UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ

MESTRADO EM ENSINO

STEFFANI MAIARA COLAÇO MIRANDA

PERÍMETRO E ÁREA: ANÁLISE DE PESQUISAS SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

FOZ DO IGUAÇU, 2018

STEFFANI MAIARA COLAÇO MIRANDA

PERÍMETRO E ÁREA: ANÁLISE DE PESQUISAS SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino, Nível Mestrado, da UNIOESTE.
Orientadora: Drª. Tânia Stella Bassoi.

FOZ DO IGUAÇU, 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Ficha de identificação da obra elaborada através do Formulário de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da Unioeste.

Miranda, Steffani Maiara
PERÍMETRO E ÁREA : ANÁLISE DE PESQUISAS SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA / Steffani Maiara Miranda; orientador(a), Tânia Stella Bassoi, 2018.
150 f.

Dissertação (mestrado), Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Foz do Iguaçu, Centro de Educação, Letras e Saúde, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2018.

1. Perímetro. 2. Área. 3. Registros de Representação Semiótica. I. Bassoi, Tânia Stella. II. Título.

unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Campus de Foz do Iguaçu - CNPJ 78.680.337/0004-27
Av. Tarquínio Joslin dos Santos, 1300 - Fone: (45) 3576-8100 - Fax: (45) 3575-2733
Pólo Universitário - CEP 85870-650 - Foz do Iguaçu - Paraná

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

Programa de Pós-Graduação em Ensino

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE STEFFANI MAIARA COLAÇO MIRANDA, ALUNO(A) DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ - UNIOESTE, E DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO DO PROGRAMA E O REGIMENTO GERAL DA UNIOESTE.

Ao(s) 19 dia(s) do mês de fevereiro de 2018 às 14h00min, no(a) UNIOESTE - Campus de Foz do Iguaçu-Pr..- Bloco F sala 1, realizou-se a sessão pública da Defesa de Dissertação do(a) candidato(a) Steffani Maiara Colaço Miranda, aluno(a) do Programa de Pós-Graduação em Ensino - nível de Mestrado, na área de concentração em Ciências, Linguagens, Tecnologias e Cultura. A comissão examinadora da Defesa Pública foi aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino. Integraram a referida Comissão os(as) Professores(as) Doutores(as): Tânia Stella Bassoi, Reginaldo Aparecido Zara, Celia Finck Brandt. Os trabalhos foram presididos pelo(a) Tânia Stella Bassoi, orientador(a) do(a) candidato(a). Tendo satisfeito todos os requisitos exigidos pela legislação em vigor, o(a) candidato(a) foi admitido(a) à Defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, intitulada: "Perímetro e Área: Análise de Pesquisas Sob a Ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica". O(a) Senhor(a) Presidente declarou abertos os trabalhos, e em seguida, convidou o(a) candidato(a) a discorrer, em linhas gerais, sobre o conteúdo da Dissertação. Feita a explanação, o(a) candidato(a) foi arguido(a) sucessivamente, pelos(as) professores(as) doutores(as): Reginaldo Aparecido Zara, Celia Finck Brandt. Findas as arguições, o(a) Senhor(a) Presidente suspendeu os trabalhos da sessão pública, a fim de que, em sessão secreta, a Comissão expressasse o seu julgamento sobre a Dissertação. Efetuado o julgamento, o(a) candidato(a) foi **aprovado(a)**. A seguir, o(a) Senhor(a) Presidente reabriu os trabalhos da sessão pública e deu conhecimento do resultado. E, para constar, o(a) Coordenador(a) do Programa de Pós-Graduação em Ensino, da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE - Campus de Foz do Iguaçu, lavra a presente ata, e assina juntamente com os membros da Comissão Examinadora e o(a) candidato(a).

Orientador(a) - Tânia Stella Bassoi
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Campus de Cascavel (UNIOESTE)

Reginaldo Aparecido Zara
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Campus de Foz do Iguaçu (UNIOESTE)

unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Campus de Foz do Iguaçu - CNPJ 78.680.337/0004-27
Av. Tarquínio Joslin dos Santos, 1300 - Fone: (45) 3576-8100 - Fax: (45) 3575-2733
Pólo Universitário - CEP 85870-650 - Foz do Iguaçu - Paraná

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

Programa de Pós-Graduação em Ensino

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE STEFFANI MAIARA COLAÇO MIRANDA, ALUNO(A) DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ - UNIOESTE, E DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO DO PROGRAMA E O REGIMENTO GERAL DA UNIOESTE.

Celia Finck Brandt
Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)

Steffani Maiara Colaço Miranda
Candidato(a)

Prof. Dr. Reginaldo A. Zara
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
Stricto Sensu em Ensino Nível Mestrado

Coordenador(a) do Programa de Pós-Graduação em Ensino

AUTORIZAÇÃO PARA REPRODUÇÃO DO MATERIAL EM PDF

Eu, Steffani Maiara Colaço Miranda, autorizo a reprodução em PDF, no site da universidade, da dissertação de mestrado intitulada "Perímetro e Área: análise de pesquisas sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica", apresentada ao Programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Ensino, Nível Mestrado, da UNIOESTE.

Nome: Steffani Maiara Colaço Miranda

Foz do Iguaçu, 18 de maio de 2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e pela oportunidade de estar concluindo mais essa etapa.

Agradeço a minha orientadora Professora Doutora Tânia Stella Bassoi pela paciência e total dedicação durante as orientações. Não posso esquecer de todos os professores que fizeram parte da minha vida escolar, seja no Ensino Fundamental, Ensino Médio, Graduação e Pós-Graduação, todos contribuíram para estar onde estou hoje.

Fico imensamente grata pelas contribuições dos professores da banca.

Agradeço a todos os colegas da Pós-Graduação pelo apoio, contribuição às reflexões e pelas palavras amigas de incentivo.

Outra pessoa importante foi a prima Teresinha Salete Guedes, que me acolheu com todo carinho em sua casa, todas as quintas e sextas, quando ia à Foz do Iguaçu para participar das aulas da Pós-Graduação, meu muito obrigada Tere.

Agradeço a minha amiga Eloiva, pelas diversas vezes que me escutou nas choradeiras e esteve sempre presente me dando apoio e dizendo que eu era capaz e que iria conseguir.

Agradeço a minha mãe Loreci por estar sempre em oração, pedindo a Deus pelos meus estudos e a Maria para que sempre passasse a frente. Agradeço ao meu pai Osnei, primeiro exemplo de docente, profissional este, que sempre será meu referencial.

Agradeço ao meu esposo Eric, pelo total apoio, por ter depositado confiança em mim e sempre dizer que sou capaz. Você é muito especial, muito obrigada por tudo.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo financiamento à essa pesquisa.

Se você acha que educação é cara, experimente a ignorância.

Derek Bok

LISTA DE ABREVIATURAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
LIBRAS	Língua Brasileira de Sinais
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
SARESP	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
TD	Tecnologias Digitais
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

RESUMO

O propósito deste estudo é entender como o ensino de geometria é trabalhado do ponto de vista da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e compreender sua possível adaptação ao ensino de surdos. Para isso foi selecionado estudos de ensino sobre perímetro e área na bibliografia pertinente tanto para alunos ouvintes como surdos e analisada as tarefas propostas nesses estudos do ponto de vista teórico assumido. Sendo assim, essa pesquisa se caracterizará como uma pesquisa bibliográfica, a partir de dissertações e teses das quais serão analisadas tarefas de geometria aplicadas à alunos ouvintes e surdos. A análise das tarefas terá como aporte teórico a teoria citada anteriormente e será realizada por meio do quadro de análise desenvolvido por Scheifer (2017).

Palavras chave: Perímetro; Área; Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

The main objective of this research is to understand how the teaching of perimeter and area have been working from the point of view of the Theory of Semiotic Representation Registers and eventual adaptation to the teaching of the deaf. The objectives were: to select studies of perimeter and area in the pertinent bibliography for both for hearing and deaf students; analyze the tasks proposed on these studies, from the theoretical point of view taken.This research is characterized as a bibliographical research,from dissertations and theses analyzed geometry tasks applied to hearing and deaf students. For analysis of the tasks was taken as reference analysis developed by another researcher, with geometry content. As results, were identified that most of the tasks developed required the mereological modification and required the inventor's vision. It was verified that there was no difference between the tasks for deaf students or listeners, only the use of manipulatives, such as Tangram, was important in the works with deaf students.

Keywords: Perimeter; Area; Registers of Semiotic Representation; Deafness.

RESUMEN

La intención de este estudio fue entender como la enseñanza de perímetro y área son trabajados desde el punto de vista de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica y su posible adaptación a la enseñanza de sordos. Los objetivos fueron seleccionar estudios de enseñanza sobre perímetro y área en la bibliografía adecuada, tanto para alumnos oyentes como sordos, y analizar las tareas propuestas en esos estudios desde el punto de vista teórico asumido. La investigación es de carácter bibliográfico, pues fue basada en tesis y disertaciones que examinaron tareas de geometría aplicadas a los alumnos oyentes y sordos. Para el análisis de las tareas, fue utilizado como referencia el cuadro de análisis, desarrollado por otra investigadora, con el contenido de geometría. Como resultados, fue identificado que la mayoría de las tareas desarrolladas requerían la modificación mereológica y exigían la apreciación del inventor. Además, no hay distinción entre las tareas direccionadas a los alumnos sordos u oyentes, solamente que la utilización de materiales manipulables, como el Tangram, se mostró esencial en uno de los trabajos con alumnos sordos.

Palabras clave: Perímetro; Área; Registros de Representación Semiótica; Sordera.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Por que os alunos apresentam dificuldades no tocante a aprendizagem de geometria? Mais especificamente, por que confundem os conceitos de área e perímetro? Essas dificuldades são vistas em alunos surdos e ouvintes, o que as justifica?

Uma das possíveis justificativas se deve ao fato de que o ensino de geometria foi relegado, deixado em último plano como assegurado em Pavanello (1989) e Lorenzato (1995).

Pavanello (1989), identifica o descaso dado ao ensino de geometria, devido ao despreparo dos professores, justificativa observada em cursos de capacitação e pela presença da geometria sempre no final dos livros didáticos.

Kaleff (1994) salienta que a geometria foi ensinada durante muito tempo de forma dedutiva, o que gerava nos alunos uma intensa memorização e não compreensão dos conceitos utilizados. Outro apontamento feito pela autora é que na metade do século XX, o movimento da Matemática Moderna levou os matemáticos a ignorarem a abrangência conceitual e filosófica da Geometria Euclidiana, reduzindo-a na aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial e tudo isso teve consequências, como a falta de formação aos professores e praticamente uma exclusão da geometria do currículo para essa época.

Atualmente é notório que diversas pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de geometria, vem sendo feitas. No entanto, tem-se a consciência da necessidade de mais pesquisas sobre o assunto e preocupação com as dificuldades dos alunos quanto a esse conteúdo, alunos ouvintes e surdos.

Pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, a Geometria está presente ao longo de toda a Educação Básica, ocupando um espaço similar às demais áreas (como Álgebra, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação). Porém, a importância dada à Geometria nem sempre está presente nas aulas de Matemática. É dada ênfase nos aspectos numéricos e algébricos, em detrimento de aspectos geométricos. A Geometria é, normalmente, trabalhada desvinculada das outras áreas, quase sempre como último conteúdo a ser estudado durante o período escolar (BRASIL, 1998).

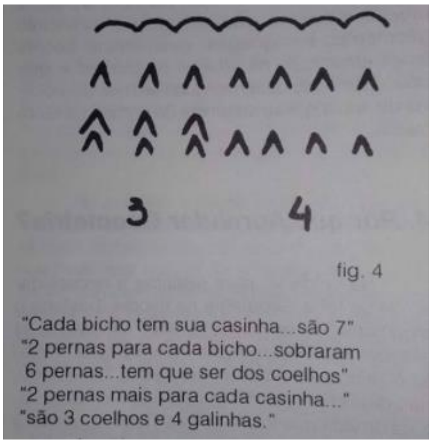
Considera-se que o ensino da Geometria na Escola Básica, não tem atendido aos pressupostos e objetivos estabelecidos para o mesmo e tem levado os alunos a não desenvolverem satisfatoriamente noções elementares nesse campo de conhecimento, o que leva a um aprendizado falho, fragmentado e pontual de tal maneira que, ao final do Ensino Fundamental, boa parte dos alunos ainda não tem a noção adequada de perímetro, área e volume como apresentado em Ferreira, (2016) e Henriques (2011).

Lorenzato (1995) afirma que as justificativas por parte dos professores se limitam a afirmações como: não sei, não dá tempo, os alunos preferem trabalhar com números e etc. Isso se ampara na carência de formação sobre essa área do conhecimento, pois como esse autor diz, “ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece” (LORENZATO, 1995, p. 4).

No entanto, o autor argumenta sobre a necessidade de se ensinar geometria, pois ela está em toda parte e devemos conseguir enxergá-la. Sem estudar geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico, essencial em diversas situações da vida, como por exemplo, contato com paralelismo, medições de área e perímetro, semelhança, proporcionalidade entre outros.

Pode-se citar também o apoio da geometria à outras disciplinas, como interpretar um mapa, um gráfico estatístico, compreender conceitos de medidas, sem contar que ela pode esclarecer situações abstratas, o que facilita a comunicação da ideia matemática, como o exemplo a seguir: “entre coelhos e galinhas tenho 7 cabeças e 20 pés, no total, quantos coelhos e galinhas possuo?” (LORENZATO, 1995, p.6), uma criança o resolveu explicando seu raciocínio de forma visual.

Figura 1 – Resolução por meio de desenho



Fonte: (LORENZATO, 1995, p.6)

É importante ressaltar que, como preconiza o PCN, a Geometria deve ser trabalhada desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, para que o aluno tenha a possibilidade de atingir o máximo de desenvolvimento do pensamento matemático, em especial o geométrico, através de um trabalho que respeite seu desenvolvimento e permita aplicações das noções e conceitos aprendidos em novas situações-problema, transferindo conhecimentos geométricos para outros sistemas de maior complexidade e se estendendo a outras áreas do conhecimento, como a Química, Física, Astronomia, e outras (CHIELE, 2007, p.112).

Muitos autores afirmam acerca da importância do estudo sobre perímetro e área, por associaram a diversas ações que podem ocorrer durante a vida, como por exemplo, compra de materiais para recobrimento de um piso, para pintura de paredes, escolha de rota para viagens, medição de terras entre outros.

Além disso, “os conceitos de perímetro e área e suas propriedades podem ser concebidos como essenciais na integração de diferentes áreas do conhecimento” (FERREIRA, 2016, p. 48).

O interesse por esse foco de pesquisa resultou da primeira experiência da pesquisadora com alunos surdos, que identificou confusão entre os conceitos de área e perímetro e uso equivocado de fórmulas para cálculo de área, embora reconhecendo que essa dificuldade se encontra também em ouvintes, como apontado em Ferreira (2010), Machado (2011), Henriques (2011), Santos (2011), Medeiros (2013), Fusiger (2015), Silva (2016).

De início o objetivo era desenvolver a pesquisa num contexto de escola de surdos e aplicar uma sequência didática de área e perímetro numa perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

No entanto, a não fluência na Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS, fez com que a pesquisadora durante a apresentação do projeto de pesquisa na disciplina Seminário de Pesquisa aceitasse sugestões da banca de professores para desenvolver uma pesquisa teórica, buscando esmiuçar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para compreender o ensino de geometria nessa perspectiva teórica e pensar como “adaptar” esse ensino para a realidade do aluno surdo.

O problema dessa pesquisa é: quais elementos das ideias de Duval presentes na Teoria dos Registros de Representação Semiótica sobre a aprendizagem da geometria – olhares, apreensões e desconstrução dimensional - estão contempladas em atividades sobre área e perímetro propostas a alunos?

O interesse é verificar primordialmente como é trabalhado com o aluno ouvinte e sua possível adaptação ao ensino de surdos.

O objetivo é apontar os diferentes olhares e apreensões presentes em atividades sobre perímetro e área, segundo a teoria assumida.

Sendo assim, essa pesquisa se caracterizará como uma pesquisa bibliográfica, a partir de dissertações e teses das quais serão analisadas tarefas de geometria aplicadas à alunos ouvintes e surdos.

Na primeira parte do trabalho será apresentado o estado da arte de pesquisas sobre ensino de perímetro e área, no contexto de alunos ouvintes e surdos.

Na parte dois será esmiuçada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, sobre o ensino de geometria.

A metodologia constará na terceira parte e na quarta parte serão analisadas tarefas presentes em dissertações e teses, a partir do quadro elaborado por Scheifer (2017).

1 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE PERÍMETRO E ÁREA

Os problemas sobre perímetro e área começaram a aparecer pela necessidade humana, um dos exemplos está associado as divisões dos lotes de terra a margem do rio Nilo.

A necessidade de fixar os limites das propriedades contribuiu decisivamente para a descoberta e utilização de princípios relativos às características de linhas, ângulos e figuras, bem como para o desenvolvimento de processos de cálculo de áreas de superfícies planas (PAVANELLO, 1989, p. 24 e 25).

Pavanello (1989) afirma que especialmente no Egito a geometria se mostrava imprescindível, uma vez que os marcos das áreas de cultivo eram sempre perdidos ao final das cheias anuais do rio Nilo e se fazia necessário as remarcações, de maneira que tivesse a mesma quantidade de propriedades e que tivessem a mesma área anterior a cheia do rio.

Kaleff (1994) também afirma sobre isso, elucidando os cálculos necessários para demarcar a área e realizar a cobrança de impostos, formando assim, ideias geométricas.

1.1 Trabalhos desenvolvidos com alunos ouvintes

Para a revisão da literatura, foi utilizado o Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. As palavras chaves foram geometria, perímetro e área. Primeiramente foi olhado se no título dos trabalhos constavam as palavras perímetro e área, para na sequência ser realizada a leitura dos resumos afim de refinar a escolha.

Foram encontrados 31 trabalhos entre os anos de 2007 a 2016. Foi possível identificar trabalhos que utilizaram softwares de geometria dinâmica, como o Geogebra, Cabri - Géomètre e o Apprenti Géomètre 2 em suas pesquisas, diversos trabalhos tiveram como metodologia a Engenharia Didática e como aporte teórico a Teoria de Van Hiele, Teoria dos Campos Conceituais, Teoria das Situações Didáticas entre outras.

A presença dos softwares de geometria dinâmica pode ser justificada em Scheffer (2006), ao afirmar que por meio deles a discussão e a exploração de propriedades dos polígonos se torna possível, como também a visualização dos objetos na tela do computador, estimulando a observação e estabelecimento de relações espaciais.

No entanto, a autora salienta que “um software não funciona automaticamente como estímulo à aprendizagem. O sucesso dele está em promover a aprendizagem que depende de sua integração com o currículo e com as atividades em sala de aula” (SCHEFFER, 2006, p. 100).

Nunes (2011) utilizou o Geogebra em algumas atividades de sua Sequência Didática, que foi modelada por meio das fases que compõem o processo argumentativo, pois seu objetivo era constituir a argumentação como um processo que favorecesse a apropriação de conhecimentos matemáticos evidenciando as fases necessárias, com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

Este autor observou eficácia sobre a prática da argumentação, uma vez que os alunos mostraram compreensão sobre os conceitos, caracterizando essa prática como método de ensino, no entanto o pesquisador identificou uma dificuldade entre os alunos para escrever o que argumentavam oralmente.

Machado (2011), utilizou o Geogebra para desenvolver atividades com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental no terceiro momento de sua pesquisa para trabalhar os conceitos de perímetro e área.

Ele teve o objetivo de desenvolver atividades dinâmicas que favorecessem o pensamento reflexivo dos alunos para que pudessem atribuir significados aos conceitos de perímetro e área, no entanto, o pesquisador identificou que os dados da pesquisa não foram suficientes para, por exemplo, identificar todas as fases do pensamento reflexivo. Mas, pode ver evolução entre os alunos, pois conseguiram atribuir significados, especialmente o significado expositivo, pela extensão dos conceitos em casos particulares, uma vez que, no teste inicial a maioria dos alunos disse que a área seria lado vezes lado, mostrando confusão entre o conceito.

Já Reis (2012), buscou identificar de que forma o Geogebra pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área de circunferência e círculo, respectivamente. Sendo assim, desenvolveu uma sequência didática com alunos do 1º ano do Ensino Médio, buscando articular a existência do número π – *pi*. O autor pode identificar que o software foi relevante no auxílio a aprendizagem, propiciando a compreensão da irracionalidade do número *pi*, bem como, sua relação com área e perímetro do círculo e circunferência.

