

**MARLON LUIZ DAL PASQUALE JUNIOR**



**CRIATIVIDADE E GERAÇÃO DE IDEIAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM  
MATEMÁTICA**

**CASCAVEL**

**2019**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ – CAMPUS DE CASCAVEL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – CCET  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA – PPGECEM

MARLON LUIZ DAL PASQUALE JUNIOR

**CREATIVITY AND IDEAS GENERATION IN MATHEMATICAL MODELING  
ACTIVITIES**

Cascavel

2019

MARLON LUIZ DAL PASQUALE JUNIOR

**CRIATIVIDADE E GERAÇÃO DE IDEIAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM  
MATEMÁTICA**

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, linha de pesquisa Educação Matemática, do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, campus de Cascavel, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática.

Área de concentração: Educação em Ciências e Educação Matemática

Orientador: Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan

Cascavel

2019

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Dal Pasquale Junior, Marlon Luiz  
CRIATIVIDADE E GERAÇÃO DE IDEIAS EM ATIVIDADES DE  
MODELAGEM MATEMÁTICA / Marlon Luiz Dal Pasquale Junior;  
orientador(a), Rodolfo Eduardo Vertuan, 2019.  
195 f.

Dissertação (mestrado), Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Cascavel, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, 2019.

1. Modelagem Matemática. 2. Perspectiva de Sistemas. 3. Criatividade em Matemática e Geração de Ideias. 4. Educação Matemática. I. Vertuan, Rodolfo Eduardo. II. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS / CCET  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEL DE MESTRADO E DOUTORADO / PPGECEM  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA

LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MARLON LUIZ DAL PASQUALE JUNIOR

CRIATIVIDADE E GERAÇÃO DE IDEIAS EM ATIVIDADES DE  
MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta dissertação foi aprovada para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – Nível de Mestrado e Doutorado, área de Concentração em Educação em Ciências e Educação Matemática, linha de pesquisa Educação Matemática, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.



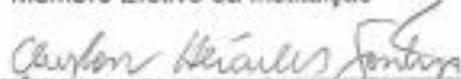
---

Professor Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
(UNIOESTE/UTFPR-Toledo) Orientador



---

Professor Dr. Tiago Emanuel Klüber  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE)  
Membro Efetivo da Instituição



---

Professor Dr. Cleyton Hércules Gontijo  
Universidade de Brasília (UNB)  
Membro convidado

Cascavel, 9 de setembro de 2019

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a minha família, meus pais, Marlon e Eliane, e, também, ao meu irmão, Bruno, pelo incentivo, apoio e compreensão durante essa jornada. Sem os incentivos e apoio de vocês nada disso seria possível, por isso meus mais sinceros agradecimentos.

Ao Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, por todas as orientações, pelo incentivo, pela compreensão, pelas novas aprendizagens e reflexões que me proporcionou e, principalmente, pela confiança. Agradeço também as reflexões proporcionadas no âmbito do grupo de pesquisa GEPEEM (Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Educação Matemática).

Ao professor da disciplina de Modelagem Matemática que permitiu as observações e a aplicação das atividades desta pesquisa. Agradeço aos alunos pela compreensão, pela paciência e pelos momentos de conhecimento que me oportunizaram.

Aos professores Dr. Tiago Emanuel Kluber e Dr. Cleyton Hércules Gontijo pelas riquíssimas contribuições no exame de qualificação e na banca de defesa dessa dissertação. Suas considerações permitiram novas reflexões que tornaram o trabalho melhor.

A Unioeste Campus de Cascavel e todos os professores envolvidos no PPGCEM pelo apoio, conhecimento, incentivo, e, principalmente, por me orientar nessa jornada.

Por fim, a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para conclusão desta pesquisa.

Muito obrigado.

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo investigar momentos de geração de ideias em atividades de modelagem matemática. A pesquisa pode ser caracterizada como qualitativa e os sujeitos participantes foram os alunos da disciplina de Modelagem Matemática do quarto ano de um curso em Licenciatura em Matemática de uma universidade do estado do Paraná. Como a geração de ideias está diretamente ligada à criatividade, nos fundamentamos em autores que tratam da criatividade (AMABILE, 1982 e 2011; ALENCAR; FLEITH, 2003a e 2003b; GONTIJO, 2007a; LUBART, 2007) e modelos de criatividade (AMABILE, 1982; STERBENG; LUBART, 1991; CSIKSZENTMIHALYI, 1999). Nesta pesquisa os sujeitos desenvolveram atividades de modelagem propostas pelo pesquisador. Para a elaboração e monitoramento das atividades de modelagem matemática, nos fundamentamos nos trabalhos de Almeida, Silva e Vertuan (2012), a respeito das ações cognitivas dos alunos durante atividades de modelagem matemática. Para analisar como uma ideia é considerada por um grupo de pessoas, nos amparamos no modelo de criatividade de Csikszentmihalyi (1999; 2014). Para isto, a coleta de dados se deu durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula, a partir do uso de gravadores de áudio. Antes da coleta de dados, o pesquisador passou um período de sete semanas fazendo observações na turma com o objetivo de anotar temas de interesse para a elaboração de propostas de atividades de modelagem matemática. Durante esse período de observações o pesquisador utilizou uma agenda de campo para anotar informações pertinentes à pesquisa. A organização dos dados foi feita por meio da adaptação de uma ferramenta de organização temporal proposta por Shoenfeld (1992). Após a organização temporal, as análises das gravações foram feitas com base na fundamentação teórica acerca da criatividade e modelos de criatividade. Para responder às questões desta pesquisa, destacamos Episódios de Interesses durante as análises. Estes episódios são momentos em que os sujeitos tiveram ideias e como estas ideias foram consideradas no âmbito do grupo durante a resolução. Estamos interessados mais especificamente nos momentos de geração de ideias em grupos de alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Nosso objetivo é identificar e analisar em que momentos ocorre a geração de ideias durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, empreendidas no âmbito de grupos, e quais implicações estas ideias desencadeiam na investigação do problema. Neste contexto, em nossa pesquisa, temos como objetivo analisar os momentos de geração de ideias em grupos de alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Atividades de modelagem matemática possibilitam a geração de ideias pelos alunos? Em que momento as ideias surgem? Como o grupo administra as ideias que surgem? Quais ideias são selecionadas e quais são descartadas pelo grupo? É possível inferir porque algumas ideias são consideradas e outras descartadas pelos alunos? E que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias? Nosso objetivo é identificar e analisar os momentos de geração de ideias e quais as implicações destes momentos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem em grupos de alunos, neste caso, já iniciados em modelagem matemática. Por meio das análises e com base na fundamentação teórica, inferimos que inúmeras ideias são geradas durante as atividades de modelagem, mais especificamente durante os primeiros vinte minutos. Nesse período de tempo a principal ação dos alunos foi a fase de inteiração. Destacamos que a afinidade, os conhecimentos prévios e as experiências que os sujeitos tiveram com os temas das atividades propostas foram fundamentais para o desenvolvimento das atividades. Além disso, o julgamento surgiu constantemente entre os alunos e esse fato tem impacto direto nas ideias que surgem e são rejeitas, ou mesmo, as ideias que deixam de ser apresentadas no âmbito das discussões.

**Palavras-chaves:** Modelagem Matemática; Criatividade em Matemática; Perspectiva de Sistemas; Geração de Ideias; Educação Matemática.

## ABSTRACT

This research aims to investigate moments of idea generation in mathematical modeling activities. The research can be characterized as qualitative and the participating subjects were the students of the Mathematical Modeling discipline of the fourth year of a degree course in Mathematics at a university in the state of Paraná. Since idea generation is directly linked to creativity, we are based on authors who deal with creativity (AMABILE, 1982 and 2011; ALENCAR; FLEITH, 2003a and 2003b; GONTIJO, 2007a; LUBART, 2007) and models of creativity (AMABILE, 1982; STERBENG; LUBART, 1991; CSIKSZENTMIHALYI, 1999). In this research the subjects developed modeling activities proposed by the researcher. For the elaboration and monitoring of mathematical modeling activities, we base ourselves on the works of Almeida, Silva and Vertuan (2012), about the cognitive actions of students during mathematical modeling activities. To analyze how an idea is considered by a group of people, we rely on Csikszentmihalyi's (1999; 2014) creativity model. For this, the data collection took place during the development of activities in the classroom, from the use of audio recorders. Prior to data collection, the researcher spent a period of seven weeks making observations in the class in order to note topics of interest for the preparation of proposals for mathematical modeling activities. During this observation period the researcher used a field agenda to write down pertinent information to the research. The data organization was made through the adaptation of a temporal organization tool proposed by Shoenfeld (1992). After the temporal organization, the recordings analyzes were made based on the theoretical foundation about creativity and creativity models. To answer the questions in this research, we highlight Episodes of Interest during the analysis. These episodes are times when subjects came up with ideas and how these ideas were considered within the group during the resolution. We are more specifically interested in student group brainstorming when developing mathematical modeling activities. Our objective is to investigate at what moments the generation of ideas occurs during the development of Mathematical Modeling activities with students of a Mathematics Degree course, undertaken in groups, and what implications do these ideas trigger in the investigation of the problem. In this context, in our research, we aim to analyze the moments of ideas generation in student groups during the development of mathematical modeling activities. Do mathematical modeling activities make it possible for students to generate ideas? When do ideas come up? How does the group manage the ideas that come up? Which ideas are selected and which are discarded by the group? Is it possible to infer why some ideas are considered and others discarded by students? And what attitudes of the teacher can stimulate the generation of ideas? Our goal is to identify and analyze the moments of idea generation and the implications of these moments during the development of a modeling activity in groups of students, in this case, already started in mathematical modeling. From the analysis and based on the theoretical foundation, we infer that countless ideas are generated during modeling activities, specifically during the first twenty minutes. In this period of time the main action of the students was the phase of interaction. We emphasize that the affinity, prior knowledge and experiences that the subjects had with the themes of the proposed activities were fundamental for the development of the activities. In addition, judgment has emerged constantly among students and this fact has a direct impact on ideas that arise and are rejected, or even ideas that are no longer presented in the context of discussions.

**Key Words:** Mathematical modeling; Creativity; Systems perspective; Idea Generation; Mathematical Education.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1: Permeabilidade do Domínio .....</b>	<b>64</b>
<b>Figura 2: Atividade de modelagem acerca dos custos para fazer uma faculdade .....</b>	<b>84</b>
<b>Figura 3: Atividade de modelagem acerca do planejamento de uma faculdade .....</b>	<b>85</b>
<b>Figura 4: Atividade de modelagem acerca do uso de sensores de movimento .....</b>	<b>86</b>
<b>Figura 5: Exemplo de quadro temporal .....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 6: Exemplo de quadro temporal .....</b>	<b>92</b>
<b>Figura 7: Quadro temporal com esquema de legenda por cores .....</b>	<b>93</b>
<b>Figura 8: Sobreposição de quadros temporais .....</b>	<b>93</b>
<b>Figura 9: Quadro temporal com esquema de legenda com cores .....</b>	<b>95</b>
<b>Figura 10: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>98</b>
<b>Figura 11: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 12: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>101</b>
<b>Figura 13: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>101</b>
<b>Figura 14: Fragmento da resolução de B1 .....</b>	<b>104</b>
<b>Figura 15: Fragmento da resolução de B3 .....</b>	<b>105</b>
<b>Figura 16: Fragmento da resolução de B3 .....</b>	<b>105</b>
<b>Figura 17: Fragmento da resolução da equipe B .....</b>	<b>106</b>
<b>Figura 18: Fragmento da resolução da equipe C .....</b>	<b>108</b>
<b>Figura 19: Fragmento da resolução da equipe C .....</b>	<b>109</b>
<b>Figura 20: Fragmento da resolução da equipe C .....</b>	<b>109</b>
<b>Figura 21: Fragmento da resolução da equipe C .....</b>	<b>110</b>
<b>Figura 22: Fragmento da resolução da equipe A .....</b>	<b>112</b>
<b>Figura 23: Fragmento da resolução de A1 .....</b>	<b>112</b>
<b>Figura 24: Fragmento da resolução de A3 .....</b>	<b>113</b>
<b>Figura 25: Fragmento da resolução de A3 .....</b>	<b>114</b>
<b>Figura 26: Fragmento da resolução de B3 .....</b>	<b>116</b>
<b>Figura 27: Fragmento da resolução de B1 .....</b>	<b>117</b>
<b>Figura 28: Fragmento da resolução de C3 .....</b>	<b>120</b>
<b>Figura 29: Fragmento da resolução de C4 .....</b>	<b>121</b>
<b>Figura 30: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>123</b>

<b>Figura 31: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>124</b>
<b>Figura 32: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>125</b>
<b>Figura 33: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>125</b>
<b>Figura 34: Fragmento da resolução da Equipe A .....</b>	<b>126</b>
<b>Figura 35: Fragmento da resolução da equipe B .....</b>	<b>127</b>
<b>Figura 36: Fragmento da resolução da equipe B .....</b>	<b>128</b>
<b>Figura 37: Fragmento da resolução da equipe B .....</b>	<b>129</b>
<b>Figura 38: Fragmento da continuação da resolução da equipe B .....</b>	<b>129</b>
<b>Figura 39: Fragmento da resolução da Equipe B .....</b>	<b>130</b>
<b>Figura 40: Fragmento da resolução da Equipe C .....</b>	<b>131</b>
<b>Figura 41: Fragmento da resolução da Equipe C .....</b>	<b>132</b>
<b>Figura 42: Fragmento da resolução da Equipe C .....</b>	<b>133</b>
<b>Figura 43: Quadro temporal com as linhas temporais das três equipes da Atividade 1...</b>	<b>137</b>
<b>Figura 44: Quadro temporal com as linhas temporais das três equipes da Atividade 2...</b>	<b>151</b>
<b>Figura 45: Quadro temporal com as linhas temporais das três equipes da Atividade 3...</b>	<b>162</b>
<b>Figura 46: Quadro temporal com sobreposição das linhas temporais por equipes .....</b>	<b>176</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1: Tabela de organização temporal dos diálogos .....</b>	<b>89</b>
--	-----------

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1: Estratégias de Ensino promotoras da criatividade .....</b>	<b>71</b>
<b>Quadro 2: Estratégias em Atividades promotoras da criatividade .....</b>	<b>71</b>
<b>Quadro 3: Falas da equipe A durante a apresentação da 1ª atividade .....</b>	<b>100</b>
<b>Quadro 4: Falas da equipe A durante a apresentação da 1ª atividade .....</b>	<b>102</b>
<b>Quadro 5: Falas da equipe B durante a apresentação da 1ª atividade .....</b>	<b>103</b>
<b>Quadro 6: Fragmento da resolução da equipe B .....</b>	<b>106</b>
<b>Quadro 7: Falas da equipe B durante a apresentação da 1ª atividade .....</b>	<b>107</b>
<b>Quadro 8: Falas da equipe C durante a apresentação da 1ª atividade .....</b>	<b>110</b>
<b>Quadro 9: Falas da equipe A durante a apresentação da 2ª atividade .....</b>	<b>114</b>
<b>Quadro 10: Falas da equipe B durante a apresentação da 2ª atividade .....</b>	<b>118</b>
<b>Quadro 11: Falas da equipe B durante a apresentação da 2ª atividade .....</b>	<b>118</b>
<b>Quadro 12: Falas da equipe C durante a apresentação da 2ª atividade .....</b>	<b>120</b>
<b>Quadro 13: Falas da equipe C durante a apresentação da 2ª atividade .....</b>	<b>122</b>
<b>Quadro 14: Falas da equipe A durante a apresentação da 3ª atividade .....</b>	<b>126</b>
<b>Quadro 15: Falas da equipe B durante a apresentação da 3ª atividade .....</b>	<b>130</b>
<b>Quadro 16: Falas da equipe C durante a apresentação da 3ª atividade .....</b>	<b>133</b>
<b>Quadro 17: Conversas do minuto 1 ao minuto 3 da Equipe A durante a 1ª atividade ....</b>	<b>139</b>
<b>Quadro 18: Conversas do minuto 7 ao minuto 8 da Equipe A durante a 1ª atividade ....</b>	<b>140</b>
<b>Quadro 19: Conversas do minuto 10 ao minuto 12 da equipe A durante a 1ª atividade...</b>	<b>142</b>
<b>Quadro 20: Conversas do minuto 33 ao minuto 35 da equipe A durante a 1ª atividade...</b>	<b>143</b>
<b>Quadro 21: Conversas do minuto 1 ao minuto 3 da equipe B durante a 1ª atividade.....</b>	<b>144</b>
<b>Quadro 22: Conversas do minuto 23 ao minuto 24 da equipe B durante a 1ª atividade....</b>	<b>144</b>
<b>Quadro 23: Conversas do minuto 28 ao minuto 30 da equipe B durante a 1ª atividade...</b>	<b>145</b>
<b>Quadro 24: Conversas do minuto 1 ao minuto 4 da equipe C durante a 1ª atividade.....</b>	<b>146</b>
<b>Quadro 25: Conversas do minuto 48 ao minuto 51 da equipe C durante a 1ª atividade...</b>	<b>147</b>
<b>Quadro 26: Conversas do minuto 8 ao minuto 10 da equipe A durante a 2ª atividade.....</b>	<b>149</b>
<b>Quadro 27: Conversas do minuto 19 ao minuto 21 da equipe A durante a 2ª atividade....</b>	<b>153</b>
<b>Quadro 28: Conversas do minuto 23 ao minuto 24 da equipe A durante a 2ª atividade....</b>	<b>154</b>
<b>Quadro 29: Conversas do minuto 9 ao minuto 10 da equipe B durante a 2ª atividade.....</b>	<b>155</b>
<b>Quadro 30: Conversas do minuto 19 ao minuto 23 da equipe B durante a 2ª atividade....</b>	<b>157</b>

<b>Quadro 31: Conversas do minuto 13 ao minuto 15 da equipe C durante a 2ª atividade...</b>	<b>158</b>
<b>Quadro 32: Conversas do minuto 5 ao minuto 6 da equipe A durante a 3ª atividade.....</b>	<b>160</b>
<b>Quadro 33: Conversas do minuto 17 ao minuto 19 da equipe A durante a 3ª atividade....</b>	<b>163</b>
<b>Quadro 34: Conversas do minuto 17 ao minuto 19 da equipe A durante a 3ª atividade.....</b>	<b>165</b>
<b>Quadro 35: Conversas do minuto 5 ao minuto 6 da equipe B durante a 3ª atividade.....</b>	<b>166</b>
<b>Quadro 36: Conversas do minuto 10 ao minuto 12 da equipe B durante a 3ª atividade....</b>	<b>167</b>
<b>Quadro 37: Conversas do minuto 14 ao minuto 16 da equipe B durante a 3ª atividade....</b>	<b>168</b>
<b>Quadro 38: Conversas do minuto 24 ao minuto 27 da equipe B durante a 3ª atividade....</b>	<b>169</b>
<b>Quadro 39: Conversas do minuto 5 ao minuto 7 da equipe C durante a 3ª atividade.....</b>	<b>170</b>
<b>Quadro 40: Conversas do minuto 8 ao minuto 9 da equipe C durante a 3ª atividade.....</b>	<b>171</b>
<b>Quadro 41: Conversas do minuto 24 ao minuto 27 da equipe C durante a 3ª atividade....</b>	<b>174</b>
<b>Quadro 42: Resultados encontrados na Pesquisa .....</b>	<b>183</b>

## SUMÁRIO

<b>Introdução.....</b>	<b>16</b>
<b>1. A modelagem matemática .....</b>	<b>21</b>
<b>1.1. A modelagem matemática na Educação Matemática .....</b>	<b>21</b>
<b>1.2. Perspectivas de modelagem matemática .....</b>	<b>29</b>
<b>1.3. Fases da modelagem matemática e as ações dos alunos .....</b>	<b>33</b>
<b>1.4. A modelagem matemática na sala de aula: o que compete ao professor e aos alunos .....</b>	<b>41</b>
<b>2. Introdução à criatividade .....</b>	<b>45</b>
<b>2.1. O que é criatividade? .....</b>	<b>46</b>
<b>2.2. O desenvolvimento do conceito de criatividade .....</b>	<b>47</b>
<b>2.3. Teoria do Investimento .....</b>	<b>53</b>
<b>2.4. Modelo Componencial .....</b>	<b>57</b>
<b>2.5. Perspectiva de Sistemas .....</b>	<b>60</b>
<b>2.6. O ambiente criativo e o ambiente inibidor da criatividade .....</b>	<b>66</b>
<b>2.7. Confluências entre a modelagem matemática e os modelos de criatividade .....</b>	<b>71</b>
<b>3. Procedimentos Metodológicos .....</b>	<b>75</b>
<b>3.1. Questões de Pesquisa .....</b>	<b>75</b>
<b>3.2. A Pesquisa Qualitativa .....</b>	<b>77</b>
<b>3.3. O Contexto, os participantes e as observações .....</b>	<b>78</b>
<b>3.4. Atividades .....</b>	<b>82</b>
<b>3.5. Instrumentos, produção e coleta de dados .....</b>	<b>87</b>
<b>3.6. Procedimentos para a Análise dos Dados .....</b>	<b>88</b>
<b>4. Descrição das atividades e resoluções empreendidas pelos grupos de alunos .....</b>	<b>97</b>
<b>4.1. Descrição das resoluções pelas equipes .....</b>	<b>97</b>
<b>4.2. Resoluções da Atividade I .....</b>	<b>98</b>
<b>4.3. Resoluções da Atividade II .....</b>	<b>111</b>
<b>4.4. Resoluções da Atividade III .....</b>	<b>122</b>
<b>5. Análises .....</b>	<b>134</b>
<b>5.1 Análise Horizontal da Atividade I .....</b>	<b>134</b>
<b>5.2 Análise Horizontal da Atividade II .....</b>	<b>150</b>
<b>5.3 Análise Horizontal da Atividade III .....</b>	<b>161</b>

<b>5.4. Análise Vertical das atividades desenvolvidas pelas equipes .....</b>	<b>174</b>
<b>5.5. Considerações da Análise Vertical .....</b>	<b>178</b>
<b>Considerações Finais .....</b>	<b>185</b>
<b>Referências .....</b>	<b>187</b>
<b>Anexo I .....</b>	<b>193</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Segundo o senso comum, a criatividade, muitas vezes, é tomada como um dom, uma espécie de habilidade sem explicação que nem todas as pessoas possuem. É comum também afirmar que pessoas inteligentes são, por natureza, criativas. Como será apresentado ao longo dessa dissertação, ideias simplistas, como estas, deixam de considerar inúmeras variáveis determinantes acerca da criatividade. Desde meados do século passado que pesquisadores vem discutindo inúmeros elementos que influenciam a criatividade. Nessas pesquisas, como apontam Alencar e Fleith (2003a), a criatividade deixa de ser tomada como um aspecto unilateral e passa a ser considerada como parte de um processo que se desdobra sobre várias dimensões. É nessa época que surge o conceito de pensamento convergente, pensamento divergente e do julgamento como elementos fundamentais para criatividade. O pensamento convergente age unindo os conhecimentos, bem como, experiências do sujeito, para buscar a resposta ideal para o problema. Já o pensamento divergente pode ser entendido como a ação de gerar muitas ideias durante a resolução de um problema. Como será apresentado, a base da criatividade é a alternância entre esses tipos de pensamento, o pensamento divergente que gera muitas ideias e o pensamento convergente que analisa e escolhe uma ideia para dar conta de uma tarefa. Já o julgamento diz respeito ao corpo de especialistas (um docente em sala de aula, por exemplo) que analisa a ideia e valida se ela trata de um produto criativo. Todos esses conceitos serão apresentados no segundo capítulo dessa dissertação.

Alencar e Fleith (2003b), após três décadas de pesquisas, destacam que a criatividade tem sido apontada por vários pesquisadores como uma habilidade indispensável para a sobrevivência nas próximas décadas. Segundo essas autoras vivemos em um mundo “marcado por profundas, intensas e rápidas mudanças, das novas necessidades e dos problemas que surgem a cada momento, demandando soluções criativas” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 08). Nesse momento de mudanças contínuas e incertezas, muitas informações e produtos perdem sua utilidade frente às novas demandas da sociedade. Por esse motivo o ato de criar se faz incessantemente necessário como uma forma de contornar a estagnação de ideias e produtos.

Como destacam Alencar e Fleith (2003b), Lubart (2007), Gontijo (2007a) e Pinheiro (2009), a criatividade vem sendo cada vez mais valorizada tanto no setor corporativo, quanto no contexto educacional. Segundo esses autores, as grandes empresas investem em programas de treinamento de criatividade e seleção de candidatos com o perfil criativo para fazerem parte do corpo de funcionários.

Já no contexto educacional, Alencar e Fleith (2003b), Gontijo (2007a) e Lubart (2007) destacam que tem aumentado o número de pesquisas que buscam entender quais são os elementos que ajudam a promover a criatividade em sala de aula, bem como, os elementos que inibem a criatividade. Existem também pesquisas que se debruçam sobre a subjetividade, isto é, a importância do julgamento, do produto criativo, como, por exemplo, a Perspectiva de Sistemas criada por Csikszentmihalyi (2011). Destacamos que a subjetividade considerada nessas teorias se caracteriza pelo julgamento. Nesta pesquisa não utilizaremos a Teoria da Subjetividade de Fernando Gonzales Rey para estudar a criatividade, por isso, ao fazermos menção à subjetividade, estaremos nos referindo aos aspectos subjetivos do julgamento de um produto. Estas pesquisas destacam que a promoção da criatividade tem impacto positivo na motivação, na aprendizagem e, principalmente, na autonomia dos alunos. Além disso, geralmente, é destacada a importância de criar um ambiente onde os alunos se sintam à vontade para expor e discutir suas ideias. Nesse ambiente a figura do professor é imprescindível, uma vez que, como explicam, Alencar e Fleith (2003b), o professor é quem cria o clima de motivação em sala de aula e também julga as ideias.

Segundo Alencar e Fleith (2003b), Gontijo (2007a) e Lubart (2007), uma das formas de estimular a criatividade é por meio de problemas que permitam aos alunos analisar encaminhamentos de resolução sob várias perspectivas. Além desse aspecto, esses autores também destacam a importância da motivação. Segundo Alencar e Fleith (2003b), pessoas motivadas tem maior chance de criar soluções inovadoras para tarefas. Como será apresentado no capítulo 2, problemas com estes aspectos podem possibilitar a fluência, flexibilidade e originalidade de pensamento. De modo geral, a fluência pode ser entendida como ação de geração de muitas ideias; a flexibilidade, a ação de considerar um mesmo problema sob diversos ângulos; e a originalidade, a ação de gerar ideias inovadoras para um determinado problema. Essas três ações são decorrentes do trabalho do pensamento convergente e pensamento divergente, elementos-chave para a elaboração de produtos criativos.

Almeida e Dias (2004), Barbosa (2008), Caldeira (2007), Vertuan (2013), destacam que em atividades de modelagem matemática os problemas são abertos, ou seja, os alunos lidam com problemas que permitem diferentes encaminhamentos de resolução e diferentes respostas. Diferentemente dos problemas fechados, os problemas abertos possibilitam ao professor, juntamente com os alunos, explorar mais possibilidades de resoluções e discutir as diferentes matemáticas suscitadas neste contexto. Esse é um aspecto essencial da modelagem matemática

e que permite e, também torna comum, a elaboração de diferentes modelos para um mesmo problema.

Barbosa (2008) e Caldeira (2007) destacam que a modelagem matemática pode motivar os alunos a se engajarem nas investigações por tratar de problemas que são de interesse dos alunos. Como nesse tipo de atividade o professor pode motivar os alunos a investirem em suas ideias, é comum surgirem inúmeros caminhos de resolução, ou ainda, caminhos não considerados pelo professor.

Em sua dissertação, Pereira (2008) investigou trabalhos desenvolvidos por meio da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, mais especificamente, se as atividades descritas nestes trabalhos favoreciam o desenvolvimento da criatividade. Para isso, a pesquisadora fez uma análise em quatro dissertações orientadas por Barbosa, Burak e Caldeira. Em toda as dissertações escolhidas os pesquisadores trabalharam com atividades de modelagem com alunos da Educação Básica. Por meio das análises, bem como dos relatos dessas dissertações, a pesquisadora apontou quais aspectos de criatividade a modelagem estaria proporcionando. Pereira (2008) destaca que atividades de modelagem permitem uma experiência com problemas que são do interesse dos alunos, possuem diversos caminhos para resolução, promovem a discussão e a colaboração entre alunos. Características estas que estão alinhadas com diversos modelos acerca da criatividade.

No entanto, é preciso destacar que Pereira (2008) analisou a criatividade por meio dos relatos de outros pesquisadores. Dessa forma a pesquisadora só teve acesso ao que os autores das dissertações apresentaram, ou seja, a pesquisadora não conheceu os sujeitos e o ambiente em que as pesquisas foram desenvolvidas. Consideramos o trabalho de Pereira (2008) importante para nossa pesquisa por abordar a modelagem matemática e a criatividade, contudo também consideramos essencial o contato com os sujeitos da pesquisa. Por esse motivo, nessa pesquisa, investigaremos a geração de ideias por meio dos registros escritos e áudios de alunos enquanto desenvolvem atividades de modelagem.

Em Pereira (2008), as aproximações da modelagem matemática com a criatividade foram, em suma, feitas com base nos trabalhos de Alencar e Fleith (2003b) acerca dos aspectos promotores e inibidores da criatividade. Em nossa pesquisa consideramos essas autoras, porém julgamos necessário aprofundar o tema por meio dos autores que elaboraram teorias acerca da criatividade, Teoria Clássica, Teoria do Investimento, Modelo Componencial e Perspectivas de Sistemas.

Interessa-nos, portanto, investigar:

*Em que momentos ocorre a geração de ideias durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, empreendidas no âmbito de grupos, e quais implicações estas ideias desencadeiam na investigação do problema?*

Neste contexto, em nossa pesquisa, temos como objetivo analisar os momentos de geração de ideias em grupos de alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Atividades de modelagem matemática possibilitam a geração de ideias pelos alunos? Em que momento as ideias surgem? Como o grupo administra as ideias que surgem? Quais ideias são selecionadas e quais são descartadas pelo grupo? É possível inferir porque algumas ideias são consideradas e outras descartadas pelos alunos? E que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias?

Nosso objetivo é identificar e analisar os momentos de geração de ideias e quais as implicações destes momentos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem em grupos de alunos, neste caso, já iniciados em modelagem matemática.

Para isso, no primeiro capítulo discutimos a modelagem matemática, bem como nosso entendimento de uma atividade de modelagem matemática no campo da Educação Matemática. Apresentamos, ainda, encaminhamentos e perspectivas apontados na literatura para o desenvolvimento deste tipo de atividade.

Para investigar as questões de pesquisa nos amparamos na Perspectiva de Sistemas de Csikszentmihalyi (2011) e nas pesquisas sobre o ambiente criativo de Alencar e Fleith (2003b) a qual apresentaremos no capítulo 2. Também nos amparamos nos trabalhos e nos referências teóricas de Gontijo (2006, 2007a, 2007b, 2012) e Pereira (2008). Neste capítulo, discutimos a evolução do conceito de criatividade, bem como os elementos que foram paulatinamente acrescentados aos escopos das pesquisas com esse tema. Além disso, apresentamos os diferentes modelos que buscam explicar a criatividade.

Nesta pesquisa consideramos investigar a criatividade a partir dos registros das conversas de grupos de alunos durante a resolução de atividade de modelagem matemática, portanto, trata-se, de uma pesquisa qualitativa. No terceiro capítulo abordaremos e discutiremos os aspectos da pesquisa qualitativa e os demais procedimentos metodológicos escolhidos para esta pesquisa. Neste capítulo também serão apresentadas as atividades elaboradas para a pesquisa, instrumentos de coleta de dados e a ferramenta usada para organizar os momentos temporalmente.

No capítulo quatro apresentaremos as resoluções desenvolvidas pelos alunos e no capítulo cinco serão apresentados os dados da pesquisa organizados temporalmente, bem como, a análise amparada pela fundamentação teórica escolhida para este trabalho. Neste capítulo apresentaremos também episódios que surgiram durante as atividades de modelagem matemática em cada um dos grupos, nos quais identificamos possibilidades de inferência para esta investigação.

Por fim, no último capítulo serão destacadas as considerações finais de toda a pesquisa, onde retomaremos as questões de pesquisa e ampliaremos as discussões sobre o tema.

## **Capítulo 1 - A Modelagem Matemática**

Neste capítulo apresentamos a definição e a perspectiva de modelagem matemática utilizadas nesta pesquisa. Para tanto, antes, discutimos seu surgimento no cenário nacional e as características que a modelagem matemática tem na Educação Matemática. Como uma das etapas dessa pesquisa consistiu no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, apresentamos nosso entendimento do processo de realização de uma atividade, bem como o que compete a professores e alunos nesse processo. Também destacamos as diversas perspectivas relacionadas a uma atividade de modelagem matemática segundo Kaiser e Sriraman (2006).

### **1.1. A Modelagem Matemática na Educação Matemática**

A modelagem matemática teve início no campo da Matemática Aplicada. Nesse campo, os objetivos giravam em torno da elaboração e estudo de um modelo matemático que representasse uma situação e que respondesse a um problema relacionado à essa situação. Nesse início, a elaboração e validação do modelo, bem como as ferramentas matemáticas a serem utilizadas no processo de modelagem eram o principal foco, por esses motivos, questões, como, por exemplo, àquelas voltadas às potencialidades da modelagem no processo de ensino e aprendizagem, não eram pauta direta das pesquisas.

Segundo Biembengut (2009),

[...] os modelos são ferramentas que ajudam a pessoa a processar informações e estimular novas ideias e compreensões, prover de uma visão estruturada e global que inclui relações abstratas. Capacitam a observar e refletir sobre fenômenos complexos, e ainda a comunicar as ideias a outras. (BIEMBENGUT, 2009, p. 20)

Como mencionado, nessa área o foco, tanto de professores quanto pesquisadores, é a elaboração de modelos que representem da forma mais adequada possível uma determinada situação. Quanto aos problemas, segundo Niss (2013), o propósito da modelagem matemática era, em grande parte dos casos, de captar fenômenos, com vistas a resolver questões das seguintes ordens: práticas, intelectuais, ou ainda, científicas. As possibilidades pedagógicas do processo de modelagem matemática, processo este onde o aluno precisa se mobilizar tanto para usar o conhecimento que tem quanto buscar novos conhecimentos para desenvolver um modelo e responder um problema, não eram exploradas.

Segundo Biembengut (2009), os debates sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática no contexto educacional, em âmbito internacional, começam a surgir a partir da década de 1960, com um movimento chamado utilitarista. Este movimento tinha como objetivo incentivar os professores a aplicar os conhecimentos de matemática, química e física, em situações do cotidiano. Ao se interessar pelas potencialidades da modelagem matemática no processo de ensino e aprendizagem, esses professores, perceberam, nesse primeiro momento, que a modelagem poderia ajudá-los, mesmo que de forma pragmática, a contextualizar conteúdos de seus currículos. Como aponta Biembengut (2009), mesmo que de forma pragmática, o apelo utilitarista ajudou muitos professores a reconhecer na modelagem matemática possibilidades de uma alternativa pedagógica.

No cenário nacional, Biembengut (2009) destaca que os primeiros a se interessar pela modelagem matemática como alternativa pedagógica foram os professores Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani. Na década de 1970 e 1980, foram estes professores que incitaram discussões a respeito de como construir um modelo e qual a sua utilidade pedagógica em sala de aula. Nessa época, segundo Biembengut (2009), os dois maiores expoentes do uso e divulgação da modelagem matemática com esses objetivos foram os professores Aristides C. Barreto e Rodney C. Bassanezi.

Aristides C. Barreto foi o primeiro professor, que se tem evidências, a trabalhar com a modelagem matemática e também apresentar trabalhos sobre esse tema em congressos internacionais. Segundo Biembengut (2009), sua principal ideia era utilizar a modelagem matemática para motivar seus alunos a buscar a matemática necessária para resolver problemas que envolviam modelagem. Em suas aulas com essa temática, o professor Barreto incitava seus alunos com algum problema retirado do cotidiano e ia delineando as ferramentas que os alunos poderiam usar. Desse modo, o problema era utilizado como uma espécie de gancho para motivar a aprendizagem de conteúdos que seriam usados em seu desenvolvimento. O professor Barreto apresentou este modo de usar a modelagem matemática em diversos cursos de pós-graduação, ajudando a divulgar a modelagem matemática para outros professores.

O professor Rodney Carlos Bassanezi foi um dos professores que conheceu a modelagem matemática nos cursos do professor Barreto. O interesse do professor Bassanezi o levou desenvolver atividades de modelagem matemática em suas aulas. Sua proposta era a de que seus alunos trabalhassem especialmente com temas que fossem do seu interesse ou cotidiano. A partir destes temas seriam escolhidos problemas relevantes e, a partir daí a

matemática necessária iria surgindo, onde o professor teria a função de ensiná-la. Como destaca Biembengut (2009), essa proposta conquistou muitos adeptos e ajudou a divulgar a modelagem matemática, principalmente como uma metodologia que possibilitava a motivação e contextualização dos conteúdos que eram ensinados durante as aulas.

Como apontam Almeida e Brito (2005), a forma de usar a modelagem matemática, nessa época, consistia em basicamente dividir os alunos em grupos, que, por exemplo, poderiam selecionar algum tema, para ser abordado e investigado com o uso da Matemática pelo professor. Nesse tipo de condução, matemática ia pouco a pouco surgindo, no entanto sempre sob a supervisão, anuência e de acordo com os propósitos do professor. Este tipo de viés pode ser visto nos trabalhos e relatos de Bassanezi (1994, 2002). O típico problema da Plantação de Batatas<sup>1</sup> é um exemplo. Segundo esse autor, o programa da disciplina pode ir sendo desenvolvido à medida que o problema exige novos conceitos.

No território da Educação Matemática, a modelagem matemática se consolidou como um tema de pesquisa e como uma prática de sala de aula que almeja além da obtenção de um modelo matemático. Como Almeida e Vertuan destacam, “a Modelagem Matemática tem sido apontada por diversos educadores matemáticos como uma alternativa pedagógica que visa relacionar matemática escolar com questões extra matemáticas” (ALMEIDA; VERTUAN, 2010, p. 29).

No âmbito da pesquisa, por exemplo, há aquelas com interesse nos processos de aprendizagem quando alunos se envolvem com atividades de modelagem matemática (ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; BORSSOI, 2004; BIEMBENGUT, 1999; BIEMBENGUT, 2005; BURAK, 1992; VERTUAN, 2013; VERTUAN; ALMEIDA, 2016); há as que se interessam pelas discussões sócio-políticas que podem ser geradas no ambiente de sala de aula quando atividades de modelagem são realizadas (BARBOSA, 2008; BARBOSA; SANTANA, 2012; BARBOSA; ARAUJO, 2005; BARBOSA; SILVA, 2008); há as pesquisas que dizem acerca da formação de professores em modelagem matemática (BURAK, 1992; CALDEIRA, 2007; KLUBER, 2012; KLUBER; TAMBARUSSI, 2014); dentre outras.

---

<sup>1</sup> Esta atividade foi desenvolvida com os alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Tecnologia de Alimentos da Unicamp em 1983. Segundo Bassanezi, nesta turma existia uma forte aversão à esta disciplina. Por esse motivo, o professor propõe trabalhar apenas os temas que os alunos da disciplina achassem interessante. O tema escolhido entre todos os demais temas propostos pelos alunos foi o da plantação de batatas. Eis o problema: “meu pai planta batatas, colocando cada semente uma distância de 30 cm uma das outras, queria saber porque ele faz desta forma”. Por meio deste problema Bassanezi conseguiu contextualizar o uso de diferentes conteúdos da ementa da disciplina.

Para Barbosa (2008), de modo geral, a modelagem matemática se refere ao uso da matemática para engajar alunos a pensar situações reais, mais explicitamente, resolver problemas suscitados nestas (e por estas) situações. Em seus trabalhos (BARBOSA, 2007, 2008; BARBOSA; SANTANA, 2012), o autor define a modelagem matemática como um ambiente no qual os alunos são convidados a questionar e pensar situações que partem da realidade. O autor considera que a atividade de modelagem não deve apresentar respostas prontas e imediatas. Segundo Campos e Araújo, “essa concepção destaca que os alunos são convidados a participarem, o que implica em adquirirem responsabilidade pelo processo de investigação. Ou seja, os alunos estão no centro da ação pedagógica no desenvolvimento de atividades dessa natureza” (CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 168).

Segundo Almeida e Brito (2005), a modelagem matemática tem sido apontada por diversos educadores como uma alternativa pedagógica que oportuniza refletir a respeito da matemática, onde o desenvolvimento do modelo não é mais a questão central.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma atividade de modelagem matemática

[...] pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12)

Segundo estes autores, o termo problema deve ser considerado sob a ótica de uma situação na qual o aluno ainda não possui esquemas imediatos para sua solução. Assim como na definição de Barbosa (2008), é necessário que os alunos identifiquem a situação inicial como um problema e que este aspecto desperte a iniciativa de buscar uma situação mais aquedada, neste caso, a situação final.

Segundo Vertuan (2013), ao adotar a modelagem matemática, o que se espera é que os alunos paulatinamente desenvolvam a postura investigativa e isso implica

[...] em colocar os alunos na condição de quem faz matemática, de quem precisa elaborar um problema, elencar hipóteses, pensar num plano de ação que verifique (ou não) a validade dessas hipóteses, monitorar os encaminhamentos de resolução, enfim, de quem precisa pensar matematicamente mesmo situações inicialmente não matemáticas. (VERTUAN, 2016, p. 24)

Além disso Almeida, Silva e Vertuan (2012), destacam que a modelagem matemática deve constituir uma atividade pedagógica, onde a situação problemática não precisa ser necessariamente matemática. Nesse processo cabe aos alunos a mobilização das ações que

permitirão sair da situação inicial e avançar até a situação final. Como destaca Vertuan (2013), os alunos precisam elaborar e selecionar hipóteses, investigar dados, tanto quantitativos quanto qualitativos, matematizar a situação e validar a construção do modelo. É preciso destacar também a importância das ações do professor e suas intenções com a atividade. Em primeiro lugar, caso o professor controle demasiadamente o desfecho das escolhas dos alunos, a atividade de modelagem pode perder seu aspecto de ser aberta. Além disso a modelagem matemática na Educação Matemática tem objetivos que vão além da elaboração do modelo, como, por exemplo, a contextualização, motivação e aprendizagem, destacados nos trabalhos dos professores Barretos e Bassanezi.

Para explicar do que se trata o modelo no âmbito da Educação Matemática, começamos pela definição de Barbosa (2008).

[...] toda representação matemática da situação, por escrito, é chamada de modelo matemático. Esta noção é propositalmente ampla e inclusiva, agendando a intenção de capturar as diferentes formas que os alunos representam uma determinada situação, independentemente de sua capacidade de descrição, generalização e prescrição. (BARBOSA, 2008, p. 48)

Como suscita Barbosa (2008), é possível reconhecer como modelo matemático qualquer outro tipo registro matemático escrito que se refira à situação-problema, como as operações matemáticas básicas. Esta afirmativa se popularizou no campo da Educação Matemática justamente por considerar, e, sem dúvidas, exigir, a sensibilidade do professor ao analisar as produções de seus alunos. Ao investigar os registros, o professor deve considerar os aspectos, muitas vezes, implícitos, que corroboram com a produção dos alunos, como um modelo.

É preciso destacar que o autor considera desde registros escritos, como, por exemplo, registros escritos com as típicas notações e regras matemáticas, até as falas de um estudante que define à sua maneira uma lei matemática. Tabelas, gráficos e mesmo diagramas também são levados em consideração como modelos.

Almeida, Silva e Vertuan (2012), definem o modelo matemático como

[...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre esse outro sistema. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13)

Nesta definição os autores explicitam de forma ainda mais ampla a definição de Barbosa (2008), onde um modelo pode ser entendido, de forma prática, como qualquer estrutura

matemática que permite descrever ou explicar o fenômeno. Novamente temos que expressões matemáticas, registros escritos e falados, tabelas, gráficos e diagramas, que tenham a finalidade de explicar e permitir previsões podem ser considerados modelos.

Além disso, como destaca Vertuan (2013), um modelo é um retrato da realidade sob a perspectiva de quem o construiu. Assim, o professor precisa ter consciência que o modelo elaborado por seus alunos tem impregnado seus modos de ver a realidade e que trata apenas de uma perspectiva daquela realidade.

É interessante destacar que este modo de conceber o modelo de Vertuan (2013), segue o viés epistemológico do idealismo. Segundo Hessen (2008), nessa concepção o sujeito constrói o conhecimento. Inicialmente pode se pensar que Vertuan (2013), considera o modelo sob a perspectiva do realismo platônico, entretanto o autor deixa claro a importância do sujeito na construção de uma representação a partir dos seus conhecimentos prévios.

Como aponta Veronez, “a elaboração de modelos matemáticos não deve ter um fim em si mesmo, pois deve visar a busca por uma solução para o problema evidenciado na situação inicial, alicerçada por atitudes interpretativas” (VERONEZ, 2013, p. 24). Esta autora enfatiza que a elaboração de um modelo matemático exige o ato de reflexão por parte dos alunos, diferente da tradição de exercícios construídos sob respostas algorítmicas, e por natureza, fechados em si mesmos.

Veronez (2013) e Veronez e Castro (2018) também chamam a atenção para a possibilidade do surgimento de discussões sobre conceitos e procedimentos matemáticos junto dos alunos quando se envolvem com atividades de modelagem. Além disto, como destacam Almeida e Brito (2005), as ações com propósito com atividades de modelagem matemática se desenvolvem mais por questões de natureza educacional, isto é, como alternativa pedagógica, e menos associadas aos aspectos técnicos do modelo em si. Segundo Barbosa (2012), no ambiente da sala de aula, construir modelos matemáticos deve ser considerado, por exemplo, como um ambiente que permita o ensino e aprendizagem de tópicos matemáticos, bem como, discussões de cunho social.

Negrelli (2008), explica, a partir dos anais da Conferência Nacional de Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) de 1999, que inicialmente o foco de muitas pesquisas feitas no Brasil havia permanecido mais na aplicação e utilização da metodologia da modelagem matemática do que no estudo do próprio processo, em alguma de suas variáveis. Ou ainda, usar a modelagem matemática como pano de fundo para o desenvolvimento de pesquisas sem o foco ser necessariamente a modelagem matemática. Castro (2018), destaca que atualmente as

pesquisas em modelagem matemática buscam investigar elementos que vão desde os aspectos cognitivos até o uso como alternativa pedagógica. Assumimos neste trabalho uma investigação com a modelagem matemática e sobre a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica.

Negrelli (2008), aponta ainda que as perspectivas mais frequentes de modelagem matemática, que visam sua implementação nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, estão fortemente motivadas pela matemática aplicada e sua metodologia, resquício este, derradeiro do viés do campo da Matemática Aplicada. A autora complementa, que elas “não explicitam a concepção de matemática que subjaz à matemática aplicada, menos ainda como essa concepção influencia a modelagem matemática nos processos de ensino-aprendizagem de matemática” (NEGRELLI, 2008, p. 21).

Percebemos que a modelagem matemática no contexto da Educação Matemática tem como propósito, dentre outros, servir de meio para as investigações acerca do processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Trata-se de um modo de o professor investigar a própria prática e avaliar aprendizagens e dificuldades dos estudantes tanto em relação aos conteúdos escolares, quanto em relação às estratégias de resolução empregadas. Por esse motivo, a modelagem matemática, no campo da Educação Matemática, não tem um fim no modelo.

Segundo Kaviatkovski (2017), práticas de modelagem a partir do contexto da Educação Matemática não têm como objetivo central a obtenção de modelos. A pesquisadora sugere que a prática mediada pela modelagem matemática deve visar “a construção do conhecimento matemático pelo estudante, o qual se constrói a partir da interação com o outro, no envolvimento das atividades, no perceber que o conteúdo de aula extrapola os muros escolares e se faz presente no seu dia a dia” (KAVIATKOVSKI, 2017, p. 52).

De forma semelhante, Lorin (2015) também discute esse assunto dizendo que

[...] o objetivo da modelagem matemática, no âmbito da Educação Matemática, não se restringe a buscar um modelo específico, mas principalmente, em proporcionar um ambiente para o ensino e a aprendizagem da matemática, durante o processo da busca pelo modelo, a partir de um trabalho com problemas não essencialmente matemáticos. (LORIN, 2015, p. 18)

Já Veronez (2013) explica que em atividades de modelagem matemática a elaboração de modelos por si só não garante que o problema seja solucionado. É preciso que os alunos façam o exercício de interpretação da solução com o olhar voltado para o problema inicial. Além disso, é interessante que os alunos compreendam que outros encaminhamentos podem

ser adotados. Como pontua a autora, durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática o professor deve dar atenção ao processo sob a perspectiva do que acontece com o aluno, ou ainda, um grupo de alunos, durante a modelagem.

A abrangência das questões de pesquisa da Educação Matemática também se dá pelo fato de existir diversas interações com outras áreas do conhecimento, que não são apenas ligadas à educação. Segundo Negrelli, “a Educação Matemática tem se revelado um campo de diálogo entre diferentes áreas do conhecimento como a filosofia, a linguística, a epistemologia, a psicologia, a sociologia, a pedagogia, a história, a antropologia” (NEGRELLI, 2008, p. 04).

Note que esta integração é o elo que garante o caráter interdisciplinar do campo da Educação Matemática, bem como a especificidade de suas questões. Segundo a mesma autora, “a Educação Matemática tem, entre suas tarefas, contribuir para a promoção, o conhecimento, a valorização da natureza interdisciplinar das áreas que a integram, incluindo a própria matemática” (NEGRELLI, 2008, p. 05).

No que diz respeito à interdisciplinaridade em modelagem matemática, Setti (2017) concebe a modelagem matemática como uma prática de caráter interdisciplinar. Para a autora, que se ampara no conceito de interdisciplinaridade de Japiassú e Marcondes (2001),

[...] uma atividade interdisciplinar extrapola a ideia de usar conceitos de duas áreas ou disciplinas distintas, mas envolve diferentes professores, planejamento compartilhado, o uso de diferentes conceitos, de tal modo que os alunos possam, em diferentes disciplinas de sua grade curricular, vivenciar a resolução de um problema que interessa resolver. (SETTI, 2017, p. 15)

Negrelli (2008) aponta que a qualificação de uma área do conhecimento como interdisciplinar implica a existência de uma relação e uma resignificação entre os elementos de duas áreas. Segundo a autora, é necessário que não existam subordinações, sendo apenas apresentadas e descritas as relações de dependências entre as áreas. Dentre estes pressupostos, a autora explica que a Educação Matemática não deve ser vista como um agregado da Matemática, da Educação ou de outra qualquer, mas “como o resultado de um esforço e de um empreendimento interdisciplinar” (NEGRELLI, 2008, p. 06).

Com estas palavras compreendemos que a Educação Matemática não é uma subárea da Matemática Aplicada, mas sim um campo de pesquisa próprio que promove um movimento de busca de fundamentos, em grande parte, nas ciências humanas. Desta forma a Educação Matemática ao incidir sobre a modelagem matemática irá imprimir certas questões latentes do próprio campo.

Quanto às pesquisas no âmbito da Educação Matemática, Lorin (2015) explica que o desenvolvimento de pesquisas a respeito de modelagem matemática já constitui um *corpus* teórico reconhecido. Por exemplo, basta analisar a quantidade de produções de eventos como o CNMEM (Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática) que acontece desde 1999 a cada dois anos. No cenário internacional tem-se o ICTMA (*International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications*) com início em 1983, com encontros a cada dois anos também. No âmbito do estado do Paraná, onde essa pesquisa foi desenvolvida, temos EPMEM (Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática), evento com periodicidade bienal que surgiu na UEL (Universidade Estadual de Londrina) em 2004 e foi reconhecido como um evento oficial da Sociedade Brasileira de Educação Matemática no ano de 2017.

Além disso, Stillman, Blum e Biembengut (2013) apontam, no início dos anais do ICTMA 16, que tem havido um crescente número de estudos e pesquisas realizados e bastante diversificação do campo. Estes autores destacam que houve, por exemplo, um aumento nos estudos que tomam uma perspectiva cognitiva. Na sequência, apresentaremos esta perspectiva, a cognitiva, e as outras perspectivas de Kaiser e Sriraman (2006).

Como é possível perceber, as discussões acerca da modelagem matemática apresentam desde seu início, interesses distintos. Essa multiplicidade de interesses ajudou a repensar muito do que era feito e desenhar novas questões de interesse da área para pesquisas futuras e para práticas de sala de aula cada vez mais efetivas. As mudanças, como apontam diversos autores, têm ajudado a consolidar quais territórios estão delegados à modelagem matemática na Educação Matemática, bem como, ajudado a nortear o trabalho dos atuais pesquisadores e dos pesquisadores que irão se inserir nesta área nos próximos anos.

Na seção seguinte apresentaremos as perspectivas de modelagem matemática de Kaiser e Sriraman (2006) e a quais delas essa pesquisa se alinha.

## **1.2. Perspectivas de modelagem matemática**

No ambiente escolar temos inúmeras pesquisas que evidenciam os aspectos positivos do uso da modelagem matemática, o que pode ser entendido como um reflexo da quantidade de pesquisas realizadas nos últimos anos. Estudos, estes, que evidenciam visões e concepções variadas para o uso da modelagem matemática em sala de aula. Em suas pesquisas, Rosa (2009),

Lorin (2015), Veronez (2013) e Vertuan (2013), chamam a atenção para as diferentes concepções de modelagem matemática apresentadas por Kaiser e Sriraman (2006).

Estes últimos autores, após uma extensiva revisão da literatura temática de diversos países, descreveram concepções, que podem ser entendidas como abordagens, diferentes para o uso da modelagem matemática em sala de aula. As concepções são as seguintes: realística, epistemológica, educacional, sócio crítica, contextual e a cognitivista.

Segundo Kaiser e Sriraman (2006), a prática da modelagem matemática a partir da concepção realística enfatiza problemas retirados da indústria, ou da ciência em geral, e tem como objetivo a resolução de problemas. Nessa concepção é comum o apelo dos professores para as técnicas de resolução, bem como, aproveitar a temática do problema para motivar os alunos por meio da contextualização. Esse tipo de condução em uma atividade de modelagem serve para apresentar aos alunos diversos métodos, muitas vezes, pré-determinados pelo professor, com o objetivo de criar tanto a experiência de elaboração de um modelo quanto a inteiração e entendimento de suas fases.

