 13 tiveram o termo assinado pelos pais autorizando a

¹⁰ Entendemos como polivalente característica atribuída a professores que ministram aulas das várias disciplinas existentes no currículo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I.

utilização de suas produções. Estes termos é que definem as produções que utilizamos no momento das análises.

Na Escola Municipal Amélio Dal Bosco fomos encaminhados a uma turma de quinto ano com 28 alunos, também com uma professora polivalente.

Os alunos se acomodavam em suas carteiras em fileiras um atrás do outro. Foi possível notar que os lugares dos alunos em sala de aula foram determinados pela professora de tal maneira que ela posicionou alguns alunos específicos em uma única fileira, sendo essa uma estratégia para ajudá-la a monitorar os alunos e evitar situações que pudessem tumultuar a aula.

Observou-se que os alunos possuíam predisposição em responder quando perguntados pela professora. As paredes da sala de aula também eram preenchidas com materiais lúdicos relacionados a algum aspecto dos conteúdos trabalhados.

Os alunos dessa turma, quando migram do quinto para o sexto ano, tem a possibilidade de estudar no mesmo espaço físico, já que a escola divide o espaço físico com o Colégio Estadual Dr. João Cândido Ferreira.

A professora explicou aos alunos a necessidade das gravações utilizando a câmera e os gravadores, esclareceu sobre o termo de consentimento livre esclarecido, de maneira que os alunos pudessem explicar aos seus pais sobre a pesquisa. Dos 28 alunos que frequentaram as aulas, 18 trouxeram os termos assinados.

Pertencente ao mesmo espaço físico da Escola Municipal Amélio Dal Bosco, temos o Colégio Estadual Dr. João Cândido Ferreira. Nesse colégio fomos apresentados a uma turma de sexto ano, composta por 29 alunos, em sua maioria, considerados muito participativos.

A professora do sexto ano possui características de especialista¹¹ e organiza sua turma em fileiras com os alunos um na frente do outro. Não haviam, naquele momento, materiais afixados nas paredes da sala.

A professora esclareceu sobre a necessidade das gravações para a pesquisa, destacando sua importância e valorizando a participação dos alunos, explicou sobre o termo de consentimento livre e esclarecido. Assim, dos 29 alunos, 28 trouxeram os termos assinados pelos pais.

¹¹Entendemos como especialista, característica atribuída a professores que ministram aula em disciplinas vinculadas à sua formação. Por exemplo, formado em Licenciatura em Matemática ministra aula de matemática.

De modo a situar a localização das escolas e mostrar a proximidade entre elas e a possibilidade de os alunos da Escola Municipal Antônio Scain e da Escola Municipal Amélio Dal Bosco, frequentar o mesmo espaço físico, no sexto ano, no Colégio Estadual Dr João Cândido Ferreira, apresentamos a seguir uma figura com a localização das três instituições de ensino.

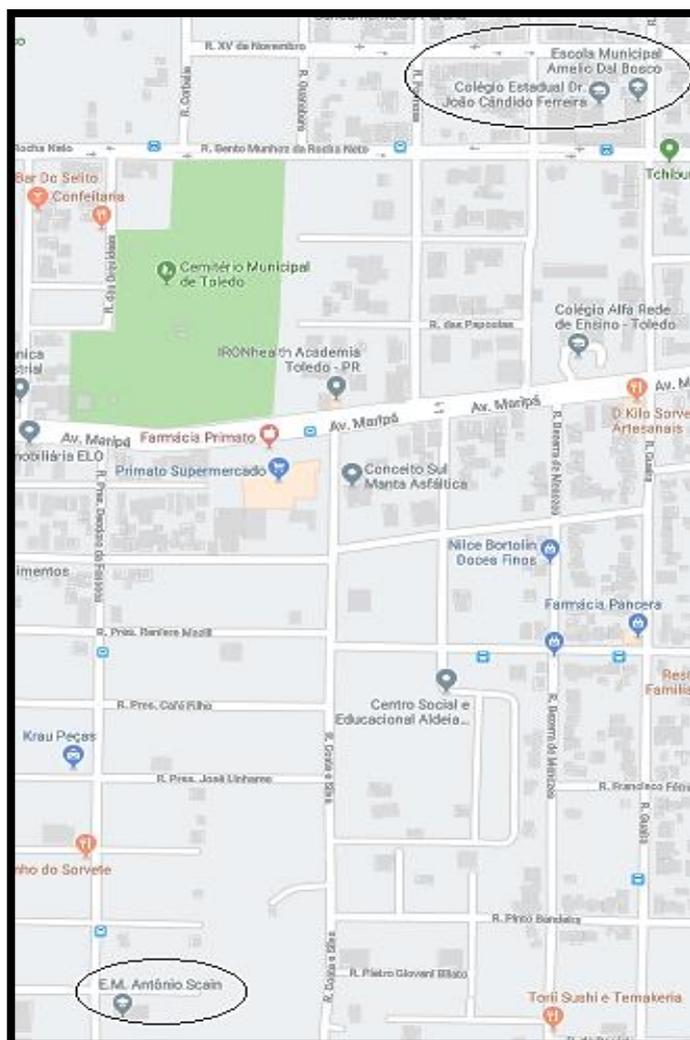


Figura 1: Localização das três escolas utilizadas na pesquisa.
Fonte: Google Maps.

3.3 Acerca dos procedimentos de análise

Vislumbramos utilizar a Análise de Conteúdo para investigar a questão de pesquisa, tendo em vista utilizar as três fases descritas por Bardin (2002): pré-análise, exploração do material e o tratamento dos resultados (inferência e interpretação).

A pré-análise é a fase em que os pesquisadores trabalham com a organização dos materiais de forma a sistematizar as ideias iniciais e a desenvolver os processos

que seguem essa primeira fase. Compõe a pré-análise a escolha do documento para análise, a formação de hipóteses e objetivos e o levantamento de indicadores para fundamentar as interpretações que serão realizadas durante o processo de análise, não necessariamente seguindo essa ordem.

Nessa pesquisa consideramos que a fase de pré-análise se deu a partir do olhar atento para o material produzido nas coletas de dados, seja na transcrição dos áudios - feita na íntegra -, seja nos vídeos produzidos e nas produções escritas dos alunos, buscando indícios/dados para a realização de inferências acerca da interrogação de pesquisa.

A segunda fase é descrita pela autora como a exploração do material, momento em que se efetuam as decisões tomadas no momento da pré-análise. É um processo longo de exploração em que é preciso codificar o material, ou seja, identificar no material as palavras ou frases para análise.

Em nossa pesquisa, a exploração do material se deu a partir de inferências realizadas com as produções dos alunos no que tange à autonomia em atividades de Modelagem Matemática. A segunda fase também se caracterizou como um momento de perceber as ações que denotam autonomia e construir uma base de análise relacionando as ações dos alunos em atividades de Modelagem Matemática, as ações de autonomia destacadas na literatura e as intenções das ações de autonomia observadas.

Na terceira etapa descrita por Bardin (2002) se dá o tratamento dos resultados, as inferências e as interpretações. É o momento de validar e dar significado aos resultados ditos brutos. Bardin (2002, p. 101) nos diz que “O analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos, ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas”.

Assim, o tratamento dos resultados em nossa pesquisa se deu ao identificarmos e agruparmos as intenções das manifestações de autonomia emergentes no desenvolvimento das atividades e refletir sobre elas.

A escolha da Análise de Conteúdo como metodologia de análise deve-se ao entendimento de que a partir da estrutura de suas fases, o pesquisador reveste sua pesquisa com um arcabouço de procedimentos que o ajudará a organizar todo o material de análise, obtendo resultados que possam contribuir para o ser professor e pesquisador, para com as pesquisas na área da Educação Matemática, mais

especificamente, em Modelagem Matemática, e com as questões relacionadas à aprendizagem da Matemática.

Desse modo, tivemos as produções escritas dos alunos, os vídeos e os áudios de suas falas durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática como material analisado, por meio da Análise de Conteúdo.

No próximo capítulo, empreendemos as descrições das atividades e as análises específicas de cada uma, em termos das ações identificadas que denotam autonomia.

CAPÍTULO 4

DESCRIÇÃO E DICUSSÃO DAS ATIVIDADES

No capítulo 4 descrevemos as atividades realizadas pelos alunos, bem como algumas estratégias de resolução. Apresentamos, ainda, algumas inferências acerca de ações que denotam autonomia manifestadas pelos alunos no contexto de cada uma das atividades.

Na sequência de cada atividade, apresentamos como se deu o trabalho com a atividade, agrupamos os materiais de áudio, vídeo e registros escritos produzidos pelos alunos para, assim, realizar as análises almejadas a partir do problema de pesquisa *“Quais ações que denotam autonomia, alunos de um quinto e de um sexto ano do Ensino Fundamental revelam ao realizar atividades de Modelagem Matemática?”*

Para auxiliar nas reflexões acerca do problema de pesquisa, nos colocamos a pensar em duas questões auxiliares de reflexão.

- i) *Que ações do aluno no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática podem ser caracterizadas como (ou podem denotar) ações de autonomia?*
- ii) *Que característica da atividade de Modelagem Matemática pode ter suscitado essa ação de autonomia?*

Quanto às transcrições, utilizamos recortes significativos para as análises, que se constituíram uma amostragem representativa do que foi produzido pelos alunos.

Objetivo didático relacionado ao capítulo: planejar atividades de Modelagem Matemática voltadas para o desenvolvimento em turmas de quinto e sexto ano do Ensino Fundamental.
--

4.1 Práticas de Modelagem Matemática – “Carrinhos: Quem quer brincar?”

A atividade “Carrinhos: Quem quer brincar?” surge da reflexão de que tipo de tema poderia interessar à turma de alunos, da nossa intenção de desenvolver uma atividade em que os alunos pudessem coletar os dados, bem como do nosso objetivo

de que a prática de Modelagem chamasse a atenção dos alunos e permitisse que os mesmos pudessem estudar matemática brincando. Desse modo, visávamos tornar a participação dos estudantes algo voluntário e efetivo, pelo interesse em investigar a matemática da brincadeira.

Para a realização da atividade é preciso ter um carrinho com mecanismo de corda, instrumentos para medir, espaço para brincar e uma folha para anotar as informações obtidas na brincadeira.

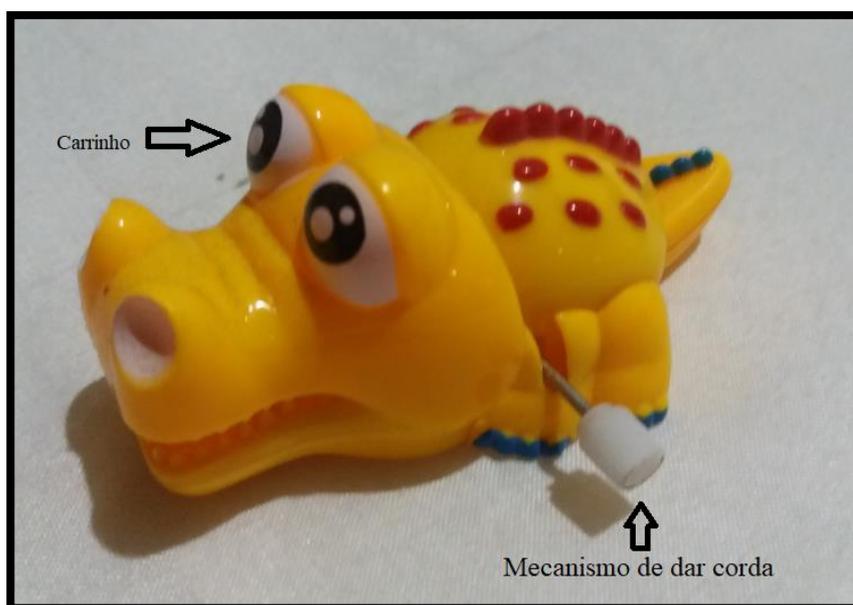


Figura 2: Carrinho de corda.
Fonte: Própria dos autores.

Para o trabalho com a atividade “Carrinhos: Quem quer brincar?”, os alunos foram dispostos em grupos, sendo cada turma organizada em 6 grupos. Para iniciar a atividade, entregamos a cada grupo um gravador de áudio. Posicionamos, também, em um canto da sala, uma câmera para as filmagens.

A princípio entregamos uma atividade, mas de forma proposital, deixamos que os alunos fizessem a leitura e pensassem sem que tivessem o carrinho em mãos, para dessa forma, criar expectativas de como seria desenvolvida.

Logo fizeram a leitura da atividade, começaram a questionar como iriam proceder. Em conversas com os alunos, suscitaram a necessidade de se ter um carrinho para pensar sobre o problema. Desse modo, entregamos um único carrinho para a turma de modo que pudessem analisar a situação e começar o desenvolvimento da atividade.

Dessa forma os alunos formaram os grupos próximos à parede, deixando o meio da sala livre para brincar com o carrinho. Esse processo se deu em todas as turmas.

A proposta de atividade consta na figura abaixo.

Carrinhos: Quem quer brincar?



Inúmeros são os brinquedos que fazem a alegria das crianças, um desses é o carrinho de “corda”. Brincar com ele é algo prático e divertido. A ideia é rodar a chaveta, sendo esse um mecanismo que serve para dar “corda”. Após esse processo coloca o carrinho no chão e solta a chaveta. Assim, o carrinho corre, corre, corre até parar.

Vamos pensar sobre isso:

Existe alguma relação entre a quantidade de voltas feitas com a chaveta e a distância percorrida pelo carrinho? Qual é essa relação?



Figura 3: Atividade “Carrinhos: Quem quer brincar?”.

Fonte: Própria dos autores.

Passamos a apresentar encaminhamentos e resoluções dos alunos para a atividade dos carrinhos, destacando reflexões sobre as questões auxiliares destacadas.

4.1.1 Análise do material produzido pelos alunos do sexto ano do Colégio Estadual João Cândido Ferreira (CEJCF).

Ao entregar a atividade foi solicitado que fizessem a leitura. Em seguida, ao serem questionados se conseguiriam realizar a atividade, responderam positivamente, e mais, começaram a levantar algumas hipóteses, por exemplo, se rodar uma vez a chaveta o carrinho percorre uma determinada distância, quanto mais rodar a chaveta mais o carrinho vai andar. Esse processo de perguntas e respostas

aconteceu em um momento em que não tínhamos disponibilizado o carrinho aos alunos.

Ao questionar os alunos sobre o que era preciso para resolver a atividade, em geral respondiam sobre a necessidade de um carrinho de corda. Por isso entregamos um carrinho para cada grupo, para que pudessem brincar e testar o brinquedo.

Ao brincar, os alunos fizeram a suposição de que uma volta na chaveta do carrinho o levaria a andar um metro. Como brincaram sem contar as voltas na chaveta e sem medir a distância, foi necessário orientar os alunos para que pudessem buscar informações que os ajudassem a responder sobre a relação que poderia existir entre a quantidade de voltas na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho.

Cabe destacar que o piso da sala era plano, o que contribuiu na locomoção do carrinho. Assim, os alunos começaram a testar a distância percorrida pelo carrinho para uma, duas, três, quatro e cinco voltas na chaveta. Destacamos que um dos alunos disse ser necessário marcar o local de saída do carrinho, um indicativo de que o aluno estava preocupado para encontrar medidas mais exatas.

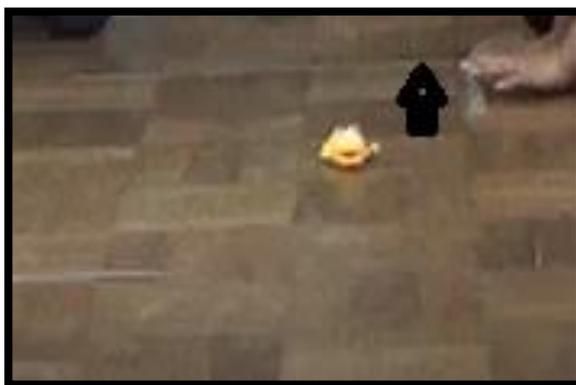


Figura 4: Medindo a partir da linha de saída.
Fonte: Própria dos autores.