Boiago (2015) buscou identificar quais eram as contribuições de uma Sequência Didática envolvendo cálculo de área de figuras planas, com composição e decomposição de formas geométricas e um processo de modelagem de logotipos figurais utilizando o software Geogebra para o ensino de geometria plana.

Como resultados, considerou que era possível tratar não apenas de conceitos, mas também de procedimentos atendendo às condições da aprendizagem significativa e que a modelagem de logotipos figurais favoreceu a aprendizagem de área de figuras planas.

Assumpção (2015) elaborou, aplicou e avaliou uma proposta didática com o uso de um ambiente dinâmico, a partir dos subsídios teóricos indicados pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Utilizou da Engenharia Didática para implementar e avaliar uma sequência de atividades no Geogebra, à alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Ela percebeu que houve um aprimoramento dos processos visuais dos alunos em relação a exploração heurística das figuras geométricas, bem como, ao longo da resolução das atividades propostas, observou uma melhor desenvoltura na forma de interpretarem as representações geométricas.

Assumpção (2015) verificou a possibilidade de articulação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica com o uso do software Geogebra, pois as atividades elaboradas viabilizaram a coordenação de diferentes registros de representação semiótica, pois os alunos tiveram a possibilidade de explorar as características dos conceitos matemáticos perímetro e área de polígonos, associados a cada registro: língua natural, linguagem algébrica, figural e numérico.

E isso vai ao encontro quando Duval (2011) argumenta sobre a necessidade de reconhecer o mesmo objeto em representações distintas, bem como, ter a capacidade de diferenciar o objeto de sua representação.

Ballejo (2015), buscou ver como o software Geogebra poderia auxiliar os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental a compreender conceitos de área e perímetro de polígonos.

Teve como embasamento teórico a Teoria Construcionista e da Aprendizagem Significativa. Pode concluir que a utilização do Geogebra contribuiu significativamente na compreensão de perímetro e área na perspectiva do modelo Construcionista de Ensino, na medida em que os alunos se mostraram motivados a estudar quando as aulas envolviam o uso de recursos digitais, com métodos diferentes dos modelos considerados tradicionais.

Ferreira (2016), detectou a necessidade de investimento na formação profissional do professor e a importância da integração de Tecnologias Digitais - TD ao ensino da geometria, em especial dos softwares de Geometria Dinâmica, uma vez que percebeu carência de conhecimento por parte dos professores quanto ao manuseio desses softwares e falta de recursos para a manutenção das máquinas e a necessidade de reorganização do tempo e espaços escolares.

Também foi percebido que o ensino e aprendizagem da geometria por meio de softwares educacionais pode promover mudanças no cenário de descompasso entre os avanços tecnológicos e a educação ofertada nas escolas, minimizando esse desafino. Identificou como fatores que potencializam o uso de TD, a possibilidade de aprender a geometria através de experimentação, conjecturas e visualizações, construindo e manipulando objetos.

Ferreira (2016) propôs atividades dinâmicas de cunho investigativo que proporcionaram ao aluno as possibilidades de melhor visualização, de modificar as figuras, de arrastar, de fazer conjecturas e de analisar, para que construíssem seus próprios conhecimentos de forma significativa, o que mostrou resultados positivos, apontando ao final do experimento que os alunos alcançaram uma relação entre os conceitos de perímetro e área e os problemas de indisciplina foram minimizados devido ao interesse dos alunos pela utilização do software.

Ferreira (2016) afirmou que durante as atividades autônomas, que seguiram o gênero investigativo, além da familiarização com o Geogebra, os discentes desenvolveram uma autonomia ao utilizar as ferramentas e fazer conjecturas relacionadas ao conteúdo em estudo. Ao utilizarem suas próprias construções e modificá-las através do movimento “arrastar”, os alunos alcançaram a formalização dos conceitos e das propriedades das principais figuras geométricas planas, experimentando e validando suas conjecturas.

Assim, foi possível fomentar as experimentações e a possibilidade da integração do software educacional como uma ferramenta que pode contribuir para a melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem do tema em estudo e de outros conteúdos geométricos.

Por fim, Ferreira (2016) concluiu esta pesquisa com imensa satisfação e grata pela oportunidade de oferecer aos discentes uma proposta que os motivaram a aperfeiçoar seus conhecimentos geométricos, reafirmando assim, a questão da investigação de que o software Geogebra é uma ferramenta tecnológica que pode contribuir potencialmente para o ensino e aprendizagem do conteúdo perímetro e área de figuras geométricas planas utilizando-se de atividades investigativas.

Abreu (2014) utilizou o software Régua e Compasso na realização de atividades com duas turmas de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental para construir o conceito de cálculo de área de figuras planas e identificar quais as contribuições desse software.

Como resultado, Abreu (2014) identificou que em uma das turmas os alunos tinham conhecimento sobre o que são figuras planas, no entanto, a avaliação diagnóstica mostrou que as duas turmas apresentaram dificuldades na construção, identificação das propriedades, cálculo de área de figuras planas, bem como aplicação desse conceito no cotidiano. Por fim, notou evolução na compreensão dos alunos, após a avaliação final, mostrando pontos positivos ao uso do software.

Santos (2015) buscou identificar quais eram as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC e materiais manipuláveis aliados à Teoria de Van Hiele para o estudo de áreas.

Ele propôs uma Sequência Didática sobre área de polígonos baseada nas fases de aprendizagem desenvolvida pelos Van Hiele, com o uso de materiais manipuláveis e recursos tecnológicos que estimulassem os alunos a pensar, deduzir, criar, escrever e construir os conceitos geométricos.

Santos (2015) realizou a intervenção pedagógica em duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental e concluiu que as combinações de materiais manipuláveis com softwares de Geometria Dinâmica contribuíram para o aumento da capacidade argumentativa e dedutiva, o desenvolvimento da linguagem geométrica e o avanço nos níveis de pensamento geométrico. Tais fatos apontam para a efetiva possibilidade de transmitir conceitos geométricos. Mas, para tanto, é fundamental que a proposta de trabalho pedagógico seja condizente com o nível do pensamento geométrico dos alunos.

Outro software de Geometria Dinâmica que apareceu nas pesquisas foi o Apprenti Géomètri 2, em que Silva (2016a) investigou o tratamento dado por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental às situações que dão sentido a área como grandeza, em ambientes distintos: lápis e papel, materiais manipulativos e software Apprenti Géomètre 2.

A sua metodologia foi a Engenharia Didática e teve como embasamento teórico a Teoria dos Campos Conceituais e a abordagem de área como grandeza geométrica.

Silva (2016a) observou que os sujeitos da pesquisa dominaram parcialmente ou plenamente na comparação das áreas procedimentos de inclusão e sobreposição, como também decomposição e recomposição de figuras.

Esta composição, decomposição e comparação das figuras geométricas é enfatizada nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, pois ele preconiza no estudo de perímetro e área, a utilização de malhas quadriculadas e comparação de figuras (BRASIL, 1997, p. 61).

Facco (2007) também argumenta sobre a importância da decomposição das superfícies, pois é um recurso eficaz e de fácil aceitação por parte dos alunos. A importância da decomposição de figuras também é vista em Tambarussi e Oliveira (2013), ao proporem atividades que utilizam de malhas quadriculadas e consequentemente utilizam da decomposição para formalizar as fórmulas sobre área de figuras planas.

Essas modificações das figuras em decomposições ou composições que se mostram importantes segundo esses autores, também é explicada em Duval (2012), como modificação mereológica e essa modificação faz referência da parte com o todo.

Silva (2016a) viu que a pluralidade de recursos tanto no ambiente materiais manipulativos, como no Apprenti Géomètre 2, favoreceu a utilização de tais procedimentos, permitindo a superação de concepções geométricas de área. Vários sujeitos mobilizaram teoremas em ação verdadeiros, segundo os quais a área é invariante por isometrias e o corte e colagem sem perda nem sobreposição conserva as áreas.

Ele ainda identificou que nas situações de medida de área e mudança de unidade o aspecto numérico da área prevalece independentemente da utilização da diversidade de recursos oferecidos nos ambientes, pois para muitos dos sujeitos da pesquisa só é possível medir a área de uma figura se for possível ladrilhá-la, assim como o número parece ser suficiente para determinar as áreas das figuras, nesse tipo de situação, indicando assim indícios de concepção numérica de área.

Secco (2007) buscou entender como o processo de reconfiguração de figuras poligonais planas contribui para a apropriação do conceito de área de um polígono e como esse processo favorece a passagem do empírico para o dedutivo.

Investigou por meio do uso da composição e decomposição de figuras planas, até a demonstração das fórmulas, como o conceito de área pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora aos alunos.

Desenvolveu uma sequência didática que em algumas atividades utilizou o software Cabri-Géomètre a partir da Engenharia Didática, com alunos da antiga 8ª série, atual 9º ano do Ensino Fundamental. Concluiu que o processo de reconfiguração de figuras poligonais contribuiu para que os alunos se apropriem do conceito de área de um polígono e passem do empírico ao dedutivo.

Outro trabalho que utilizou de uma maneira ou outra a decomposição de figuras geométricas foi Teles (2007), o foco deste trabalho foi estudar sobre os conhecimentos de outros campos que fazem parte do estudo das fórmulas de área. Investigou, com apoio na Teoria dos Campos Conceituais, imbricações entre os campos conceituais das grandezas da geometria, numérico, algébrico e funcional na matemática escolar, na formulação e no tratamento de problemas envolvendo as fórmulas de área do retângulo, quadrado, paralelogramo e triângulo. Analisou a construção do significado das fórmulas de área em duas coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental e aplicou um teste à alunos do 2º ano do Ensino Médio afim de investigar a mobilização de invariantes operatórios e representações simbólicas nos procedimentos de resolução dos alunos. Percebeu a necessidade de verificar radicações e filiações das fórmulas de área de figuras geométricas planas, que precisariam apoiar-se, por exemplo, nas equidecomposições, na invariância da área e na extensão dos conjuntos numéricos.

Ferreira (2010) teve como objetivo investigar a construção do conceito de área por alunos do 3º ciclo do Ensino Fundamental. Também teve seu aporte teórico na Teoria dos Campos Conceituais. Primeiramente realizou uma análise sobre a abordagem dos conceitos de área e perímetro nos PCN’s e em duas coleções de livros didáticos, em seguida elaborou e aplicou uma sondagem para identificar o conhecimento de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sobre o tema e por fim aplicou uma Sequência Didática para testar e identificar a evolução dos alunos e quais as dificuldades que ainda persistiam.

Ferreira (2010) percebeu avanço com relação ao procedimento de decomposição e recomposição de figuras, no entanto constatou a persistência de entraves na dissociação entre perímetro e área, mostrando a necessidade de novas pesquisas que contribuam para a construção desses conceitos.

Diversos trabalhos tiveram como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática.

Paulo (2012) buscou entender se uma Sequência Didática, com atividades que permitam ao aluno à comparação de área do círculo e perímetro da circunferência com a área e perímetro de outras figuras, minimizaria as dificuldades na compreensão e diferenciação desses dois objetos matemáticos.

Sendo assim, estudou os processos de ensino e aprendizagem de área de círculo e perímetro de circunferência no Ensino Fundamental II. Seus sujeitos da pesquisa foram alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e seu aporte teórico foi a Teoria das Situações Didáticas, Dialética Ferramenta-Objeto e Registros de Representação Semiótica.

Paulo (2012) pode notar avanços na compreensão do significado de área como grandeza e na diferenciação entre circunferência e círculo, bem como, entre área e perímetro.

Araujo (2012) teve como objetivo promover uma abordagem didática do conceito de área de modo a propiciar ao estudante a solução de situações-problema do seu cotidiano. Para isso, necessitou compreender a construção do conhecimento sobre área baseado no modelo de Van Hiele e apresentar uma alternativa metodológica de investigação pedagógica para o ensino deste objeto de conhecimento.

Seu aporte teórico foi o Construtivismo de Vygotsky e a Teoria de Van Hiele e o trabalho foi desenvolvido em duas turmas de 6º do Ensino Fundamental. Como resultado percebeu compreensão dos alunos ao final da aplicação das atividades, uma vez que primeiramente os alunos mostraram incompreensão sobre o conceito de área, mostrando importância da busca de associação de conceitos matemáticos ao cotidiano dos alunos.

Luzetti (2013) buscou meios de como trabalhar os conceitos de perímetro e área da circunferência e círculo, respectivamente. Para isso, aplicou uma sequência de atividades experimentais e investigativas sobre perímetro e área da circunferência e círculo, desenvolvida com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Percebeu dificuldade dos alunos na transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática, problema este, que pode ser justificado em Duval (1995), pela dificuldade de os alunos transitarem entre dois registros diferentes e que cada um deles possui custos cognitivos diferentes.

A maioria dos trabalhos se desenvolveu em turmas de alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Nunes (2007) buscou identificar se a História da Matemática poderia contribuir para a aprendizagem significativa da Geometria Euclidiana. Sendo assim, avaliou a construção e aplicação de uma proposta de ensino para área do círculo, amparada na Teoria da Aprendizagem Significativa em conjunto com a História da Matemática.

Nunes (2007) desenvolveu uma Sequência Didática com alunos da antiga 8ª série, atual 9º ano do Ensino Fundamental. Percebeu motivação dos alunos ao realizar as atividades e concluiu que a História da Matemática permitiu maior envolvimento dos alunos, promovendo a compreensão sobre área de figuras planas, bem como, o desenvolvimento da criatividade nos alunos.

Melo (2009) desenvolveu sua pesquisa em uma turma de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, teve como objetivo identificar os efeitos de uma Sequência Didática na construção do conceito de perímetro enquanto grandeza de comprimento. Seu aporte teórico foi a Teoria das Situações Didáticas. Identificou avanço significativo relativo a construção do conceito de perímetro enquanto grandeza de comprimento.

Henriques (2011) buscou entender os significados dados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental para área e perímetro de figuras planas. Para isso, levantou as dificuldades de aprendizagem das noções de área e perímetro de figuras geométricas planas.

Henriques (2011) elaborou um conjunto de tarefas a dois alunos do 9º ano do Ensino Fundamental que possibilitasse identificar as produções de significados para perímetro e área. Este estudo teve como base teórica o modelo dos Campos Semânticos, que também serviu de instrumento de análise da produção de significados dos sujeitos, quando resolviam as tarefas propostas.

O pesquisador identificou confusão entre os conceitos perímetro e área pelos alunos, dificuldade em calcular a área de figuras não poligonais, dificuldade em calcular área por ladrilhamento (tendo uma unidade de área como referência), entre outros.

Santos (2011) buscou quais erros os alunos cometiam durante a resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, bem como, identificou a maneira que professores de Matemática os analisavam e quais dificuldades esses professores tinham nesse processo.

Os alunos que participaram da pesquisa eram da antiga 7ª série e atual 8º ano do Ensino Fundamental, dos quais, responderam duas questões retiradas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo - SARESP de 2007 e 2008, referentes ao cálculo de perímetro e área. Os professores entrevistados foram professores desses alunos.

Como resultado, Santos (2011) percebeu nas narrativas dos alunos um sério problema de ensino, visto que não havia apreensão dos conceitos. Os professores revelaram uma formação docente deficitária e práticas tradicionais de ensino restritas à memorização de definições, repetição de exercícios e atividades pouco significativas.

Silva (2011) buscou compreender de que forma era abordado os conceitos de comprimento, perímetro e área em livros didático de 6º ano do Ensino Fundamental. Seu objetivo foi analisar os livros didáticos à luz da Teoria Antropológica do Didático.

Silva (2011) observou que a maioria dos livros didáticos mostrou insuficiência na abordagem das grandezas geométricas, pois o foco era na medida, predominando atividades de conversão de unidades de comprimento.

Canne (2015) buscou identificar o que revelavam os cadernos de matemática do aluno e professor do Ensino Fundamental do estado de São Paulo referente aos conteúdos de área e perímetro.

O referencial teórico foi a Teoria Antropológica do Didático, Objetos Ostensivos e Não Ostensivos e na proposta dos níveis de conhecimento esperado pelo educando (níveis técnico, mobilizável e disponível).

Canne (2015) notou que ao resolver os diferentes tipos de tarefas, era preciso articular as organizações matemática e didática, de acordo com a Teoria Antropológica do Didático, as quais compõem o bloco prático-técnico (saber-fazer) pelos tipos de tarefas e pelas técnicas, e o bloco tecnológico-teórico (saber), formado pelas tecnologias e teorias. Identificou também a tendência de tarefas com aplicações de fórmulas articuladas aos conteúdos de álgebra, o que é muito importante, uma vez que nos PCN’s (1997, p. 40) aparece a necessidade de “articular múltiplos aspectos dos diferentes blocos” e isso se aplica a geometria e álgebra, por exemplo.

Quevedo (2016), buscou identificar como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental compreendem os conceitos de área e perímetro e quis buscar meios de auxiliá-los a compreender os conceitos de área e perímetro.

Sendo assim, Quevedo (2016) aplicou uma sequência de atividades à uma turma de 9º ano durante nove aulas que contemplava os conceitos de área e perímetro. As primeiras atividades foram elaboradas afim de os alunos escreverem sobre o que eles já compreendiam acerca de perímetro e área e o pesquisador identificou que a maioria dos alunos associavam esses conceitos ao uso de fórmulas, que muitas vezes eram utilizadas sem a devida compreensão e que a maior parte deles entendia o perímetro como algo válido apenas para polígonos.

No entanto, após o desenvolvimento das outras atividades que trabalharam esses dois conceitos, Quevedo (2016) identificou que a maioria dos alunos conseguiu associar a área com o preenchimento, ou seja, utilizar uma unidade de medida para preencher uma superfície e chegar ao resultado da área, mostrando que atividades elaboradas com objetivos claros podem surtir bons resultados.

Em Santos (2015), 83% dos alunos apresentaram confusão entre o conceito de área. No trabalho aparece que estes alunos procuraram relacionar o conceito de área com fórmulas sem entendimento, ou seja, um dos alunos disse que área era a multiplicação dos lados e divido por dois, outro aluno disse ser a soma da medida dos lados, mostrando confusão entre área e perímetro.

Chiele (2007) desenvolveu sua pesquisa por meio da Engenharia Didática e tendo como embasamento teórico o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.

Chiele (2007, p. 41) identificou nas análises preliminares que “o trabalho com a Geometria era restrito e pouco sistematizado” no âmbito escolar da sua pesquisa indo ao encontro com as ideias de Pavanello (1993).

Na primeira fase da Engenharia Didática, ele pode identificar que os sujeitos de sua pesquisa, alunos do 1º ano do Ensino Médio, transitavam no nível 1 de análise[1] do modelo de van Hiele, embora não satisfatoriamente, e não atingiram o nível 2 de dedução informal[2].

Chiele (2007) em uma das atividades da sequência trabalhou com bidimensional e o tridimensional, em que era dado uma planificação e os alunos deveriam montar e desmontar afim de trabalhar propriedades das figuras planas e espaciais. Ao final da pesquisa, percebeu melhora dos alunos, onde a maioria adquiriu capacidade para estar no nível de dedução informal.

Souza (2007) procurou compreender se as técnicas de pesagem e planimetria podem contribuir para o ensino de área de figuras planas regulares e irregulares. Para isso, investigou um grupo de alunos de 3º ano do Ensino Médio, em relação à conceitos formados sobre determinação de área de figuras planas regulares e irregulares, por meio de uma Sequência Didática, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria, visando a associação de seus conhecimentos com situações do dia-a-dia, bem como a possibilidade de uma aprendizagem significativa.

Souza (2007) aplicou um instrumento para analisar a visão dos alunos sobre o conceito de área, um pré-teste para verificar os conhecimentos prévios dos alunos, uma Sequência Didática utilizando a técnica da pesagem e o planímetro, o pós-teste objetivando comparar os resultados com o pré-teste e um instrumento para avaliar a aceitação dos alunos quanto à utilização das técnicas de pesagem e planimetria para determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares.

Souza (2007) pode identificar a reconstrução dos conceitos dos alunos, relacionando-os com situações do cotidiano, com possibilidade de uma aprendizagem significativa.

Medeiros (2013) quis identificar quais as contribuições do uso de materiais manipulativos no ensino e aprendizagem de área e volume. Propôs uma Sequência Didática utilizando materiais manipulativos. Ele percebeu evolução nos alunos, uma vez que na primeira sondagem, os alunos apresentaram dificuldades que foram superadas ao final das atividades, como por exemplo, confusão entre área e perímetro, dificuldade em identificar figuras geométricas planas e calcular suas áreas, manipular objetos e calcular seus volumes.