Diametralmente oposta a esta perspectiva, temos a concepção epistemológica. Segundo Kaiser e Sriraman (2006), o professor busca formas de provocar os alunos, tomados como sujeitos epistêmicos, com o objetivo de provocar sobre que matemática precisa ser solicitada, ou ainda, o que o aluno sabe acerca dos próprios conhecimentos que pretende usar para desenvolver a atividade. Atividades de modelagem matemática com essa característica podem tomar o rumo estritamente matemático, onde o professor estimula seus alunos tanto no desenvolvimento da matemática necessária para a resolução do problema quanto uma análise das ferramentas matemáticas enquanto estruturas. Nesta visão para a modelagem as situações problema são estruturadas com o intuito de gerar o desenvolvimento de conceitos matemáticos, ou ainda, colocar à prova os conceitos que estão sendo utilizados.

Ainda sobre esta concepção, Negrelli (2008) explica que o professor precisa compreender que o estudante, por exemplo, capta ou concebe a realidade e representa-a a partir do que ele entende e consegue exprimir. Nesse sentido, “a atividade de modelagem não começaria na realidade em si, mas no sujeito que a percebe” (NEGRELLI, 2008, p. 42).

Já na concepção educacional, Kaiser e Sriraman (2006) destacam uma perspectiva que busca desenvolver e adaptar a modelagem matemática com o objetivo de proporcionar a aprendizagem e também investigar questões acerca da aprendizagem. Kaiser e Sriraman (2006), destacam que na visão educação existe uma busca dos professores em usar a modelagem como alternativa pedagógica no processo de ensino e aprendizagem. Por exemplo, os modelos

elaborados pelos alunos podem ser explorados pelo professor para investigar como certos conceitos estão sendo tomados e o que pode ser feito para melhorar a aprendizagem dos mesmos. Como destaca Vertuan (2013), “é incumbência do professor, nessa perspectiva, analisar as dificuldades dos alunos no processo de Modelagem (principalmente os relacionados à matematização e à interpretação dos processos) e nos conceitos matemáticos suscitados pela atividade” (VERTUAN, 2013, p. 43).

Veronez (2013) também destaca que quando a atividade de modelagem matemática é tomada como uma alternativa pedagógica existe um cuidado e um olhar aos modelos matemáticos e ao seu processo de desenvolvimento com o propósito de buscar suas possibilidades tanto na interpretação da situação quanto como meio para aprender matemática. Nesta pesquisa, esta é concepção que mais se adapta os objetivos pretendidos, por esse motivo nos atentamos para essas questões.

Ao desenvolvermos uma atividade na perspectiva educacional o processo de elaboração de um modelo matemático deve ganhar destaque. Durante o desenvolvimento o professor deve ficar atento, pois podem surgir novos problemas, bem como, conteúdos que podem ser apresentados pelo professor, ou ainda, retomados de forma contextualizada. Dessa forma o desenvolvimento de modelagem é entendido como uma forma de criar ganchos com outros conteúdos matemáticos que, necessariamente, não faziam parte inicialmente dos planos do professor.

Na concepção sócio-crítica, a modelagem matemática se torna uma espécie de pano de fundo para discussões de cunho social, ambiental e político. Percebe-se que nesta perspectiva o foco é conduzido aos momentos de discussão. O fim em si da modelagem não está no modelo, mas principalmente nas discussões que a problemática sugerida pode proporcionar nos círculos mencionados anteriormente. Segundo Barbosa (2008), quando o objetivo da atividade de modelagem é a discussão sobre temas de cunho social, o professor deve mediar a atividade de forma que proporcione a percepção da autonomia e sua formação nos alunos, bem como a importância do que se está pesquisando para a sociedade. Além desse, outro objetivo do professor com essa concepção é de promover ou estimular os alunos a exercer sua cidadania por meio das discussões acerca do tema da atividade e exploração do modelo desenvolvido.

Já na concepção contextual, temos uma concepção que visa evidenciar a importância do desenvolvimento de modelagem matemática por meio de situações-problema. Kaiser e Sriraman (2006), enfatizam que existe uma busca por motivar os alunos com problemas do cotidiano. Nesse tipo de perspectiva é comum o professor apresentar uma atividade de

modelagem antes ou depois da explicação de um determinado conteúdo e fazendo uma série de conexões entre o conteúdo e a atividade. Como o objetivo da atividade é de amarrar algum conteúdo que já foi explicado ou ainda será explicado, nesse caso existe um maior controle do professor sobre a produção dos alunos. Por esse motivo existe um limiar tênue que separa este tipo de concepção para uma atividade de modelagem matemática de uma simples atividade onde os métodos e a condução são pré-determinados pelo professor.

Por fim, a concepção cognitivista da modelagem matemática, contempla a prática e a investigação usando teorias cognitivas como suporte. Segundo Kaiser e Sriraman (2006), nessa concepção existe uma busca e, também, investigação por parte de inúmeros pesquisadores, por questões voltadas ao entendimento mais elementar dos processos de modelagem matemática tomados pelos alunos. Nesse tipo de concepção, tanto professores quanto pesquisadores querem entender por que motivos os alunos tomam as decisões que tomam durante as atividades de modelagem. Esse tipo de informação contribui com *feedback* sobre o que foi feito pelos alunos com o objetivo de melhorar as suas tomadas de decisões durante a atividade até o modo de elaborar as atividades por parte do professor.

Almeida e Vertuan (2010), enfatizam que ao conhecer diferentes perspectivas de modelagem matemática, o professor pode decidir que aspectos são relevantes para cada momento em suas aulas. Rosa (2009), destaca que ao desenvolvermos uma atividade de modelagem em uma aula de Matemática, pode ocorrer que durante seu desenvolvimento surjam, por exemplo, questões de cunho sociais, solicitando assim do professor a migração para o território da perspectiva sócio-crítica. Por esse motivo é interessante que o professor tenha contato algum material que explicita a condução de cada concepção de modelagem matemática.

Apesar de terem sido apresentadas separadamente, nada impede que em certos momentos a atividade de modelagem matemática seja conduzida de tal forma que se caracterize com mais de uma concepção. Por exemplo, em atividades com o objetivo educacional, nada impede que a modelagem também seja utilizada com o propósito contextual. Ou ainda, em pesquisas de cunho cognitivista usar os resultados para melhorar a forma com que se elabora e propõem atividades de modelagem matemática. Por esse motivo é preciso destacar que cada concepção não deve ser tomada como única, mas sim como perspectivas que podem ser usadas de forma complementar, conforme a necessidade e contexto em que se encontra o professor.

Nesta pesquisa consideramos tanto da perspectiva cognitivista, uma vez que consideramos investigar os momentos de geração de ideias durante as atividades de modelagem matemática, quanto da perspectiva educacional, visto que os resultados encontrados permitem

repensar as atitudes que o professor pode tomar com o propósito de estimular a aprendizagem e a criatividade dos alunos. Destacamos que existem pesquisas, como a de Vertuan e Almeida (2016), que se preocupam em discutir a metacognição, especialmente na vertente de monitoramento cognitivo, em práticas de Modelagem Matemática<sup>2</sup>.

Na seção seguinte apresentaremos as fases da modelagem matemática e ações propostas por Almeida e Vertuan (2014) e também os modos de inserção de uma atividade de modelagem de Almeida e Dias (2004).

### **1.3. Fases da modelagem matemática e as ações dos alunos**

Na definição de Almeida, Silva e Vertuan (2012), apresentada anteriormente, a atividade de modelagem matemática é entendida como uma atividade que se inicia na situação problemática e tem como fim uma solução para o problema proposto. Porém, entre esses dois pontos, de partida e chegada, estes autores destacam que existem quatro fases pelas quais o aluno, ou ainda, grupo de alunos, passa durante o desenvolvimento da solução do problema. As quatro fases são as seguintes: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, onde a interpretação de resultados e validação constitui uma única fase. Almeida, Silva e Vertuan (2012), destacam que as fases são ações e procedimentos que precisam ser tomados para o desenvolvimento da solução.

Estes autores destacam que a ordem e o tempo dedicado a cada uma das fases pelos alunos não é algo universal, ou seja, a passagem por cada uma das fases, ou mesmo, a retomada a uma determinada fase, depende tanto da complexidade do problema quanto do modo com que cada aluno lida com o problema. Os autores enfatizam que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem não pode ser visto como um caminho retilíneo, onde basta que o aluno passe por cada uma das fases para chegar à solução do problema. Neste caso o desenvolvimento de uma atividade de modelagem deve ser entendido como um ciclo, pelo fato de que os alunos, muitas vezes, precisam retomar ações e procedimentos constantemente. Vertuan (2013), destaca que “é adequado, por exemplo, que as fases sejam revisitadas sempre que necessário, de modo que o desenvolvimento da atividade de Modelagem seja monitorado pelos alunos de acordo com os planos de ação estabelecidos inicialmente e validados passo a passo” (VERTUAN, 2013, p. 31).

---

<sup>2</sup> <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n56/1980-4415-bolema-30-56-1070.pdf>

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a inteiração é a ação de informar-se a respeito do problema que foi proposto. Nessa fase, geralmente após o contato com a situação inicial, os alunos buscam informações que possam ajudar no desenvolvimento da atividade. Durante a inteiração os alunos geralmente determinam os próximos passos para a resolução do problema, ou seja, que metas precisam ser atingidas. Almeida e Vertuan (2014), explicam que a busca por informações pode se estender durante todo o processo de modelagem, dependendo do grau com que os alunos avançam na compreensão do problema.

Ainda é possível que o professor permita aos alunos a escolha de um tema, neste caso a situação a ser investigada também passa a ser delegada aos alunos. Essa escolha da problemática também faz parte do momento de inteiração, visto que os alunos precisam se informar sobre um determinado assunto e definir que questões querem investigar. Neste caso, os autores destacam que como o tema e a questão de investigação foram definidas pelos próprios alunos, existe uma chance maior de interesse e comprometimento com a atividade. Caso o professor considere escolher o tema e as questões, Vertuan (2013), enfatiza a importância de trabalhar com escolhas que sejam interessantes para os alunos. Uma sugestão é o professor se inteirar sobre os interesses dos seus alunos, seja conversando com outros professores ou prestando atenção às conversas que surgem durante as aulas, ou mesmo, perguntando aos alunos.

A inteiração também pode ser entendida, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), como uma ação cognitiva, neste caso uma ação que faz parte do ciclo de modelagem matemática. Durante a inteiração a principal ação cognitiva é a compreensão da situação e a estruturação dos próximos passos. Como mencionado anteriormente, durante a inteiração os alunos buscam informações para conseguirem proceder durante a atividade de modelagem. Esta busca por informações é uma ação cognitiva que possibilita a compreensão da situação. Diante de todas as informações encontradas, os alunos precisam selecionar e determinar como utilizarão essas informações. Esta ação de selecionar e determinar o que fazer também é uma ação cognitiva, a estruturação. A partir das experiências proporcionadas por essas ações, os alunos passam a fase seguinte, a matematização.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam que após a fase de inteiração os alunos possuem informações em linguagem natural e, muitas vezes, ainda não associadas a uma linguagem matemática. A transformação desse tipo de linguagem para a linguagem matemática ajuda a entender e interpretar que problema precisa ser resolvido, bem como, que ferramentas podem ser utilizadas.

A busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características. Daí que a segunda fase da Modelagem Matemática é caracterizada por “matematização”, considerando esses processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Estas descrições realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação as informações e ao problema definido na fase da inteiração. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16)

Na fase de matematização os alunos precisam decidir quais informações serão levadas em conta na elaboração do modelo matemático, para isto, serão usadas as informações da fase de inteiração. Estas informações, em algum momento, serão transcritas como hipóteses e variáveis do problema. É preciso destacar que nada impede a retomada à fase de inteiração com o objetivo de buscar novos dados e voltar para a matematização, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), este vai e volta é completamente natural durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Outra característica marcante da matematização é a busca por uma nova linguagem para o problema, neste caso uma linguagem matemática. Como destacado na seção anterior, um modelo pode ser elaborado por meio de expressões matemáticas, sentença ou conjunto de sentenças lógicas, tabelas, gráficos, ou ainda, diagramas. O mesmo vale para a representação matemática do problema. A elaboração da representação matemática dependerá tanto dos conhecimentos quanto da motivação dos alunos. Almeida, Silva e Vertuan (2012), explicam que durante a matematização os alunos precisarão mobilizar os conhecimentos prévios que possuem para construir sua representação matemática, por exemplo, se o domínio de expressões matemáticas for limitado isso será refletido na representação. Os alunos também podem se sentir motivados, ou ainda, serem estimulados pelo professor, a aprender novos conhecimentos com o objetivo de usar na elaboração da sua representação matemática. Neste último caso, os alunos precisarão se inteirar de novos conhecimentos antes de retomar a matematização do problema.

Almeida, Silva e Vertuan (2012), destacam que ação de matematização dos alunos é caracterizada pelos seguintes procedimentos: elaboração de hipóteses e escolha de variáveis. A elaboração de hipóteses acontece por meio da simplificação e generalização de informações obtidas com a inteiração. Já a escolha de variáveis depende tanto das hipóteses escolhidas quando dos conteúdos matemáticos que serão usados tanto na construção da representação matemática quanto do modelo. Por esse motivo esses procedimentos são dependentes entre si

durante a matematização. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), “a ação de matematização corresponde à transição da linguagem natural em que o problema é dado para uma linguagem matemática que evidencia o problema matemático a ser resolvido” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16).

De posse da representação matemática do problema, os problemas podem começar a elaboração do modelo do problema o que caracteriza a fase de resolução. Almeida, Silva e Vertuan (2012), explicam que nessa fase o objetivo é a construção do modelo com o propósito de descrever e analisar a situação inicial, responder as questões propostas durante a atividade e, em alguns casos, permitir a realização de previsões. Vertuan (2013) destaca que além da construção, muitas vezes é necessário o uso de conceitos, aplicação de técnicas e métodos, ou ainda, a mudança de representação matemática, para evidenciar outras informações do modelo com o propósito de responder as questões iniciais. Novamente, tais procedimentos necessitam tanto dos conhecimentos prévios quanto da motivação pra buscar novos conhecimentos por parte dos alunos. É interessante destacar que recursos computacionais, como, por exemplo, *softwares* gráficos, são bem-vindos e, sendo assim, cabe ao professor, quando necessário, estimular seus alunos a usar estas ferramentas com o propósito de agregar mais informações aos modelos desenvolvidos.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) apontam que a resolução é caracterizada pela ação cognitiva de síntese de todas as informações obtidas e construídas durante, respectivamente, a inteiração e matematização. A síntese também é um processo extremamente dependente dos conhecimentos prévios, escolhas feitas nas fases de inteiração e matematização e da ação de buscar conhecimentos novos, caso os conhecimentos prévios não sejam suficientes. Por esse motivo o professor precisa ter em mente que a elaboração e investigação do modelo se configuram como uma atividade que vai muito além da simples construção do modelo, pois carregam consigo todas essas ações e ainda as suas respectivas dependências.

Por fim, Almeida, Silva e Vertuan (2013), destacam que a fase da interpretação de resultado e validação, é o momento em que os alunos se voltam para o modelo com o objetivo de analisar e interpretar os resultados, assim como, verificar a validade dos mesmos frente a situação inicial proposta.

[...] A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica em uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação à situação. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.18)

Durante essa fase os alunos precisam fazer o exercício de retomada de tudo que foi feito para entender se os resultados obtidos estão de acordo com as questões formuladas inicialmente. Neste exercício são mobilizadas, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), as ações cognitivas de interpretação e validação. Estas duas ações têm o potencial de estimular os alunos a monitorar os passos durante o desenvolvimento da atividade de modelagem, justamente por fazer pensar sobre o que foi feito e o que está sendo feito. Caso algo não esteja de acordo durante a interpretação e validação, faz-se necessário revisitar todo o desenvolvimento da atividade de Modelagem.

Além destas duas ações, ainda é solicitado aos alunos a ação de comunicar os resultados obtidos após todo o processo de modelagem. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a ação de comunicar implica necessariamente na construção de uma argumentação que permita tanto ao professor quanto aos demais alunos, compreender as escolhas tomadas e os resultados obtidos. Durante a comunicação, devem ficar claras quais informações foram consideradas e quais foram utilizadas efetivamente, que hipóteses e variáveis foram elencadas e quais foram escolhidas, que simplificações foram necessárias, se surgiram limitações durante a elaboração da representação matemática, assim como o modelo ajuda a responder as questões propostas inicialmente. É interessante notar que a ação de comunicação e argumentação também permite e estimula a retomada do processo, pois a dificuldade em construir uma argumentação pode ser o reflexo de lacunas que passaram despercebidas durante o processo de modelagem.

Por meio desta descrição é possível compreender que durante uma atividade de modelagem, os alunos precisam mobilizar inúmeras ações e procedimentos para resolver pouco a pouco situações menores. Contudo esse grau de consciência e monitoramento pode não acontecer nas primeiras atividades de modelagem exploradas pelo professor. Atividades desse tipo não são comuns durante as aulas de matemática e por isso a familiaridade e a receptividade por parte dos alunos precisam ser levadas em conta pelo professor. Como destaca Lorin (2015), “os alunos que não estão acostumados a assumirem essa postura investigativa quando entram em contato com uma atividade de modelagem podem sentir-se perdidos em relação ao modo como proceder e em como utilizar a matemática para solucionar o problema em estudo” (LORIN, 2015, p. 28).

Como apontam Almeida e Vertuan (2014),

[...] qualquer tentativa de implementar atividades de modelagem matemática em sala de aula vem carregada do que se entende por uma aula de Matemática, aceção esta construída durante toda uma formação escolar, geralmente,

vivenciada no paradigma do exercício. (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 09).

Segundo estes autores, alguns alunos irão expressar resistência em trabalhar com atividades de modelagem, já que não sabem ao certo o que deve ser feito. Outros podem reclamar que precisam pensar muito nesse tipo de atividade, o que depõe a favor e não contra a modelagem em sala de aula. Barbosa (2012), explica que tais dificuldades podem ser consequência da maneira como o professor, tradicionalmente, conduz as aulas de matemática, onde o professor acaba por desenvolver atividades algorítmicas.

Esta falta de familiaridade com a modelagem matemática não deve ser um problema, um empecilho ao trabalho do professor, pois existe a possibilidade da inserção gradativa da modelagem matemática, como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012). Essa inserção deve considerar, necessariamente, as características das turmas de alunos, assim como seus interesses.

Segundo Almeida e Vertuan (2014),

[...] a familiarização dos alunos com as atividades de modelagem, por sua vez, pode resultar, para além de uma compreensão acerca do que constitui uma atividade de modelagem, em um aumento no repertório de estratégias de resolução e em certa autonomia, frente a utilização dos conceitos matemáticos, de suas propriedades e de sua importância no contexto do problema. (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 11)

Segundo estes autores, com a inserção gradativa de atividades de modelagem o aluno irá se familiarizar com as atividades em diferentes momentos.

Lorin (2015) acrescenta “que o aluno tem um papel central na atividade de investigar, analisar a situação inicial para então buscar uma solução para o problema proposto” (LORIN, 2015, p. 29). Neste caso, é possível falarmos de fases, ou ainda aspectos, que necessitam de certa autonomia por parte do aluno. A inserção gradativa proposta por Almeida e Dias (2004), a partir do que denominam “momentos”, pode contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos alunos no decorrer das experiências vivenciadas por meio das atividades.

Como enfatiza Setti (2017), a ideia de inserção gradativa pode ser uma forma de enfrentar o ensino tradicional.

Isso porque no contexto em que desenvolveram a pesquisa, possivelmente identificaram esta necessidade de implementar as atividades de Modelagem de modo gradativo, principalmente frente ao enfrentamento da tradição escolar que muito difere da dinâmica de uma aula com Modelagem Matemática e ao estranhamento que a transição de um paradigma a outro pode

suscitar. No entanto, dependendo da característica da turma em que a atividade será desenvolvida ou do objetivo do trabalho, acredita-se não haver necessidade de seguir fielmente estes momentos, de forma linear. (SETTI, 2017, p. 35)

A inserção gradativa, sugerida por Almeida e Dias (2004), pode ser entendida em três momentos que estimulam gradativamente os alunos a trabalhar com mais autonomia em atividades de modelagem matemática. Do primeiro para o terceiro momento, Almeida e Dias (2004), destacam quais devem ser as atitudes do professor e o que esperar dos alunos em cada etapa, com o objetivo de proporcionar a familiarização dos alunos com atividades de modelagem.

No primeiro momento, as autoras destacam que

[...] o professor deve colocar os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que as ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação, são em certa medida, orientadas e avaliadas pelo professor. (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 07)

Nesse primeiro momento o professor pode desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática com a turma toda, demarcando as fases do processo de modelagem e discutindo a importância de cada fase. O professor pode solicitar palpites dos alunos acerca de como poderiam resolver o problema e discutir um a um com a turma antes do desenvolvimento. Estes palpites podem ajudar, juntamente com o professor, os alunos a entender que uma atividade de modelagem tem muitos caminhos para a resolução. Como Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam, um mesmo problema de modelagem pode proporcionar diversos encaminhamentos para a resolução.

No primeiro momento é importante trabalhar com situações não muito complexas, uma vez que a atenção do aluno precisa ser direcionada também nas ações que realizam na atividade de modelagem. Tomar consciência sobre essas ações é potencializar a realização de novas atividades.

Já no segundo momento, Almeida e Dias defendem que

[...] em um segundo momento, uma situação é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo

matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extra-matemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação. (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 07)

Neste caso já observamos que o professor atribui maior autonomia aos alunos, pois as hipóteses, escolhas das ferramentas matemáticas e a coleta de dados, caso exista, ficam por conta dos alunos. Provavelmente surgirão dificuldades neste momento, como, por exemplo, o conhecimento e domínio de conceitos e ferramentas matemáticas por parte dos alunos. Todavia, como destacado anteriormente, uma atividade de modelagem pode contribuir para o conhecimento destas situações. Almeida e Vertuan (2014), pontuam que o professor na condição de orientador deve se esforçar para conhecer seu aluno, bem como, as barreiras que o impedem de progredir. Por isso cabe ao professor conhecer as dificuldades e desenvolver encaminhamentos para enfrentá-las. É preciso destacar que os problemas podem ser levantados pelos alunos, como se tratam de situação não necessariamente matemática. Este seria um momento ideal para o professor solicitar aos alunos a sugestão de problemas para serem estudados.

Por fim, no último momento, Almeida e Dias (2004) explicam que no terceiro momento

[...] os alunos divididos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar. (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 07)

O terceiro momento solicita aos alunos, além do desenvolvimento, a escolha do problema que deverá ser investigado. Nesse caso a elaboração das questões acerca do tema proposto pelo professor, fica por conta dos alunos. É normal que os alunos tenham dificuldade em elaborar questões, contudo o professor pode começar incentivando a investirem em suas ideias. As autoras ainda destacam que a escolha do tema também pode ser feita pelos alunos.

É preciso destacar que a figura do professor colaborador, chamado de professor orientador, por Almeida e Vertuan (2014), é uma figura essencial durante qualquer atividade de modelagem. Esta figura não segue as mesmas características do professor expositor, derradeiro e comum no ensino tradicional. Como sugerem Almeida e Vertuan (2014), “o professor deixa de ser um expositor e passa a ser um orientador que atua, muitas vezes, em caminhos não vislumbrados por ele na preparação da sua aula. Isso porque o caminhar é do

aluno e não dele – cabendo ao aluno criar hipóteses, testá-las, resolver um problema e decidir se a solução é ou não satisfatória” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 14).

No caso desta pesquisa, os sujeitos são alunos da disciplina de modelagem matemática do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática, por este motivo, e por meio das observações, que serão descritas nos capítulos seguintes, percebemos que os sujeitos em questão já foram inseridos em atividades de modelagem que caracterizam o segundo momento. Por esse motivo as atividades elaboradas para esta pesquisa estão de acordo com esse momento.

Como destacado, o papel do professor durante uma atividade de modelagem matemática deve ser de orientador. Por isso na seção seguinte discutiremos este aspecto, bem como, o que compete aos alunos e a dinâmica do trabalho em modelagem com grupos de alunos.

#### **1.4. A modelagem matemática na sala de aula: o que compete ao professor e aos alunos**

Na seção anterior, discutimos as fases e as formas de inserção de uma atividade de modelagem matemática, no entanto pouco foi enfatizado sobre o papel do professor durante esse tipo de atividade. Nessa seção apresentaremos como Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Almeida e Vertuan (2014), recomendam que seja a atitude do professor em modelagem.

No paradigma tradicional de ensino, é comum a exposição de conteúdos seguidos da aplicação de exercícios ou provas, com o objetivo de verificar o que foi aprendido pelos alunos. O professor age como expositor de conteúdos e verifica se os alunos cumpriram o que foi solicitado. Esse tipo de postura não contribui para a realização de atividades de modelagem, perspectiva segundo a qual o professor atua como orientador.

Na posição de orientador o professor entende que seu papel é de captar o que está acontecendo durante a atividade e auxiliar seus alunos por meio do seu conhecimento e experiência. Não se trata de indicar todos os passos, conceitos e ferramentas, mas sim de dialogar e entender o que os alunos estão tentando fazer e assim fazer intervenções quando necessário e de forma pontual. Como enfatiza Vertuan (2014), “um professor que se propõe a realizar atividades de Modelagem precisa monitorar suas intervenções para não impor resoluções aos alunos – a atividade, embora parecesse de Modelagem seria, nesse caso, uma atividade tradicional maquiada” (VERTUAN, 2014, p. 25).

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), o professor orientador precisa fazer perguntas que provoquem seus alunos a refletir sobre o problema, assim como, entender o que os alunos querem fazer e quando necessário indicar possíveis caminhos. Perguntas como, “Por

que você considera isso?”, ou ainda, “Como isso pode ajudá-lo?”, podem ajudar o aluno a repensar o que está fazendo. Os autores destacam que orientar é incentivar os alunos a investir em suas próprias ideias e, ajudá-los quando necessário, mesmo que isso leve a caminhos que são desconhecidos pelo professor. Isso implica em, às vezes, o professor precisar estudar conceitos e ferramentas matemáticas que estavam fora do escopo da aula.

Vertuan (2013), também destaca que

[...] assumir a condição de orientador implica em conhecer o que seu aluno sabe (e principalmente, o que não sabe e está em vias de saber), como ele pensa uma determinada situação e que barreiras o impede de progredir em uma resolução para, a partir de então, baseado nas reflexões oriundas desses conhecimentos, indicar caminhos. Ser orientador é por si só aventurar-se, já que conhecer um aluno é considerá-lo na sua individualidade, implica necessariamente ouvi-lo e nem sempre o professor está preparado para isso. (VERTUAN, 2013, p. 47)

Assumir a postura de orientador exige do professor um esforço para conhecer seus alunos, entender o que eles podem fazer durante uma atividade de modelagem e como pode contribuir para suas aprendizagens. Com essas atitudes o professor colabora com a mudança de perspectiva das aulas de matemática, de um cenário expositivo, derradeiro do paradigma tradicional, para um cenário que favorece a orientação e a investigação por meio de problemas.

Vertuan (2014), destaca a importância de o professor propor atividades de modelagem para serem desenvolvidas em grupos de alunos. Segundo Vertuan (2013), os alunos estão acostumados com trabalhos em grupo dentro da perspectiva tradicional, onde a interação entre os membros não é privilegiada.

Embora trabalhos em grupo sejam comumente propostos pelos professores, nem sempre o trabalho constitui-se uma “atividade colaborativa”. Na disciplina de Matemática, especificamente, muitas vezes os trabalhos em grupo resumem-se à seguinte sequência de ações: cada aluno abaixa a cabeça, resolve a atividade proposta – geralmente similar a outras conhecidas –, e se dirige ao outro apenas para questioná-lo com frases do tipo “terminei e você?” ou “o meu deu tanto e o seu?”, de sorte que se houverem divergências nas respostas, aí sim pode haver uma discussão referente aos modos de resolução de cada elemento do grupo. (VERTUAN, 2013, p. 44)

Vertuan (2013) defende que atividades em grupo precisam ser colaborativas, ou seja, que cada membro do grupo participa e colabora para atingir os objetivos que são comuns a todos. Uma das formas de obter este tipo de dinâmica é por meio de problemas que provoquem os alunos a pensar e debater, onde a voz de cada membro do grupo contribua para a resolução do problema. Como não se trata de um problema que conduz apenas a um caminho, nos

problemas abertos é comum a existência de muitos encaminhamentos. Assim cada aluno pode participar apontando olhares diferentes e colaborando para que o grupo todo entenda outros pontos de vista para o problema.

Segundo Vertuan (2013), uma das formas de promover essa dinâmica colaborativa é por meio de atividades de modelagem, pois

[...] em Modelagem, os estudantes precisam decidir o que investigar, elaborar um problema que seja do interesse do grupo, buscar informações que possibilitem a investigação, elencar hipóteses que carregam as impressões e intenções dos componentes do grupo, bem como construir um modelo representativo da situação e utilizá-lo para responder o problema inicial – atividades essas que requerem, em sua maioria, a existência de diálogos nos quais distintos pontos de vista “conversem”. (VERTUAN, 2013, p. 45)

Vertuan (2013) também explica que ao propor atividades em grupos para os alunos, o professor pode estimular cada grupo a trabalhar em ideias e conceitos diferentes dos demais grupos para o problema. Assim uma atividade de modelagem pode contribuir para “a apresentação das diferentes resoluções entre os grupos pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas diferentes resoluções, sejam esses de cunho matemático, de estratégias de resolução ou de assuntos extra matemáticos” (VERTUAN, 2013, p. 45).

Nesta pesquisa adotamos a ideia de desenvolver atividades de modelagem em grupos de alunos com o objetivo de estimular as discussões. No capítulo seguinte veremos que essa dinâmica se liga fortemente com geração de ideias para resolução de um problema.

O objetivo neste trabalho é identificar e analisar, mais especificamente, os momentos de geração de ideias e quais as implicações destes momentos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem em grupos de alunos já iniciados em modelagem matemática. Para investigar os momentos usamos os Quadros temporais de Shoenfeld (1992), onde foram apresentados temporalmente ao longo do desenvolvimento da atividade em sala. Com os quadros e por meios das análises vertical e horizontal, buscamos entender em que ocasiões os momentos de geração de ideias surgem. Inferimos também em que momento da perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), esses momentos surgem. Além disso, por meio dos episódios de interesse analisamos as falas dos alunos enquanto desenvolviam as atividades com o objetivo de compreender como os alunos lidam com as ideias no âmbito do grupo.

Como será apresentado no capítulo seguinte, esses momentos estão intimamente ligados à criatividade, por esse motivo dedicamos o segundo capítulo à compreensão do conceito de criatividade, bem como, dos modelos atuais para o entendimento da criatividade. Discutiremos

o papel do professor em relação à criatividade e que atitudes podem ser adotadas para promover a criatividade em sala de aula. Por fim, serão apresentadas possíveis conexões entre estas atitudes e a atitude do professor orientador, enfatizada nesse capítulo.

## Capítulo 2 - Introdução à Criatividade

Os momentos de geração de ideias para resolver um problema são parte essencial dos modelos de criatividade. Contudo, para entender estes modelos é preciso se aprofundar no conceito de criatividade. Além disso, também destacamos neste capítulo as possíveis relações entre a modelagem matemática e a criatividade, bem como, que aspectos da modelagem matemática podem estimular a criatividade de um grupo de alunos, considerando inferências decorrentes da revisão de literatura.

Primeiramente trataremos do conceito de criatividade, conceito este, que recebeu inúmeros avanços desde o despontar das investigações em meados do século passado. É preciso destacar que o estudo da criatividade nesse período era predominantemente atividade dos profissionais do campo da psicologia e como pontuam Savic *et al* (2017) “é um assunto complicado para os pesquisadores de matemática pesquisarem, uma vez que existem mais de 100 diferentes concepções de criatividade” (SAVIC *et al*, 2017, p. 25, tradução nossa).

No âmbito internacional, Palsdottir e Sriraman (2017, p. 49) destacam que em geral, há uma escassez de literatura em Educação Matemática que vê a modelagem de um ponto de vista da criatividade. O que ocorre segundo estes autores é tomar equivocadamente o desenvolvimento do modelo matemático, do ponto de vista do campo da Matemática Pura e Aplicada, ou seja, de um produto novo para o campo, como uma manifestação da criatividade na resolução de problemas.

No âmbito nacional temos os trabalhos de Gontijo (2006, 2007a, 2007b, 2012) e Gontijo *et al* (2019) a respeito de criatividade e matemática. Além deste autor, temos o trabalho de Pereira (2008) sobre modelagem matemática e criatividade. Em sua tese, Gontijo (2007a), motivado pela teoria de Perspectivas de Sistemas de Csikszentmihalyi (1999), a respeito da importância de um ambiente que promova a criatividade em sala de aula, buscou concatenar elementos desta mesma teoria com as teorias Vergnaud e Brousseau com o objetivo de evidenciar que aspectos e que práticas são fundamentais para criação de um ambiente de criatividade nas aulas de matemática. Gontijo (2007a, 2012) destaca que a criatividade não é singular. Existem formas de criatividade diferentes e o professor precisa saber como coordenar seus trabalhos para otimizar estes aspectos com seus alunos. Em sua pesquisa, Gontijo (2007b) teve como propósito avaliar a criatividade de alunos por meio de testes psicométricos fazendo a triagem dos dados com ferramentas estatísticas.

Como mencionado anteriormente, Pereira (2008) abordou a criatividade por meio de dissertações onde os pesquisadores fizeram a aplicação de atividades de modelagem com alunos, mais especificamente, alunos da Educação Básica. Em seu trabalho encontramos uma série de aproximações de atividades de modelagem com aspectos que proporcionam a criatividade. A pesquisadora se amparou fortemente nos trabalhos de Alencar e Fleith acerca dos aspectos promotores e inibidores da criatividade. Em nossa pesquisa utilizamos os trabalhos dessas autoras, porém, diferentemente de Pereira (2008), consideramos a Teoria Clássica e três outros modelos acerca da criatividade, Teoria do Investimento, Modelo Componencial e Perspectiva de Sistemas.

## 2.1. O que é criatividade?

Se existe um consenso sobre a definição de criatividade, este consenso estabelece que não existe uma definição universal a respeito do que vem a ser a criatividade. Como explica Lubart (2007, p. 12) a definição de criatividade pode variar conforme a cultura e a época. Por exemplo, existem autores que definem a criatividade a partir da ideia de produto criativo. No entanto como destacam Lubart (2007) e Gontijo *et al* (2019), nestes casos elementos, como, a personalidade e motivação, deixam de ser considerados.

Alencar e Fleith (2003b), também pontuam que:

[...] Muitas são as definições propostas para o termo criatividade. Analisando-as, pode-se constatar que não há acordo quanto ao significado exato do termo nem consenso acerca da extensão em que essa habilidade se diferencia da inteligência, ou, pelo contrário, constitui uma faceta da inteligência que não tem sido avaliada tradicionalmente pelos testes de inteligência. (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 13)

Contudo, se de um lado não existe um consenso a respeito desse conceito, temos que no senso comum a criatividade é definida de forma corriqueira como um fenômeno sem explicação, dom concebido a alguns poucos indivíduos privilegiados, ou ainda, um aspecto intrínseco de pessoas com inteligência acima da média. Segundo Csikszentmihalyi (2014), “a crença comum é que, se a criatividade é rara, é por causa das limitações do lado da oferta; em outras palavras, porque existem poucas pessoas criativas” (CSIKSENTMIHALYI, 2014, p. 106, tradução nossa).

É preciso destacar que muitas destas definições não buscam explicar a criatividade a partir de elementos e relações entre elementos, como fazem diversas teorias, mas sim

consideram a criatividade como um fenômeno que pode se manifestar segundo uma infinidade de possibilidades. Nestas pesquisas, segundo Lubart (2007), é comum explorar a criatividade por meio de testes quantitativos, como os testes de QI, porém sem a necessidade de investigar o que de fato é a criatividade e como é desencadeada.

Como explicam Lubart (2007) e Alencar e Fleith (2003b), atualmente os modelos que buscam explicar o que desencadeia a criatividade do transitam dentro de um conjunto de elementos que gradativamente se tornaram indispensáveis. Ao longo do tempo a definição de criatividade despontou do cenário mais corriqueiro do cotidiano para o mundo das pesquisas. Neste movimento novos aspectos sobre a definição de criatividade, bem como, suas múltiplas dimensões, foram emergindo. Nesse processo de desenvolvimento a definição passou por inúmeras reformulações, segundo diversas tendências na psicologia. Em algumas definições o propósito, por exemplo, era eliminar ou suavizar o viés, exclusivamente inatista amparado na inteligência. Nesses tipos de concepções para a criatividade, os pesquisadores buscavam mostrar que a criatividade possuía elementos próprios que eram independentes dos sujeitos, por isso não poderia ser considerada uma capacidade inata. Em contrapartida, em outros momentos, surgiram novos elementos que estimularam o desenvolvimento de pesquisas, por exemplo, no campo educacional e que se mantém até hoje.

Segundo Lubart (2007), as definições que buscam entender a criatividade como um processo contêm certos elementos básicos, contudo dependendo da área, fundamentação, cultura, ou mesmo, das motivações, o que se observa é a consideração de possuir elementos adicionais, ou ainda, uma ponderação maior ou menor dos elementos básicos. Por exemplo, no campo do *marketing*, predomina na definição a ideia de geração de produtos inovadores para atender uma certa demanda. No entanto, no campo educacional a ideia de inovação é equilibrada com a importância do conceito do ambiente.

Para entender quais são os elementos que se tornaram básicos acerca da criatividade, faremos uma breve retomada de sua trajetória histórica pontuando com os pontos de vista epistemológicos. Partiremos dos desdobramentos das pesquisas do século passado, pois é o momento histórico em que observamos o desenvolvimento de uma série de conceitos e teorias sobre a criatividade (ALENCAR; FLEITH, 2003b, 2007; LUBART, 2007; RIBEIRO; MORAES, 2014; PINHEIRO; CRUZ, 2009; HERSH; STEINER, 2017).

## **2.2. O desenvolvimento do conceito de criatividade**

Como destaca Alencar (1986), na primeira metade do século passado a maioria das pesquisas era voltada à investigação da inteligência. Nesta época os psicólogos buscavam sondar quais eram as ações do pensamento que promoviam a inteligência, bem como, mensurar a inteligência por meio da ferramenta de testes que indicavam o Quociente de Inteligência (teste de QI) das pessoas. As pesquisas eram, em suma, do tipo delineativas e mensurativas, ou seja, pesquisas que tentavam rastrear padrões que evidenciavam a abundância, ou ainda, ausência de inteligência. Entendemos que este modo de proceder pode ser explicado pelo paradigma positivista hegemônico da época que desconsiderava o que não poderia ser mensurado. Segundo Alencar (1986), nesse período predominou “a ideia de que a inteligência era fixa, unidimensional e desprendida de qualquer influência que o ambiente tivesse a oferecer” (ALENCAR, 1986, p. 13).

Alencar e Fleith (2003b) destacam que nesta época a criatividade era definida a partir dos conceitos de produtos criativos, bem como, a relevância deste produto criativo. O critério de relevância indicava que a resposta não poderia ser apenas nova, mas também apropriada para o problema. Além disso, “tinha-se em mente que produtos criativos deveriam alcançar patamares irreconhecíveis até o presente momento, por esse motivo eram estatisticamente infrequentes e naturalmente inovadores” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p.18).

Segundo Alencar (1986) e Lubart (2007), prevaleceu o consenso de que a criatividade não apresentava questões próprias, pois a criatividade, tomada nesta época como um fenômeno, era uma habilidade de alguns poucos privilegiados, ou ainda, capacidade intrínseca dos indivíduos que evidenciavam inteligência acima da média. No primeiro caso, a criatividade era vista “como uma espécie de dom divino, presente apenas a um grupo seletivo de indivíduos” (ALENCAR, 1986, p. 13). Segundo Pinheiro (2009), as desculpas para o não investimento de pesquisas acerca deste assunto ainda se amparava no senso comum de que a criatividade era um ato místico que impossibilitava a compreensão.

Já a segunda hipótese, era de que a criatividade nada mais era do que uma manifestação da inteligência. As poucas pesquisas que existiam naquela época acerca da criatividade eram delegadas às investigações feitas para tentar explicar as ações do pensamento em torno da inteligência. Por esse motivo, os trabalhos que surgiam a respeito da criatividade tentavam explicar uma possível relação de causa e efeito entre a inteligência e a criatividade. Além disso, como pontua Alencar (1986), outro fato que contribuiu para monotonia das pesquisas em criatividade nestes anos, era a crítica a inexistência de ferramentas que poderiam mensurar a criatividade, o que apontava, segundo os pesquisadores da época, a inacessibilidade de isolar o

fenômeno da criatividade do fenômeno da inteligência. Como é possível notar, nessa época tanto a inteligência quanto a criatividade eram tratados como fenômenos, por isso o conformismo dos pesquisadores em não buscar definições para a criatividade.

Como explicam Alencar e Fleith (2003a, 2003b, 2007), a partir de meados da década de 1950 começam a proliferar o número de pesquisas a respeito da criatividade, porém o viés de investigação, seguindo a tradição das décadas passadas, ainda era delineativo. Nesta época, os pesquisadores buscavam destacar quais eram os traços de personalidade que evidenciavam a criatividade e como mensurar a criatividade em uma escala. Como explica Lubart (2007), era como definir a criatividade como mais uma habilidade de pessoas que tinham certas características, como por exemplo, pessoas criativas em afinidade com atividades artísticas.

Entre os anos de 1950 e 1970, surge o conceito de pensamento divergente nas investigações do psicólogo inglês Joy Paul Guilford<sup>3</sup>. Este psicólogo, amparado na tendência da Gestalt, criou a hipótese de que a criatividade seria um fenômeno que requer várias ações intelectuais, pensamento convergente e o pensamento divergente, onde se encontram as habilidades de flexibilidade, fluência e originalidade. Suas investigações permitiram a criação da primeira teoria, atualmente denominada de Teoria Clássica, segundo Pinheiro e Cruz (2009), a respeito do fenômeno da criatividade.

Segundo Lubart (2007):

[...] dentro dessa visão, a criatividade se apoia sobre as diferentes operações mentais e particularmente sobre o pensamento divergente, que é a capacidade de encontrar um grande número de ideias a partir de um estímulo único, em nome do que muitos testes seriam desenvolvidos. (LUBART, 2007, p. 14)

Alencar e Fleith (2003a), explicam que o pensamento divergente é caracterizado por momentos onde a mente começa a produzir muitas ideias novas sob diversas perspectivas e que podem contribuir para o progresso da resolução de um problema. Juntamente com o pensamento divergente, existe o pensamento convergente que age analisando essas novas opções em busca de uma ideia que seja adequada para o problema, ou ainda, que seja interessante de ser empreendida. Segundo a Teoria Clássica, não basta ter uma grande quantidade de ideias se não houver algum pensamento que age selecionando as ideias que merecem atenção. Nesse caso

---

<sup>3</sup> Joy Paul Guilford foi um psicólogo, psicometrista, professor, pesquisador e escritor, estadunidense do século XX. Guilford lecionou nas universidades do Kansas, Nebraska e Sul da Califórnia, nessa época desenvolveu sua teoria da estrutura do intelecto acerca da inteligência e personalidade e diversas publicações que tratavam da criatividade e os pensamentos convergente e divergente. Guilford também trabalhou durante a década de 1950 como pesquisador para as forças áreas dos EUA ajudando no entendimento das funções cognitivas necessárias para pilotar aviões e treinamento de pilotos.

momentos de geração de ideias acontecem devido a constante alternância do pensamento divergente e pensamento convergente.

É interessante destacar que a noção corriqueira de *insight's*, momentos de surgimento de ideias, já observada nas pesquisas delineativas, se conectou com os conceitos de pensamento convergente e divergente de Guilford.

Segundo Copley, Westwell e Gabriel (2017).

O pensamento divergente é o primeiro passo de uma resposta criativa a um problema em que existem múltiplas possibilidades, como é o caso da maioria dos problemas do mundo real. Ele oferece aos alunos opções diferentes quando não vêem imediatamente o (s) algoritmo (s) a serem implantados. Ele instiga os alunos a se perguntarem “Como eu posso fazer isso?” Em vez de “Posso fazer isso?” E depois responder com “Bem, isso depende...” - um ponto de partida para o pensamento divergente. (CROPLEY; WESTWELL; GABRIEL, 2017, p. 194, tradução nossa)

É preciso destacar a importância das ações de fluidez/fluência, flexibilidade e originalidade para a criatividade nos trabalhos de Guilford. Para este autor, o processo criativo é o processo de resolução de uma determinada tarefa que resulta em uma resposta criativa. No modelo de Guilford, uma resposta criativa era entendida a partir do seu valor e seu potencial de inovar. O conceito de fluência diz respeito, segundo Alencar e Fleith (2003b), “à capacidade do sujeito de produzir um número considerável de ideias, dentro de sua área de atuação, ou ainda, de seu domínio, para responder uma pergunta ou resolver um problema” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 28). É por meio desse conceito que surgia uma nova forma de avaliar a criatividade, onde o número de respostas concebidas indicava o índice de fluência.

Já a flexibilidade é a ação do indivíduo de fazer inúmeras mudanças na forma como uma situação ou problema é tomado. A flexibilidade pode ser vista nos momentos em que precisamos mudar nosso ponto de vista sobre uma determinada situação ou problema com o propósito de resolver, ou ainda, obter mais informações a respeito do que foi proposto. Em matemática, Savic *et al* (2017), destacam que a flexibilidade é utilizada, por exemplo, quando é preciso mudar de abordagem para provar um teorema ou afirmação. Pode surgir, ainda, ao resolver uma equação por uma perspectiva diferente. A partir do conceito de flexibilidade, Guilford criou o teste de escore de flexibilidade, onde um escore alto indicava o potencial da pessoa em “romper com um padrão de pensamento, visualizando o problema sob vários enfoques” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 28).

A terceira dimensão do pensamento criativo é a originalidade e é definida como produção de respostas incomuns. Sobre a resposta, Alencar e Fleith (2003b), destacam a

importância de a resposta ser “estatisticamente rara”, dentre as respostas já conhecidas. Este aspecto é o que garante a base do teste que avalia a originalidade e é conhecido por *Títulos*. Neste teste é contada uma história inusitada ao indivíduo que precisa escrever quantos títulos puder a respeito do que lhe foi apresentado. As respostas são agrupadas da mais comum até as mais infrequentes. A respeito destes testes, Lubart (2007) explica que:

Quando o potencial criativo é avaliado, seguindo o princípio dos testes de pensamento criativo divergente, o indivíduo testado é convidado a produzir o maior número de ideias possíveis, que posteriormente são recenseadas (índice de fluidez), categorizadas (índice de flexibilidade) e comparadas, em termos de frequência, com uma amostra dada (índice de originalidade). (LUBART, 2007, p. 78)

Nessa época, graças as pesquisas de Guilford começam a despontar as investigações a respeito do desenvolvimento da criatividade, em outras palavras, começam a surgir os famosos exercícios e programas de desenvolvimento da criatividade. Entre os programas que surgiram nesta época, temos o *Brainstorming* de Alex F. Osborn em 1965, a primeira versão do método *Creative Problem Solving (CPS)* de Sid Parnes em 1962.

Tan e Sriraman (2017), também destacam que o pensamento convergente atua como complemento ao pensamento divergente.

[...] O pensamento convergente desempenha um papel importante no aprendizado matemático. Muitos dos primeiros processos de aprendizado, como classificação, contagem, empilhamento, categorização, convergem para a abstração da contagem e cardinalidade e a base para a generalização do número. À medida que os alunos progredem através da matemática, as estruturas que encontram tornam-se cada vez mais abstratas (conjuntos, relações e assim por diante) com a generalização como uma característica fundamental do pensamento matemático. Em certo sentido, abstração e generalização podem ser vistas como uma convergência de pensamento de diferentes propriedades de objetos matemáticos e a capacidade de eliminar semelhanças superficiais para focar em similaridades estruturais. (TAN; SRIRAMAN, 2017, p. 118, tradução nossa)

Estes autores explicam que do ponto vista matemático, o pensamento convergente ajuda a organizar as hipóteses levantadas durante o processo de geração de alternativas do pensamento divergente. O pensamento convergente atua conectando, ou ainda, eliminando, as alternativas levantadas com o repertório de conhecimento e experiências do sujeito. Segundo Cropley, Westwell e Gabriel (2017), “o pensamento convergente faz muitas associações para suportar a tarefa em mãos. Ideias inadequadas ou inúteis são eliminadas e ideias que são

significativas e úteis são selecionadas para retenção” (CROPLEY; WESTWELL; GABRIEL, 2017, p. 194, tradução nossa).

Neste período de 1950 a 1970 o psicólogo Ellis Paul Torrance, que mais tarde ficaria imortalizado pelos seus testes de Torrance, se interessa pelos novos elementos incorporados à definição de criatividade. Inicialmente, Torrance e colaboradores se dedicaram a avaliar a extensão e a qualidade dos testes propostos por Guilford. Destas pesquisas e anos de estudos no campo da psicometria, Torrance desenvolveu seus testes de avaliação de criatividade.

Como apontam (ALENCAR; FLEITH, 2003a; ALENCAR; FLEITH, 2003b; ALENCAR; FLEITH, 2007; MORAES; PINHO, 2017), desde a década de 1970 muitos pesquisadores, descontentes com as produções derradeiras da tradição delineativa, vem apresentando novos posicionamentos acerca da criatividade, bem como, novos elementos desconsiderados até a presente época. Segundo Alencar e Fleith (2003b) a visão tradicional de criatividade, visão bem caracterizada por Ribeiro e Moraes (2014), como geocêntrica, isto é, centrada apenas no sujeito e sua bagagem genética, gradativamente foi perdendo força.

O descontentamento dos pesquisadores desta época, principalmente, os do movimento humanista, com a concepção inatista da criatividade, motivou novas pesquisas com o objetivo de buscar formas de mostrar que a criatividade pode ser estimulada por meio de estratégias. Alencar e Fleith (2003b), explicam que sob influência do movimento humanista e existencialista, pesquisadores como Abraham Maslow<sup>4</sup>, Rollo May<sup>5</sup> e Carl Rogers<sup>6</sup>, empenharam-se em desenvolver e difundir os famosos programas de treinamento e técnicas de estimulação de criatividade. Estes pesquisadores, movidos pelo seu viés ideológico, contrariavam a ideia de que a criatividade era uma variável ingênita. Devido a estas pesquisas começa a ser difundida a ideia de que todas as pessoas são mais ou menos criativas, e que a criatividade por natureza é fenômeno multidimensional.

Outra eminente contribuição destes psicólogos do movimento humanista foi a evidência do aspecto volitivo. Segundo estes psicólogos a vontade de realizar uma determinada tarefa, ou

---

<sup>4</sup> Abraham Maslow foi um psicólogo estadunidense do século XX. Maslow é considerado o pai da Psicologia Humanista, uma corrente que se situa entre a psicanálise e o behaviorismo. Além de ter desenvolvido a tendência humanista na psicologia, este psicólogo também contribuiu para o avanço das pesquisas acerca das dimensões da personalidade por meio da sua Teoria da Personalidade e Teoria da Pirâmide das Necessidades.

<sup>5</sup> Rollo May foi um psicólogo estadunidense do século XX. May contribuiu para o desenvolvimento da psicologia existencialista, abordando temas como: existência, liberdade, angústia, depressão, razão de viver e o ato de criação e a criatividade.

<sup>6</sup> Carls Rogers foi um psicólogo estadunidense do século XX. Rogers assim como Maslow, também foi um psicólogo que dedicou boa parte de sua vida ao desenvolvimento da psicologia humanista. Rogers é reconhecido principalmente pela criação da Abordagem Centrada na Pessoa, porém seus trabalhos versam sobre diversos assuntos, entre eles, o ato de criação e a criatividade.

ainda, de resolver um determinado problema, buscando a auto realização, era um elemento mobilizador e canalizador da criatividade. Nas palavras de May (1982).

O processo criativo deve ser estudado, não como o produto de uma doença, mas como a representação do mais alto grau de saúde emocional, a expressão de pessoas normais, no ato de atingir a própria realidade. A criatividade está no trabalho do cientista, como no do artista; do pensador e do esteta; sem esquecer os capitães da tecnologia moderna, e o relacionamento normal entre mãe e filho. (MAY, 1982, p. 32)

Segundo Lubart (2007), para estes psicólogos e pesquisadores, a criatividade era um meio de aproximar-se de suas potencialidades, tal como, implicaria na autoaceitação de si, da coragem e liberdade de espírito. Além disso, Alencar e Fleith (2008), destacam que o movimento humanista chamou a atenção dos demais pesquisadores da época para a importância do ambiente para a criatividade.

Em consequência da emergência das novas visões de pesquisa, começam a surgir entre a década de 1970 e 1980 os primeiros modelos sistêmicos a respeito da criatividade. Nesse novo paradigma para a criatividade os pesquisadores (ALENCAR; FLEITH, 2003b, LUBART, 2007; HERSH; STEINER, 2017) passaram a considerar novos elementos no estudo da criatividade. Como explica Lubart (2007), “desde a década de 1980, assistimos ao desenvolvimento da abordagem múltipla da criatividade. Conforme essa abordagem, a criatividade requer uma combinação particular de fatores relevantes do indivíduo, como ações intelectuais e traços de personalidade, além do contexto ambiental” (LUBART, 2007, p. 16).

Nesse novo momento, os novos modelos para a criatividade não a tomam apenas como um fenômeno interpessoal e desconexo de um contexto, mas como um processo que necessita de um ambiente e um corpo, denominados juízes, ou ainda, especialistas. Nesses novos modelos a criatividade é amarrada ao ambiente, entendido como de ordem fatores sociais, culturais e históricos, dando lugar a ideia de um “*processo sistêmico*” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 79).