Após ter as distâncias que o carrinho percorreu de acordo com a quantidade de voltas dada na chaveta, os alunos passaram a pensar na relação existente. Ao suscitar algumas ideias nos grupos, questionamos como deveríamos proceder para encontrar a distância percorrida pelo carrinho se pudessemos, por exemplo, dar 10 voltas na chaveta.

Grupo: 6JCFG1 ¹²

Ao questionar a turma sobre como iríamos fazer para brincar e coletar os dados do experimento, um dos alunos sugeriu:

A1: O professor, o professor, deixa eu ver uma coisa. Que eu acho que eu entendi. Quanto mais, quanto mais você rodar a chaveta mais longe ele vai. Quanto menos você rodar, menos ele vai.

...¹³

A1: Em sabe como que é? Se você tiver rodando para trás e não segurar a roda a roda vai girar, é o mecanismo, mas se você tiver segurando a roda vai dar pressão.

...

A2: Devia ter colocado no chão.

...

A2: É melhor colocar ele no chão e depois rodar o negócio.

Quando o aluno usa o termo “negócio” está se referindo a chaveta. Podendo assim, diminuir a margem de erro para a distância percorrido pelo carrinho levando em consideração as voltas dadas na chaveta.

...

A2: Coloca no chão e faz um pouquinho de força para a roda não patinar.

...

A3: Professor quando levantou o carrinho àquela hora, o carrinho meio que não tinha ido tudo, por causa do peso dele e a corda não estava toda esticada, assim não vai dar exato 60.

O aluno A3, ao falar dos 60 cm, está se referindo à distância que o carrinho percorreu quando os alunos deram uma volta na chaveta.

Podemos observar na transcrição acima algumas falas dos alunos do grupo 6JCFG1, a preocupação desses em buscar medidas consideradas mais corretas, exatas, perante o processo realizado: “*Devia ter colocado no chão*”. Os alunos do grupo 6JCFG1 se posicionaram, desde o início, perante o desenvolvimento da atividade denotando **iniciativa em suas ações** e conforme os dados foram coletados e as discussões foram sendo realizadas, os alunos traziam soluções para problemas que surgiam durante as investigações, sendo um deles calcular a distância percorrida

¹²6JCFG1 – Utilizaremos para denominar os grupos de alunos, o número 6 ou 5, referindo-se à turma de sexto ou quinto ano respectivamente, seguido das iniciais do nome da escola (João Candido Ferreira, por exemplo), e finalmente, de G1, G2, G3, enfim, para designar os diferentes grupos da turma. Neste caso, A1 representa um dos alunos do grupo cujas produções são analisadas no momento, designação que, por isso, se repete a cada grupo novo grupo.

¹³ Os três pontos [...] representam narrativas ou diálogos entre um escrito e outro.

pelo carrinho com maior precisão: “*Coloca no chão e faz um pouquinho de força para a roda não patinar*”. Dessa forma podemos destacar, nas ações realizadas pelos alunos do grupo 6JCFG1, a **tomada de decisão** destacada em Freire (1996) como ação que denota autonomia.

Assim, os alunos, ao se posicionarem perante a atividade e ao buscarem por soluções, realizam ações que denotam autonomia. Podemos considerar como característica da Modelagem Matemática que contribui para o surgimento da ação que denota autonomia **tomada de decisão**, a possibilidade que o aluno tem de desenvolver a atividade com liberdade, se posicionando para continuar os procedimentos que sucedem à **tomada de decisão**, sem caminhos pré-estabelecidos de resolução.

O diálogo dos alunos denota inferências matemáticas que influenciam o encaminhamento da coleta de dados. Trata-se de outra ação de autonomia, também suscitada pela característica da atividade de Modelagem ser aberta e com caminhos de resolução não engessados: o fato de os estudantes buscarem **realizar e orientar as ações planejadas** do grupo, como quando planejam o melhor modo de proceder à coleta de dados e de obter dados mais precisos.

Grupo: 6JCFG3

Após alguns testes os alunos encontraram que o carrinho andou 149 cm ao rodar duas voltas a chaveta. Ao anotar essa informação o aluno do grupo três fez o seguinte comentário com os colegas:

A1: Eu já sei porque andou mais com duas voltas, porque com duas voltas o carinho no começo foi pegando mais impulso, pegou mais impulso, a rodinha tinha parado, mas ele continuou andando porque tinha impulso ainda, eu acho.

Na continuidade dos testes para encontrar a distância percorrida pelo carrinho considerando as voltas na chaveta, nesse caso para três voltas, um aluno disse:

A2: Professor vou chutar, três voltas dá 169.

A1: Dá mais.

A1: Porque dá mais?

A3: Da 180.

A2: Para três voltas?

A3: Isso.

A1: Vai dar mais porque tem o impulso, ó, ele pegou 19 cm de impulso com duas voltas, 19 dividido por 2 dá 9,5, então para cada volta ele

pega nove centímetros e meio de impulso. Então vai pegar 60 mais 60 que dá 120 com 60 da 180, 180 mais 19 vai dar uns 199 centímetros.

Continuando as discussões o aluno A2 questiona:

A2: Quantas voltas?

A1: A não, ó, quanto mais ele anda mais impulso ele pega.

A1: Por isso ele anda 9,5 cm para cada volta, 19 para duas voltas e se ele andar três.

A2: Três voltas.

A1: Três voltas, o que eu falei? É 199 mais 9,5 vai dar 208,5.

A1: Pelo que eu entendo vai dar isso, porque para dar o impulso de uma volta é 9,5 cm de impulso para uma volta.

O aluno A1, junto ao seu grupo, fez, suposições sobre a distância percorrida pelo carrinho ao dar três voltas na chaveta. O resultado do experimento, todavia, deu 240 cm. A partir disso, um dos integrantes do grupo diz:

A3: Errou feio. Mano você errou por muito.

A1: Deixa eu fazer meus cálculos.

A1: Lembra, é uma estimativa.

É possível observar que foram levantadas hipóteses no início da atividade, essas foram testadas e não validadas, mas como apontado por um aluno “é uma estimativa”. Todavia, essa ação de antecipar resultados também denota o envolvimento dos alunos com a atividade e reportam à uma ação inerente ao processo de Modelagem, o levantamento de hipóteses.

A partir dessa não validação e dos valores que foram surgindo com os testes realizados com o carrinho, um dos alunos, junto com seu grupo, começou a desenvolver alternativas para resolver o problema proposto, começaram a pensar na influência que um impulso tem sobre o carrinho: *“Eu já sei porque andou mais com duas voltas, porque com duas voltas o carinho no começo foi pegando mais impulso, pegou mais impulso, a rodinha tinha parado, mas ele continuou andando porque tinha impulso ainda, eu acho”*. Assim, cabe destacar a ação que denota autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema** que se manifesta no momento em que esses analisam criticamente a problemática e diante das possibilidades que surgem, elegem o que consideram relevante para os próximos passos da resolução, influenciando no engajamento para a realização da atividade.

Essa estratégia do impulso estava sendo construída para achar os valores da distância percorrida antes de soltar o carrinho, relaciona-se ao surgimento da ação

que denota autonomia, destacado em Zatti (2007) juntamente com Berbel (2011), como o **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema**, que segundo o autor Zatti (2007, p. 12) “[...] está ligado à liberdade e ao poder de conceber, fantasiar, imaginar, decidir”. Características essas que surgem durante o processo realizado pelos alunos quanto à questão do impulso, o qual os alunos conceberam, imaginaram e decidiram sobre a estratégia que envolve o cálculo da influência do impulso: *“Vai dar mais porque tem o impulso, ó, ele pegou 19 cm de impulso com duas voltas, 19 dividido por 2 dá 9,5, então para cada volta ele pega nove centímetros e meio de impulso. Então vai pegar 60 mais 60 que dá 120 com 60 dá 180, 180 mais 19 vai dar uns 199 centímetros”*.

Junto a ação de autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema** os autores Zatti (2017) e Sant’ana (2009) destacam a ação de autonomia como sendo **realizar e orientar as ações planejadas**. Tomamos essa ação e apontamos para o que segue, sendo essa uma ação que denota autonomia e que surge quando o aluno ou grupo toma para si a estratégia criada e a realiza, a coloca em prática, como podemos observar nas falas e discussões dos alunos.

Na continuidade das discussões foi feita uma estimativa no grupo, para quatro voltas na chaveta daria 297 cm.

A1: Agora acho que acerto.

Esse aluno é quem toma a iniciativa e as decisões de como o grupo deve proceder. Após testar com o carrinho para quatro voltas na chaveta e encontrar 331 cm, um colega de grupo diz:

A3: Você errou.

O grupo continuou pensando na relação que poderia existir entre as voltas na chaveta e a distância percorrida. Todavia, agora, pensando na distância percorrida pelo carrinho caso fosse possível dar 10 voltas na chaveta do carrinho, os alunos desenvolveram o seguinte diálogo:

A1: Quanto mais impulso ele pega mais ele anda. Com impulso eu sei mais ou menos. É só fazer 60 vezes 10 que dá 600, dá seis metros.

A1: Olha, eu peguei a diferença de todos que, eu peguei a diferença e estou tentando achar o impulso. No impulso das quatro voltas, calma.

A2: O que você descobriu?

A1: Tem que sempre lembrar do impulso.

...

A1: Ele tem que pegar 590 cm de impulso.

Indicando que esse impulso faria parte dos cálculos caso fosse possível dar 10 voltas na chaveta.

A1: Achei, agora achei vai dar 1190 cm. Quase duplicou.

Na continuação, conversaram sobre a possibilidade de resolução.

A3: Aaa acertei! Calculadora humana!”. Olha aqui o que fiz, olha, eu peguei a diferença em centímetros do 149 cm e 60 cm, deu 89 cm, peguei a diferença de 240 cm e 149 cm, e a diferença de 331 cm e 240 cm que deu 91 cm. Somei 89 mais 91 mais 91 que deu 272.

É possível observar um erro de soma, uma vez que seria 271 o resultado correto. Esse erro não atrapalha a riqueza de detalhes das discussões.

A1: É 331, fiz 331 cm menos 272 cm que deu 59, aí eu descobri que seria o impulso que daria uma volta, aí 59 cm vezes dois vai dar 118 cm que será duas voltas, então eu peguei aqui 2 vezes 5 que é 10 voltas, vezes 59 deu 590 cm, aí eu somei somente com o sem impulso, que dá 600 cm sem nada de impulso, mais o impulso deu 1190 cm.

...

A2: 8 voltas?

A1: Não, 10 voltas.

Os alunos buscam por estratégias de resolução e as colocam em prática, denotando a ação de autonomia **realizar e orientar as ações planejadas**, segundo o que foi discutido entre eles.

A característica de Modelagem Matemática que mais se evidencia e contribui para o surgimento das ações de autonomia tratadas nesse episódio de discussão, é a questão de o aluno poder coletar dados para pensar em estratégias e ter tempo de desenvolvê-las em grupo, bem como de levantar hipóteses e testá-las.

Em uma segunda estratégia desenvolvida pelos alunos com a orientação dos professores, tendo em vista suas anotações, percebe-se, a partir da primeira volta na chaveta, que a distância percorrida pelo carrinho a cada volta a mais, aumenta aproximadamente 90 cm. Neste contexto, é preciso somar 90 cm a partir da distância percorrida pelo carrinho quando roda-se 5 voltas na chaveta até chegar a 10 voltas como podemos ver nas figuras 5 e 6, a seguir.

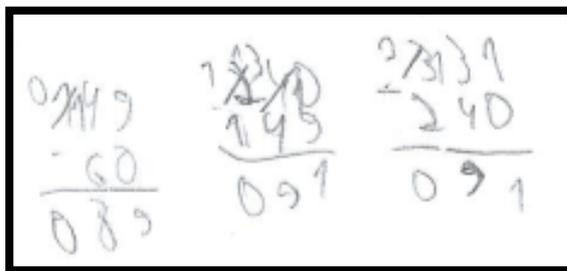


Figura 5: Diferença entre duas distâncias.
Fonte: Própria dos autores.

A figura 5 representa a diferença da distância percorrida pelo carrinho entre uma volta e outra, observando uma média da diferença de aproximadamente 90 cm.

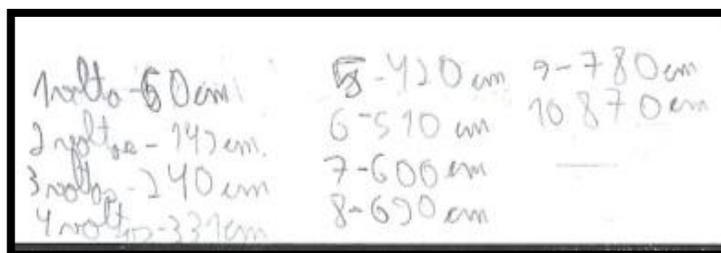


Figura 6: Distância percorrida pelo carrinho até dez voltas.
Fonte: Própria dos autores.

Na figura 6 temos até a quinta volta a distância percorrida pelo carrinho. Nos valores seguintes os alunos somaram a média da diferença de aproximadamente 90 cm para encontrar a medida que o carrinho andaria caso fosse possível dar 6, 7, 8, 9 e 10 voltas na chaveta.

Neste caso, a mediação do professor fez-se importante para que os alunos pudessem empreender uma segunda investigação. Barbosa (1999) destaca que,

[...] a Modelagem redefine o papel do professor no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe. Concebo a palavra “condução” no sentido de problematizar e direcionar as atividades escolares (BARBOSA, 1999, p. 71).

Assim, o pesquisador-professor se coloca como um mediador das ideias e ações dos alunos de modo a possibilitar uma nova resolução para a atividade.

Grupo: 6JCFG4

Podemos observar que as três resoluções apresentadas a seguir manifestam orientações individuais perante a resolução da atividade, indicando para uma certa

independência, já que cada integrante de um mesmo grupo deu encaminhamentos à resolução à seu modo. Para Sant'Ana (2009);

Na sua acepção mais ampla, autonomia refere-se à capacidade do sujeito de imprimir orientação às suas ações, por si mesmo, e com independência, sendo comum a expressão referir-se ao indivíduo, às instituições e à comunidade (SANT'ANA, 2009, p. 467).

Neste grupo, portanto, os alunos apresentam três soluções. Na primeira estratégia, somaram duas vezes a distância encontrada para cinco voltas na chaveta como podemos ver na figura seguinte.