---

[1] Neste nível o aluno identifica as propriedades de uma determinada figura (CHIELE, 2007, p. 27).
[2] Neste nível o aluno acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir uma outra (CHIELE, 2007, p. 27).

Fusiger (2015) procurou identificar que tipos de erros são cometidos por alunos de um 3º ano do Ensino Médio ao efetuarem cálculos de perímetro e área de figuras planas. Para isso, analisou os erros cometidos pelos alunos, as justificativas de professores para esses erros, buscou possíveis estratégias para os superar e então elaborou uma estratégia metodológica afim de superar as dificuldades.

Fusiger (2015) observou grande dificuldade por parte desses alunos no tocante a álgebra, confusão ao usarem fórmulas para se calcular áreas solicitadas e dificuldade de visualização dos elementos das figuras. Quanto aos professores pode perceber a falta de discussão sobre os erros dos alunos, uma vez que a maioria justificou esses erros como sendo falta de atenção, conhecimento e interpretação dos alunos e não fizeram reflexão sobre sua prática.

No trabalho de Silva (2016), foi analisado o conhecimento sobre área e perímetro de quatro professoras do Ensino Fundamental I e constatou-se na segunda etapa da pesquisa, por meio de questionário, que as professoras não tinham consolidado esses conceitos, uma vez que apresentaram ideias confusas, uma delas disse que área seria a multiplicação dos lados de uma figura, outra professora disse que perímetro era o espaço menor que a área, mas que também poderia ser medido.

Santos (2008) buscou identificar quais são as orientações dos documentos oficiais curriculares em relação aos temas área e perímetro, qual o foco desse tema nos livros didáticos, como professores de matemática declaram abordar estas noções e quais aspectos do conhecimento matemático, didático e curricular são importantes em um curso de formação de professores para que desenvolvam este tema com seus alunos.

Santos (2008) realizou um teste diagnóstico aos professores especialistas buscando verificar seus conhecimentos matemáticos e curriculares, um questionário para caracterizar esses professores, levantando dados para as análises e foram entrevistados alguns professores desse grupo com base em algumas questões relativas ao ensino de área e perímetro. E assim, verificou que os professores desse grupo têm conhecimentos matemáticos desses assuntos, mas faltam conhecimentos didáticos e curriculares que lhes permitam identificar boas situações de aprendizagem.

Bessa (2015) quis verificar se a organização do conteúdo escolar de geometria, fundamentada na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov, pode ajudar os estudantes do curso de Pedagogia a formar os conceitos de perímetro e área.

Senso assim, Bessa (2015) analisou as contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de geometria e sua aplicação prática, tendo em vista o ensino dos conceitos de perímetro e área por estudantes do 1º período do curso de Pedagogia. Primeiramente foi diagnosticado as dificuldades dos alunos sobre geometria e na sequência foi trabalhado esses conceitos segundo a teoria de Davydov.

Bessa (2015) identificou precariedade no domínio dos conteúdos da matemática elementar (adição, subtração, multiplicação, divisão, porcentagem, frações, perímetro e área, etc.), no entanto, ao fim da pesquisa observou melhora na compreensão dos conceitos de perímetro e área, valendo ressaltar que a formação do conceito de área se apresentou mais complexo que o conceito de perímetro. Também houve melhora na autonomia e confiança dos alunos em relação à disciplina de matemática.

Silva (2016) buscou identificar quais os conhecimentos sobre área e perímetro evidenciados por professoras que lecionam matemática para os anos iniciais de uma escola particular da grande São Paulo. Para isso, investigou o desenvolvimento do conhecimento profissional docente sobre os conceitos de área e perímetro e seu ensino.

Silva (2016) desenvolveu sua pesquisa em três fases: documental, aplicação de questionário ao grupo de quatro professoras para identificar os conhecimentos sobre área e perímetro e realização de um processo formativo segundo as necessidades apresentadas na segunda fase.

Silva (2016) pode notar após o processo formativo compreensão e ressignificação dos conceitos trabalhados por parte das professoras, também viu importância no uso do Tangram, ao ajuda-las a diferenciar área de superfície e assim, percebeu a ampliação do conhecimento profissional docente dessas professoras, uma vez que no início da pesquisa elas apresentavam muitas dificuldades quanto aos conceitos trabalhados e por fim elencou a necessidade de discutir coletivamente.

Lasmar (2016) buscou identificar de que modo podem ser usadas tecnologias para criar um ambiente em que estudantes da Educação de Jovens e Adultos - EJA possam produzir significados para as ideias de área e perímetro. Para isso, planejou, realizou e analisou uma experiência de ensino com o uso de tecnologias.

Lasmar (2016) investigou os conhecimentos dos estudantes em duas turmas de EJA sobre os conceitos e importância da geometria, área e perímetro, com discussões em sala de aula e atividades práticas e escritas. Realizou avaliação diagnóstica com situações-problema sobre área e perímetro e atividades didáticas contemplando medições e cálculos no ensino de área e perímetro, tendo o uso de tecnologias digitais, a saber: vídeos, fotografias e filmagem com celulares e câmeras digitais, programas de computador (softwares de geometria dinâmica), imagens digitalizadas e projeção de telas (slides Power point) e por fim realizou a análise das atividades práticas e investigativas e das situações-problema tratadas na sequência de aulas planejadas e realizadas.

Lasmar (2016) percebeu que os estudantes imersos em um ensino de matemática, mediado por tecnologias e sendo valorizada suas experiências de vida, participaram mais ativamente das atividades e discussões, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

Das dificuldades elencadas nestes trabalhos, a mais recorrente foi quanto ao que o PCN afirma,

> No trabalho com as medidas é bastante frequente os alunos confundirem noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações não verdadeiras entre elas; assim, por exemplo, quando comparam dois polígonos concluem que a figura de maior área tem necessariamente maior perímetro e vice-versa. Uma das possíveis explicações é a de que, raramente, os alunos são colocados ante situações-problema em que as duas noções estejam presentes (BRASIL,1998, p. 130-131).

1.2 Alunos surdos

Não foram encontrados muitos trabalhos no tocante ao ensino de geometria à alunos surdos, comparado aos trabalhos voltados para os alunos ouvintes. Entre dissertações e teses totalizaram cinco pesquisas. Vale ressaltar que nenhuma delas trabalhou com foco no ensino de perímetro e área, mas algumas delas trouxeram em algum momento esses conceitos.

Jesus (2014) teve como objetivo analisar a (des)construção do pensamento geométrico de uma aluna surda do 8º ano do Ensino Fundamental com o uso de materiais pedagógicos. Seu aporte teórico foi a Teoria da Formação das Ações Mentais por Etapas, sendo uma pesquisa inserida numa abordagem histórico–

cultural do ponto de vista do ensino e aprendizagem e numa abordagem socioantropológica.

Jesus (2014) identificou que os materiais pedagógicos influenciaram como mediadores entre a aluna surda, os professores e o objeto de ensino em questão, o Pensamento Geométrico. Por meio da intervenção, a aluna conseguiu construir e descontruir inferências referentes aos conteúdos matemáticos que, posteriormente possibilitaram que a mesma transformasse essa ação no plano material em representações mentais dos objetos reais.

Jesus (2014) também constatou que a aluna surda mostrou-se mais independente e consciente de suas ações no decorrer das atividades, à medida que passou a observar o processo de resolução das atividades e não apenas o resultado final.

Caldeira (2014) analisou as contribuições dos recursos digitais e analógicos no favorecimento da aprendizagem da Geometria, mediada pela Libras para alunos surdos. Os sujeitos da pesquisa foram alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

Caldeira (2014) identificou que a aprendizagem do aluno surdo está intimamente relacionada à proficiência em Libras, ao conhecimento da história da educação do surdo e o pertencimento à comunidade surda por parte do professor regente da disciplina. Também destacou a importância do uso de metodologias específicas e de recursos digitais e analógicos que possibilitem associar a imagem à Libras para favorecer a compreensão de conceitos geométricos muitas vezes abstratos pela exploração do visual.

Arnoldo Junior (2010) realizou um estudo de caso, no qual foi empregado um recurso concreto, o Multiplano, para ensinar geometria a alunos surdos. A pesquisa teve por objetivo analisar de que forma o Multiplano pode contribuir para a aprendizagem de geometria e para o desenvolvimento do pensamento geométrico destes alunos.

Os resultados deste estudo de caso contribuíram para validar o Multiplano para o ensino e aprendizagem de alunos surdos, ele mostra-se como um recurso didático que contribuiu para o desenvolvimento do pensamento geométrico, a mediação do conhecimento, a estimulação à criatividade, a diminuição de barreiras comunicativas por compensações sígnicas, contribuindo também para o léxico da Libras.

Nunes (2012) desenvolveu sua pesquisa com três alunos surdos do 8º ano, de uma Escola Pública de Lisboa. Ela buscou conhecer as estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução de problemas de geometria e as formas de comunicação entre professor e alunos.

Nunes (2012) elaborou um plano de intervenção que implementou e a partir dele pode identificar as formas de comunicação e estratégias de ensino mais utilizadas pela professora, bem como as formas de comunicação e as estratégias de aprendizagem que os alunos usavam.

A análise dos resultados mostrou que os alunos desenvolveram capacidades ao nível da compreensão do conceito de forma das figuras geométricas e da resolução de problemas geométricos por meio de construções, embora nem todos tivessem atingido o mesmo nível.

Sales (2013) investigou de que forma a visualidade da pessoa surda pode contribuir para o ensino e aprendizagem de matemática. A intervenção foi realizada em uma escola da rede pública de ensino da cidade de Rio Claro/SP, com oito alunos surdos, do 5º ano do Ensino Fundamental.

Sales (2013) desenvolveu seu plano de intervenção em sintonia com a perspectiva de educação matemática, que considerou e promoveu a geometria como algo importante na exploração do mundo das crianças.

2 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Ao recordar momentos da vida escolar, a pesquisadora traz a memória momentos de aprendizagem em que era solicitado por exemplo, a resolução de um problema de geometria ao qual não era dada a figura. A atitude mais comum era recorrer ao desenho pertinente, pois este servia como auxílio para a resolução.

Mudando a posição de aprendizagem para ensino, numa situação com um aluno de 8º ano do ensino fundamental, ao ser solicitado o cálculo do perímetro de um retângulo, sendo um lado o dobro do outro. A utilização da figura novamente se torna importante para a visualização do aluno, mostrando a importância da utilização do discurso e da figura apresentada na teoria de Raymond Duval, teórico francês.

Com esses dois exemplos, é possível perceber aplicações práticas da teoria, no tocante ao conteúdo de geometria que será esmiuçada mais adiante.

A teoria que embasará todo esse trabalho será a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, elaborada por Raymond Duval.

A primeira indagação que se faz pertinente é a seguinte: por que a teoria de Duval (1995) se fundamenta em Registro de Representação Semiótica?

Para compreender o significado de cada termo que compõe essa teoria, buscou-se primeiramente em Rocha (2003, p. 563) a palavra semiótica, definida como sendo semiologia e por sua vez, semiologia é entendida como o sistema que estuda os símbolos e signos empregados em comunicação.

A palavra representação em Rocha (2003, p. 533) aparece como sendo o ato de representar ou reprodução do que se tem ideia e registro para Rocha (2003, p. 527) é definido como ato de registrar, entre outras definições que não serão pertinentes neste contexto.

2.1 Semiótica

Para D'Amore, Pinilla e Iori (2015) a semiótica tem origens muito antigas, pois, já na Grécia antiga esse termo era usado. Nessa época a semiótica era compreendida apenas no âmbito dos fenômenos de natureza física, acessível aos sentidos, um exemplo disso seria a relação entre fumaça e fogo, nuvem e chuva, ou seja, se havia fumaça consequentemente haveria fogo, se havia nuvens carregadas, posteriormente haveria chuva (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 28).

Entrando na noção de signo, Duval (2011) aponta que ele surgiu do interesse em compreender de que forma uma expressão verbal, o discurso, comunica qualquer coisa a alguém. "No discurso, a expressão verbal apresenta sempre duas faces totalmente diferentes: o locutor e o interlocutor" (DUVAL, 2011, p. 21).

Scheifer (2017) ilustra essa distância entre as duas faces da seguinte maneira, ela entregou uma figura a uma pessoa e solicitou que esta indicasse por meio do discurso falado coordenadas para que outras pessoas fizessem o desenho dado, como resultado percebeu-se discrepância entre os desenhos, uma vez que cada pessoa o realizou de uma maneira diferente, mostrando que o locutor pensa em passar algo ao interlocutor que o entende de outra forma.

Ao longo da história e dos tempos, esse termo foi se adequando a realidade de estudiosos e atendendo as suas necessidades, provocando aprimoramento. Alguns estudiosos que se debruçaram sobre o assunto semiótica foram Platão, Aristóteles, os Estoicos, Epicurista, Euclides, Agostinho de Hipona, Descartes, Kant, Peirce, Saussure, Piaget, Vygotsky e Eco (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

A semiótica no contexto da didática da matemática, segundo Duval (2011) se referencia em Peirce, Saussure e Frege. Por que foi necessário esses três teóricos para fundamentar os estudos de Duval? Uma possível resposta está ligada ao fato de se completarem, pois cada um deles explicou signo de uma maneira diferente, elaborou critérios distintos de análise para distinguir os tipos de signos, bem como, suas descrições de funcionamento cognitivo que os signos possibilitam não foram iguais (DUVAL, 2011, p. 28).

A distinção entres esses três teóricos deve-se ao foco dado por cada um deles na fundamentação de suas teorias. Segundo Duval (2011), a ciência geral e a lógica serviram de referência para Peirce. Para Saussure sua referência foi na linguística e Frege teve seu suporte na matemática, mais especificamente na análise e aritmética.

No quadro abaixo é possível identificar a diferença do interesse de pesquisa para esses autores.

Quadro 1 – Três problemas semióticos

Peirce	**Saussure**	**Frege**
Como analisar a variedade dos tipos de representações no processo de interpretação de seu sentido?	O que constitui uma língua como um sistema comum de sentido, apesar das mudanças e variações resultantes de suas múltiplas utilizações?	Como explicar o progresso rigoroso e não tautológico do raciocínio matemático?

Fonte: (DUVAL, 2011, p. 29)

Segundo Duval (2011), a definição de signo para Saussure tem duas proposições: (I) "os signos não têm nenhuma realidade material e são os invariantes de ocorrências que mudam sensivelmente" (DUVAL, 2011, p. 29), por exemplo, a palavra LIVRO é um signo, essa palavra não tem realidade material, mas ela dá vida e designa o objeto que é material e além disso, esse signo não varia, porém sua ocorrência se modifica em: livro de receitas, livro de cálculo, livro de literatura e etc; (II) "os signos são constituídos por suas relações de oposição aos outros, no interior de um sistema" (DUVAL, 2011, p. 30), por exemplo, a designação da palavra MESA é única e elimina todos os outros signos que não são MESA.

Essa segunda proposição de Saussure é mais importante para Duval, pois ela mostra as oposições dos signos dentro de um sistema, ou seja, ÁREA não é PERÍMETRO, depois de entender o sentido de ÁREA não se confunde com PERÍMETRO, devido a oposição entre os signos.

E assim, só é signo aquilo que pode ser diferenciado, oposto a outro signo num sistema semiótico.

Para exemplificar as duas proposições, pode-se utilizar os sistemas de numeração de base *n*. Ao escrever o número 22 na base 3 como 211 e na base 10 como 22, é possível identificar que em cada base tem-se um signo diferente para representar a mesma quantidade.

Três distinções importantes são enunciadas em Duval (2011): signo e sua ocorrência; signo e objeto ao qual ele se refere; significante e significado.

A primeira distinção se deve ao fato de o signo não ser material, mas sim o que ele referencia, como já exemplificado acima. A segunda distinção "trata da diferença entre o sentido de um signo e sua referência a um objeto" (DUVAL, 2011, p.31), o sentido do signo está atrelado as relações de oposição dentro de um sistema semiótico e a referência depende de uma operação intencional de designação.

Em suma, Saussure define "signo como uma entidade inseparável diádica que põe em oposição o significado do significante" (MORETTI, 2012, p.382). No entanto, Peirce define signo em uma base triádica.

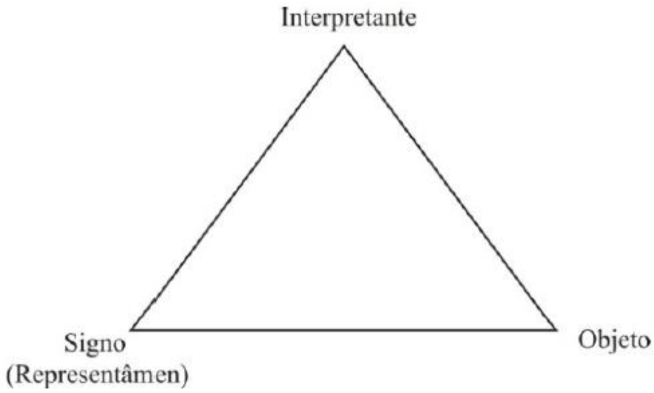
Em Duval (2011) é apresentado que Peirce tinha por seu objetivo, descrever o papel das representações e signos na atividade cognitiva e buscar responder inquietações sobre a diversidade das representações e o caráter interpretativo delas.

Ele ainda classificou todos os tipos de representação com a possibilidade de desempenhar a função cognitiva (DUVAL, 2011, p. 32).

Para entender como Peirce define signo, Moretti (2012) apresenta que signo é o mediador entre o objeto e o interpretante, podendo ser visualizado na figura abaixo.

De forma resumida, signo para Peirce pode ser entendido como "se colocar no lugar de" de acordo com Duval (DUVAL, 2011, p. 34).

Figura 2 – Esquema triádico da representação de Peirce



Fonte: (MORETTI, 2012, p. 381)

Quando Peirce classificou as representações em função de um processo triádico, vários níveis hierárquicos de signos surgiram, no entanto, Duval (2011) salienta que para o contexto da aprendizagem matemática, a partição tricotômica das representações em função de sua relação com o objeto que elas evocam se apresenta mais relevante.

Dessa tríade, surgem os ícones, símbolos e índices. Segundo Peirce (2000, p. 51-54 apud MORETTI, 2012, p. 381), ícone é o signo que tem semelhança com objeto representado, quando não existe essa semelhança o signo se caracteriza como símbolo e o índice tem caráter dual, estabelecendo uma relação de efeito e causa, conforme apresentado em Duval (2011, p.33).

O índice pode ser exemplificado com a seguinte frase: trabalho gera dinheiro, ou seja, se trabalhar, consequentemente terá dinheiro, o trabalho é índice do dinheiro, ou, o dinheiro é causa do trabalho.

Na aprendizagem matemática, Moretti (2012) apresenta que normalmente ela trata de símbolos, devido a falta de semelhança entre objeto e signo.

Segundo Duval (2011), Frege não definiu signo, mas introduziu a distinção entre significante e significado, bem como, a diferença entre sentido e referência. A segunda diferença pode ser vista no exemplo a seguir, “3+1” ou “12/3”, os sentidos são diferentes, no entanto a referência é a mesma, ou seja, o número 4 está escrito de formas distintas (DUVAL, 2011, p. 35).

Com essas três vertentes da semiótica, Duval pode se embasar afim de compreender as dificuldades recorrentes na aprendizagem da matemática e desenvolver sua teoria.

Por fim, de forma sucinta, a semiótica pode ser compreendida como o ato de se fazer entender.

2.2 Representação e Registro

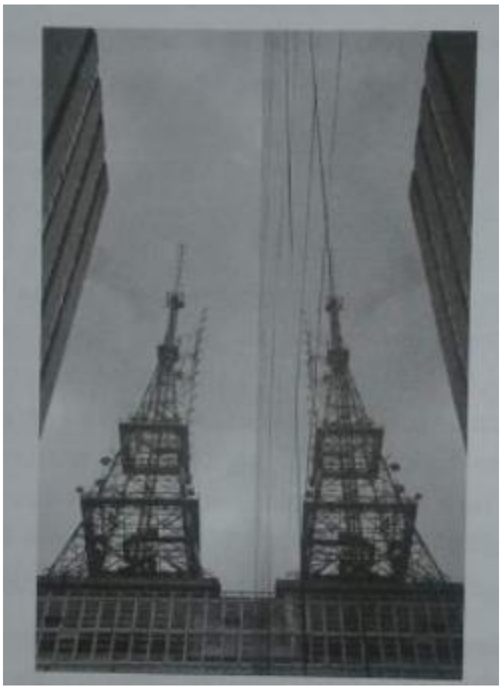
As representações segundo Duval (2011) “estão no lugar dos objetos ou os evocam quando estes não são imediatamente acessíveis” (DUVAL, 2011, p. 23), ou seja, somente por meio das representações é que se tem acesso a determinados objetos.