Segundo Gontijo *et al* (2019), graças a este novo paradigma surgem três modelos no período de 1980 ao final de 1990 com o propósito de explicar a criatividade: a Teoria do Investimento em Criatividade, o Modelo Componencial da Criatividade e a Perspectiva de Sistemas. Na sequência apresentaremos estes modelos acerca da criatividade, bem como os aspectos e relações que estes modelos têm com o ambiente.

### **2.3. Teoria do Investimento**

Este modelo para a criatividade foi proposto inicialmente por Robert Sternberg<sup>7</sup> em meados da década de 1980. Nesta época, como explicam Alencar e Fleith (2003a), Gontijo (2007a) e Lubart (2007), Sternberg considerava que o novo modelo para a criatividade deveria incluir o ambiente. Segundo Sternberg e Lubart (1991), o ambiente era um elemento negligenciado nas pesquisas da década anterior e que teria potencial de estimular, ou ainda, inibir a criatividade. É preciso destacar que o modelo inicial de Sternberg apresentado no final da década de 1980 foi expandido com a ajuda do psicólogo Todd Lubart<sup>8</sup>, por este motivo este modelo, denominado de Teoria do Investimento, é considerado uma criação conjunta destes dois pesquisadores. Vale ressaltar que o nome desta teoria denota uma metáfora do mundo financeiro, onde “ao considerar que as pessoas criativas são aquelas dispostas a comprar barato e vender caro no plano de ideias” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 79).

Nesta teoria Sternberg e Lubart (1991), enfatizam que a criatividade é um processo sistêmico que integra seis elementos: inteligência, estilos intelectuais, conhecimento, motivação, personalidade e o ambiente. Alguns destes elementos, como explicam Sternberg e Lubart (1991) não são novidade, porém os pesquisadores dos paradigmas precedentes geralmente postulavam uma fonte de criatividade ou se concentravam em um determinante da criatividade, excluindo outros. O diferencial da Teoria do Investimento foi evidenciar estes fatores que eram observados, como, por exemplo, o ambiente, mas não recebiam a devida atenção.

Segundo Alencar e Fleith (2003b), a inteligência é um aspecto que diz respeito à habilidade do sujeito de (i) tratar um problema proposto de várias formas, de (ii) avaliar qual entre as ideias manifestadas vale a pena investir, bem como, (iii) saber comunicar os resultados de forma clara e persuasiva. Alencar e Fleith (2003a) ressaltam que as soluções mais criativas são resultado da ação de redefinição de problemas, o que acontece, por exemplo, por meio da alternância pensamento convergente/divergente, mencionada anteriormente. É interessante destacar que nesta teoria a inteligência é subdividida em três aspectos, a novidade vem por meio da ideia de mensurar qual das ideias manifestadas valem o esforço e como devem ser comunicados os resultados de forma a convencer o outro.

---

<sup>7</sup> Robert Sternberg é um doutor em psicologia, psicometrista e escritor estadunidense. Sternberg recebeu seu título de doutor pela Universidade Stanford. Durante os anos de 1980 e 1990, Sternberg dedicou seu tempo em pesquisas tanto acerca da inteligência quanto da acerca da criatividade. Nesta época o autor desenvolveu a Teoria Triárquica da Inteligência e a Teoria do Investimento.

<sup>8</sup> Todd Lubart é um doutor em psicologia e escritor estadunidense. Durante a década de 1980 e 1990, Lubart desenvolveu inúmeras pesquisas acerca da criatividade, juntamente com Robert Sternberg.

Na teoria de Sternberg e Lubart (1991), as ideias podem surgir de três formas: codificação seletiva, comparação seletiva e combinação seletiva. A codificação seletiva diz respeito ao momento que o sujeito reconhece no próprio problema informações relevantes para sua solução. Como pontua Lubart (2007), a codificação seletiva ajuda a explicar por que pessoas criativas geralmente conseguem perceber oportunidades onde as demais pessoas não veem. A comparação seletiva é a habilidade de observar semelhanças entre ideias diversas, bem como, experiências do passado, com o propósito de apresentar novas dimensões e oportunidades para o problema. Segundo Lubart (2007), neste caso é comum o uso analogias e metáforas. Já Alencar e Fleith (2003a), destacam que a comparação seletiva é também a ação de buscar em seu repertório referências e indicações de caminhos para a resolução do problema. A última classificação é a combinação seletiva, neste caso estão as ideias “consequências” de conexões de duas, ou mais, informações. Lubart (2007), explica que a reagrupação de ideia, a título de exemplo, pode influenciar no surgimento de novas dimensões, ou ainda, estratégias, na resolução de um problema.

Já os estilos intelectuais servem para explicar as várias formas que o sujeito usa para explorar suas ideias. Sternberg e Lubart (1991) concebem três formas de exploração no processo criativo: legislativo, executivo e judiciário. No primeiro caso se encontram as pessoas que têm inclinação para montar e desmontar o problema mudando suas regras, neste caso predominam as pessoas que tem facilidade para lidar com o pensamento flexível. Como explicam Pinheiro e Cruz (2009), “o estilo legislativo de pensamento é particularmente importante pelo seu caráter individualista e não conformista” (PINHEIRO; CRUZ, 2009, p. 501). Segundo Alencar e Fleith (2003b), as pessoas criativas são mais propensas a proceder de acordo com estilo legislativo. O estilo executivo diz respeito às pessoas que têm afinidade pela implementação das ideias. Já o estilo judiciário é caracterizado pelas pessoas que julgam e avaliam as ideias. Além disso Sternberg e Lubart (1991) enfatizam que um estilo não é em si uma habilidade, mas uma maneira preferida da pessoa de usar uma das habilidades para abordar uma tarefa ou situação.

O aspecto seguinte da teoria de Sternberg e Lubart é o conhecimento. Este aspecto refere-se ao conhecimento e experiências que uma pessoa tem em alguma área. Como explica Gontijo (2007a), o conhecimento diz respeito ao domínio que a pessoa deve ter de uma determinada área para introduzir mudanças. Alencar e Fleith, também destacam que “sem conhecimento se corre o risco de se descobrir o que já se sabe, deixando de se identificar problemas da área efetivamente importantes” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 80). Essas

autoras querem dizer que o conhecimento do sujeito é um elemento que pode permitir novos caminhos em torno de um problema. Pinheiro e Cruz (2009) também destacam que o conhecimento deve ser balanceado já que ele oferece, ao mesmo tempo, os instrumentos da criação e a inflexibilidade que podem engessar a criatividade.

Já a motivação é um aspecto que indica que relação a pessoa irá manter com o problema que foi proposto. Como explicam Alencar e Fleith (2003b), “é importante a influência da motivação no processo criativo, uma vez que as pessoas estão muito mais propensas a responder criativamente a uma dada tarefa quando estão movidas pelo prazer de realizá-la” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 81). A motivação pode ser intrínseca ou extrínseca, sendo que a motivação intrínseca diz respeito aos interesses e gostos pessoais pelo problema abordado. A motivação intrínseca pode ser entendida como a afinidade e vontade da pessoa de realizar uma determinada tarefa. Em todos os casos suscitados até o momento, mencionamos que o ambiente é um dos fatores promotores da criatividade, contudo mesmo em ambientes desfavoráveis, por exemplo, durante uma guerra, a motivação pessoal para resolver uma tarefa pode superar as adversidades.

A personalidade é outra característica que recebeu atenção no modelo de Sternberg e Lubart. A personalidade da pessoa pode estimular seu potencial criativo, ou ainda, inibi-lo. Segundo Gontijo (2007a) e Gontijo *et al* (2019) certos atributos de personalidade, como por exemplo, perseverança, otimismo, autoconfiança, ajudam a impulsionar a criatividade. Porém a existência de todos os elementos não é uma condição *sine qua non* para a criatividade. Lubart e Sternberg (1991) afirmam que a ausência de algum destes aspectos, por exemplo, perseverança, não condiciona a impossibilidade de criar. Estes autores explicam que a ausência de algum dos aspectos ligados à criatividade pode ser equilibrada por meio da abundância de outro aspecto, por exemplo, no caso anterior, o conhecimento.

Por fim, temos o ambiente, que segundo Sternberg e Lubart (1991) pode influenciar a criatividade de três formas diferentes: i) estimula a geração de ideias; ii) fornece suporte para o desenvolvimento; iii) avalia o produto, ou ainda, ideia de resolução, com receptividade. Estes autores explicam que o ambiente de trabalho das pessoas altamente criativas, geralmente, é extremamente receptivo, tanto do ponto de vista das ideias quanto das avaliações. No ambiente criativo a avaliação de ideias deve ser cuidadosa, pois uma avaliação negativa, fruto, por exemplo, de uma opinião precipitada, pode ser o suficiente para silenciar alguma ideia criativa que estava a acontecer. Como apontam Alencar e Fleith (2003a), “sabe-se que a criatividade não ocorre no vácuo e não pode ser vista fora deste contexto, especialmente porque tanto a

pessoa como o produto são julgados e avaliados como criativos ou não por pessoas do seu contexto social” (ALENCAR; FLEITH, 2003a, p. 04).

É interessante destacar que produtos criativos podem surgir em lugares onde não existem as condições suscitadas por Sternberg e Lubart (1991), ou seja, um ambiente receptivo. Por exemplo, em momentos de guerra, onde não temos nenhuma das condições levantadas por esses autores, pessoas ainda assim conseguiram resolver problemas de forma inovadora. Os autores destacam aspectos importantes, no entanto a criatividade pode surgir mesmo em condições desfavoráveis. Nestes casos, o estilo intelectual pode ter contribuído. Todavia as ideias inovadoras podem surgir em locais que não possuem todos os aspectos apresentados pelos autores.

A Teoria de Investimento possui inúmeras aplicações no campo da criatividade, principalmente na mensuração e descrição de características que podem estimular a criatividade. Por este motivo esta teoria é buscada quando se deseja montar programas de treinamento de criatividade em organizações.

Na sequência apresentamos o modelo Componencial de Amabile (1982, 2011), bem como, como este modelo avança sobre as discussões acerca da motivação e sua relação intrínseca com a criatividade.

## **2.4. Modelo Componencial**

O Modelo Componencial surgiu, assim como a Teoria de Investimentos, na década de 1980 graças aos estudos da psicóloga Teresa Amabile<sup>9</sup>. Diferentemente de Sternberg e Lubart, Teresa Amabile buscou apontar em seus trabalhos os problemas acerca das pesquisas e modelos que enfatizavam a quantificação da criatividade. Com o objetivo de superar o paradigma vigente dos modelos de criatividade, Amabile desenvolveu suas pesquisas considerando a importância do julgamento e da motivação no produto criativo.

Segundo Amabile (1982),

[...] Os estudos que empregaram o julgamento subjetivo claramente evitaram um dos problemas observados anteriormente com os testes de criatividade. Ao usar as avaliações dos juízes, eles apresentam uma avaliação da criatividade na qual a natureza subjetiva da medida é direta e revelada, em contraste com

---

<sup>9</sup> Teresa Amabile é uma doutora em psicologia, pesquisadora e escritora, estadunidense. Amabile recebeu seu título de doutora em psicologia pela Universidade de Stanford em 1977. Durante os anos 1970 e 1980, Amabile dedicou seu tempo ao estudo da criatividade e a elaboração de seu Modelo Componencial.

a aparente objetividade dos testes de criatividade. (AMABILE, 1982, p. 998, tradução nossa)

Amabile (1982) também enfatiza que os modelos dessa época sofriam fortes críticas a respeito da definição de criatividade, fato este já discutido anteriormente por Guilford. Em sua essência, Amabile (2011) explica que todas as teorias acadêmicas contemporâneas apresentam a definição de criatividade como uma combinação de novidade e adequação. A maioria das teorias descreve um processo pelo qual um indivíduo produz ideias criativas, e a maioria inclui elementos de habilidades e motivação. A principal crítica de Amabile (1982) foi no sentido de que a definição de criatividade, na maioria das vezes, estava amarrada ao conteúdo dos testes quantitativos. Mesmo que existissem testes para vários aspectos da criatividade, como proposto por Guilford e Sternberg e Lubart, ainda era difícil o diálogo entre os testes. Por exemplo, um coeficiente baixo em um teste de flexibilidade e um alto coeficiente em um teste originalidade. A discrepância entre os coeficientes acabava sendo explicada como um aspecto da personalidade do sujeito, ou ainda, meramente como um acaso, explicações estas, análogas às conclusões dos estudos e modelos de cunho delineativo. Interessada em avançar na direção da importância do julgamento, Amabile conduziu seus estudos considerando esse elemento na definição de criatividade. Para a autora:

Um produto ou resposta é criativo na medida em que observadores apropriados concordam que é criativo. Observadores apropriados são aqueles familiarizados com o domínio no qual o produto foi criado ou a resposta articulada. Assim, a criatividade pode ser considerada como a qualidade de produtos ou respostas julgadas criativas por observadores apropriados, e também pode ser considerada como o processo pelo qual algo tão julgado é produzido. (AMABILE, 1982, p. 1001, tradução nossa)

Amabile (2011) destaca que a partir desta definição é que buscou, em seu modelo, explicar como fatores cognitivos, motivacionais, sociais e de personalidade influenciam na criatividade. Nesse contexto, a autora busca explicar a criatividade por meio da interação dos seguintes elementos: habilidades de domínio, processos criativos relevantes e motivação.

A habilidade de domínio diz respeito ao conhecimento e experiências que um sujeito tem de alguma área. A autora explica que essas habilidades “compreendem as matérias-primas sobre as quais o indivíduo pode extrair todo o processo criativo - os elementos que podem ser combinados para criar respostas possíveis, e a expertise com a qual o indivíduo julgará a viabilidade das possibilidades de resposta” (AMABILE, 2011, p. 03, tradução nossa). Segundo Alencar e Fleith (2003b), ideias criativas, neste modelo, são como ideias que surgiram graças a

sensibilidade e amplo conhecimento que o sujeito tem de sua área. É preciso destacar que Amabile considera o conhecimento tanto em nível formal, quanto em nível informal, como, por exemplo, experiências do cotidiano. Aspectos inatos, como, por exemplo, segundo a autora, predisposição para artes, música, ou ainda, matemática, também são apontados como parte de habilidades de domínios, porém não são considerados elementos imprescindíveis.

Os processos criativos relevantes se referem ao estilo de trabalho, como Amabile (1982) explica, o modo de encarar problemas de cada sujeito. Segundo a autora, este aspecto engloba as estratégias que favoreçam geração de ideias. Como já discutimos anteriormente, a geração de muitas ideias é uma etapa essencial para a resolução de um problema, ou ainda, a emergência de um produto novo. Os processos criativos também incluem estratégias que permitem a flexibilidade de ideias, “por exemplo, analisar uma informação sob diferentes pontos de vista, ou através de metáforas, pode contribuir para melhor compreensão do domínio” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 04).

Outro elemento dos processos criativos é o estilo cognitivo, segundo Alencar e Fleith, neste aspecto também se encontram:

[...] quebra de padrões usuais de pensamento, quebra de hábitos, compreensão de complexidades, produção de várias opções, suspensão de julgamento no momento de geração de ideias, flexibilidade perceptual, transferência de conteúdos de um contexto para outro e armazenagem e recordação de idéias. (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 04)

Como destacam estas autoras as ações sobre o domínio juntamente com os processos criativos permitem ao sujeito a criação de estratégias, ou seja, caminhos, para geração de novas ideias frente a um problema. Nessas condições as estratégias mais comuns destacadas por estas autoras são tornar o familiar estranho, gerar e testar muitas hipóteses, usar analogias e brincar com as ideias.

O último elemento desta teoria é a motivação e segundo (ALENCAR; FLEITH, 2003a, 2003b; AMABILE, 1982, 1997, 2011; GONTIJO, 2007b; LUBART, 2007) é o elemento que mais se destaca dentre as demais teorias, bem como, tem ampla utilidade no contexto escolar e empresarial. Lubart (2007) destaca que a motivação, intrínseca e extrínseca, ajudam a estimular o sujeito a se engajar plenamente em uma tarefa, além de prever certas atitudes frente à tarefa que foi proposta. A motivação no Modelo Componencial é dividida em motivação intrínseca e motivação extrínseca. Alencar e Fleith (2003a, 2003b) destacam que tanto a motivação intrínseca, quanto a motivação extrínseca, são fortemente definidas pelo ambiente em que o sujeito está inserido. Estas duas autoras, amparadas no Modelo Componencial, criaram uma

lista de elementos que promovem e inibem a criatividade. Mais à frente apresentaremos e discutiremos estas pesquisas de Alencar e Fleith.

Segundo Amabile (1997; 2011) a motivação intrínseca é a motivação para empreender uma tarefa, porque a tarefa tem valor para o sujeito. Amabile destaca que um princípio central da teoria componencial é o princípio da motivação intrínseca da criatividade, “as pessoas são mais criativas quando se sentem motivadas principalmente pelo interesse, prazer, satisfação e desafio do próprio trabalho” (AMABILE, 2011, p. 04, tradução nossa). A autora também destaca que a recompensa de tarefas é um aspecto que pode estimular a motivação intrínseca, ou ainda, dificultar o pleno envolvimento do sujeito com a tarefa. Em suas pesquisas, Amabile (2011) enfatiza que pessoas que se envolvem em projetos, independentemente das recompensas, são mais propensas a desenvolver produtos criativos. No entanto, a existência de recompensa não inibe a motivação intrínseca. O que percebemos é que no modelo componencial, existe uma linha tênue que separa a motivação intrínseca da motivação extrínseca, e que a forma com que a recompensa estabelecida para a tarefa, ou problema, é um dos aspectos decisivos na disposição, intrínseca ou extrínseca, que o sujeito terá.

Como destacado, a motivação extrínseca é fortemente influenciada pela recompensa, bem como, pelas pressões do meio em que a tarefa foi proposta. Segundo Amabile, “enquanto a motivação intrínseca representa a paixão e pleno envolvimento por uma tarefa que é envolvente, desafiadora ou satisfatória para alguém, a motivação extrínseca surge em ambientes onde existem recompensas contratadas, vigilância, competição, avaliação ou pré-requisitos para fazer algo de uma determinada maneira” (AMABILE, 2011, p. 04, tradução nossa).

Em suas pesquisas, Amabile (2011) destaca que em ambientes organizacionais, isto é, empresas e espaços corporativos, é comum que a criatividade seja bloqueada por conta do excesso cobranças e prazos que estes lugares apresentam. Entre os problemas mais comuns, estão: “tais como normas de criticar duramente novas ideias; problemas políticos dentro da organização; uma ênfase no *status quo*; uma atitude conservadora e de baixo risco entre a alta administração; e excessiva pressão de tempo” (AMABILE, 2011, p. 05, tradução nossa). Por outro lado, está autora também destaca que mudanças de atitudes nestes ambientes de trabalho podem contribuir. Por exemplo, estimular as pessoas a formar grupos de trabalhos para realização de tarefas, buscar mecanismos (técnicas) para geração e compartilhamento de ideias, entre outras atitudes.

Diferentemente da Teoria de Investimentos, no modelo componencial temos mais aproximações com o ambiente escolar. Amabile (1997), destaca que a maioria das pesquisas

amparadas em seu modelo buscam investigar, ou ainda, desenvolver, a criatividade com alunos. O elemento motivação em sua teoria ajuda a entender como certas atitudes, que até o momento passavam despercebidas, aos olhos dos pesquisadores, podem influenciar a criatividade. Outro avanço essencial em sua teoria é reconhecer o julgamento, ou seja, um elemento parcial ou considerado a partir de um consenso entre pessoas, como parte essencial da definição de criatividade e produto criativo. Ao compararmos o modelo de Sternberg e Lubart com o modelo de Amabile, percebemos que enquanto um diversifica o olhar sobre a criatividade, buscar captar a criatividade em várias dimensões, o outro, busca ancorar a criatividade sempre sob influência de elementos motivacionais e desmotivacionais. É preciso destacar que em ambos os modelos o ambiente é um elemento essencial, porém no modelo componencial surge a concepção de ambiente como um meio onde existem pessoas que julgam ideias.

## 2.5. Perspectiva de Sistemas

A Perspectiva de Sistemas foi criada pelo psicólogo húngaro Mihaly Csikszentmihalyi<sup>10</sup> durante suas investigações a respeito da criatividade nos anos de 1970 a 1990. No início de seus estudos nos anos 1970, Mihaly Csikszentmihalyi acreditava que a criatividade, assim como os demais psicólogos da época, era um fenômeno passível de ser mensurado, bem como, poderia ser evidenciado por meio dos estudos de relatos de casos das pessoas altamente criativas. Contudo Csikszentmihalyi (2014), explica que pouco a pouco sua concepção foi mudando.

[...] Como a maioria dos psicólogos, quando comecei a estudar criatividade há mais de 30 anos, estava convencido de que se tratava de um processo puramente intra-psíquico. Eu simplesmente presumi que se poderia entender a criatividade com referência aos processos de pensamento, emoções e motivações dos indivíduos que produzem novidades. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 101, tradução nossa)

Csikszentmihalyi começou a perceber que as avaliações de criatividade, advindas da Teoria Clássica da Criatividade e demais perspectivas, estavam negligenciando que os

---

<sup>10</sup> Mihaly Csikszentmihalyi é um doutor em psicologia, psiquiatra e escritor de origem húngaro. Csikszentmihalyi desenvolveu uma série de pesquisas na década de 1970 acerca da felicidade e da motivação que culminaram anos mais tarde na criação da Teoria do Flow, também conhecida como Teoria do Fluxo. Durante a década de 1980, Csikszentmihalyi dedicou suas pesquisas a criatividade. Nessa época, após uma extensa revisão de literatura e amparado nas descobertas da Teoria do Flow, Csikszentmihalyi cria seu próprio modelo para a criatividade: a Perspectiva de Sistemas.

avaliadores, denominados de juizes e especialistas por Csikszentmihalyi, também influenciariam, por meio de seus conhecimentos e experiências, os resultados dos testes.

[...] todo teste de criatividade, seja para responder a tarefas de pensamento divergente ou para pedir às crianças que produzam desenhos com azulejos coloridos, é avaliado por juizes ou avaliadores que avaliam a originalidade das respostas. O pressuposto tácito é que uma qualidade objetiva chamada "criatividade" é revelada nos produtos e que juizes e avaliadores podem reconhecê-la. Mas sabemos que juizes especialistas não possuem um padrão externo e objetivo para avaliar respostas "criativas". Seus julgamentos se baseiam em experiências passadas, treinamento, preconceitos culturais, valores pessoais e preferências idiossincráticas. Assim, se uma ideia ou produto é criativo ou não, não depende de suas próprias qualidades, mas do efeito que é capaz de produzir em outros que estão expostos a ela. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 102, tradução nossa)

Por este motivo, em seus trabalhos Csikszentmihalyi passa a considerar que o fenômeno da criatividade é construído socialmente por meio da relação entre o sujeito e o público, onde a criatividade não pode ser tomada como um produto individual. A emergência de um produto criativo necessita de juizes, bem como, está amarrada ao parecer que estes especialistas emitem sobre o produto. Nessa teoria temos um princípio relativista do conhecimento, onde novos conhecimentos estão ancorados no consenso de grupo. Segundo Csikszentmihalyi “a definição de criatividade que aspire a objetividade terá que reconhecer o fato de que o público é tão importante para sua constituição quanto o indivíduo a quem é creditado” (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 103, tradução nossa).

Com base nestas considerações e mudanças de perspectivas, Csikszentmihalyi considera novos horizontes que incluam o ambiente em suas pesquisas sobre a criatividade, nas suas palavras:

Assim, partindo de uma perspectiva estritamente individual da criatividade, fui forçado pelos fatos a adotar uma visão que engloba o ambiente em que o indivíduo opera. Esse ambiente tem dois aspectos principais: um aspecto cultural ou simbólico que aqui é chamado de domínio; e um aspecto social chamado campo. A criatividade é um processo que pode ser observado apenas na intersecção onde os indivíduos, domínios e campos interagem. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 103, tradução nossa)

Segundo Alencar e Fleith (2003b), na Perspectiva de Sistemas é defendida constantemente a ideia de que o foco das investigações precisa estar nos sistemas sociais e não apenas no indivíduo. Em seus trabalhos acerca da criatividade Csikszentmihalyi (1999, 2014) busca sempre defender a importância de investigar onde está a criatividade, assim como, as relações entre as pessoas e este ambiente. Como explica Gontijo (2007b), “assim, os estímulos

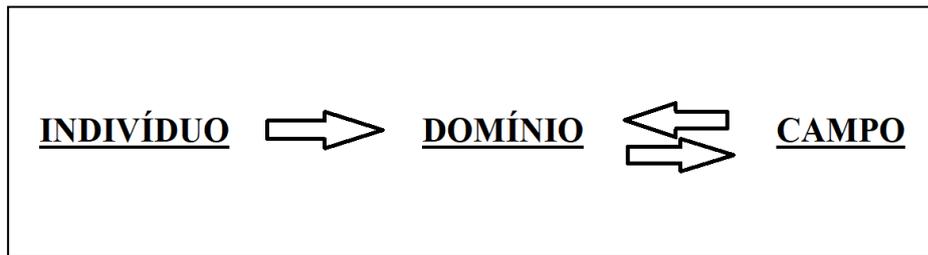
que as pessoas recebem podem produzir diferenças em suas produções criativas, levando umas a terem uma grande produção, enquanto outras, não” (GONTIJO, 2007b, p. 156). Por esse motivo, sua teoria é a que melhor se ajusta a esta pesquisa, visto que não buscamos mensurar a criatividade do sujeito, mas, sim, lançar suposições aulas de matemática com atividades de modelagem matemática, no qual interagem estudantes (indivíduos), professores (campo) e o conhecimento matemático (domínio) para a solução de um problema.

Em sua teoria, Csikszentmihalyi considera que a criatividade é um fenômeno que precisa de três elementos essenciais: indivíduo, domínio e campo. O fator indivíduo refere-se ao sujeito constituído de personalidade, interesses (motivações), conhecimento e experiências. Segundo Alencar e Fleith (2003b), neste aspecto também entram a fluência, flexibilidade e abertura a novas experiências e ideias. Assim como Sternberg e Lubart (1991), em sua teoria Csikszentmihalyi (1999) enfatiza que todos estes aspectos não precisam estar presentes, pois a abundância de algum deles pode equilibrar a carência de outros.

Outro elemento de sua teoria é o domínio, caracterizado pelo conhecimento existente, bem como, suas regras e procedimentos. Segundo Gontijo (2007b), o domínio consiste em um conjunto de conhecimentos, ou ainda, saberes, organizados pelos especialistas (campo) em suas respectivas áreas do conhecimento. Nesta teoria a criatividade pode ser explicada por meio das variações que o indivíduo consegue produzir no domínio. Como explicam Pinheiro e Cruz (2009), o indivíduo, na Perspectiva de Sistemas, deve produzir variações no domínio, por meio de sua motivação, personalidade, ou ainda, apropriação de conhecimentos. Outro vetor para criatividade neste modelo é a afinidade, em nível de conhecimentos e experiências, que o indivíduo tem com o domínio, pois “o indivíduo que tem oportunidades de conhecer a fundo um domínio terá mais chances de identificar inconsistências e propor uma nova abordagem ao domínio” (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 94).

O último elemento é o campo e é constituído por todas as pessoas que podem influenciar o domínio. Esse elemento é caracterizado pelos especialistas, também denominados, nesta teoria, de juízes. São estas pessoas que decidirão se uma ideia nova deve ser incorporada ao domínio, ou mesmo, ser rejeitada.

Figura 1: Permeabilidade do Domínio



Fonte: autor.

Em seu modelo, Csikszentmihalyi (2014) explica que o indivíduo pode modificar o domínio. O indivíduo, conhecendo um determinado domínio e propondo algo novo, por exemplo, uma ideia, precisa que essa ideia seja avaliada pelos especialistas desse domínio. Quando os especialistas acordam que a ideia tem valor para domínio, essa nova ideia passa a ser incorporada ao domínio.

Segundo Csikszentmihalyi (2014).

[...] O termo "campo" é frequentemente usado para designar uma disciplina inteira ou um tipo de empreendimento. No contexto atual, no entanto, quero definir o termo em um sentido mais restrito e usá-lo para se referir apenas à organização social do domínio - aos professores, críticos, editores de periódicos, curadores de museus e diretores de agências. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 104, tradução nossa)

Como enfatizam Pinheiro e Cruz (2009), nessa perspectiva “os especialistas tem o objetivo de julgar, premiar, ou mesmo, desencorajar os indivíduos com base nos fatores econômicos, ideológicos, técnicos e logísticos de sua época” (PINHEIRO; CRUZ, 2009, p. 503). Percebemos que nesta teoria, uma ideia pode ser considerada criativa a partir do ponto de vista de um especialista, ou seja, de um ponto de referência. Como pontua, Csikszentmihalyi.

[...] Mesmo os psicólogos de tendência individualista concordam que, para ser chamado de criativo, um novo produto deve ser socialmente valorizado. Sem alguma forma de avaliação social, seria impossível distinguir ideias que são simplesmente inusitadas daquelas que são genuinamente criativas. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 109, tradução nossa)

Na Perspectiva de Sistemas, os especialistas podem ser vistos como a membrana do domínio, que pode aceitar ou impedir a entrada de ideias novas às estruturadas precedentes. A Perspectiva de Sistemas não delega o potencial criativo aos especialistas, mas evidencia um aspecto velado nas pesquisas das décadas passadas: o julgamento!

"Quem tem o direito de decidir o que é criativo?" De acordo com a abordagem centrada no indivíduo, essa questão não é problemática. Uma vez que se pressupõe que a criatividade está localizada na pessoa e expressa em seus trabalhos, basta que algum "especialista" reconheça sua existência. Então, se alguns professores de jardim de infância concordarem que o desenho de uma criança é criativo, ou um grupo de físicos do Prêmio Nobel julgar a teoria criativa de um jovem cientista, então a questão é fechada, e tudo o que precisamos descobrir é como o indivíduo conseguiu produzir o desenho ou a teoria. (CSIKSZENTMIHALYI, 2014, p. 111, tradução nossa)

Ressaltamos até aqui a importância do ambiente, no entanto os fatores individuais também têm sua importância segundo a Perspectiva de Sistemas. Segundo Csikszentmihalyi (2014) as pessoas tendem a inovar quando estão motivadas, tem amplo conhecimento sobre um domínio, flexibilidade, ou ainda, seu repertório de experiências fornece indícios a respeito de um problema. Por esse motivo, este autor enfatiza a importância dos elementos individuais das perspectivas anteriores, como, por exemplo, o fundamental conceito de pensamento divergente para a geração de ideias. O conceito de pensamento divergente é outro elemento que foi investigado por Csikszentmihalyi e colaboradores.

No início de suas pesquisas Csikszentmihalyi considerava que o pensamento divergente, definido por Guilford, poderia coexistir com o elemento individual de seu modelo. Porém Csikszentmihalyi percebeu que a definição proposta por Guilford poderia ser ampliada dentro das hipóteses da Perspectiva de Sistemas. Segundo Csikszentmihalyi e Sawyer (2014), as ideias que surgem por meio da alternância do pensamento convergente e pensamento divergente não podem ser apenas um fenômeno individual, uma vez que o ato de comunicação destes requer o mínimo de interação social. Csikszentmihalyi e Sawyer (2014) mostraram isto em uma pesquisa onde as pessoas tinham ideias para resolver um problema. Inicialmente as pessoas expressavam suas opiniões sobre os caminhos ou possíveis soluções para um problema, depois eram questionadas sobre estas opiniões. Os pesquisadores descobriram, por meio das entrevistas, que as ideias eram ajustadas antes de serem emitidas por conta da ansiedade do julgamento dos especialistas.

[...] Embora o momento do insight criativo geralmente ocorra de forma isolada, ele é cercado e contextualizado dentro de uma experiência contínua que é fundamentalmente social, e o *insight* não teria sentido, fora desse contexto. Portanto, para entender melhor as entrevistas, precisávamos incorporar perspectivas que explorassem as formas pelas quais os fatores sociais influenciavam as etapas do processo criativo. (CSIKSZENTMIHALYI; SAWYER, 2014, p. 76, tradução nossa)

Nesta perspectiva, assim como a comunicação de um novo produto depende do aspecto da persuasão, a comunicação das ideias também depende. A diferença é que enquanto o novo produto é o objeto final a ser confrontado com o domínio, a geração de ideias, geralmente, é a parte inicial da criatividade. É preciso destacar que os resultados de Csikszentmihalyi e Sawyer (2014) não invalidam a geração de ideias consequência da alternância pensamento convergente e pensamento divergente, mas sim explicam que existe um ajuste na sua comunicação intrínseca ao ambiente que a pessoa está inserida.

Dentre as teorias apresentadas, parece-nos que a mais adequada para a investigação na sala de aula é a perspectiva de Sistemas. Nessa teoria, podemos considerar o professor o especialista do ambiente, bem como, seus julgamentos a respeito dos produtos propostos pelos alunos. Todavia, atentamos para o fato de que, no chão da sala de aula não se espera que um aluno provoque mudanças no campo da matemática, embora, caso aconteça, seja extremamente bem-vindo, mas que uma análise em termos de criatividade, considere o ambiente, os níveis de ensino em que os alunos se encontram, bem como o que se entende pertinente para o grupo de alunos. Como enfatizam Alencar e Fleith (2003b), o ambiente social e cultural, nesse caso, a sala de aula, desempenha um papel importante, uma vez que pode estimular ou inibir o envolvimento do indivíduo em uma área de conhecimento ou domínio. Outro fator é a receptividade do professor, pois segundo Csikszentmihalyi (2014), a receptividade do especialista pode estimular ou inibir a criatividade. Por esse motivo, julgamentos precipitados devem ser suspensos.

Diante destas considerações e outras que exploraremos na próxima seção, como o professor pode tanto favorecer, por meio de atitudes ou atividades, quanto suprimir o ambiente criativo. Voltando nossa atenção para a definição de criatividade apresentada no início deste capítulo, podemos considerar a perspectiva de Sistemas e o ambiente como sendo o ambiente da sala de aula, e definir a criatividade como a emergência de um produto (ou resolução) novo (a) que tenha valor tanto para os alunos quanto para o professor.

## **2.6. O ambiente criativo e o ambiente inibidor da criatividade**

Como destacamos anteriormente, Alencar e Fleith têm diversos trabalhos (ALENCAR; FLEITH, 2003a, 2003b, 2005; ALENCAR; OLIVEIRA, 2008; ALENCAR; LIMA, 2014; ALENCAR, 1998; ALENCAR, 1999) acerca do ambiente criativo, tanto para o setor empresarial, quanto para a Educação Básica e Ensino Superior, por este motivo dedicamos esta

seção à apresentação e discussão de suas pesquisas. No setor empresarial, as autoras ministraram palestra acerca de criatividade e motivação. Os trabalhos de Alencar e Fleith, pesquisadoras com mais de 30 anos de experiências na área, cobrem diversos aspectos do tema criatividade, passando pela trajetória histórica (ALENCAR, 1998; ALENCAR, 1999; ALENCAR; OLIVEIRA, 2008; ALENCAR; FLEITH, 2003b), panorama atual dos modelos de criatividade (ALENCAR; FLEITH, 2003a; ALENCAR; FLEITH, 2003b), até suas pesquisas sobre elementos que estimulam e inibem a criatividade (ALENCAR, 1986; ALENCAR, 2007; ALENCAR; FLEITH, 2005; ALENCAR; FLEITH, 2010; ALENCAR; OLIVEIRA, 2010; ALENCAR; LIMA, 2014).

Segundo Alencar (1998) por décadas a pesquisa, principalmente, em nível internacional, sobre criatividade, tem evidenciado que fatores ambientais podem promover, ou mesmo, inibir, a criatividade, tanto na área empresarial, quanto no campo educacional.

Alencar e Fleith (1999), destacam que:

[...] condições que promovem a criatividade na educação constituem-se tema de atenção crescente em décadas recentes. Tem sido lembrado que a capacidade de criar é essencial na sociedade do conhecimento, fator chave para lidar com as mudanças rápidas e complexas que caracterizam o mundo contemporâneo. Por esta razão, é fundamental que as instituições de ensino superior, que ocupam uma posição central na formação dos futuros profissionais, tenham como uma de suas metas o desenvolvimento do potencial criativo dos estudantes. (ALENCAR; FLEITH, 2010, p. 201)

Nossa ênfase será em apresentar a discussão sobre os elementos potencialmente promotores da criatividade, bem como, os elementos de potencial inibidor, para o contexto da Educação Básica e Ensino Superior, segundo as referidas autoras.

Segundo Alencar e Fleith (2003b) um dos aspectos mais negativos do atual sistema educacional diz respeito ao tratamento de problemas por parte dos professores. No ambiente escolar uma das formas de promover, ou ainda, minar, a criatividade é por meio de problemas, no entanto, estas autoras, salientam que desde o início os alunos aprendem a forma errada de tratar problemas. Um dos obstáculos concerne a ideia de que todos os problemas propostos pelo professor têm uma única resposta correta, sendo a dicotomia de certo e errado constantemente fortalecida. Outro obstáculo é o tratamento do erro por parte do professor, podendo, se estender aos colegas de turma também, onde a imposição por respostas corretas e devidamente formatadas acaba por minar a geração de ideias. Estes problemas, e outros, que apresentaremos na sequência, são exemplos de fatores inibidores da criatividade segundo Alencar e Fleith (2003b, 2005).

Alencar e Fleith (2003b), destacam que o modo como se dá o tratamento do erro também pode inibir a criatividade. Uma das alternativas para tratar o erro é por meio de *feedback*, onde o professor, ao invés de dizer apenas que algo está errado, irá apresentar comentários que ajudem o aluno a refletir sobre o que fez. O *feedback* é o retorno do professor sobre algo que o aluno fez acreditando que estava correto, mas que na situação configurava-se como erro.

Fatores inibidores podem impactar na criatividade de múltiplas formas. Por exemplo, em se tratando de problemas com resposta única, temos que os alunos podem abandonar suas ideias de resolução sobre o problema e buscar o caminho que acreditam ser o esperado pelo professor. Além disso, o erro pode gerar sentimentos de vergonha e constrangimento, criando barreiras ainda mais resistentes à comunicação e apresentação de ideias que um aluno tem sobre um determinado problema.

Segundo Alencar e Fleith (2003b)

[...] É também comum dar destaque à incapacidade, à ignorância e à incompetência do aluno, deixando de assinalar o que cada um tem de melhor em termos de talentos e habilidades. Isso leva ao desenvolvimento de uma visão pessimista dos próprios recursos intelectuais, da capacidade de criar, de propor novas ideias e de vislumbrar novas possibilidades e opções diante de problemas e desafios. (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 134)

Por esse motivo, inclusive, estas autoras enfatizam a importância do professor refletir sobre sua postura e buscar mudanças frente a estes tratamentos. O professor que deseja despertar o desenvolvimento da criatividade em seus alunos precisa ser mais polivalente em se tratando de problemas.

Em seus trabalhos, ao tratarem do desenvolvimento da criatividade em sala de aula, Alencar e Fleith (2003b, 2005, 2010) apresentam os fatores facilitadores e inibidores da criatividade. Estes fatores nada mais são do que um conjunto de atitudes que o professor pode ter em sala. Todas as atitudes foram elencadas ao longo de anos de observação e análise de dados referentes à criatividade no contexto escolar.

Segundo Alencar e Fleith (2003b, p. 140), o professor pode promover a criatividade por meio dos seguintes fatores:

- Utilizar atividades que possibilitem ao aluno exercitar seu pensamento criativo;
- Fortalecer traços de personalidade, como autoconfiança, curiosidade, persistência, independência de pensamento, coragem para explorar situações novas e lidar com o desconhecido;

- Ajudar o aluno a se desfazer de bloqueios emocionais, como o medo de errar, o medo de ser criticado, sentimentos de inferioridade e insegurança;
- Expor os alunos apenas a críticas construtivas;
- Diversificar as estratégias docentes utilizadas em sala de aula;
- Propiciar um clima em sala de aula que reflita valores fortes de apoio à criatividade;
- Dar tempo ao aluno para pensar e desenvolver suas idéias;
- Ter expectativas positivas com relação ao desempenho da criança;
- Criar um clima em sala de aula em que a experiência de aprendizagem seja prazerosa;
- Não se deixar vencer pelas limitações do contexto em que se encontra;
- Valorizar produtos e ideias criativas;
- Considerar o erro uma etapa do processo de aprendizagem;
- Estimular o aluno a imaginar outros pontos de vista;
- Dar ao aluno oportunidade de escolha, levando em consideração seus interesses e suas habilidades;
- Prover oportunidades para que os alunos se conscientizem de seu potencial criativo, favorecendo, dessa forma, o desenvolvimento de um autoconceito positivo;
- Cultivar o senso de humor em sala de aula;

Todos estes fatores se fundamentam, segundo Alencar e Fleith (2003b), no reconhecimento das ações, dificuldades e competências dos alunos, apoio à expressão de novas ideias, provisão de incentivos às novas ideias e busca por atividades que ofereçam desafios e oportunidades de atuação criativa.

O primeiro aspecto mencionado por Alencar e Fleith (2003b), diz respeito a elaboração de atividades que estimulem os alunos a gerar ideias. Nesse caso, entram as atividades abertas. Como discutido, nessas atividades existe a possibilidade de os alunos resolverem de diversas formas e por meio de ideias que não haviam sido consideradas pelo professor. Juntamente, as autoras destacam a importância de dar tempo ao aluno para resolver esse tipo de atividade. Momentos como esse, são o que as autoras chamam de oportunidades para promover o potencial criativo dos alunos. Essas atividades, por exemplo, são maneiras de o professor diversificar as formas de ensino. Nesse caso, os alunos são estimulados a tomar a frente na resolução.

As autoras destacam também que é necessário proporcionar críticas construtivas aos alunos. Essas críticas podem ser entendidas como momentos de *feedback* do professor, isto é, momentos em que o professor orienta sobre o que foi feito ao invés de apenas dizer “certo” ou

“errado”. Alencar e Fleith (2003b), apontam que esses momentos são a oportunidade de o professor ajudar o aluno a rever erros.

O tratamento do erro é um tema muito discutido por Alencar e Fleith (2003b). Essas autoras, destacam que uma falta de cuidado com as ideias dos alunos pode minar o processo criativo. Isso não significa deixar de corrigir, mas sim tomar cuidado com a forma com que o erro é trabalhado com o aluno.

Como mencionado anteriormente, a comunicação de uma ideia é uma das fases da criatividade. Por isso, Alencar e Fleith (2003b) destacam a importância do professor estimular seus alunos a participarem das aulas com suas ideias. As autoras explicam que muitas vezes os alunos deixam de participar por medo de serem julgados, mais especificamente, ridicularizados, pelo professor ou pelos colegas. Esse é um aspecto que pode ser trabalhado pelo professor convidando os alunos a opinar e mediando as discussões para que ninguém seja julgado pelos demais colegas.

Quanto aos fatores inibidores, Alencar e Fleith (2003b, p. 141) destacam que a criatividade pode ser suprimida paulatinamente, ou ainda, repentinamente, caso o professor tenha os seguintes aspectos:

- Atitudes autoritárias por parte do professor;
- Hostilidade com relação ao aluno que questiona, critica, discorda;
- Pressão ao conformismo, que se manifesta em um currículo inflexível e em uma rotina em sala de aula que não se altera;
- Ênfase exagerada na reprodução do conhecimento em detrimento da produção de ideias originais;
- Ausência de uma preocupação em favorecer o desenvolvimento de um autoconceito positivo e sentimentos de competência.

Alencar e Fleith (2003b) explicam que o autoritarismo do professor é um dos aspectos que mais afeta a produção de ideias. Segundo as autoras, é necessário tempo para que as ideias se manifestem, assim como, temas que sejam do interesse dos alunos. Como mencionado anteriormente, é necessário proporcionar, por exemplo, momentos de atividades abertas e ter paciência para orientar os alunos.

Abaixo organizamos dois quadros com as estratégias que Alencar e Fleith (2003b, p. 142), destacam acerca do ensino e planejamento de atividades que o professor pode buscar visando o desenvolvimento da criatividade.

#### Quadro 1: Estratégias de Ensino promotoras da criatividade

- Dar ao aluno feedback informativo.
- Relacionar os objetivos do conteúdo às experiências dos alunos.
- Variar as tarefas propostas aos alunos, as técnicas instrucionais e as formas de avaliação.
- Criar um espaço para divulgação dos trabalhos dos alunos.
- Oferecer aos alunos informações que sejam importantes, interessantes, significativas e conectadas entre si.
- Compartilhar com os alunos experiências pessoais relacionadas ao tópico estudado.
- Orientar o aluno a buscar informações adicionais sobre tópicos de seu interesse.

Fonte: ALENCAR; FLEITH, p.142, 2003b.

#### Quadro 2: Estratégias em Atividades promotoras da criatividade

- Levem o aluno a produzir muitas ideias;
- Envolvam análise crítica de um acontecimento;
- Estimulem o aluno a levantar questões;
- Levem o aluno a gerar múltiplas hipóteses;
- Estimulem o desenvolvimento, no aluno a habilidade de explorar consequências para acontecimentos que poderão ocorrer no futuro;

Fonte: ALENCAR; FLEITH, p.142, 2003b.

Por fim concordamos que todos esses aspectos podem influenciar a criatividade, visto que muitos deles estão alinhados com a perspectiva de modelagem adotada nessa pesquisa. Contudo, reconhecemos que a criatividade pode surgir em condições desfavoráveis, condições não tão amistosas quanto as que Alencar e Fleith (2003b) apontam, como quando a solução de um problema se dá em situações de pressão e ansiedade.

### **2.7. Confluências entre a modelagem matemática e os modelos de criatividade**

Neste trabalho adotaremos a visão de modelagem matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2012), por isso buscaremos aproximações dos modelos de criatividade apresentados com a concepção destes autores. Porém destacamos que alguns dos elementos que aproximaremos não são exclusivos da concepção de modelagem matemática de Almeida, Silva

e Vertuan (2012), ou seja, podem ser vistos em outras concepções de modelagem matemática. Por exemplo, Pereira (2008) destaca inúmeras confluências entre a modelagem matemática na perspectiva de Barbosa e Burak e a criatividade.

Escolhemos a visão de Almeida, Silva e Vertuan (2012) pelo modo que explica as ações dos alunos durante uma atividade de modelagem. Esse aspecto permite entendermos em que momento especificamente, por exemplo, inteiração, matemática, ou outra fase, a geração de ideias aconteceu e concatenar com as considerações que esses autores fazem sobre cada uma das fases.

É possível considerar que atividades de modelagem matemática na perspectiva apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012) possuem inúmeros aspectos que podem ser relacionados aos modelos de criatividade descritos anteriormente. O primeiro deles é a possibilidade de propor aos alunos uma experiência com problemas que permitem diversos caminhos de resolução, aspecto enfatizado por Alencar e Fleith (2003b). Segundo essas autoras, os alunos aprendem desde cedo que os problemas têm sempre uma única solução, por isso acabam sentindo que caminhos não têm tanto valor quanto o caminho ensinado pelo professor. Ao propor atividades de modelagem, o professor entende que os alunos poderão percorrer caminhos que não foram vislumbrados por ele.

Outro obstáculo destacado por Alencar e Fleith (2003b), diz respeito à postura do professor em relação ao erro, onde a exigência por respostas corretas e segundo o padrão do professor pode minar a criatividade. A forma com que o professor trata o erro pode gerar sentimentos de vergonha, ou ainda, constrangimento, criando barreiras à comunicação e apresentação de ideias. Como apresentado no capítulo anterior, o professor deve assumir uma postura de orientador durante uma atividade de modelagem. O professor orientador entende que o erro faz parte do processo de aprendizagem e que algo precisa ser feito por meio dele, como, por exemplo, retomar conceitos, buscar novas alternativas pedagógicas ou mesmo investigar com mais paciência o que está acontecendo. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a modelagem matemática deve ser vista com uma alternativa pedagógica que permite explorar diversos aspectos do processo de ensino e aprendizagem.

Cropley, Westwell e Gabriel (2017) enfatizam que o pensamento divergente é o primeiro passo para uma resposta criativa e que isso acontece com problemas que permitem múltiplas possibilidades. Os autores destacam que o pensamento divergente atua em problemas onde os alunos não identificam imediatamente algoritmos de resolução, isso estimula a se perguntarem e lançar diversas ideias para a resolução. Segundo Sternberg e Lubart (1991) e

Amabile (1982), a geração de ideias promovida pela alternância pensamento convergente/divergente é essencial para que possa existir geração de ideias. Por esse motivo, propor atividades de modelagem pode ser um caminho para estimular este tipo de pensamento, bem como, os alunos entenderem em que condições, muitas vezes, suas ideias surgem.

A motivação é outro elemento fundamental e que é destacado nos três modelos de criatividade apresentados. Tanto Amabile (2011) quanto Csikszentmihalyi (2014), enfatizam que as pessoas são mais criativas quando lidam com questões que são do seu interesse. Segundo esses autores, a motivação pode ser entendida como a vontade e o entusiasmo de se manter trabalhando em uma tarefa, por que esta tarefa tem valor para o sujeito. Uma das formas de estimular a motivação é por meio de questões que tem valor para uma pessoa, por exemplo, questões estas que se tem prazer em resolver independentemente de qualquer retribuição externa. Além destes autores, os psicólogos da corrente humanista e existencialista, Maslow, May e Rogers, também destacaram a importância do aspecto volitivo para que a criatividade aconteça. Segundo May (1982), a vontade de realizar uma determinada tarefa, buscando a auto realização, é um elemento mobilizador essencial para canalizar a criatividade. Este autor considera que a criatividade deve ser entendida como o mais alto grau de saúde emocional e intelectual, por ser uma das formas de permitir a realização pessoal.

Assim como outros pesquisadores da modelagem, Almeida, Silva e Vertuan (2012), enfatizam a importância de buscar temas que são do interesse dos alunos em atividades de modelagem matemática. Isso pode ser feito por meio de perguntas aos alunos ou prestando atenção nas conversas que acontecem paralelamente à aula com o intuito de captar temas de interesse. Essa atitude pode estimular a criatividade na medida que proporciona problemas que têm valor para os alunos.

Como destacado, em seus trabalhos Csikszentmihalyi (1999, 2014) busca defender a importância de investigar a criatividade e entender que relações existem entre as pessoas e o ambiente. Em sua teoria a criatividade é consequência da interação do indivíduo, domínio e campo, onde o campo, entendidos, como os juízes e especialistas, desempenham um papel decisivo sobre uma determinada produção. Segundo Pinheiro e Cruz (2009), os especialistas podem, por meio de seu julgamento, premiar, ou ainda, desencorajar os indivíduos. Pensando em uma atividade de modelagem, o professor é quem será considerado pelos alunos o especialista. Por esse motivo o julgamento das ideias e dos modelos também será considerado pelos alunos como tarefa do professor. Em se tratando do professor orientador, descrito por

Almeida, Silva e Vertuan (2013), temos a postura de alguém que busca encorajar os alunos a trabalhar sempre que possível nas suas próprias ideias.

Destacamos que os aspectos apresentados da perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), podem ser vistos, com menor ou maior ênfase, em outras perspectivas de modelagem matemática.

Por fim, chamamos a atenção para o aspecto do julgamento como um aspecto que pode ser considerado pelo professor durante atividades de modelagem matemática, já que é ele quem avaliará a produção de seus alunos. Neste caso, destacamos como produção tudo que foi elaborado pelos alunos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, isso permite que seja analisado não apenas o modelo produzido, mas todas as interações que os alunos tiveram entre si, com os diferentes meios e instrumentos e com o professor. Segundo esse aspecto o professor precisa ter em mente que a criatividade de uma produção depende fortemente do seu conhecimento e que isso pode mudar de pessoa para pessoa. Além disso, uma produção pode ser considerada criativa não só pela originalidade, inventividade ou uso de conceitos matemáticos, mas sim pelo conhecimento que o aluno usou, considerando o momento em que se encontra.

No capítulo seguinte apresentaremos os procedimentos metodológicos e a ferramenta de análise adotados nessa pesquisa, além disso também descreveremos quem são os sujeitos, quais foram as atividades de modelagem matemática aplicadas e como aconteceu a coleta de dados.

## Capítulo 3 - Procedimentos Metodológicos

No presente capítulo descrevemos os procedimentos metodológicos desta pesquisa. Primeiramente, destacamos o contexto e as questões de pesquisa sobre as quais nos debruçamos neste trabalho. Aproveitamos para apresentar a turma e os sujeitos da pesquisa, bem como, as primeiras impressões que tivemos com os sujeitos durante a fase de observação. Também dedicamos uma seção às atividades que foram elaboradas com base no perfil da turma, perfil este, traçado pelas observações. Apresentamos, também, os instrumentos de coleta de dados e explicitamos a ferramenta de análise utilizada nesta pesquisa.

### 3.1. Questões de Pesquisa

Segundo Alencar e Fleith (2003b), a pesquisa em criatividade vem crescendo desde a década de 1980 em número de trabalhos e publicações, especialmente na área da psicologia. Dessa diversidade de pesquisas, existem aquelas que buscam elencar elementos que evidenciam a criatividade. São, muitas vezes, pesquisas que se amparam na aplicação de questionário, ou entrevistas, em um número grande de sujeitos e posteriormente em uma análise estatística. Outras pesquisas buscam desenvolver estratégias para estimular a criatividade. O que todas estas pesquisas têm em comum, apesar de objetivo e métodos distintos, segundo Alencar e Fleith (2003b), é o consentimento de que a criatividade é um aspecto essencial para lidar com os novos problemas, desde problemas do setor industrial até problemas de sustentabilidade, que surgem a cada momento.

Estas autoras destacam que entre os interesses de pesquisa, figuram:

[...] É possível desenvolver a criatividade de qualquer indivíduo? Somos todos nós criativos? Quais os traços que caracterizam os indivíduos altamente criativos? Qual a natureza do processo criativo? Qual o efeito dos ambientes familiar e escolar no desenvolvimento do potencial criador? Que programas de treinamento da criatividade são mais efetivos? Que técnicas facilitam a emergência do processo criador? Que fatores do ambiente de trabalho constituem obstáculos à criatividade? Como favorecer a introdução bem-sucedida de novas ideias e inovações nas organizações? Quais as relações entre criatividade e saúde mental? Qual o papel do inconsciente e do pré-consciente no processo de criação? (ALENCAR; FLEITH, 2003b, p. 11)

Percebe-se, portanto, que a pesquisa em criatividade tem um escopo diversificado, que vai desde questões inerentes à definição de criatividade até a relação do consciente e inconsciente no processo de criação.