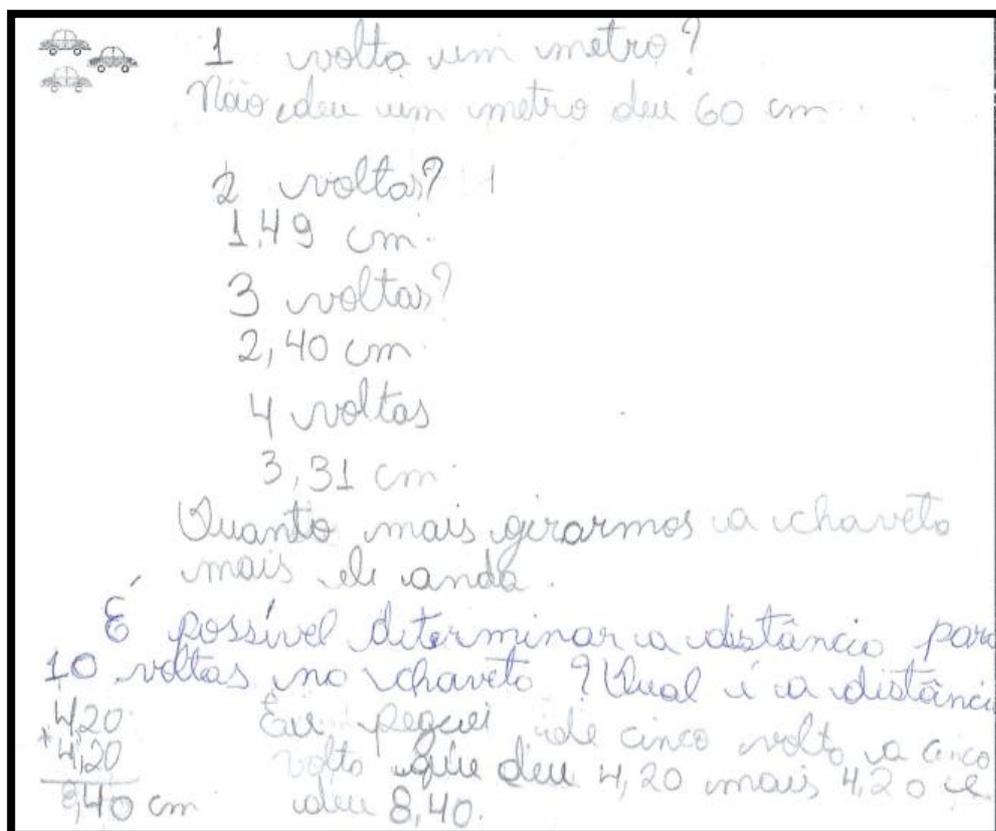


Figura 7: Estratégia 1 de resolução grupo 6JCFG4.
Fonte: Própria dos autores.

Na segunda estratégia, os alunos somaram a distância de uma, duas, três e quatro voltas na chaveta respectivamente $60 + 149 + 240 + 331 = 780$ cm e encontraram a distância percorrida, caso pudessem dar 10 voltas na chaveta.

$$\begin{array}{r}
 331 \\
 + 240 \\
 + 149 \\
 \hline
 780 \text{ cm}
 \end{array}$$

Figura 8: Estratégia 2 de resolução grupo 6JCFG4.
Fonte: Própria dos autores.

Na terceira estratégia, por sua vez, somaram a distância de quatro voltas na chaveta, duas vezes, mais a distância de duas voltas, totalizando 10 voltas. Ou seja, $331 + 331 + 149 = 810$ cm (quando a soma correta é 811 cm).

Assim, atento às características de Modelagem Matemática, de se orientar pelos variados caminhos que uma atividade de Modelagem Matemática pode proporcionar, os alunos **realizaram e orientaram suas ações planejadas** (ação de autonomia) e chegaram a respostas diferentes. Todavia, destacamos que nesse grupo o trabalho não foi realizado em parceria pelos alunos. Se tivessem discutido as diferentes estratégias, possivelmente teriam apresentado apenas uma solução, do grupo, mas teriam discutido as diferentes estratégias até eleger uma para realizar. Isso indica a possibilidade de se considerar, no âmbito de um grupo que trabalha colaborativamente em uma atividade de Modelagem Matemática, uma autonomia que se desenha coletivamente.

4.1.2 Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Antônio Scain (EMAS).

Depois de os alunos lerem a atividade, chamamos um aluno e entregamos o carrinho a ele, pedindo que colocasse o carrinho para andar. O aluno rodou a chaveta e colocou o carrinho no chão sem a pretensão inicial de coletar alguma informação, mas sim de brincar e testar.

Ao rodar a chaveta até o final e colocar o carrinho para andar foi percebido pelos alunos que esse enroscava nas cavas do rejunte entre um piso e outro. Assim, como dito por eles, a pista possuía buracos que atrapalhavam o carrinho a andar. Quando questionados se havia solução para o problema dos buracos na pista, os alunos apontaram duas possíveis soluções, em uma delas, sair da sala e ir para o pátio, onde o chão era liso e na outra, tampar os buracos da pista.

Os alunos optaram por ficar na sala, assim, três alunos pegaram a fita e juntamente com nossa ajuda se divertiram tampando os buracos entre os pisos. Quando terminaram verificaram que o espaço ficou com aparência de pista, sendo a hora de brincar para coletar as informações.

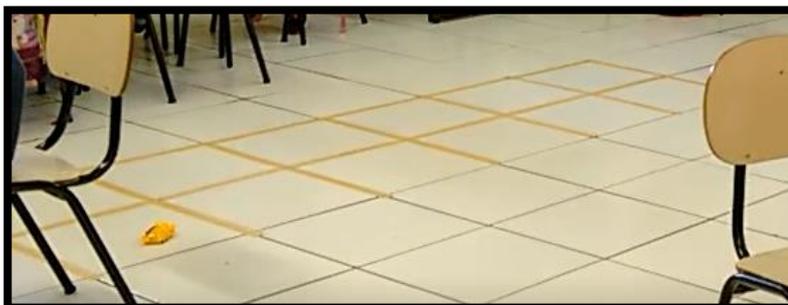


Figura 9: Pista construída pelos alunos.
Fonte: Própria dos autores.

Cabe destacar que um momento importante para o envolvimento com a atividade aconteceu quando os alunos começam a brincar e percebem interferências no trajeto do carrinho, surgindo a necessidade de solucionar o que foi considerado um problema.

Para começar a coleta de dados, os alunos precisaram decidir como iriam contar a quantidade de voltas na chaveta. Uma das opções apontadas pelos alunos foi rodar à mão. No entanto, ao fazer o teste, verificaram a dificuldade relativa a uma volta à mão não coincidir com uma volta na chaveta. Neste caso, a partir da orientação dos pesquisadores, os alunos fizeram marcações na chaveta, de modo a facilitar a contagem do número de voltas completas.

Assim, os alunos, tomados dois a dois, começaram a brincar e buscar as informações necessárias para resolver o problema. Enquanto um aluno rodava a chaveta e lançava o carrinho o outro aluno, usando uma régua de um metro, media a distância percorrida pelo carrinho. Assim, mediram a distância que o carrinho andou de acordo com a quantidade de voltas: uma, duas, três, quatro, cinco e cinco voltas e meia na chaveta.



Figura 10: Medindo a distância.
Fonte: Própria dos autores.

Para ajudar a procederem no desenvolvimento da atividade, questionamos se era possível encontrar a distância percorrida pelo carrinho para 7 voltas, sem fazer o experimento. Os alunos disseram que era possível, assim deixamos essa questão para que pudessem discutir. Nesse processo, os alunos construíram uma relação por estimativa para encontrar a distância percorrida, como verificamos nas transcrições e resoluções dos alunos.

Grupo: 5ASG1

Os estudantes fizeram a coleta de dados, rodando a chaveta e medindo as distâncias alcançadas pelos carrinhos. No decorrer desse processo, a aluna do grupo 1 manifestou:

A1: Eu tive outra ideia, dá uma volta e vê até onde ele foi, até o lugar, aí faz vezes o tanto de volta na chaveta.

Essa estratégia apontada por A1 simplificaria o processo de busca de dados, mas tomaria, desde o início, mesmo que de modo inconsciente por parte de A1, a hipótese de que o número de voltas é diretamente proporcional ao espaço percorrido pelo carrinho. Assim, pedimos à aluna que anotasse a ideia, enquanto os demais alunos coletavam os dados.

Após a coleta de dados, os alunos começaram a pensar se existia relação entre as voltas na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho. Pedimos que os alunos investigassem se havia essa relação e qual era. Propomos que estimassem a distância percorrida pelo carrinho caso fosse possível dar 7 voltas na chaveta.

O grupo apresentou em sua resolução cálculos para 31 e 32 voltas na chaveta, multiplicando a quantidade de voltas por 60 cm, medida referente a uma volta na chaveta, o que indica aplicação da estratégia desenvolvida anteriormente por A1.

O grupo fez as resoluções no local de anotações, mas não ficou conversando sobre as resoluções. Ao perguntarmos sobre a resolução, manifestaram:

A1: Pensei em arredondar.

Pesquisador: Mas o que você pensou em arredondar?

A1: Pega 6 e multiplica por 60.

Ao ser questionado sobre o porquê de fazer isso, A1 respondeu:

A1: Para achar para outras voltas.

Pesquisador: Para quantas voltas você achou?

Pesquisador: Porque você está multiplicando por vinte e quatro?

A1: Para saber o número.

Pesquisador: Mas o que representa esse 24?

A1: Um vale 60. Vou só arredondar mesmo.

Utilizando a estratégia de multiplicar pela distância 60 cm o grupo achou a distância para várias voltas na chaveta.

Pesquisador: O que você achou aqui quando fez 60 vezes 31? O que significa esse valor? Quando você faz vezes 31, o que significa? O que está calculando e para quantas voltas?

A aluna fez os cálculos, mas não sabia explicar. Conversamos dizendo o que havíamos entendido, por exemplo, que ela tinha estimado a distância percorrida pelo carrinho para 31 voltas.

O trecho identificado no início da descrição do grupo 5ASG1 começou dizendo sobre uma estratégia desenvolvida nas discussões do grupo 1: *“Eu tive uma outra ideia, dá uma volta e vê até onde ele foi, até o lugar, ai faz vezes o tanto de volta na chaveta”* e descreve na sequência a aplicação da estratégia. Neste contexto, atentamos para a manifestação de duas ações que denotam autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução de um problema e realizar e orientar as ações planejadas**. Benson (2001, p. 01, trad. nossa) esclarece que “[...] a autonomia não é um método de aprendizagem, mas um atributo da abordagem do aprendiz ao processo de aprendizagem”, assim, é possível perceber no ato de planejar e realizar as ações que a autonomia do aluno se constitui como atributo do estudante no processo de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Assim, podemos ver na resolução a seguir o que os alunos realizaram a partir das estratégias desenvolvidas.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 31 \\ \hline 60 \\ 180 + \\ \hline 1860 \end{array}$$

Figura 11: Resolução encontrado a distância para 31 voltas na chaveta.

Fonte: Própria dos autores.

A figura 11 ilustra a estratégia dos alunos. Mostra que eles multiplicam a distância percorrida pelo carrinho, 60 cm para uma volta na chaveta, por 31, valor que representa a quantidade de voltas. Assim, encontraram que o carrinho andaria 1860 cm caso fosse possível dar 31 voltas na chaveta.

105/14 - Dar uma volta na chaveta e ver quanto ele percorre
 ele e multiplicar com 31

1.º - 60 cm

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 31 \\ \hline 190 \\ 180 \\ \hline 1890 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 31 \\ \hline 1860 \\ 1840 \\ \hline 1840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 30 \\ \hline 1800 \\ 300 \\ \hline 1800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 6 \\ \hline 360 \end{array}$$

EXTIMATIVA

32 voltas

Figura 12: Resolução encontrando a distância para diversas voltas na chaveta.
Fonte: Própria dos autores.

A figura 12 ilustra várias simulações, ou seja, multiplicam o número de voltas na chaveta por 60 cm. Os alunos escreveram que as resoluções são estimativas, o que implica que os alunos entenderam que as medidas encontradas podem ser corretas matematicamente, mas que podem não se verificar na prática.

Desse modo, os alunos manifestaram em suas ações que denotam autonomia, ações de pensar na estratégia e depois executar. Esse pensar nas estratégias e executá-las é característica do processo de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, dado o fato de o problema ser aberto e considerar diferentes encaminhamentos de resolução.

Grupo: 5ASG3

Após a busca de dados, solicitamos aos alunos que trabalhassem na problemática para investigar se há relação entre as voltas na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho. Provocamos os alunos para estimar a distância percorrida pelo carrinho se fosse possível dar sete voltas na chaveta. Nesse contexto é que se dá o diálogo que segue:

- A1: Espera aí, espera aí, a gente vai calcular. Eu entendi finalmente. Olha aqui, a gente vai calcular 4,5 voltas, é 7 né?
- A2: Mais uma, é tem que dar sete voltas, não tem.

A2: A gente podia fazer uma conta com todos eles, somando todos eles.
A2: Só que não tem mais três mais duas voltas.
A1: Mas a gente coloca mais duas voltas.

Começaram a discutir entre si para ver a melhor estratégia, chegando a uma estratégia que soma a medida para quatro, duas e uma volta na chaveta, totalizando 7 voltas.

A2: É preciso fazer $334+150$.
A2: Estou meio perdidinho.

Discutiram sobre valores que tinham entendido errado e depois continuaram a somatória:

A1: Calcula mais 60, mais 334.
A2: Mais 150 e mais 60?.
A1: Isso, agora soma, que dá 7 voltas.
A2: 544.
A2: Professor eu acho que eu descobri. Professor eu acho que a gente descobriu.
Pesquisador: Como vocês fizeram?.
A2: A gente calculou as voltas que tinha dado antes, a gente calculou 4 voltas mais duas voltas e mais uma volta que deu 544, que é 5,44 m.

Neste diálogo, também apontamos as ações de autonomia que temos denominado, **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução de um problema** e também **realizar e orientar as ações planejadas**.

Destaca-se que os alunos têm a liberdade de planejar ideias e executá-las em uma atividade de Modelagem Matemática. Segundo Benson (2001, p. 01-02, trad. nossa) “Uma condição para o desenvolvimento da autonomia é a disponibilidade de oportunidades para exercer controle sobre a aprendizagem”.

Podemos verificar a estratégia do grupo na figura 13.

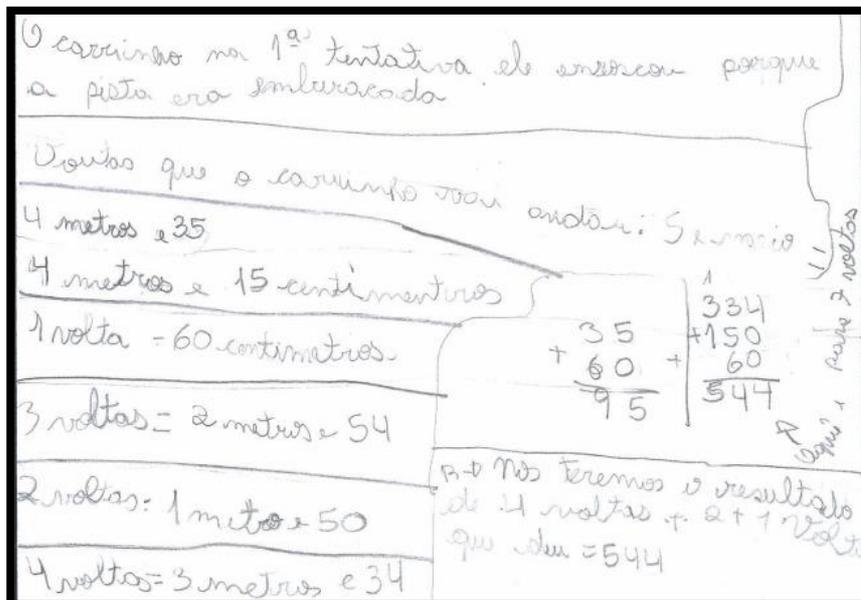


Figura 13: Resolução para encontrar a distância para 7 voltas na chaveta.
Fonte: Própria dos autores.

Verifica-se na imagem que os alunos somaram as distâncias percorridas pelo carrinho para 4, 2 e 1 voltas na chaveta. Trata-se de considerar que tal procedimento resultaria em uma distância equivalente à distância obtida fazendo 7 voltas na chaveta.

Grupo: 5ASG4

Os alunos do grupo 4 do quinto ano da Escola Municipal Antônio Scain, encaminharam suas discussões no sentido de discutir sobre a construção de uma pista para o carrinho.

Após a leitura da atividade, ao perguntar o que era preciso fazer com o carrinho, alguns alunos do grupo forneceram as respostas que segue:

- A1: Rodar a chaveta.
- A2: Brincar com a coisa para saber o que vai fazer.
- Pesquisador: Brincar com o que?
- A2: O carrinho de corda.
- Pesquisador: Quando a gente brinca a gente vai fazer o que?
- A3: Calcular a distância percorrida.