As representações são necessárias para fins de comunicação e essenciais à atividade cognitiva do pensamento, desempenhando papel primordial segundo Duval (2012a) em: desenvolvimento de representações mentais - “estas dependem da interiorização de representações semióticas, do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido” (VYGOTSKY, 1962; PIAGET, 1968 apud DUVAL, 2012a, p. 269); realização de diferentes funções cognitivas e produção de conhecimentos.

Duval (2011) afirma que há diversas representações possíveis a um mesmo objeto e que essa variedade de representações se origina na diversidade de sistemas físicos ou semióticos, quanto a isso o autor elucida a seguinte questão: “Quando acreditamos estar na presença de um objeto, trata-se do próprio objeto ou de uma representação? ” (DUVAL, 2011, p. 17).

Para exemplificar, na figura 3, aparece uma torre e seu reflexo no prédio. É necessário se atentar para o que de fato é o objeto e não o confundir com sua representação, embora a percepção imediata muitas vezes prevaleça.

Figura 3 – Objeto e sua representação



Fonte: (DUVAL, 2011, p. 17)

Duval (2011) afirma que a análise do conhecimento está centrada nas formas de acesso aos objetos, que são os modos diretos e indiretos. Sendo assim, se faz pertinente responder as três seguintes questões: “(1a) Temos acesso aos objetos independentemente das representações? (1b) Quais são os sistemas de representação que permitem ter acesso ao objeto? e (2) Qual é a natureza da relação entre os objetos com suas representações?” (DUVAL, 2011, p. 19).

Segundo Duval (2011), todos os objetos que se situam no campo perceptivo multissensorial são acessíveis, ou seja, pode-se perceber todos os objetos que são acessíveis pelos sentidos, fazendo da percepção imediata o ponto de partida do conhecimento.

Para os objetos que estão fora desse campo multissensorial, mas que decorrem de uma percepção imediata possível, por exemplo, uma viagem, deve-se recorrer às representações decorrentes da memória (DUVAL, 2011, p. 20) e os objetos que não são acessíveis por meio de uma percepção imediata possível, não se pode afirmar nada ainda.

Levando em conta a relação entre o objeto e a representação são apresentados dois aspectos, primeiramente quanto a maneira pela qual a formação se articula com as representações nascidas da percepção e sobre a natureza da relação entre as representações e o objeto representado, que primeiramente foi entendido em termos de causalidade (DUVAL, 2011, p. 20).

Duval (2011) aponta que a relação entre o acesso ao objeto e a sua representação é considerada uma relação de causalidade, diferente da relação dos signos com as coisas que eles significam, que é uma relação de referência, mostrando a diferença entre signo e representação.

Ao se reportar à matemática, Duval (2009) diz que seus objetos são conhecidos por meio de suas representações. No ato de desenhar o gráfico de uma função, se está fazendo uso de uma de suas representações para acessar o objeto, ao escrever o número oito (8), novamente se está fazendo uso de uma representação. Pois, os objetos matemáticos não estão acessíveis à percepção.

Como não se tem acesso direto aos objetos matemáticos, Duval (2012a) afirma que para ocorrer a aprendizagem matemática, se torna imprescindível a diferenciação entre o objeto e sua representação.

E assim, é necessário considerar as diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático, levando em conta que para cada sistema de representação semiótico há custos cognitivos diferentes, como por exemplo, realizar cálculos com números decimais é diferente do que com números fracionários (DUVAL, 2012a).

As representações semióticas exercem um papel fundamental na atividade matemática e por conta disso, Duval (2012a) afirma a existência de:

> [...] um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem (DUVAL, 2012a, p. 268).

As representações semióticas são:

> produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, 2012a, p. 269)

Também é importante falar sobre as representações mentais que segundo Duval (2012a), elas dependem de uma interiorização das representações semióticas e apenas estas, permitem preencher funções cognitivas.

O processo de apreensão ou produção de uma representação semiótica, é chamado de semiósis e a apreensão conceitual de um objeto é denominado noésis. Duval (2009) afirma que não há noésis sem semiósis, ou seja, primeiro vem o signo e depois o conceito. E isso caracteriza as dificuldades de aprendizagem do pensamento matemático (DUVAL, 2012a).

Para diminuir as dificuldades de apreensão conceitual dos objetos matemáticos, deve-se recorrer a diversos registros, o que ajuda na diferenciação entre objeto e sua representação.

Segundo Duval (2011) e Duval (2012a), registro é um sistema semiótico, mas um sistema criador de novos conhecimentos.

A relevância da introdução da noção de registro na teoria de Duval é justificada devido ao fato de que na aprendizagem matemática, é essencialmente importante as transformações que se pode fazer no contexto das representações e não a própria representação (DUVAL, 2011, p. 68).

Para que um sistema semiótico seja um registro, duas condições devem ser cumpridas: capacidade de produção de representações e abertura de um campo fértil de operações específicas que possam transformar essas representações em novas representações, tais operações são: tratamento e conversão.

O tratamento é uma operação que ocorre internamente a um registro, ou seja, “é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, mobilizando apenas um registro de representação” (DUVAL, 2009, p. 39). Alguns exemplos de tratamento são as resoluções de equações, resoluções de operações por meio de algoritmos, entre outros.

Já a conversão é a transformação da representação de um objeto num registro em outro registro (DUVAL, 2009, p. 58), ou seja, ao realizar conversão ocorre mudança de registros, o registro de partida é diferente do registro de chegada. Quando se tem o gráfico de uma função linear e a partir dele é escrita a equação que representa a reta, está ocorrendo conversão, o caminho inverso também é conversão.

Vale ressaltar que a ida e a volta não são equivalentes, pois muitas vezes é mais fácil ao aluno converter a equação num gráfico, do que o gráfico numa equação, mostrando a existência de curtos cognitivos diferentes.

Para facilitar as conversões, Duval (2009) alerta para a necessidade de diferenciar o sentido e a referência ou o conteúdo de uma representação e aquilo que ela representa, ambas distinções já comentadas acima em Frege.

Quando se fala em conversão, muitas dificuldades aparecem, pois está intrínseco a existência ou não da congruência durante essa operação. A congruência ocorre quando as unidades significantes das representações estão em correspondência, ou seja, ao falar oito mais cinco, o ouvinte consegue escrever de forma aritmética 8+5, o caso de não congruência é quando essas unidades significantes não se encontram em correspondência, ou seja, ao escrever $x \geq 0$ é mais difícil de compreender que são os número positivos.

2.3 Geometria segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Pode-se afirmar que os problemas em geometria se mostram originais frente a outros problemas matemáticos propostos aos alunos, pois segundo Thom (1972, apud DUVAL, 2012b), a resolução destes necessita de um raciocínio formal que se desenvolve no registro da língua natural. Sendo assim, é possível visualizar uma aproximação entre a língua formal e a língua natural.

A heurística desses problemas originam formas de interpretações autônomas: apreensões perceptiva, operatória, discursiva e sequencial de figuras. O autor afirma que a resolução de problemas em geometria e a forma de raciocínio exigida para tal resolução, dependem da diferenciação entre as quatro formas de apreensão das figuras (DUVAL, 2012b).

A apreensão perceptiva pode ser caracterizada como imediata e automática, sendo a primeira impressão do sujeito referente a uma figura, ou seja, o reconhecimento visual imediato da forma.

As apreensões perceptiva e discursiva normalmente estão em conflito, devido ao fato de que muitas vezes a figura não mostra espontaneamente os objetos apresentados no enunciado ou alguns objetos da figura se sobressaem independentemente do enunciado, evidenciando que o maior problema das figuras geométricas está na diferenciação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva.

Não podemos deixar de citar a fala de Duval (2012b, p. 120) afirmando que,

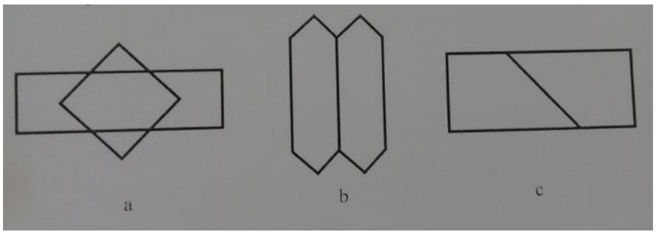
> Não importa qual figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais.

Uma figura é uma organização de elementos, que segundo a sua dimensão, podem ser pontos, traços ou zonas. Os pontos e os traços caracterizam-se respectivamente pelo aspecto discreto e contínuo e as zonas caracterizam-se pelo seu contorno. Quando os elementos figurais são traços, a organização perceptiva da figura obedece a lei do fechamento e da continuidade, ou seja, diferentes traços formando um contorno simples e fechado (DUVAL, 2012b).

Esta lei do fechamento ou continuidade tem grande importância em figuras normalmente usadas pelos alunos, pois segundo Duval (2012b), ela provoca resistência ao esquecimento, devido a forma em que aparece e inibe organizações mais simples, impedindo a visualização de outras formas. Assim, as leis de organização perceptiva promovem a diferenciação entre a interpretação discursiva e a apreensão perceptiva.

Na figura abaixo, podemos identificar respectivamente, a superposição de duas formas (quadrado e retângulo), montagem de duas formas idênticas em que os lados de cada uma se tocam e repartição de uma forma (um retângulo em duas partes).

Figura 4 – Exemplos de diferentes organizações perceptivas de figuras



Fonte: (DUVAL, 2012b, p. 121)

Vale ressaltar que a apreensão perceptiva está no primeiro nível de apreensão das figuras geométricas e por isso desempenha um papel importante para aprendizagem em geometria e orienta os demais níveis de apreensão (SCHEIFER, 2017).

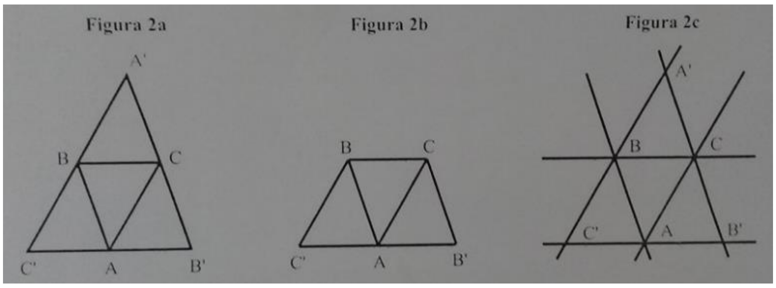
Segundo Scheifer (2017), “o registro das figuras apresenta uma particularidade essencial em geometria: uma figura só é considerada uma situação geométrica, se estiver acompanhada de algum discurso sobre ela" (SCHEIFER, 2017, p. 65), ou seja, sempre será necessário atrelar figura e discurso.

Sendo assim, a apreensão discursiva é a presença do discurso, seja falado ou escrito. Pois, segundo Duval (2004) "em geometria, não há desenho que represente a si mesmo, não há desenho sem legenda" (DUVAL, 2007, p. 168).

Outro fato importante levantado em Duval (2007), é que o mesmo desenho pode se reportar a situações matemáticas diferentes e por isso, é necessária uma indicação verbal para ancorar a figura como representação do objeto matemático.

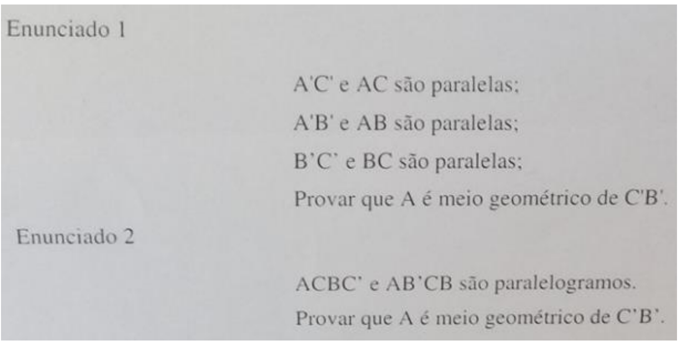
A seguir serão apresentados dois exemplos de primazia exclusiva da apreensão discursiva. Primeiramente conforme a pesquisa de Dupuis, Duval, Pluvinage (1978, apud DUVAL, 2012b), alunos do *troisième*, 9º ano do ensino fundamental, tiveram um baixo desempenho em problemas que não havia congruência semântica, ou seja, em que figura e enunciado não eram congruentes, no entanto, alguns desses alunos acertaram o problema quando enunciado e figura eram congruentes, como por exemplo, resolver o enunciado 2 da figura 6.

Figura 5 – Exemplo de congruência entre enunciado e figura (parte figural)



Fonte: (DUVAL, 2012b, p. 122)

Figura 6 – Exemplo de congruência entre enunciado e figura (enunciado)


Enunciado 1

A'C' e AC são paralelas;
A'B' e AB são paralelas;
B'C' e BC são paralelas;
Provar que A é meio geométrico de C'B'.

Enunciado 2

ACBC' e AB'CB são paralelogramos.
Provar que A é meio geométrico de C'B'.

Fonte: (DUVAL, 2012b, p. 122)

Assim, puderam concluir que mais da metade dos alunos que haviam acertado o problema com a versão semanticamente congruente não reconheciam mais o problema apresentado em uma versão semanticamente não congruente.

Nas figuras 5 e 6 podemos identificar, por exemplo, que para o primeiro enunciado, a figura 2c é a figura semanticamente mais congruente, uma vez que menciona retas paralelas e a figura também as mostra.

No segundo exemplo há congruência semântica entre a figura e o enunciado, no entanto, esta congruência que favorece a apreensão discursiva praticamente impõe um tratamento matemático ao problema.

Segundo Duval (2009), para que haja congruência semântica, três condições devem ser satisfeitas:

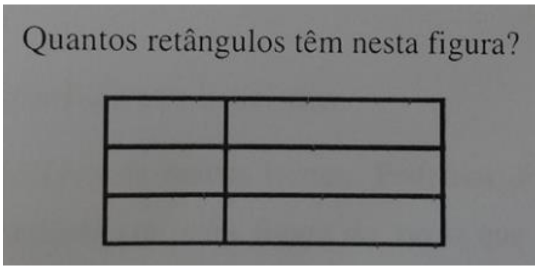
> correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem, mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações, e conversão de uma unidade significante da representação de partida em uma só unidade significante na representação de chegada (DUVAL, 2009, p. 18).

Esses dois exemplos vão de acordo com que Duval (2004) diz

> Deve haver uma interação entre os tratamentos figurais que por abdução[3] guiam a atitude heurística, e os tratamentos discursivos que por dedução constituem o modo baseado nos objetos representados na figura. Naturalmente, essa interação pode ser bloqueada por fenômenos importantes de não congruência nas múltiplas idas e vidas que requer a mobilização simultânea desses dois registros (DUVAL, 2004, p. 168, tradução nossa).

Balacheff (1982, apud DUVAL, 2012b) propôs a questão da figura abaixo.

Figura 7 – Apreensão discursiva no contexto da figura



Fonte: (DUVAL, 2012b, p. 124)

Este autor observa que para resolver esse problema é essencial ter as concepções dos objetos à demonstrar e analisar a figura. Neste caso, os retângulos

[3] Abdução aprimorada por Peirce: melhor forma de explicar algo a alguém.

da figura podem ser vistos como elementos de uma pavimentação, interseção de duas bandas, conjunto de quatro pontos ou como um conjunto de segmentos. Assim, Balacheff (1982, apud DUVAL, 2012b) afirma que o primeiro tipo de solução prevaleceu em suas observações clínicas, mostrando que ouve ênfase na abordagem perceptiva da figura, uma vez que a lei do fechamento e continuidade impõe a apreensão perceptiva.

Duval (2012b) afirma que,

> Esses dois exemplos mostram que uma figura guarda uma estrutura perceptiva autônoma: os objetos que aparecem podem, deste modo, ser diferentes dos tipos de objetos que a situação exige ver (DUVAL, 2012b, p. 125).

Também, pode-se notar que os alunos, por exemplo, se apegam na maioria das vezes a apreensão perceptiva, ou seja, em problemas que necessitam da construção de uma figura, eles leem o enunciado constroem a figura e não retornam mais ao enunciado, marcando a ausência da interpretação discursiva da figura, elucidando assim, que os alunos se sentem mais seguros em problemas cujos enunciados são semanticamente congruentes à figura construída.

As figuras podem ser modificadas de diversas formas, e segundo Duval (2012b) as modificações possíveis de uma figura inicial e as reorganizações possíveis destas modificações pode ser caracterizada como apreensão operatória. Essas modificações estão explicadas no quadro abaixo.

Quadro 2 - Modificações

Modificação mereológica	Divisão da figura em partes que sejam subfiguras ou incluir a figura em outra figura de forma que seja uma subfigura - havendo relação parte e todo.
Modificação ótica	Aumento da figura, diminuição ou deformação, transformando a figura em outra, que pode ter a forma inicial ou não.
Modificação posicional	Deslocamento da figura ou rotação dela.

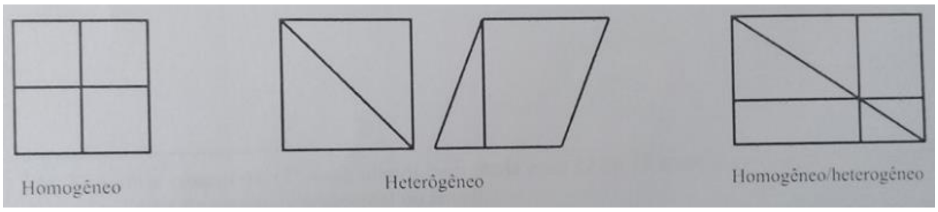
Fonte: elaborada pela autora

Para cada modificação dessas existem diversas operações possíveis e assim, “a produtividade heurística de uma figura, em um problema de geometria, está ligada a existência da congruência entre uma destas operações e um dos tratamentos matemáticos possíveis para o problema proposto” (DUVAL, 2012b, p.125).

A modificação mereológica se realiza em “função da relação parte e todo” (DUVAL, 2012b, p. 125).

Esta modificação que faz surgir uma forma como um todo fracionado, forma partes homogêneas ou partes heterogêneas. As partes homogêneas acontecem quando a figura é fracionada em partes iguais ao todo e as partes heterogêneas ocorrem quando as partes são diferentes do todo, como segue na figura abaixo.

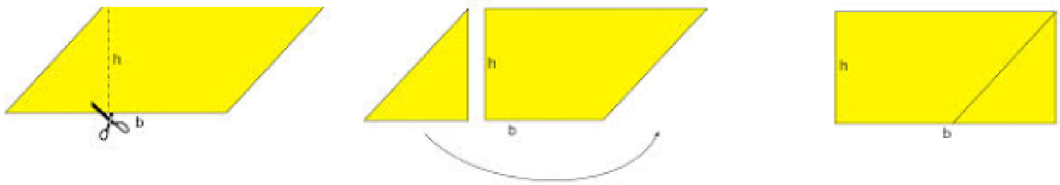
Figura 8 – Exemplo de modificação mereológica



Fonte: (DUVAL, 2012b, p. 128)

Decorrente do fracionamento de uma figura surge a operação de reconfiguração intermediária, que propicia os tratamentos, como medida de área por meio de soma das partes elementares ou do reconhecimento de equivalência.

Figura 9 – Exemplo de reconfiguração intermediária



Fonte: (SCHEIFER, 2017, p. 61)

Quanto a modificação ótica, Scheifer (2017) argumenta sobre a existência de dois tipos: anamorfose e superposibilidade.

A anamorfose trata de uma representação semiótica em perspectiva (SCHEIFER, 2017, p. 62), como exemplo na figura abaixo.

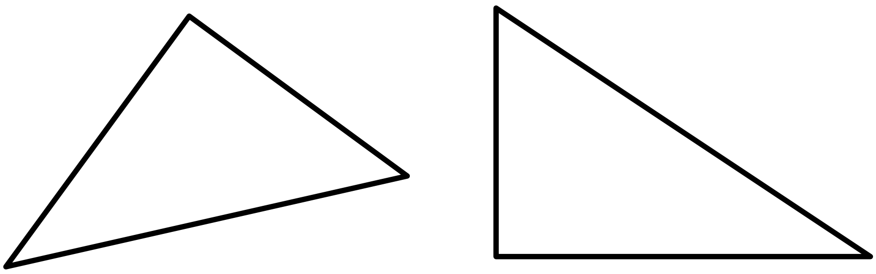
Já a superposibilidade permite "ver em profundidade uma representação plana, constituindo a produtividade heurística do registro figural em relação com o discurso matemático" (SCHEIFER, 2017, p. 63).