Como mencionado anteriormente, no cenário nacional temos os trabalhos de Gontijo (2006, 2007a, 2007b, 2012) acerca de criatividade e matemática. Em seus trabalhos Gontijo busca expor a importância da criação do ambiente, escolha de atividades e estimulação da criatividade por meio de técnicas. Este pesquisador faz o uso de ferramentas estatísticas em suas pesquisas. Apesar de na pesquisa em criatividade haver muitos trabalhos que fazem o uso de ferramentas estatísticas, nesta pesquisa não temos essa intenção.

Sob a Perspectiva de Sistemas, consideramos que a criatividade em sala de aula também depende da interação entre alunos e professor. Além desse modelo para criatividade, usaremos a fundamentação teórica acerca do pensamento convergente e divergente e a concepção de modelagem matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2013). Neste contexto, em nossa pesquisa, temos como objetivo analisar os momentos de geração de ideias em grupos de alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Atividades de modelagem matemática possibilitam a geração de ideias pelos alunos? Em que momento as ideias surgem? Como o grupo administra as ideias que surgem? Quais ideias são selecionadas e quais são descartadas pelo grupo? É possível inferir porque algumas ideias são consideradas e outras descartadas pelos alunos? E que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias?

Interessa-nos, portanto, investigar:

*Em que momentos ocorre a geração de ideias durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, empreendidas no âmbito de grupos, e quais implicações estas ideias desencadeiam na investigação do problema?*

Neste contexto, em nossa pesquisa, temos como objetivo analisar os momentos de geração de ideias em grupos de alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Atividades de modelagem matemática possibilitam a geração de ideias pelos alunos? Em que momento as ideias surgem? Como o grupo administra as ideias que surgem? Quais ideias são selecionadas e quais são descartadas pelo grupo? É possível inferir porque algumas ideias são consideradas e outras descartadas pelos alunos? E que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias?

Nosso objetivo identificar e analisar os momentos de geração de ideias e quais as implicações destes momentos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem em grupos de alunos, neste caso, **já iniciados em modelagem matemática**. Para investigar os momentos geração nos amparamos na perspectiva de Sistemas de Csikszentmihalyi (1999, 2014), bem como, os quadros temporais de Shoenfeld (1992). Inferimos também em que fase

da perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), esses momentos surgem. Por meio dos episódios de interesse investigamos as falas dos alunos enquanto desenvolviam as atividades com o objetivo de compreender como os alunos lidam com as ideias no âmbito do grupo.

Para realizar essa investigação buscamos na pesquisa qualitativa a fundamentação teórica tanto para a produção e coleta de dados com os sujeitos, quanto para a análise dos dados.

### **3.2. A Pesquisa Qualitativa**

Esta pesquisa se caracteriza como uma pesquisa do tipo qualitativa. Segundo André (2006), a metodologia de pesquisa qualitativa começa a surgir paulatinamente, no cenário das pesquisas em educação, por volta dos anos 1980. Segundo a autora, é a partir desta época que começam a se popularizar a análise de conteúdo, análise de discurso, pesquisas do tipo etnográfico, pesquisas do tipo participante e ação. Anteriormente, as mesmas pesquisas eram orientadas, predominantemente, pela tendência positivista. Segundo Bicudo (2004), na pesquisa quantitativa existe uma necessidade de objetivação do objeto e sujeito da pesquisa, que pode ser explicada como um resquício da tradição positivista. Esta característica permite entender porque a pesquisa quantitativa evita especulações ontológicas. Basicamente as pesquisas com esta característica se amparavam nos métodos advindos das ciências naturais e nas ferramentas estatísticas.

Na pesquisa qualitativa as investigações têm como objetivo se debruçar sobre os aspectos subjetivos, aspectos estes, que permitem evidenciar opiniões do sujeito da pesquisa. Tais informações, bem como a forma com que são tratadas na pesquisa qualitativa, compõe, segundo Tremblay (2008), uma nova forma de investigar em relação ao predomínio da tradição positivista que dominou por quase dois séculos a pesquisa. Como enfatiza André (2001), em geral os métodos qualitativos enfatizam a importância da obtenção de dados descritivos. Tremblay (2008) destaca, em um dos seus princípios norteadores da pesquisa qualitativa, a importância da observação *in locus*, como por exemplo, as entrevistas e relatos de experiências.

Quanto às análises, Minayo (2012) apresenta observações acerca deste processo em uma pesquisa qualitativa amparada em dados coletados no ambiente natural. Esta autora aponta dez cuidados que o pesquisador deve ter ao proceder com a análise: i) Utilizar termos estruturantes das pesquisas qualitativas, aqui entram os verbos: compreender e interpretar, e substantivos: experiência, vivência, senso comum e ação social; ii) Definir o objeto sob a forma de uma pergunta e teorizá-la; iii) Delinear as estratégias de campo previamente, saber que instrumentos

usar e que dados devem ser operacionalizáveis; iv) Dirigir-se informalmente ao cenário de pesquisa. Esta atitude pode evidenciar novos olhares sobre as hipóteses da pesquisa; v) Ir a campo amparado nas teorias e hipóteses tomadas, no entanto pronto para questioná-las caso seja preciso; vi) Ordenar os dados para facilitar a conciliação com a teoria; vii) Elaborar a tipificação e transcrição dos dados; viii) Praticar continuamente a interpretação do que se está sendo produzido; ix) Transmitir informações concisas, evidenciando assim, a fidedignidade do trabalho e; x) Validar o que foi coletado e produzido, compreendendo questões como: olhar o objeto de vários ângulos, explicitar as ações em campo e buscar outros pontos de vista, o que permite escapar dos excessos de trabalhos que apresentam resultados como verdades únicas.

Em uma análise sob a perspectiva da pesquisa qualitativa é necessário que o pesquisador se atenha ao contexto, ou seja, os resultados não podem ser tomados como definitivos. Segundo André (2006), na pesquisa qualitativa não se busca respostas definitivas, mas respostas para os sujeitos dentro de um contexto em um dado momento. Por este motivo o pesquisador deve tomar cuidado com a forma que tece suas considerações finais, ter o cuidado de lembrar que sua pesquisa aconteceu com sujeitos em um determinado contexto.

É preciso destacar que no cenário nacional não temos muitas pesquisas que tratem modelagem matemática e criatividade, por esse motivo a fundamentação teórica deste trabalho se configurou como um desafio visto que os materiais utilizados, modelos, em sua maioria não são em português.

Em nossa pesquisa trabalharemos com as discussões de grupos de alunos durante o desenvolvimento da resolução de atividades de modelagem matemática. Na contramão das pesquisas em criatividade amparadas em métodos estatísticos, não consideramos a massificação dos dados, mas, sim, buscamos entender o processo em seus detalhes e particularidades, fatos estes, que muitas vezes não são vistos com a análise estatística. Por este motivo fundamentamos nossa investigação nos métodos da pesquisa qualitativa com o objetivo de buscar procedimentos e sugestões acerca do tratamento dos sujeitos, observação, condução das coletas de dados e análises.

Na seção seguinte apresentamos os sujeitos e o ambiente em que os dados foram produzidos e coletados nesta pesquisa.

### **3.3. O Contexto, os participantes e as observações**

Esta pesquisa aconteceu com uma turma de quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática de Universidade Estadual do Paraná durante as aulas de modelagem matemática. Participaram da pesquisa um total de onze estudantes. As aulas de modelagem matemática aconteciam apenas uma vez na semana e tinham duração de duas horas/aulas, total de 1 hora e 40 minutos. Foi combinado com o professor da disciplina que a presença do pesquisador aconteceria em dois momentos: i) observação e ii) desenvolvimento de atividades. Também foi explicado aos alunos que durante alguns meses o pesquisador participaria das aulas, primeiro observando e depois coletando dados, e que se tratava de uma pesquisa do mestrado. Além disso o pesquisador deixou claro que precisaria coletar alguns dados para a pesquisa e que por isso seria necessário que todos assinassem um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido de participação na pesquisa (Anexo I).

Nesta pesquisa optamos inicialmente por uma fase de observação do ambiente de investigação. O motivo desta escolha foi para tomarmos conhecimento dos sujeitos, a forma com que eram conduzidas as aulas e as atividades de modelagem matemática promovidas pelo professor da disciplina. As observações aconteceram por oito semanas, totalizando dezesseis horas/aulas. As observações se iniciaram no começo de abril e se estenderam até o meio de junho de 2018. Neste período o pesquisador participava das aulas como observador, anotando as informações que considerava pertinentes acerca das atividades desenvolvidas. Essa experiência prévia permitiu conhecer o perfil de trabalho do professor, bem como, o perfil dos alunos. As observações se iniciaram uma semana após o ano letivo começar, assim tivemos a oportunidade de observar como os sujeitos da pesquisa foram apresentados à modelagem matemática pelo professor da disciplina.

O professor da disciplina de modelagem matemática é professor efetivo da instituição e já havia ministrado a disciplina outras vezes. Além disto, o professor desenvolvia pesquisas com o tema modelagem matemática. Por esse motivo, em muitas aulas o professor recorria à sua experiência com a pesquisa para falar sobre modelagem matemática, o que tornava as discussões ainda mais interessantes.

Nas duas primeiras semanas, o professor propôs a atividade de modelagem matemática da Área do Corpo Humano. Nessa atividade, os alunos precisaram responder ao seguinte problema: Qual a área de um corpo humano? E qual a relação da altura e peso da pessoa com essa área? É interesse destacar que inicialmente não foi discutido, propositalmente, a ideia de modelagem matemática. Essa discussão só veio a acontecer depois do encerramento da atividade, em outra aula. As atividades de modelagem matemática sempre eram propostas de

modo que os alunos ficavam livres para trabalhar e tirar dúvidas. Nas atividades os alunos deveriam trabalhar em grupos, sendo que quase sempre os grupos eram de três a quatro pessoas. As atividades se iniciavam em uma aula, porém eram reservadas de uma a até duas semanas para os alunos poderem trabalhar na resolução antes da apresentação. Na atividade da Área do Corpo Humano, os alunos tiveram uma semana para desenvolver sua resolução.

Durante as apresentações dos alunos, o professor sempre enfatizava a importância da discussão das respostas com todos os presentes. Como uma das questões da primeira atividade era sobre se seria possível determinar uma regra para calcular a área do corpo com base na altura de uma pessoa, o professor aproveitou o momento para iniciar a discussão de modelo. Outra discussão sempre presente era como propor a mesma atividade para alunos da Educação Básica. O professor sempre chamava a atenção para o fato de estarem em um curso de licenciatura cujo o foco sempre deveria ser a discussão acerca do que poderia ser feito com alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Na primeira atividade já foi possível perceber a importância do olhar para criatividade sob a Perspectiva de Sistemas. No momento da apresentação das resoluções, temos no professor a figura do especialista, ou seja, do ponto de referência. No total foram três apresentações. O segundo grupo apresentou uma ideia para a área que envolvia a determinação de um limite mínimo e máximo. Esta ideia foi recebida pelo professor da disciplina como interessante, mas não inédita. Por outro lado, consideramos a ideia genial. Essa diferença de olhares pode ser explicada por meio da Perspectiva de Sistemas, onde o inédito está relacionado ao contexto e aos sujeitos envolvidos no processo. Entre todas as resoluções, esta em questão, acrescentou um ponto de vista a mais ao problema o que permitiu várias discussões por todos durante as apresentações. Este pequeno episódio evidencia a importância de se considerar a criatividade como relativa, pelo menos, no âmbito escolar.

Nesta primeira atividade conseguimos destacar muitos fatores promotores da criatividade propostos por Alencar e Fleith (2003b). Durante a atividade foi percebido os seguintes fatores positivos com relação ao ambiente criativo: i) atividade que proporciona a produção de muitas ideias, envolve a análise crítica e levantamento de múltiplas hipóteses; ii) incentivo para explorar situações novas; iii) exposição a feedbacks e críticas construtivas; iv) tempo para desenvolver ideias; v) incentivo a buscar novas informações e uso de recursos digitais; vi) momento de troca de experiências; vii) oportunidade de trabalhar da forma que acha mais interessante sem prejulgamento; viii) valorização das respostas desenvolvidas pelos alunos; ix) senso de humor e clima descontraído. Por meio desta atividade é possível inferir a

importância de proporcionar atividades que sejam abertas, bem como, tempo para os alunos trabalharem em suas ideias. A valorização das resoluções também desempenhou um papel fundamental. Desde a primeira aula, quando o problema foi apresentado, o professor sempre teve a postura de incentivador, ou seja, mediador, encorajando seus alunos a investirem em suas hipóteses para o problema. Durante o desenvolvimento das atividades também era permitido o uso de notebooks, isso possibilitava aos alunos a busca por mais informações a respeito do problema.

Ao final das apresentações, o professor decidiu dar continuidade às discussões sobre a área corporal explorando três situações que surgiram durante as apresentações. As questões eram as seguintes: i) Determinar a área usando apenas trapézios e paralelepípedos; ii) Determinar a área usando apenas esferas e cilindros circulares; iii) Apresentar a definição de pele, sua importância e por que motivo é interessante saber quanto de pele uma pessoa tem. Cada grupo ficou com uma questão e foi estipulado uma semana até a data da apresentação. Essa retomada ao problema sob novas questões permitiu aos alunos novos olhares sobre o problema, como consequência disso durante as apresentações surgiram novas considerações, bem como, novos modelos. Esta nova forma de conduzir a atividade se mostrou extremamente frutífera e potencializou as discussões.

Após todos os trabalhos da primeira atividade de modelagem matemática, o professor iniciou nas semanas seguintes com seminários sobre o que é a modelagem matemática, como fazer modelagem matemática e qual o papel da modelagem matemática na escola. Para fomentar as discussões o professor sempre solicitava a leitura prévia de textos, sempre artigos, relacionados à modelagem matemática. Os primeiros textos apresentados foram do pesquisador Jonei Cerqueira Barbosa e tratavam dos casos da modelagem matemática. Nesse momento o professor paulatinamente foi fazendo os alunos relacionarem o que tinham feito durante a primeira atividade com os aspectos de uma atividade de modelagem matemática. Essa forma de apresentar a modelagem fomentou as discussões durante a aula toda, onde os alunos foram pouco a pouco relacionando o que tinham feito com o texto de Barbosa (2004). A dinâmica permitiu unir o texto escolhido com a experiência proporcionada pela atividade, sendo o professor a figura que mediou os debates. Por fim, o professor chamou a atenção dos alunos para a importância de pensar a atividade para o contexto da Educação Básica e como os casos de Barbosa (2004) poderiam ajudar promover a modelagem matemática com os alunos.

Nesse mesmo seminário, o professor aproveitou para enviar o texto do próximo seminário. O texto em questão era de Skovsmose (2001) sobre Educação Matemática Crítica.

O objetivo de apresentar esse autor aos alunos foi para fomentar as discussões acerca da modelagem matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. Como mencionado anteriormente, o professor da disciplina adota essa perspectiva para as aulas.

Durante o seminário do texto de Skovsmose os alunos apresentaram algumas dúvidas sobre como promover a Educação Matemática Crítica e como preparar as aulas sob essa perspectiva. O professor da disciplina explicou que a maneira inicial é oportunizar temas que abordem questões de cunho social, além disso discutir com os alunos como usar a matemática nessas questões. Nesse caso a ideia seria aproveitar o caráter investigativo da modelagem para propor atividades que tenham essas questões, bem como, o momento de socialização para discutir a resolução e as questões presentes no problema. O professor deixou claro ao final da aula que essa era uma visão para as atividades de modelagem e que esta era a sua opção, contudo existem outras perspectivas para a modelagem. Pelo que entendemos, outras perspectivas ainda seriam abordadas em seminários durante o ano.

Como destacado anteriormente, o pesquisador passou várias aulas observando a turma. Esse período permitiu conhecer os sujeitos da pesquisa antes da coleta de dados. Nesse período o pesquisador também pode apreender com o professor da disciplina outras maneiras de apresentar a modelagem, bem como, a importância de abrir um espaço que permite discussões de cunho social.

Um dos objetivos das observações era anotar possíveis temas para a elaboração de atividades de modelagem matemática, justamente para propor aos alunos atividades que tivessem elementos que fossem de seus interesses. O primeiro tema que surgiu foi o monetário. Durante as observações foi possível perceber que por estarem fazendo a disciplina de Matemática Financeira paralelamente à disciplina de modelagem matemática, os alunos discutiam tópicos desta disciplina antes das aulas de modelagem. Como se tratava de um tema recorrente para os alunos, ou seja, sob a Perspectiva de Sistema, um domínio a qual estavam em contato constantemente, decidimos refletir possíveis atividades com essa temática. Além disso conversas paralelas sobre questões monetárias do cotidiano eram frequentes, assim consideramos que a ideia de este seria um dos temas de afinidade para os alunos. Como destaca Alencar e Fleith (2003b) um dos fatores que ajudam a estimular a criatividade é justamente oferecer tarefas que discutam temas de interesse.

Para o desenvolvimento das atividades ficou combinado com o professor da disciplina que poderíamos utilizar de seis a até oito aulas e que neste período a turma ficaria sob a responsabilidade do pesquisador. Com este tempo decidimos desenvolver três atividades. Na

sequência apresentaremos as atividades desenvolvidas e os procedimentos para produção dos dados.

### **3.4. Atividades**

Com base nas anotações feitas durante o período de observações elaboramos três atividades para o desenvolvimento e produção de dados da pesquisa. Todas as três atividades abordam questões monetárias acerca de um determinado problema.

Em todas atividades acrescentamos um breve preâmbulo sobre o problema e na sequência as questões de interesse. No preâmbulo das atividades buscamos apenas apresentar o tema antes das questões que configurariam o problema.

#### Atividade I – Quanto custa fazer uma faculdade pública?

Na primeira atividade (Figura 1) questionamos os alunos a respeito dos custos necessários para se fazer uma faculdade pública, mais especificamente o curso de Licenciatura em Matemática. Já que os alunos estavam no quarto ano, e, portanto, encerrando a graduação. Assim, consideramos que questionamentos sobre como haviam sido os gastos ao longo do curso configurariam uma questão de interesse, justamente por tratar de fatos ligados ao cotidiano destes alunos.

Figura 2: Atividade de modelagem acerca dos custos para fazer uma faculdade

**ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

---

**Disciplina:** Modelagem Matemática **Curso:** Licenciatura em Matemática 4 Ano  
**Professor/Pesquisador:** Marlon Dal Pasquale

**QUANTO CUSTA FAZER UMA FACULDADE PÚBLICA?**

---

Você já deve ter se perguntado sobre quanto custa fazer uma graduação em uma instituição pública. Talvez não tenha parado para refletir e contabilizar todos os custos, mas já deve ter chegado a conclusão, que apesar de não existirem gastos com a matrícula e mensalidades, estudar em uma instituição pública exige esforços que vão além dos esforços físicos e mentais. Nesta conta ainda devem ser consideradas as especificidades do curso que se pretende fazer. Por exemplo, um curso de agronomia e um curso de medicina tem custos diferentes, e isso pode ser facilmente verificado a partir dos materiais exigidos em cada curso, respectivamente. Estas, e também outras reflexões não explicitadas aqui, são apenas algumas das que devem ser considerados ao fazermos o esforço de quantificar todos os gastos possíveis para fazer uma graduação em uma instituição pública.

Com base nas experiências de cada integrante do seu grupo, reflitam e respondam as seguintes questões: *Quanto custa fazer o curso de Licenciatura em Matemática da Unespar Campus de Campo Mourão? Quanto custa mensalmente? Os gastos são maiores em que período do curso? Quais situações ou medidas, se tomadas pela instituição, poderiam permitir a redução dos custos?*

**Não se esqueçam de apresentar todas as justificativas e hipóteses consideradas durante a resolução, bem como, os cálculos utilizados.**

---

Professor: Marlon Dal Pasquale  
*marlondpasquale@gmail.com*

Fonte: autor.

## Atividade II – Planejando com Antecedência

Como mencionado anteriormente, em uma das aulas o professor da disciplina aproveitou o tema de uma da atividade de modelagem matemática e buscou novas questões para que os alunos pudessem analisar o problema sob outras perspectivas. Com base nessa ideia resolvemos propor uma atividade que desse continuidade ao tema da atividade anterior (Figura

2). Assim levantamos a seguinte questão, com base nos modelos que alunos haviam desenvolvido na primeira atividade: como poderia ser planejado os gastos de uma futura graduação em Licenciatura em Matemática em uma universidade pública?

Figura 3: Atividade de modelagem acerca do planejamento de uma faculdade

**ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

---

**Disciplina:** Modelagem Matemática **Curso:** Licenciatura em Matemática 4 Ano  
**Professor/Pesquisador:** Marlon Dal Pasquale

**PLANEJANDO COM ANTECEDÊNCIA**

---

Segundo a pesquisa desenvolvida e publicada pelo próprio Banco Central do Brasil em janeiro de 2018, poucos brasileiros tem o hábito de poupar. A pesquisa se debruçou sobre dados coletados em entrevistas a brasileiros de todas as regiões do Brasil em 2015. O relatório revela ainda que mesmo os brasileiros que pouparam não tem um planejamento para isso, por esse motivo guardam apenas uma pequena parte da renda. A pesquisa, chamada de relatório, na página do Banco Central aponta que apesar de 64% dos brasileiros afirmar poder pagar suas contas em dia, mais da metade, 56% dos entrevistados assumiram não fazer orçamento doméstico ou familiar.

A pesquisa aponta também que

[...] 69%, ou seja, mais de dois terços dos entrevistados afirmaram não ter poupado nenhuma parte da renda recebida nos últimos 12 meses. Sobre os 31% que pouparam parte da renda, mais da metade guardou menos do que 10%; 30% pouparam entre 11% e 20% da renda; 12%, entre 21% e 30% dos vencimentos; e apenas 5% afirmaram ter poupado mais de 31% do dinheiro recebido nos últimos 12 meses. (BRASIL, 2018)

Esse resultado indica que, além de o percentual de poupadores ser baixo, a parte da renda reservada à poupança não é elevada. Como é possível notar o problema vai além do planejamento financeiro, basta considerar que mais de dois terços dos entrevistados não conseguiram poupar nada nos últimos doze meses. Além disto, a falta de reflexão acerca planejamento financeiro necessário para manter uma poupança pode ser a causa das pequenas quantidade destinadas a poupança. Segundo o relatório, o hábito de poupar pode permitir alcançar os objetivos financeiros mais facilmente, permitir superar imprevistos e construir uma estrutura financeira confortável para a aposentadoria. (BRASIL, 2018)

Com base no modelo construído acerca dos gastos necessários para fazer uma faculdade reflitam e respondam as seguintes questões: *Caso vocês pudessem voltar no tempo e planejar uma estratégia para poupar dinheiro suficiente para fazer a faculdade, sem precisar se preocupar, por exemplo, em trabalhar durante o período, como isso seria feito? Qual a quantia mensal e o tempo necessários para alcançar o objetivo?*

**Não se esqueçam de apresentar todos as justificativas e hipóteses consideradas durante a resolução, bem como, os cálculos utilizados.**

**REFERÊNCIAS**

BRASIL, Banco Central do. **Brasileiro não tem hábito de poupar e não se planeja financeiramente**. 2018. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/en/#/1/c/noticias/200>>. Acesso em: 16 maio 2018.

---

Professor: Marlon Dal Pasquale  
*marlondpasquale@gmail.com*

Fonte: autor.

Atividade III – Usar sensores em Lâmpadas vale a pena?

A última atividade teve como problemática a instalação de sensores de presença para lâmpadas (Figura 3). Como a universidade é um espaço com muitas salas, corredores, banheiros e escadas, consideramos a possibilidade de investigar se a instalação de sensores de presença possibilitaria uma economia de energia.

Figura 4: Atividade de modelagem acerca do uso de sensores de movimento

**ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

---

**Disciplina:** Modelagem Matemática **Curso:** Licenciatura em Matemática 4 Ano  
**Professor/Pesquisador:** Marlon Dal Pasquale

**USAR SENSORES DE MOVIMENTO EM LÂMPADAS VALE A PENA?**

---

Segundo o site Eletro Energia (2018) os sensores usados para acender lâmpadas quando alguém se aproxima de um determinado aposento funcionam por meio de sensores de infravermelho.

Os sensores detectam a presença das pessoas pelo calor emitido pelos movimentos através do infravermelho. Esses dispositivos conseguem captar a variação térmica e são calibrados de acordo com a temperatura das pessoas (35° a 38° graus Celsius). Com isso quando uma pessoa entra em ambiente que possui sensores de presença, ocorre uma mudança na luz infravermelha que dispara um "alarme" no equipamento, acionando então a lâmpada. Alguns deles podem funcionar emitindo micro-ondas, que ao detectar movimentos ligam as lâmpadas. Ambos conseguem monitorar uma área de até 6 metros e com uma abertura de 120°. Geralmente o tempo de desligamento após a detecção do movimento é de 1 minuto, podendo ser alterado. (ENERGIA, 2016)

No mesmo site é mencionado que a instalação destes sensores podem trazer uma economia na conta de energia, porém não são apontados dados acerca desta inferência. Com base nesta ideia de usar sensores para acender lâmpadas apenas quando alguém se manter em um aposento (corredor, sala, banheiro ou outro lugar que precisa de lugar artificial), responda as seguintes questões: *A instalação de sensores para acender as lâmpadas nos banheiros da faculdade valeria o investimento? E se valeria, em quanto tempo a economia cobriria os custos da instalação?*

**Não se esqueçam de apresentar todos as justificativas e hipóteses tomadas durante a resolução, bem como, os cálculos utilizados.**

**REFERÊNCIAS**

ENERGIA, Eletro. **Como funcionam os sensores de presença para luz?** 2016. Disponível em: <http://www.eletoenergia.com.br/como-funcionam-os-sensores-de-presenca-para-luz/>. Acesso em: 10 junho 2018.

---

Professor: Marlon Dal Pasquale  
[marlonpasquale@gmail.com](mailto:marlonpasquale@gmail.com)

Fonte: autor.

Para a realização das atividades os onze alunos foram divididos em três grupos, dois com quatro integrantes e um grupo com três integrantes. Ficou combinado também que durante as três atividades previstas os grupos permaneceriam os mesmos. Como um dos fatores de estimulação da criatividade é o tempo, determinamos que as atividades seriam entregues em uma aula onde os alunos poderiam usar o tempo para trabalharem juntos e ainda teriam de uma a até duas semanas para trabalharem na resolução do problema antes da apresentação. Durante o trabalho em sala de aula os alunos poderiam acessar a internet e usar a biblioteca para buscar mais informações acerca do problema.

Na sequência explicitaremos o procedimento de produção de dados durante o desenvolvimento das atividades.

### **3.5. Instrumentos, produção e coleta de dados**

Os primeiros dados coletados foram as “impressões” que o pesquisador teve das observações com a turma. Nesse período foi utilizada uma agenda para anotações pertinentes sobre as aulas, o professor, os sujeitos e possíveis temas para as atividades. As anotações foram fichadas com as datas dos oito dias, totalizando inicialmente uma coleta de dados de oito semanas.

Na fase seguinte foram produzidos e coletados os áudios durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula. Nesse momento foi combinado com os alunos que em cada grupo haveria um gravador para fazer a coleta dos diálogos sobre a resolução do problema. Para isto, antes da coleta apresentamos um termo de livre consentimento sobre a gravação e uso dos áudios (Anexo I). Todos os onze alunos da disciplina aceitaram participar da pesquisa. Além disso, como já mencionado anteriormente, durante os desenvolvimentos das atividades, o professor da disciplina deixou a responsabilidade pela turma com o pesquisador.

Para coleta das conversas foram usados três gravadores de áudio, um para cada grupo. A gravação se iniciava junto com a entrega e explicação da atividade e se encerrava apenas ao final da aula. Em cada dia de entrega de atividades foram coletados três áudios, cada um correspondente a uma equipe. Para cada atividade também era reservado um dia de apresentação, neste dia os áudios das apresentações, bem como, os slides usados pelos grupos, também foram coletados. Assim foram coletados um total de nove áudios das conversas durante as resoluções e mais três áudios das apresentações. Cada áudio tem em torno de uma hora a no máximo uma hora e cinco minutos.

Após a coleta de todos os áudios se iniciou a fase de transcrições. Nesta fase o pesquisador precisou transcrever todos os doze áudios. As ferramentas de transcrição automáticas, ferramentas que captam a fala e a transcrevem imediatamente, não funcionaram neste caso. Possivelmente devido à existência de várias vozes vários estudantes em cada áudio, assim o software acabava por misturar as falas. Por este motivo a transcrição dos doze áudios precisou ser feita manualmente, ou seja, o pesquisador precisava escutar e digitar as falas. Outro problema foram os ruídos dos áudios. Para contornar este problema o pesquisador precisou usar um software de correção de ruídos em diversos trechos das gravações para conseguir extrair as falas dos sujeitos.

Nas transcrições acrescentamos uma gradação temporal por meio de uma tabela com duas colunas. Esta marcação foi realizada pensando-se na análise temporal que seria feita mais tarde, justamente para localizar trechos de interesse para análise. Com esta gradação conseguimos fazer recortes temporais das falas de interesse, bem como, apresentar gráfico geral dos momentos de geração de ideias e outros acontecimentos durante o desenvolvimento da atividade.

### **3.6. Procedimentos para a Análise dos Dados**

Para a análise dos dados adaptamos a ferramenta de Análise Temporal proposta por Alan H. Schoenfeld proposta em seu livro *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. Em suas pesquisas Schoenfeld (1992), utilizou esta análise para investigar o monitoramento cognitivo de alunos durante a resolução de atividades. Esta ferramenta de análise, basicamente, permite localizar e destacar temporalmente aspectos de interesse durante uma atividade de resolução de problemas. Os aspectos de interesse estão pautados nas questões que desejamos investigar, bem como, a teoria que ampara seu trabalho. Primeiramente explicitaremos a análise temporal proposta por Schoenfeld (1992), e na sequência faremos algumas considerações pertinentes sobre a ferramenta e apresentaremos as adaptações feitas para o contexto desta pesquisa. Em nossas buscas não encontramos outras pesquisas que utilizaram essa ferramenta, por esse motivo precisamos recorrer apenas aos textos em inglês de Schoenfeld (1992).

A Análise Temporal é uma ferramenta usada por Schoenfeld (1992) que permite enquadrar momentos de interesse durante o decorrer de atividades, no entanto, para isto, os dados precisam receber um pré-tratamento onde serão alinhados para este tipo de análise. Esta

análise contempla dados que foram obtidos por meio de gravação de áudio ou vídeo. Neste tipo de dado o pesquisador pode fazer a transcrição das falas, ou mesmo, gestos, dos sujeitos acerca da resolução seguindo o curso temporal natural. O contexto pode ser de grupos de alunos ou ainda um aluno que resolve um determinado problema e explica simultaneamente os passos para o professor. Havendo fala e conversas é possível situar temporalmente estas informações na transcrição para posteriormente apresentar os momentos de interesse.

No contexto dessa pesquisa, consideramos que a Análise Temporal pôde contribuir com a organização temporal dos momentos de interesse durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, bem como, dos episódios que são analisados. Intentamos saber se as ideias surgem em algum momento específico da resolução, por exemplo, exclusivamente no início. Por esse motivo a escolha da ferramenta de Análise Temporal.

A primeira fase é a transcrição do material, por exemplo, das conversas de sujeitos, na ordem temporal que aconteceram. Para isto o pesquisador pode usar uma tabela com duas colunas, uma com a graduação do tempo, por exemplo, minuto a minuto, e outra onde transcreve as conversas. Cada fala é transcrita em sua respectiva linha. Com a transcrição feita o pesquisador inicia sua análise orientado pelas suas questões e fundamentação teórica da pesquisa. Por fim, o pesquisador deve elaborar o gráfico do quadro temporal, este quadro nada mais é que a sobreposição da mesma série temporal em barras horizontais com os momentos de interesse destacados de alguma forma, por exemplo, pintado de uma cor que se destaque.

Exemplo de tabela com intervalos de minuto a minuto para a transcrição das falas dos sujeitos.

Tabela 1: Tabela de organização temporal dos diálogos

<b>Tempo</b>	<b>Transcrição</b>
0 min	
1 min	
2 min	

Fonte: autor.

Na tabela acima, na esquerda temos a graduação temporal e na direita o respectivo campo com a linha onde deverá ser transcrita a fala do sujeito. Em nossas transcrições, é preciso destacar que algumas falas se iniciaram em um dado minuto e terminaram no minuto seguinte. Nesses momentos a fala é toda transcrita na linha do seu respectivo minuto até o termino da fala. Se outra fala se inicia, esta é imediatamente transcrita na linha seguinte.

Vejam os um exemplo.

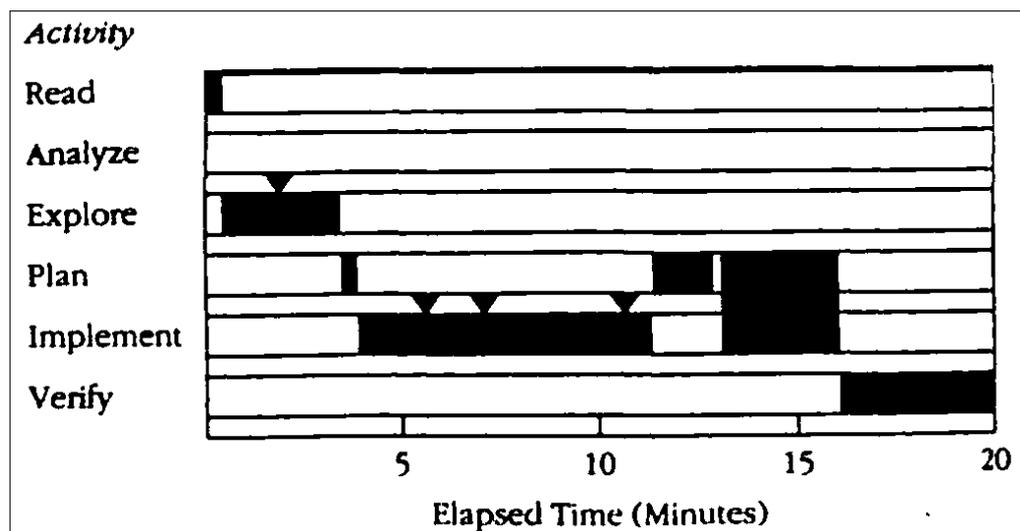
X: Olá, bom dia.

Y: Bom dia, tudo bom?

Suponhamos que a fala de X se iniciou no minuto um e terminou no minuto dois. Nesse caso a fala de X ficará na linha do minuto um e a próxima fala, nesse caso de Y, ficará na linha do minuto dois.

Abaixo temos um dos quadros elaborados por Shoenfeld (1992, p. 355) para investigar a resolução de um problema por um grupo de alunos sob a categorização dos momentos em leitura, análise, exploração, planejamento, implementação e verificação.

Figura 5: Exemplo de quadro temporal



Fonte: SHOENFELD (1992, p. 355)

Neste quadro vemos que a duração da atividade foi de vinte minutos e que não houve momento algum de análise do problema proposto. Tirando a segunda barra, todas as demais têm trechos destacados em preto. O significado de cada uma das barras é o seguinte:

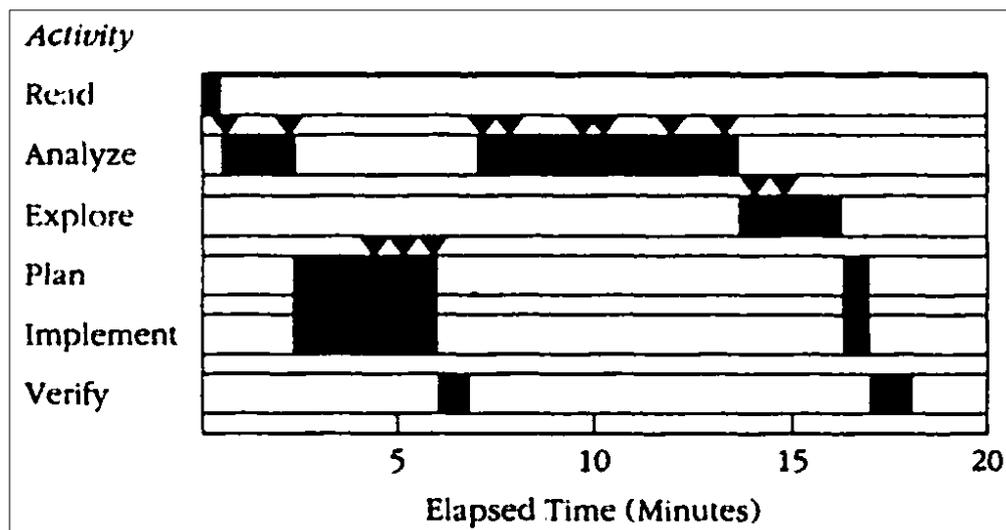
- **Read:** Tempo destinado a leitura do enunciado;
- **Analyze:** Tempo que os alunos destinaram a analisar o enunciado, por exemplo, destacando e anotando informações;

- **Explore:** Tempo que os alunos usaram para explorar as informações. Nesse momento é onde começam a surgir ideias para resolver o problema;
- **Plan:** Tempo destinado ao planejamento do que deve ser feito com as hipóteses que foram tomadas na exploração (Explore);
- **Implement:** Tempo que os alunos levarão implementando a ideia que definiram no planejamento (Plan);
- **Verify:** Tempo destinado a verificação da resposta encontrada. Nesse momento os alunos voltam ao enunciado e verificam se a resposta desenvolvida está de acordo com o problema.

Na primeira barra, leitura, vemos que os sujeitos gastaram menos de um minuto lendo o problema. Na terceira barra, vemos que a exploração também durou poucos minutos, no máximo três minutos. Na sequência os sujeitos elaboraram rapidamente um primeiro plano de resolução que foi seguido de sua implementação. A implementação foi a fase que mais se estendeu nesta atividade até que os sujeitos voltaram ao planejamento e trabalharam simultaneamente entre planejamento e implementação. Por fim, os sujeitos iniciam a verificação da resposta do problema e finalizam a atividade. Estes alunos leram o problema e rapidamente escolheram a primeira abordagem que surgiu nas discussões, sem muita reflexão, e adotaram essa abordagem. O autor explica que depois de ler o problema, eles pularam em uma tentativa de solução que, infelizmente, foi baseada em uma suposição infundada. Eles perceberam isso alguns minutos depois e decidiram tentar outra coisa. Essa escolha também não foi satisfatória, e eles se envolveram em complicações com cálculos que os mantiveram ocupados por oito minutos. Shoenfeld (1992) explica que este é o padrão da maioria das resoluções de problemas de alunos, onde existe pouco espaço para a leitura e análise.

Neste quadro, a atitude do professor foi apenas de observador, sem interferir no desenvolvimento da resolução dos alunos. No quadro abaixo, Shoenfeld muda a sua postura fazendo perguntas pontuais, O que estão fazendo? Por que estão fazendo isso? Como isso ajuda a vocês na resolução?, com o objetivo de estimular o monitoramento cognitivo dos seus alunos em outra atividade.

Figura 6: Exemplo de quadro temporal

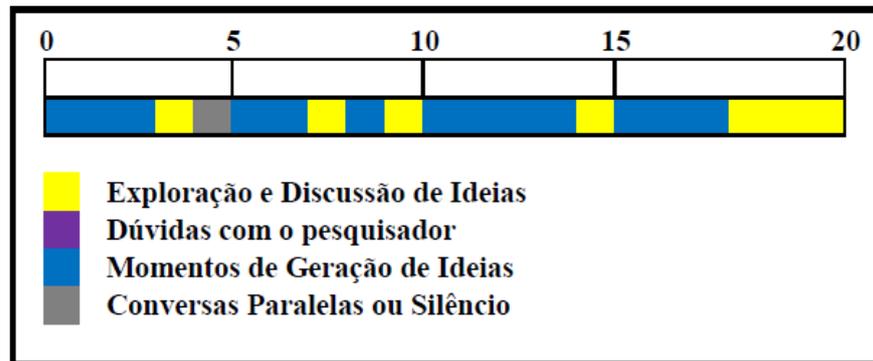


Fonte: SHOENFELD (1992, p. 355)

Vemos que esta mudança de atitude do professor se refletiu diretamente no desenvolvimento da atividade pelos alunos. Ao contrário do quadro anterior, vemos os alunos analisando nesta atividade, implementando e voltando a analisar. Como explica Shoenfeld (1992) a maioria dos alunos não dedica tempo suficiente à análise e exploração de problemas, tentam imediatamente aplicar fórmulas, ao invés de analisar sob diferentes pontos de vista antes de iniciar a elaboração de uma resposta. A ferramenta proposta por Shoenfeld (1992) consegue descrever de forma sucinta e graficamente a distribuição dos aspectos de interesse, permitindo a comparação de quadros de vários grupos. Este autor aplicou a mesma atividade a mais de cem grupos e usou os quadros para entender o que estava acontecendo durante e o que poderia ser feito para melhorar a forma que os problemas estavam sendo tratados pelos alunos usando o monitoramento cognitivo.

A primeira consideração que faremos sobre o método de Shoenfeld (1992) diz respeito a apresentação dos quadros. No nosso caso não usamos a sobreposição de barras, mas inspirados em Shoenfeld (1992), enquadrámos todos os momentos de interesse em uma mesma barra temporal com uma legenda colorida.

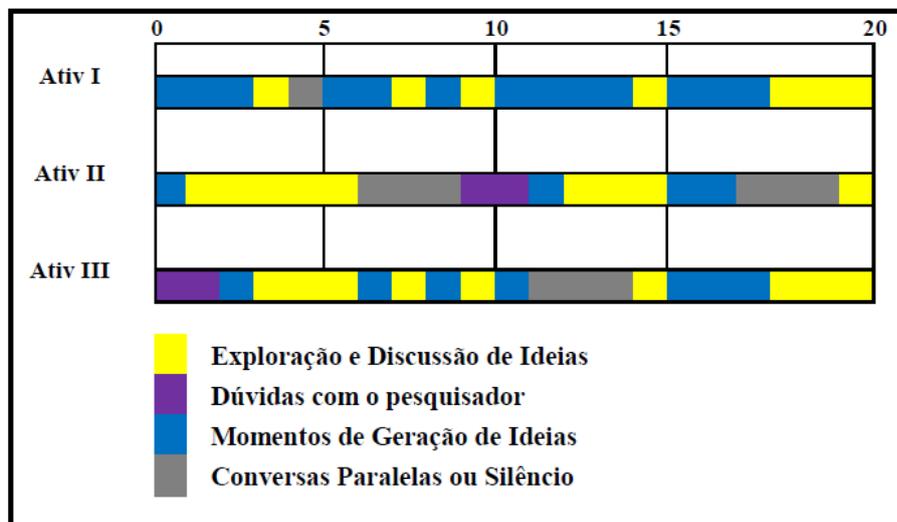
Figura 7: Quadro temporal com esquema de legenda por cores



Fonte: autor.

Esta mudança permitiu a apresentação mais sucinta dos quadros, bem como a sobreposição de quadros de atividades diferentes para comparação. Por exemplo, a comparação dos desenvolvimentos de todas as atividades de um grupo, ou ainda, a comparação de desenvolvimentos de grupos diferentes de uma mesma atividade.

Figura 8: Sobreposição de quadros temporais



Fonte: autor.

Nesta pesquisa não utilizaremos o conceito monitoramento cognitivo, mas sim o conceito de geração de ideias durante a resolução de uma atividade, foco desta pesquisa. Como destacado anteriormente, as ideias são elementos essenciais para a resolução de problemas e também precisam ser analisadas, segundo a Perspectiva de Sistemas, em um ambiente com indivíduos, domínio e um corpo. Nesta pesquisa os indivíduos são os sujeitos com suas bagagens e percepções de mundo; o domínio é a matemática e aspectos didáticos, visto que o

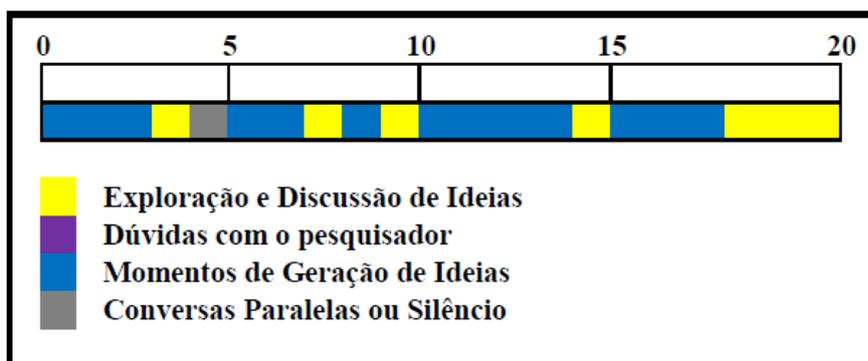
curso é de licenciatura em matemática; já o *corpo* são os especialistas da área que podem julgar e validar as ideias dos sujeitos. Nesse caso o *especialista* é o próprio pesquisador, pois a avaliação das atividades de modelagem matemática propostas ficou sob sua responsabilidade. Logo, quem validou desde as primeiras ideias em sala até os modelos elaborados pelos grupos foi o pesquisador por meio de seus conhecimentos e experiências.

Em nossa leitura dos diálogos destacamos todos os momentos de geração de ideias potenciais para a resolução do problema pelos sujeitos que surgiram durante o desenvolvimento em sala de aula. Estes momentos nós chamamos de **momentos de geração de ideias**. Esses momentos dizem respeito aos momentos de aparecimento de ideias, quaisquer que sejam, para a resolução do problema. Estes momentos foram grifados na transcrição para posteriormente montarmos o quadro temporal. Durante as apresentações questionamos os alunos sobre se as ideias usadas no trabalho surgiram nas discussões em sala de aula. Essa informação é importante para pesquisa, visto que ideias poderiam surgir em momentos fora da sala de aula.

Após a leitura de todas as transcrições conseguimos categorizar as falas em categorias: Exploração e discussão de ideias, Dúvidas com o pesquisador, Momentos de Geração de Ideias e Conversas paralelas ou Silêncio. A **exploração e discussão de ideias** diz respeito aos momentos em que os sujeitos passaram lendo, analisando, implementando e validando ideias para a resolução do problema. **Dúvidas com o pesquisador** refere-se aos momentos em que os sujeitos fizeram questionamentos acerca da atividade para o pesquisador. **Momentos de geração de ideias**, são os momentos em que os sujeitos mencionaram estratégias, ou mesmo, palpitar, formas de resolver o problema, bem como quais conceitos utilizar. Por fim, consideremos os momentos de **conversas paralelas ou mesmo silêncio** dos sujeitos durante a resolução.

Abaixo o quadro temporal dos primeiros vinte minutos de uma das atividades.

Figura 9: Quadro temporal com esquema de legenda com cores



Fonte: autor.

No quadro acima temos os primeiros vinte minutos de uma das atividades de modelagem que foram trabalhadas com os sujeitos da pesquisa. Com esse quadro é possível ver que nos primeiros vinte minutos da atividade o grupo de alunos passou a maior parte do tempo discutindo ideias para o problema. A exploração das ideias foi inferior a dez minutos. Além disso, nesses primeiros minutos os alunos não solicitaram a ajuda do professor. No capítulo seguinte apresentaremos o quadro temporal com tempo restante, bem como, a análise completa.

Após a categorização de todas as falas, destacamos episódios de interesse. Cada episódio representa um *zoom* que aplicaremos em um determinado momento de interesse no quadro temporal, apresentando as falas dos alunos de interesse da pesquisa e nossas respectivas considerações, sempre tomando como referência nossa interrogação de pesquisa. Por esse motivo quando nos referirmos ao termo *zoom*, estaremos mostrando algum diálogo de interesse para referida análise. Nossa análise acontecerá em duas frentes, a primeira será a análise de cada atividade em todos os grupos. Esta análise será chamada de Análise Horizontal e contemplará a exploração dos quadros temporais e episódios de interesse por atividades de forma entre grupos. Aqui começaremos analisando o que aconteceu em cada atividade nos três grupos, comparando os quadros e apresentando os episódios que consideramos pertinentes. Nesta análise procederemos por atividades, explorando o que aconteceu nos três grupos.

A segunda análise será a Análise Vertical, onde apresentaremos a exploração dos quadros de cada grupo em todas as atividades de forma intragrupo. Neste caso, procederemos apresentando nossas considerações dos três quadros referentes a primeira, segunda e terceira atividades, grupo a grupo. Por exemplo, explicitaremos nossas análises do primeiro grupo na primeira, segunda e terceira atividades. Esta análise permitiu observar a evolução dos grupos

ao longo do desenvolvimento de todas as atividades. Como mencionamos anteriormente, membros dos grupos permaneceram os mesmos durante toda a pesquisa justamente com esse objetivo.

Antes de apresentarmos as análises horizontal e vertical, discutiremos as resoluções desenvolvidas pelas equipes, bem como, os comentários feitos pelos alunos durante as apresentações dos seus modelos.

## Capítulo 4 - Descrição das atividades e resoluções empreendidas pelos grupos de alunos

Neste capítulo apresentamos os modelos elaborados pelas equipes em cada uma das atividades. Para isso utilizaremos os registros escritos com as resoluções e a transcrição de áudio das apresentações, onde cada equipe explicitou os encaminhamentos utilizados durante a resolução.

No capítulo seguinte apresentaremos as análises horizontais de cada episódio, assim como, os episódios de interesse referentes a cada uma das equipes. A outra análise será a vertical das atividades desenvolvidas por cada uma das equipes. Na análise vertical apresentaremos os quadros temporais das três atividades para cada uma das equipes.

### 4.1. Descrição das resoluções pelas equipes

A primeira atividade, *Quanto custa fazer uma universidade pública?*, foi desenvolvida na aula do dia 12/06/2018 e sua apresentação se deu na aula do dia 26/06/2018. Uma das atitudes para desencadear o envolvimento dos alunos com as atividades foi proporcionar tempo suficiente para pensarem em seus planos de ação. Assim os alunos teriam a aula do dia 12 e ainda mais quinze dias para trabalharem no problema proposto. Neste primeiro dia o pesquisador, na posição de professor, explicou como funcionariam as aulas, bem como a pesquisa e a coleta de dados e apresentou o termo de consentimento livre e esclarecido para os alunos. Todos os onze alunos aceitaram participar da pesquisa. Após a coleta das assinaturas dos termos, foram organizadas as equipes, que foram orientadas a permanecer as mesmas durante toda a pesquisa, entregou as atividades e iniciou a captura dos áudios dos trabalhos dos grupos.

O objetivo das apresentações era o de socialização das resoluções como um todo pelas equipes, além de constituir-se um momento de dúvidas e discussões acerca dos desenvolvimentos da atividade, tanto pelo pesquisador/professor quanto pelos alunos. Durante as apresentações o pesquisador/professor sempre manifestou o interesse nas ideias que foram lançadas para resolver as atividades propostas. Por esse motivo perguntas como “*que ideias surgiram durante o desenvolvimento em sala estão no modelo?*”, ou ainda, “*que ideias surgiram fora da sala de aula?*”, faziam parte dos questionamentos.

Os áudios das apresentações das equipes também foram coletados. Mas, diferentemente dos áudios coletados de cada equipe durante o desenvolvimento das atividades, nestes materiais não foram feitas as análises temporais.

Também foram produzidos os registros escritos de cada equipe com as resoluções de cada problema. Como desde o início foi permitido o uso de recursos digitais, internet, planilhas para organização dos dados e demais softwares, para a resolução dos problemas, as produções escritas em formato de apresentação de slide também foram aceitas.

Na sequência apresentaremos cada uma das investigações desenvolvidas por cada uma das equipes em cada uma das atividades, bem como, quando necessário, a transcrição de trechos de áudio das apresentações que complementam a explicação da resolução.

As aulas tiveram um total de 1h40min, porém alguns minutos desse tempo foram utilizados para explicações sobre a pesquisa. Na segunda aula, o diretor da universidade solicitou alguns minutos no início para aula para informes. Por isso a segunda atividade também teve em torno de uma hora de gravação. E na terceira atividade, o professor da disciplina antes da atividade ser entregue pediu alguns minutos para alguns informes. Assim a terceira atividade teve um pouco mais de uma hora de gravação, aproximadamente 65 minutos.

Identificaremos as equipes como equipe A, equipe B e equipe C. Na equipe A, temos os alunos A1, A2, A3, na equipe B, temos os alunos B1, B2, B3, B4, e na equipe C, temos os alunos C1, C2, C3 e C4. Esta notação foi utilizada para manter no anonimato os nomes dos participantes da pesquisa e ajudar na organização dos dados da pesquisa. A notação permanecerá a mesma durante todas as análises.

## **4.2. Resoluções da Atividade I**

Nesta atividade foram elaborados diversos modelos por meio de tabelas para as várias situações consideradas para resolver a questão *Quanto custa fazer uma universidade pública?*. Nessa atividade questionamos qual o custo geral, quanto custa mensalmente e quando durante o curso os custos são maiores.

### **4.2.1. Resolução da Equipe A - Atividade I**

Os alunos desta equipe descreveram todos os gastos com transporte, alimentação, material, impressão de materiais, livros e eventos, por meio de quatro tabelas (uma para cada

um dos quatro anos). Com estas informações elaboraram uma tabela de custos individualizada para o problema, vejamos.

Figura 10: Fragmento da resolução da Equipe A.

*- médio de gasto anual e mensal*

	A1	A3	A2
1º Ano	R\$ 3162,00	R\$ 1920,00	R\$ 3150,00
2º Ano	R\$ 3095,00	R\$ 2315,00	R\$ 3635,00
3º Ano	R\$ 2630,00	R\$ 2750,00	R\$ 3280,00
4º Ano	R\$ 2890,00	R\$ 2850,00	R\$ 3630,00
TOTAL	R\$ 11777,00	R\$ 9835,00	R\$ 13695,00
médio anual (total/4)	R\$ 2944,25	R\$ 2458,75	R\$ 3423,75
médio mensal (Total/48)	R\$ 215,36	R\$ 204,90	R\$ 285,31

*OBS tem considerado os gastos com Projetos, assim como as bolsas recebidas dos mesmos*

Fonte: dados da pesquisa.