E assim continuamos a conversa com os alunos de toda a turma sobre a atividade, de forma que esses entendessem o mecanismo para usar o carrinho. Começamos a testar o carrinho no chão. Nas primeiras tentativas o carrinho começou a enroscar na pista, gerando o diálogo que segue.

Pesquisador: Porque o carrinho travou na pista?

A2: Por causa do relevo.

Como o carrinho havia enroscado no rejunte do piso perguntamos se havia solução para esse empecilho. Um aluno do grupo sugeriu tapar os buracos. Perguntamos o que acontece quando o carrinho enrosca e para de andar, ao que A3 manifestou:

A3: Ele perde a corda.

Como solução, alunos de diferentes grupos sugeriram tapar os buracos (espaços do rejunte) com a fita, ficando decidido que iriam construir uma pista desse modo. Construíram a pista para em seguida começar a testar com o carrinho.

As falas dos alunos do grupo 5ASG4 que determinam a construção de uma pista na sala, solucionando o problema dos buracos do rejunte e proporcionando aos alunos a coleta de dados, nos remete ao aspecto de autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema**. Neste contexto, Berbel (2011) destaca que,

O fato de os alunos, desde o início, analisarem criticamente uma parcela da realidade para problematizá-la e, diante das diferentes possibilidades, elegerem aquele aspecto que consideram mais relevante para o estudo naquele momento, torna-se decisivo para o seu engajamento na continuidade do processo. Eles se sentem corresponsáveis pela construção do conhecimento acerca do problema e de alternativas para a sua superação, o que diminui a percepção de controle externo para a realização da atividade acadêmica e contribui para a constituição gradativa de sua autonomia (BERBEL, 2011, p. 34).

Resolver problemas que são suscitados no momento da produção e coleta de dados, como fizeram os alunos, denota autonomia e cuidado com o processo de experimentação, essencial para a obtenção de resultados satisfatórios na atividade.

4.1.3 Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Amélio Dal Bosco (EMADB).

Ao entregar a atividade pedimos que os alunos fizessem a leitura da atividade. Os alunos fizeram e ficaram um olhando para o outro sem saber o que fazer. Ao ver que esses não sabiam como proceder ou estavam com receio, começamos a questionar se havia a possibilidade de resolver a atividade. Alguns alunos responderam que não, outros que sim. Ao questioná-los sobre como resolver, e mais,

se precisava de algo para resolver, alguns alunos apontaram que era preciso um carrinho. Nesse momento, entregamos um carrinho com o mecanismo de dar corda.

Os alunos disseram que seria necessário rodar a chaveta para o carrinho andar e saber quantos metros ele andaria. Em seguida, um aluno levantou a hipótese de que uma volta na chaveta faria o carrinho andar um metro. Pedimos que anotassem a hipótese. Dessa ideia de uma volta na chaveta e o carrinho andar um metro, os alunos começaram a brincar e fazer testes para buscar informações.

Para testar, era preciso saber como marcar a volta dada na chaveta. Um dos alunos disse que era só segurar a chaveta e rodar o carrinho, mas como não era algo confiável em relação à marcação exata, apresentamos a eles uma marcação no mecanismo de dar corda. Assim eles conseguiram contar quantas voltas poderiam ser dadas.

Para encontrar a medida que o carrinho andou ao dar uma volta na chaveta, dois alunos foram escolhidos para realizar alguns testes. Inicialmente, foram efetuados três testes, pois com uma volta na chaveta o carrinho havia andado 93 cm inicialmente e, em um segundo teste, 52 cm. Devido a diferença na metragem fizeram um terceiro teste que resultou em 54 cm. Optaram assim por esse valor para colocar em suas anotações já que dois testes ficaram nessa faixa de pouco mais de meio metro. Cabe dizer que para encontrar as medidas os alunos criaram uma linha de partida para o carrinho.

Para encontrar a metragem para duas voltas foram escolhidos outra dupla de alunos para os lançamentos. Ao começarem o teste, perceberam que havia interferência do piso com relação aos espaços do rejunte e que isso atrapalhava o carrinho a andar. Tentaram fazer uma pista com os cadernos, mas não foi possível, pois os cadernos não tinham a mesma altura. Como outras ideias não surgiram para solucionar o problema da interferência do piso, sugerimos que os alunos fossem à calçada em frente à sala, pois apesar de ser um chão rústico não havia buracos que poderiam interferir o carrinho na locomoção.



Figura 14: Brincando com o carrinho na calçada.
Fonte: Própria dos autores.

Desse modo, os alunos encontraram a distância que o carrinho percorreu para duas, três, quatro e cinco voltas.

Para responder qual a relação existente entre as voltas da chaveta e a distância percorrida pelo carrinho, solicitamos que os alunos encontrassem quantos metros o carrinho andaria se pudéssemos dar 10 voltas na chaveta. Esse questionamento surge como possibilidade de levar os alunos a generalizarem a situação investigada. Desse modo, algumas discussões apontavam para uma possível relação existente entre a quantidade de voltas na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho. Neste contexto, apresentamos na sequência transcrições de áudio e imagem de materiais escritos produzidos pelos alunos, para assim procurar responder o problema de pesquisa referente aos aspectos de autonomia que poderiam se manifestar nas ações dos alunos.

Grupo: 5ADBG4

Encaminhamo-nos para fora da sala para proceder à coleta de dados, pois o chão da calçada não possuía relevo que atrapalhasse o andar do carrinho. Uma aluna do grupo faz um apontamento importante com relação ao lugar que iríamos soltar o carrinho.

A1: Ir daqui pra lá porque tem essa linha pra marcar.

Pesquisador: Essa linha serve para que?

A1: Para marcação, para saber do onde ele veio e para onde ele vai.

Ao perguntar se tinha problema o carrinho ir torto, ou seja, não andar em linha reta a aluna do grupo respondeu:

A1: Não tem problema porque vai medir o trajeto.

Depois de realizar algumas medidas, retornamos para a sala. Nesse momento passamos a investigar a relação que poderia existir entre a volta na chaveta e a distância percorrida pelo carrinho. Lançamos, ainda, uma pergunta derivada de uma curiosidade levantada por um aluno da turma, no caso, encontrar a distância percorrida pelo carrinho caso pudesse dar 10 voltas na chaveta.

A2: Eu acho que eu sei.

A2: Deu 9 m.

A3: Só 9 m?

A2: Deu 900 o resultado.

Pesquisador: Posso ver?

A2: Eu fiz é 54 vezes 10.

Pesquisador: 54×10 , vamos lá, 54×10 é 900?

Pesquisador: Faz a multiplicação.

A1: Eu acho que é assim a gente podia fazer assim, a gente pegava todas as voltas que a gente fez vai somando elas e como só da seis a gente vai fazendo mais até 10 voltas e vai somando tudo.

Assim, pedimos para que realizassem a ideia na expectativa de confirmar ou não sua validade.

A4: Olha professor, a gente pode fazer 5 voltas primeiro e depois mais 5 voltas.

A1: Professor vem aqui.

A1: Eu podia fazer assim, somar primeiro todos os centímetros depois os metros e juntar os dois?

A1: Eu queria saber como que dá somando os centímetros.

Explicamos como somar em centímetros. A aluna do grupo estava empenhada em somar todos os centímetros das distâncias encontradas.

A4: É 6,64 m, eu somei cinco voltas em duas vezes.

A4: Eu fiz 3,32 mais 3,32 que deu 6,64 m.

A aluna que estava tentando somar todos os centímetros mudou de estratégia.

A1: Você fez 54 vezes 10?

A2: Eu pensei de um jeito assim antes.

A2: Desse jeito que dá certo, porque é 54 de uma volta.

Nas falas dos alunos do grupo 5ADBG4 é possível perceber a preocupação em buscar dados precisos, ou seja, um cuidado com o experimento. Consideramos que esses alunos analisaram de forma crítica a proposta da atividade, a qual permeia a realidade dos alunos, a saber uma brincadeira com um carrinho de corda. Apresentando ideias de como encontrar a distância percorrida pelo carrinho, caso fosse possível dar 10 voltas na chaveta, e essas ações denotam a dedicação dos alunos na resolução do problema. É possível inferir que os alunos tornaram-se corresponsáveis pela investigação, conforme foram se inteirando e realizando ações no processo de coleta de dados.

Os alunos do grupo participaram colaborando com ideias que ajudaram a coletar os dados e depois no desenvolvimento de estratégias que culminaram na resolução da atividade de duas formas. Assim foi possível perceber o **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema**, como uma ação que denota autonomia e que se manifesta nas ações dos alunos.

Podemos ver nas figuras 15,16 e 17 as duas resoluções suscitadas no grupo 5ADBG4.

Eu pensei assim com 1 volta deu 54, com como eu quero saber 10 voltas eu passo 54 e vejo o resultado deu 5,40

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 54 \\ \hline 540 \end{array}$$

Figura 15: Resolução 01, grupo 5ADBG4, encontrado a distância para 10 voltas na chaveta.
Fonte: Própria dos autores.

A figura 15 representa uma das resoluções realizada pelo grupo 5ADBG4. Os alunos multiplicaram 54, que representa a distância percorrida pelo carrinho ao dar uma volta na chaveta, por 10, que representa a quantidade voltas vislumbrada na situação.

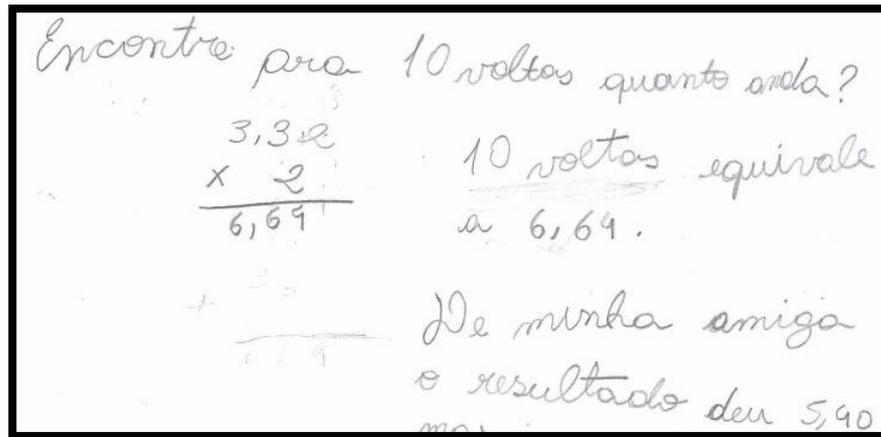


Figura16: Resolução 02, grupo 5ADBG4, encontrado a distância para 10 voltas na chaveta.
Fonte: Própria dos autores.

A figura 16 representa uma segunda resolução realizada pelo grupo 5ADBG4. Ao rodar 5 voltas na chaveta do carrinho e colocar ele para andar, os alunos encontraram uma distância percorrida de 3,32 m. Dessa forma multiplicaram por 2 este resultado para encontrar para 10 voltas na chaveta.

É interessante notar que o aluno registra o resultado obtido por outra componente da equipe, como quem reconhece que as duas respostas são plausíveis para a situação e, portanto, com possibilidades de se configurarem previsões para o deslocamento do carrinho na situação das dez voltas na chaveta. O mesmo é possível verificar na figura 17.

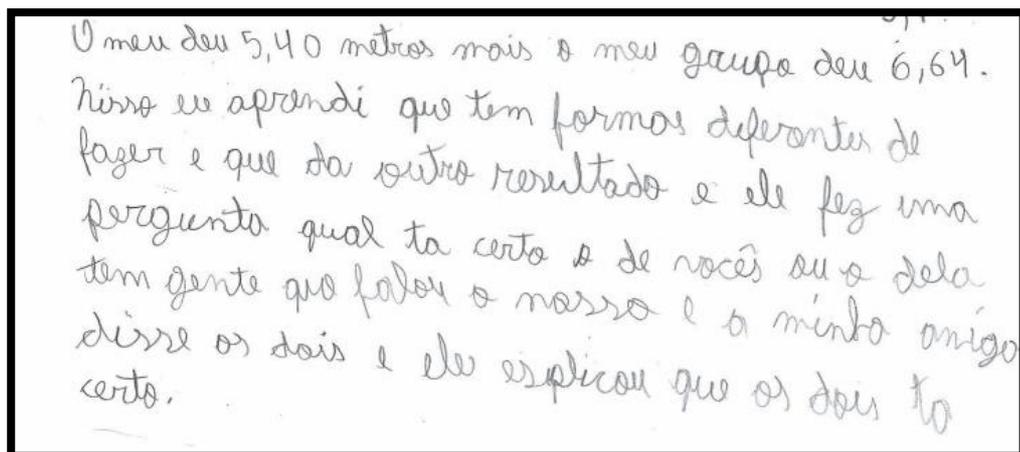


Figura 17: Justificativa do que foi discutido entre pesquisador e aluno.
Fonte: Própria dos autores.

Os alunos, empenhados em chegar a uma solução, constroem alternativas, movimento esse que suscita a ação de autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema**, sendo que em Modelagem Matemática o processo de planejamentos e construção de encaminhamentos de

resolução para um problema está diretamente ligado ao levantamento de hipóteses e trabalho com os dados coletados.

4.2 Prática de Modelagem Matemática – “Tijolos: Como saber se não vejo?”

A atividade “Tijolos: Como saber se não vejo?” surge na intenção de os alunos olharem para algo que faz parte do cotidiano, no caso, tijolos cobertos com massa e tinta que constituem as paredes das casas, mais especificamente, das salas de aula. Para os alunos procederem com suas resoluções tiveram à disposição tijolos, régua e papel para realizar anotações.

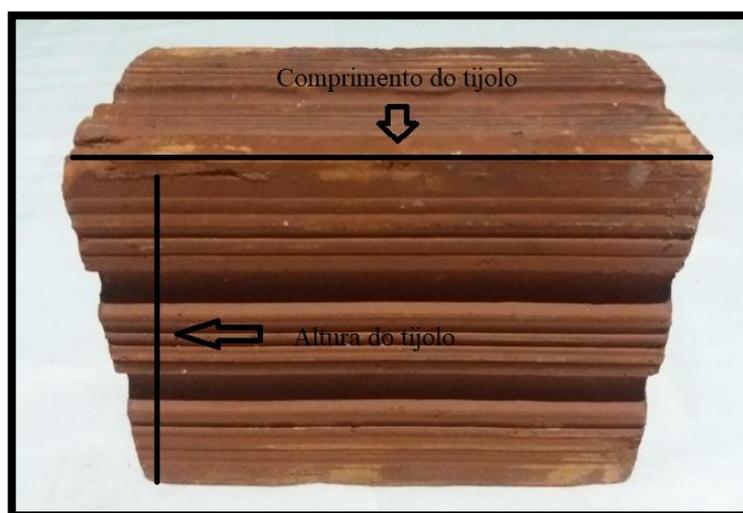


Figura 18: Dimensões do tijolo.
Fonte: Própria dos autores.

Para iniciar a aplicação da atividade “Tijolos: Como saber se não vejo?” em dois quintos anos e um sexto ano sugerimos que esses formassem seis grupos de 4 a 6 pessoas. Entregamos a cada grupo um gravador e posicionamos em um canto da sala uma câmera para as filmagens.

Ao entregar a atividade para os alunos, pedimos para que fizessem a leitura. A partir desse momento os alunos começaram a pensar em estratégias que indicassem caminhos para encontrar quantos tijolos foram necessários para construir a sala de aula em que estudam. O tijolo não foi entregue de imediato, para que dessa forma os alunos refletissem sobre a atividade e como iriam proceder.

A atividade que receberam consta na figura 19.

Tijolos: Como saber se não vejo?

Em muitas construções os tijolos aparecem como material fundamental. Podem ser usados para construir casas, prédios, muros, hospitais, escolas, dentre tantas outras coisas.

A sala de aula em que estudamos também é feita com tijolos, mas por causa do reboco e da tinta não conseguimos contar quantos tijolos são utilizados para erguer suas paredes.