Figura 10 – Anamorfose na arte

Fonte: artista Julian Beever[4]

Na modificação de posição, a figura não é modificada em seu tamanho e forma, apenas sua posição. Exemplos de dificuldades dos alunos quanto a essa operação é quanto a identificação de um triângulo retângulo, muitos deles apenas identificam quando o ângulo de 90º (noventa graus) se encontra na base, como na figura abaixo.

Figura 11 – Exemplo de modificação posicional



Fonte: a autora

Duval (2004) afirma que as modificações de translação ou rotação podem ser um obstáculo para seu simples reconhecimento.

[4] Tirado de: <https://www.google.com.br/search?q=julian+beever&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwidgtj1uYbWAhUJWpAKHWrXBF8Q_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgrc=c7wCaq5_BCTajM> Acesso em: 02/07/2017

A apreensão sequencial é solicitada quando se deve construir ou descrever uma figura a partir de um enunciado ou de uma figura dada (DUVAL, 2012b).

Um exemplo seria solicitar ao aluno para que construísse um triângulo equilátero e traçasse suas medianas, há a necessidade de o aluno compreender as propriedades de um triângulo equilátero, bem como saber o que são medianas.

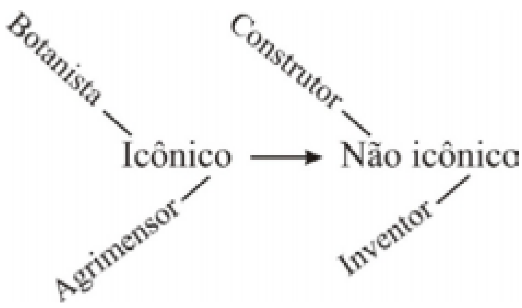
Sendo assim, além da apreensão sequencial, nesse tipo de tarefa é requerido a apreensão perceptiva e discursiva.

Em Scheifer (2017) são apresentadas as articulações entre as quatro apreensões: figura geométrica, visualização, heurística e demonstração e construção geométrica. A justificativa para essa articulação se dá, pois segundo Moretti e Brandt (2015) as apreensões não aparecem de forma isolada, em alguns problemas se necessita da articulação das quatro apreensões em menor ou maior grau.

A primeira articulação chamada figura geométrica é devido a conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva, a visualização é a conexão entre as apreensões perceptiva e operatória, a heurística e demonstração resulta das apreensões operatória e discursiva e por fim, a construção geométrica é a conexão entre as apreensões discursiva e sequencial (SCHEIFER, 2017, p. 69).

Como já dito anteriormente e pode-se evidenciar isso nas articulações entre as apreensões, verifica-se a importância dada a apreensão perceptiva. Sendo assim, Duval (2005, apud BRANDT e MORETTI, 2015) caracteriza diversas maneiras de olhar que foram sintetizadas por Brand e Moretti (2015) na figura abaixo.

Figura 10 – As quatro maneiras de olhar uma figura



Fonte: (BRANDT, MORETTI, 2015, p. 605)

No quadro abaixo se encontram resumidamente os quatro olhares.

Quadro 3 – As quatro maneiras de olhar uma figura

Olhar botanista	Olhar que permite reconhecer o contorno das formas, por exemplo, reconhecer um retângulo.
Olhar agrimensor	Olhar que permite a realização de medidas e a passagem destas para um papel, necessitando de conversões de unidades de medida.
Olhar construtor	Olhar que permite por meio da utilização de instrumentos confirmar propriedades além da apreensão perceptiva.
Olhar inventor	Olhar que permite a modificação de uma figura, decomposição dela, inserção de traços afim de resolver o problema.

Fonte: a autora

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa tem um caráter qualitativo, o qual conforme Lüdke e André (1986) se preocupa mais com o processo do que com o produto.

É importante ressaltar que a pesquisa qualitativa nasceu no momento em que pesquisadores já não davam conta de realizar suas pesquisas somente com dados quantitativos, pois segundo Tremblay (1997) houve momentos em que eram mais importantes os dados anotados no rodapé do diário de campo do que os próprios dados quantitativos.

André (2011) aponta para a necessidade de um rigor nas pesquisas qualitativas, em especial nas da educação, sobre a importância do desenvolvimento de pesquisas relevantes. Mas a autora afirma que a elaboração de critérios de validação não é um trabalho fácil, pois deve ser feita no coletivo, o que demanda tempo.

André (2011) evidencia alguns critérios gerais que são utilizados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq para julgar as pesquisas, dos quais destaca-se: relevância científica e social, definição de um objeto, que os objetivos estejam claramente formulados, metodologia adequada, dentre outros.

Essa postura pode, naturalmente, conduzir à subjetividade. Para evitar esse risco, o pesquisador pode, no entanto, utilizar concomitantemente técnicas estruturadas e adotar quadros teóricos de análise que emprestam maior significação e generalidade aos dados obtidos (GIL, 2002, p. 151).

Esta pesquisa tem um caráter bibliográfico, que é desenvolvida a partir de materiais já elaborados e segundo Gil (2002) a principal vantagem nesse tipo de pesquisa, é que o pesquisador tem uma abrangência maior sobre o assunto, mas alerta para os equívocos possíveis entre as pesquisas analisadas, salientando a necessidade de um olhar crítico e cuidadoso.

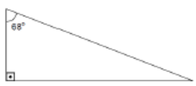
A meta análise também foi utilizada nessa pesquisa, pois segundo Roscoe e Jenkins (2005), a “meta-análise coloca diferentes pesquisas juntas num mesmo banco de dados e utiliza metodologias analíticas e estatísticas para explicar a variância dos resultados utilizando fatores comuns as pesquisas” (ROSCOE e JENKINS, 2005, p. 54, tradução nossa).

Ela também pode ser utilizada como sinônimo de síntese de pesquisa, revisão de pesquisa ou revisão sistemática.

Segundo Cooper (apud Filho et. al., 2014) a meta análise se desenvolve em sete estágios: o primeiro é a elaboração do problema; o segundo a coleta da literatura, que neste caso foi em teses e dissertações; o terceiro a coleta das informações de cada estudo, que neste caso foram tarefas que trabalhassem perímetro ou área; o quarto a avaliação da qualidade dos estudos; o quinto a análise e síntese dos resultados dos estudos; o sexto a interpretação dos dados coletados e por fim, a apresentação dos resultados de pesquisa.

As análises das tarefas retiradas dos estudos apresentados na revisão da literatura foram realizadas segundo o quadro de referências de Scheifer (2017), classificado em: tipo de olhar, tipo de apreensão, tipo de problema, tipo de enunciado e tipo de resolução, conforme a figura.

Figura 12

<table>
<tr><td>Questão 6 – 9º ano</td><td>Olhar:</td><td>Agrimensor.</td></tr>
<tr><td rowspan="8">000 IT_029654
Fabrício percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo que tinha um ângulo de 68°. Quanto medem os outros ângulos?


(A) 22° e 90°
(B) 45° e 45°
(C) 56° e 56°
(D) 90° e 28°</td><td>Apreensão:</td><td>Perceptiva, discursiva.</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema)</td><td>Figura Geométrica.</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e numérico.</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e numérico.</td></tr>
<tr><td>Dimensão (obj/fig):</td><td>2D/2D.</td></tr>
<tr><td>Desconstrução dimensional:</td><td>2D→1D.</td></tr>
<tr><td>Conhecimento matemático:</td><td>Nenhum.</td></tr>
<tr><td colspan="3">É um problema acessível ao aluno, pois os discursos do enunciado e da figura em relação ao ângulo reto se complementam. Basta o aluno conhecer a propriedade dos triângulos em relação a soma dos ângulos internos, que ele poderá resolver o problema sem necessidade de outra apreensão ou recurso matemático além do cálculo para a soma dos ângulos internos.</td></tr>
</table>

Fonte: Scheifer (2017, p. 85)

4. ANÁLISE DE TAREFAS DE DISSERTAÇÕES E TESES

Neste momento do trabalho, serão analisadas as tarefas presentes nas dissertações e teses que fizeram parte da revisão bibliográfica, afim de identificar elementos do ensino de geometria relacionados à Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Para exemplificar os elementos a serem analisados, seguiu-se o quadro de análise elaborado por Scheifer (2017).

Quadro 4 – Análise da tarefa com enunciado sem figura

<table>
<tr><td>Chiele (2007, p. 129)</td><td>Olhar:</td><td>Construtor e Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1) Construa um trapézio cuja base maior meça 12 cm, a menor, 7cm e a altura, 6cm. Calcule a área dessa figura.

2) Construa um triângulo com base de 6cm e com 5cm de altura, calculando a área.

3) Desenhe um paralelogramo com a base de 10cm e com altura de 4cm, calculando a área.

4) Construa um losango de diagonal maior com 8cm, diagonal menor de 5cm e calcule a área.</td><td>Apreensão:</td><td>Discursiva e Sequencial</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Construção geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Discursivo</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora [5]

Esse tipo de tarefa requer um olhar construtor, apreensão discursiva e sequencial, pois o aluno é colocado na posição de criar a figura a partir do enunciado. Vale salientar que se o aluno não conhecer a fórmula para calcular a área do trapézio, será exigida a apreensão operatória, pois será necessário decompor e recompor a figura para calcular sua área. Além disso, os alunos realizaram conversão ao resolver a questão, pois segundo Duval (2009) ao transformar a representação de um objeto num registro em uma representação do mesmo objeto em outro registro, o aluno está realizando conversão.

Outras três tarefas com o enunciado similar, porém solicitando triângulo, paralelogramo e losango fizeram parte do teste avaliativo final e Chiele (2007)

[5] Esse quadro foi elaborado por Scheifer (2017, p.76) e se refere a categorização dos indicadores de atividades cognitivas. Aqui serão utilizadas as cinco primeiras categorizações.

considerou o resultado satisfatório, pois os alunos em sua maioria acertaram. O procedimento dos que acertaram a resolução, foi desenhar a figura respectiva de cada enunciado e no uso da escrita utilizar relações coerentes para o cálculo de área. Vale salientar que Chiele (2007) afirmou que apenas na questão com triângulo, todos os alunos resolveram corretamente.

Na resolução dos problemas sobre área do trapézio, paralelogramo e losango, os alunos poderiam ter utilizado a decomposição das figuras para encontrar a área, porém, esse procedimento não foi apresentado por Chiele (2007). A modificação mereológica é importante, pois o aluno consegue modificar uma figura dada em formas conhecidas para calcular a área, evitando não só memorizar fórmulas de área para diferentes polígonos, mas exercitar os diferentes olhares importantes para aprendizagem geométrica segundo Duval (2012b).

Tarefa similar a esta teve em Teles (2007), Nunes (2007) e Machado (2011). A tarefa de Teles (2007) se diferencia porque, também foi solicitado o cálculo do perímetro da figura.

Teles (2007) não descreveu os erros dos alunos desta tarefa, apenas apresentou que menos de 43% deles resolveram corretamente. No decorrer de seu trabalho, Teles (2007) evidenciou confusão entre área e perímetro por parte dos alunos, cálculo da área do retângulo por meio da multiplicação de todos os lados, cálculo do perímetro como uma multiplicação dos dois lados do retângulo ou apenas a soma de dois lados do retângulo.

Assim, se percebe uma dificuldade dos alunos quanto ao conceito geométrico desses termos, área e perímetro. Quanto ao fato de multiplicar os lados do retângulo para obter o perímetro, o aluno não conhece as dimensões da figura e nem de suas unidades constituintes, ou seja, ao multiplicar obtém-se dimensão 2 e o perímetro se trata de dimensão 1.

Outra tarefa de Teles (2007) era solicitada a área de um quadrado dado seu perímetro e menos da metade dos alunos conseguiu resolver. Alguns calcularam o valor do lado do quadrado a partir do perímetro dado, dividindo-o por quatro, mas disseram incorretamente que a área seria esse valor da medida do lado em unidades quadradas, ou seja, a área seria 8 cm^2, mostrando dificuldade quanto as unidades figurais, pois o perímetro se trata de dimensão 1 e a área de dimensão 2. Outros alunos multiplicaram todos os números, ou seja, fizeram 8^4. Também tiveram alunos que multiplicaram o lado por quatro para determinar a área, mostrando que área e perímetro eram iguais, o que estava errado.

Essas dificuldades podem decorrer devido a necessidade de transitar entre unidades figuras diferentes, de dimensão 1 e dimensão 2

Novamente em Teles (2007) utilizaram diferentes registros para resolver algumas tarefas, figura, registro numérico e algébrico e todos os alunos recorreram a figura, indo ao encontro com o que Duval (2011) afirma sobre a necessidade da figura atrelada ao discurso ou vice e versa.

Em outra tarefa, os alunos teriam a possibilidade de utilizar o registro algébrico ou apenas numérico, resolvendo por tentativa e erro. Teles (2007) afirmou que menos de 35% dos alunos conseguiu resolver, evidenciando dificuldade na manipulação de unidades figurais diferentes, de dimensão 1 e 2. Dos alunos que resolveram, o procedimento mais utilizado foi a tentativa e erro, para encontrar dois números que multiplicados dessem a área e somados dessem a metade do perímetro, mas, tiveram alunos que recorreram a álgebra para resolução da tarefa. Segundo Teles (2007) o desenho do retângulo representando a situação foi unânime entre os alunos, reforçando novamente a figura atrelada ao discurso.

Em Nunes (2007) também apareceu uma tarefa similar a esta, pois era solicitado o preço de uma pizza, levando em conta que ele era proporcional a sua área, então se uma pizza custava R$ 18,00 com diâmetro de 42 cm, qual seria o preço de uma mini-pizza, cujo diâmetro fosse 14 cm.

Segundo Nunes (2007), 25% dos alunos chegou ao resultado de R$ 2,00, 50% destes realizaram o cálculo para encontrar a área das duas pizzas, porém não apresentaram o que se pedia, o valor da pizza pequena, mostrando conforme Duval (2012b) que os alunos na grande maioria não retornam ao enunciado para resolver um problema, apresentando resoluções incompletas. O restante dos alunos aplicou regra de três na situação sem ao menos calcular a área das pizzas.

Os alunos que apenas aplicaram a regra de três, sem calcular a área das pizzas, evidenciam dificuldades quanto a desconstrução dimensional, ou seja, fixaram o olhar na dimensão 1 em detrimento da dimensão 2, talvez pelo motivo de no enunciado não fazer referência a área do círculo e isso se justifica em Duval (2004) ao afirmar que quando

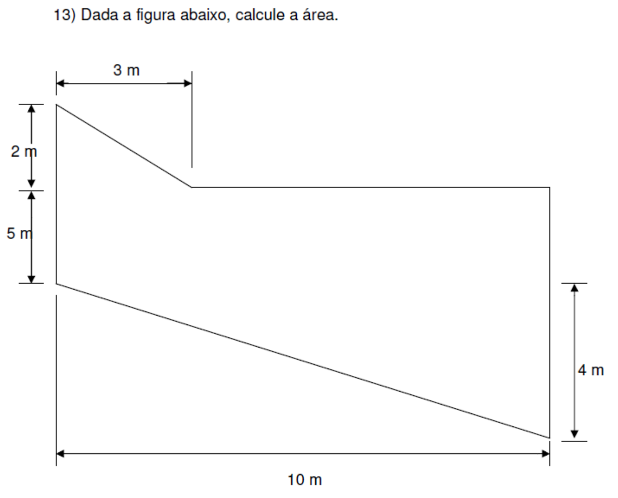
> há congruência entre as unidades figurais diretamente visíveis e aquelas que são requeridas nos tratamentos que permitem a resolução e quando há congruência entre as representações dos dois registros, o problema se

torna mais fácil do ponto de vista cognitivo (DUVAL, 2004, p. 164, tradução nossa).

Na tarefa de Machado (2011) os alunos não tiveram dificuldade para a executar, valendo ressaltar que ela foi desenvolvida no Geogebra. Os alunos construíram o retângulo solicitado e foram mexendo nos seletores do software afim de chegarem no valor do comprimento para que o perímetro fosse o valor pedido.

Sendo assim, nessa tarefa o aluno precisava apenas saber o conceito de perímetro e conforme a teoria de Duval (2004), esse tipo de tarefa à qual envolve apenas uma dimensão, no caso a dimensão 1 e está explícita, os alunos não sentem dificuldade.

Quadro 5 - Análise da tarefa com figura irregular

Chiele (2007, p. 125)	Olhar:	Inventor
	Apreensão:	Perceptiva, Discursiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Em Araujo (2012), Secco (2007), Silva (2016b) e Nunes (2007) também apareceram tarefas similares a esta, das quais, requerem um olhar inventor, uma vez que é necessário decompor a figura côncava em figuras convexas. A apreensão necessária é a operatória, especificamente realizando a modificação mereológica[6] e posicional pois o aluno deverá traçar segmentos de reta para selecionar subfiguras conhecidas e poder calcular as áreas de triângulos e retângulos.

[6] É a modificação em que não se altera a forma e o tamanho da figura, apenas acrescentam-se traços e realiza-se comparações da parte com o todo.

A tarefa de Chiele (2007) foi aplicada no teste avaliativo inicial e final, afim de identificar os conceitos que os alunos já tinham adquirido durante sua vida escolar e conceitos adquiridos após o desenvolvimento da Engenharia Didática. Chiele (2007) identificou baixo desempenho dos alunos nessa questão no teste inicial, cerca de 10% de acerto e a maioria deixou em branco. Dos alunos que resolveram, a maioria apresentou cálculos aleatórios que envolviam multiplicações entre as dimensões dos lados do polígono. Os alunos que acertaram, mesmo sem decompor a figura, apresentaram cálculos que indicavam a decomposição.

Uma possível afirmação sobre o insucesso dos alunos nessa questão vai de encontro ao que Kluppel e Brandt (2012) afirmam, pois uma das dificuldades encontradas pelos alunos é com relação as figuras, elas nem sempre revelam de forma imediata suas propriedades relativas as hipóteses de um problema dado, impondo resistência à aprendizagem, uma vez que “são subjacentes a fatores próprios da representação figural” (KLUPPEL e BRANDT, 2012, p.4).

Com relação ao teste final, o número de acertos aumentou para 75% e apenas um aluno deixou a questão em branco, mostrando que a maioria tentou resolver o que pedia. Todos os alunos resolveram a questão por meio da decomposição da figura, evidenciando o domínio parcial quanto a modificação mereológica, operação conceituada por Duval (2012b, p. 125), pois os alunos que erraram o cálculo final, cometeram erro quanto ao cálculo da área de triângulo e trapézio, mas acertaram a área do retângulo.

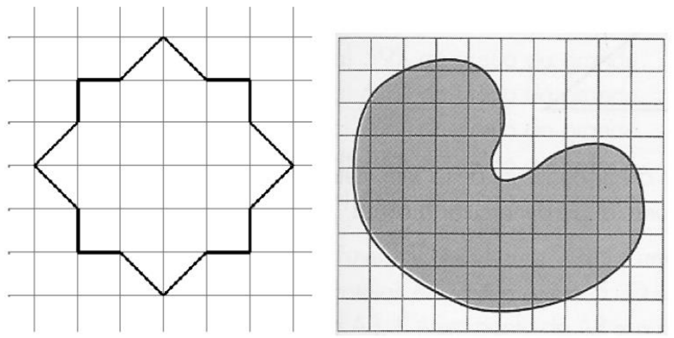
Neste momento há uma contradição, uma vez que que nas tarefas analisadas acima, Chiele (2007) afirmou que todos os alunos resolveram corretamente a área do triângulo solicitada, sendo assim, cabe uma reflexão sobre o motivo de alguns alunos que acertaram na tarefa anterior a área do triângulo, erraram nessa tarefa.

Uma possível explicação seja pelo fato de nesta tarefa a base e a altura dos triângulos não estarem evidenciadas, o aluno deveria ser capaz de identificar essas dimensões a partir da figura decomposta, justificado pelo olhar inventor e também pelo apelo cognitivo que solicitava além da modificação mereológica, a modificação posicional.

Araujo (2012) afirmou que os alunos não expressaram dificuldade na resolução, pois realizaram a decomposição das figuras sem precisar de sua intervenção.

Nessa tarefa também é importante falar sobre a necessidade da desconstrução dimensional, uma vez que o aluno necessita partir da dimensão 2 para a dimensão 1 durante o processo de decomposição, e isso é justificado em Duval (2004) como sendo um passo complicado aos alunos, pois a dimensão 2 é mais evidente do que a de dimensão 1.