Nesta figura, temos uma tabela que mostra na primeira coluna os gastos de A1, na segunda coluna de A3 e na terceira coluna de A2. Apresentado o custo total de cada aluno, esse valor foi dividido pelos quatro anos do curso para obter uma média anual. Além disso, eles também consideraram que, em meses, o curso tem uma duração de 48 meses, incluindo os meses de férias. Assim, conseguiram apresentar também o custo mensal. Mas, como mencionado anteriormente, esta é uma tabela para uma situação em particular e os alunos dessa equipe consideraram diferentes direções para o problema.

Estes alunos decidiram explorar os gastos sob a perspectiva de alunos que foram bolsistas. Para isto organizaram os dados em outra tabela com todos os projetos de que participaram, bem como, o total recebido em bolsas. Mas, como a participação nos projetos também gerava gastos, os alunos complementaram a informação fazendo uma tabela com estes valores. Por meio destas tabelas com saldos negativo e positivo, os alunos apresentaram o seguinte modelo de custo individualizado para os quatro anos.

Figura 11: Fragmento da resolução da Equipe A.

	A1	A3	A2
BOLSAS RECEBIDAS	R\$ 17600,00	R\$ —	R\$ 6000,00
GASTO TOTAL Em 4 ANOS	R\$ 15737,00	R\$ 9835,00	R\$ 15395,00
TOTAL DOS GASTOS QUE O ALUNO TEVE QUE ARCAR	R\$ 1863,00	R\$ 9835,00	R\$ 9395,00

Fonte: dados da pesquisa.

Nas colunas desta tabela, temos a mesma ordem da tabela anterior, A1, A3 e A2. Neste caso os alunos apenas apresentaram na figura 11 o custo total. Como é possível notar na primeira coluna, ao fazer o abate do custo pelas bolsas recebidas, A1 teria um saldo positivo caso tivesse terminado a graduação em quatro anos. Neste caso temos um caso completamente inesperado, onde as bolsas permitiriam que A1 pudesse pagar todos os custos da sua graduação e ainda sobraria um total de R\$ 1863,00. Como A3 não participou de projetos com bolsa, seu custo total permaneceu o mesmo.

Vejamos o trecho da apresentação onde A3 enfatiza a importância das bolsas durante a graduação.

Quadro 3: Falas da equipe A durante a apresentação da 1ª atividade.

<p>Pesquisador: Sobre o trabalho, o que mais surpreendeu vocês em relação aos gastos à medida que iam investigando o que caberia neste modelo?</p> <p>A2: No meu caso foram as dependências, por que eu não imaginava quanto isso poderia aumentar nos gastos.</p> <p>A1: No meu caso foi como fazer projetos com bolsas, compensa. Por que se eu não tivesse ficado um ano a mais na graduação, eu praticamente teria lucrado com a graduação e seriam mais de R\$ 1800,00.</p> <p>A2: Você teria ganhado para estudar.</p>
--

Fonte: dados da pesquisa.

Como mencionado, os alunos tomaram como hipótese apenas o tempo de quatro anos para concluir o curso, porém, depois acrescentaram mais a seguinte tabela com o valor total para o caso de o tempo de conclusão ser de cinco e seis anos e considerando as bolsas recebidas durante todo o período.

Figura 12: Fragmento da resolução da Equipe A.

	A1 (5000)	A3 (5000)	A2 (6000)
BOLSAS RECEBIDAS	R\$ 17600,00	—	R\$ 6000,00
GASTO TOTAL	R\$ 18.899,00	R\$ 12150,00	R\$ 22180,00
TOTAL DOS GASTOS QUE O ALUNO TEVE QUE ARCAR	R\$ 1299,00	R\$ 12150,00	R\$ 16180,00

Fonte: autor.

Na figura 12, temos uma tabela na qual foram apresentados os gastos gerais de cada um dos alunos do grupo. Com estas informações foram apresentadas novamente, no entanto por meio dos slides, os custos anuais e mensais de cada membro da equipe. De posse de todos estes dados o grupo respondeu às questões propostas na atividade. Os alunos deste grupo ainda fizeram uma menção no final do trabalho de variáveis que consideram fazer parte do problema, mas que ficaram de fora do modelo.

Figura 13: Fragmento da resolução da Equipe A.

<p>Gastos que alguns alunos pediram ter que não consideramos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vestibular (R\$ 100,00)</li> <li>o Notebook (em média R\$ 1800,00)</li> <li>o médico (em média R\$ 250,00 por consulta)</li> <li>o Estúdio</li> <li>o Internet</li> <li>o coleção de grav (R\$ 300,00)</li> </ul>
--

Fonte: dados da pesquisa.

Como será apresentado nos episódios da equipe A, o vestuário foi um aspecto levantado durante as discussões por um dos alunos, mas a ideia acabou sendo rejeitada pelos demais

membros da equipe. Neste caso teríamos uma variável a mais, ajudando assim a ter um modelo ainda mais refinado para o problema. A equipe também destacou o gasto fixo com o vestibular e colação de grau, gastos que deveriam ter sido contabilizados uma vez que são fixos e iguais para todos. Já os gastos com notebook, médico e internet, variam de pessoa para pessoa. Porém, como se trata de um modelo que individualizou os gastos de cada membro do grupo, isso poderia ser feito à parte do modelo geral como um modelo suplementar, visto que, seria apenas necessário descrever estes gastos e fazer os cálculos novamente.

Por fim, como suscitamos anteriormente, os alunos tiveram o tempo da aula e o tempo fora de sala de aula para desenvolver esta atividade. Por isso, o pesquisador decidiu questionar a equipe sobre quando surgiram as ideias que estavam presentes na elaboração do modelo durante a apresentação. Vejamos a resposta da equipe para este questionamento.

Quadro 4: Falas da equipe A durante a apresentação da 1ª atividade.

Pesquisador: Do que vocês acabaram de apresentar aqui, estas ideias que foram para o trabalho, elas surgiram durante a aula ou vocês tiveram mais insights depois que saíram da aula, vocês pensaram em mais coisas depois que saíram da aula, ou o que foi apresentado surgiu apenas durante a aula?

A1: A gente discutiu a maior parte aqui na sala. O que não acabamos discutindo foi apenas a pergunta de que medidas a universidade poderia fazer para diminuir os custos. As questões da bolsa, nós discutimos, os cálculos, nós fizemos em sala juntos. Foi apenas a questão do que a universidade poderia oferecer que não conseguimos discutir, por que não deu tempo.

Fonte: dados da pesquisa.

Neste caso, as ideias essenciais para a resolução surgiram durante a aula e puderam ser coletadas para análise. É nosso interesse saber se alguma ideia ficou de fora da gravação, bem como, em que circunstâncias essa ideia surgiu. Nesta equipe os momentos de geração de ideias ficaram restritos ao tempo que permaneceram trabalhando juntos em sala de aula, o restante foi utilizado para a exploração das ideias que surgiram em sala de aula. Esse aspecto é comum, como será apresentado, às demais equipes pelos motivos de não serem da mesma cidade ou estarem trabalhando, o que impossibilita que se reúnam mais vezes para discutir o problema em grupo.

Neste caso, mesmo com o pouco tempo da aula, a equipe ainda conseguiu apresentar um modelo que inovou ao considerar os projetos com bolsa.

#### 4.2.2. Resolução da Equipe B - Atividade I

Nesta equipe nem todos os membros eram da cidade da universidade e as formas de transporte utilizadas por cada um eram diferentes. Além disso os gastos com materiais e alimentação foram outro aspecto que apresentou divergência entre os membros da equipe, bem como, a inclusão dos gastos com internet por alguns dos membros. Por causa dessa falta de regularidade de alguns gastos, a equipe resolveu investir em uma resolução com modelos individuais para o problema, considerando que a descrição desse gasto seria fundamental.

Esse aspecto foi destacado tanto durante a resolução quanto durante a apresentação da equipe.

Quadro 5: Falas da equipe B durante a apresentação da 1ª atividade.

B3: Então como foi proposta na atividade, buscamos quanto custa fazer o curso em uma instituição pública. Como os custos de despesas para cada um de nós varia, então decidimos fazer por casos onde cada um calculou suas despesas.
--

Fonte: dados da pesquisa.

A equipe considerou que para resolver o problema seria necessário montar um modelo para cada membro segundo as seguintes variáveis fundamentais: transporte, materiais, alimentação, internet, eventos, estágio, colação de grau e vestibular. As variáveis transporte, materiais, alimentação, eventos e estágio, foram individualizadas para cada um dos membros, ou seja, a partir de suas experiências cada um deles fez uma descrição destes gastos. Devido às especificidades de cada membro, os valores que cada uma dessas variáveis recebeu em cada um dos modelos individuais foi diferente. Apenas um dos alunos não considerou em seu modelo os gastos com internet fixa e internet móvel. Dentre todas as variáveis, apenas os gastos com colação de grau e vestibular foram os únicos padronizados em todos os modelos individuais.

Como todas as resoluções procederam da mesma forma com a descrição dos gastos atribuídos em cada uma das variáveis, apresentaremos apenas duas das quatro resoluções. Essas resoluções são essencialmente as mesmas, a única mudança diz respeito a inclusão dos gastos com internet e tempo de uma das variáveis.

Em sua resolução, B1 primeiramente fez a descrição de cada uma das variáveis e quais valores deveriam ser atribuídos mensalmente e anualmente. Com essas informações, B1 elaborou uma tabela com todos os gastos de forma que conseguisse destacar o seu gasto total.

Figura 14: Fragmento da resolução de B1.

	custo mensal	custo anual (10 meses)	custo total (4 anos)
Vestibular			70,00
transporte (ônibus/moto)	40,00	400,00	1.600,00
transporte (estágio 3º ano)			60,00
transporte (estágio 4º ano)			78,00
Alimentação	20,00	200,00	800,00
Xerox/impressão	3,00	30,00	120,00
Material		74,50	298,00
Eventos acadêmicos & cursos (de complement.)			500,00
Adaptação de grau			400,00
Total			3.926,00

$3.926,00 \div 40 \text{ meses} = 98,15$  (mensalidade equivalente)

Fonte: dados da pesquisa.

Como B1 era da cidade, os seus gastos foram com ônibus e moto apenas e, diferentemente dos demais colegas, os gastos com internet não fizeram parte da sua resolução. Na primeira coluna estão os gastos fixos com transporte, alimentação e impressão de textos (Xerox). Na coluna seguinte esses mesmos gastos foram multiplicados por 10, pois a equipe considerou que cada ano letivo tem 10 meses. Como é possível notar algumas linhas não estão totalmente preenchidas e isso aconteceu porque esses gastos não regulares como os demais, isto é, surgem apenas em algum momento da graduação. Com essas informações, B1 pode inferir que seus gastos com a graduação foram de R\$ 3.926,00 e que considerando 40 meses a graduação custaria mensalmente R\$ 98,15.

Já na resolução de B3 dois aspectos foram levados em conta, a inclusão da internet e a mensalidade do transporte que dura 11 meses. Assim como B1, foi feito primeiramente a descrição de todos os gastos e na sequência organização dessas informações em uma tabela. Como este membro do grupo era de outra cidade, o seu transporte para a universidade dependia de uma van. Assim, por mais que a equipe tivesse estipulado que cada ano letivo tivesse 10

meses, nesse caso B3 precisava arcar com um gasto de um mês a mais por conta do pagamento mensal do transporte.

Figura 15: Fragmento da resolução de B3.

	custo mensal	custo anual	custo total (4 anos)
Transporte	132,5	1457,6	5830
lucro	3	30	120
Atividades extracurriculares			100
Biblioteca Supervisionada		112,5	225
Unifilox			70
Edição de guia			400
Internet	60	720	2880
Material		30	120
<b>Total</b>	<b>243,62</b>	<b>2436,25</b>	<b>9745</b>

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 6 se encontra a tabela elaborada por B3 para a resolução do problema sob o ponto de vista dos seus gastos. Assim como B1, alguns gastos foram considerados regulares, enquanto que outros surgem apenas em alguns momentos da graduação. O gasto com internet aparece como regular e com duração de 12 meses. Ao final da tabela, B3 destaca que seus gastos totais foram de R\$ 9.745,00. Separadamente a tabela, são apresentados os seus gastos anuais e mensais.

Figura 16: Fragmento da resolução de B3.

- custo total do curso:
 
$$5830 + 120 + 100 + 225 + 70 + 400 + 2880 + 120 = 9745$$
- custo anual do curso:
 
$$9745 / 4 = 2436,25$$
- custo mensal do curso:  $2436,25 / 10 = 243,62$  *custo em média*

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 7, é possível perceber que B3 considerou que a duração da graduação também é de 40 meses apesar de alguns de seus gastos terem duração de 11 e 12 meses. Neste caso seu custo anual foi de R\$ 2436,25 e mensal de R\$ 243,62. Como previsto pelos membros da equipe

as diferenças de gastos foram grandes, basta observar os gastos de B1 e B3. Esse aspecto também foi enfatizado durante a apresentação quando o pesquisador/professor, perguntou qual foi a maior surpresa da equipe durante o desenvolvimento desta atividade.

Quadro 6: Fragmento da resolução da equipe B.

Pesquisador: E qual foi a maior surpresa de vocês ao responder as perguntas desse trabalho?  
B1: Para mim foi a diferença entre os gastos, nós vimos que foram muitas diferenças nos valores para cada um.  
B3: Às vezes as pessoas falam de fazer uma faculdade pública, por que não tem mensalidade. Mas nós vimos que os gastos para quem é de fora são de no mínimo R\$ 200, 00 e nem todas as famílias podem pagar isso.

Fonte: dados da pesquisa.

Em sua resolução foi destacado que os gastos, segundo a resolução desenvolvida pela equipe, são maiores no terceiro e quarto ano por conta da inclusão da colação de grau e do estágio obrigatório. Além disso a equipe também apontou que os gastos com eventos e demais atividades extracurriculares contribuem para essa questão.

Figura 17: Fragmento da resolução da equipe B.

\* Os gastos são maiores em que período do curso?  
• 4º ano, os gastos aumentam por conta da colação de grau.  
• 3º e 4º ano - períodos de observação participativa e de exigência do Estágio Supervisionado  
• Participação em eventos, cursos ou programas a fim de cumprir as atividades extracurriculares.

Fonte: dados da pesquisa.

Ao final da apresentação o pesquisador/professor<sup>11</sup> questionou o que foi feito pela equipe enquanto estavam na sala, com o objetivo de investigar que ideias, estratégias e procedimentos foram explorados pelos membros enquanto acontecia a coleta dos áudios.

<sup>11</sup> Nos referimos a pesquisador/professor os momentos em que o pesquisador ficou na posição de professor com a turma durante as atividades.

Quadro 7: Falas da equipe B durante a apresentação da 1ª atividade.

Pesquisador: Quando vocês estavam fazendo este trabalho eu percebi que na sala de aula surgiram várias ideias para resolver esse problema. Vocês conseguiram resolver naquele tempo em que estavam na sala de aula? O que vocês conseguiram determinar naquele dia na sala de aula e o que vocês fizeram depois da aula?

B1: Eu acho que todas as variáveis que foram envolvidas para resolver o problema a gente definiu na aula.

B3: O custo individual ficou pronto para cada

B1: A gente não acrescentou nenhum fator depois, assim foi tudo que definimos aqui na sala.

Pesquisador: Então as variáveis e as tabelas, vocês definiram na sala de aula?

B1: Isso.

B3: Isso.

Pesquisador: E qual foi a maior surpresa de vocês ao responder as perguntas desse trabalho?

B1: Para mim foi a diferença entre os gastos, nós vimos que foram muitas diferenças nos valores para cada um.

B3: Às vezes as pessoas falam de fazer uma faculdade pública, por que não tem mensalidade. Mas nós vimos que os gastos para quem é de fora são de no mínimo R\$ 200, 00 e nem todas as famílias podem pagar isso.

Fonte: dados da pesquisa.

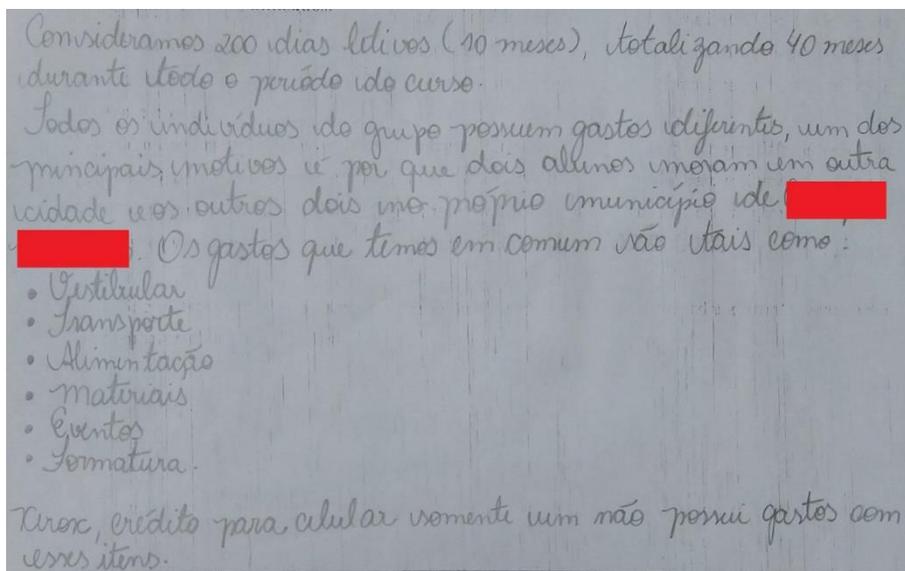
Assim como na equipe A, as ideias para resolver o problema surgiram essencialmente durante a aula disponibilizada. Além disso, como é enfatizado no diálogo, os custos ficaram todos prontos na própria aula. Essa pergunta ajuda a entender se alguma ideia presente na resolução ficou fora do momento em que aconteciam as gravações. O fato dos alunos terem trabalhado no problema apenas durante a aula vem ao encontro com a suposição que isso se deve a condição de todos trabalharem e alguns morarem em cidades diferentes. O tempo de duas semanas até a apresentação permitiria a reunião do grupo, porém essas condições acabam impedindo que os alunos passem mais tempo em grupo resolvendo o trabalho.

Por fim, a ideia de usar vários modelos pela equipe evitou a massificação dos dados, visto que os contextos de cada um dos membros eram diferentes entre si. Por exemplo, determinar uma média para as quatro situações sabendo que nem todos precisam de transporte entre cidades pode conduzir a uma estratificação equivocada dos dados.

### 4.2.3. Resolução da Equipe C - Atividade I

A estratégia de resolução usada pela equipe C foi a mesma da equipe B. Primeiramente foram elencadas as variáveis pertinentes ao problema e depois cada um dos membros preencheu uma planilha individual para apresentar seus gastos. Essa escolha se deu pelo mesmo motivo das demais equipes, as diferenças de contextos entre os membros. Nessa equipe apenas um dos membros era da cidade, todos os demais eram de cidades diferentes e precisavam de transporte de ônibus ou van para a universidade. Em sua resolução essa equipe considerou com fundamentais para cada membro as seguintes variáveis: vestibular, transporte, alimentação, impressão/reprodução de textos (Xerox), materiais, despesas com celular, eventos e a colação de grau. De todas as variáveis, a colação de grau foi a única considerada um valor fixo e igual para todos os membros do grupo. Quanto as demais variáveis foram tomadas por cada um dos membros dentro dos seus respectivos contextos. Além disso, apenas um dos membros não incluiu os gastos com impressão e despesas com celular. Quanto ao tempo, nessa equipe foi considerado que cada ano letivo tem dez meses.

Figura 18: Fragmento da resolução da equipe C.



Fonte: dados da pesquisa.

A partir destas variáveis foram preenchidas quatro tabelas com os gastos de cada um dos membros. Como as tabelas foram feitas com as mesmas variáveis consideradas essenciais pela equipe, salvo apenas a exceção destacada anteriormente, apresentaremos apenas uma tabela. Diferentemente da equipe B que descreveu como chegou em cada um dos valores para

as variáveis essenciais do problema, o processo de descrição de como cada um desses valores foi obtido não foi apresentado por essa equipe.

Figura 19: Fragmento da resolução da equipe C.

\* Considerando 200 dias letivos (10 meses).  
 \*\* Totalizando 40 meses durante todo o período do curso.

Descrição	Valor estimado (mensal ou único)	Valor durante 1 ano *	Valor durante os 4 anos (total)**
Vestibular	R\$ 80,00		R\$ 80,00
Transporte	R\$ 120,00	R\$ 1.200,00	R\$ 4.800,00
Xerox	R\$ 40,00	R\$ 400,00	R\$ 1.600,00
Alimentação	R\$ 30,00	R\$ 300,00	R\$ 1.200,00
Materiais	R\$ 10,00	R\$ 100,00	R\$ 400,00
Eventos	R\$ 500,00		R\$ 500,00
Internet 3G	R\$ 60,00	R\$ 600,00	R\$ 2.400,00
Colação de grau	R\$ 250,00		R\$ 250,00
Minicursos	R\$ 48,00		R\$ 48,00
<b>Total</b>	<b>R\$ 281,95</b>		<b>R\$ 11.278,00</b>

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 10 temos o modelo de tabela usado por todos os membros da equipe na resolução do problema. Na primeira coluna estão todas as variáveis elencadas e nas colunas seguintes os valores estimados de cada variável para um mês, um ano e para os quatro anos. Como é possível notar foram destacados todos os gastos e efetuada a multiplicação naqueles que são considerados mensais para completar as demais colunas. Por meio dessa tabela cada membro da equipe pode apresentar seus gastos fundamentados em seus contextos.

De posse dessas informações, foi feita a divisão de cada valor total obtido para descobrir quanto seriam os custos mensais e anuais e responder as perguntar propostas na atividade.

Figura 20: Fragmento da resolução da equipe C.

Handwritten calculations on a whiteboard:

- 11.278,00 --> C1
- 11.045,00 --> C2
- 10438,00 --> C3
- 15063,00 --> C4

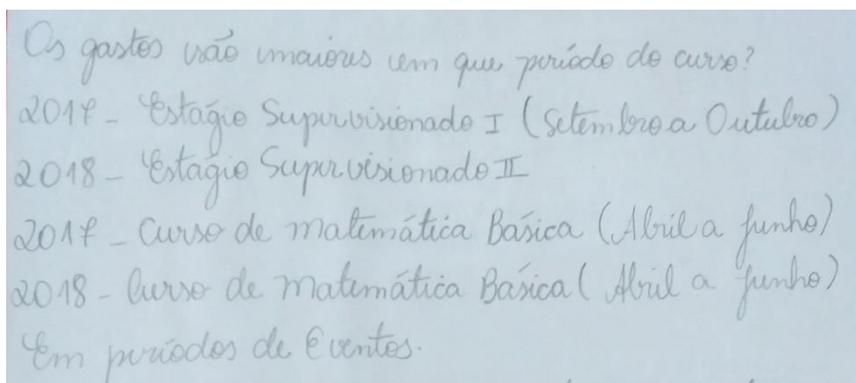
Quanto custa mensalmente?

- 281,95 --> C1
- 276,88 --> C2
- 385,95 --> C3
- 376,57 --> C4

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 12, temos a resposta sob o ponto de vista de cada membro da equipe para o problema. A partir de todas as informações os alunos tiveram condição de explicar em que período da graduação os gastos são maiores.

Figura 21: Fragmento da resolução da equipe C.



Fonte: dados da pesquisa.

Assim como nas demais equipes, os gastos são maiores nos períodos de estágios que acontecem no terceiro e quarto anos. Nessa equipe, alguns dos membros foram monitores dos cursos de Matemática Básica da universidade enquanto estavam no terceiro e quarto anos. Esse fato contribuiu para o aumento dos gastos nesse período, visto que para todos, não houve ajuda de custo por parte da universidade.

Por fim, foi questionado pelo pesquisador/professor sobre quais ideias e estratégias foram definidas durante a aula para a resolução do problema.

Quadro 8: Falas da equipe C durante a apresentação da 1ª atividade.

Pesquisador: Pessoal quando vocês estavam fazendo esse trabalho as ideias que vocês tiveram e o que apareceu aqui na apresentação e na parte escrita é o que vocês determinaram durante a aula, ou teve alguma ideia que surgiu depois da aula?

C1: Todas as variáveis a gente definiu aqui e em casa nós fizemos a parte dos eventos.

C3: A parte dos eventos eu precisei fazer em casa, por que precisei ver os certificados dos eventos que eu tinha participado. A o transporte também. Eu consultei os boletos, porque durante os anos foi mudando o valor e daí precisei fazer uma média. Mas agora o vestibular, xerox e alimentação, nós decidimos na sala, principalmente as variáveis.

Fonte: dados da pesquisa.

Da mesma maneira que as demais equipes, todas as variáveis foram definidas em sala de aula, com a única diferença que ficou por conta da necessidade de se inteirar por meio dos certificados dos eventos e boletos referentes ao transporte.

### **4.3. Resoluções da Atividade II**

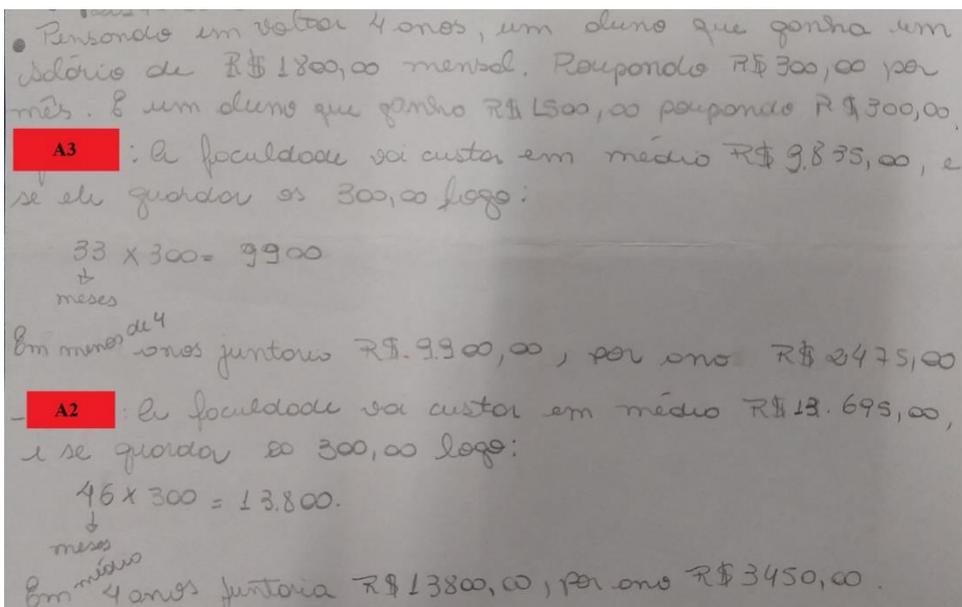
Na segunda atividade aproveitamos as investigações feitas pelas equipes na primeira atividade para questionar *Que estratégias poderiam ser feitas para poupar dinheiro para fazer o curso de Licenciatura em Matemática, sem se preocupar, por exemplo, em precisar trabalhar durante o curso?*. Nessa atividade os alunos também deveriam pensar em alguma forma de planejamento que permitisse resolver esse problema, bem como, as quantias que deveriam ser poupadas mensalmente.

#### **4.3.1 Resolução da Equipe A - Atividade II**

Nesta atividade a equipe A desenvolveu três respostas para o problema. Na primeira, consideraram apenas os gastos para cursar a universidade e o tempo que levariam para acumular esse montante. Na segunda resposta, com base nos mesmos cálculos da primeira, acrescentaram a ideia de inflação. E na terceira resposta, os alunos exploraram a ideia de estudar sem precisar trabalhar, onde foram apresentados novos valores para cursar a graduação.

Na primeira solução os alunos consideraram apenas o dinheiro que seria gasto para fazer o curso e quanto tempo levariam para acumular esse montante antes de iniciar a graduação. Estes alunos usaram como base os valores obtidos na primeira atividade e tomaram como hipótese que poderiam poupar uma quantidade fixa do seu salário.

Figura 22: Fragmento da resolução da equipe A.



Fonte: dados da pesquisa.

Na figura 21, temos a resposta de A2 e A3. Esses alunos consideram que poderiam poupar R\$ 300, 00 por mês, assim dividiram o valor obtido na atividade anterior para descobrir quanto tempo levariam para juntar seus respectivos montantes. A aluna A1 também apresentou uma resposta para o problema, no entanto fez uma descrição mais detalhada de como pouparia usando uma tabela. A1 teve três empregos diferentes antes de iniciar a faculdade, por isso teve a ideia de descrever quanto poderia poupar em cada.

Figura 23: Fragmento da resolução de A1.

Jornão	Salário	meses trabalhados	quantia poupada p/guardar	Total guardado
bolso	R\$ 200,00	10	R\$ 5000 / mês	R\$ 5000,00
auxiliar de serviços gerais	R\$ 750,00	8	R\$ 2500,00 / mês	R\$ 20000,00
cozinha	R\$ 1200,00	30	R\$ 3100,00 / mês	R\$ 93000,00
<b>Total</b>				<b>R\$ 118000,00</b>

1ª Situação - sem um gasto total de R\$ 11777,00 / 4 anos

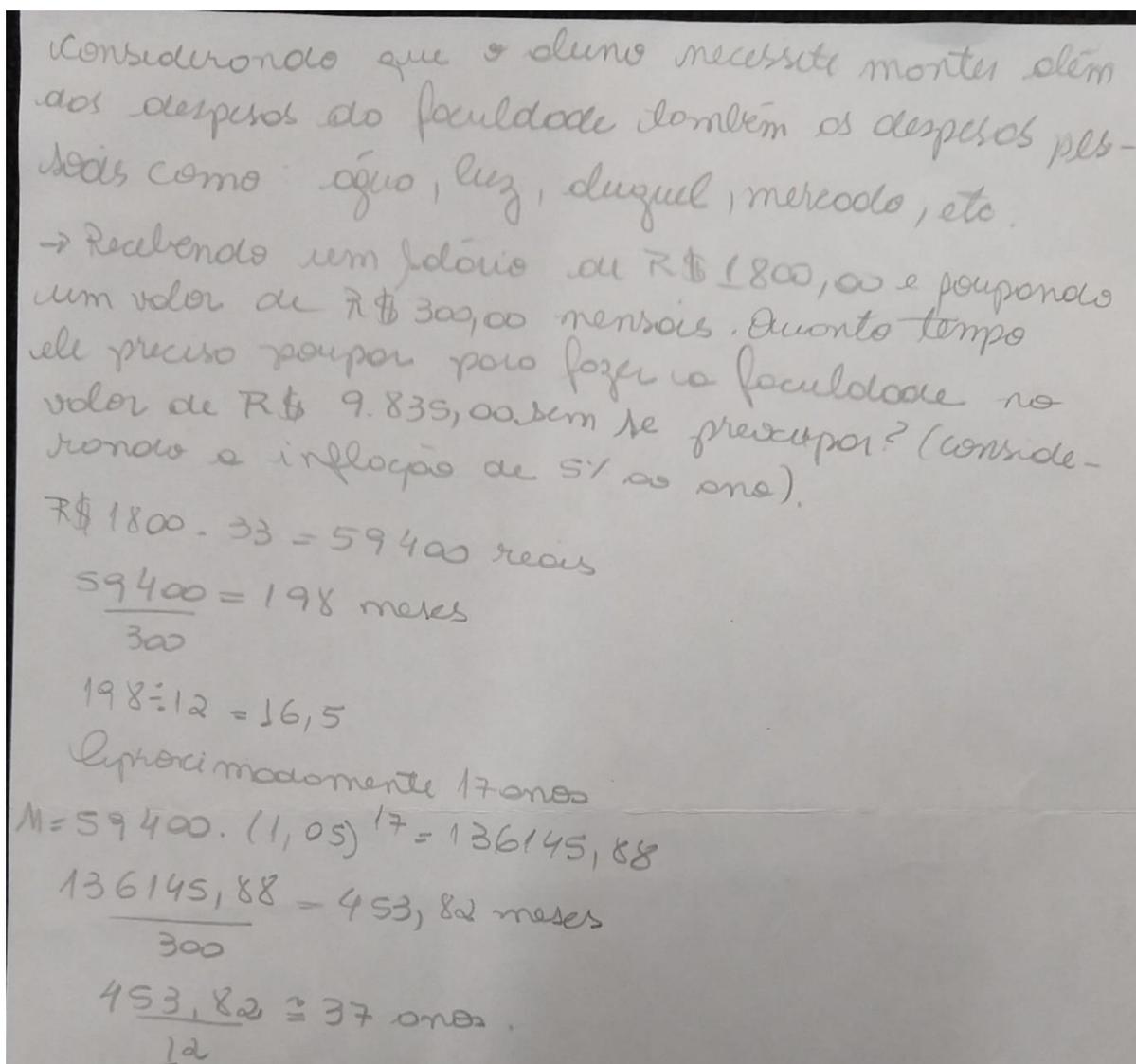
Fonte: autor.



anos, obtendo, por exemplo, para A3, o valor R\$ 11.954,50. Isso implicaria em um acréscimo de 7 meses a mais poupando ao invés de apenas 2 meses a mais.

Por fim a terceira solução se deu sob o ponto de vista de não precisar trabalhar durante a graduação. Assim, foram considerados além dos gastos para fazer a graduação da primeira atividade, também as despesas para manter uma casa. Apenas A2 e A3 desenvolveram essa ideia, pois A1 explicou que no seu caso não seria necessário arcar com os gastos de casa.

Figura 25: Fragmento da resolução de A3.



Considerando que o aluno necessita montar além dos despesas da faculdade também os despesas pessoais como água, luz, aluguel, mercado, etc.

→ Recebendo um salário de R\$ 1.800,00 e poupando um valor de R\$ 300,00 mensais. Quanto tempo ele precisa poupar para fazer a faculdade no valor de R\$ 9.835,00 sem se preocupar? (considere uma inflação de 5% ao ano).

$$R\$ 1800 \cdot 33 = 59400 \text{ reais}$$
$$\frac{59400}{300} = 198 \text{ meses}$$
$$198 \div 12 = 16,5$$

Aproximadamente 17 anos

$$M = 59400 \cdot (1,05)^{17} = 136145,88$$
$$\frac{136145,88}{300} = 453,82 \text{ meses}$$
$$\frac{453,82}{12} \approx 37 \text{ anos}$$

Fonte: dados da pesquisa.

A3 destaca que suas despesas com casa são de R\$ 1.800,00 e que poderia poupar apenas R\$ 300,00 por mês. Assim esses R\$ 1.800,00 corresponderiam ao valor mensal necessário para manter a casa durante o período da graduação. Logo no início, vemos que esse valor foi

multiplicado por 33. Mas o correto seria multiplicá-lo pela quantidade de meses de aula, 40 meses. Além disso, a este valor deveria ser acrescentado todos os gastos obtidos na primeira atividade, assim o total para cursar a graduação sem precisar trabalhar seria de  $40.1800 + 9835 = R\$ 81.835,00$ .

Vemos que A3 considerou novamente a inflação e, nesse caso, para um período de 17 anos. Usando juros compostos mostrou que seriam necessários 37 anos poupando R\$ 300,00 por mês. Porém, daqui 37 anos, novamente o montante seria maior por causa da inflação e assim sucessivamente. Nesse caso, poderia ser pensado que o dinheiro que se está juntando ficaria em uma poupança, ou seja, teríamos um montante com depósitos regulares. Além disso, o salário também muda de um ano para outro, assim talvez fosse possível mudar a quantidade a ser poupada.

Quadro 9: Falas da equipe A durante a apresentação da 2ª atividade.

Pesquisador: As ideias que vocês tiveram para resolver essa atividade surgiram na sala de aula?

Ou alguma coisa surgiu depois da aula?

A3: Eu precisei ir embora no meio da aula, daí eles me contaram as ideias depois. Algumas coisas eu discordei, por isso o meu acabou saindo diferente.

A1: Sim e depois percebemos que deveriam ser respostas diferentes.

A3: Eu não precisei acrescentar os gastos de casa, por que eu tenho alguém que me banque. O meu esposo acaba me bancando, então seriam só aqueles gastos mesmo. Já se eu estivesse com meus pais a realidade seria diferente, eu precisaria trabalhar. Como eu casei, acabei tendo uma pessoa que me ajuda.

A2: Eu e o A3 pensamos um pouco diferente.

Fonte: dados da pesquisa.

Nessa atividade A2 e A3, desenvolveram as ideias que tiveram em sala de aula como veremos nos episódios da segunda atividade. Apenas A1 considerou que suas respostas deveriam ter algumas observações, como, a questão dos empregos diferentes e despesas com casa.

Os modelos apresentados pela equipe precisam ser revistos no que diz respeito ao conceito de juros compostos e depósitos regulares, contudo as ideias que surgiram são interessantes para o problema. Nesse caso a evolução de um valor que se quer obter é um aspecto importante para quem deseja não ficar sem dinheiro antes da graduação terminar. A partir das ideias, seria possível explorar os erros obtidos dando continuidade à atividade e ao

estudo de conceitos e problemas de matemática financeira. Nesse caso, o problema já teria sido apresentado, cabendo ao professor levar nossos conceitos para que os alunos continuassem a investigação.

#### 4.3.2 Resolução da Equipe B - Atividade II

Nessa equipe tivemos duas respostas para o problema. A primeira resposta foi desenvolvida por B2, B3 e B4, os quais usaram, basicamente, os gastos que surgiram na primeira atividade e dividiram o valor por uma quantia que julgaram ser possível poupar. Já a segunda resposta foi desenvolvida por B1 que considerou um cenário de depósitos regulares para atingir um determinado montante. Nas duas respostas os membros do grupo entraram em consenso que durante o período da graduação estariam morando com os pais para evitar as despesas de manter uma residência. Assim seriam necessários apenas juntar o dinheiro determinado na primeira atividade.

Figura 26: Fragmento da resolução de B3.

\* Quantidade mensal e tempo necessários para estratégia

Como verificamos na atividade anterior, a minha formação terá um custo total estimado de R\$ 10 000. Considerando que meus pais começaram a poupar dinheiro quando eu entrei no Ensino Médio, então pouparamos durante um período de 4 anos, pois o Ensino Médio corresponde a 3 anos, e eu fiquei mais um ano sem estudar antes de ingressar na graduação. Deste modo, a quantia mensal a ser depositada em uma conta poupança corresponde à R\$ 208,33.

$$\frac{\text{custo total do curso superior}}{\text{tempo usado para estratégia (meses)}} = \frac{10\,000}{4 \cdot 12} = 208,33$$

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 25, B3 explica qual a sua estratégia para resolver o problema. Essa ideia também foi utilizada por B2 e B4, no entanto B2 e B4 consideraram que seria poupado uma quantia dos seus salários. Nessa estratégia esses alunos basicamente consideraram a divisão do valor obtido na primeira atividade, pelo tempo que poderiam poupar antes de iniciar a

graduação. No caso de B3, o tempo que poderia poupar é de 48 meses. B3 arrendou seus gastos para R\$ 10.000,00. Assim seria necessário guardar R\$ 208,33 durante esse período para ter um montante de R\$ 10.000,00. Essa resposta é a primeira resposta apresentada pela equipe A, onde não foram consideradas a possibilidade de colocar o dinheiro na poupança e nem que o valor necessário para fazer a graduação está sujeito a inflação. Essas respostas desconsideram elementos importantes, como, por exemplo, rendimento e inflação.

Na Figura 26, A1 explica sua ideia de considerar uma conta poupança com taxa de 0,5% ao mês. A1 considerou que poderia poupar durante 2 anos e que no final seu montante deveria ser igual ao valor determinado na primeira atividade. Assim, usando a expressão de depósitos regulares foi determinado que deveria ser depositado todos os meses uma quantia fixa de R\$ 154,38.

Figura 27: Fragmento da resolução de B1.

A partir do levantamento realizado quanto aos custos com a graduação, sabe-se que o custo, no meu caso, seria de aproximadamente 3.926,00 reais durante os quatro anos.

Considerando o rendimento mensal de 0,5% na poupança, temos:

$$S = T \cdot \left( \frac{(1+i)^m - 1}{i} \right)$$

S: valor acumulado no período  
T: valor de cada depósito periódico  
i: taxa percentual aplicado ao capital  
m: número de depósitos da aplicação

$$3.926 = T \cdot \left( \frac{(1+0,005)^{24} - 1}{0,005} \right)$$

$$3.926 = 25,43 T$$

$$T \approx 154,38$$

Portanto, para juntar o montante de 3.926,00 (custo total com a graduação) seria necessário depositar na poupança aproximadamente 154,38 reais mensais, durante 24 meses.

Fonte: dados da pesquisa.

A ideia de usar uma poupança é um aspecto importante para resolver o problema, porém a mesma ideia poderia ter sido usada para a retira do dinheiro para pagar os custos da graduação.

Isso ajudaria a entender evolução do dinheiro nesse período e investigar se ao final dos quatro anos ainda haveria algum dinheiro na poupança.

Quadro 10: Falas da equipe B durante a apresentação da 2ª atividade.

Pesquisador: As ideias para resolver essa atividade surgiram na sala de aula? Ou surgiu alguma coisa a mais depois para vocês acrescentarem nesse problema?

B3: Tudo que fizemos surgiu na sala, falamos na sala.

B4: Eu até cheguei a pensar na possibilidade de consórcio, mas depois achei que seria sem sentido. Por que a ideia da poupança seria a mais viável para todo mundo.

Pesquisador: Aquela tabela que vocês montaram foi com a ideia depósitos regulares?

B1: Isso, considerando o meu depósito todos os meses para criar o montante do problema.

Fonte: dados da pesquisa.

Quando questionados sobre as ideias, a equipe afirma que as ideias para resolver surgiram durante a aula, sendo que a única ressalva foi sobre a ideia de usar o consórcio para resolver o problema.

Por fim apresentamos uma discussão econômica que surgiu durante as apresentações sobre a problemática da atividade.

Quadro 11: Falas da equipe B durante a apresentação da 2ª atividade.

B1: Depois desse trabalho eu fiquei com esses custos pensando até que ponto a universidade pública mesmo sendo gratuita é acessível. Para mim foi o menor custo, por que eu moro aqui. Eu uso o transporte público, então para quem é daqui acaba sendo mais possível. Mas para quem mora mais longe como vocês, qual é o acesso que realmente as pessoas tem.

B4: Eu também comecei a pensar nisso.

B3: Eu acredito que por isso a faculdade a distância vem ganhando muita força por causa dos custos de ficarmos se deslocando. Por exemplo, na minha cidade tem a faculdade a distância. Para mim seria bem mais barato, por que eu não ia precisar me locomover.

B2: Fora que ficar uma, uma hora e meia na estrada, é bem cansativo.

B1: Aí a gente pode pensar no que é meritocracia, por que tem muitas pessoas que dizem assim: A faculdade pública está lá e só não estuda quem não quer. Mas não é bem assim, não é por que é de graça que é possível.

B3: Nem todo mundo tem acesso.

Fonte: dados da pesquisa.

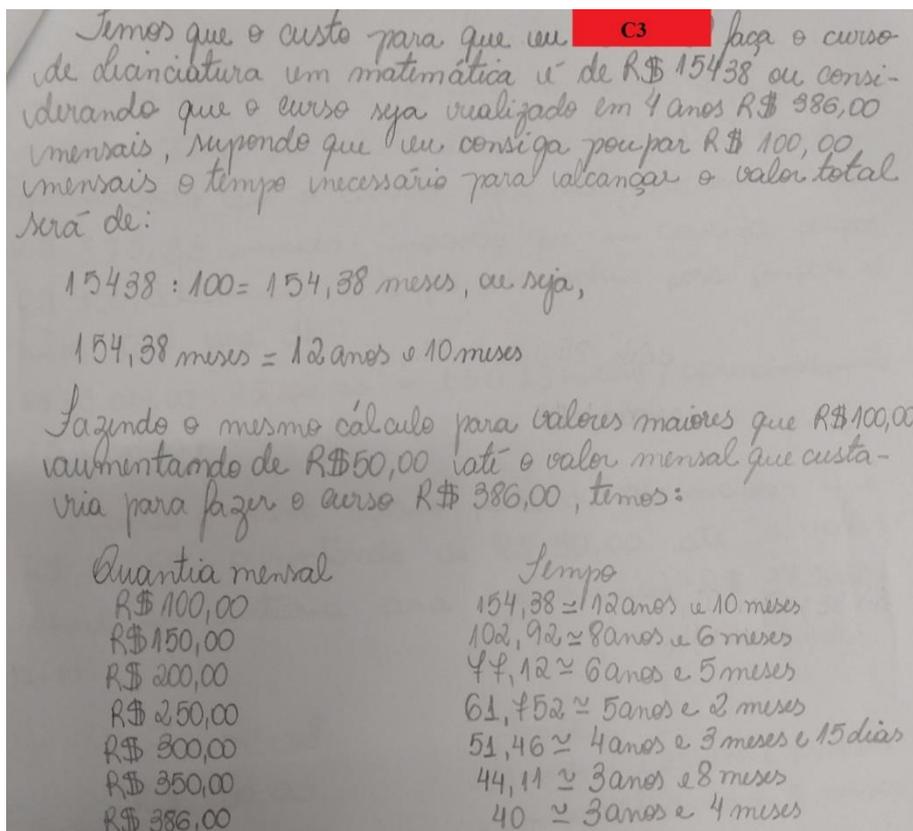
Ao final da apresentação, os alunos dessa equipe levantaram a questão sobre a real acessibilidade às universidades públicas. Esse tema já havia sido tangenciado nas apresentações da primeira atividade, entretanto na segunda atividade as discussões vieram à tona com mais intensidade. Os alunos aproveitaram para discutir como fazer uma universidade exigir aspectos econômicos que muitas vezes são desconsiderados, dando lugar a ideia de que a universidade é acessível a todos. Contudo existem custos mínimos, ou seja, uma exigência econômica mínima. Nesse dia os alunos puderam refletir um pouco a partir das duas primeiras atividades sobre a efetividade da visão de meritocracia presente na sociedade.

Assim como na equipe A, seria possível, a partir das resoluções apresentadas por esses alunos, estender as discussões a outros conceitos de matemática financeira que poderiam ajudar na investigação desse problema.

#### **4.3.3 Resolução da Equipe C - Atividade II**

Em sua resolução a equipe C considerou que não deveria apresentar o salário, ou mesmo, que porcentagem do salário de cada um ou dos pais deveria ser usado para resolver o problema. Durante a apresentação, a equipe explicou que não se sentia à vontade em apresentar essa informação e que por isso trabalhou com vários valores que poderiam ser economizados. Foram usadas as informações obtidas na primeira atividade para montar várias possibilidades de economia, bem como, os respectivos tempos necessários.

Figura 28: Fragmento da resolução de C3.



Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 27, C3 apresenta seu desenvolvimento para o problema. Os alunos dessa equipe decidiram trabalhar com várias quantias diferentes e descobrir quando o tempo necessário para acumular o valor total.

Quadro 12: Falas da equipe C durante a apresentação da 2ª atividade.

C3: A nossa estratégia para resolver foi considerar cada caso, por que cada um tem um gasto diferente como nós já tínhamos discutido na primeira atividade. A estratégia que adotamos foi a mesma para os quatro sujeitos. Primeiro a gente pensou, supondo que conseguíssemos poupar R\$ 100,00 e aí calculamos o tempo, por exemplo, que seria necessário para juntar o valor que é quanto custa para eu fazer o curso. Depois a gente foi fazendo para R\$ 150,00, R\$ 200,00, sempre de R\$ 50,00 em R\$ 50,00, até os R\$ 386,00, que é o valor mensal da primeira atividade.

C2: Ao invés o salário e quanto do salário seria guardado, resolvemos considerar valores que poderiam ser guardados.

C1: Acho que nós pensamos mais na questão de quanto seria possível poupar por mês.

Fonte: dados da pesquisa.

Em todos os casos a economia começa com R\$ 100,00, e vai aumentando R\$ 50,00 até o valor mensal encontrado na primeira atividade. A diferença entre as atividades fica por conta do tempo, sendo que na atividade anterior foram considerados 40 meses de aula durante a graduação.

Figura 29: Fragmento da resolução de C4.

Temos que o custo para que eu **C4** faça o curso de licenciatura em Matemática é de R\$ 15 013,00, se considerando que o curso seja realizado em 4 anos R\$ 375,33 mensais. Supondo que eu consiga poupar R\$ 100,00 mensais, o tempo necessário para poupar o valor total será de:

$$R\$ 15.013,00 : R\$ 100,00 = 150,13 \text{ meses, aproximadamente } 151 \text{ meses, ou seja, } 12 \text{ anos e } 7 \text{ meses.}$$

Fazendo o mesmo cálculo para valores maiores que R\$ 100,00, aumentando de R\$ 50,00 até o valor mensal que custaria para fazer o curso R\$ 375,33, temos:

Quantia mensal	tempo
R\$ 100,00	151 meses = 12 anos e 7 meses
R\$ 150,00	101 meses = 8 anos e 5 meses
R\$ 200,00	76 meses = 6 anos e 4 meses
R\$ 250,00	61 meses = 5 anos e 1 mes
R\$ 300,00	51 meses = 4 anos e 3 meses
R\$ 350,00	43 meses = 3 anos e 7 meses
R\$ 375,33	40 meses = 3 anos e 4 meses

Fonte: dados da pesquisa.

Nessa equipe todos os alunos optaram por esse tipo de resolução para o problema. Criar uma tabela, figura 29, com vários valores que podem ser poupados para analisar os diferentes tempos é uma ideia interessante, pois ajuda a escolha uma quantia a ser poupada. Entretanto isso poderia ser apresentado por meio de uma função do valor poupado para encontrar o tempo. Além disso, essa equipe deixou de considerar os depósitos em poupança dessas quantidades, nesse cenário seriam usados os conceitos de juros compostos e depósitos regulares para

determinar a evolução do dinheiro e obtendo tempos menores para atingir o montante. A equipe também deixou de considerar o impacto da inflação nos valores calculados na primeira aula, informação relevante para o planejamento.

Quadro 13: Falas da equipe C durante a apresentação da 2ª atividade.

<p>Pesquisador: Pessoal, sobre as ideias. Vocês tiveram as ideias para resolver durante a aula? Ou alguma ideia surgiu em outro momento?</p> <p>C2: Foi tudo aqui na sala.</p> <p>C3: Tudo aqui.</p> <p>C2: Os meninos chegaram um pouco depois, mas eles já se inteiraram. Daí fizemos tudo aqui.</p>
--

Fonte: dados da pesquisa.

Assim como as demais equipes, as ideias surgiram durante o tempo que estiveram juntos na aula. Nessa equipe os alunos não apresentaram uma resposta para o caso de cursar a graduação sem a necessidade de trabalhar. Diferentemente da equipe B que tomou como hipótese que os gastos de moradia seriam dos pais, aqui não é mencionado o que poderia ser feito. Foram apenas considerados os gastos com as variáveis do primeiro problema. Do ponto de vista de ideias, a equipe escolheu o caminho com menos variáveis e hipóteses. Porém essa escolha acaba carecendo de informações essenciais, como, por exemplo, poupança e inflação.

#### **4.4. Resoluções da Atividade III**

Para a última atividade foi solicitado aos alunos uma investigação acerca da instalação de sensores de presença na faculdade com o objetivo de reduzir a conta de energia: *A instalação de sensores para acender as luzes dos banheiros da universidade valeria o investimento?* Na atividade, os alunos foram questionados se a instalação de sensores de presença em ambientes da universidade ajudaria a reduzir os gastos com energia e em quanto tempo a economia cobriria os custos de instalação.

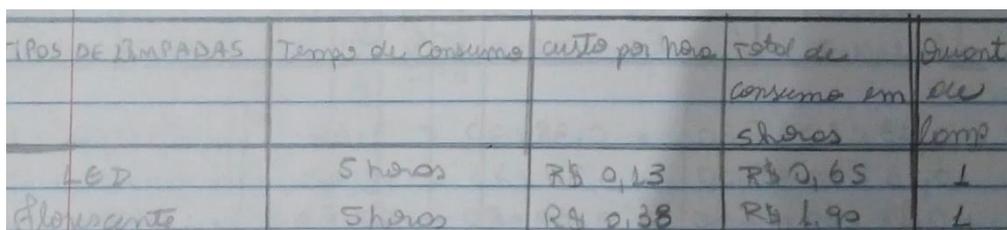
##### **4.4.1 Resolução da Equipe A - Atividade III**

A equipe A desenvolveu um modelo que levou em consideração não apenas a instalação dos sensores, mas também a troca das lâmpadas atuais por lâmpadas de LED. Além disso, em

suas pesquisas os alunos descobriram que existem dois tipos de sensor de presença: sensor unitário e coletivo.

O tipo de instalação escolhido para a investigação foram os banheiros da universidade, no entanto a equipe investigou a instalação do sensor para uma lâmpada. Posteriormente, a equipe multiplicou esse valor pelo total de lâmpadas dos banheiros da universidade.

Figura 30: Fragmento da resolução da Equipe A.



TIPOS DE LÂMPADAS	Tempo de consumo	custo por hora	total de consumo em horas	Quant. de lâmp
LED	5 horas	R\$ 0,13	R\$ 0,65	1
florescente	5 horas	R\$ 0,38	R\$ 1,90	1

Fonte: dados da pesquisa.

Primeiramente a equipe determinou quanto tempo as lâmpadas de LED e fluorescente ficariam ligadas no período. Depois, através do site da Copel<sup>12</sup>, os alunos consultaram os valores de consumo por hora para preencher a tabela. Como é possível notar as lâmpadas de LED apresentam uma economia de aproximadamente 65% em relação as lâmpadas fluorescentes. O próximo passo da equipe foi estimar quanto tempo a lâmpada ficaria apagada caso o sensor fosse instalado.

<sup>12</sup> Link do simulador disponibilizado pela Copel: <https://www.copel.com/scnweb/simulador/inicio.jsf>

Figura 31: Fragmento da resolução da Equipe A.