Como podemos fazer para calcular quantos tijolos foram usados para construir a sala de aula?

Quantos tijolos foram usados para construir essa sala de aula?

Queria ter a alegria desse tijolo



Figura 19: Atividade “Tijolos: Como saber se não vejo?”.
Fonte: Própria dos autores.

Desse modo, passamos a apresentar encaminhamentos e resoluções dos alunos para a atividade dos tijolos, destacando reflexões sobre as questões auxiliares destacadas.

Na sequência apresentamos recortes de algumas discussões realizadas pelos alunos durante a realização da atividade “Tijolos: Como saber se não vejo?” de maneira a apresentar como se deu a investigação. Assim, após a transcrição, apontamos para as ações de autonomia que surgiram com evidencia nas produções dos alunos.

4.2.1 Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Amélio Dal Bosco (EMADB)

Entregamos a atividade, mas a princípio não entregamos os tijolos. De modo geral, os alunos começaram a pensar em como resolveriam a atividade. Após alguns minutos entregamos os tijolos, momento em que os alunos verificaram as medidas do tijolo e buscaram as medidas que compõe as dimensões da sala.



Figura 20: Alunos medindo o tijolo.
Fonte: Própria dos autores.

A partir dessas medidas os alunos buscaram por estratégias que poderiam levá-los ao desenvolvimento e conclusão da atividade.

Grupo: 5ADBG1

O diálogo inicial dos alunos do grupo 1, reside na compreensão da situação e no estranhamento em relação aos procedimentos que entendiam adequados para a investigação.

- A1: Como resolver?
- A3: Não tem como resolver isso daqui.
- A2: Eu não entendi.
- A3: Eu entendi, mas é impossível de se resolver.
- A1: Quem vai saber quantos tijolos tem aqui?
- A2: Mas tem gente que sabe.
- A3: Tem que tirar a tinta da parede, você pega uma faca e vai raspando a tinta da parede.

O aluno A1 começou questionando como poderiam resolver a atividade. Em seguida, os alunos começam a conversar entre si no grupo e começaram a surgir ideias como, por exemplo, tirar a tinta da parede. Verificamos que os alunos se preocuparam em buscar respostas às perguntas, o que denota o engajamento inicial na realização da atividade e a ação de autonomia denominada **iniciativa**, bem como a ação **buscar respostas às suas próprias perguntas**. Segundo Chaves, Filho e Seixas (2018, p. 87),

A escola, nesse processo de busca pela autonomia, vai criando um processo no qual o aluno busca respostas a suas próprias perguntas. O aluno, portanto, nessa formação para a autonomia, precisa de elementos construídos e produzidos pela humanidade, disseminados pela escola, para ter subsídios a partir dos quais as respostas serão baseadas (CHAVES, FILHO, SEIXAS, 2018, p. 87).

Questionar e buscar respostas para suas perguntas denotaram ações de autonomia. Podemos ainda destacar que essas ações se aproximam, em Modelagem Matemática, à definição de Barbosa (2001, p. 6) de que, em Modelagem, “[...] os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Neste sentido, as características de indagar e investigar denotam ações de autonomia no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Na continuação das transcrições do grupo 5ADBG1 podemos destacar outras ações que denotam autonomia dos alunos:

A3: Tem que tirar a tinta da parede, você pega uma faca e vai raspando a tinta da parede.

...

Pesquisador: Como podemos encontrar quantos tijolos foram usados para construir a parede?

A3: Medindo.

Pesquisador: E o que podemos usar para medir?

Uma possibilidade de resposta foi a de usar uma trena.

A3: Medindo o tijolo, medimos essa parte da parede daí a gente ia fazendo cada medida, aí a gente vê quantos tijolos tinha.

Pesquisador: Isso, ótima ideia, mas que tamanho tem o tijolo?

A3: Eu não sei exatamente.

Pesquisador: Você consegue imaginar que tamanho tem o tijolo?

A4: Entre 15 a 20 centímetros.

Pesquisador: Pensa nas dimensões dos tijolos.

A3: Um tijolo tem 15 centímetros mesmo.

Pesquisador: Então faz aí um tijolo desse tamanho.

A3: É pra fazer um tijolo de 15 centímetros?

A2: O professor, aqui tem tijolo pra medir [fazendo referência a tijolos que estavam atrás da sala].

Assim, pegamos os tijolos e trouxemos para a sala de aula. Após a busca dos tijolos os alunos começaram a medir suas dimensões. O aluno do grupo disse:

A3: Vamos medir com régua.

A3: Eu estava esperando pegar o tijolo para medir.

A2: Faz o tijolo dançar.

A3: Dá o tijolo aqui para medir.

[...]

A3: Eu tenho uma ideia, já que a gente sabe que é 19 centímetros o tijolo, temos que medir essa parede aqui e outra, só que vai demorar muito tempo.

Neste trecho de conversa do grupo é possível observar os alunos empreendendo orientações às suas ações “*Medindo o tijolo, medimos essa parte da*

parede dai a gente ia fazendo cada medida, ai a gente vê quantos tijolos tinha”, momento em que discutem como proceder com o tijolo “Vamos medir com régua” e com as paredes no que se refere a encontrar suas medidas.

Dessa forma, consideramos a ação de autonomia **realizar e orientar as ações planejadas**. Podemos destacar no trecho das transcrições acima a ação que denota autonomia **iniciativa**, ação importante para o desenvolvimento da autonomia segundo Berbel (2011). A **iniciativa** está relacionada ao fato de os alunos se posicionarem frente às atividades propostas, como quando A3 sugere que *“Medindo o tijolo, medimos essa parte da parede daí a gente ia fazendo cada medida, aí a gente vê quantos tijolos tinha”* ou quando dá encaminhamento, *“Eu tenho uma ideia, já que a gente sabe que é 19 centímetros o tijolo, temos que medir essa parede aqui e outra, só que vai demorar muito tempo”*.

Os alunos do grupo imprimiram orientações à ação que os ajudaram a prosseguir no desenvolvimento da atividade. Outras ações manifestadas estão diretamente ligadas ação de autonomia **iniciativa** como a de se posicionar frente à atividade, mediar discussões e buscar meios de diminuir os problemas suscitados nas investigações. Podemos dizer que há uma intenção de busca quando os alunos imprimiram orientações, característica essa a qual destacamos em Almeida e Silva (2015) quanto descrevem uma atividade de Modelagem Matemática. A problematização realizada pelos alunos no momento de interação sobre o tema pode ser apontada como característica de Modelagem Matemática que despertou a ação de autonomia **iniciativa**, pois é nesse momento que em Modelagem os alunos se posicionam, realizam discussões e buscam meios de resolver os pequenos impasses/problemas derivados da atividade.

Grupo: 5ADBG4

Destacamos na transcrição a seguir, questionamentos suscitados pelos alunos do grupo 4 no desenvolvimento da atividade, bem como falas que denotam a busca por possíveis soluções.

A1: Professor, professor, como podemos fazer para calcular quantos tijolos foram usados para construir a sala de aula?

Pesquisador: E ai quanto vai ser?

A2: No teto não tem tijolo nenhum.

Pesquisador: E nas paredes?

A3: Nas paredes temos que contar.

A1: Nessa parede tem um metro, uns 100.
Pesquisador: Mas vocês acham que só vai 100?
A1: 200?
Pesquisador: Quantos vocês acham que vai? Que tamanho tem um tijolo mais ou menos?
A4: Depende do tamanho da parede.

Mostraram afastando as mãos o tamanho de um tijolo. Questionamos se era do tamanho mostrado, ou se era maior.

A3: Pega a régua para ver.
A3: Acho que tem uns 20 cm.
A1: O tijolo que meu pai fez tem esse tamanho [mostrando com as mãos].
A1: Professor, 19 centímetros.
Pesquisador: Então desenhem um tijolo com mais ou menos o tamanho que vocês acham.
[...]
A5: Pronto professor, já fiz o meu tijolo.

Após essas discussões no grupo, trouxemos tijolos para que os alunos medissem as dimensões do tijolo.

Pesquisador: O que vocês querem medir na parede?
A5: Quantos tijolos têm.
Pesquisador: Isso, mas o que é preciso fazer com as paredes da sala? Medir o que nas paredes?
A5: Os tijolos.
Pesquisador: Mas a gente consegue medir os tijolos na parede?
A2: Sim, é só ver nos centímetros dele.
A5: É só a gente somar $18+18+18$, até.
A2: Mas um tijolo é 18 e meio.

Após anotar as dimensões da sala pedimos que os alunos trabalhassem na problemática. Os alunos entenderam que era preciso fazer a altura da sala dividida pela altura do tijolo.

A4: Agente descobriu que nessa parede aqui tem 21 tijolos.
Pesquisador: Como vocês fizeram?
A4: A gente pegou 380, que é 3,80 m e a gente pegou a medida do tijolo que é 18, na verdade 18,5, mas usamos 18.

Trabalhamos com eles como os tijolos são posicionados na parede, dessa forma fazendo a divisão não mais por 18 e sim por 13.

Pesquisador: Pensem no que a colega de vocês falou, pegue a altura que é 380 cm, dividido por quanto?
A1: 18.
A4: 13.
Pesquisador: Isso 13. Mas porque por 13?

A2: Porque 13 é a altura.

[...]

A4: Professor agora o nosso deu 29.

Pesquisador: 29 é o que?

A1: 29 tijolos é a altura.

Podemos destacar na transcrição acima a ação de autonomia denominado **Tomada de decisão**. Assim, está relacionada ao fato de os alunos se posicionarem frente às atividades propostas, mediarem as discussões no grupo e buscarem meios de dirimir os problemas relativos à investigação. Em princípio, os alunos do grupo se posicionaram frente à atividade chamando o professor manifestando **iniciativa**, o que denota interesse em realizá-la, levantando hipóteses e apontando para a quantidade de tijolos na parede “*Nessa parede tem um metro, uns 100*” e depois apontando para as medidas do tijolo “*Acho que tem uns 20 cm*”. As discussões sobre o formato do tijolo foram mediadas pelos próprios alunos, com gestos inclusive, sobre como é posicionado na parede, sobre como encontrar a quantidade de tijolos “*É só a gente somar 18+18+18...*” até chegar a possíveis soluções sobre a quantidade de tijolos usados para construir as paredes da sala também é ação que denota autonomia, no caso, **Comunicação de ideias**, como quando também apontam que “29 tijolos é a altura” da parede.

No desenvolvimento das atividades os alunos suscitaram ideias, mas alguns grupos não conseguiam efetivar em escrita, assim, como os alunos da turma não estavam conseguindo desenvolver suas ideias achamos melhor começar a explorar as estratégias e ideias que surgiram na sala.

Usamos a estratégia do grupo 5ADBG4, o qual considerou a altura da sala e dividiu pela altura do tijolo, encontrando quantas fileiras de tijolos teria na vertical em uma fileira. Ao resolver as operações no quadro, a turma se mostra participava.

Poderíamos ter utilizado a mesma estratégia para encontrar quantos tijolos podem ter sido usados para construir, na horizontal, uma fileira de tijolos, mas para mostrar outras possibilidades sugerimos que olhassem para o piso do chão. Para o comprimento do piso dois tijolos eram utilizados (ideia verificada com os tijolos). Assim, contamos os pisos tendo em vista as paredes laterais da sala, em seguida multiplicamos por dois e encontramos quantos tijolos foram necessários para construir uma fileira na horizontal da parede lateral da sala.

Assim fizeram 40 fileiras de tijolos, tendo em vista o comprimento da sala (parede lateral), vezes 29 fileiras de tijolos, tendo em vista a altura da sala. Ideia essa apontada por um dos grupos.

Assim, encontramos 1160 tijolos. Como são duas paredes laterais fizemos vezes dois, totalizando 2320 tijolos para construir as paredes laterais.

Até o momento em que aconteciam as discussões dos alunos era possível destacar ações de autonomia, mas como precisávamos finalizar as ideias, assumimos a mediação das discussões de modo mais assertivo, dessa forma foi possível perceber que as ações de autonomia se manifestaram com mais intensidade quando os alunos tinham mais tempo para pensar e se dedica à atividade, o que denota que em uma sala de aula, para que os alunos desenvolvam-se autônomos, é importante que tenham tempo para pensar e empreender ações.

4.2.2 Análise do material produzido pelos alunos do quinto ano da Escola Municipal Antônio Scain (EMAS)

Cada grupo começou a pensar em como resolver a atividade. Primeiro, encontraram as medidas do tijolo, com o passar de alguns minutos toda a sala estava buscando informações parecidas, no caso, as dimensões da sala. Assim, socializamos para toda a sala as medidas encontradas pelos grupos. Com essas dimensões e as medidas do tijolo, as estratégias continuaram surgindo.

Grupo 5ASG1

Destacamos abaixo algumas falas dos alunos do grupo 5ASG1. Trazemos, na sequência, as ações de autonomia verificadas, relacionadas ao momento em que os alunos planejam ações e as realizam.

Medindo com uma régua de 1m, acharam que a altura da sala era de 2,70 m. Um dos alunos questionou o colega:

A1: Será que dá certo fazer 2,70 m dividido por 18 cm?

A2: Mas é por 14 cm.

...

A2: Meu Deus, cadê a régua.

A1: Acho que faz 2,70 dividido por 14.

...

Pesquisador: Quantos tijolos vocês acharam para fazer uma parede?

A2: 19.

Pesquisador: Mas para fazer uma parede?

A aluna explicou mostrando com a mão que era para uma fileira em pé. No caso na vertical. Conversaram sobre as medidas do tijolo e sobre o comprimento da sala. Após alguns minutos questionamos o grupo:

Pesquisador: Quantos tijolos na altura?

A2: 19.

Pesquisador: E no comprimento?

A2: Estou achando.

...

Pesquisador: Quantos tijolos foram usados para a altura da sala?

A2: 19.

Pesquisador: E de assim?

Fazendo referência ao comprimento da parede.

A2: 39.

Pesquisador: E agora o que fez com esses valores?

A2: Multiplicou.

Pesquisador: Isso, 19 vezes 39. E o que significa esse resultado?

A2: A quantidade de tijolos.

Nesse quadro atentamos para uma ação de autonomia que denotamos por **comunicação de ideias**. Observamos nos áudios transcritos a determinação das próprias ações perante a atividade, sendo que os alunos imaginam e ditam estratégias como dividir a altura da parede pela altura do tijolo *“Acho que faz 2,70 dividido por 14”*, empreendendo tal planejamento. Todavia, na transcrição, os alunos manifestam seus modos de lidar com a atividade quando são requeridos pelas indagações do professor. Ou seja, precisam se posicionar e manifestar oralmente o que fizeram.

No caso, dividiram o comprimento de uma das paredes da sala pelo comprimento do tijolo (710/18) encontrando quantas fileiras de tijolos haveria na sala; dividiram a altura da sala pela altura do tijolo (270/14) considerando a dimensão do tijolo, 14 cm, encontrando quantos tijolos teriam em cada fileira, como podemos ver na Figura 21. Para finalizar, considerando que as quatro paredes teriam as mesmas dimensões, generalizam para as quatro paredes como podemos ver na figura.