Quadro 6 - Análise da tarefa com figura irregular em malha quadriculada

Souza (2007, p.77)	Olhar:	Inventor
2) Determine a área das figuras abaixo, explicando como você chegou ao resultado: a) b) 	Apreensão:	Perceptiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Visualização
	Enunciado:	Figural
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

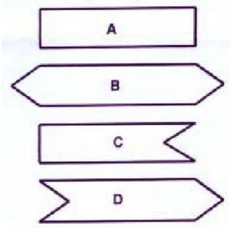
Para resolver essa tarefa é necessário a compreensão de que cada quadrado corresponde a uma unidade de área, responsável pelo preenchimento da superfície da figura e estimar quanto de uma unidade inteira é suficiente para preencher o espaço que não cabe uma unidade inteira.

Essa tarefa foi desenvolvida pelos alunos tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Souza (2007) afirmou que no pré-teste cerca de 78% dos alunos conseguiram encontrar um valor aproximado para a área da primeira figura (a) e que destes, todos utilizaram fórmulas para cálculo de área de figuras geométricas planas e alguns recorreram a decomposição da figura em um quadrado e quatro triângulos, mostrando a presença da modificação mereológica. Para encontrar a área da figura (b), todos os alunos que tentaram resolver, recorreram a contagem dos quadrados internos a figura, mesmo assim, nenhum aluno chegou ao resultado correto.

Souza (2007) salienta que no pós-teste, houve melhora no desempenho dos alunos, uma vez que, na figura (a) cerca de 85% dos alunos conseguiram chegar ao valor da área e 100% destes encontraram a área da figura (b), pois utilizaram a técnica[7] da pesagem.

Dos alunos que erraram, Souza (2007) afirmou que insistiram no uso de fórmulas de maneira mecânica, podendo ser justificado pelo uso recorrente delas por certos professores e pelo reforço a elas nos livros didáticos.

Quadro 7 - Análise de tarefa que compara área

<table>
<tr><td>Souza (2007, p.77)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Observe as quatro figuras abaixo:

a) Qual destas figuras tem maior área? E a menor?
b) Entre elas há figuras que têm a mesma área?</td><td>Apreensão:</td><td>Discursiva, Perceptiva e Operatória</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Figura Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Natural e Figural</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Nos trabalhos de Ferreira (2010), Nunes (2011), Santos (2015) e Silva (2016a) apareceram tarefas similares à de Souza (2007).

Na tarefa de Silva (2016a) era pedido a comparação da área de um retângulo com a área de outras figuras geométricas. Sendo assim, essas tarefas requerem o olhar inventor, pois é necessário retirar partes das figuras e mudar posições dessas partes para comparar as figuras em relação as suas áreas, mostrando a importância das modificações mereológicas e posicionais.

Em outra tarefa de Silva (2016a) os alunos sentiram dificuldade em realiza-la no papel quadriculado utilizando apenas lápis, no entanto ao utilizarem um software, o Cabri, o resultado foi melhor, os alunos conseguiram realizar o que se pedia. Ele ainda afirmou que os alunos realizaram figuras com o mesmo formato de uma figura dada e também figuras diferentes.

[7] Esta técnica se faz da seguinte maneira: com um mesmo material se constrói a figura que requer o cálculo da área e outra figura de área conhecida, por exemplo, um quadrado como unidade de medida. Ambas são recortadas. Em seguida com o auxílio de uma balança com precisão de três casas decimais, faz-se a pesagem das duas figuras e na sequência aplica-se a regra de três relacionando as unidades de peso e área. Assim se descobre com exatidão a área procurada.

O diferencial dessa tarefa em relação as outras em que se pede para comparar áreas, está no fato de o aluno precisar construir uma figura com área igual, maior ou menor, mas os procedimentos são os mesmos, conhecimento de área, recorrer a modificação mereológica e posicional.

A dificuldade dos alunos em realizar a tarefa no papel, pode ser pelo motivo de não terem ainda assimilado a noção de área, uma vez que no software o cálculo da área é realizado sem que o aluno faça esforço mental.

Souza (2007) não descreveu sobre a resolução dos alunos nessa tarefa, apenas comentou que no pré-teste cerca de 72% dos alunos acertaram o item (a) e cerca de 65% dos alunos responderam corretamente o item (b), o que mudou no pós-teste, pois o item (a), quase 93% dos alunos acertaram o item (b), aproximadamente 86% dos alunos responderam corretamente.

Seria interessante se fossem descritos os acertos e erros dos alunos, pois assim seria possível identificar as formas recorrentes de resolução, quais as dificuldades quanto aos olhares e apreensões, para permitir uma análise mais completa.

Silva (2016a) comentou que o erro recorrente foi em admitir que somente as figuras com mesma forma teriam área iguais, sendo levados pela apreensão perceptiva, fato que é comentado por Duval (2012b), em que muitos alunos se prendem a percepção, sem levar em conta o discurso (as propriedades).

Ferreira (2010) afirmou que a maioria dos alunos conseguiu desenvolver a decomposição e composição de figuras afim de ter um bom desempenho nessas tarefas, que era conseguir identificar quais figuras teriam área e perímetro iguais na primeira tarefa e comparação de área na segunda tarefa.

Na primeira tarefa novamente alguns alunos fizeram associação da área com o perímetro argumentando que se a área fosse igual o perímetro também seria, ou se a área fosse maior o perímetro seria maior.

Na tarefa de Nunes (2011), os alunos realizaram a contagem do número de quarados internos as figuras, afim de comparar suas áreas, mostrando que utilizaram o pensamento de decompor a figura em quadradinhos, que já estavam feitos.

A tarefe de Santos (2015) difere das outras apenas pelo fato das figuras não estarem sobre uma malha quadriculada, mas a apreensão requerida é a mesma, bem como o olhar que é necessário para resolução.

Nesses tipos de tarefa se mostra necessário que o aluno tenha um olhar inventor, uma vez que se faz necessário realizar traços nas figuras para compensar o que falta com o que sobra e consequentemente a apreensão necessária é a operatória, mais especificamente com a modificação mereológica apresentadas em Duval (2012b), pois a decomposição e composição de figuras é imprescindível para comparar as áreas.

Quadro 8 - Análise de tarefa para relacionar área e perímetro

Souza (2007, p.77)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
Desenhe duas figuras diferentes que têm a mesma área. Justifique sua resposta.	Apreensão:	Sequencial e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Figural e Natural

Fonte: a autora

A maioria dos alunos resolveu essa tarefa de forma correta, segundo Souza (2007), no pré-teste 78% dos alunos fizeram corretamente e 92% dos alunos acertaram no pós-teste.

Souza (2007) apresentou resoluções de dois alunos. Um deles, no pré-teste fez um retângulo de base quatro e altura um, sem colocar unidade de medida. Calculou corretamente a área do retângulo de dimensões quatro e um, na sequência fez um triângulo de base e altura medindo quatro, calculando a área de forma incorreta. Em seus cálculos fez quatro vezes quatro divido por quatro, evidenciando o uso incorreto da fórmula para cálculo da área do triângulo. Esse mesmo aluno no pós-teste fez novamente um retângulo e um triângulo, mas efetuou os cálculos corretamente, mostrando o uso de fórmulas para cálculo das respectivas áreas.

Do outro aluno não foi descrito a resolução no pré-teste, mas, no pós-teste, desenhou um quadrilátero e um hexágono côncavo com áreas iguais. Utilizou o preenchimento dessas figuras com unidades quadradas para assegurar que as áreas eram iguais, ao invés de registrar, como é usual, a medida dos lados das figuras.

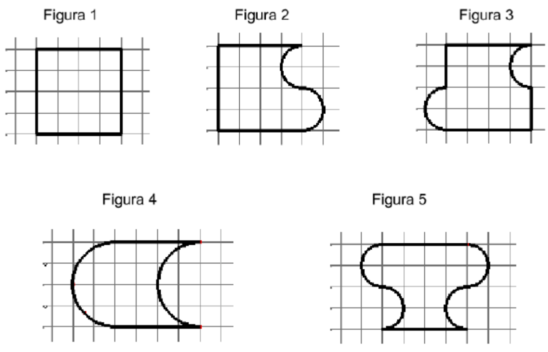
A realização dessa tarefa requer a reconfiguração intermediária, por ser necessário identificar figuras de mesma área com formatos diferentes. Os procedimentos utilizados pelos alunos mostraram, nas diferentes maneiras de resolução, conhecimentos distintos.

A primeira resolução foi realizada por meio de fórmulas das áreas das figuras, retângulo e triângulo, porém o aluno compreendeu a relação entre a área do triângulo e do retângulo, evidenciada pelo discurso, de que se a área do triângulo é metade da área do retângulo, então a área do retângulo é o dobro da área do triângulo. Se esse procedimento lógico fosse considerado, o aluno não desenharia o triângulo com dimensões quatro e quatro, para base e altura quando o retângulo apresentado foi com dimensões quatro e um. Tomaria uma das dimensões do retângulo e a dobraria para ser uma das dimensões do triângulo, conservando a outra dimensão do retângulo como referência para a outra medida do triângulo.

Isso evidencia que não houve apreensão discursiva, ou seja, compreensão do conceito de área e até da relação entre as áreas solicitadas.

A outra forma de resolução apoiou-se no campo visual, evidenciando uma recorrência de medida pela contagem de unidades quadradas.

Quadro 9 - Análise de tarefa com figuras de mesma área

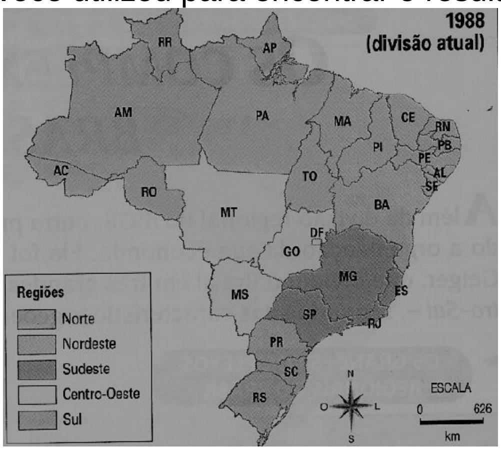
Souza (2007, p.78)	Olhar:	Inventor e Agrimensor
Mostre que as figuras 2, 3, 4 e 5 têm a mesma área que a figura 1. 	Apreensão:	Perceptiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Visualização
	Enunciado:	Natural e Figural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Ao realizar novos traços nas figuras, sobrepor partes e modificar a posição de algumas partes afim de comparar com a figura 1, há a presença da reconfiguração intermediária “que consiste em dividir uma figura em subfiguras, reagrupando-as em um eventual contorno global diferente” (SCHEIFER, p. 60). Isso se faz necessário nessa resolução pois, por exemplo, a figura 4 deve ser modificada a partir de traços até que fique equivalente a área da figura 1.

Segundo Souza (2007) todos os alunos realizaram essa tarefa corretamente tanto no pré-teste quanto no pós-teste. O procedimento utilizado por eles foi unânime, pois todos pintaram as partes que deveriam ser sobrepostas com o propósito de mostrar que as figuras tinham a mesma área. A facilidade dos alunos pode ser justificada pelo caráter visual da tarefa, comparada a resolução do segundo aluno na tarefa anterior.

Quadro 10 - Análise de tarefa com mapa

<table>
<tr><td>Souza (2007, p. 79)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Determine a área do Brasil, em km^2, utilizando a escala que consta no mapa, explicando detalhadamente o procedimento que você utilizou para encontrar o resultado.

</td><td>Apreensão:</td><td>Perceptiva, Discursiva e Operatória</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural e Figural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e numérica</td></tr>
</table>

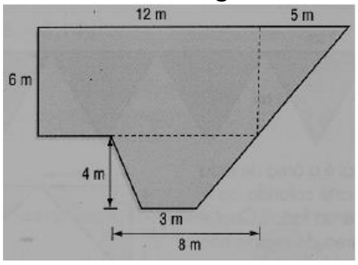
Fonte: a autora

Segundo Souza (2007) nenhum aluno obteve o resultado esperado da área solicitada no pré-teste. Salientou que aproximadamente 35% dos alunos conseguiram um valor aproximado da área. Os alunos fizeram uma malha quadriculada sobre o mapa, sem levar em conta a escala determinada. As malhas tiveram lados de 0,5 cm ou 1 cm e vez de 1,5 cm. No pós-teste, Souza (2007) afirmou que aproximadamente 80% dos alunos conseguiram chegar ao valor da área e o procedimento unânime foi a técnica da pesagem e planimetria.

Para a resolução da tarefa a partir da malha quadriculada, o custo cognitivo aumenta comparado a técnica da pesagem, a modificação mereológica é solicitada no processo de compensação da parte que excede ou falta na unidade de medida que cobre o mapa.

No entanto, a técnica da pesagem requer a disponibilidade de instrumentos tais como, balança, tesoura, material de impressão do mapa. Em diversas situações o aluno não tem disponível os instrumentos necessários para aplicação da técnica para o cálculo de área.

Quadro 11 - Análise de tarefa com figura irregular decomposta em figuras regulares

Souza (2007, p. 81)	Olhar:	Agrimensor e Inventor
Calcule a área das figuras abaixo: 	Apreensão:	Perceptiva, Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

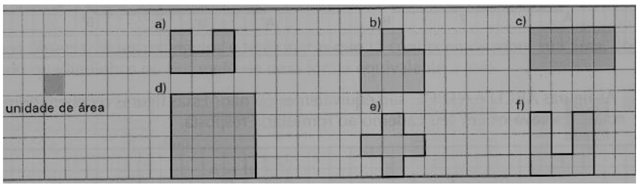
Bessa (2015) também trouxe uma tarefa similar à de Souza (2007) e essas tarefas necessitam da modificação mereológica, já presentes nas figuras. Souza (2007) e Bessa (2015) não apresentaram a resolução dos alunos, apenas Souza (2007) comentou que os alunos realizaram a tarefa de forma satisfatória, o que empobrece análise, uma vez que os dados qualitativos são mais importantes neste momento.

É importante ressaltar que essa tarefa é parecida com a tarefa de Chiele (2007) quanto a decomposição de figuras, no entanto o que as diferencia é que aqui a figura já está decomposta, deixando evidente por meio do pontilhado, sendo assim, o custo cognitivo para o aluno é menor nessa tarefa comparado com a de Chiele (2007).

Em Fusiger (2015) também apareceu tarefa semelhante, ela afirmou que para calcular o perímetro alguns alunos utilizaram apenas os valores que apareciam na figura, erro ao usar a fórmula da área do triângulo e retângulo, erro ao calcular a área total, erro no cálculo da hipotenusa.

O aluno precisa conhecer as propriedades das figuras para saber os valores dos lados que não estão evidentes na figura, afim de identificar informações além do que a figura mostra. Também precisa saber que a área da figura é equivalente a soma das áreas das três figuras que a compõem, nessa tarefa a decomposição já está feita, em alguns exercícios a decomposição deve ser realizada pelo aluno, saber calcular a área de triângulo e retângulo e por fim, conseguir determinar o valor da hipotenusa do triângulo afim de calcular o perímetro da figura.

Quadro 12 - Análise de tarefa para cálculo de área com unidade de medida dada

<table>
<tr><td>Souza (2007, p. 81)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor e Agrimensor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Determine a área das figuras e identifique as que possuem a mesma área:

</td><td>Apreensão:</td><td>Perceptiva e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural e Figural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Para resolver essa tarefa o aluno necessitará estabelecer relação da parte com o todo, ou seja, ele tem uma unidade de área para preencher cada figura e assim, descobrir sua área, ao fazer essa relação, está utilizando contagem.

Souza (2007) não descreveu as resoluções dos alunos, afirmando que chegaram ao resultado correto.

Tarefas similares a esta foram encontradas em Silva (2016b), Secco (2007), Ferreira (2010), Machado (2011), Paulo (2012) e Luzetti (2013).

Em Secco (2007) teve uma tarefa similar a esta e os alunos poderiam utilizar da decomposição de figuras e posteriormente contar os quadradinhos internos a figura ou recorrer apenas a contagem dos quadradinhos. Aqui novamente é requerida a reconfiguração intermediária, modificação mereológica e modificação posicional.

Na tarefa de Ferreira (2010), alguns alunos utilizaram a fórmula de área e outros recorreram a contagem das unidades de área. A dificuldade elencada por Ferreira (2010) foi em uma de suas tarefas da qual era dado um triângulo como unidade área.

Essa dificuldade pode ser justificada pela necessidade de o aluno enxergar que a cada duas unidades de área há um recobrimento total de seis quadradinhos, assim se faz necessário a reconfiguração intermediária, afim de identificar as figuras equivalentes, da mesma maneira a modificação posicional é pertinente, pois as partes laterais ao triângulo que estão em branco se juntas após a rotação de 180º formam um triângulo igual ao hachurado e essa visão não é imediata como afirma Duval (2011).

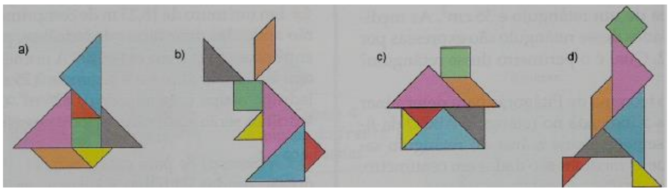
Em Machado (2011) era esperado que os alunos utilizassem os quadradinhos da malha para calcular a área da figura e realizassem a decomposição da figura, uma vez que não poderiam utilizar comandos do software para calcular a área, no entanto, os alunos tiveram dificuldade em perceber esse procedimento, necessitando da intervenção do pesquisador para que fizessem a decomposição da figura.

Paulo (2012) também desenvolveu tarefa nesse estilo e afirmou que os alunos conseguiram resolver corretamente utilizando a unidade de área, em outra tarefa de Paulo (2012) ele tinha o objetivo de mostrar que figuras com mesma área podem ter perímetros diferentes e essas figuras estavam em uma malha quadriculada.

Luzetti (2013) trouxe um círculo sobre a malha quadriculada e solicitou que os alunos calculassem a área a partir da unidade de medida, que era o quadradinho. Luzetti (2013) afirmou que aproximadamente 90% dos alunos resolveram a tarefa corretamente, alegando que o grau de dificuldade era baixo. Essa tarefa como todas as outras em que era solicitada a área de uma figura tendo como unidade de medida os quadradinhos de uma malha quadriculada exigiu a modificação mereológica, pois o aluno necessitou realizar as compensações necessárias afim estimar a área do círculo.

Quadro 13 - Análise de tarefa com unidade de área e sem malha quadriculada

Souza (2007, p. 81)	Olhar:	Inventor
No esquema do tangram, cada quadradinho	Apreensão:	Discursiva,

representa $1cm^2$. Determine, em cm^2, a área das figuras abaixo: 		Perceptiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico.
	Resolução:	Figura e Numérico

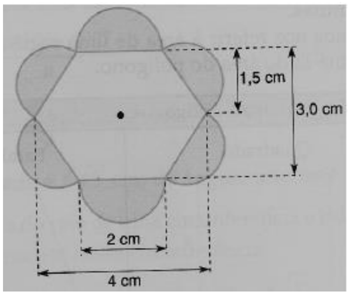
Fonte: a autora

Souza (2007) não descreveu a resolução dos alunos, apenas afirmou que resolveram de forma correta.

Essa tarefa requer um olhar inventor devido ao fato de necessitar criar traços na figura afim de calcular a área. Se o aluno perceber a reconfiguração intermediária não necessitará calcular a área de cada figura, uma vez que todas são formadas pelas mesmas peças e terão a mesma área.

O Tangram tem essa característica, de evidenciar a reconfiguração intermediária, pois como já foi dito, as diversas figuras possíveis a partir das peças do Tangram, têm a mesma área.

Quadro 14 - Análise de tarefa com figura decomposta

Souza (2007, p. 82)	Olhar:	Inventor
Calcule a área da figura a seguir: 	Apreensão:	Perceptiva, Discursiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurísitca
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Nessa tarefa é apresentada as demarcações, ou seja, a figura já está decomposta, no entanto a modificação mereológica é requerida, pois o aluno precisa fazer a relação parte com o todo, saber que para calcular a área da figura se faz necessário calcular a área das partes e somá-las, também pelo fato de ter o hexágono, figura que pode ser decomposta em triângulos para se calcular sua área.