Tipo de lâmp	Tempo que a lâmpada ficou apagada	gasto	Economia por hora
lôca	1	R\$ 0,52	R\$ 0,13
lôca	2	R\$ 0,39	R\$ 0,26
lôca	3	R\$ 0,28	R\$ 0,39
flourescente	1	R\$ 1,52	R\$ 0,38
flourescente	2	R\$ 1,14	R\$ 0,76
flourescente	3	R\$ 0,76	R\$ 0,14

Economia por lâmpada por mês (20 dias) 1 lamp			
TIPO DE LÂMPADA	TEMPO QUE A LÂMPADA FICARÁ APAGADA	GASTO MENSAL	ECONOMIA MENSAL
lôca	20 horas	R\$ 10,40	R\$ 2,60
lôca	40 horas	R\$ 20,80	R\$ 5,20
lôca	60 horas	R\$ 31,20	R\$ 7,80
flourescente	20 horas	R\$ 30,40	R\$ 7,60
flourescente	40 horas	R\$ 60,80	R\$ 15,20
flourescente	60 horas	R\$ 91,20	R\$ 22,80

Fonte: dados da pesquisa.

A equipe A supôs diversos tempos em horas em que a lâmpada poderia ficar apagada por causa do sensor e com essa ideia estimou o novo consumo. Foi considerado que a lâmpada poderia ficar uma, duas e até três horas apagada com a instalação do sensor. Além disso, a equipe acrescentou uma coluna para contabilizar a economia em cada um dos casos. Na sequência, a equipe construiu uma tabela para a economia mensal, considerando vinte dias.

Como será descrito nos episódios, a equipe julgou difícil estimar o tempo que a lâmpada ficaria apagada. Para fazer isso os alunos entenderam que seria necessário ficar fora de algum banheiro contabilizando quantas pessoas entram e assim fazer uma estimativa. Por isso foram considerados tempos diferentes de economia, onde o tempo mínimo de economia estabelecido foi de uma hora e no máximo três horas.

Figura 32: Fragmento da resolução da Equipe A.

- Preços dos sensores e instalações (sensores coletivos)

total sensores coletivos	valor unid	valor tot	valor instalação de cada sensor	valor total instal
16	55	880,00	100,00	1.600,00
total = instalação + sensor coletivo $\Rightarrow 2480,00$				

Sensor Unitário

total sensores coletivos	valor unid	valor total	valor da instalação cada sensor	valor total instal
30	25	750	10	300
total $\Rightarrow$ instalação + sensor = 1050,00				

Fonte: dados da pesquisa.

A próxima parte foi a determinação da quantidade de sensores coletivos e unitários que seriam necessários para dar conta de todos os banheiros da universidade, bem como, os custos desse empreendimento. O sensor unitário, também chamado de sensor individual, é instalado em apenas uma lâmpada. Já o sensor coletivo pode ser ligado a mais lâmpadas simultaneamente. Diferentemente do sensor unitário, o sensor coletivo pode ser instalado por banheiro. Porém os alunos também descobriram que seus custos de instalação são maiores, nesse caso mais que o dobro.

Diante dessas informações os alunos começaram a investigar quanto tempo seria necessário para pagar os custos desse empreendimento, considerando a instalação de sensores unitários com lâmpadas fluorescentes, sensores unitários com lâmpadas LED, sensores coletivos com lâmpadas florescentes e sensores coletivos com lâmpadas LED.

Figura 33: Fragmento da resolução da Equipe A.

• Usando lâmpadas fluorescentes, colocamos sensor unitário. Quanto tempo irá pagar os desperdícios?

1 hora  $\Rightarrow 1050 \div (0,38 \times 30) = 93$  dias

2 horas  $\Rightarrow 1050 \div (0,76 \times 30) = 46$  dias

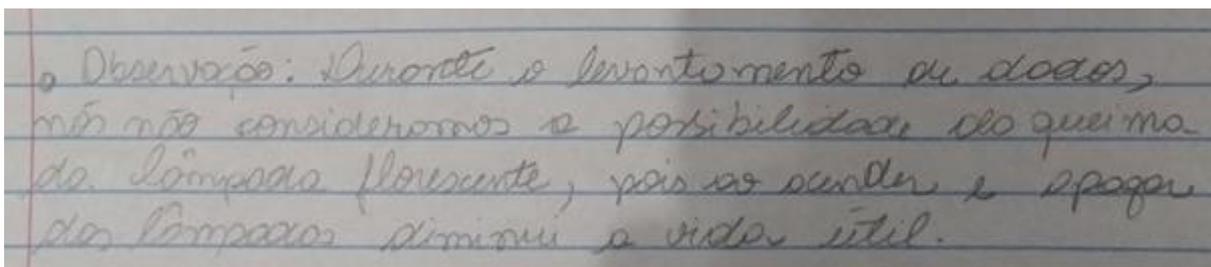
3 horas  $\Rightarrow 1050 \div (1,14 \times 30) = 31$  dias

Fonte: dados da pesquisa.

Considerando as possibilidades suscitadas anteriormente, a equipe descobriu que a melhor opção seria a instalação das lâmpadas fluorescentes com sensores unitários nos banheiros da universidade. Os alunos mostraram que o investimento seria pago em 93 dias, caso os sensores permitissem uma economia de pelo menos uma hora. Pensando que o período noturno se inicia às 18:30h e vai até às 23h, não existe tanto movimento nos banheiros entre 18:30h e 19h. Por isso existiria em torno de meia hora de economia e pelo menos mais outra meia hora de economia das 19h às 23h.

Apesar do grupo não ter feito uma investigação mais detalhada sobre a frequência de uso dos banheiros, é possível considerar que ao menos uma hora de economia seria possível com a instalação dos sensores.

Figura 34: Fragmento da resolução da Equipe A.



Fonte: dados da pesquisa.

Por fim os alunos atentam para a possibilidade de queima das lâmpadas, fato que não foi considerado no modelo. Além disso os alunos também deixaram de considerar a energia gasta pelo sensor, pois o sensor é um aparelho eletrônico que precisa de energia. Outro aspecto que poderia ser considerado seria o tempo que o sensor fica aceso, ou seja, qual a configuração de tempo do sensor. Tanto os sensores unitários quanto os sensores coletivos podem ser configurados com o tempo que permanecerão acesos, por exemplo, 30 segundos, um minuto, ou qualquer outro tempo. Diante disso qual seria o tempo ideal para que o sensor ficasse aceso, visto que para acender a lâmpada é consumida energia nessa operação.

Quadro 14: Falas da equipe A durante a apresentação da 3ª atividade.

Pesquisador: E as ideias para resolver esse problema, vocês tiveram durante a aula a quinze dias atrás? Ou depois da aula vocês pensaram em mais alguma coisa?

A1: A gente até pensou aqui. Só que por falta da internet no dia precisamos pesquisar em casa.

A3: Mas as variáveis foram definidas aqui.

A1: Mas o que está nós definimos na aula, só pesquisamos os dados em casa.

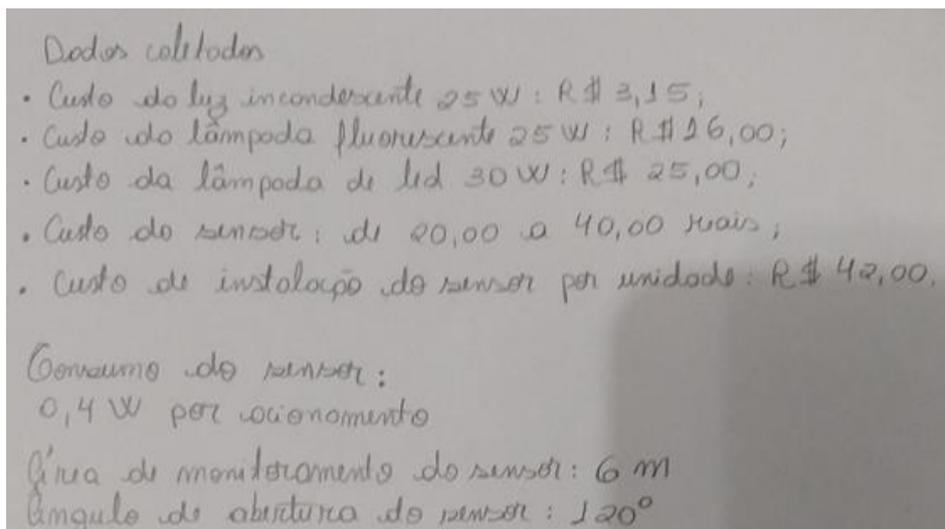
Fonte: dados da pesquisa.

A equipe explica que as ideias para resolver o problema foram definidas durante a aula, porém, no dia em questão, a internet da universidade passou por instabilidades. Por conta deste fato, tanto a equipe A quanto as demais equipes tiveram dificuldades em fazer pesquisas na internet durante a atividade.

#### 4.4.2 Resolução da Equipe B - Atividade III

A ideia para resolver o problema na equipe B foi similar à ideia empreendida pela equipe A, no entanto nessa equipe os alunos conseguiram avançar a discussão para resolver o problema considerando o consumo do sensor. Nesse desenvolvimento foram considerados dois tipos de lâmpadas (fluorescente e LED) e apenas o sensor de presença unitário. Inicialmente, os alunos levantaram todas informações sobre esses itens, valor, consumo e instalação. Os alunos até determinam qual o preço e o consumo da lâmpada incandescente, contudo não chegam a usar essas informações no restante do trabalho.

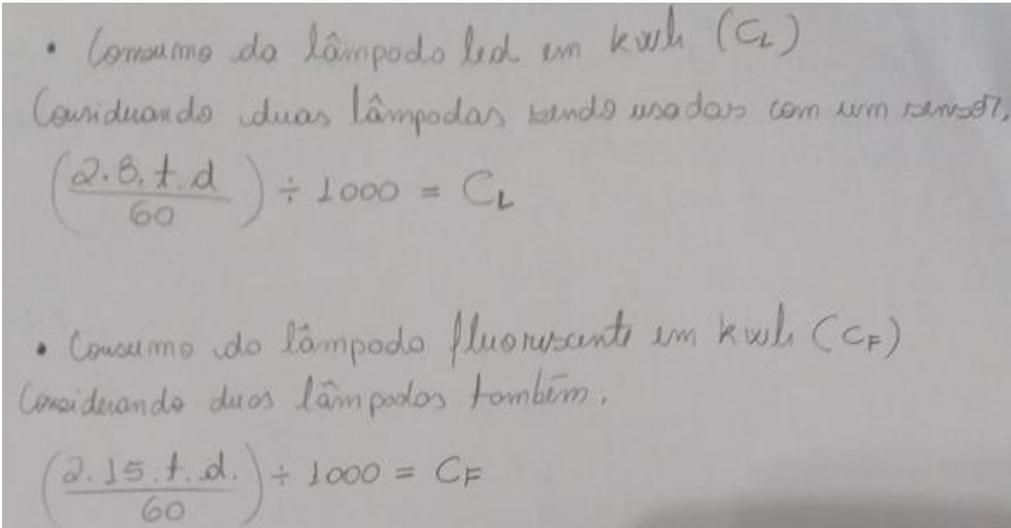
Figura 35: Fragmento da resolução da equipe B.



Fonte: dados da pesquisa.

Nesse desenvolvimento, os alunos consideraram o consumo do sensor unitário. Neste caso, o consumo é por acionamentos. Portanto, não basta saber apenas o tempo que as lâmpadas ficariam apagadas, mas também quantas vezes o sensor seria acionado.

Figura 36: Fragmento da resolução da equipe B.



• Consumo do lâmpodo led em kWh ( $C_L$ )  
Considerando duas lâmpodas sendo usadas com um sensor,  
$$\left(\frac{2 \cdot 8 \cdot t \cdot d}{60}\right) \div 1000 = C_L$$

• Consumo do lâmpodo fluorescente em kWh ( $C_F$ )  
Considerando duas lâmpodas também,  
$$\left(\frac{2 \cdot 15 \cdot t \cdot d}{60}\right) \div 1000 = C_F$$

Fonte: dados da pesquisa.

A partir das informações preliminares, os alunos determinaram funções para o consumo de com cada uma das lâmpadas. A ideia seguinte da equipe foi montar uma tabela a partir destas funções e da informação sobre o consumo por acionamento. Assim como a equipe anterior, não houve uma investigação para estimar a quantidade de vezes que o banheiro é utilizado. Ao invés disso, a equipe optou por construir uma tabela com as várias possibilidades de acionamentos, bem como, o respectivo tempo em que o sensor ficaria ligado. Com essa ideia foi possível mostrar os vários gastos possíveis para os dois tipos de lâmpadas.

Figura 37: Fragmento da resolução da equipe B.

Tempo h/dia min/dia	Consumo em kWh do sensor		Gasto de cada acionamento		Consumo das led em kWh		Consumo das Fluo. em kWh	
	30	365	30	365	30	365	30	365
0,02 1	0,0002	0,0024	R\$ 0,0003	R\$ 0,0036	0,01	0,10	0,02	0,18
0,08 5	0,0010	0,0122	R\$ 0,0015	R\$ 0,0178	0,04	0,49	0,08	0,91
0,17 10	0,0020	0,0243	R\$ 0,0029	R\$ 0,0355	0,08	0,97	0,15	1,83
0,25 15	0,0030	0,0365	R\$ 0,0044	R\$ 0,0533	0,12	1,46	0,23	2,74
0,33 20	0,0040	0,0487	R\$ 0,0058	R\$ 0,0711	0,16	1,95	0,30	3,65
0,42 25	0,0050	0,0608	R\$ 0,0073	R\$ 0,0888	0,20	2,43	0,38	4,56
0,50 30	0,0060	0,0730	R\$ 0,0088	R\$ 0,1066	0,24	2,92	0,45	5,48
0,58 35	0,0070	0,0852	R\$ 0,0102	R\$ 0,1243	0,28	3,41	0,53	6,39
0,67 40	0,0080	0,0973	R\$ 0,0117	R\$ 0,1421	0,32	3,89	0,60	7,30
0,75 45	0,0090	0,1095	R\$ 0,0131	R\$ 0,1599	0,36	4,38	0,68	8,21
0,83 50	0,0100	0,1217	R\$ 0,0146	R\$ 0,1776	0,40	4,87	0,75	9,13
0,92 55	0,0110	0,1338	R\$ 0,0161	R\$ 0,1954	0,44	5,35	0,83	10,04
1 60	0,0120	0,1460	R\$ 0,0175	R\$ 0,2132	0,48	5,84	0,90	10,95
2 120	0,0240	0,2920	R\$ 0,0350	R\$ 0,4263	0,96	11,68	1,80	21,90
4 240	0,0480	0,5840	R\$ 0,0701	R\$ 0,8526	1,92	23,36	3,60	43,80
6 360	0,0720	0,8760	R\$ 0,1051	R\$ 1,2790	2,88	35,04	5,40	65,70
8 480	0,0960	1,1680	R\$ 0,1402	R\$ 1,7053	3,84	46,72	7,20	87,60
10 600	0,1200	1,4600	R\$ 0,1752	R\$ 2,1316	4,80	58,40	9,00	109,50
15 900	0,1800	2,1900	R\$ 0,2628	R\$ 3,1974	7,20	87,60	13,50	164,25
24 1440	0,2880	3,5040	R\$ 0,4205	R\$ 5,1158	11,52	140,16	21,60	262,80

Fonte: dados da pesquisa.

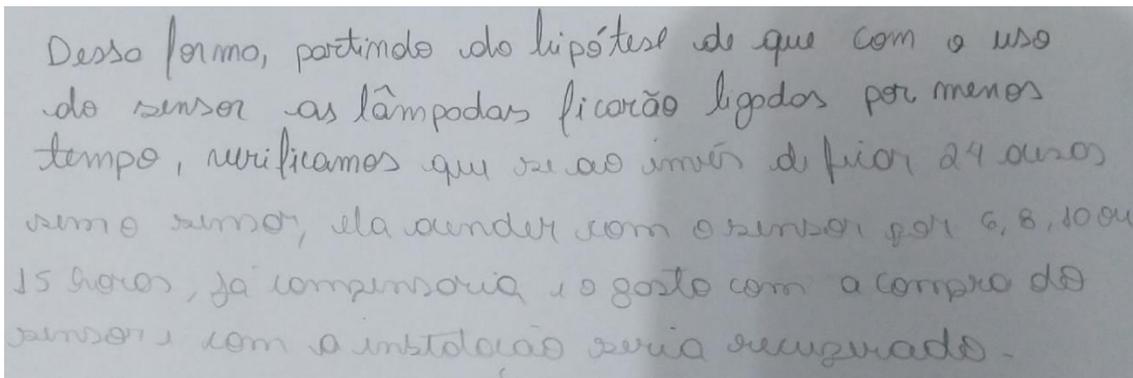
Figura 38: Fragmento da continuação da resolução da equipe B.

Gasto com as led		Gasto com as Fluorescente		Gasto total com o sensor LED		Gasto total com o sensor FLUO	
30	365	30	365	30	365	30	365
R\$ 0,01	R\$ 0,14	R\$ 0,02	R\$ 0,27	R\$ 0,01	R\$ 0,15	R\$ 0,03	R\$ 0,27
R\$ 0,06	R\$ 0,71	R\$ 0,11	R\$ 1,33	R\$ 0,06	R\$ 0,73	R\$ 0,13	R\$ 1,33
R\$ 0,12	R\$ 1,42	R\$ 0,22	R\$ 2,66	R\$ 0,12	R\$ 1,46	R\$ 0,25	R\$ 2,66
R\$ 0,18	R\$ 2,13	R\$ 0,33	R\$ 4,00	R\$ 0,18	R\$ 2,18	R\$ 0,38	R\$ 4,00
R\$ 0,23	R\$ 2,84	R\$ 0,44	R\$ 5,33	R\$ 0,24	R\$ 2,91	R\$ 0,51	R\$ 5,33
R\$ 0,29	R\$ 3,55	R\$ 0,55	R\$ 6,66	R\$ 0,30	R\$ 3,64	R\$ 0,64	R\$ 6,66
R\$ 0,35	R\$ 4,26	R\$ 0,66	R\$ 7,99	R\$ 0,36	R\$ 4,37	R\$ 0,76	R\$ 7,99
R\$ 0,41	R\$ 4,97	R\$ 0,77	R\$ 9,33	R\$ 0,42	R\$ 5,10	R\$ 0,89	R\$ 9,33
R\$ 0,47	R\$ 5,68	R\$ 0,88	R\$ 10,66	R\$ 0,48	R\$ 5,83	R\$ 1,02	R\$ 10,66
R\$ 0,53	R\$ 6,39	R\$ 0,99	R\$ 11,99	R\$ 0,54	R\$ 6,55	R\$ 1,15	R\$ 11,99
R\$ 0,58	R\$ 7,11	R\$ 1,10	R\$ 13,32	R\$ 0,60	R\$ 7,28	R\$ 1,27	R\$ 13,32
R\$ 0,64	R\$ 7,82	R\$ 1,20	R\$ 14,65	R\$ 0,66	R\$ 8,01	R\$ 1,40	R\$ 14,65
R\$ 0,70	R\$ 8,53	R\$ 1,31	R\$ 15,99	R\$ 0,72	R\$ 8,74	R\$ 1,53	R\$ 15,99
R\$ 1,40	R\$ 17,05	R\$ 2,63	R\$ 31,97	R\$ 1,44	R\$ 17,48	R\$ 3,05	R\$ 31,97
R\$ 2,80	R\$ 34,11	R\$ 5,26	R\$ 63,95	R\$ 2,87	R\$ 34,96	R\$ 6,11	R\$ 63,95
R\$ 4,20	R\$ 51,16	R\$ 7,88	R\$ 95,92	R\$ 4,31	R\$ 52,44	R\$ 9,16	R\$ 95,92
R\$ 5,61	R\$ 68,21	R\$ 10,51	R\$ 127,90	R\$ 5,75	R\$ 69,92	R\$ 12,22	R\$ 127,90
R\$ 7,01	R\$ 85,26	R\$ 13,14	R\$ 159,87	R\$ 7,18	R\$ 87,40	R\$ 15,27	R\$ 159,87
R\$ 10,51	R\$ 127,90	R\$ 19,71	R\$ 239,81	R\$ 10,77	R\$ 131,09	R\$ 22,91	R\$ 239,81
R\$ 16,82	R\$ 204,63	R\$ 31,54	R\$ 383,69	R\$ 17,24	R\$ 209,75	R\$ 36,65	R\$ 383,69

Fonte: dados da pesquisa.

Nas figuras 36 e 37, constam as tabelas construídas para determinar os consumos em cada um dos casos. Na primeira coluna da figura 36, temos as quantidades de acionamentos e o respectivo tempo que o sensor ficou ligado. Os alunos consideraram que o sensor mantém a lâmpada ligada por um minuto. Então 60 acionamentos, corresponde a 1 hora. Nessa mesma linha, porém na coluna seguinte estão o consumo e gasto para um mês e um ano. Nas demais colunas estão os consumos e gastos com as lâmpadas fluorescente e LED, respectivamente.

Figura 39: Fragmento da resolução da Equipe B.



Desse forma, partindo da hipótese de que com o uso do sensor as lâmpadas ficarão ligadas por menos tempo, verificamos que se ao invés de ficar 24 horas sem o sensor, ela acender com o sensor por 6, 8, 10 ou 15 horas, já compensaria o gasto com a compra do sensor e com a instalação seria recuperado.

Fonte: dados da pesquisa.

Com base na tabela, a equipe conclui que a partir de 6 horas a economia compensaria os gastos da instalação dos sensores, independente da escolha das lâmpadas. Diferentemente da equipe anterior, nesta resolução surgiu a ideia de buscar o consumo do sensor. Ainda assim na tabela é considerada que a quantidade de acionamentos em um período de 24h. Seria mais interessante usar os períodos que de fato as lâmpadas não podem ficar desligadas, como, por exemplo, período noturno. Nos períodos da madrugada a energia dos blocos é desligada e religada apenas de manhã, por isso o tempo e quantidade de acionamentos poderia ficar restrito apenas ao período noturno. Assim poderiam ser feitas suposições sobre a quantidade mínima e máxima que os sensores seriam acionados das 18:30h as 23h.

Não foi destacado na tabela a diferença entre o consumo com o sensor e o consumo sem o sensor, seria interessante apresentar a diferença que permite entender quando passa a valer a pena a instalação de sensores.

Quadro 15: Falas da equipe B durante a apresentação da 3ª atividade.

<p>Pesquisador: E para resolver esse problema, o que vocês conseguiram fazer na sala de aula em equipe?</p> <p>A2: Nós decidimos tudo na sala de aula e depois colocamos no computador. Só que no computador deu tudo errado, daí tivemos que calcular de novo.</p> <p>A1: Nós tivemos que fazer as pesquisas fora da sala de aula. Por que quando falava de sensor, nós não sabíamos nada. Então tivemos que ir atrás, pesquisar, mas em casa por que não tinha internet aqui.</p>
---

Fonte: dados da pesquisa.

Por fim a equipe explicou que as ideias surgiram durante a aula e que posteriormente foram feitos os cálculos no computador. A1 explica que a pesquisa precisou ser feita em casa, pois no dia da aula a internet não estava funcionando.

#### 4.4.3 Resolução da Equipe C - Atividade III

Esta equipe optou por enviar todo desenvolvimento por e-mail, onde foram utilizados o Power Point e o Excel para a apresentação. Por esse motivo foram retirados trechos desse material para apresentar a resolução assim como nos demais grupos, entretanto com recortes dos slides e das planilhas enviadas. A equipe explica que foram feitas muitas delimitações para resolver o problema, tendo em vista sua complexidade.

Figura 40: Fragmento da resolução da Equipe C.

DADOS DAS LÂMPADAS		
Característica	Fluorescente	LED
Potência	40W	15W
Durabilidade	7500H	40000H
Temperatura de Cor	5000k	6500k
Preço	R\$ 8,49	R\$ 54,30

O aumento excessivo do número de acendimentos de lâmpadas reduz sua vida útil, portanto, em locais de pouco tempo de permanência e com elevada utilização, lâmpadas fluorescentes não são adequadas.

Fonte: dados da pesquisa.

Inicialmente a equipe considerou a troca das lâmpadas incandescentes e fluorescentes da faculdade por modelos mais econômicos, como as lâmpadas de LED. Para determinar o preço das lâmpadas, a equipe pesquisou em três sites diferentes cada um dos modelos e fez o cálculo da média aritmética para cada modelo. Durante a pesquisa a equipe também descobriu que se tratando de acendimentos a lâmpada de LED é mais adequada, pois sua vida útil é maior em comparação com a lâmpada fluorescente. Por isso, em uma instalação de sensores seria mais adequado o uso desse tipo de lâmpada prevendo que a quantidade de acendimentos aumentaria.

Assim como as lâmpadas, o preço do sensor de presença também foi pesquisado em três sites diferentes, sendo determinada a média aritmética dos preços para o trabalho. O sensor escolhido para o trabalho foi do tipo coletivo que, segundo a equipe, pode atender a demanda de um banheiro, ou seja, sem a necessidade de instalar mais sensores no mesmo ambiente. O grupo também descobriu que em cada momento que o sensor é acionado a energia gasta equivale a 5 minutos da lâmpada ligada. Portanto, nesse grupo também foi definido que seria importante considerar a energia necessária para o sensor funcionar. Com essas informações o grupo elaborou a seguinte planilha.

Figura 41: Fragmento da resolução da Equipe C.

Recursos envolvidos	Unidade	Lâmpada Fluorescente	Lâmpada LED	Com o sensor (Lâmpada Fluorescente)	Com o sensor (Lâmpada LED)
Potência	Watts	40	15		
Quantidade	Unidades	2	2	1,000000	1,000000
Custo médio do produto	Real (R\$)	8,49	54,3	35,000000	35,000000
Vida média	Horas	7500	40000		
Consumo mensal (h*dia)	Horas x dia	110	110	22,000000	22,000000
Custo*	R\$/(KW/h)	0,70076	0,70076		
Custo Inicial do Sistema	Real (R\$)	16,98	108,6	51,980000	143,600000
Consumo de Energia por hora	KW/h	0,04	0,015	0,240000	0,215000
Custo de Energia por hora	Real (R\$)	0,0560608	0,0210228	0,224243	0,171686
Consumo de energia Mensal	KW/h	4,4	1,65	5,280000	4,730000
Custo de Energia mensal	Real (R\$)	6,166688	2,312508	4,933350	3,777096

Fonte: dados da pesquisa.

Os alunos desse grupo definiram que o sensor manteria a luz ligada durante um minuto após a presença e que em uma hora seriam considerados 60 acendimentos. Assim, os alunos consideraram o máximo de acionamentos do sensor para descobrir a quantidade máxima de energia que seria gasta nessas condições e se mesmo assim a instalação valeria a pena. O que os alunos fizeram foi questionar se após a lâmpada ficar sendo acendida interruptamente ainda valeria o investimento. Com essa hipótese foram feitos cálculos para as duas lâmpadas, como pode ser visto na figura 40.

Contudo, nessa argumentação, uma lâmpada ligada sem sensor durante uma hora terá um consumo X. Se instalarmos um sensor nessa lâmpada e mantermos o sensor acendendo interruptamente por uma hora, ao final teremos um consumo Y. Obviamente que o consumo Y é maior que o consumo X, por que além do consumo de X foi acrescentado o consumo de 60 acendimentos pelo sensor. A equipe deveria estipular uma quantidade mínima de acendimentos, ou ainda, uma quantidade ideal de acendimentos, para obter alguma economia. Por exemplo, em uma hora considerar que graças ao sensor a lâmpada ficou 15 minutos desligada e nesse período acendida no máximo 45 vezes.

Figura 42: Fragmento da resolução da Equipe C.

CONVENCIONAL	Resolução ANEEL Nº 2.402, de 19 de junho de 2018	
Tarifa em R\$/kWh	Resolução ANEEL	com impostos: ICMS e PIS/COFINS
B1-Residencial Baixa Renda		
Consumo mensal inferior ou igual a 30 kWh	0,16188	0,17039
Consumo mensal entre 31 kWh e 100 kWh	0,2775	0,42045
Consumo mensal entre 101 kWh e 220 kWh	0,41625	0,63068
Consumo mensal superior a 220 kWh	0,4625	0,70076

Obs: Consumo até 30 kWh isento de ICMS

Como o consumo mensal da UNESPAR é superior a 220 kw/h, então realizamos os cálculos mediante a tarifa de 0,70076 R\$/kWh.

Fonte: dados da pesquisa.

Por fim, a equipe apresentou uma informação importante que diz respeito ao valor pago pela universidade considerando a quantidade de energia utilizada. Diferentemente dos demais grupos, os alunos dessa equipe buscaram a taxa em que se enquadra no consumo da universidade.

Quadro 16: Falas da equipe C durante a apresentação da 3ª atividade.

Pesquisador: E as ideias que vocês tiveram para resolver esse trabalho, o que surgiu durante a aula? E o que surgiu depois?

C2: Foi muito pouco.

C3: Durante a aula foram todas as variáveis foram aqui.

C2: Fizemos as variáveis aqui e depois pesquisamos na internet, por que não tinha internet no dia.

Fonte: autor.

Por fim os alunos destacam que as ideias usadas para resolver o problema surgiram durante a aula, porém, assim como as demais equipes, não conseguiram utilizar a internet no dia. É possível perceber a importância do acesso à internet durante o desenvolvimento das atividades, uma vez que os alunos estavam todos reunidos e poderiam aproveitar o momento para pesquisarem juntos. Como discutido anteriormente, os alunos dessa turma, em sua maioria, são de cidades diferentes e por isso fica difícil a reunião de todos para continuar o trabalho. Nos episódios da primeira atividade é possível perceber que muitas ideias surgem por associação

durante as discussões, onde alguém inicia uma discussão e, por consequência, outra pessoa associa alguma ideia para resolver o problema.

Na sequência apresentaremos as análises horizontais e verticais de cada uma das atividades, bem como, os quadros temporais desenvolvidos.

## Capítulo 5 - Análises

Apresentaremos nesse capítulo as análises horizontal e vertical a partir da transcrição dos áudios coletados. Na análise horizontal usaremos os quadros temporais entre grupos atividade por atividade, bem como, os episódios de interesse. Portanto, na análise horizontal serão apresentados três quadros temporais, um para cada atividade. Já na análise vertical, produzimos um quadro temporal para cada equipe nas três atividades com o objetivo de comparar como cada equipe procedeu nas atividades ao longo da pesquisa de forma intragrupo.

### 5.1. Análise Horizontal da Atividade I – Quanto custa fazer uma universidade pública?

Na análise horizontal procederemos explorando o que foi feito por cada uma das equipes apenas na primeira atividade, assim como, destacando os episódios de interesse para a pesquisa. Nessa análise também usaremos os quadros temporais para fundamentar a exploração dos dados da pesquisa para a primeira atividade. Na sequência apresentamos o quadro temporal da Atividade 1 – *Quanto custa fazer uma faculdade pública?*

As cores na legenda, em todos os quadros, significam:

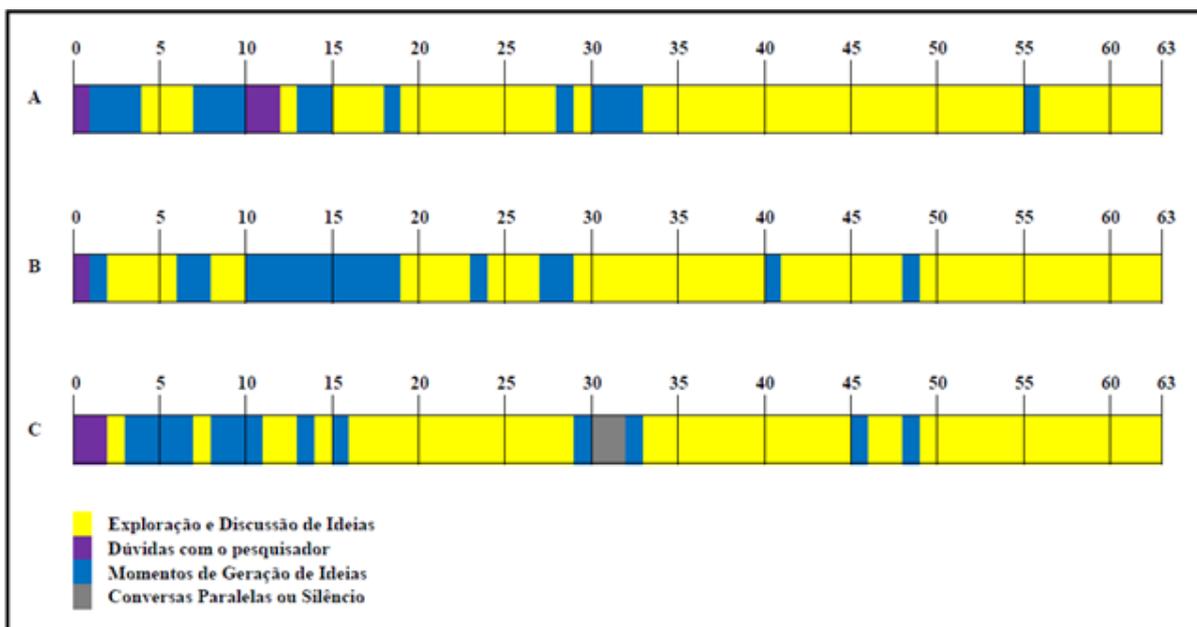
- Amarelo - Exploração e discussão de ideias: momentos em que os alunos fazem a leitura, anotações e organização de dados, implementação e validação. Basicamente, nessa categoria, entram todos os momentos em os em que os alunos exploram e discutem ideias.
- Azul - Momentos de Geração de Ideias: momentos em os alunos manifestam ideias, desde palpites até ideias mais elaboradas. É preciso destacar que quando uma ideia surgia pela primeira vez, está ganhava a legenda de momentos de geração de ideias. Se essa mesma ideia surgia novamente durante as discussões ganhava a legenda de “exploração e discussão de ideais”, pois a mesma ideia já havia sido proposta e estava apenas retornando ao centro das discussões. Caso não fizéssemos isso, os quadros seriam quase todos na totalidade marcados como de momentos de geração de ideias.
- Roxo - Dúvidas com o professor/pesquisador: são os momentos em que os alunos precisavam de alguma orientação sobre a atividade. Estas dúvidas surgiam tanto nos momentos de exploração, quanto nos momentos de momentos de geração de ideias, por isso foi possível perceber que se tratava de um momento a parte. Nessa categoria

entraram basicamente as dúvidas de quais caminhos eles poderiam tomar durante a resolução da atividade, dúvidas acerca das hipóteses que poderiam considerar.

- Cinza - Conversas Paralelas e Silêncio: são os momentos em que os alunos conversavam sobre temas que não se relacionavam à atividade, ou ainda, os períodos de silêncio. Por exemplo, na primeira atividade, este tipo de momento foi ínfimo, porém na segunda atividade houve grandes períodos de conversa sobre temas que não faziam parte do escopo da aula. Como os alunos estavam vivenciando o estágio supervisionado, em alguns momentos os mesmos discutiam, rapidamente, a respeito das escolas e horários. Já os períodos de silêncio poderiam ser momentos em que os alunos estavam escrevendo suas resoluções para o problema, ou mesmo, no celular após decidirem que a atividade estava terminada.

Estas foram as quatro categorias que construímos após a leitura de todas as conversas. É preciso destacar que em um minuto existem muitas falas, desde falas curtas, até falas mais longas. Existem períodos que temos mais de uma dessas categorias, por exemplo, Exploração, Momentos de Geração de Ideias e Dúvidas. Neste caso, como decidimos não fracionar ainda mais o tempo, marcamos todo o período como de momentos de geração de ideias, pois é o momento de maior interesse para os pesquisadores, devido ao foco da investigação. Também consideramos que os momentos de Dúvidas eram mais representativos para a pesquisa que os momentos de Exploração, pois durante as dúvidas os alunos, muitas vezes, sentiam-se livres para elaborar hipóteses originais. Assim, se em um dado minuto houvesse falas tanto de Exploração quanto de Dúvida, este minuto seria destacado como de Dúvida.

Figura 43: Quadro temporal com as linhas temporais das três equipes da Atividade I.



Fonte: autor.

Como é possível observar, todas as equipes tiveram mais de um episódio de momentos de geração de ideias durante o desenvolvimento da primeira atividade. Além disso os momentos de geração de ideias foram predominantes nos primeiros 15 minutos da atividade. Neste período os alunos, de modo geral, se ocupam principalmente, como veremos a seguir, em palpitar conceitos e encaminhamentos para a resolução do problema, ou seja, a se inteirar sobre o problema antes de iniciar a matematização.

Uma primeira observação decorrente dos quadros temporais, é que a medida em que o tempo passa, as ideias se tornam menos frequentes e os alunos se dedicam mais à exploração das ideias que surgiram. O período onde predomina a exploração começou a partir dos 15 minutos nas equipes A e C, e a partir dos 20 minutos na equipe B. Neste período de exploração também se encontram as discussões acerca de ideias e estratégias que serão aceitas pela equipe no processo de resolução.

É interessante destacar que, como enfatiza Csikszentmihalyi (1999), as ideias, no nosso caso, momentos de geração de ideias, também são produtos do meio porque precisam da aprovação de um grupo ou de um especialista para serem considerados produtos criativos para um certo contexto. Neste caso o especialista pode ser considerado o professor/pesquisador e, como podemos perceber o mesmo foi pouco solicitado durante a atividade. O pesquisador/professor foi solicitado por todas as equipes no início da atividade. A única exceção foi a equipe A que solicitou o pesquisador para tirar dúvidas em um segundo momento.

Todavia, consideramos que a participação do professor se estende até o final das apresentações, pois do início ao final da atividade o professor/pesquisador está em contato com os desenvolvimentos dos grupos e sempre refletindo sobre o que está sendo feito.

Nesta atividade as poucas dúvidas indicam que as equipes entenderam a investigação que lhes cabia realizar e por isso não precisaram tirar tantas dúvidas justamente por estarem familiarizados com atividades de modelagem matemática. Além disso, como se tratam de alunos que já haviam tido contato com outras atividades de modelagem, pois eles já estavam ambientados a práticas deste tipo. Nesse caso a familiarização pode ser percebida por conta da autonomia com que lidaram com o problema. Por fim, apenas na equipe A o pesquisador foi solicitado para opinar acerca de uma ideia que os membros da equipe gostariam de considerar em sua resolução (apresentaremos este momento a seguir).

Outro aspecto que destacamos do quadro temporal são os momentos de conversas paralelas ou silêncio que aconteceram em apenas uma equipe e durante não mais que três minutos. Após escutar todos os áudios consideramos que o tema escolhido foi de interesse de todos os alunos. Essa ausência de conversas paralelas ou silêncio pode ser justificada pelo engajamento e interesse que os alunos tiveram nesta atividade. Esse interesse e motivação podem ser decorrentes do fato de os alunos saberem que estavam fazendo parte de uma pesquisa, ou seja, não queriam atrapalhar a pesquisa e nem criar uma imagem negativa deles para o pesquisador.

Consideramos que nos momentos de geração de ideias também estão nos instantes em que os alunos tentam observar o problema sob diferentes perspectivas. No entanto, nessa atividade os alunos não tiveram tantos momentos buscando observar o problema sobre diferentes ângulos.

No entanto, não é por que estes momentos não aconteceram durante o tempo da aula que não tenham acontecido durante o tempo que as equipes pensaram no problema, é preciso lembrar que as equipes poderiam ainda trabalhar na atividade depois aula. Neste caso não teríamos como coletar esses dados, por isso foram feitas algumas perguntas sobre as ideias usadas pelas equipes durante as apresentações.

Na sequência apresentaremos alguns dos episódios significativos para o interesse dessa pesquisa. Foram escolhidos os primeiros minutos da atividade e os momentos de geração de ideias consideradas interessantes pelo pesquisador.

### 5.1.1. Episódio I – Equipe A

Todas as equipes consideraram inicialmente as seguintes variáveis: materiais, transporte, alimentação e impressão, para resolver o problema. Estas são variáveis básicas para resolver este problema. No entanto, mesmo sendo variáveis básicas, ainda podem ser consideradas de inúmeras formas e segundo vários pontos de vista.

Como os primeiros minutos em todas as equipes foram os momentos de predominância de geração de ideias, apresentaremos esses trechos. Chamaremos esses trechos de episódios. Vejamos as primeiras discussões da equipe A, assim que acabaram de receber a atividade.

Quadro 17: Conversas do minuto 1 ao minuto 3 da Equipe A durante a 1ª atividade.

A1: O gasto seria com transporte para quem vem de fora?
A2: Xerox? Livros? A gente faz uma tabela e vai colocando?
A1: Acho que uma tabela com a relação.
A1: Vamos colocar o transporte.
A2: Vamos começar pelo A3. A3, você gasta com o que? Primeiramente, desde de quando você começou o curso.
A3: Nossa tem muita coisa, gasto demais.
A2: Transporte?
A3: Primeiro é o transporte, para se deslocar até a faculdade.
A1: Eu gasto com alimentação, por que as vezes eu como aqui.
A2: Nós três comemos!
A3: Às vezes!
A1: Livros e xerox, e os demais materiais. Em materiais entraria só os xerox ou também caderno, lápis, borracha?
A3: Xerox!
A2: Xerox!
A1: Livro?
A3: Entra o material e o xerox.
A2: E o livro?
A3: Xerox e livro são juntos, e o material.
A2: E o vestuário?
A3: Toma banho, não.

Fonte: dados da pesquisa.

Como podemos perceber, as variáveis transporte, alimentação e materiais, são as que surgem inicialmente na resolução do problema. É interessante notar que essas variáveis surgem por meio dos questionamentos entre os membros da equipe, esse aspecto pode ser entendido como a ação de informar-se, ou seja, a ação de inteirar-se descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como uma das fases da modelagem. Nesse caso, a ação de inteirar-se conduziu aos primeiros momentos de geração de ideias da equipe, ajudando a identificar as variáveis básicas para o problema. Esses momentos podem ser entendidos como atos de fluência, segundo Alencar e Fleith (2003b). Atos de fluências são momentos de geração de diversas ideias para resolver um problema e acontecem graças a alternância do pensamento convergente e divergente frente ao problema.

Ao invés de consultar a internet em busca de um modelo, ou ainda, caminhos para o problema, os alunos questionaram uns aos outros constantemente em buscas de informações. Essa busca por informações foi amparada nas experiências que cada um teve durante a graduação, ou seja, suas vivências, e faz parte da ação de inteirar-se sobre o assunto.

Além das variáveis, nesses primeiros minutos a equipe também definiu o uso da tabela como estratégia que usariam para organizar as informações das discussões. Esta estratégia foi usada durante todo o restante da aula e, como apresentado nas resoluções, foi usada para a matematização do modelo para o problema.

Nesta equipe em questão todos os alunos são de outras cidades, por esse motivo o gasto com transporte surge com tanta importância. Na sequência surgem os gastos com materiais e alimentação, variáveis estas mantidas como essenciais pela equipe para a resolução do problema.

O mais interessante deste trecho é a menção aos gastos com roupas. Em um modelo básico para o problema proposto, o pesquisador não considerou este gasto. Neste caso a variável roupas foi sugerida, mas não teve importância para os demais membros da equipe. Alguns minutos depois a mesma aluna sugere novamente esta variável, no entanto destacando que se trata de um aspecto complicado.

Quadro 18: Conversas do minuto 7 ao minuto 8 da Equipe A durante a 1ª atividade.

A2: O vestuário é complicado.

A1: Não tem como colocar, por que a gente não compra só para vir para faculdade. Por que usamos no dia a dia, para trabalhar, ou seja, não é um uniforme.

A2: Eu só fui comprar camisetas no segundo ano. Lembra que teve um evento no primeiro ano?

A1: Eu paguei, mas não vim no evento.

A2: Eu paguei mais caro ainda.

A3: A inscrição custava R\$ 65,00?

A1: Eu paguei em grupo.

Fonte: dados da pesquisa.

A ideia de acrescentar o gasto com roupas foi excluída entre os membros da equipe. No modelo, apresentado anteriormente, vemos que a equipe fez apenas uma menção a este gasto sem acrescentá-lo ao modelo do problema. Quantificar o gasto com roupas é uma tarefa complexa, pelos motivos que foram apresentados acima e também por causa da dificuldade em quantificar o uso das roupas apenas na universidade. Porém, um modelo que conseguisse acrescentar variável contornando os problemas enfatizados pela equipe poderia ser considerado como um modelo inovador, entre os demais modelos apresentados.

Estes momentos de indiferença, ou ainda, rejeição de ideias entre os membros da equipe, foram comuns durante esta atividade. Esta falta de cuidado e paciência para lidar com as ideias de outras pessoas é um dos fatores inibidores destacados por Alencar e Fleith (2003b). Neste caso houve uma falta de atenção a esta ideia, os alunos ainda tinham muito tempo em sala de aula e fora da aula para trabalharem no problema. No entanto, como veremos, optaram por rejeitar a ideia de acrescentar por acreditar que se tratava de uma variável de difícil quantificação.

Além disso, a rejeição de ideias em um grupo de alunos é algo que pode acontecer entre os mesmos por algum descuido. No entanto, pensando na figura do professor, o conhecimento dessas ideias é uma oportunidade de retomar o problema sobre o ponto de vista que alguém teve durante a resolução. Uma estratégia para o professor ter conhecimento dessas ideias, caso não tenha gravado as discussões, seria pedir a cada membro do grupo que anotasse todas as ideias que surgiram durante as discussões independentes de terem sido implementadas no desenvolvimento.

### **5.1.2. Episódio II – Equipe A**

Neste episódio destacamos o momento em que os membros da equipe precisaram da opinião do pesquisador sobre um aspecto que evidenciaram ser importante para o modelo, o tempo. No problema foi solicitado que alunos elaborassem um modelo de custos para fazer o curso de Licenciatura em Matemática, entretanto não foi estipulado um tempo de conclusão do

curso. O tempo mínimo para um aluno regular completar a graduação é de quatro anos, contudo na equipe em questão os alunos tinham a expectativa de cinco anos para a integralização.

Quadro 19: Conversas do minuto 10 ao minuto 12 da equipe A durante a 1ª atividade.

<p>A1: Comprei os mais baratos.</p> <p>A3: Comprei o livro do cálculo 2.</p> <p>A1: Tenho uma dúvida, nós vamos falar em quatro anos ou cinco anos?</p> <p>A3: Tudo aqui está em cinco anos, dos três. Vamos fazer de cinco anos.</p> <p>A3: Pesquisador, o curso dura quatro anos. Mas nós três estamos aqui há cinco anos, por isso colocamos cinco anos?</p> <p>Pesquisador: É uma hipótese que vocês vão tomar, vocês podem fazer para quatro anos e depois para cinco anos.</p> <p>A3: Fazemos um custo por ano, um custo anual. Nesse caso pode ser um custo para qualquer estudante.</p> <p>A3: Percebemos o custo vai aumentando em cada ano, tipo quanto vai aumento por ano para gente. Daí pode sair uma porcentagem, por exemplo uma quantidade que aumenta por ano. Como nós estamos fazendo separados e por ano.</p> <p>A2: O grupo de lá vai ser apenas quatro anos. Todos eles estão aqui a apenas quatro anos.</p> <p>Pesquisador: Se é importante para vocês, podem colocar.</p>
--

Fonte: dados da pesquisa.

Neste episódio vemos que os alunos apontaram um detalhe sobre o tempo, ou seja, que nem todos fazem a graduação em apenas quatro anos. Os alunos ficaram em dúvida sobre os caminhos que deveriam tomar e por isso consultaram a opinião do especialista do momento, o pesquisador. Como se trata de uma atividade de modelagem matemática e uma das características é a abertura a diferentes tipos de respostas, (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BIEMBENGUT, 2005; BARBOSA, 2008), o pesquisador incentivou os alunos a investirem nas duas ideias. A falta de incentivo, poderia ter minado o interesse dos alunos por esta questão. Esta é uma questão que não havíamos pensado de antemão na atividade, porém saber quanto um estudante precisa desembolsar a mais, caso precise de mais um ano, seria um assunto interessante para o momento das apresentações. Esse tipo de questionamento é enfatizado por Almeida, Silva e Vertuan (2012), como parte da atitude do professor orientador que tanto incentiva os alunos a investirem nas próprias ideias quanto questiona com o objetivo de monitorar o que os alunos estão fazendo.

### 5.1.3. Episódio III – Equipe A

O terceiro e último episódio da equipe A foi acerca da participação de projetos com bolsa. Neste grupo, dois alunos receberam bolsas pela participação em projetos durante a graduação. Com isso surge a ideia de que a graduação não gera apenas gastos, mas pode proporcionar o retorno do dinheiro gasto por meio de bolsas. Vejamos o trecho do diálogo.

Quadro 20: Conversas do minuto 33 ao minuto 35 da equipe A durante a 1ª atividade.

A3: Vocês não estão colocando o PIC aí, a bolsa compensou.
A2: Eu falei que tinha bolsa no PIC, mas eu tive um deslocamento.
A1: Mas o PIBID, tem a bolsa para nos manter.
A3: Mas aí você tem que colocar os custos, porque aqui está perguntando que medidas foram tomadas pela instituição.
A1: Então a gente vai ter que colocar o gasto para participar dos eventos do PIBID, o meu PIC eu fiz voluntário.
A2: No PIBID tivemos que pagar o hotel.
A1: Eles não pagaram nada, daí o professor X conseguiu na associação e por isso ficou R\$ 25,00 por noite. Já em São Paulo, o PIC pagou.

Fonte: dados da pesquisa.

Essa é uma nova perspectiva para o problema e que surgiu durante um momento de geração de ideias, onde houve um consenso de que a ideia seria interessante para a atividade. Apesar de a equipe não explorar com mais calma essa ideia durante a aula, este aspecto foi acrescentado à resolução do problema. Esta mudança de perspectiva, que também pode ser entendida como ato de flexibilidade (LUBART, 2007; ALENCAR; FLEITH, 2003b) frente ao problema, permitiu estender as discussões a uma dimensão não considerada durante a elaboração das atividades. Neste episódio podemos perceber que o problema e ambiente de modelagem matemática, bem como, os fatores de incentivo de criatividade de Alencar e Fleith (2003b), promoveram uma discussão por parte dos alunos que culminou em uma nova perspectiva para o problema. A ideias acerca do uso da bolsa surgiu durante uma discussão e foi uma ideia aceita pelo grupo todo, o que vem ao encontro da importância do julgamento.

(AMABILE, 1982, 2011; CSIKSZENTMIHALYI, 1999, 2014; CSIKSZENTMIHALYI; SAWYER, 2014).

Além disso, a ideia em particular pode ser entendida como um momento de originalidade (LUBART, 2007; ALENCAR; FLEITH, 2003b). Durante as apresentações todos ficaram surpresos com a particularidade explorada pela equipe, o que possibilitou diversas discussões sobre a importância das bolsas para o desenvolvimento de pesquisas.

Destacamos que a bolsa é uma oportunidade e não uma necessidade, entretanto os alunos apresentaram separadamente a perspectiva de custos cumprido a atividade e depois fazendo uma observação para o caso de um aluno bolsista. As alunas tiveram contato com essa retribuição graças à faculdade e, apesar de não ser acessível a todos os alunos, em seus relatos ficou claro a importância desse aspecto durante o curso.

Retomando ao modelo, as roupas, poderiam ter sido acrescentadas ao modelo se caso os membros da equipe tivessem passado mais tempo discutindo a viabilidade das ideias, ao invés de imediatamente escolher um caminho e começar a desenvolver a solução do problema. Porém o que houve durante a resolução foi uma falta de atenção pelos demais membros do grupo, esse fato pode ter contribuído para uma suspensão de mais ideias acerca desse aspecto. Como enfatizam Csikszentmihalyi e Sawyer (2014), o meio onde a pessoa se encontra pode contribuir para o ajuste, ou ainda, a suspensão de ideias.

#### **5.1.4. Episódio IV – Equipe B**

Como destacado por meio do quadro temporal, os primeiros minutos de todas as equipes foram momentos de predominância de geração de ideias, onde surgiram algumas das variáveis que se tornariam essenciais para resolução do problema. Vejamos como foram os primeiros minutos de discussão da equipe B.

Quadro 21: Conversas do minuto 1 ao minuto 3 da equipe B durante a 1ª atividade.

B1: Os gastos são maiores em qual período?

B3: Os gastos são maiores principalmente para quem é de fora. Eu acho que devemos falar mais alto.

B2: Fazer em reais?

Pesquisador: Isso, em reais.

B2: Na verdade eu acho que temos três situações. Você vem do que, B3?

B3: Eu venho de van.

B2: Eu venho de carro. E você vem do que, B1?  
B1: Eu venho de ônibus, eu gasto menos.  
B1: São gastos diferentes.  
B2: E ainda tenho xerox.  
B1: O que vocês acham de nós tentarmos listar tudo aquilo que gera custos? Transporte gera custo, alimentação, tentamos listar custos.  
B2: Sim, vamos colocar em uma folha só. Ou você quer que cada um faça o seu?  
B1: Eu gosto de escrever. Então como nós vamos entregar uma coisa escrita e apresentada, eu me sinto à vontade de escrever. Vou ir fazendo rabiscos e depois passar a limpo.  
B2: Nós vamos falando e você vai escrevendo.  
B1: Eu gosto de fazer rascunho, eu não gosto de ir escrevendo algo definitivo.  
B2: Então a partir dos seus rascunhos, nós vamos falando junto.

Fonte: dados da pesquisa.

Os membros dessa equipe iniciam a atividade se questionando em que período os gastos são maiores. No entanto como ainda não existem informações suficientes para responder essa questão, a mesma fica de fora das conversas seguintes. Nos primeiros minutos os membros da equipe buscaram se informar questionando uns aos outros, esse ato de se informar pode ser entendido como a ação de inteiração. Nesse caso, é por meio dessa ação de se inteirar com questionamentos que surgem os primeiros momentos de geração de ideias acerca das variáveis básicas (transporte, alimentação e materiais).

Nessa equipe apenas um membro é de fora, contudo, todos os demais, mesmo morando na mesma cidade da universidade, se deslocam de formas diferentes. Como foi destacado na resolução, as formas de transporte são carro, moto, ônibus e van, entre os membros da equipe.

### **5.1.5. Episódio V – Equipe B**

Neste episódio um dos membros da equipe faz a menção de transformar o problema em um problema de otimização, porém nenhum dos seus colegas dá a devida atenção e importância para a ideia e a discussão fica apenas restrita nesse momento aos gastos com alimentação.

Quadro 22: Conversas do minuto 23 ao minuto 24 da equipe B durante a 1ª atividade.

B1: Mas você está colocando como se você fosse comer?

B2: Como todos os dias, se eu não como eu passo fome, por isso eu preciso colocar como se comesse todos os dias.