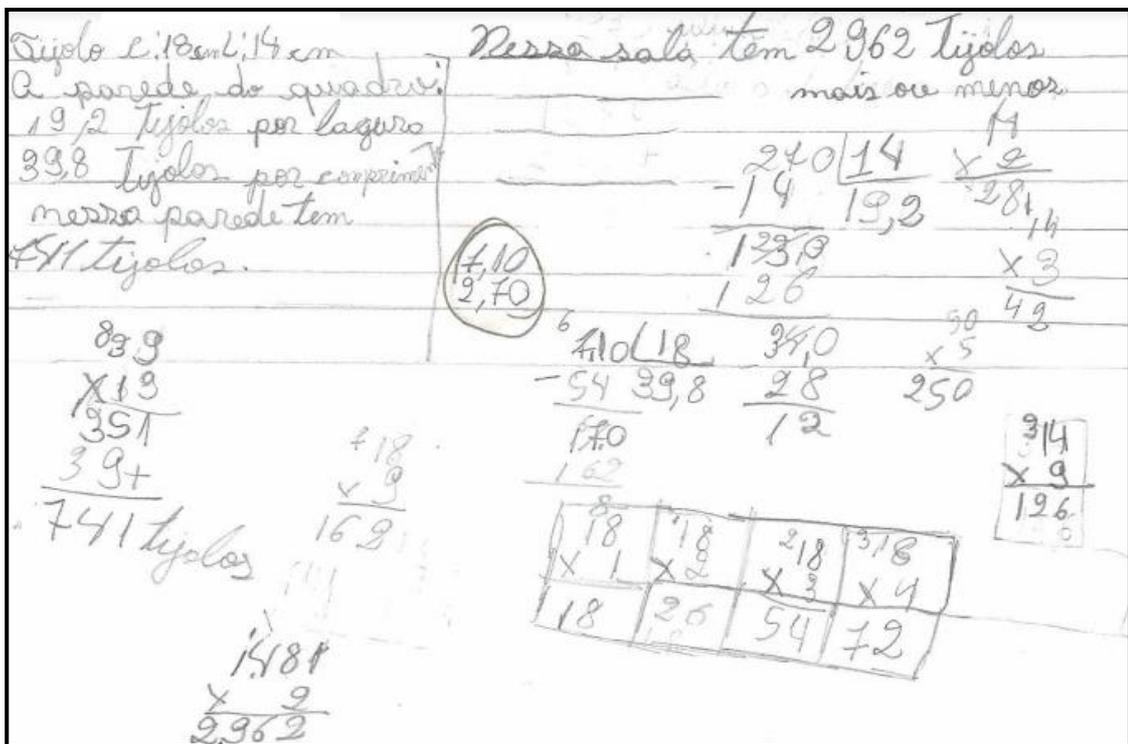


Figura 21: Produções dos alunos grupo 5ASG1.

Fonte: Própria dos autores.

Associamos à **comunicação de ideias** e de resultados pelos alunos, uma ação que denota autonomia que advém da ação do professor em atividades como as atividades de Modelagem Matemática, em que os alunos investigam uma situação e precisam elaborar hipóteses, discutir pontos de vista, bem como comunicar resultados.

Grupo 5ASG5:

O episódio a seguir se deu quando os alunos receberam tijolos para ajudar a pensar sobre o problema. Trata-se de um excerto da resolução do grupo 5ASG5:

A2: Eu acho que a gente vai ter que medir a parede da escola.

A1: Cadê a régua grandona?

...

A1: Então vamos indo, medindo a parede.

A1: Vamos pedir lá na biblioteca.

Fazendo referência à régua.

A1: Como a gente vai fazer lá em cima?

...

A3: Olha aqui da para medir com a régua, tem 30 cm.

A3: Vamos medir.

...

A3: Cadê a régua. Vamos medir.

A2: Ela foi pegar uma fita métrica para medir.

...

A1: Vamos medir o chão, o chão é igual a parede.

A4: Igual a parede não, será que dá?

A2: Deve dar né.

Os alunos foram medir o chão.

A4: Porque medir o chão?

A1: Porque o mesmo tamanho da parede é o chão.

A4: Mas não é do mesmo tamanho da parede.

A1: O tamanho assim dá.

Fazendo referência ao comprimento da parede. Ao questionar o que estavam fazendo responderam:

A1: Medir até lá no alto não dá.

Mas essa informação da altura da sala ser 2,65 m já havia socializado. Assim questionamos:

Pesquisador: Mas qual parede vocês querem medir e como?

A2: Essa.

A2: Medindo até lá.

...

A3: Mede a parede.

A2: Mas a parede é 2,65 m.

A1:Então mede até lá.

Atentos às ações dos alunos por meio da transcrição acima identificamos a ação de autonomia **realizar e orientar as ações planejadas**, ação destacada em Sant'Ana (2009) e Zatti (2007), sendo que os alunos procuram se orientar dentro do grupo de forma a estabelecer um diálogo, entender a ideia do outro enquanto explica a sua. Trata-se de executar ações compartilhadas com um objetivo comum, resolver o problema. Neste contexto, manifestam *“Olha aqui dá para medir com a régua, tem 30 cm”*, *“Vamos medir o chão, o chão é igual a parede”*, *“Então mede até lá”*.

Outra ação de autonomia se manifesta na continuação das transcrições.

Como estavam todos atrás das mesmas informações, socializamos a altura da sala e o comprimento de uma das paredes. Assim a altura da sala 2,65m e o comprimento de uma das salas 7,1 m.

A2: Da aqui a fita, não precisa medir, já mediram, deu 7,10 m.

A1: Mas como a altura da 7,10 m?

A4: Não é a altura é a largura.

A2: Mas a largura não é 2,65 m?

A3: A largura é 7,1 m e a altura 2,65 m.

A2: Agora a gente vai medir os tijolos, a gente precisa medir os tijolos.

A1: A gente já mediu o tijolo.

A3: Sim, mas a gente precisa descobrir quantos tijolos são necessários. Tijolos de 13,1 aqui do lado e 19,3 assim.

A3: Vai dar quantos tijolos para uma parede?

Emerge nas ações de autonomia dos alunos a **tomada de decisão** destaque em Freire (1996, p. 41) “A autonomia vai se constituindo na experiência de várias, inúmeras decisões, que vão sendo tomadas”. Dentro da situação criada da busca de dados, os alunos do grupo tomam a decisão de não coletar mais as metragens da parede, pois essas foram socializadas e assim passaram para o momento de trabalhar com essas informações *“Da aqui a fita não precisa medir, já mediram, deu 7,10 m”*. A problemática demanda uma situação a ser resolvida, no caso, encontrar a quantidade de tijolos na parede e a partir disso, novas situações foram surgindo como, por exemplo, medir o tijolo e as paredes, bem como considerar as duas diferentes posições em que um tijolo poderia ser alocado.

Podemos relacionar a ação desenvolvida pelos alunos à característica do aluno de tomar decisão sobre os encaminhamentos de resolução em uma atividade de Modelagem. São constantes momentos de tomada de decisão quando a atividade é aberta e quando os alunos têm a possibilidade de empreender planejamentos e executá-los.

4.2.3 Análise do material produzido pelos alunos do sexto ano do Colégio Estadual João Cândido Ferreira (CEJCF)

A busca por uma solução para o problema foi se manifestando ao longo da aula. Podemos destacar a busca pelas medidas de um tijolo tendo esse em mãos e, em seguida, retirar por meio de uma régua as dimensões da sala.



Figura 22: Medindo o tijolo, tirando as dimensões.
Fonte: Própria dos autores.

Nesse processo, os alunos, de modo geral, apresentaram dificuldades em decidir se arredondariam as metragens que acharam, considerando a sala de aula real que consideravam.

Grupo 6JCFG2:

Para o fundo e a frente da sala duas estratégias no grupo foram usadas. Em uma primeira estratégia realizaram 600 dividido por 18, sendo 600 cm o comprimento da parede do fundo e da frente da sala, chegando a um valor aproximado de 33, como podemos ver na figura 23.

$$\begin{array}{r} 600 \div 18 \\ \underline{54} \\ 60 \\ \underline{54} \\ 6 \end{array}$$

Figura 23: Resolução 1 grupo 6JCFG2.
Fonte: Própria dos autores.

Já em uma segunda estratégia uma das alunas saiu colocando um tijolo na frente do outro na parede da frente, sobrepondo, chegando a 31 tijolos para uma fileira, como podemos ver nas falas a seguir.

Pesquisador: Como você fez isso, para achar o 31?
A2: Colocou um tijolo atrás do outro.

Atentos ao que os alunos descreveram em suas falas, destacamos a ação que denota autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema**, momento em que os alunos esboçaram suas estratégias de resolução como podemos ver na descrição acima. Essa ação denota algum engajamento dos alunos na atividade de Modelagem Matemática.

Assim para a ação de autonomia dos alunos manifestada, apontamos o pensar em estratégias, momento da atividade de Modelagem denominado interação, espaço de discussão de ideias e estratégias de encaminhamento bem como de compreensão da situação e do problema em si.

Grupo 6JCFG4

Nas transcrições que seguem, os alunos pensam em uma estratégia possível para resolver a problemática de encontrar a quantidade de tijolos para construir a parede da sala, colocando-a em prática.

A1: Eu tive uma ideia, vamos medir o tijolo, marcar, e marcar na parede.

...

Pesquisador: Posso pegar o tijolo?

A2: Pode.

Pesquisador: Vocês não vão usar?

A2: A gente já mediu, aqui deu 18, aqui deu 14.

Os alunos foram para a parede marcar a medida dos tijolos e contar como ilustrado.

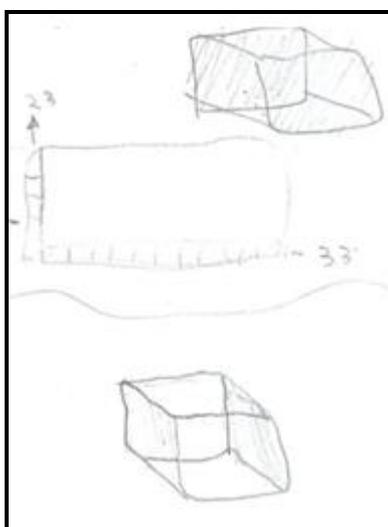


Figura 24: Marcando os tijolos na parede.
Fonte: Própria dos autores.

Alguns alunos da sala mediram as dimensões da parede, como eram informações que todos os grupos iriam precisar, socializamos as informações. O grupo usou como uma das estratégias, medir com a régua o comprimento do tijolo e sair marcando com lápis e régua quantos tijolos cabiam em uma fileira. Pedimos para o grupo continuar pensando na estratégia que estavam fazendo, porque seria algo que poderia gerar resultados positivos.

Anotamos no quadro as dimensões da sala e conversamos com os alunos do grupo sobre a forma geométrica deste espaço físico. Para encontrar a quantidade de tijolos em uma fileira vertical, tivemos que explicar ao grupo a estratégia com divisão, ou seja, fazer a altura da sala dividida pela altura do tijolo.

...

A3: Olha eu fiz assim, 23 vezes 33, vê se está certo.

Pesquisador: O que significa isso?

A3: Tijolos da parede.

Os alunos do grupo conseguiram usar a estratégia de sobrepor as medidas do tijolo na parede e a estratégia da divisão.

Apontamos para as ações dos alunos o aspecto de autonomia **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema**, o que denota o interesse do aluno no desenvolvimento da atividade e a consideração de diferentes possibilidades de resolução para uma mesma questão, por exemplo, *“Eu tive uma ideia, vamos medir o tijolo, marcar, e marcar na parede”*, ação essa destacada nos dizeres de Berbel (2011) e Zatti (2007).

Apesar da estratégia apontada por nós professores os alunos não deixam a sua para trás. Imaginaram, pensaram em uma estratégia e a colocaram em prática ajudando a encontrar uma resposta para a atividade, o que denota a ação de autonomia como **planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema** e também **realizar e orientar as ações planejadas**: *“Eu tive uma ideia, vamos medir o tijolo, marcar, e marcar na parede”*.

Na sequência é que se deu o episódio:

Pesquisador: Quantos tijolos deu o seu?

A3: Total 3144 tijolos.

Pesquisador: Em uma parede?

A3: Não todas, olha essa mais essa mais essa mais essa. 3144.

Os alunos, tendo um tijolo em mãos, saíram sobrepondo o mesmo na parede marcando quantos tijolos foram utilizados para construir uma fileira em cada dimensão da parede. Assim, podemos ver uma das resoluções.

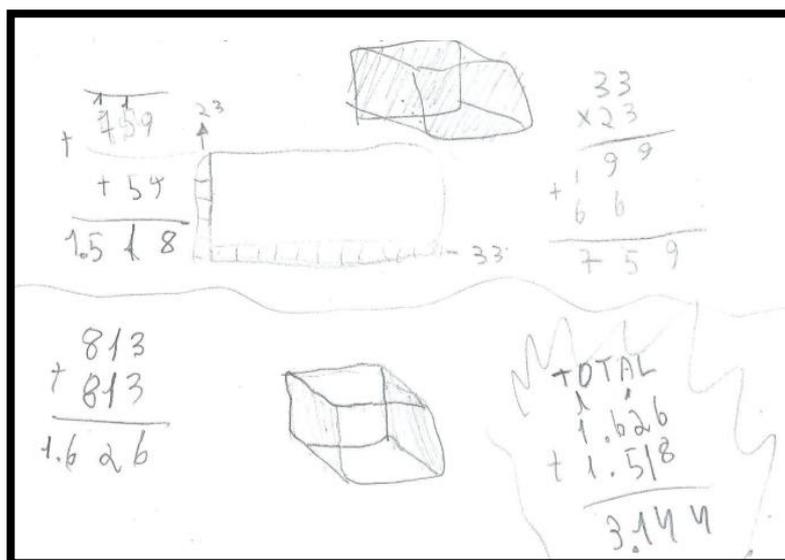


Figura 25: Resolução do grupo 6JCFG4.
Fonte: Própria dos autores.

Os alunos desenvolveram a estratégia de sobrepor os tijolos na parede. Esse ir para a prática para coletar dados é uma característica de atividades de Modelagem Matemática. É o momento em que os alunos utilizaram do planejamento de suas ações e as realizaram.

Tendo feito as devidas análises específicas, apresentamos no próximo capítulo uma visão global sobre as discussões e reflexões realizadas durante o desenvolvimento da dissertação, de modo a lançar inferências e apontar resultados para a nossa interrogação de pesquisa.

CAPÍTULO 5

AFINAL, O QUE SE PODE DIZER SOBRE AUTONOMIA E MODELAGEM MATEMÁTICA?

Considerando as análises específicas e as unidades de significado destacadas das falas dos alunos já evidenciadas no capítulo anterior, é que buscamos construir categorias, neste último capítulo, tendo em vista nosso objetivo de investigar as ações realizadas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que denotam autonomia, bem como as características das atividades de Modelagem que podem ter suscitado as referidas ações.

Nesse momento do trabalho, no entanto, para além de associar as manifestações dos alunos às ações de autonomia destacadas ainda na fundamentação teórica (que também poderiam ser consideradas categorias tomadas à priori), buscamos olhar para o que mais se revela aos nossos olhos dessas manifestações – inferências suscitadas no decorrer da pesquisa a partir dos dados e que dizem das práticas empreendidas pelos alunos e das possíveis intenções de seus usos.

Neste contexto, consideramos cinco categorias:

CO1: Solucionar “problemas menores” para solucionar a problemática principal;

CO2: Produção de questões que ajudam a pensar e problematizar a atividade;

CO3: Comunicação como modo de validar uma ideia ou como modo de organizar mentalmente uma ideia;

CO4: Engajamento manifestado na preocupação com a realização de experimentos;

CO5: Planejar e implementar encaminhamentos de resolução.

Para construir essas categorias foi preciso se debruçar, à luz da fundamentação teórica e considerando nossa interrogação de pesquisa, sobre todo o material produzido pelos alunos quando esses desenvolveram as atividades de Modelagem Matemática. Nesse contexto é que visitamos e revisitamos várias vezes todo o material, para verificar o que dele emergia, sendo as categorias que passaremos a apresentar, o resultado de reflexões que nos ajudaram a construir

análises sobre o tema autonomia e Modelagem Matemática com alunos de dois quintos e um sexto ano que estiveram em sala de aula para aprender matemática.