Quadro 15 - Análise de tarefa com enunciado escrito

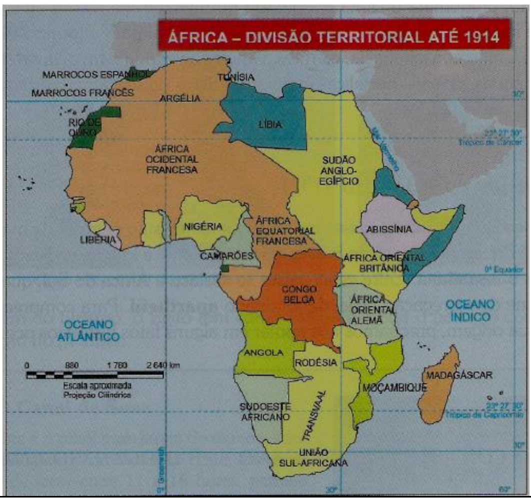
Souza (2007, p. 85)	Olhar:	Construtor
Uma área de terra tem forma retangular, com 4000 m de largura e 6000 m de comprimento. Calcule a área em km^2.	Apreensão:	Perceptiva, Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Numérico e Figural

Fonte: a autora

Tarefas similares a essa, ora solicitando a área de pentágono, hexágono, trapézio ou losango aparecem em Souza (2007). Para resolução destas, o aluno possivelmente apresentará um desenho da figura sugerida caracterizando uma conversão, uma vez que o enunciado está em um registro, diferente dos registros que necessita para a resolução. Em alguns deles pode ser que seja necessária a apreensão operatória como, por exemplo, no cálculo da área do trapézio. Se o aluno não sabe a fórmula da área, pode recorrer a decomposição de figuras para encontrar a área.

Novamente nessas tarefas, Souza (2007) não apresentou os erros e acertos dos alunos, fazendo falta para a análise.

Quadro 16 - Análise de tarefa com mapa

<table>
<tr><td>Souza (2007, p. 89)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Calcule a área da África, aproximadamente, em km^2.

</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural, Numérico e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Numérica e Figural</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Nessa tarefa o aluno pode criar uma malha quadriculada sobre o mapa a partir da escala e calcular a área por meio da média aritmética entre a quantidade de quadradinhos excedentes e internos ao mapa, ou apenas contar os quadradinhos e realizar as compensações. Essa tarefa parece simples, no entanto o aluno precisa conhecer escala, para poder calcular o valor mais aproximado possível da área do mapa.

Quadro 17 - Análise de tarefa de comparação de figuras diferentes com áreas iguais

Secco (2007, p.66)	Olhar:	Agrimensor, Construtor e Inventor
Na folha de EVA, desenhar um quadrado de 20 cm por 20 cm. Divida este quadrado em 100 novos quadrados, cada um com 2 cm de lado. Recortar todos os quadrados. Montar 5 figuras diferentes, utilizando para cada uma 20 quadrados que deverão ser dispostos um ao lado do outro sem sobreposição das peças. O que você pode dizer em relação as cinco figuras? Elas tem o mesmo formato? E a mesma área?	Apreensão:	Operatória, Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Natural

Fonte: a autora

Secco (2007) afirmou que o objetivo dessa tarefa era mostrar ao aluno a noção de área por meio da composição de figuras e não apenas por meio do cálculo numérico, trabalhando assim a percepção do aluno.

Segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, nesta tarefa a modificação mereológica está presente, especificamente a reconfiguração intermediária, pois o aluno irá construir figuras diferentes, todas com a mesma quantidade de peças, das quais são todas iguais, e assim, as áreas também serão.

Essa tarefa pertenceu ao primeiro bloco intitulado por Secco (2007), como atividades concretas e foram desenvolvidas por duplas de alunos, afim de promover a interação e troca de experiências.

Quanto a resolução das duplas, Secco (2007) afirmou que algumas perceberam imediatamente que as áreas eram iguais, pois as figuras eram formadas pela mesma quantidade de quadrados, no entanto salientou que outras apresentaram dificuldade. Uma delas fez primeiramente um retângulo e utilizou a fórmula para calcular a área e, com relação as outras figuras, não conseguiu identificar que eram equivalentes, afirmando que as outras figuras eram maiores, mostrando dependência a apreensão perceptiva, ou seja, evidenciando que " os alunos se apegam, na grande maioria, à apreensão perceptiva: estes não se dão conta de que uma figura deve ser olhada não mais do que através ou em função das propriedades, ou das condições formuladas como hipóteses" (DUVAL, 2012b, p.124).

Outra tarefa bem similar a tarefa acima, também de Secco (2007) introduziu a ideia de unidades de medida diferentes, ou seja, ao calcular a área usando o quadradinho como unidade de medida obtém-se uma área diferente levando em conta o triângulo como unidade de medida.

Quanto a resolução, Secco (2007) afirmou que cerca de 82% dos alunos resolveram corretamente essa questão, apresentando compreensão quanto a área do triângulo ser a metade da área do quadrado, por exemplo. No entanto, Secco (2007) não apresentou as dificuldades apresentadas pelos alunos que não conseguiram resolver a tarefa e essa tarefa também fez parte do bloco de atividades concretas.

Quadro 18 - Análise de tarefa de comparação de área de figuras

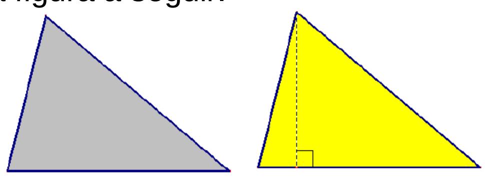
<table>
<tr><td>Secco (2007, p. 68)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor, Agrimensor e Construtor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Desenhar e recortar um retângulo de 14 cm de comprimento por 6 cm de altura. Utilizando como unidade de medida de área o quadrado da tarefa 1, quantos quadrados cabem no retângulo? E se fosse utilizada outra unidade de medida de área, por exemplo, um quadrado de 1 cm de lado, ou seja 1 cm^2, qual seria a área do retângulo? Como você fez para calcular?</td><td>Apreensão:</td><td>Sequencial, Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Cnstrução Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérico</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Nessa tarefa o aluno deve visualizar o retângulo afim de encontrar a área a partir dos quadradinhos, fazendo relação de parte com o todo.

Secco (2007) evidenciou a resolução de uma dupla que de início não haviam compreendido a tarefa, essa dupla ao levar em conta o quadradinho de lado dois cm da primeira tarefa, chegaram ao valor correto da área, sendo 21 u.a., no entanto ao ser levado em conta um quadrado de um cm de lado a dupla afirmou que a área seria 42 cm^2, uma vez que o lado do novo quadrado diminuiu na metade em relação ao outro, então a área aumentaria em duas vezes. Essa confusão é comum pois os alunos pensam em área tomando como referência a dimensão 1, isto é, dobra o lado dobra a área. Duval (2004), declara que a percepção das diferentes dimensões na figura, do ponto de vista cognitivo, e suas relações operatórias é difícil para o aluno.

Quadro 19 - Análise de tarefa de comparação de área de figuras

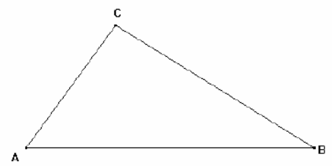
<table>
<tr><td>Secco (2007, p. 71)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor, Agrimensor e Construtor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Construir e recortar dois triângulos iguais, como mostra a figura a seguir.

Recortar um dos triângulos no segmento tracejado. Montar um retângulo utilizando as três figuras. Qual a relação entre a área do triângulo e do retângulo? Como você calcularia a área do triângulo sem fazer esse recorte?</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória, Discursiva e Sequencial</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Construção Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
</table>

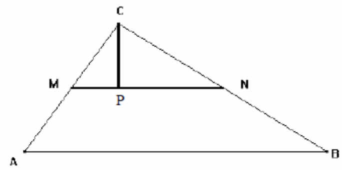
Fonte: a autora

Essa tarefa fez parte do bloco de atividades concretas de Secco (2007) e tinha por objetivo fazer com que os alunos compreendessem que a área do triângulo é a metade da área do retângulo. Segundo Secco (2007) o objetivo da tarefa foi cumprido, todos os alunos a realizaram sem dificuldades. Secco (2007) trouxe um exemplo da fala de uma dupla, que disse compreender a fórmula da área do triângulo, uma vez que percebeu que a altura do retângulo coincidia com a altura do triângulo e percebeu então que a área do triângulo era a metade da área do retângulo.

Esse tipo de tarefa requer e propicia a apreensão operatória, uma vez que a modificação mereológica se faz presente durante a atividade e como essa atividade é concreta, os alunos estão manipulando, isso vai proporcionando esse desenvolvimento para realizar a modificação mereológica mentalmente.

Quadro 20 - Análise de tarefa de comparação de figuras

<table>
<tr><td>Secco (2007, p.73)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor, Agrimensor e Construtor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Desenhar um triângulo qualquer, como mostra a figura.


Marcar o ponto médio M de AC e o ponto médio N de BC. Traçar o novo segmento MN.


Construir um segmento perpendicular ao segmento MN passando por C, como mostra a figura. Recortar os triângulos MPC e NPC e o trapézio AMNB. Montar um retângulo com as três figuras. Qual a relação entre a área do triângulo original (ABC) e a do retângulo? Como você calcularia a área do triângulo sem fazer esses recortes?</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória, Discursiva e Sequencial</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Construção Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural e Figural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Essa tarefa teve o mesmo objetivo da tarefa anterior. No entanto, Secco (2007) afirmou que os alunos tiveram dificuldades, não conseguiam identificar a altura do triângulo ABC no retângulo formado, podendo ser justificada pelo fato de que a altura não coincidia com um dos lados do triângulo.

Nessa atividade também é possível ver claramente a reconfiguração intermediária, ou seja, transformar uma figura a partir de subfiguras em outra figura, afim de estabelecer relações.

Quanto à dificuldade de estabelecer relação entre a altura do triângulo com relação ao retângulo, Duval (2012b) afirma que pode ser justificada em obstáculo da duplicidade de objetos, ou seja, quando uma “parte elementar deva entrar, simultaneamente, em dois reagrupamentos intermediários a comparar" (DUVAL, 2012b, p. 132).

Outras duas tarefas de Secco (2007) similares a esta, tinham como objetivo comparar a área do trapézio com a área do retângulo, uma terceira tarefa comparava a área do triângulo com a área do paralelogramo.

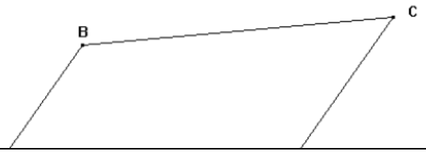
Com relação a tarefa que comparava a área do losango com a área do retângulo, Secco (2007) afirmou que os alunos não tiveram dificuldade e perceberam que a diagonal maior e a diagonal menor do losango eram iguais a altura e base do retângulo respectivamente, bem como, a área do losango seria a metade da área do retângulo.

A tarefa que tinha como objetivo levar os alunos a deduzir a área do trapézio a partir da área do paralelogramo, Secco (2007) afirmou que os alunos não tiveram dificuldade, eles conseguiram identificar que a altura dos trapézios era a mesma altura do paralelogramo e rapidamente perceberam a relação entre suas áreas.

Nessa tarefa novamente esteve presente a modificação mereológica, uma vez que os alunos deveriam formar um paralelogramo com os dois trapézios e assim perceber que um trapézio era a metade do paralelogramo, fazendo relação da parte com o todo.

Nunes (2011) também deduziu a fórmula da área do triângulo de forma parecida pois, os alunos receberem um quadrado e o cortaram na diagonal. Segundo Nunes (2011) os alunos não tiveram dificuldade durante a resolução da tarefa e conseguiram concluir que a área dos dois triângulos era igual, uma justificativa de um grupo foi que "a gente não tirou mais papel e nem colocou mais papel, tem a mesma quantidade, só dividiu o papel" (NUNES, p. 149), mostrando compreensão sobre a diagonal do quadrado que o divide em duas partes iguais.

Quadro 21 - Análise de tarefa de construção de figuras equivalentes

Secco (2007, p. 85 - 90)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
a) Abrir o arquivo *paralelogramo.fig* e construir um retângulo equivalente (mesma área) ao paralelogramo dado. b) Utilizar o menu *área* e obter a área do paralelogramo dado e do retângulo construído.  	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Figural e

		Natural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Seguno Secco (2007), essa tarefa e outras três similares fizeram parte do Bloco 2 de Atividades com o Cabri – Géomètre. A primeira tarefa teve como objetivo verificar que paralelogramos e retângulos equivalentes possuem áreas iguais.

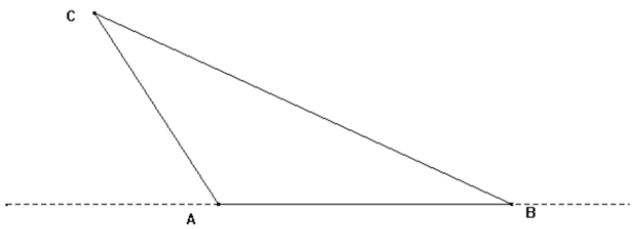
Conforme Secco (2007), aproximadamente 57% dos alunos conseguiram desenvolver a tarefa de forma correta. Secco (2007) comentou que a dificuldade dos alunos foi em construir o retângulo equivalente, alguns traçaram perpendiculares partindo de qualquer ponto do paralelogramo e foi necessária a intervenção do pesquisador para que percebessem que deveriam partir de dois vértices, da base por exemplo.

Novamente essa dificuldade pode ser explicada em Duval (2012b), ao falar sobre a dificuldade dos alunos em enxergar segmentos que pertencem as duas figuras, uma vez que é necessário a reconfiguração intermediária, para transformar o paralelogramo em um retângulo equivalente.

Já na segunda tarefa, Secco (2007) afirmou que os alunos não tiveram dificuldades e apresentou uma resolução interessante a qual mostrou que os alunos compreenderam a relação de área entre retângulo e triângulo. A dupla fez um retângulo a partir do triângulo dado, coincidindo as bases e alturas, ao serem questionados se as áreas seriam iguais, a dupla argumentou que bastava dividir o retângulo criado ao meio, tendo as áreas iguais.

Quadro 22 - Análise de tarefa relacionando área e perímetro

Secco (2007, p. 93 - 94)	Olhar:	Construtor e Inventor
	Apreensão:	Discursiva, Operatória e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Figural e Natural
	Resolução:	Figural e Natural

Abrir o arquivo *triângulo3.fig*. Traçar uma reta paralela ao segmento $\overline{AB}$, passando pelo ponto C. Marcar 4 pontos **D**, **E**, **F**, e **G**, distintos, na reta paralela ao $\overline{AB}$. Com a opção *triângulo*, construir os triângulos ΔABD, ΔABE, ΔABF e ΔABG. Com opção *área*, determinar a área de todos eles. Com opção *perímetro*, determinar o perímetro de todos eles. O que você pode concluir? Por que isso acontece? 		

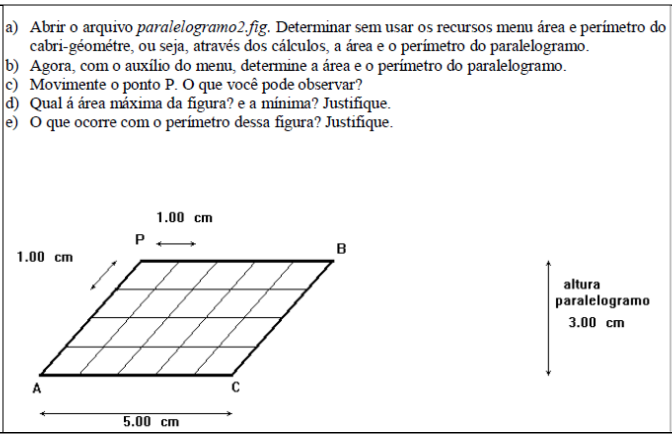
Fonte: a autora

Segundo Secco (2007) o objetivo dessa tarefa e de outra similar que também fizeram parte no Bloco 2, foi o mesmo, mostrar aos alunos que triângulos com mesma base e altura possuem áreas e iguais e além disso, que figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes.

Secco (2007) comentou que os alunos realizaram a tarefa corretamente, conseguiram perceber o motivo das áreas estarem dando iguais, no entanto salientou que com relação ao perímetro alguns alunos não conseguiram perceber rapidamente o motivo pelo qual os perímetros mudavam, foi necessária a intervenção do pesquisador, solicitando que arrastassem mais os pontos afim de verificaram nitidamente que os lados aumentavam e consequentemente o perímetro também.

Pode-se perceber nessas tarefas, que Secco (2007) ao modificar a posição do triângulo na segunda tarefa, está trabalhando a modificação posicional, afim de mostrar aos alunos que a posição da figura não altera a resolução e Duval (2012b) alerta para as possíveis dificuldades dos alunos quanto a essa modificação que muitas vezes devem ser feitas mentalmente, no entanto, nessa tarefa não foi preciso recorrer a um esforço mental, pois a condução da resolução se fez por meio do discurso, a partir da intervenção do pesquisador, amparada pelo software Cabri, favorecendo a compreensão das modificações feitas na figura e uma possível diferenciação entre o que acontece com o perímetro e com a área, enquanto um permanece constante, a área, o outro modifica.

Quadro 23 - Análise da tarefa com paralelogramo

Secco (2007, p. 97)	Olhar:	Inventor e Construtor
 a) Abrir o arquivo *paralelogramo2.fig*. Determinar sem usar os recursos menu área e perímetro do cabri-géométre, ou seja, através dos cálculos, a área e o perímetro do paralelogramo. b) Agora, com o auxílio do menu, determine a área e o perímetro do paralelogramo. c) Movimente o ponto P. O que você pode observar? d) Qual á área máxima da figura? e a mínima? Justifique. e) O que ocorre com o perímetro dessa figura? Justifique. 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Numérica e Figural

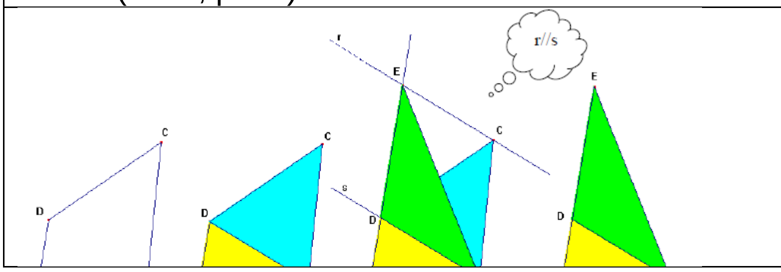
Fonte: a autora

Secco (2007) afirmou que alguns alunos contaram o número de repartições do paralelogramo afim de calcular a área, ou seja, disseram que a área seria 20 cm^2. Ao conferirem com o software perceberam que algo estava errado e logo notaram que a altura do paralelogramo era 3 cm e não 4 cm.

A figura da maneira em que aparece induziu ao cálculo equivocado de área, possivelmente por evidenciar as dimensões da rede que preenche o paralelogramo. A utilização das medidas da grade confundiu o cálculo de área, porque se para o aluno fosse familiar a modificação mereológica, teria desconsiderado as dimensões da grade, uma vez que não necessitaria dela para o cálculo de área, pois poderia transforma o paralelogramo num retângulo. Uma tarefa como esta pode evidenciar como o aluno está se apropriando das propriedades geométricas.

Com isso pode-se notar a apreensão perceptiva em detrimento da discursiva, a qual fornece as propriedades de que a altura e o lado do paralelogramo são diferentes.

Quadro 24 - Análise de tarefa com figuras equivalentes

Secco (2007, p. 99)	Olhar:	Inventor
 	Apreensão:	Perceptiva, Discursiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de	Heurística

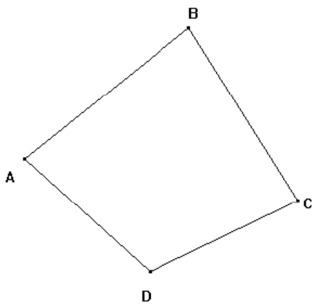
	problema):	
	Enunciado:	Figural e Natural
	Resolução:	Figural e Natural

Fonte: a autora

Secco (2007) afirmou que cerca de 81% dos alunos concluíram que os triângulos tinham a mesma área e apenas aproximadamente 62% dos alunos chegaram à conclusão de que o triângulo e o quadrilátero possuíam a mesma área, mostrando segundo Secco (2007) a dificuldade dos alunos quanto a decomposição de figuras geométricas planas o que Duval (2012b) chama de reconfiguração intermediária.