B1: A gente vai precisar fazer um problema de otimização. Eu tinha pensado em colocar o gasto de alimentação como semanal. Ao invés de colocar como dia, eu como os dois dias aqui na semana.

B2: Eu gasto no máximo uns R\$ 20,00 de alimentação.

B1: Por mês?

B2: Isso.

B1: Viva o pão de queijo.

B3: Nesta primeira tabela, estamos desconsiderando os períodos de estágio?

B2: Sim, estágio vai estar aqui.

Fonte: dados da pesquisa.

Apesar de nesse primeiro momento os demais colegas não terem dado atenção para a ideia de transformar o problema em um problema de otimização (PO), alguns minutos depois B1 sugere novamente essa ideia.

Quadro 23: Conversas do minuto 28 ao minuto 30 da equipe B durante a 1ª atividade.

B2: É o seguinte eu tenho mais horas do que preciso. Eu preciso contar tudo o que eu preciso?

B1: Só o que precisa.

B2: Para isso eu tenho que contar 50 horas por ano?

B1: Nossa são muitas variáveis, variáveis e variáveis. Será que conseguimos organizar os dados naquela estrutura de problemas de PO, para tentar colocar as variáveis e fazer um modelo. São muitas variáveis, como vamos conseguir ter um modelo. Porque aqui nós vamos responder quanto custa.

B3: Eita lasqueira, eu irei gastar R\$ 6600,00.

B1: De transporte durante os quatro anos?

B3: Isso mesmo, na verdade não é bem isso. Não é bem nisso, porque o valor varia.

Fonte: dados da pesquisa.

“Problemas de PO”, significam problemas de otimização e fazem parte da disciplina de Pesquisa Operacional. Essa disciplina faz parte do quarto ano do curso em questão e seu objetivo é tratar de métodos tanto para modelar quanto para investigar problemas da realidade. A ideia de utilizar as técnicas proveniente dessa disciplina é muito bem-vindo pelo motivo de auxiliar na modelagem de problemas que tem muitas variáveis e que são do tipo linear. O

pesquisador já teve contato com problemas de otimização em suas pesquisas de iniciação científica durante a graduação e por isso sabe de antemão que os conhecimentos dessa disciplina podem ajudar no tratamento das variáveis e conseqüentemente permitir a elaboração de uma expressão algébrica para o problema. Além disso, existem inúmeras técnicas que permitem explorar diversos aspectos da expressão, como, por exemplo, busca de mínimos e máximos. Essa abordagem é inovadora e pode ser considerada como um momento de originalidade (LUBART, 2007), visto que todos os modelos se ampararam apenas em tabelas e a possibilidade de abordar o problema com as ferramentas de PO ajudariam a expandir as discussões sobre a resolução.

Essa ideia em questão faz parte de um momento de geração de ideias, porém é um momento que não recebeu a devida atenção dos demais membros da equipe. Nesse caso o tivemos ciência desta ideia graças às gravações, caso contrário isso poderia não ter acontecido já que a ideia não foi mencionada durante as apresentações. Novamente vemos a relevância do julgamento na produção criativa de uma pessoa como um agente promotor ou ainda desencorajador (AMABILE, 2011; CSIKSENTMIHALYI; SAWYER, 2014; ALENCAR; FLEITH, 2003b; PINHEIRO; CRUZ, 2009).

Um dos encaminhamentos possíveis seria dialogar com o professor da disciplina de PO e buscar formas de continuar explorando o problema em ambas as disciplinas. Visto que quando um indivíduo está motivado por uma tarefa que é do seu interesse, as chances de produzir algo inovador são maiores. (AMABILE, 2011; CSIKSENTMIHALYI, 1999; MAY, 1982)

#### **5.1.6. Episódio VI – Equipe C**

Por fim temos os episódios da equipe C, o início da atividade e mais uma conversa. A resolução elaborada por essa equipe foi muito próxima da resolução empreendida pela equipe B, onde cada membro descreveu seus gastos por meio de variáveis que eram comuns a todos do grupo. Vejamos como foram exploradas as ideias que contribuíram para a resolução.

Quadro 24: Conversas do minuto 1 ao minuto 4 da equipe C durante a 1ª atividade.

C1: Eu acho que não é bem o nosso gasto.

C4: Daí o salário do professor não entra né?

C2: É uma questão bem complexa, porque o combustível que você gasta para vir para cá já tem um imposto embutido. Essa luz que estamos usando tem um gasto. O primeiro gasto que temos é com o vestibular.

C4: Então, não vamos considerar o imposto que pagamos?

C2: Não, porque não conseguimos ter uma dimensão.

C1: Leia a pergunta vai que ele deu algum indício.

C2: (leitura do enunciado).

C1: São quatro perguntinhas.

C4: Então vamos considerar os custos pessoais?

C2: Isso.

C1: Então, fazemos uma média anual.

C2: Isso.

Fonte: dados da pesquisa.

Inicialmente, os membros do grupo se questionam sobre se os gastos são da universidade com professores, energia e outros, ou são os seus gastos para estar cursando a graduação. No entanto, logo fica claro que se trata dos gastos que um estudante precisa arcar para fazer a graduação. Nesse início, por meio da inteiração com o enunciado da atividade e das perguntas feitas uns aos outros, surge a ideia de que se trata de um problema que precisa ser analisado individualmente por meio dos gastos de cada membro. Como foi visto no modelo, essa ideia se manteve para a resolução do problema.

Nesses primeiros minutos a equipe explorou o enunciado e indicou o gasto com combustível, vestibular e os encaminhamentos para a resolução. É interessante notar a semelhança com as atividades analisadas por Shoenfeld (1992), onde os alunos definem rapidamente a estratégia de resolução que será utilizada durante a atividade toda ao invés de passar mais tempo explorando o problema. Além disso, esse é um momento de fluência dos alunos dessa equipe, visto a quantidade de considerações que foram feitas à medida que as discussões aconteciam para resolver o problema.

No próximo episódio temos o surgimento de uma ideia que poderia ter mudado os rumos da resolução caso a equipe tivesse dado atenção.

### **5.1.7. Episódio VII – Equipe C**

Quase no final da atividade surge durante as conversas a ideia de criar um perfil de aluno, ou seja, uma forma de padronizar os gastos.

Quadro 25: Conversas do minuto 48 ao minuto 51 da equipe C durante a 1ª atividade.

C3: Fazer o cálculo do gasto. Eu como mais.  
C4: É relativo isso, gente. Eu gasto muito menos do que vocês.  
C1: Por isso a ideia de fazer uma média não é tão boa.  
C2: Também acho.  
C1: O mais adequado era termos feito o perfil de um estudante.  
C2: Então vamos montar um perfil estudante.  
C3: Então vamos considerar dois estudantes, um que mora aqui e um que mora fora.  
C3: Você tem certeza disso?  
C2: O estudante serei eu, porque eu quero que a pessoa tenha muito gasto com transporte.  
C1: A maioria dos estudantes não mora aqui.  
C3: Cinco alunos não são daqui e quatro são daqui.  
C2: Maioria dos alunos não é daqui.  
C4: E se a gente fizer um cálculo padrão.  
C2: Não tem como fazermos no padrão. Sabe por que depende de onde a pessoa vai morar. Que critério nós vamos usar? Onde essa pessoa mora? Por que dependendo de onde ela mora, ela vai gastar com transporte.

Fonte: dados da pesquisa.

A ideia de criar um perfil de estudante, mesmo que não representasse fielmente a realidade de muitos dos alunos, poderia ajudar a entender quais são os gastos mínimos a respeito desse problema. Caso fosse consultado, o pesquisador/professor encorajaria os alunos a seguir esse caminho por ser uma abordagem diferente para o problema. Como o transporte é o fator de maior impacto, os alunos poderiam pesquisar quais os custos dos transportes nos principais municípios atendidos pela universidade. Para as demais variáveis, os alunos poderiam criar certas configurações, por exemplo, o estudante que gasta X com alimentação e Y com materiais, que fariam parte do modelo. Isso poderia ser feito usando tabelas, ou ainda, uma função definida por partes.

Contudo, nesse caso temos uma ideia que foi rejeitada por um dos membros da equipe. Analisando a linha temporal, quase toda a resolução já havia sido produzida. Por esse motivo,

a inserção de novos encaminhamentos acarretaria em um replanejamento do já havia sido feito. Consideramos que pela comodidade de seguir o planejamento inicial, essa ideia foi rejeitada.

A ideia de criar perfis poderia desencadear a elaboração de uma resolução sob outro ponto de vista, no entanto os demais membros da equipe não observaram essa ideia com o mesmo entusiasmo que seu colega e que o pesquisador/professor manifestaria caso fosse consultado. Nesse momento a importância do professor se manter informado a respeito do os alunos estão fazendo. Essa é mais uma ideia que apesar de não ter figurado na resolução, julgamos que poderia ser explorada em um segundo momento da atividade.

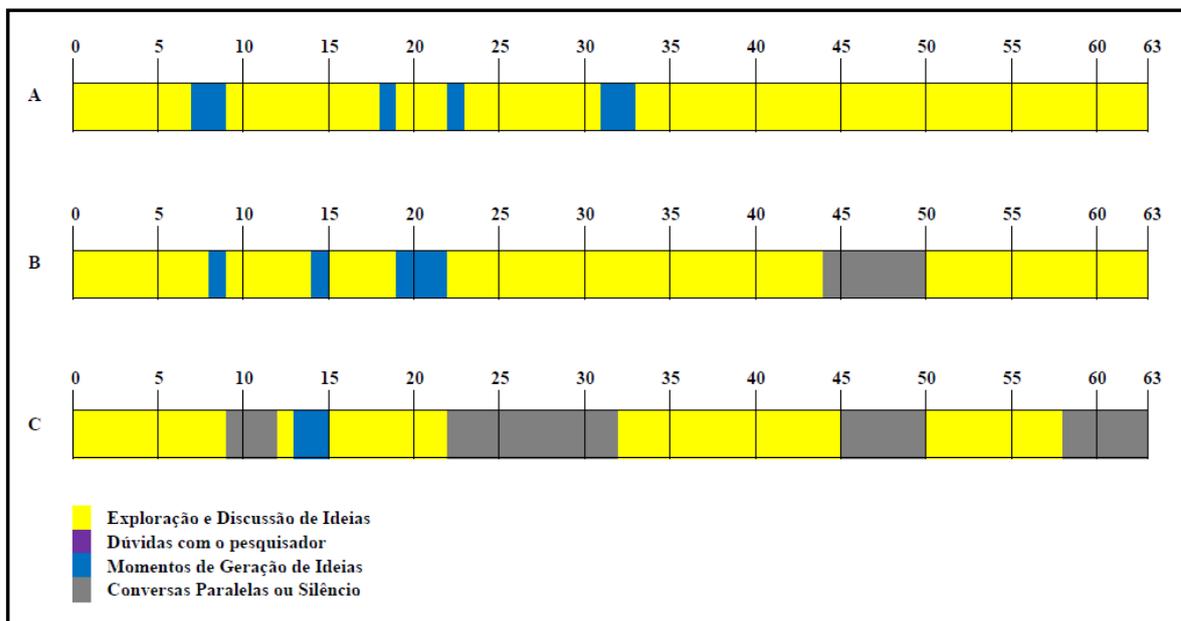
Nessa primeira análise horizontal, temos algumas indicações de como surgiram as ideias, assim como foram consideradas pelo grupo. Até o momento, a inteiração se mostrou como a fase onde surgem as ideias, mais especificamente, momentos de fluência, flexibilidade e originalidade. Outro aspecto que nos chamou a atenção é quantidade de ideias interessantes que deixaram de ser empreendidas por serem rejeitadas, ou ainda, passarem despercebidas, durante as discussões. Percebemos que mesmo ideias interessantes podem deixar de ser empreendidas na resolução, por uma questão de aprovação dos demais membros do grupo. Esse aspecto vai ao encontro do que é proposto por Csikszentmihalyi (1999) acerca do impacto do julgamento em ideias.

Além disso, assim como Shoenfeld (2012) verificou em sua pesquisa, as primeiras ideias são geralmente as que serão implementadas na resolução. Por conta disso algumas ideias que surgem posteriormente deixam de ser consideradas pela equipe. Consideramos, assim como Shoenfeld (2012), que isso aconteça por conta da praticidade de manter uma linha de pensamento e não ficar alternando entre ideias.

## **5.2. Análise Horizontal da Atividade II – Planejando com antecedência.**

Como mencionado, na análise horizontal procederemos analisando o que as três equipes fizeram durante a atividade, por meio do quadro temporal e dos episódios de interesse. A análise temporal tem como objetivo evidenciar em que momentos as ideias surgiram durante o desenvolvimento em sala de aula. Da análise temporal, são selecionados episódios relativos aos momentos de geração de ideias, bem como, os comentários com base na fundamentação teórica. Nessa atividade, questionamos os alunos acerca do planejamento necessário para acumular a quantia necessária para fazer a graduação.

Figura 44: Quadro temporal com as linhas temporais das três equipes da Atividade II.



Fonte: autor.

Diferentemente do quadro temporal da primeira atividade, os alunos tiveram menos momentos de geração de ideias e em todos os quadros um maior tempo explorando as ideias iniciais. No quadro da primeira atividade, os alunos, à medida em que iam lendo o enunciado, já manifestavam suas ideias, ou seja, se inteirando acerca do problema. Nesse caso, temos um cenário diferente, em que os alunos passaram os primeiros sete minutos explorando o enunciado antes de começarem a ter ideias para a resolução do problema. A inteiração é um momento onde os alunos não apenas palpitam ideias para resolução, mas também discutem aspectos acerca do problema e seu enunciado. Como veremos nos episódios, nesta atividade os alunos discutiram entre si mais do que na primeira atividade antes de definir como resolveriam o problema.

Além disso, nessa atividade aconteceram mais momentos de conversas paralelas, sendo mais frequentes com a equipe C. Esse é um dos aspectos que levamos em conta para mensurar o interesse dos alunos, visto que na primeira atividade os alunos estavam totalmente engajados com o problema e momentos como estes não figuraram nas linhas temporais. Como destacado por Almeida, Silva e Vertuan (2012), é importante para o professor se manter atento sobre o que acontece durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Nesse caso, a elaboração das linhas temporais permitiu mensurar esses momentos de conversas paralelas e tal informação contribuiu para avaliar o interesse dos alunos.

Na análise vertical, faremos uma análise de cada uma das equipes nas três atividades. Neste dia em questão, os alunos estavam preocupados com a disciplina de estágio, por isso houveram conversas internas e conversas entre membros de equipes diferentes sobre esse tema.

Esses primeiros minutos de exploração antes das primeiras ideias podem ser explicados pelo enunciado do problema não ter ficado claro para os alunos. Na equipe A e B, por exemplo, alguns alunos passaram os primeiros minutos argumentando com os demais membros da equipe que não teriam condições de poupar. Houve uma ação de inteiração com o assunto a partir das vivências que cada um dos alunos teve antes da universidade. Como veremos, esse aspecto pode ser entendido como um ato do pensamento divergente, segundo Lubart (2007) e Alencar e Fleith (2003b), frente ao enunciado.

### **5.2.1. Episódio VIII – Equipe A**

Nessa equipe os primeiros minutos foram destinados à discussão sobre a viabilidade, sob o ponto de vista pessoal de cada membro, de poupar dinheiro antes da graduação. A principal queixa dos alunos foi no sentido de fazer a graduação sem precisar trabalhar, o que configuraria uma realidade difícil de se concretizar. Isso pode ser entendido como a ação do pensamento convergente e divergente trabalhando para gerar pontos de vistas que permitam a exploração do problema, ou seja, pudessem tornar viável a investigação. Mais especificamente, Alencar e Fleith (2003b) explicam que os alunos sempre acreditam que os problemas propostos pelo professor têm uma resposta e esse hábito faz com que os alunos tentem revirar o enunciado em busca de oportunidades, ou ainda, brechas, para poder apresentar uma resposta. Por esse motivo, as primeiras ideias para resolver só emergiram após alguns minutos de discussão e exploração do enunciado.

Quadro 26: Conversas do minuto 8 ao minuto 10 da equipe A durante a 2ª atividade.

A2: Vamos considerar que estamos na casa dos pais ou em uma pensão?  
A3: Na pensão deve ser uns R\$ 300,00 fora a comida.  
A2: Vamos considerar que estamos em uma pensão, vamos considerar que não vamos comprar nem um par de tênis e nem roupas. Eu acho que conseguimos achar uma pensão com água, luz, comida, internet e roupa lavada. Custa em média uns R\$ 400,00 por mês?  
A3: Com comida?  
A2: Aqui tem, são vários estudantes que se juntam, qual é o nome mesmo?  
A3: Pensão, pensionato?  
A2: Não.  
A3: República?  
A2: Isso.  
A3: Mas não existe isso aqui, existe?  
A2: Mas é uma medida.  
A3: Pensão tem aqui.  
A2: Tem R\$ 400,00 tem tudo isso daí né. Lembrei que esses dias vi no anúncio ali fora de uma pensão. Eu acho que são R\$ 400,00. Se colocarmos que vamos ficar em uma pensão, temos pelo menos um gasto que é fixo. Assim temos o gasto da pensão, mais o gasto da faculdade de R\$ 15.000,00.

Fonte: dados da pesquisa.

A primeira ideia que a equipe teve foi considerar que morariam em uma pensão durante o período da graduação. A escolha da pensão se deu pelo fato de poderem morar na cidade da universidade e não precisar gastar com transporte. Essa ideia ajudaria a minimizar os gastos de manter uma casa, discutido inicialmente durante a leitura do enunciado, e se configuraria como uma medida para alcançar o objetivo com o menor valor possível. Nesse caso temos uma ideia interessante que permitiria a exploração do problema sobre outra perspectiva e que pode ser entendida como um ato do pensamento divergente, segundo Lubart (2007) e Alencar e Fleith (2003b).

Ao retornarmos à resolução apresentada, essa ideia não é utilizada pela equipe. Durante o tempo em que os alunos estavam em sala de aula a ideia foi suscitada inúmeras vezes, mas no modelo não houve qualquer menção a essa possibilidade para a resolução. No modelo, A2 e A3, consideraram que precisariam integralmente de seus respectivos salários. Por isso, deveriam acumular um montante para ter disponível o mesmo valor de seus salários durante o tempo da graduação.

Essa escolha, sob a perspectiva de A2 e A3, torna ainda mais inviável a resolução da atividade e considera, com base na leitura das conversas, que a medida tomada foi com a intenção de argumentar contra a possibilidade de uma resposta para o problema. Acumular um montante que permita manter o mesmo salário que esses alunos recebiam antes da graduação exige uma economia maior do que poupar dinheiro para pagar uma pensão durante o período da graduação. Por exemplo, A2 precisaria acumular um montante de permitisse manter seu salário de R\$ 1.500,00, ao invés de um montante que permitisse retiradas mensais de R\$ 400,00 para pagar a pensão.

Nesse caso temos o exemplo de uma ideia que tornaria viável a determinação de um modelo que permitisse o planejamento financeiro para resolver o problema, contudo, a ideia foi deixada de lado. Esse momento vem ao encontro com o julgamento de ideias proposto por Csikszentmihalyi e Sawyer (2014), onde a intenção da maioria era evidenciar a impossibilidade de resolução do problema. Veremos nos próximos momentos que outras ideias surgiram, porém os alunos suprimiram essa possibilidade para evidenciar outro aspecto de interesse, nesse caso, a impossibilidade de solução para o problema.

### 5.2.2. Episódio IX – Equipe A

A próxima ideia para resolver o problema foi considerar o problema de forma individual para cada membro, assim como na primeira atividade, e estimular uma quantia fixa que poderia ser poupada para acumular o dinheiro necessário para as despesas encontradas na atividade anterior.

Quadro 27: Conversas do minuto 19 ao minuto 21 da equipe A durante a 2ª atividade.

A3: Mas qual estratégia que você usaria, você pouparia a metade do seu salário?
A2: Estamos supondo, eu, por exemplo, moraria em Campo Mourão, por que seria mais fácil.
A3: Então temos que considerar outro custo aí.
A2: Ou você quer considerar aquele que temos que vir para cá.
A3: Não, não. Eu acho que cada um vai ter de fazer individual.
A2: Primeiramente a gente pode pensar em quanto tempo levaríamos para juntar R\$ 15.000,00.
A2: Você vai poupar quanto por mês?
A2: R\$ 400,00 por mês.

Fonte: dados da pesquisa.

Estas foram as ideias que figuraram na resolução apresentada pela equipe: consideraram as especificidades de cada membro e o tempo para acumular primeiramente o dinheiro dos gastos com a universidade, obtidos na resolução da primeira atividade. Essa equipe iniciou a sua apresentação mostrando qual seria o tempo que deveriam poupar para obter apenas o valor dos gastos com materiais, alimentação, transporte, e outros, da primeira atividade. Como é possível perceber, os alunos se inteiraram sobre o assunto a partir das experiências que tiveram na atividade anterior, por esse motivo não houve qualquer menção a buscas na internet acerca de outras informações. As ideias foram surgindo a partir das particularidades de cada um e da experiência que tiveram com o problema anterior.

A1 precisou ficar fora da aula e, por isso não participou dos 30 primeiros minutos de discussão. Até que ela retornasse à sala, algumas ideias já haviam sido consideradas pelos demais colegas. Como foi destacado na resolução, A1 discordou de algumas hipóteses tomadas pelos colegas no que diz respeito ao valor fixo a ser poupado e por isso elaborou seu próprio planejamento. Porém essa ideia não foi encontrada nas conversas, indicando um caminho que foi considerado fora da sala de aula.

### 5.2.3. Episódio X – Equipe A

A última ideia acrescentada pela equipe foi considerar a inflação sobre o valor que precisariam acumular. Nesse caso, para fazer a projeção, os alunos optaram por estimar uma inflação média. Essa ideia figurou na resolução, entretanto, como já destacado, inicialmente de maneira equivocada.

Quadro 28: Conversas do minuto 23 ao minuto 24 da equipe A durante a 2ª atividade.

A3: Eu ia levar 5 anos para poupar este dinheiro. Mas daqui cinco anos esses R\$ 15.000,00 vão estar valendo R\$ 18.000,00, R\$ 20.000,00. Se você tem R\$ 15.000,00 no banco hoje, daqui 5 anos você já não compra mais as mesmas coisas com esse valor por causa da inflação.

A1: Então vamos pegar as contas que fizemos com os ônibus de novo.

A3: Não, não. Vamos considerar a inflação.

A2: Por exemplo, o meu deu uns R\$ 16.000,00, vou colocar mais 5% de inflação.

Fonte: dados da pesquisa.

Como mencionado, a ideia de levar em consideração a inflação é essencial em um problema de acúmulo de capital. Contudo, ao colocar na balança a inflação é preciso também

considerar que o montante que está sendo acumulado pode ser depositado, por exemplo, em uma conta poupança. Ao fazer isso, na medida em que os depósitos regulares acontecem, são acrescentados os rendimentos da poupança. A partir do momento que o montante é obtido, iniciam-se as retiradas para pagar os gastos com a graduação. E aqui, outra situação consistiria em investigar como essas retiradas seriam organizadas. Por exemplo, retirar dinheiro suficiente para um ano e deixar o restante aplicado em um investimento do tipo CDI de mesmo período.

Finalmente, destacamos que os alunos poderiam ter feito considerações sobre problema para aproximá-lo de suas realidades. Nesse caso, bastaria chamar o pesquisador/professor para explicar o que desejariam fazer. Além disso os alunos suprimiram a ideia da pensão intencionalmente para evidenciar outro aspecto de interesse, nesse caso, a impossibilidade de realização de um curso de graduação com recursos economizados antes de iniciar o curso. Esse aspecto pode ter ocorrido por causa da falta de afinidade com o tema. Diferentemente da primeira atividade, onde existiu um maior engajamento por conta do interesse que os alunos mantinham com o tema. Isso indica, como destacado por Amabile (1982), Alencar e Fleith (2003b) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), que situações de interesse dos alunos tem maior potencial para o engajamento dos mesmos, bem como para discussões relativas ao problema e aos conceitos matemáticos pertinentes à investigação.

No entanto, essa atitude de mudança de perspectiva com a intenção de mostrar que o problema não tinha uma solução viável, para a realidade dos membros da equipe, indica um ato de fluência e flexibilidade do pensamento divergente em relação ao problema. Segundo Lubart (2007), a flexibilidade pode ser entendida como momentos em que o sujeito busca novas perspectivas para um problema. Isso pode ter ocorrido porque os membros da equipe não têm o hábito de poupar, logo precisaram buscar outras alternativas.

#### **5.2.4. Episódio XI – Equipe B**

Assim como a equipe A, os alunos dessa equipe começaram discutindo o enunciado do problema sob o ponto de vista de suas especificidades. Nesses primeiros minutos, B1 explicou para os demais colegas da equipe os motivos que a impediram de poupar o dinheiro necessário para cursar a graduação sem necessidade de trabalhar ao mesmo tempo. Contudo, os demais colegas explicaram que no período antes da faculdade poderiam ter poupado, seja pelo próprio salário, ou ainda, considerando a ajuda dos pais. Após todos esses debates, surge a primeira ideia para a atividade.

Quadro 29: Conversas do minuto 9 ao minuto 10 da equipe B durante a 2ª atividade.

<p>B1: Vou imaginar que eu conseguisse guardar um valor <math>x</math> todos os meses na poupança, é uma forma de responder.</p> <p>B2: Fizemos coisas para vender na faculdade.</p> <p>B1: Mas é para poupar antes da faculdade.</p> <p>B3: É antes.</p> <p>B1: A não ser que você fizesse antes.</p> <p>B4: Se fossemos analisar para fazer a faculdade sem trabalhar, poderíamos considerar que moramos com alguém.</p> <p>B1: que suprisse todas as suas despesas, para conseguirmos supor e resolver mais fácil.</p>
---

Fonte: dados da pesquisa.

A primeira ideia imaginada por B1 foi considerar o uso da poupança para acumular o dinheiro necessário. Além disso, os alunos tomaram como hipótese que as despesas de moradia seriam pagas pelos seus pais, assim bastaria investigar uma forma de acumular os montantes encontrados na primeira atividade.

Essa ideia foi tomada para contornar os problemas de determinar um planejamento em que esses alunos precisariam considerar os gastos para manter uma casa, ou seja, como um atalho para resolver o problema segundo, estritamente, seu enunciado. Após ler todos os diálogos, essa ideia está em desacordo com as discussões iniciais. Porém, para não deixar o problema sem resposta, a equipe resolveu fazer essa consideração e seguir em frente no desenvolvimento da atividade.

Assim como na equipe A, a maioria dos membros dessa equipe também duvidava que seria possível acumular o dinheiro necessário para resolver o problema. Por esse motivo o grupo fez considerações para continuar o desenvolvimento, como, a ideia dos gastos com moradia serem supridos pelos pais. Essa ideia surgiu especificamente durante a fase de inteiração, onde todos membros estavam explorando o enunciado. Os alunos perceberam que não poderiam resolver a atividade sem fazer considerações adicionais.

### **5.2.5. Episódio XII – Equipe B**

Por fim, os alunos determinam que devem fazer seus cálculos individualmente para resolver o problema, tomando como hipótese que teriam uma família para arcar com todos os

custos de moradia. Além disso surge a ideia de usar tabelas, estratégia que não foi utilizada. A não utilização de tabela pode ter ocorrido devido à falta de formas de usá-las, visto que no trabalho foram apenas definidos os valores que deveriam ser poupados a partir da primeira atividade. Ainda assim, esse é um momento de geração de ideias.

Quadro 30: Conversas do minuto 19 ao minuto 23 da equipe B durante a 2ª atividade.

B3: Mas essa forma fictícia, vai ser individual?  
B1: Eu acho fazer apenas um.  
B3: Só que os custos variam.  
B1: Vamos considerar quem tem o maior custo.  
B3: Mas aonde entram os nossos valores?  
B2: As hipóteses: primeiro voltar no tempo, segundo nossos pais bancar em as nossas necessidades. Aí você colocaria B3 em um slide só os valores.  
B1: Só isso, direto assim.  
B2: Isso, por que os gastos nós já temos.  
B1: Então vai ser super simples.  
B2: Nós vamos destacar: 1 Se pudéssemos voltar no tempo, 2 nossos pais pagar todos nossos gastos.  
B1: Com quantos anos vocês começaram a trabalhar?  
B2: Eu comecei a trabalhar com 14 anos.  
B1: Dava para guardar dinheiro?  
B2: Desde esta época eu guardava dinheiro para comprar o meu carro  
B1: Então você tinha seus pais para suprir.  
B2: Minha mãe me dava roupa e comida.  
B3: Podemos colocar tudo numa tabela então? Com o tempo e com a quantidade, daí cada um explica sua tabela.  
B1: Sim, pode ser.  
B3: O que vocês acham de fazermos uma tabela só, uma tabela com período de economia?  
B1: E cada um justifica a sua.

Fonte: dados da pesquisa.

Como foi destacado na resolução da equipe A, ao tratar de acúmulo de capital é interessante considerar um investimento, como, por exemplo, na poupança. Nessa equipe surgiu essa ideia. Contudo, retomando a resolução apresentada, vemos que apenas B1 fez uso desse recurso. Os demais colegas determinaram o valor a ser poupado usando a divisão do montante

obtido na primeira atividade pelo tempo que poderiam poupar, ou seja, apenas uma divisão para determinar a quantidade de meses. Isso pode ter acontecido por terem estipulado que cada membro teria autonomia para elaborar sua resposta, com o cuidado de respeitar a hipótese tomada por todos. A ideia de B1 surgiu no âmbito das discussões, mas ficou restrita apenas ao seu modelo.

B1 usou o conceito de depósitos regulares considerando uma poupança para resolver o problema. Ao estipular que cada membro poderia escolher como proceder nessa parte do trabalho, era esperado uma maior variedade de respostas. Porém o que aconteceu foi o inverso, olhando para a resolução temos a resolução de B1 usando depósitos regulares e a resolução de B2, B3 e B4, usando apenas a divisão para determinar a quantidade de meses. Assim temos uma ideia que surgiu no contexto do grupo, não foi rejeitada, mas ficou restrita apenas a resolução de uma pessoa.

Esse episódio evidencia a importância de os alunos manterem as discussões durante atividades de modelagem matemática. Pois ao definir que cada membro apresentaria uma resposta individual para o problema, temos que algumas resoluções deixaram de lado a evolução do montante, por exemplo, em uma poupança. Segundo Vertuan (2014), um dos objetivos de organizar as atividades de modelagem matemática em grupos de alunos é para tornar possível a discussão sobre o que se está fazendo.

Por fim, destacamos que desde o início, os alunos definiram que para solucionar o problema precisariam considerar que os pais supririam suas despesas. Essa hipótese inicial de certa forma ditou todas as ações seguintes da equipe. Esse fato ao mesmo tempo que ajuda a resolver o problema também delimita novas estratégias, pois, segundo Csikszentmihalyi e Sawyer (2014), as ideias são ajustadas ao contexto que as pessoas se encontram devido aos julgamentos. Portanto, ao definir estratégias e seguir imediatamente para a resolução, com o objetivo apenas de cumprir a atividade o quanto antes, visto a falta de afinidade, os alunos podem sem perceber limitar seus esforços em relação a geração de novas ideias.

### **5.2.6. Episódio XIII – Equipe C**

A equipe C, assim como as demais equipes, também iniciou a atividade discutindo os empecilhos de poupar antes de decidirem a primeira ideia para resolver o problema. Ainda assim, diferentemente das outras equipes, houve um período de conversas paralelas sobre o estágio nos primeiros minutos da atividade. Após esse período, os alunos retornaram às

discussões e definiram a primeira estratégia para resolver o problema. Como é possível notar no quadro temporal dessa equipe, houve apenas um momento de geração de ideias. Essa foi a única ideia considerada para resolver o problema todo.

Quadro 31: Conversas do minuto 13 ao minuto 15 da equipe C durante a 2ª atividade.

<p>C1: Eu penso assim, podemos construir uma tabela com a quantidade de anos. Por exemplo, se ele vai poupar, se meu pai tivesse condições de poupar, R\$ 100,00 por mês, é uma estimativa, então durante quanto tempo, quantos anos ele precisaria poupar, para atingir a quantidade de R\$ 11.000,00 que eu preciso para fazer a faculdade.</p> <p>C2: Isso.</p> <p>C1: Vamos ver as questões aqui. (lendo as questões)</p> <p>C2: Vamos fazer uma tabela com R\$ 100,00, com R\$ 150,00, com R\$ 200,00, ou seja, até atingir aquele nosso valor mensal, que no meu caso, são mais ou menos R\$ 300,00 mensais.</p> <p>C1: Eu vou dividir os R\$ 11.200,00 por R\$ 100,00, que é a quantidade que eu conseguiria poupar. No meu caso precisaria de 112 meses para isto.</p>
--

Fonte: dados da pesquisa.

Durante os primeiros minutos os alunos debateram acerca da impossibilidade de determinar uma porcentagem do salário dos pais para poupar o valor necessário. Durante as apresentações essa observação foi melhor explicitada, a equipe considerou desnecessário apresentar quais eram os salários dos seus pais, bem como, o salário daqueles que trabalhavam na equipe. Por esse motivo surgiu o momento de geração de ideias para valores diferentes e quanto tempo levaria para poupar em cada um dos casos. Embora a equipe não tenha mencionado isso na sala de aula, ficou implícito que para resolver o problema seria tomado como hipóteses que os gastos com moradia seriam pagos pelos seus pais.

Este foi o único momento de geração de ideias da equipe durante todo o tempo que estiveram na sala, onde o restante do tempo foi destinado a exploração dessa ideia e dos cálculos que estão presentes no trabalho escrito. Nessa equipe não foram consideradas em momento algum a inflação e um investimento em poupança para resolver o problema. Essa resolução se assemelha às resoluções investigadas por Shoenfeld (1992), onde os alunos imediatamente determinavam uma estratégia e começavam sua implementação. A equipe C poderia ter passado mais tempo refletindo acerca de outras variáveis e perspectivas para o problema, entretanto, o pesquisador, amparado nas conversas e apresentação, considera que o tema não foi tão de interesse quanto o tema da primeira atividade.

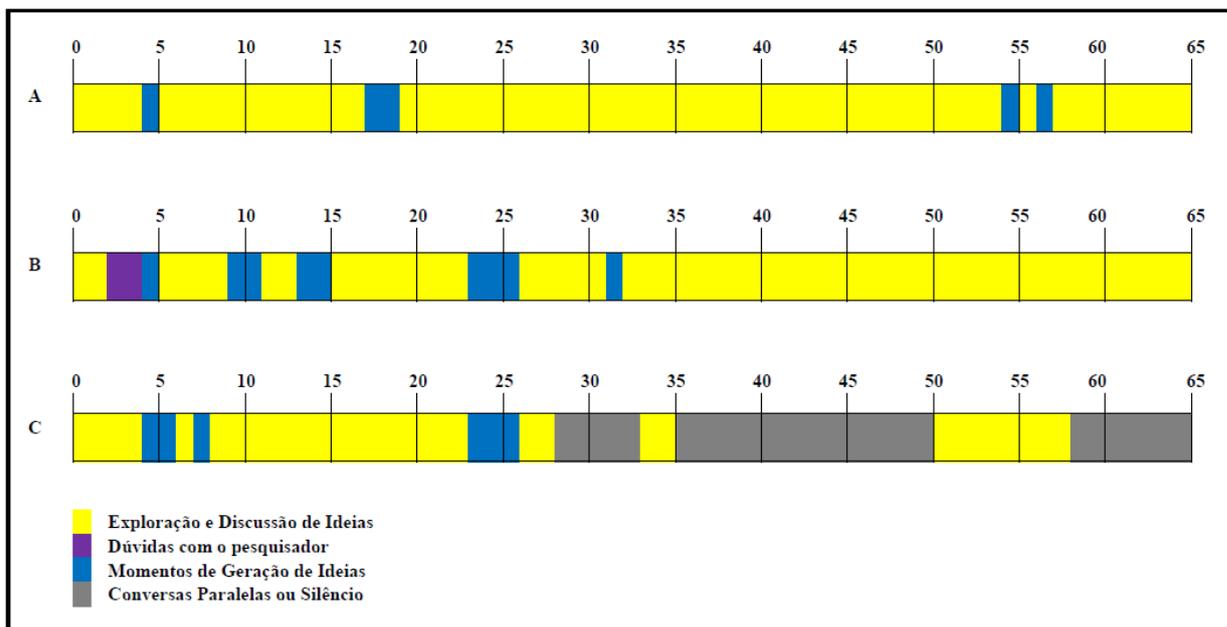
Diferentemente das equipes A e B, nessa equipe os alunos tiveram problemas com o enunciado da atividade. No entanto, nos diálogos não é possível perceber uma atitude descrente em relação à possibilidade de poupar a quantia para resolver o problema. Os alunos dessa equipe também escolheram mudar as condições iniciais acrescentando que os pais supririam suas despesas com moradia. Apesar de acreditarem ser possível poupar, como foi apresentado na resolução, durante a aula essa equipe teve diversos momentos de conversas paralelas. Como veremos a seguir na análise vertical esses momentos de conversa paralela necessariamente não indicam uma falta de afinidade com o tema.

Diferentemente da atividade anterior, nessa atividade tivemos menos momentos de geração de ideias. Os momentos em questão foram caracterizados como ato de flexibilidade e fluência. Mesmo surgindo ideias interessantes para resolver o problema no âmbito dos grupos as ideias eram tratadas com descrença. Novamente temos o impacto do julgamento (CSIKSZENTMIHALYI, 1999) sobre as ideias, pois mesmo com a geração de ideias a desconfiança sobre as questões era o que se sobressaia nas decisões das equipes. Esse pode ter sido motivo para as investigações serem superficiais, comparadas às investigações empreendidas na primeira atividade. Apesar da desconfiança sobre o tema, essa atividade evidencia a importância da motivação. Segundo Amabile (2011) e May (1982), o interesse, ou mesmo, o sentimento de desafio, são elementos motivacionais que estimulam a criatividade. Percebemos que na primeira atividade, mais do que interesse, os alunos se sentiram desafiados a descobrir quanto tinham gasto com a graduação até o presente momento. Já nesta atividade, desde o início os alunos duvidaram poder poupar a quantia para responder o problema, como se o problema não fizesse sentido para as suas realidades.

### **5.3. Análise Horizontal da Atividade III – Usar sensores de movimento em lâmpadas vale a pena?**

Por fim apresentamos a análise horizontal da última atividade acerca da instalação de sensores de movimento. Nessa atividade questionamos as equipes se valeria a pena a instalação de sensores de movimento em ambientes da universidade com o objetivo de economizar energia. E se a economia existisse, quanto tempo seria necessário para pagar os custos da instalação dos sensores.

Figura 45: Quadro temporal com sobreposição das linhas temporais das três equipes da Atividade III.



Fonte: autor.

Como é possível notar na Figura 45, nessa atividade, as primeiras ideias para resolver o problema, surgiram nos primeiros cinco minutos. Inicialmente os alunos fizeram a leitura e a exploração do enunciado, com o objetivo de entender, antes de tudo, o funcionamento do sensor de movimento. Esse foi um momento onde os alunos estavam se inteirando sobre o tema e sobre a atividade, contudo apenas com as informações presentes no enunciado.

Nessa atividade, a geração de ideias aconteceu até os primeiros vinte e cinco minutos. A partir desse momento, os alunos passaram o restante do tempo matematizando as ideias e realizando cálculos. Contudo, a equipe C, novamente, manteve aproximadamente trinta minutos de conversas paralelas. Como será explicitado nos episódios dessa equipe, após a escolha das estratégias, a equipe determinou o que cada membro faria no trabalho, designando assim tarefas que poderiam ser feitas no tempo em que teriam fora da sala de aula. Além disso, a instabilidade da internet contribuiu para esses momentos de conversas paralelas, visto que a equipe desejava fazer buscas e não podia por causa dos problemas que a conexão de internet apresentava no momento da atividade. Uma das tarefas programadas para depois da aula foi justamente a realização de pesquisas sobre aspectos que os alunos tiveram dúvida sobre o problema, como, por exemplo, preços e consumos dos sensores.

### 5.3.1 Episódio XIV – Equipe A

As primeiras ideias da equipe A surgiram após os primeiros minutos de discussão, onde os alunos estavam se inteirando sobre o tema. Nos primeiros minutos, A3 explicou para os demais colegas como era o funcionamento do sensor. Além disso, A3 explicou que existem sensores do tipo individual, instalados em uma lâmpada, e sensores coletivos, instalados em várias lâmpadas simultaneamente. Nesses primeiros instantes os alunos conversaram sobre o que sabiam acerca de sensores de movimento. Após esse momento de inteiração, os alunos começaram a fazer as primeiras considerações para resolver o problema.

Quadro 32: Conversas do minuto 5 ao minuto 6 da equipe A durante a 3ª atividade.

A2: A gente coloca as vantagens e desvantagens e depois tenta comparar alguma coisa?

A3: Vou falar para você o que precisa ser feito, deixa eu respirar fundo primeiro. Primeiramente temos que ver quantos banheiros tem aqui, depois contar quantas lâmpadas têm em cada banheiro. Depois vamos ter que pesquisar o consumo das lâmpadas, por exemplo, lâmpadas de LED.

A2: E as lâmpadas fluorescentes?

A1: Qual o consumo das lâmpadas? Pesquisa aí na internet para gente. Qual o custo destes sensores? E mais, esses sensores seriam individuais para cada lâmpada ou um para cada banheiro?

A2: Eu acho que é um para cada banheiro né? Porque cada banheiro é pequeno, então pega o banheiro todo.

Fonte: dados da pesquisa.

O primeiro momento de geração de ideias foi fazer um comparativo sobre as vantagens e desvantagens da instalação de sensores, no entanto, essa ideia não figurou na resolução apresentada. Apresentar as vantagens e desvantagens seria uma proposta interessante para o problema e, poderia ajudar a complementar a resolução desenvolvida. Nesse caso temos a primeira ideia que deixou de ser empreendida.

Consideramos que esta ideia não foi rejeitada, mas sim, não foi percebida pela equipe ao longo de todas as conversas. O que aconteceu nesse episódio foi um momento onde todos da equipe falaram praticamente ao mesmo tempo. Isso pode ter contribuído para a ideia ter passado despercebida pela equipe. Além disso, após analisar os diálogos e o material produzido pela equipe, verificamos que a ideia não foi suscitada novamente. Por esse motivo, consideramos que a ideia foi simplesmente esquecida pela equipe. Se caso A2 tivesse ressaltado

novamente a ideia e os demais membros não tivessem dado atenção, então poderíamos inferir que a ideia estava sendo rejeitada pelo grupo.

Segundo Alencar e Fleith (2003b), a rejeição de ideias é um dos fatores inibidores da criatividade, ainda assim nesse caso temos um aspecto não descrito pelas autoras visto que a ideia passou despercebida durante as conversas. Entre os aspectos inibidores apresentados, temos a rejeição que pode acontecer quando uma ideia é ignorada ou criticada negativamente. Ao longo das conversas, A2 não suscita novamente a ideia, pois está de acordo com o que foi proposto por A3. Como destacam Csikszentmihalyi e Sawyer (2014), ideias podem ser ajustadas, ou mesmo, suspensas, quando o sujeito percebe que pode ser julgado, mais especificamente, criticado.

A3 define alguns passos que, segundo ele, precisariam ser feitos para resolver o problema. Inicialmente A3 propõe a determinação da quantidade de banheiros e lâmpadas, assim como, destaca a ideia de considerarem a instalação de lâmpadas LED. Esse momento pode ser entendido como um ato de fluência de A3.

Nesse momento os alunos também discutem se vão levar em conta a instalação de sensores individuais ou coletivos. Por ter tido contato com esse tipo de aparelho, A3 foi o que mais contribuiu com as ideias para resolver o problema.

No enunciado do problema colocamos que a investigação poderia ser em banheiros, porém os alunos poderiam escolher outros ambientes caso achassem necessário. No caso da equipe A, desde o início foi definido que seguiriam o enunciado e resolveriam para o caso dos banheiros.

### **5.3.2. Episódio XV – Equipe A**

Outra ideia que surgiu nesta equipe foi utilizar o site da Copel, mais especificamente, a calculadora de consumo. Diferentemente dos demais grupos, a equipe A conseguiu utilizar a internet por alguns momentos mesmo com os problemas de instabilidade que ocorreram no dia.

Quadro 33: Conversas do minuto 17 ao minuto 19 da equipe A durante a 3ª atividade.

A1: Olha o site da Copel.

A2: Aqui apareceu, olhem. A lâmpada custa 13 centavos por hora. E a lâmpada fluorescente 38 centavos por hora.

A1: Essas devem ser as de 40 watts, então.

A2: Tem no site da Copel?

A1: Tem.

Fonte: dados da pesquisa.

Nas resoluções é possível ver o uso dessa calculadora pela equipe para determinar os valores dos consumos das lâmpadas fluorescentes e LED. A calculadora de consumo da página é uma alternativa prática para auxiliar na resolução do problema, permitindo os alunos fazerem testes com diversas configurações de lâmpadas.

A ideia apontada por A1 deve ser considerada como uma ferramenta auxiliar na exploração do problema, permitindo, por exemplo, a validação do modelo. No entanto, escutando os diálogos durante o desenvolvimento da atividade e a apresentação, não percebemos essa atitude. A ideia de aproveitar o site da Copel para validar o modelo, ou mesmo, fazer comparações, é interessante, visto que o site permite criar diversas configurações de consumo.

### **5.3.3. Episódio XVI – Equipe A**

A última ideia que surgiu no âmbito da equipe diz respeito ao tempo de economia que o sensor proporcionaria. Nas discussões iniciais a equipe descartou a ideia de ficar observando o uso de algum banheiro por conta do tempo fora da sala que essa investigação necessitaria. Por esse motivo, a alternativa foi considerar várias possibilidades de economia: uma hora, duas horas e três horas.

Quadro 34: Conversas do minuto 17 ao minuto 19 da equipe A durante a 3ª atividade.

A3: É mais fácil fazer economia por hora.

A1: Se ficar uma hora parada dá para economizar treze centavos. Você ficar duas horas parado, economiza 26 centavos. Se ficar 3 horas parada, economiza 39 centavos.

A2: E com a lâmpada fluorescente?

A1: 38 centavos. Se ficar duas horas, são 76 centavos. E se ficar três horas são R\$ 1,14.

A2: Vezes 20 dias. 5 dias letivos por semana.

A1: Uma hora com cinco dias letivos por semana. O melhor, vamos colocar os 200 dias letivos de aula.

Fonte: dados da pesquisa.

De fato, a ideia de considerar uma quantidade de horas que as lâmpadas ficaram apagadas após a instalação dos sensores é uma alternativa que contorna o problema de ter que investigar o uso dos banheiros. É uma ideia interessante, contudo os alunos esqueceram de acrescentar em seu modelo que o sensor também consome energia, mais especificamente nos momentos em que aciona as lâmpadas. Essas observações não foram levadas em conta durante as discussões. No entanto, a equipe apresentou várias opções por meio dos sensores unitários, sensores coletivos, lâmpadas fluorescentes e lâmpadas LED, para o problema.

#### **5.3.4. Episódio XVII – Equipe B**

A primeira ideia que a equipe B teve surgiu após as discussões acerca do enunciado do problema. Assim como a equipe A, essa equipe buscou compreender o funcionamento do sensor por meio do texto inserido na atividade. Após esse período de inteiração acerca do tema, os alunos começaram a explorar as hipóteses e as estratégias que usariam.

Quadro 35: Conversas do minuto 5 ao minuto 6 da equipe B durante a 3ª atividade.

B2: Não precisa ser especificamente para o banheiro, pode ser qualquer outro ambiente. Talvez para o pátio seria interessante. Quando todos estão em aula, não tem movimento.

B1: Sempre tem movimento. Se você colocar no pátio, onde ficaria?

B2: Banheiros.

B1: O banheiro é uma boa ideia e os corredores também.

B2: Mas é estranho, ficar com luz aqui e um breu nos corredores.

B3: É estranho, mas pensando na economia.

B1: Em hospitais grandes, funciona desta forma. Você sai de uma sala, e dá de cara com o breu de um corredor.

B2: Em hotéis também.

B1: Por aí nós já tiramos as ideias, porque em hospitais o fluxo é grande. E em hotéis também. E isso deve ser para economizar. Com certeza deve valer a pena. Agora temos que ver quanto tempo levaria para cobrir os custos de instalação.

Fonte: dados da pesquisa.

As primeiras considerações que o grupo fez sobre o problema foram a respeito do ambiente que utilizariam na resolução. Nesta equipe surgiu a ideia de investigar a instalação nos corredores e no pátio da universidade. Contudo, essa ideia foi abandonada por julgarem que o fluxo é constante e nesse caso não haveria economia. Em um corredor, a simples ação de abrir uma porta para arejar a sala poderia ativar o sensor desnecessariamente. Por esse motivo a investigação da equipe ficou restrita apenas aos banheiros.

Desde o início, por meio dos seus conhecimentos prévios, a equipe conjecturou que a instalação deveria valer a pena, pois em hotéis e hospitais é comum as luzes terem esse tipo de acionamento. Como vimos na resolução apresentada, os alunos buscaram argumentos para mostrar que de fato isso seria possível.

### **5.3.5 Episódio XVIII – Equipe B**

Nesse episódio surgiram as ideias de considerar o custo do sensor, valor de sua instalação, consumo do sensor e o tempo que usariam como base para resolver o problema. Além disso, nessa equipe os alunos também recorreram ao site da Copel para obter essas informações acerca do consumo.

Quadro 36: Conversas do minuto 10 ao minuto 12 da equipe B durante a 3ª atividade.

B3: Olha, nós precisamos pensar: os custos do sensor, a instalação e também o consumo do sensor.  
B2: Mas para isso precisamos ter o consumo atual. E como conseguimos esses dados?  
B3: Site da Copel deve ter. E também na própria lâmpada.  
B2: Que lâmpadas têm nos banheiros.  
B2: Nós fazemos para um tipo de lâmpada.  
B1: Isso.  
B3: As lâmpadas ficam acesas das 18 horas até às 23 horas?  
B1: Isso.

Fonte: dados da pesquisa.

Como foi apresentado na resolução, esta equipe explorou o consumo do sensor. Como o sensor é um aparelho que fica constantemente vigiando o ambiente em busca de qualquer movimentação, é interessante acrescentar o seu consumo na resolução. Além disso, a equipe mostrou, durante a apresentação, que para além desse consumo o sensor ainda apresenta o consumo por acionamento. Portanto, temos variáveis acerca do funcionamento do sensor, tempo de operação e quantidade de acionamentos. A seguir veremos a estratégia da equipe para lidar com essas variáveis no problema.

Ainda foi feita uma menção ao tipo de lâmpada que deveria ser considerado, em um primeiro momento foi determinado que seria usado apenas a lâmpada fluorescente. Porém, aos 32 minutos, B3 sugere que seja considerada também a lâmpada LED por conta da sua economia. Nesse momento, o grupo concorda e por esse motivo vemos na resolução a investigação com essas duas lâmpadas.

Por fim, temos a menção ao tempo, no caso de as lâmpadas ficarem acesas no período das 18h às 23h. Contudo, na resolução a equipe desconsiderou essa ideia e apresentou diversos tempos para o uso das lâmpadas. Alguns dos tempos apresentados, como, por exemplo, 24h de uso, correspondiam a períodos onde as lâmpadas não seriam acionadas.

A medida que as ideias iam surgindo eram debatidas por todos os membros do grupo, essa é uma atitude que estimula a geração de mais ideias segundo Alencar e Fleith (2003b). Por exemplo, a base da técnica do *brainstorming* segundo essas autoras não é apenas a geração de ideias, mas também criação de núcleos de discussões durante as seções de *brainstorming*. Esses núcleos de discussões tem o objetivo de argumentar a favor, ou ainda, contra, as ideias que surgiram. Nesses momentos, novas ideias podem surgir à medida que as ideias são examinadas.

### 5.3.6. Episódio XIX – Equipe B

Nesse episódio destacamos o momento em que surgiu a ideia para quantificar os acionamentos da lâmpada pelo sensor. Na tabela elaborada pela equipe foi destacado que para determinar a quantidade de acionamentos bastaria dividir cada período de tempo por um minuto, assim seria determinada a quantidade máxima de acionamentos. No quadro 37, segue o momento que surgiu essa ideia.

Quadro 37: Conversas do minuto 14 ao minuto 16 da equipe B durante a 3ª atividade.

B3: O intervalo de tempo de 120 minutos, então podemos fazer uma fórmula no Excel calcula para nós. Por exemplo, se ela ligar a cada 1 minuto, então ela vai ligar 120 vezes. Se ela ligar a cada 2 minutos, então ela vai ligar 60 vezes.

B4: Fazer uma fórmula que calcule a partir do tempo estipulado em.

B1: Mas podemos ir fazendo estimativas. Por exemplo, como você disse, considerar metade do dia acesa, seria vantajoso ou não.

B3: E se acontecer, por exemplo, 2 horas tem 120 minutos, se acontecer de ser ligada 120 vezes, será que o consumo será maior?

B1: Isso.

B3: Porque além da energia que eu vou pagar, em um intervalo de 2 horas, se entrar uma pessoa a cada minuto, a lâmpada vai ficar acesa o tempo todo e então gasto será maior. Porque além da energia, tem também o sensor.

B2: Por isso ele fala, em que lugar seria viável. Nesse caso seria o lugar que tem menor fluxo.

B1: Mas no banheiro o fluxo será em determinados horários.

Fonte: dados da pesquisa.

Essa é a mesma ideia que figura na resolução, onde dado um tempo, consideram o número máximo de acionamentos. Por exemplo, em duas horas o número máximo de acionamentos é 120 acionamentos de um minuto. Contudo essa é uma lógica equivocada visto que se houver 120 acionamentos em duas horas, é evidente que o consumo será maior do que a mesma lâmpada sem sensor, pois além do consumo de duas horas de energia para a lâmpada, existiria o consumo de duas horas do sensor e seus 120 acionamentos. Assim, não haveria economia.

Alguns minutos depois, B3 retoma a ideia sob outra perspectiva.

Quadro 38: Conversas do minuto 24 ao minuto 27 da equipe B durante a 3ª atividade.