Categoria 01: Solucionar “problemas menores” para solucionar a problemática principal

Nessa categoria consideramos a situação em que o aluno, em seus modos de agir durante a atividade de Modelagem Matemática, resolve problemas menores que ajudam a construir respostas para solucionar a problemática principal. Tomamos a expressão “problemas menores” para nos referir àquelas situações suscitadas no decorrer da resolução que se constituem obstáculos para os alunos. Esses problemas podem ser de diferentes instâncias, como quando o aluno resolve um problema por meio de cálculos matemáticos, quando o aluno soluciona um problema para validar a coleta de dados ou, ainda, quando o aluno verbaliza uma ideia que ajudou os colegas do grupo a pensarem na atividade e a escolher como agir.

Por exemplo, quando o aluno A1 do grupo 5ASG1 na atividade dos tijolos afirma “*Acho que faz 2,70 dividido por 14*”, cálculo esse que os ajudou a encontrar quantos tijolos foram utilizados para construir uma fileira de tijolos na vertical da parede. Este problema menor contribuiu para construir a solução para a problemática principal de encontrar a quantidade de tijolos para construir as paredes da sala.

Já na fala “*Coloca no chão e faz um pouquinho de força para a roda não patinar*” referente ao modo de lançar o carrinho, o aluno A2 do grupo 6JCFG1 solucionou o problema de a “roda patinar”, o que era considerado um entrave para a execução do experimento e para a coleta de dados. Dessa forma, a solução permitiu uma coleta mais confiável, na opinião dos alunos.

O aluno A1 do grupo 5ASG5 verbalizou encaminhamentos que ajudaram a solucionar o problema de entender como proceder com a atividade, como pudemos identificar nas falas de A4: “*Porque medir o chão?*”; A1: “*Porque o mesmo tamanho da parede é o chão*”; A4: “*Mas não é do mesmo tamanho da parede*”; A1: “*O tamanho assim dá*” Dessa maneira, construindo caminhos que ajudaram a refletir sobre a problemática maior.

Resolver “problemas menores” focando no objetivo de solucionar uma problemática inicial que desencadeou o desenvolvimento da atividade de Modelagem, implica, por vezes, um monitoramento do planejamento inicial de resolução, e em outros contextos, o entendimento de que investigar uma situação via matemática é

muito mais que realizar um algoritmo; é colocar em ação conhecimentos já construídos que, no enfrentamento de obstáculos relacionados a conceitos, encaminhamentos e estratégias, precisam ser resolvidos para que se obtenha êxito na atividade como um todo.

Consideramos que essa categoria de solucionar “problemas menores” para solucionar a problemática principal relaciona-se às ações de autonomia:

- ✓ Planejamento e construção de encaminhamentos para um problema, ação em que o aluno, nas diferentes possibilidades de resolução, procurou solucionar “problemas menores” para chegar à resolução da situação principal destacando no aluno uma flexibilidade de pensamento, onde esse entendeu ser necessário resolver alguns problemas de ordem menor para solucionar a problemática principal.
- ✓ Tomada de decisão, ação em que o aluno se posicionou perante o grupo e decidiu por tomar encaminhamentos de resolução que melhor representasse a possibilidade de resolver o “problema menor” e encaminhou as discussões e resoluções para a solução da discussão principal.
- ✓ Comunicação de ideias, ação em que o aluno manifestou em suas falas ideias que contribuíram para solucionar um “problema menor” diante da situação proporcionada pelas atividades de Modelagem Matemática que os levaram a possíveis soluções da problemática principal.

Categoria 02: Produção de questões que ajudam a pensar sobre a atividade

Nessa categoria consideramos as questões que os alunos elaboraram, em muitas situações, para si próprios, como modo de pensar e direcionar o desenvolvimento da atividade. Poderiam, por vezes, serem questões não manifestadas pela linguagem. Outras vezes, são questões direcionadas aos colegas do grupo e ao docente, com vistas a verificar a viabilidade de uma ideia. Essas questões permitiram aos alunos pensarem na atividade de Modelagem Matemática de maneira a entender o que precisavam realizar para continuar o desenvolvimento da atividade.

Como quando o aluno A1 do grupo 5ADBG1 na atividade dos tijolos questionou “*Como resolver?*”, “*Quem vai saber quantos tijolos tem aqui?*”. Essas questões levaram os alunos a considerarem possibilidades para prosseguir no desenvolvimento

da atividade, abrindo espaço para reflexões que ajudaram a pensar na problemática maior de encontrar quantos tijolos foram necessários para construir as paredes da sala de aula. Ou ainda quando o aluno A1 do grupo 5ADBG4 questiona, ao desenvolver a atividade do carrinho, *“Eu podia fazer assim, somar primeiro todos os centímetros depois os metros e juntar os dois?”*, com a finalidade de identificar se estava realizando os cálculos de maneira correta, ou de pensar em como prosseguir com os cálculos.

Entendemos que a ação de questionar (e de questionar-se), seja com vistas a validar uma ideia ou como modo de pensar sobre o problema “em voz alta”, denota uma manifestação de autonomia, na medida em que revela um entendimento dos alunos, mesmo que provisório e em construção; bem como constitui-se, também, em uma estratégia pessoal de pensar sobre a resolução empreendida, monitorar a resolução e fornece novos encaminhamentos, quando assim decide.

Consideramos que essa ação de se questionar para pensar sobre a atividade, relaciona-se às ações de autonomia:

- ✓ Planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema, ação de autonomia em que os alunos, ao pensarem em diferentes possibilidades de resolução, colocam-se a refletir e questionar sobre os encaminhamentos que os ajudaram a pensar sobre a atividade. Ter a liberdade de pensar, criar, imaginar, decidir são características dessa ação de autonomia que proporcionou aos alunos a possibilidade de questionar-se e questionar seus pares sobre o que faziam.
- ✓ Realizar e orientar as ações planejadas, ação de autonomia em que o aluno precisou planejar suas ações e realizar essas ações, desencadeando um questionar que ajudou a conhecer as atividades de Modelagem Matemática e assim realizar o que foi planejado.
- ✓ Buscar respostas às suas próprias perguntas, ação de autonomia em que o aluno interrogou os fazeres quando realizou as atividades, para pensar sobre ela e sobre as ações e aprendizagens desenvolvidas nela.

Categoria 03: Comunicação como modo de validar uma ideia ou como modo de organizar mentalmente uma ideia

Consideramos nessa categoria os momentos de comunicação de ideias. No contexto das atividades de Modelagem matemática, os alunos comunicavam suas

ideias, principalmente relativas às estratégias de resolução, por vezes como modo de validar, junto ao grupo e ao docente, a pertinência e a validade dessa ideia; e outras vezes, como modo de organizar mentalmente a própria ideia, como se ao falar em voz alta, avaliassem e reorganizassem a ideia inicial.

Os alunos procuraram validar suas ideias por meio da comunicação com terceiros, por exemplo, quando o aluno A1 do grupo 6JCFG1 na atividade do carrinho comunicou-se com o professor *“Professor, o professor, deixa eu ver uma coisa. Que eu acho que entendi. Quanto mais, quanto mais você rodar a chaveta mais longe ele vai. Quanto menos você rodar, menos ele vai”*; ou ainda quando o aluno A2 do grupo 5ASG5, ao realizar a atividade do tijolo, diz para o colega: *“Eu acho que a gente vai ter que medir a parede da escola”*. É possível inferir que o aluno procurou validar sua ideia esperando a confirmação do colega.

A comunicação de uma ideia também se deu, por vezes, com vistas à organização mental dessa ideia, por parte do próprio aluno que a comunicou. Trata-se de um “pensar em voz alta”, refletir e refinar o pensado inicialmente. Por exemplo, isso aconteceu quando o aluno A2 do grupo 6JCFG1 disse *“Devia ter colocado no chão.”*, *“É melhor colocar ele no chão e depois rodar o negócio”*, *“Coloca no chão e faz um pouquinho de força para a roda não patinar”*. Com essas afirmações o aluno foi construindo um caminho para viabilizar o experimento do carrinho.

Procurar validar as ideias por meio da comunicação, ao realizar as atividades de Modelagem Matemática, sinalizou também para o engajamento e para a preocupação dos alunos com a resolução.

Entendemos que essa categoria está relacionada à ação que denota autonomia:

- ✓ Comunicação de ideias: ação de autonomia em que o aluno ao falar suas ideias se utilizou desse “gatilho” para validar algo e/ou se organizou mentalmente perante a resolução de atividades de Modelagem Matemática.

Categoria 04: Engajamento manifestado na preocupação com a realização de experimentos

Nessa categoria consideramos os momentos em que os alunos, preocupados com a realização dos experimentos, demonstraram engajamento para realizar as atividades de Modelagem Matemática. Essa preocupação se manifestou por meio do

levantamento de hipóteses e por meio da realização de estimativas de resultados, por exemplo.

Pudemos ver o engajamento do aluno do quinto ano da escola EMADB no desenvolvimento da atividade quando, ao brincar com o carrinho para coletar informações da distância percorrida, levantou a seguinte hipótese *“Uma volta na chaveta vai andar um metro”* o que sinalizou uma preocupação em encontrar as medidas para a problemática. Outro exemplo se dá quando o aluno A1 do grupo 5ASG1 afirmou *“Pega 6 e multiplica por 60”*, sinalizando que não precisava dar seis voltas na chaveta, pois era preciso pegar a distância que o carrinho andou quando se deu uma volta na chaveta e multiplicar por seis voltas. Na atividade dos tijolos, também, os alunos tomaram como hipótese que a quantidade de tijolos de uma parede da sala de aula, pode ser tomada como medida para as demais paredes.

Os alunos também demonstraram engajamento quando se fizeram preocupados em fazer estimativas que poderiam solucionar parte da problemática, como quando o aluno A4 do grupo 5ADBG1, ao ser perguntado na atividade do tijolo sobre suas dimensões responde *“Entre 15 a 20 centímetros”* apontando para um possível tamanho do tijolo; ou ainda, quando ao realizar a atividade do carrinho o aluno A1 do grupo 6JCFG3 afirma *“Três voltas, o que eu falei? É 199 mais 9,5 vai dar 208,5. Pelo que eu entendo vai dar isso, porque pra dar o impulso de uma volta é 9,5 cm de impulso pra uma volta”* e ao final afirma que está fazendo uma estimativa. Ainda, o uso da palavra estimativa pelo aluno denota o conhecimento acerca deste conceito, principalmente, o entendimento de seu uso no contexto da atividade de Modelagem, o que consideramos relevante para um aluno do quinto ano.

Os alunos, ao demonstrarem engajamento por meio da preocupação em desenvolver as atividades de Modelagem Matemática, se “vestem” de autonomia para mostrar suas ideias e produzir discussões e resultados para a problemática de cada atividade.

Entendemos que a categoria 04 está relacionada às ações de autonomia:

- ✓ Tomada de decisão: ação de autonomia em que o aluno decidiu por estratégias que os ajudaram a realizar as atividades de Modelagem Matemática, demonstrando seu engajamento, preocupação e cuidado.
- ✓ Buscar respostas às próprias perguntas: ação de autonomia em que o aluno se questionou e buscou respostas a esses questionamentos para prosseguir com a resolução das atividades de Modelagem Matemática,

sendo essa construção de respostas a demonstração de que o aluno estava engajado em resolver as atividades.

- ✓ Realizar e orientar as ações planejadas: ação de autonomia em que o aluno procurou orientar suas ações e as realizar colocando-as em prática, essa transição do “orientar” para o “realizar” demonstrou o engajamento do aluno com o fazer das atividades, mostrando a preocupação do aluno.

Categoria 05: Planejar e implementar encaminhamentos de resolução

Nessa categoria consideramos a ação de construir um planejamento e colocá-lo em prática. Assim, os alunos, ao realizarem a atividade de Modelagem, fizeram a leitura da atividade e interpretaram a situação para, a partir disso, construir planejamentos que os ajudaram a proceder à resolução, implementado esse planejamento.

Pudemos ver nas falas dos alunos a construção de planejamentos que ajudaram a pensar e proceder no desenvolvimento da atividade, como quando ao realizar a atividade do carrinho o aluno A1 do grupo 5ASG1 afirma *“Eu tive outra ideia, dá uma volta e vê até onde ele foi, até o lugar, aí faz vezes o tanto de volta na chaveta”*. Além de construir um planejamento para pensar na atividade o aluno implementa seu desenvolvimento quando esse faz 60 vezes 31, resolução apresentada na figura 11, em que 60 representa, em centímetros, a distância percorrida pelo carrinho ao dar uma volta na chaveta, e 31 representa o número de voltas na chaveta.

Em um segundo exemplo desse processo de planejar e implementar, o aluno do grupo 6JCFG4 planejou a coleta de dados em meio ao desenvolvimento da atividade dos tijolos dizendo *“Eu tive uma ideia, vamos medir o tijolo, marcar, e marcar na parede”*. Na continuação do desenvolvimento da atividade, os alunos do grupo 6JCFG4 implementaram o desenvolvimento do planejamento marcando nas paredes as medidas do tijolo.

Os alunos planejaram o que iriam fazer e implementaram esse planejamento de maneira a buscar respostas para a problemática de cada atividade, sinalizando para um movimento de autonomia, os quais tiveram a liberdade de construir seus planejamentos e de colocar em prática. Entendemos que essa autonomia foi proporcionada pelo desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Consideramos, portanto, que essa categoria está relacionada com as ações que denotam autonomia:

- ✓ Planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema: ação de autonomia em que os alunos pensaram em diferentes possibilidades de resolução para uma mesma situação, e conseqüentemente, implementação dessas resoluções.
- ✓ Realizar e orientar as ações planejadas: ação de autonomia em que os alunos orientaram as suas ações, e assim, desencadearam o cumprimento de um determinado objetivo, sendo um desses objetivos a implementação dos encaminhamentos, procurando solucionar os problemas das atividades de Modelagem.

5.1 Considerações Finais

Estudar sobre Modelagem Matemática para fundamentar essa pesquisa, nos apresentou uma prática pedagógica que possui em sua estrutura possibilidades que contribuem com o ambiente de pesquisa em Educação Matemática, e mais, com os fazeres em aulas de matemática para contribuir com a formação do aluno.

Vislumbrando a autonomia como possibilidade de contribuir com a formação do estudante, nos embrenhamos em estudar esse termo e suas características em seus variados usos dentro da pesquisa em Educação, Educação Matemática e áreas afins, que discutem e fundamentam a autonomia. Neste contexto, destacamos ações de autonomia que se manifestaram nos encaminhamentos propostos na Modelagem Matemática por meio do desenvolvimento de suas atividades.

A partir das diversas leituras realizadas sobre autonomia construímos um quadro referência com ações que denotam autonomia e que possibilitaram realizar as análises.

Falar sobre as atividades é relembrar a empolgação dos alunos em brincar como o carrinho de “corda” e expor seus conhecimentos prévios sobre como os tijolos são usados em construções, como por exemplo, na escola, de maneira que seu conhecimento cotidiano pudesse ajudar a entender como se deu a construção das salas de aula.

Cabe destacar que a pesquisa aqui descrita faz parte de um projeto maior que trata da transição dos alunos do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II.

Pensando nessa transição e como a pesquisa poderia se alocar nesse projeto maior, nos debruçamos em refletir sobre o que a Modelagem Matemática e a autonomia poderiam contribuir com essa transição, de maneira a suscitar modos diferentes de refletir sobre Modelagem Matemática e autonomia para os quintos anos e para o sexto ano.

Podemos concluir que, ao olhar para os materiais produzidos pelos estudantes dos quintos anos e sexto ano quando desenvolveram atividades de Modelagem Matemática com foco na autonomia do aluno, que os modos de refletir sobre o problema de pesquisa e os processos de resolução empreendidos pelos sujeitos se assemelham muito, e que não há diferença significativa, do ponto de vista qualitativo, que denotem maior (ou diferente) autonomia entre alunos de quintos e sextos anos. Cabe salientar, no entanto, que atividades abertas como as de Modelagem parecem figurar pouco nos contextos escolares, de modo que lidar com problemas como os que apresentamos neste texto, pareceu novidade para os grupos de alunos participantes da pesquisa. Em alguma medida, isso denota a importância de as salas de aula considerarem atividades que os alunos precisem mostrar-se autônomos na investigação de um problema, bem como precisem pensar em diferentes possibilidades de resolução.