B4: Generalizar o caminho certo.  
B1: Vamos considerar quantidade de acendimentos, então.  
B3: Podemos diminuir esse tempo, e só por meio dessa lógica fazer essas contas. Em uma hora ele pode acender 60 vezes, 58 vezes, 48 vezes...  
B4: Isso.  
B3: E daí usar uma regrinha de 3. Por exemplo em 60 minutos, acende 20 vezes, e a partir de 20 vezes compensa, ou partir de 20 vezes não compensa.  
B1: Entendi.  
B3: Nós fazemos uma tabelinha no Excel.  
B1: Isso.  
B3: Seria o mais fácil de fazer.

Fonte: dados da pesquisa.

Nesse caso, B3 explica que em uma hora poderiam ser considerados vários casos de acionamentos e calculados a partir de quantos acionamentos o investimento valeira a pena. Essa ideia contorna o problema de investigar o fluxo nos banheiros e apresenta a condição mínima em que o investimento valeria a pena. O parâmetro para comparação poderia ser apenas o período da noite, das 18h às 23h. É possível perceber que houve uma falta de reflexão sobre o que se estava fazendo, e a consequência foi a rejeição da ideia em si. As funções que foram construídas poderiam ser usadas para empreender essa ideia, pois a equipe elaborou uma função para o consumo da lâmpada, uma função para o consumo do sensor e uma função para o consumo dos acionamentos.

Se empreendida, a ideia poderia evidenciar um critério mínimo de acionamentos para garantir a economia no caso de lâmpadas fluorescentes e lâmpadas LED. Ainda assim, como foi visto na primeira atividade, ao conhecer ideias interessantes como esta, o professor pode dar um *feedback* informativo e pedir a continuidade da investigação para a equipe. Nesse caso, a investigação apresentaria uma nova perspectiva, mais específica para o problema, a partir de quantos acionamentos o investimento valeria a pena, ao invés da questão da atividade, em quanto tempo a economia pagaria o investimento.

Novamente temos a importância de o professor se manter informado acerca do que os alunos fazem durante o desenvolvimento das atividades de modelagem como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Vertuan (2014).

### 5.3.7. Episódio XX – Equipe C

Nos primeiros minutos a equipe C leu e releu o enunciado para entender o funcionamento do sensor, bem como, as questões que foram colocadas na atividade. A leitura e releitura foi uma ação comum pelos membros da equipe C em todas as atividades. Diferentemente das demais equipes, os alunos dessa equipe fizeram a leitura do problema várias vezes. Consideramos que seja uma forma de verificar se as questões da atividade estão sendo atendidas durante o seu desenvolvimento, ou ainda, de verificar se a resolução está seguindo para as questões do trabalho.

No quadro a seguir estão as primeiras ideias que o grupo teve para resolver o problema. Percebe-se que em poucos minutos de conversas, muitas considerações foram feitas acerca da atividade.

Quadro 39: Conversas do minuto 5 ao minuto 7 da equipe C durante a 3ª atividade.

C1: (leitura do enunciado)
C2: Então primeiro precisamos pesquisar quanto custa um sensor, quanto é a mão de obra para instalação. Quantos banheiros tem aqui?
C4: Mas não precisa ser necessariamente banheiro.
C1: A gente pensa em um banheiro. A gente precisa pensar, fica entrando e saindo pessoas desse banheiro?
C2: Eu acho que o maior fluxo é durante a entrada, no intervalo e na saída.
C3: Os corredores mais embaixo né?
C2: Vai anotando aí: mão de obra, investimento.
C3: No final temos que fazer quanto tempo essa lâmpada vai ficar ligada a menos.
C1: Só que tem uma questão, quando a lâmpada fica ligando e desligando em curto intervalo de tempo ela gasta muito mais. Será que vale a pena?
C4: Fora que a vida útil da lâmpada diminui também.
C1: Isso, quantas vezes você liga e desliga a ela.
C4: Diminui a energia, mas a vida útil diminui também.
C1: Mas na verdade, gasta mais quando você fica ligando e desligando.

Fonte: dados da pesquisa.

A primeira decisão da equipe foi manter a investigação nos banheiros, como sugere o enunciado da atividade. A segunda medida foi determinar os custos da instalação dos sensores. Como no dia em questão a conexão da internet na universidade passava por problemas, essa pesquisa ocorreu fora da sala de aula. Nesse momento os alunos também se questionaram sobre a influência dos acionamentos e a vida útil da lâmpada. De fato, ao acionar mais vezes uma lâmpada a sua vida útil é reduzida e essa foi uma observação feita pela equipe durante a apresentação. Contudo, não houve uma investigação mais a fundo para entender como esse desgaste acontece. O tempo de vida de aparelhos elétricos pode ser entendido por meio de distribuições exponenciais.

Como é possível perceber após a releitura, começam a surgir os primeiros momentos de geração de ideias. Esses momentos são atos de fluência, onde cada membro faz alguma consideração para resolver o problema durante a inteiração. Além disso, percebemos que após definir as estratégias os alunos partem, quase que imediatamente, para implementação das ideias sem se preocupar com novas perspectivas para o problema. Esse mesmo fato também foi percebido por Shoenfeld (2012) em suas pesquisas com resolução de problemas. Em suas pesquisas, Shoenfeld (2012) constatou por meio da análise de centenas de quadros temporais que os alunos não têm o costume de refletir sobre novas ideias durante a implementação. Uma das formas de mudar esse costume, segundo o autor, é estimular os alunos a pensarem sobre o que estão fazendo, mais especificamente, se questionar e discutir se os passos que estão seguindo de fato contribuem para a resolução do problema.

#### **5.3.8. Episódio XXI – Equipe C**

Nesse momento C4 enfatiza para os demais colegas que o problema tem muitas variáveis e sugere que algumas coisas sejam definidas para a resolução. Isso foi suscitado em outros momentos durante as conversas. Estes são momentos onde os alunos se vem por alguns instantes perdidos em relação ao trabalho. Entretanto, imediatamente surgem ideias, mesmo que rejeitadas, como uma forma de contornar essa falta de direção. Esses momentos podem ser entendidos como momentos em que o pensamento convergente e pensamento divergente agem, buscam opções para o problema com o objetivo de contornar essa falta de direção repentina.

Quadro 40: Conversas do minuto 8 ao minuto 9 da equipe C durante a 3ª atividade.

C4: Muitas variáveis. Eu acho que precisamos deixar algumas coisas bem certas, é um banheiro apenas?

C1: Um banheiro.

C2: Isso, um banheiro só.

C4: Qual o banheiro? Porque os banheiros não são utilizados com a mesma frequência. A gente pode pegar o caso aqui de baixo e vai dar tanta discrepância com o de cima.

C1: Por exemplo, aquele banheiro perto da cantina. Naquele banheiro tem pessoas saindo e entrando toda hora.

C3: Não compensa, precisa ficar aceso.

C1: Agora aquele banheiro que tem no bloco E, raramente as pessoas usam. Banheiro, as luzes ficam apagadas quando as pessoas vão entrar.

Fonte: dados da pesquisa.

Nesse trecho os alunos se dão conta de que os banheiros possuem fluxos diferentes, no entanto, a discussão fica restrita apenas a esse momento e não é levada em consideração durante o restante da resolução. Uma alternativa para criar um modelo acerca do fluxo dos banheiros seria usar as ferramentas de probabilidade, em vista do caráter aleatório do fluxo, mais especificamente para descobrir uma distribuição de probabilidade adequada para o problema e determinar os seus parâmetros. No final poderia ser encontrado um modelo que estima a chance de o investimento proporcionar ou não economia. Novamente teríamos uma oportunidade de continuar as investigações a partir de ideias que foram rejeitas ou esquecidas durante o desenvolvimento.

Nesse primeiro momento, à medida que os alunos iam se inteirando acerca do problema, as ideias também iam surgindo. Porém, a inteiração poderia ter durado mais, caso a internet estivesse funcionando normalmente no dia que a atividade foi realizada.

### **5.3.9. Episódio XXII – Equipe C**

Por fim, a equipe define a estratégia de dividir o trabalho em partes para cada membro. Essa estratégia já foi suscitada durante a análise da resolução, bem como, a apresentação. Nesse momento os alunos definiram o que cada um pesquisaria, no trecho em questão surgiu a ideia de pesquisar o consumo, alcance e possibilidade do sensor ser ligado a mais lâmpadas.

Quadro 41: Conversas do minuto 24 ao minuto 27 da equipe C durante a 3ª atividade.

C2: Na conta de energia tem isso. Vamos elaborar uma estratégia pessoal.  
C4: Eu vou pesquisar se compensa mais a lâmpada ficar acesa ou ficar ligando e desligando.  
C1: Vamos separar o que cada um vai pesquisar?  
C3: Vocês querem que eu pesquiso o valor do sensor e qual é o valor da montagem?  
C1: Pode ser. E o C4 pesquisa sobre a vida útil das lâmpadas.  
C4: Pode ser.  
C1: Eu vou pesquisar se a mão de obra compensa.  
C4: Você pesquisa também o consumo em quilowatts. E eu pesquiso a vida útil da lâmpada.  
C2: O que eu pesquiso?  
C1: Você pode pesquisar sobre o sensor. Por exemplo, se ele pode acender 5 lâmpadas de uma vez. Confirmar também a área de alcance.  
C3: Depois pegamos todos esses valores e informações e fazemos os cálculos.  
C3: Podemos pensar em pelo menos três modelos de sensor.

Fonte: dados da pesquisa.

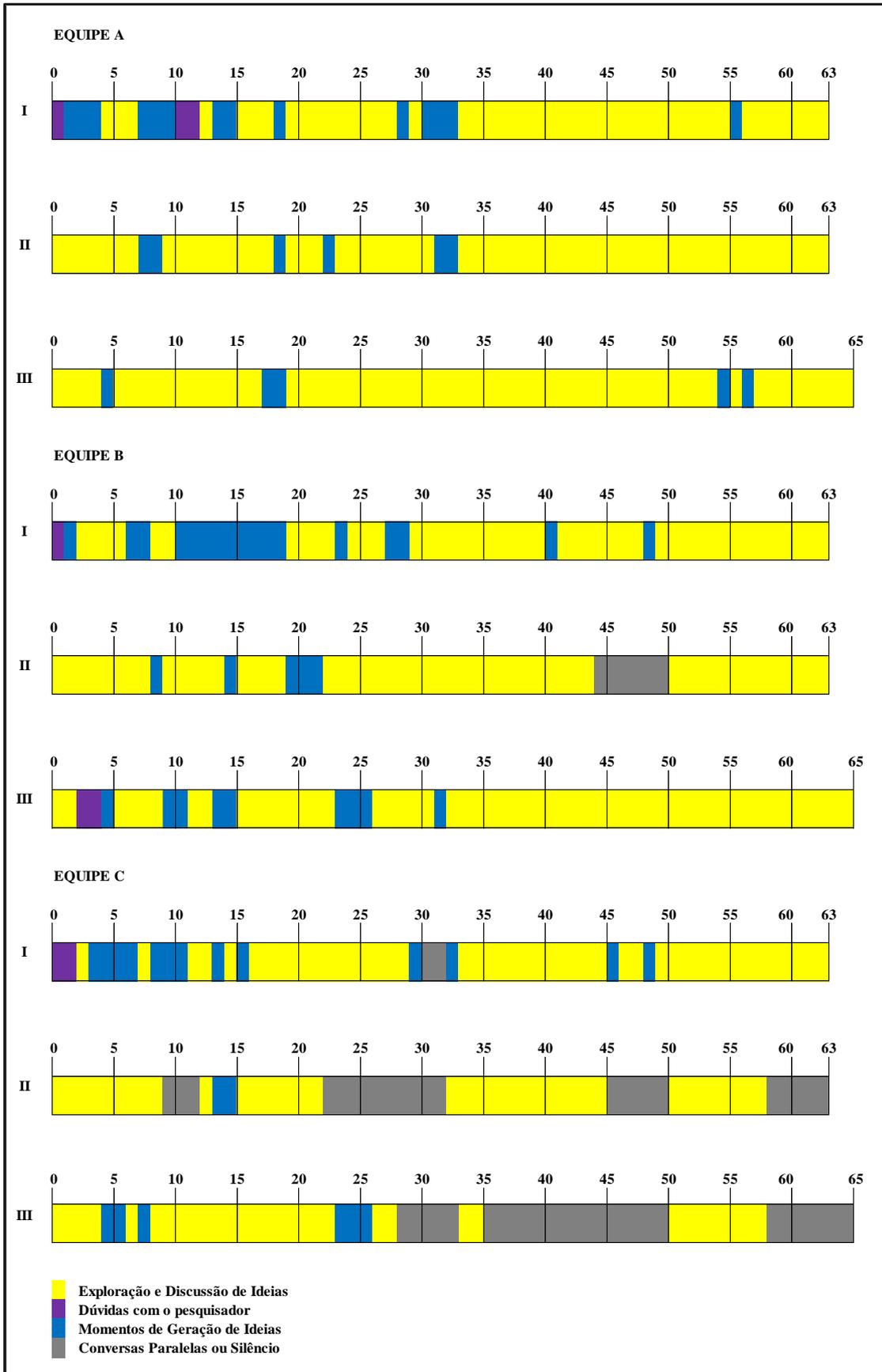
Esse foi o último momento de geração de ideias que a equipe teve, após esse momento teve início o período de conversas paralelas destacado no quadro temporal da terceira atividade. Isso pode ter acontecido devido à falta de informações para continuar o trabalho e a inacessibilidade da internet da universidade no dia em questão. Como é possível notar, não figuram entre as conversas deste dia as ideias de usar o site da Copel para descobrir em qual taxa a universidade se enquadra, considerar o número máximo de acionamentos por hora para investigar a economia e o consumo do sensor em função da lâmpada que está conectada. Essas foram ideias que surgiram fora da aula, apesar de os membros do grupo afirmarem o contrário quando questionados na apresentação.

#### **5.4. Análise Vertical das atividades desenvolvidas pelas equipes**

Por fim apresentamos as análises verticais dos trabalhos desenvolvidos **intragrupos**. Na análise vertical elaboramos um quadro temporal com a sobreposição das linhas temporais de cada equipe em cada uma das atividades. Por exemplo, a primeira análise vertical será da equipe A. Nesse caso serão sobrepostas as linhas temporais dessa equipe referentes a cada uma das atividades, formando o quadro temporal. Por meio de cada um dos quadros temporais temos o

objetivo de entender como foi o desenvolvimento de cada uma das equipes em cada uma das atividades. Diferentemente da análise horizontal, em que nos amparamos nos áudios produzidos por aula, na análise vertical exploramos o desenvolvimento de cada equipe desde a primeira semana até a última.

Figura 46: Quadro temporal com sobreposição das linhas temporais por equipes.



Fonte: autor.

Nota-se, a partir do quadro temporal, que a primeira atividade foi a que mais proporcionou momentos de geração de ideias entre as três atividades nas três equipes. Por meio das linhas temporais dois e três de cada equipe é possível perceber que a geração de ideias foi menor se comparada à linha temporal da primeira atividade. O tema da primeira atividade foi aquele em que os alunos mais tinham experiência, pois os mesmos contavam com pelo menos quatro anos de experiências com os gastos da graduação. Ainda, é possível que nunca tenham parado para calcular o quanto já haviam investido em si mesmos, com relação ao curso que estavam prestes a concluir, o que pode ter contribuído para o interesse dos mesmos. Por exemplo, como foi apresentado na análise horizontal, a equipe B teve muitas ideias para resolver a atividade, embora algumas tenham sido deixadas de lado, como, por exemplo, o uso de ferramentas de otimização e pesquisa operacional.

No caso da segunda atividade, comparando as linhas temporais da atividade anterior com as linhas temporais da segunda atividade, percebemos uma quantidade menor de momentos de geração de ideias. Por meio dos episódios e da linha temporal, é possível perceber que os alunos definiram poucas estratégias, em comparação com a atividade anterior, para resolver o problema. Por esse motivo, e complementando o que já foi discutido anteriormente acerca dessa atividade, consideramos que houve um desinteresse em relação ao tema. Essa falta de entusiasmo pode ter ocorrido por conta de uma leitura literal do enunciado, em que desde o início os alunos assumiram uma postura descrente sobre a possibilidade de um planejamento financeiro que respondesse o problema, o que denota, em certa medida, o aspecto cultural e a dificuldade de as pessoas planejarem, muitas vezes, investimentos a longo prazo, a partir do que vivenciam no dia a dia. Por isso, apesar de diferentes possibilidades de encaminhamento e de diversas considerações e observações que poderiam ter desencadeado resoluções elaboradas, isso não aconteceu. No caso da equipe A, por exemplo, após algumas ideias que surgiram nos primeiros vinte minutos, a equipe passa a empreender as mesmas imediatamente, deixando de refletir se mais hipóteses poderiam ser consideradas no problema.

Já no caso da segunda atividade também percebemos uma falta de interesse na equipe B, para os quais as ideias foram uma forma de resolver o problema de modo mais simples possível. Nessa equipe, como é possível perceber nas linhas temporais das três atividades, a maioria das ideias surgem nos primeiros vinte e cinco minutos, após esse tempo a exploração das ideias se torna predominante. Essa equipe teve o hábito de iniciar os cálculos durante a aula, como uma forma de adiantar o trabalho.

Agora, observando as linhas temporais das três atividades da equipe C é possível notar que a segunda atividade, entre todas, foi a que menos momentos de geração de ideias aconteceram. A equipe em questão tem o hábito de perder o foco durante as atividades com conversas paralelas, porém, na primeira atividade esse período foi o menor entre as três atividades. Percebemos, lendo as conversas, que cada membro tinha algo para falar sobre o tema, sendo que as conversas ficaram centradas na atividade. Ainda assim, nas demais atividades, os momentos de conversas paralelas são frequentes. Essa é uma característica dos alunos dessa equipe. Por meio das conversas das atividades dois e três, observamos que os alunos usaram o tempo durante a aula para determinar estratégias e o que cada um iria fazer. Feito isso, as discussões acerca do problema deixam de ser o foco e as conversas paralelas iniciam. Na equipe A e B, os alunos tinham o hábito de iniciar os cálculos, ou ainda, a construção das tabelas, durante as aulas. Já no caso da equipe C, esse processo era deixado para os momentos fora da sala de aula.

Ainda acerca dos momentos de conversas paralelas, um aspecto comum às três linhas temporais da equipe A é a ausência de conversas paralelas. A equipe se manteve trabalhando no problema durante todo o tempo disponibilizado, não havendo qualquer momento de distração. No caso da equipe B, o único momento de conversas paralelas aconteceu durante a segunda atividade e foi quando a equipe conversava com demais colegas de outras equipes acerca de questões do estágio.

Por fim, com base nas duas análises, horizontal e vertical, temos a terceira atividade. Comparando equipe a equipe, nesta atividade as equipes B e C tiveram mais momentos de geração de ideias do que na segunda atividade. Com base nos áudios, consideramos que, embora os alunos não tivessem tantas informações de antemão, o problema se configurou como um desafio interessante. No caso da equipe A e B, por exemplo, por meio das conversas é possível perceber que a atitude inicial destas equipes foi de desconfiança sobre a possibilidade de economia. Contudo, ainda assim esses alunos mantiveram a atitude investigativa acerca do problema.

## 5.5. Considerações acerca das análises

O primeiro aspecto que destacamos da análise temporal foi o **tempo que os alunos dedicaram aos momentos de geração de ideias**, ou seja, o tempo dedicado para criação e discussão de ideias para a resolução do problema. Como enfatizado por Alencar e Fleith

(2003b), um dos aspectos promotores da criatividade é o tempo. Por esse motivo, ao planejar a atividade decidimos que além do tempo em sala, os alunos ainda teriam mais duas semanas para trabalhar no problema antes das apresentações. Analisando os quadros temporais e dos diálogos, conseguimos responder à questão da pesquisa: *Em que momento as ideias surgem?* Como foi apresentado anteriormente, considerando os dados desta pesquisa, os momentos de geração de ideias ficaram restritos apenas às aulas, mais especificamente, restritos aos primeiros vinte minutos da atividade. Isso pode ter acontecido porque os alunos ainda estão acostumados que o sucesso em matemática é proporcional a velocidade com que se resolve um problema. No caso da primeira atividade, tivemos mais momentos de geração de ideias nesse período de tempo. No caso da segunda e terceira atividades, apesar da quantidade de momentos ser menor, os momentos também ficaram restritos aos primeiros vinte minutos.

Nesses primeiros vinte minutos, à medida que os alunos iam se inteirando sobre o problema, a geração de ideias ia acontecendo simultaneamente. Na primeira atividade, por exemplo, tivemos momentos de geração de ideias manifestados por meio da fluência, flexibilidade e originalidade, como destacamos na análise horizontal.

Como enfatizado por Cropley, Westwell e Gabriel (2017), quando é proposto um problema aberto para o qual o sujeito não identifica um caminho imediatamente, os pensamentos convergente e divergente entram em cena gerando uma série de ideias que ajudam a encarar a tarefa. O pensamento divergente manifesta-se frente a problemas para os quais, inicialmente, não temos uma solução. Esse fato pode ser observado nesses primeiros minutos, em que os alunos trabalham buscando alternativas e informações para o problema, ou seja, inteirando-se. A ação de se inteirar sobre o problema pode contribuir para que ideias sejam conectadas, o que culmina em momento de geração de ideias. Todavia, como foi destacado nos Episódios III, V e VI, a geração de ideias também pode acontecer em outros momentos da atividade.

Outro destaque é para a fase em que essas ideias foram geradas, a inteiração. Durante as atividades, à medida que os alunos iam se informando sobre o problema é que as ideias iam surgindo. Assim, retornando a questão: *Em que momento as ideias surgem?* Podemos inferir, independentemente do tempo da atividade, que as ideias surgem durante a fase da inteiração.

Ainda, acerca do desenvolvimento, é possível observar que à medida em que o tempo passa os momentos de geração de ideias vão ficando menos frequentes, pois, como foi explicitado durante as apresentações, os alunos passam a se dedicar mais à fase da matematização e resolução do problema. Nessas fases, as principais ações, segundo Almeida,

Silva e Vertuan (2012), são a simplificação de informações, escolha de hipóteses e transcrição do problema para a linguagem matemática. Como evidenciado nas apresentações, todas as equipes iniciaram a construção do modelo durante a aula. Isso pode ter acontecido devido à dificuldade de se encontrarem em outros horários.

Por meio das análises verticais também percebemos que a geração de ideias parece ser diretamente proporcional ao engajamento dos alunos no desenvolvimento das atividades, e este engajamento, por sua vez, diretamente proporcional ao tema ser considerado de interesse pelos alunos. Para ilustrar isso temos as comparações feitas entre a primeira e segunda atividades. Na primeira atividade, percebemos que os alunos se sentiram desafiados a descobrir quais foram os custos ao longo do curso. Já na segunda atividade, os alunos argumentaram que o problema não fazia sentido para as suas realidades. Na primeira atividade tivemos a ideia de considerar as bolsas, uma perspectiva considerada por todos durante a apresentação como inovadora. No caso da segunda atividade, os alunos, duvidando da possibilidade de poupar, definiram o mínimo de passos para resolver o problema.

Por meio da primeira atividade também conseguimos perceber que as experiências que os alunos tinham com o tema foram valiosas para a geração de ideias, ou seja, a geração de ideias depende tanto das experiências quanto dos conhecimentos que os alunos têm em relação ao tema. Isso vem ao encontro com as falas de Amabile (1982), Csikszentmihalyi (1999 e 2014) e Sternberg e Lubart (1991), acerca da **importância do conhecimento e experiência do sujeito** frente a um problema.

Passando para as próximas questões: *Como o grupo administra as ideias que surgem? Quais ideias são selecionadas e quais são descartadas pelo grupo?* Primeiramente percebemos que as ideias podem ser **aceitas, rejeitadas**, ou ainda, **passarem despercebidas** durante as conversas. Como foi possível constatar, a maioria das ideias é aceita e o grupo imediatamente começa a empreender as mesmas. Em suas pesquisas acerca da resolução de problemas com alunos, Shoenfeld (1992) destacou diversas ações e estratégias empreendidas pelos seus sujeitos. Assim como encontrado por Shoenfeld (1992) em sua pesquisa, nossos alunos também empreenderam as estratégias assim que elas surgiram, sem reflexões mais demoradas e aprofundadas em relação à “como poderia ser diferente”. Isso pode ter acontecido por que os alunos tendem a acreditar, como mencionado anteriormente, que o sucesso em matemática é proporcional a velocidade com que se resolve um problema. Ou seja, quanto antes as ideias forem desenvolvidas mais cedo a atividade será concluída, fechando o protocolo escolar do imediatismo nas respostas.

Quanto às ideias que foram rejeitadas, percebemos que existem três casos. No primeiro caso temos o episódio V para ilustrar, onde a ideia foi rejeitada por que os demais membros do grupo não tinham afinidade com o que foi proposto, mais especificamente, com os conhecimentos de PO. Como mencionado anteriormente, isso vem ao encontro da **importância do conhecimento do sujeito para a geração de ideias**. No segundo caso a ideia é suscitada diversas vezes, porém ninguém da equipe dá a devida atenção, por exemplo, como no episódio II. Nesse caso os demais membros da equipe são **indiferentes** em relação ao que foi dito, por isso a ideia acaba sendo deixada de lado. Nesses dois primeiros casos, temos formas distintas de julgar uma ideia. Por fim, o caso onde a ideia é rejeitada por convicção. Nesse caso, temos como exemplo o episódio XVIII, em que uma ideia interessante foi deixada de lado por que todos no grupo consideravam que o problema não poderia ser resolvido.

Como destacamos nas análises o **juízo** foi outro aspecto decisivo durante a geração de ideias. Esse fato vem ao encontro com as pesquisas de Csikszentmihalyi e Sawyer (2014) e com a teoria de Amabile (1982, 2011), acerca do peso do juízo sobre uma determinada ideia ou produção. Investigações usando as ferramentas de Pesquisa Operacional e a ideia de criar perfis para os alunos, poderiam resultar em investigações que motivassem os alunos a buscar novos conhecimentos. Como destacam Amabile (2011) e Csikszentmihalyi (2014), as chances de um indivíduo criar algo inovador são maiores quando o problema é do seu interesse e o motiva, independente de possíveis recompensas. Além disso, May (1982) destaca que esse tipo de atitude pode levar o indivíduo a alcançar sua realização pessoal.

Ainda sobre o tratamento das ideias temos as **ideias que passaram despercebidas**, como, por exemplo, no episódio XIV. Nesse episódio observamos que em momentos onde os alunos falam ao mesmo tempo, pode ocorrer de alguma ideia passar despercebida. Como os alunos tendem a empreender as ideias que surgem imediatamente, pode acontecer da ideia não surgir novamente no âmbito das discussões.

Ainda sobre as ideias que surgem durante as investigações temos a seguinte questão: *É possível inferir porque algumas ideias são consideradas e outras descartadas pelos alunos?* Ao que tudo indica, as primeiras ideias que surgem durante a interação dos alunos sempre têm maiores chances de serem empreendidas. Isso pode ter acontecido por que os alunos tinham como objetivo fazer o máximo da atividade em sala de aula, visto que a maioria morava em cidade diferentes e por isso não poderiam mais se reunir para continuar as discussões do trabalho em grupo. Quanto às ideias que são descartadas, nessa pesquisa, inferimos dois motivos: a falta de afinidade e a convicção.

Por fim, temos a última questão da pesquisa: *Que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias?* A primeira atitude é propor tema que sejam do interesse dos alunos, como, por exemplo, a primeira atividade. Durante a fase observação conseguimos evidenciar esse tema, entretanto isso poderia ser feito por meio de uma plenária. Durante a plenária seriam apresentadas ideias que os alunos têm interesse em investigar. Outra forma de estimular a geração de ideias é discutir previamente com os alunos a importância de escutar a ideia do outro e discutir as ideias que surgem, bem como, escutar enquanto alguém do grupo está falando para depois se manifestar. Como foi explicado anteriormente só tivemos conhecimento de certos momentos de geração de ideias devido ao acesso aos áudios coletados. Caso contrário essas ideias não teriam sido conhecidas. Mesmo não sendo empreendidas em um primeiro momento, o pesquisador/professor vislumbrou possíveis encaminhamentos com o objetivo de explorar essas ideias. Como destacado no primeiro capítulo, uma atividade de modelagem matemática não deve ter fim com a elaboração de um modelo. O que precisa ser levado em conta é como o professor poderia ter ciência dessas ideias sem os registros gravados, visto que é comum a gravação dos áudios apenas em investigações. Uma das formas seria solicitar aos alunos que destacassem em uma folha todas as ideias que tiveram, independentemente de serem empreendidas, ou não, na resolução. Ou ainda, fazer perguntas durante as apresentações do tipo: Que ideias ficaram de fora da resolução, mas que foram discutidas pela equipe? Por que essas ideias ficaram de fora? O que vocês precisariam para empreender tais ideias? Todavia, no caso da produção e coleta de dados dessa pesquisa, destacamos que se deu em algumas aulas negociadas com o docente da disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, de modo que dado o exíguo tempo de aula de que dispúnhamos, decidimos por trabalhar com atividades de Modelagem previamente planejadas pelo docente/pesquisador, e não tivemos condições de produzir dados a partir de atividades de modelagem desenvolvidas inteiramente pelos alunos, desde a coleta de dados. Essas ações também fazem parte das atitudes que enfatizam e fortalecem os traços de personalidade destacados por Lubart e Sternberg (1992) e Gontijo (2007), onde o professor busca enfatizar características que cada aluno tem relação a criatividade com o objetivo do aluno se dar conta e acreditar em seu potencial.

No quadro a seguir destacamos e, resumimos, os resultados relacionados a cada uma das questões exploradas ao longo da dissertação.

Quadro 42: Resultados encontrados na Pesquisa.

Questões	Resultados
<i>Em que momento as ideias surgem?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Os momentos de geração de ideias ficaram restritos apenas às aulas e aos primeiros vinte minutos da atividade. Além disso, à medida que os alunos iam se inteirando, a geração de ideias ia acontecendo. Por isso inferimos que independentemente do tempo da atividade as ideias surgem durante a fase da inteiração.</li> <li>- A geração de ideias parece ser diretamente proporcional ao engajamento dos alunos no desenvolvimento das atividades, e este engajamento, por sua vez, diretamente proporcional ao tema ser considerado de interesse pelos alunos.</li> </ul>
<i>Como o grupo administra as ideias que surgem?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- As ideias podem ser aceitas, rejeitadas, ou ainda, passarem despercebidas durante as conversas.</li> <li>- Quanto as ideias rejeitadas, isso pode acontecer por falta de afinidade, indiferença, ou ainda, convicção.</li> </ul>
<i>Quais ideias são selecionadas e quais são descartadas pelo grupo?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- As primeiras ideias que surgem no âmbito das discussões sempre têm maiores chances de serem empreendidas.</li> </ul>
<i>É possível inferir porque algumas ideias são consideradas e outras descartadas pelos alunos?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Quanto às ideias que são descartadas, podem ser descartadas por dois motivos: a falta de afinidade e a convicção.</li> </ul>
<i>Que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propor temas que sejam do interesse dos alunos.</li> <li>- Discutir previamente com os alunos a importância de escutar e discutir as ideias no âmbito do grupo.</li> <li>- Promover os traços de personalidade.</li> </ul>

Fonte: autor.

Ressaltamos, ainda, que investigar “ Que atitudes do professor podem estimular a geração de ideias?” implica a realização de outra pesquisa, que tenha foco diferente do que se

investigou nesse trabalho. Desse modo, o que realizamos aqui, são algumas inferências acerca dela, a partir de nossos dados.

## Considerações Finais

Como suscitamos no início deste trabalho, pesquisas que tratam do tema modelagem matemática e criatividade ainda são incipientes no Brasil. Em nossas buscas por trabalhos que abordassem o mesmo tema, encontramos a dissertação de Pereira (2008) que também destacou a falta de investigações acerca da criatividade em modelagem matemática. Assim como Pereira (2008), encontramos trabalhos que investigam a criatividade e a matemática (GONTIJO, 2006, 2007a, 2007b, 2012). Por esse motivo investigar como se dá a criatividade no âmbito de atividades de modelagem se configurou como um desafio, principalmente, no que se refere às referências.

Contudo, apesar desta dificuldade conseguimos encontrar modelos teóricos sobre criatividade, Teoria de Investimentos (LUBART; STERNBERG, 1991), Modelo Componencial (AMABILE, 1982) e Perspectiva de Sistemas (CSIKSZENTMIHALYI, 1999), que pudessem auxiliar em nossas investigações. Em nossa pesquisa utilizamos a Perspectiva de Sistemas de Csikszentmihalyi (1999) para investigar atividades de modelagem matemática sob a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), mas poderíamos ter utilizado a Teoria de Investimentos ou o Modelo Componencial. A Teoria de Investimentos de Lubart e Sternberg (1991), poderia ser utilizada para determinar que ações foram utilizadas pelos alunos durante as resoluções, bem como, definir o perfil dos membros das equipes. No Modelo Componencial, Amabile (1982) investiga com mais cuidado a importância da motivação para a criatividade. Durante as análises houve uma diferença considerável de momentos de geração de ideias entre a primeira e segunda atividades por conta da afinidade com o tema, onde procedemos nossas investigações segundo a Perspectiva de Sistemas. Porém esse aspecto poderia ser melhor investigado usando o Modelo Componencial. Também consideramos que em pesquisas futuras seria interessante usar a Teoria de Monitoramento Cognitivo para investigar a criatividade, pois durante as traduções dos materiais de Shoenfeld (1992), percebemos que essa teoria poderia ser utilizada para entender diversos hábitos que os alunos tiveram durante as resoluções, mais especificamente, quando definiam as estratégias que seguiram até o final da atividade.

Quanto a Análise Temporal proposta por Shoenfeld (1992), consideramos necessário adaptações para o contexto desta pesquisa. A primeira adaptação foi relacionada a cor e a organização dos quadros propostos por Shoenfeld (1992), onde julgamos interessante acrescentar cores diferentes para destacar os momentos de interesse. Além dessa adaptação, fizemos a análise usando os modelos de criatividade suscitados anteriormente, diferentemente

de Shoenfeld (1992) que se amparou na Teoria de Monitoramento Cognitivo. Em nossas buscas, não encontramos outros trabalhos no cenário nacional que utilizaram a ferramenta desenvolvida por Shoenfeld (1992). Por esse motivo destacamos as possibilidades de pesquisas futuras utilizarem a ferramenta, caso um dos objetivos seja o mapeamento temporal durante o desenvolvimento de atividades com sujeitos.

Em nossa pesquisa, embora gostaríamos, não conseguimos analisar os dados usando mais de uma teoria por conta do tempo, mais especificamente, do imprevisto relacionado a transcrição dos áudios. Como mencionamos anteriormente, os softwares não deram conta de distinguir as vozes dos alunos. Além disso certos momentos tiveram muitos ruídos, por isso foi necessário fazer diversos tratamentos para escutar as conversas com nitidez. Por esse motivo precisamos de um tempo que não estava previsto na pesquisa. Contudo, consideramos que pesquisas futuras poderiam abordar a criatividade durante atividades de modelagem matemática por meio da Teoria de Investimentos, Modelo Componencial, ou ainda, Teoria de Monitoramento Cognitivo, sob a perspectiva de modelagem matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Retomando as questões, nessa pesquisa investigamos: *Em que momentos ocorre a geração de ideias durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, empreendidas no âmbito de grupos, e quais implicações estas ideias desencadeiam na investigação do problema?* Por meio das nossas análises, descobrimos que atividades de modelagem matemática estimulam não apenas a geração de ideias, mas também ideias inovadoras quando os alunos têm afinidade e experiência com o tema proposto. Dividindo o processo de modelagem matemática em fases, como propõem Almeida, Silva e Vertuan (2012), a geração de ideias acontece predominantemente durante a fase da inteiração. Temporalmente isso aconteceu durante os primeiros vinte minutos, sendo o restante do tempo utilizado pelos alunos para implementar as ideias. O tempo foi outro aspecto essencial para a geração de ideias, visto que os alunos tiveram a oportunidade de trabalharem juntos durante o período das duas aulas. Alencar e Fleith (2003b), enfatizam a importância de proporcionar tempo para que os alunos possam refletir sobre os problemas. Como a maioria dos alunos não era da mesma cidade e durante as aulas não haviam horários para se reunirem e continuar a atividade, o tempo em sala foi fundamental para que os mesmos pudessem discutir o problema juntos.

Outro aspecto revelado pela pesquisa é o impacto do julgamento durante os momentos de geração de ideias. Em nossa pesquisa não presenciamos momentos de críticas diretas a ideias

que surgiram, no entanto, o que observamos foram momentos de indiferença. Esses momentos de indiferenças foram por meio do ato de ignorar o que era dito. O ato de ignorar pode ser considerado como uma forma de julgamento que desincentiva e desencoraja. Na primeira atividade, por exemplo, consideramos que isso aconteceu devido à falta de conhecimento dos demais companheiro de equipe acerca das ferramentas de Pesquisa Operacional. Nessa mesma atividade também tivemos diversos momentos de ideias ignoradas sem qualquer discussão previa sobre a sua viabilidade. Já na segunda atividade, inicialmente os alunos tinham a convicção de que não seria possível poupar para atingir o objetivo proposto no enunciado. Essa atitude acabou por delimitar todas as ideias que surgiam com o objetivo de mostrar a impossibilidade do enunciado o que vem de encontro ao que proposto por Csikszentmihalyi e Sawyer (2014), sobre as pessoas ajustarem suas ideias.

Além das ideias serem rejeitas, constatamos o caso das ideias que simplesmente passaram despercebidas por causa da desordem durante as conversas. Nesses momentos em que todos os alunos acabavam se manifestando ao mesmo, ideias passavam despercebidas. Essas ideias só vieram à tona graças as gravações. Contudo, pensando na sala de aula, não são usados gravadores para acompanhar as conversas dos alunos. Por esse motivo, consideramos que uma alternativa seria pedir para os alunos que anotem suas ideias, ou ainda, delegar a alguém na equipe que faça essa tarefa. Assim o professor pode ter acesso a considerações que foram feitas, mas não foram empreendidas pelos alunos. Como vimos, essas ideias podem oportunizar novos pontos de vistas para o problema, estendendo a atividade a outras investigações.

Consideramos que essa seria uma forma, porém outras maneiras poderiam ser investigadas, bem como, que outras atitudes poderiam ser empreendidas para estimular a geração de ideias durante atividades de modelagem matemática. Como foi destacado na revisão histórica desta pesquisa, durante os anos de 1960 surgiram diversas técnicas, como, por exemplo, o *brainstorming*, para estimular momentos de geração de ideias em grupos de pessoas. Outras pesquisas poderiam investigar no uso dessas técnicas em atividades de modelagem matemática, ou mesmo, que outras atitudes o professor poderia adotar para conhecer as ideias que surgiram no âmbito das discussões.

## REFERÊNCIAS

- ALENCAR, Eunice ML. Criatividade e ensino. **Psicologia: Ciência e Profissão**, v. 6, n. 1, p. 13-16, 1986.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano; FLEITH, Denise de Souza de. Escala sobre o clima para criatividade em sala de aula. **Psicologia: teoria e pesquisa**, v. 17, p. 70-87, 2005.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano; FLEITH, Denise de Souza de. Criatividade na educação superior: fatores inibidores. **Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior**, v. 15, n. 2, 2010.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano; OLIVEIRA, Janaina Maria Almeida. Criatividade no Ensino Médio segundo seus estudantes. **Paidéia**, v. 20, n. 47, 2010.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano de. Criatividade no contexto educacional: três décadas de pesquisa. **Psicologia: teoria e pesquisa**, v. 23, p. 45-49, 2007.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano; OLIVEIRA, Zélia Maria Freire de. A criatividade faz a diferença na escola: o professor e o ambiente criativos. **Contrapontos**, Itajaí, v. 8, n. 2, p. 295-306, 2008.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima. Barreiras à criatividade pessoal: desenvolvimento de um instrumento de medida. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 3, n. 2, p. 123-136, 1999.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano; LIMA, Vivianne Bezerra Figueiredo. Criatividade em programas de pós-graduação em educação: práticas pedagógicas e fatores inibidores. **Psico-USF**, v. 19, n. 1, p. 61-71, 2014.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano. Promovendo um ambiente favorável à criatividade nas organizações. **Revista de Administração de Empresas**, v. 38, n. 2, p. 18-25, 1998.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano de; FLEITH, Denise de Souza. Contribuições Teóricas Recentes da Criatividade. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 19, n. 01, p. 001-008, 2003a.
- ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano de; FLEITH, Denise Souza. **Criatividade: múltiplas perspectivas**. Editora UnB, 2003b.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; BORSSOI, Adriana Helena. Modelagem Matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 6, n 2, p. 91-122, 2004.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos dos Santos. Atividades de Modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, Bauru, n. 11, p. 483-497, 2005.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; PALHARINI, Bárbara Nivalda. Os “Mundos da Matemática” em atividades de Modelagem matemática. **Bolema**, Rio Claro, n. 43, p. 907-934, 2012.

ALMEIDA, Lourdes Werle; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na Educação Matemática**. In: ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa (Org.). *Modelagem matemática em Foco*. São Paulo/SP: Ciência Moderna, 2014.

ALMEIDA, Lurdes Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

AMABILE, Teresa. Social Psychology of Creativity: A Consensual Assessment Technique. **Journal of Personality and Social Psychology**. Vol. 43. n° 05, pg. 997 – 1013, 1982.

AMABILE, Teresa. Motivation Creativity in Organizations: On doing What Love And Loving What You Do. **California Management Review**. Vol. 40. n° 01, pg. 39 – 58, 1997.

AMABILE, Teresa. **Componential theory of creativity**. Harvard Business School, 2011.

ANDRÉ, Marli. Pesquisa em Educação: buscando rigor e qualidade. **Revista Cadernos de Pesquisa da Universidade Federal do Maranhão – São Luís/MA**. n° 113, pg. 51 – 64, jul/2001.

ANDRÉ, Marli. A jovem pesquisa educacional brasileira. **Revista Diálogo Educacional**, v. 6, n. 19, 2006.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Face a Face com a Modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade? **Bolema**, Rio Claro, n. 18, p. 78-90, 2005.

BALDAQUIM, Matheus Junior; SILVA, Karina Alessandra Pessoa. Registros de Representação Semiótica Mobilizados em uma Atividade de Modelagem matemática. **Acta Scientiae**, Canos, n. 03, p. 451-467, 2018.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veriati**, n°04, p.73-80, 2004.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAUJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. **Belo Horizonte: Autêntica**, 2004, v. 1, p. 99-112.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática no ensino**. 4a edição. São Paulo: Contexto, 2005.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática e Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Ed. FURB, 1999.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras as propostas atuais. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CAMPOS, Elaine da Silva; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Envolvimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática: relação com o saber e possibilidades de ação. **Bolema**, Rio Claro, n. 29, p. 167-182, 2015.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática e formação de professores: o que isto tem a ver com as licenciaturas? In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. Anais... Ouro Preto: UFOP/ UFMG, 2007. 1 p. 69-81. CD-ROM.

CROPLEY, David; WESTWELL, Martin; GABRIEL, Florence. Psychological and Neuroscientific Perspectives on Mathematical Creativity and Giftedness. In: LEIKIN, Roza; SRIRAMAN, Bharath (Orgs), **Creativity and Giftedness Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond**. USA: Springer, pg. 183-200, 2017.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. Implications of a systems perspective for the study of creativity. In: STERNBERG, Robert James (Org.). **Handbook of creativity**. New York: Cambridge University Press, pg. 313-335, 1999.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. Creativity and Genius: A Systems Perspective. In: CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly (Org.). **The Systems Model of Creativity: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi**. USA, Spring, pg. 99-124, 2014.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly; SAWYER, Keith. Shifting the Focus from Individual to Organizational Creativity. In: CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly (Org.). **The Systems Model of Creativity: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi**. USA, Spring, pg. 67-72, 2014.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly; SAWYER, Keith. Creative Insight: The Social Dimension of a Solitary Moment. In: CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly (Org.). **The Systems Model of Creativity: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi**. USA, Spring, pg. 73-98, 2014.

FERREIRA, Carlos Roberto. **A MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO EIXO METODOLÓGICO DA PRÁTICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA** ' 10/06/2016 157 f. Doutorado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA, Ponta Grossa Biblioteca Depositária: Biblioteca Central - Campus Uvaranas

GONTIJO, Cleyton Hércules. Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em matemática. **Linhas Críticas**, v. 12, n. 23, 2006.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **RELAÇÕES ENTRE CRIATIVIDADE, CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA E MOTIVAÇÃO EM MATEMÁTICA DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**. Julho de 2007. 206. Tese. Universidade de Brasília – Instituto de Psicologia, Distrito Federal, Brasília. 2007a.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Criatividade em Matemática um olhar sob a perspectiva de Sistemas. **Zetetiké**, v. 15, n. 28, 2007b.

GONTIJO, Cleyton Hércules; BARBOSA, Erondina da Silva; CARVALHO, Rosália Policarpo Fagundes de. A criatividade e as situações didáticas no ensino e aprendizagem da matemática. **Linhas Críticas**, v. 18, n. 35, 2012.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Técnicas de criatividade para estimular o pensamento matemático. **Educação e Matemática**.n.135, 2015.

GONTIJO, Cleyton Hércules; CARVALHO, Alexandre Tolentino; FONSECA, Mateus Gianni; FARIAS, Mateus Pinheiro. **Criatividade em matemática: conceitos, metodologias e avaliação**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2019.

HERSH, Reuben; STEINER, Vera John. The Origino f Insight in Mathematics. In: LEIKIN, Roza; SRIRAMAN, Bharath (Orgs), **Creativity and Giftedness Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond**. USA: Springer, pg. 135-146, 2017.

KAVIATKOVSKI, Marines Avila De Chaves. **PRÁTICAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ÂMBITO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR A PARTIR DE RELATOS DE EXPERIÊNCIA**.09/0/2017. 164pgs. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa/PR, 2017.

LUBART, Todd. **Psicologia da criatividade**. Porto Alegre. Editora Artmed, v. 192, 2007.

LORIN, Ana Paula Zanim. **COMPETÊNCIAS DOS ALUNOS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA**. 03/03/2015 157 f. Dissertação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, Londrina/PR.

JAPIASSÚ, Hilton; MARCONDES, Danilo. **Dicionário Básico de Filosofia**. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

KLUBLER, Tiago Emanuel. (Des) Encontros entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a formação de professores de Matemática. **Alexandria**, v. 5, n. 1, p. 63-84, 2012.

KLUBLER, Tiago Emanuel; TAMBARUSSI, Carla Melli. A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre atividades de formação continuada em teses e dissertações. **REVEMAT**, v.9, Ed. Temática, p. 38-56, 2014.

MAY, Rollo. **A coragem de criar**. 4 Edição. Nova Fronteira, 1982.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade. **Revista Ciência & Saúde Coletiva**, v. 17, n° 3, pg. 621 – 626, 2012.

MORAIS, Maria José da Silva; PINHO, Maria José de. Concepções de Criatividade no Contexto Educacional: Um Novo Olhar Formativo. **Revista Contrapontos**, v. 17, n. 2, p. 312-334, 2017.

NEGRELLI, Leônia Gabardo. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a educação (em) matemática**. 01/05/2008. 104pgs. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, 2008.

NISS, Mogens. **Prescriptive modeling – Challenges and Opportunities**. In: STILMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences* (ICTMA 16). New York: Springer, p. 67-80, 2013.

PALSDOTTIR, Gudbjorg; SRIRAMAN, Bharath. Teacher's Views on Modeling as a Creative Mathematical Activity. In: LEIKIN, Leikin; SRIRAMAN, Bharath (Orgs), **Creativity and Giftedness Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond**. USA: Springer, pg. 47-56, 2017.

PINHEIRO, Igor Reszka. Modelo geral da criatividade. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 25, n. 2, p. 153-160, 2009.

PINHEIRO, Igor Reszka; CRUZ, Roberto Moraes. **Fundamentos históricos e Epistemológicos da pesquisa objetiva em criatividade**. Psico, v. 40, n. 04, p. 498-507, 2009.

RIBEIRO, Olzeni Costa; MORAES, Maria Cândida. **Criatividade em uma Perspectiva Transdisciplinar: Rompendo Crenças, mitos e concepções**. Brasília: Liber Livro, 2014.

ROSA, Claudia Carreira da. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de modelagem matemática no Ensino Médio**. 2009. 143 pgs. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR, 2009.

SAVIC, Milos; KARAKOK, Gulden; TANG, Gail; TURKEY, Houssein El; NACCARATO, Emilie. Formative Assesment of Creativity in Undergraduate Mathematics: Using a Creativity in Progress rubric (CPR) on Proving. In: LEIKIN, Leikin; SRIRAMAN, Bharath (Orgs), **Creativity and Giftedness Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond**. USA: Springer, pg. 23-460, 2017

SETTI, Elenice Josefa Klancko. **MODELAGEM MATEMÁTICA NO CURSO TÉCNICO DE INFORMÁTICA INTEGRADO AO ENSINO MÉDIO: UM TRABALHO INTERDISCIPLINAR**. 08/2017 193. Dissertação em Mestrado Profissional Ensino de Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina/PR.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia**. São Paulo: Papirus, 2001.

STERNBERG, Robert James; LUBART, Todd. An investment theory of creativity and its development. **Human Development**, v. 34, pg. 1-31, 1991.

SILVA, Lilian Aragão da; OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira de. Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo?. **Acta Scientiae**, Canos, n. 01, p. 40-56, 2014.

SILVA, Jonson Ney Dias da; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática: as discussões técnicas e as experiências prévias de um grupo de alunos. **Bolema**, Rio Claro, n. 24, p. 38-60, 2011.

STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. **Cultural, Social, Cognitive and Research Influences on Mathematical Modelling Education**. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences* (ICTMA 16). New York: Springer, p. 1-35, 2013.

TAN, Ai-Girl; SRIRAMAN, Bharath. Convergence in Creativity Development for Mathematical Capacity. In: LEIKIN, Leikin; SRIRAMAN, Bharath (Orgs), **Creativity and Giftedness Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond** (pg. 117-134). USA: Springer, pg. 117-134, 2017.

TREMBLAY, Marc Adélar. Reflexões sobre uma trajetória pessoal pela diversidade dos objetos de pesquisa. In: POUPART, J.; DESLAURIERS, J. P.; GROULS, L. H.; LAPERRIÈRE, A.; MAYER, R.; PIRES, A. **A pesquisa quantitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**, 2ª ed. Petrópolis: Vozes, 2008, p.9-30.

VERONEZ, Michele Regiane Dias. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**' 02/12/2013 undefined f. Doutorado em ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, Londrina Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital da Universidade Estadual de Londrina.

VERONEZ, Michele Regiane Dias; CASTRO, Élide Maiara Velozo de. Intervenções do Professor em Atividades de Modelagem matemática. **Acta Scientiae**, Canos, n. 03, p. 431-450, 2018.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem matemática**. 02/04/2013. 247 pgs. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR, 2013.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem matemática. **Bolema**, Rio Claro, n. 56, p. 1070-1091, 2016.

## ANEXO I

### TERMO DE CONSENTIMENTO E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO LIVRE E ESCLARECIDO  
(Para os alunos da disciplina de Modelagem Matemática, adultos com dezoito, ou mais, anos completos)

**Título do Projeto:** “Uma investigação acerca da criatividade em atividades de modelagem matemática que contemplam o brainstorming com alunos de um curso de licenciatura em matemática”

**Investigador(a):** Marlon Dal Pasquale e Rodolfo Eduardo Vertuan.

**Local da Pesquisa:** Unespar Universidade Estadual do Paraná – Campus de Campo Mourão

**Endereço:**

Av. Comendador Norberto Marcondes, número 733, Campo Mourão/PR – CEP 87.303-100.

**O que significa o consentimento?**

O consentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de adultos, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

**Informação ao participante da pesquisa:**

**a) Apresentação da pesquisa**

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, cujo objetivo é analisar a questões acerca da criatividade em Modelagem Matemática. Você participará, caso concorde, de uma pesquisa onde serão coletadas imagens e áudios de voz durante as aulas de Modelagem Matemática, mais especificamente, durante o desenvolvimento das atividades propostas pelo investigador. Com estes dados pretendemos analisar e posteriormente inferir, com base na fundamentação teórica, questões acerca da objetivo da pesquisa. Podendo ainda, divulgá-los em publicações, congressos e eventos da área com mantendo sempre a condição de que seu nome não seja citado em hipótese alguma, garantindo o anonimato.

**b) Desconfortos, Riscos e Benefícios.**

Conforme a Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012 existe a possibilidade de danos à dimensão psíquica e moral do indivíduo já que envolve questões de caráter pessoal e coletivo. O pesquisador responsável suspenderá a pesquisa imediatamente ao perceber algum risco ou dano à saúde do sujeito participante da pesquisa, conseqüente à mesma, não previsto no termo de consentimento.

O projeto de pesquisa foi elaborado pensando em contribuir com as discussões de professores e alunos sobre a criatividade em Modelagem Matemática.

**c) Confidencialidade**

A pesquisa não divulgará seu nome, garantindo o anonimato.

**d) Critérios de inclusão e exclusão**

Foram selecionados para participar dessa pesquisa, todos os onze alunos da disciplina de Modelagem Matemática do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática. Por esse motivo, não se aplica o critério de exclusão.

**e) Ressarcimento e indenização.**

Estão assegurados o ressarcimento e indenização provenientes de custos ou danos gerados ao participar dessa pesquisa.

**f) Contato para dúvidas**

Se você ou os responsáveis por você tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o(a) investigador (a) do estudo ou membro de sua equipe: MARLON LUIZ DAL PASQUALE JUNIOR, celular (44) 99725 0593, residente na Travessa Operária, número 300, Bairro – Centro, CEP: 87303 253, Campo Mourão/PR.Ou RODOLFO EDUARDO VERTUAN, telefone (45) 3379 6818, Rua General Estilac Leal, número 984, Bairro – Centro, CEP 85900120, Toledo/PR.

**DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:**

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE CONSENTIMENTO E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste DOCUMENTO DE CONSENTIMENTO INFORMADO.

---

NOME	ASSINATURA	DATA
------	------------	------

---

NOME DO INVESTIGADOR	ASSINATURA	DATA
----------------------	------------	------