Desse modo, entendemos que a pesquisa aqui realizada se insere em meio as discussões da transição do quinto para o sexto ano, devido às reflexões que lança no que tange à autonomia e aos modos de agir dos estudantes dos quintos e sextos anos quando desenvolveram atividades de Modelagem Matemática.

Dessa maneira, tendo em vista os estudos realizados em Modelagem Matemática e autonomia e o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos da transição do quinto para o sexto ano, procuramos discutir sobre “*Quais ações que denotam autonomia, alunos de um quinto e de um sexto ano do Ensino Fundamental revelam ao realizar atividades de Modelagem Matemática?*”.

A ação de autonomia **tomada de decisão** surge em meio ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática quando o aluno se posiciona perante a atividade para buscar soluções à problemática, tomando decisões com responsabilidade no contexto do desenvolvimento das atividades. Intrínseco à tomada de decisão temos a iniciativa, ação de autonomia que se manifesta quando o aluno toma decisões. Ou seja, para tomar decisões o aluno precisa tomar a iniciativa em suas ações.

Entendemos que a tomada de decisão se manifesta em meio à Modelagem Matemática, no contexto de uma prática que favorece a autonomia do aluno. Isso porque a Modelagem requer um posicionamento, e assim, abre espaço para a tomada de decisão com responsabilidade, possibilitando ao aluno tomar diferentes encaminhamentos de resolução no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Já a ação que denota autonomia, **buscar respostas às próprias perguntas**, está relacionada ao momento em que o aluno está em contato com a atividade de Modelagem Matemática e busca conhecer suas características. É o momento de questionar sobre a atividade, e conseqüentemente, buscar respostas para esse questionamento. Sendo que esse buscar respostas está relacionado ao engajamento inicial para resolver a atividade, o que se torna intrínseco à ação de ter iniciativa. Dessa maneira, para buscar respostas às suas próprias perguntas, é preciso ter iniciativa. Buscar respostas às próprias perguntas surge em meio às características da Modelagem Matemática de indagar e investigar, apontadas por Barbosa (2001).

Planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema é uma ação de autonomia que emerge em meio a uma análise crítica da problemática, por parte dos alunos, para conhecer suas características, diante das várias possibilidades, elegerem algo relevante para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática. Esse buscar conhecer a problemática para resolvê-la é uma característica da Modelagem Matemática, o que corrobora com a ação de autonomia descrita nesse parágrafo. Assim, é o momento de pensar em hipóteses e tomar os vários encaminhamentos para resolver o problema ou os problemas da atividade.

A ação que denota autonomia, a de **realizar e orientar as ações planejadas**, surge no contexto do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, a qual tem características mais abertas. Assim, o aluno pode tomar diferentes caminhos, sendo que o aluno toma para si as estratégias criadas e planejadas e as realiza colocando-as em prática. Realizar e orientar as ações planejadas surge em meio às características da Modelagem Matemática, sendo que essa prática possibilita ao aluno pensar em estratégias e desenvolvê-las.

Já a **comunicação de ideias**, como ação do aluno que denota autonomia, está relacionada ao momento de externar suas ideias, estratégias, hipóteses e reflexões ao grupo ou a toda sala, de determinar as próprias ações em meio ao desenvolvimento

da atividade de Modelagem Matemática. É o momento de manifestar os modos de lidar com a atividade por meio do diálogo, e que pode culminar na comunicação dos resultados. Em Modelagem Matemática a comunicação de ideias surge em meio às características de poder manifestar ideias, encaminhamentos e resultados.

Tendo em vista as ações de autonomia descritas, emerge nesse meio, a **iniciativa**, ação de autonomia que se manifesta quando o aluno se posiciona frente à atividade, medeia as discussões, e procura dirimir os problemas suscitados nas investigações.

Assim, a Modelagem Matemática abre espaço para o surgimento de ações que denotam autonomia quando os alunos desenvolvem atividades.

Freire (1996), ao afirmar que,

Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos 25 anos. A gente vai amadurecendo todo dia, ou não. A autonomia, enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser. Não ocorre em data marcada. É neste sentido que uma pedagogia da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitadas da liberdade (FREIRE, 1996, p. 41).

leva-nos a concluir que atividades de Modelagem Matemática proporcionam ao ambiente de sala de aula experiências estimuladoras para a autonomia, sendo que essa autonomia se manifesta nas ações dos alunos, como por exemplo, na tomada de decisão, na busca respostas as próprias perguntas, no planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema, na realização e na orientação das ações planejadas, na comunicação de ideias e na iniciativa.

Apontar para ações que denotam autonomia em atividades de Modelagem Matemática sinaliza para o pensar sobre como pode se dar a autonomia nos processos de ensino e de aprendizagem em aulas de matemática, visando o desenvolvimento do aluno no sentido de tomar para si o querer aprender, o construir e comunicar suas ideias.

Essa pesquisa não esgota as discussões sobre autonomia e Modelagem Matemática. Há muito por se fazer. Focar o planejamento docente em Modelagem com vistas a desenvolver a autonomia dos estudantes é uma possibilidade.

Entendemos que essa pesquisa poderia passar por algumas adequações, por exemplo, aumentar o tempo de desenvolvimento das atividades com os alunos, e assim, na atividade do carrinho, em vez de um carrinho para a sala toda, cada grupo ter seu carrinho para a coleta de dados; ou ainda, na atividade dos tijolos, levar os

alunos para conhecerem algum tipo de construção e apresentar aos que não conheciam como é realizada uma construção; o que poderia ampliar os conhecimentos dos alunos. Todavia, ressaltamos que a coleta de dados foi feita em acordo com os professores das escolas parceiras que, em todos os casos, possibilitaram um número específico de aulas, o que limitou o tempo dedicado à cada atividade.

Realizar essa pesquisa foi uma experiência que atribuiu ao ser professor e pesquisador caminhos “sem volta”, pois entender a importância de ser pesquisador e melhorar como professor tem realizado transformações no nosso jeito de ser, agir e olhar para o aluno que chega às salas de aulas nas quais lecionamos. Esperamos que esse trabalho também inspire tantos outros a considerar atividades de Modelagem como práticas de sala de aula possíveis, bem como a ficar atentos ao desenvolvimento dos alunos nesse contexto.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. de. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetike: Revista de Educação Matemática**, Campinas/SP, v. 18, Número Temático, p. 387- 414, 2010.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma Aproximação Socio-epistemológica para a Modelagem Matemática. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.117-134, jul. 2009.
- ALMEIDA, L. M. W. de.; PALHARINI, B. N. Os “Mundos da Matemática” em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 907-934, ago. 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. da. A Matematização em Atividades de Modelagem Matemática. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.8, n.3, p.207-227, novembro 2015.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012 ou 2013.
- ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E. MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: a linguagem de alunos como foco de análise. **JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, 111 - v.7(1) – 2014.
- Anais do XII ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**¹⁴. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/schedConf/presentations.
- ANDRÉ, M. E. D. A. (1984). Estudo de Caso: seu potencial na educação. **Caderno de Pesquisa**, 49, 51-54. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/pdf/cp/n49/n49a06.pdf>. Acesso em: 13 de mai. de 2019.
- ANDRÉ, M. O que é um Estudo de Caso Qualitativo em Educação?. **Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul./dez. 2013.
- BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

¹⁴Todas as Comunicações Científicas dos anais do EPREM 2017 foram consideradas na revisão de literatura, destas, 31 compuseram o *corpus* de análise. Todos estes trabalhos podem ser encontrados neste endereço.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? **Zetetikê**, CEMPEM, v. 7, n. 11, p. 67-86, jan/jun de 1999.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Trad. Luíz Antero Reto e Augusto Pinheiro. Edições 70, LDA, 2002.

BENSON, P. **Teaching and researching autonomy in language learning**. London: Longman, 2001. Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781317862857>. Acesso em: 05 fev: 2019.

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun. 2011.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática & Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos Confluentes. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.7, n.2, p.197-219, novembro 2014.

BORBA, F. S. **Dicionário UNESP: do português contemporâneo**. Col: LONGO, B. N. DE O. NEVES, M. H. DE M. BAZZOLI, M. B. IGNÁCIO, S. E. Curitiba – PR, Piá, 2011.

Boud, D. **Developing student autonomy in learning**. New York: Taylor & Francis, 1988.

BRAGA, S. A.; TUZZO, C. F. O processo de triangulação da pesquisa qualitativa: o metafenômeno como gênese. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo (SP), v. 4, n.5, p. 140-158, ago. 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CAINELLI, M. R. Entre continuidades e rupturas: uma investigação sobre o ensino e aprendizagem da História na transição do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental. Curitiba: Editora UFPR, **Educar em Revista**, n. 42, p. 127-139, 2011.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

CASE, R. PLATO'S PREMISE: FOSTERING STUDENT AUTONOMY. **The NEA Higher Education Journal**, Thought & Action, FALL, 2002. Disponível em: http://199.223.128.59/assets/img/PubThoughtAndAction/TAA_02_04.pdf. Acesso em: 09 abr. 2019.

CHAVES, H. V.; FILHO, O. N. M.; SEIXAS, P. de S. Por uma educação para a autonomia de sujeitos situados no mundo. **Psicologia da Educação**, São Paulo, 46, p. 81-91, 1º sem. de 2018.

CHAVES, M. I. de A.; SANTO, A. O. do E. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 30, p. 149-161, 2008.

DENTE, E. C. "**Modelagem Matemática e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática no 5º ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari**". 136f. 2017. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 29 maio 2017. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/1720>>.

DIAS-da-SILVA, Maria H. G. **Passagem sem Rito: as 5ª séries e seus professores**. Campinas. SP: Editora Papirus, 1997.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GALVANI, I. R. C. **A modelagem matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do ensino médio**. 108f. 2016. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016. Disponível em: <http://nou-rau.uem.br/nou-rau/document/?code=vtls000223417&print=y>.

HAUSER, S. D. R. **A transição da 4ª para a 5ª série do ensino fundamental: uma revisão bibliográfica (1987-2004)**. 69 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

LEITE, S. A. da S. A passagem da 4ª para a 5ª série: um projeto de intervenção. **Cadernos de Pesquisa**. São Paulo, n.84, p.31-42, fev.1993.

MALHEIROS, A. P. dos S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 861-882, ago. 2012.

MALHEIROS, A. P. dos S. Contribuições de Paulo Freire para uma compreensão do trabalho com a Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Boletim Gepem (Online)** ISSN: 2176-2988 | n. 64 – Jan./Jun. 2014 (texto em diagramação). Disponível em: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.004>. Acesso em 30 de setembro de 2017.

MARQUEZ, J. **Modelagem na educação matemática com vistas à autonomia**. 228f. 2017. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/179419>.

MARTIN, R. W. S.; VERTUAN, R. E. "QUAL A PRODUÇÃO DO MILHARAL?": UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA. In: EPMEM: Encontro Paranaense

de Modelagem em Educação Matemática, 8, 2018. Cascavel. **Anais...**Resumo disponível em: http://www.sbemparana.com.br/viiiiepmem/Caderno_Resumos.pdf. Acesso em 19 de jun. de 2019.

MARTINS, A. M. Autonomia e educação: a trajetória de um conceito. **Cadernos de Pesquisa**, n. 115, março/ 2002.

MEYER, J. F. da. C. de. A; CALDEIRA, A. D; MALHEIROS, A. P. dos. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PAIVA, V. L. M. de O. Autonomia e Complexidade. **Linguagem & Ensino**, Vol. 9, No. 1, p. 77-127, 2006.

PAIVA, V. L. M. de O. e; BRAGA, J. de C. F..The complex nature of autonomy. **DELTA**, São Paulo , v. 24, n. spe, p. 441-468, 2008 . Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S0102-44502008000300004>. Acesso em 08 jan. 2019.

PEREIRA, E. A modelagem matemática e o papel do professor de Matemática para o desenvolvimento da criatividade. In: BRANDT, F. B.; BURAK, D.; KLÜBER, T.E. **MODELAGEM MATEMÁTICA: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, p. 115-126, 2010.

PINHEIRO, E. M.; KAKEHASHI, T. Y.; ANGELO, M. O uso de filmagem em pesquisas qualitativas. **Rev. Latino-am Enfermagem**,13.(5):717-22, set-out, 2005.

QUEIROZ, C. L. S. DE.; FALCÃO, M. S. M. **AUTONOMIA E EDUCAÇÃO INFANTIL: UMA ANÁLISE SOBRE A CONCEPÇÃO DE AUTONOMIA NO CENTROS MUNICIPAIS DE EDUCAÇÃO INFANTIL DE PARANAGUÁ**. In: EDUCERE: Congresso Nacional de Educação. 14, 2017. Disponível em: <https://educere.pucpr.br/p374/anais.html>. Acesso em 19 de jun. 2019.

SANT'ANA, R. B. de. Autonomia do Sujeito: As Contribuições Teóricas de G. H. Mead. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Vol. 25, n. 4, p. 467-477, Out-Dez, 2009.

SANTOS, M. F. dos. A construção da autonomia do sujeito aprendiz no contexto da EaD. **Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância**. V. 14, p. 21-35, 2015.

SANTOS, M. R. dos.; RUBIO, J. DE. A. S. Autonomia e a Educação Infantil. **Revista Eletrônica Saberes da Educação**, v. 5, n. 1, 2014.

SCHRAIBER, L. B. Pesquisa qualitativa em saúde: reflexões metodológicas do relato oral e produção de narrativas em estudo sobre a profissão médica. **Rev. Saúde Pública**, 29. (1):63-74, 1995.

ZATTI, V. **Autonomia e educação em Immanuel Kant e Paulo Freire**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007.

ZIEGLER, J. de. R. "**Modelagem matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas**

escolas". 128f. 2015. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, maio 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/832>>.

APÊNDICE I



Universidade Estadual do Oeste do Paraná –
UNIOESTE
Programa DE Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Educação Matemática



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Tendo em vista o desenvolvimento das pesquisas de mestrado, sob responsabilidade de Ronalti Walaci Santiago Martin ((44)99704-2135) e Maykon Jhonatan Schrenk ((45)98829-4345), estudantes do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, gostaríamos de contar com sua autorização para a participação do menor sob sua responsabilidade, na pesquisa, bem como para gravar em áudio e vídeo as aulas com o intuito de esclarecer possíveis discussões. A participação do aluno se daria da seguinte forma: desenvolvimento de atividades matemáticas e entrevista, quando necessário, a respeito das resoluções destas atividades e sobre suas impressões e expectativas em relação aos estudos no quinto e no sexto ano do Ensino Fundamental.

Esclarecemos que a participação é totalmente voluntária, podendo o aluno: recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo ao aluno. Esclarecemos, também, que as informações serão utilizadas somente para os fins de pesquisa acadêmica e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade. Os registros gravados serão deletados e apagados após a utilização dos mesmos na pesquisa.

Autorização

Eu, _____, RG _____,
responsável pelo menor/aluno _____
estudante do _____ ano do Ensino Fundamental, da Escola/Colégio

tendo sido devidamente esclarecido sobre os procedimentos da pesquisa,
concordo em autorizar a participação do menor/aluno cujo nome está acima, a
participar voluntariamente da pesquisa. Autorizo, por meio do presente termo, que os
estudantes Ronalti Walaci Santiago Martin e Maykon Jhonatan Schrenk, do
mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade
Estadual do Oeste do Paraná, Unioeste, Câmpus Cascavel, utilizem integralmente
ou em partes os registros escritos e gravados para fins de pesquisa acadêmica,
podendo divulgá-los em publicações científicas, com a condição de que estará
garantido o direito ao anonimato.

Assinatura: _____ Data: _____