Segundo Secco (2007), dos alunos que resolveram a tarefa, responderam que os triângulos tinham mesma área pelo fato de possuírem mesma base e altura. Quanto à comparação da área do quadrilátero com a área do triângulo, os alunos disseram que o triângulo ABC era formado por dois triângulos que eram equivalentes aos triângulos que formavam o quadrilátero, mostrando que conseguiam visualizar a decomposição das figuras.

Quadro 25 - Análise de tarefa de construção de figuras equivalentes

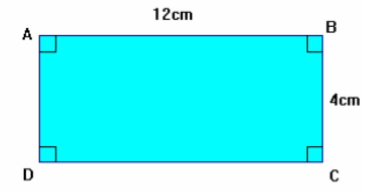
Secco (2007, p. 100 - 104)	Olhar:	Inventor e Construtor
a) Abrir o arquivo *quadrilátero.fig* e construir um triângulo equivalente (mesma área) ao quadrilátero dado. b) Utilizar o menu *área* e obter a área do quadrilátero dado e do triângulo construído. 	Apreensão:	Operatória, Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural e Figural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Essa tarefa e outras três similares requerem a operação de reconfiguração intermediária, pois o aluno deve ser capaz de criar figuras diferentes das dadas, que tenham a mesma área.

Secco (2007) afirmou que os alunos tiveram muita dificuldade em transformar um pentágono em um triângulo, isso pode ser justificado em Duval (2004), pois a desconstrução dimensional é um processo complexo para o aluno.

Quadro 26 - Análise de tarefa para cálculo de área

<table>
<tr><td>Secco (2007, p. 109)</td><td>Olhar:</td><td>Agrimensor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Determine a área do retângulo abaixo.

</td><td>Apreensão:</td><td>Perceptiva e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Figura Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Numérico</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Essa tarefa e mais outras seis pertenceram ao Bloco 3 de Secco (2007). A maioria dos alunos resolveu corretamente essa tarefa, eles multiplicaram base e altura e obtiveram o valor da área. No entanto, Secco (2007) não descreveu os erros dos alunos que não conseguiram resolver a tarefa.

Todas as tarefas requerem um olhar inventor, pois os alunos mesmo que inconscientemente irão decompor as figuras afim de calcular suas áreas, uma vez que Secco (2007) desenvolveu seu trabalho com esse objetivo para neste momento de sua pesquisa, formalizar as fórmulas de área.

Segundo Secco (2007), quanto a área do paralelogramo os alunos evidenciaram a decomposição, comentando que o paralelogramo poderia ser visto como a formação de dois triângulos, mostrando aqui a reconfiguração intermediária e modificação mereológica e para a área do losango fizeram um retângulo externo a figura, que tinha seus lados sobreposto aos vértices do losango e assim, calcularam a área do losango como sendo a metade da área do retângulo.

Secco (2007) afirmou que com relação ao trapézio alguns alunos apresentaram dificuldades, não conseguiram decompor o trapézio para chegar ao cálculo da área, evidenciando fragilidade quanto a modificação mereológica e reconfiguração intermediária, uma das justificativas de Secco (2007) foi que com o trapézio não havia sido desenvolvida tarefa no software, diferente das outras figuras que foram trabalhadas em ambiente distintos.

Aqui pode-se comentar sobre a importância evidenciada por Duval (2011), a qual o professor deve apresentar ao aluno os objetos matemáticos por meio de suas variadas representações, pois não temos acesso direto aos objetos matemáticos, mas sim por meio de suas representações, que não podem ser confundidas com o objeto representado.

Esse mesmo tipo de tarefa também apareceu em Teles (2007), Santos (2008), Machado (2011), Fusiger (2015), Boiago (2015), Santos (2008), Silva (2016b) e Bessa (2015).

As tarefas não apresentam complexidade, no entanto Teles (2007) teve cerca de 6% dos alunos errando a área do retângulo e cerca de 10% dos alunos errando o perímetro. Esses erros foram identificados como uso inadequado de fórmulas, para o caso da área, alguns alunos utilizaram fórmula da área de triângulo, outros de paralelogramo, alguns ainda multiplicaram todos os lados, mostrando um pensamento mecânico.

Quanto ao perímetro, Teles (2007) afirmou que alguns alunos somaram apenas dois lados do retângulo, mostrando a dificuldade segundo Duval (2012b), em olhar para a figura além do que ela mostra, ou seja, se estão marcados apenas dois lados do retângulo, o aluno conhecendo as propriedades deste, saberá que os lados paralelos têm a mesma medida.

Outros alunos, segundo Teles (2007) aplicaram a fórmula de área do triângulo e dos que acertaram, na grande maioria apresentaram a justificativa do perímetro como sendo: a soma de todos os lados.

Teles ainda afirmou que a tarefa em que os alunos mais erraram foi a do paralelogramo, mostrando que os alunos não conseguiram percebê-lo por meio da reconfiguração intermediária como sendo equivalente a um retângulo, figura da qual a maioria dos alunos conseguiu calcular a área.

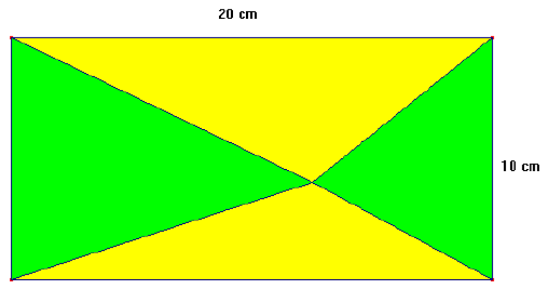
Quanto a Santos (2008) que teve como pesquisa avaliar a formação de professores, apresentou sua tarefa à eles que comentaram bastar realizar a aplicação de fórmulas a partir da apresentação do registro figural, pois é bastante comum no estudo das noções de área e perímetro, não dependendo de grandes mobilizações de conhecimentos por parte dos educandos.

No entanto vale uma reflexão se essa afirmação é condizente, uma vez que por exemplo, para cálculo da área do triângulo é necessário o aluno mobilizar conhecimento para compreender que ela é a metade da área do retângulo.

Sobre a tarefa de Machado (2011), ele apenas comentou que fez parte do teste inicial, mas não escreveu sobre a resolução dos alunos, o que poderia ajudar na análise mais completa da tarefa.

As tarefas de Boiago (2015) foram desenvolvidas no pré-teste e a maioria dos alunos conseguiu satisfatoriamente calcular a área do quadrado, quanto ao triângulo poucos alunos conseguiram determinar sua área, uma vez que a altura não estava evidente, necessitaram encontrá-la e o processo foi unânime, utilizaram o Teorema de Pitágoras ou Seno de 60º, com relação as outras figuras, alguns alunos conseguiram encontrar a área, usando a decomposição das figuras.

Quadro 27 - Análise de tarefa de comparação de área

<table>
<tr><td>Secco (2007, p. 115)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Escolhendo um ponto qualquer no interior de um retângulo, depois unindo esse ponto a cada um dos vértices do retângulo, formamos quatro triângulos, como mostra a figura abaixo.


É possível afirmar que a área da região amarela é igual à área da região verde? Prove.</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Demonstração</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural, Natural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Natural, Numérico, Algébrico e Figural</td></tr>
</table>

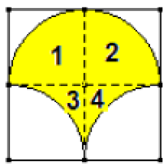
Fonte: a autora

Nesta tarefa o aluno pode resolver de maneiras distintas, utilizando meio algébrico para comparar as áreas ou apenas pelo desenho, traçando segmentos pertinentes.

Quando o aluno utiliza apenas a figura para resolver essa tarefa, a resolução vai ao encontro ao que Duval afirma sobre apreensão operatória, nesse sentido o aluno necessita realizar traços afim de comparar as subfiguras.

Secco (2007) afirmou que essa tarefa foi complexa para os alunos, mas que obteve bons resultados. Uma das duplas iniciou a resolução de forma algébrica, nomeando as alturas dos quatro triângulos, no entanto, percebeu que ao traças as alturas dos triângulos, dividiu o retângulo em outros quatro retângulos que eram formados por dois triângulos (verde e amarelo) e assim, concluiu que as áreas verde e amarela eram iguais.

Quadro 28 - Análise de tarefa com figura irregular

Secco (2007, p. 120)	Olhar:	Inventor
Qual é a área da figura pintada contida no quadrado de lado 6cm? 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Numérico e Figural

Fonte: a autora

Secco (2007) afirmou que os alunos não tiveram dificuldade, rapidamente realizaram a decomposição da figura, juntando as partes 1 e 3, 2 e 4, mostrando além da reconfiguração intermediária a modificação posicional, uma vez que é necessário rotacionar a parte 3, por exemplo, para fixar na parte em branco ao lado da parte 1.

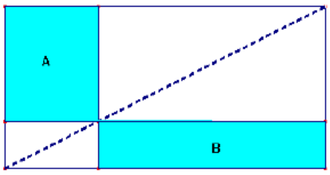
Em Nunes (2007) também apareceu tarefas similares, seja para calcular a área de um semicírculo, ou identificar que para a área pedida era necessário desconsiderar a área que não interessava.

Segundo Nunes (2007), o procedimento utilizado para calcular a área de uma quadra de futebol sem o círculo central, foi calcular a área do retângulo e subtrair a área do círculo, procedimento igual utilizado pelos alunos de Luzetti (2013).

Nunes (2007) comentou que os alunos tiveram dificuldade para enxergar a decomposição das figuras, ou seja, identificar em uma tarefa, o triângulo e o ¼ do círculo. Dificuldade que pode ser justificada em Duval (2012b) ao afirmar que os alunos sentem dificuldade quando os elementos figurais coincidem em mais de uma figura.

Quadro 29 - Análise de tarefa de comparação de área

Secco (2007, p. 121)	Olhar:	Inventor

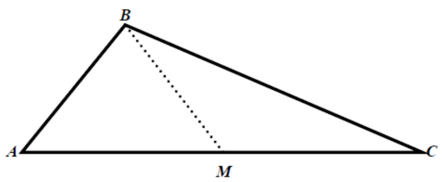
<table>
<tr><td rowspan="4">O segmento hachurado é a diagonal do retângulo. Sabendo que a diagonal de um retângulo divide o mesmo em dois triângulos idênticos e a área do retângulo A é 5 cm², obtenha a área do retângulo B:
</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural, Numérico e Figural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Essa mesma tarefa está no livro de Duval (2004, p. 178), ela requer a reconfiguração intermediária afim de comparar as áreas e chegar à conclusão de que o retângulo A tem a mesma área do retângulo B.

Secco (2007) afirmou que os alunos não tiveram dificuldade para resolver essa tarefa, conseguiram identificar triângulos com áreas iguais e rapidamente perceberam a congruência entre os retângulos.

Quadro 30 - Análise de tarefa que compara áreas

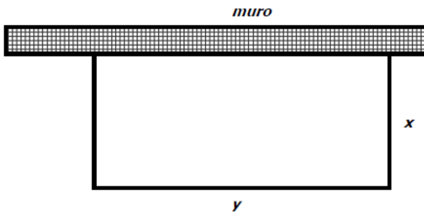
<table>
<tr><td>Teles (2007, p. 281)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">O segmento BM é a mediana do triângulo ABC, relativo ao vértice B. Compare as áreas dos triângulos ABM e BMC.
</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística e Demonstração</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Para resolver essa tarefa o aluno necessita ter assimilado os conceitos de mediana, ou seja, realizar a reconfiguração intermediária, afim de enxergar o segmento AC como sendo a junção dos segmentos AM e MC, dos quais são congruentes. Além disso, precisa conhecer como se calcula a área de triângulo e novamente dispor da reconfiguração intermediária, para identificar que triângulos que tenham respectivamente altura e base iguais, terão mesma área, enxergando assim, figuras equivalentes.

Segundo Teles (2007) essa tarefa cerca de 42% dos alunos conseguiram resolvê-la. Dos erros cometido, Nunes (2007) exemplifica um, ao qual o aluno recorreu a valores numéricos, ou seja, atribuiu valores numéricos para os lados do triângulo e a mediana e no cálculo da área dos triângulos desenvolveu a soma dos lados, mostrando confusão entre área e perímetro.

Quadro 31 - Análise de tarefa relacionando área e perímetro

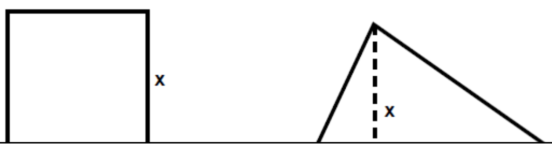
Teles (2007, p. 282)	Olhar:	Agrimensor
Dona Rosa adora flores e deseja fazer um canteiro retangular aproveitando um muro existente em seu terreno. Ela ainda não sabe quais serão as dimensões do canteiro, mas quer aproveitar todos os 20 metros de tela que tem para cercá-lo.  Dona Rosa quer que o canteiro tenha a maior área possível usando os 20 metros de tela. Qual será essa área? Quanto medirão o comprimento e a largura nesse caso?	Apreensão:	Discursiva e Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Figural, Algébrico, Numérico e Natural
	Resolução:	Algébria e Numérica

Fonte: a autora

Teles (2007) apresentou a resolução de um aluno que recorreu ao procedimento numérico, por tentativa e erro, comparando os valores de forma correta, outro aluno confundiu perímetro e área, uma vez que afirmou que os lados do canteiro deveriam medir 5 cm e 4 cm e apresentou o desenho multiplicando os lados, no entanto o valor de 20 cm era relacionado ao perímetro do canteiro e não a área.

Teles (2007) afirmou que mais da metade dos alunos não utilizaram a álgebra para resolver a tarefa, recorreram aos valores numéricos e muitos destes, fatoraram o número 20, com o objetivo de encontrar possíveis multiplicações que dariam a maior área do canteiro.

Quadro 32 - Análise de tarefa com figuras diferentes e áreas iguais

Teles (2007, p. 284)	Olhar:	Agrimensor
Ache o valor de x para que o triângulo e o quadrado tenham a mesma área. 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de	Heurística

	problema):	
	Enunciado:	Figural, Natural, Numérico e Algébrico
	Resolução:	Numérica e Figural

Fonte: a autora

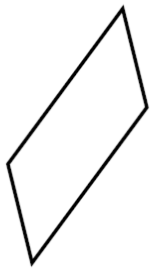
Teles (2007) afirmou que menos da metade dos alunos conseguiu resolver a questão e apenas apresentou as resoluções dos alunos que acertaram, ambos escreveram por meio da fórmula da área do quadrado e do triângulo a expressão da área e igualaram as duas expressões e resolveram a equação.

Nessa tarefa o aluno poderia ter resolvido sem recorrer a equação, precisando da compreensão de que o quadrado tem o dobro da área do triângulo, para então concluir que o valor x deve ser a metade do valor da base, pois para que as áreas sejam iguais, a altura ou a base do triângulo deve medir o dobro do lado do quadrado, mas, como a altura do triângulo é igual ao lado do quadrado, resta para a base ser o dobro, chegando a conclusão de que o valor de x é 3 cm.

Esse raciocínio tem um custo cognitivo alto, pois o aluno necessita realizar a desconstrução dimensional, partir da dimensão 2 para a dimensão 1 e Duval (2004) afirma que no registro das figuras há predominância perceptiva das unidades de dimensão 2 sobre as de dimensão inferior.

Novamente essa tarefa requer a reconfiguração intermediária, pela necessidade de comparar a área de figuras com formatos diferentes.

Quadro 33 - Análise de tarefa com figura sem medidas aparentes

<table>
<tr><td>Teles (2007, p. 286)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Observe o paralelogramo abaixo:

a) Com uma régua, meça os comprimentos necessários para calcular a área do paralelogramo e registre os dados coletados na figura.
b) Qual a área aproximada até milímetros do paralelogramo? Justifique sua resposta</td><td>Apreensão:</td><td>Discursiva e Operatória</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

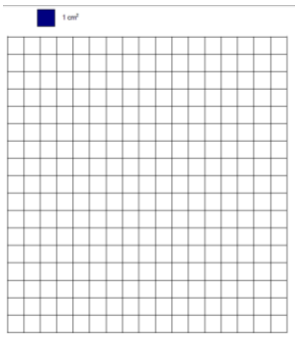
Segundo Teles (2007), cerca de 37% dos alunos conseguiram realizar as medições solicitadas no item a, mas apenas 22% dos alunos calcularam a área do paralelogramo.

Conforme Teles (2007), alguns alunos realizaram a multiplicação de dois dos valores dos lados do paralelogramo para encontrar a área. Essa confusão em utilizar o lado do paralelogramo no lugar da altura também foi comentada por Secco (2007).

Duval (2012b), afirmar que muitas vezes para resolver uma questão é necessário identificar elementos que vão além do que a figura mostra e isso ocorre com a altura do paralelogramo que não está evidente na tarefa.

Outro aluno marcou na figura a altura do paralelogramo, evidenciando o raciocínio de decomposição, no entanto, calculou a área como o aluno anterior, multiplicando os dois lados da figura, assim, pode-se deduzir que ele considerou a altura igual a medida do lado.

Quadro 34 - Análise de tarefa na malha quadriculada

<table>
<tr><td>Teles (2007, p. 290)</td><td>Olhar:</td><td>Construtor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Desenhe no papel quadriculado cinco triângulos diferentes, de maneira que cada um deles tenha 6 cm² de área.
</td><td>Apreensão:</td><td>Sequencial e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Construção Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Segundo Teles (2007), apenas 35% dos alunos resolveram corretamente a tarefa. Dos que erraram, Teles argumentou (2007) que alguns alunos fizeram triângulos iguais, apenas realizaram a modificação posicional, mostrando assim, incompreensão sobre as propriedades de triângulo, uma vez que a figura é a mesma independente da sua posição.

Conforme Teles (2007), outro erro cometido pelos alunos foi o fato de fixarem um lado ou altura do triângulo com medida 6 cm, mas que a área não correspondia ao pedido, também deram indício de ter realizado a multiplicação de base por altura, mostrando confusão entre a área do retângulo com o triângulo, desconhecendo que a área do triângulo é a metade da área do retângulo.

Nessa tarefa o aluno necessita compreender sobre as unidades figurais constituintes da figura, pois no enunciado é dado informações de dimensão 2 e o aluno ao construir uma figura, necessita partir de unidades de dimensão1. Além disso, ele precisa entender sobre as propriedades do triângulo, bem como, saber o processo de cálculo da área de um triângulo.

Quadro 35 - Análise de tarefa envolvendo área e perímetro

Teles (2007, p. 291)	Olhar:	Construtor
De uma folha de papel retangular de 30 cm por 20 cm são retirados, de seus quatro cantos, quadrados de lado **x**. a) Determine a expressão que indica a área da parte que sobrou em função de x; b) Qual o valor de x para que a área restante seja igual a 200 cm^2?	Apreensão:	Sequencial, Discursiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural, Algébrico e Numérico
	Resolução:	Figural, Numérica e Algébrica

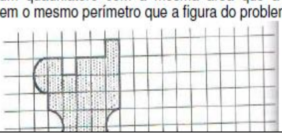
Fonte: a autora

Segundo Teles (2007), menos de 30% dos alunos conseguiram resolver o que se pedia, todos os alunos recorreram ao uso da figura para resolver a tarefa e apenas dois alunos apresentaram a linguagem funcional.

Nesse tipo de tarefa é exigida a modificação mereológica, para estabelecer relações da parte com o todo, pois o aluno precisa verificar que a área procurada será o retângulo menos a área dos quadrados retirados.

Os alunos recorrem a figura para exemplificar o que se pede e por facilitar a resolução, pois o apelo visual é importante para o ensino e aprendizagem da geometria.

Quadro 36 - Análise de tarefa na malha quadriculada com comparação de figuras

Santos (2008, p. 139)	Olhar:	Inventor
Construir um quadrilátero com a mesma área que a superfície hachurada. O retângulo que você construiu tem o mesmo perímetro que a figura do problema? Justifique sua resposta. 	Apreensão:	Operatória, Sequencial e Discursiva
	Conexão de	Construção

	apreensões (tipo de problema):	Geométrica
	Enunciado:	Discursivo e figural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Santos (2008) buscou identificar os conhecimentos didáticos dos professores com relação a essa tarefa. Os professores afirmaram que essa tarefa se apresentava de forma fácil, uma vez que a figura era dada e ladrilhada, no entanto, Santos (2008) fez uma reflexão sobre o real nível de facilidade da tarefa, elencando a apreensão perceptiva abordada por Duval (2012b), pois a figura nem sempre mostra tudo do que precisamos para resolver um problema.

Essa tarefa também exige operações de reconfiguração intermediária e posicional, pois para encontrar um quadrilátero equivalente a figura dada, serão necessários recortes e mudanças de posição de algumas partes.

Quadro 37 - Análise de tarefa com enunciado apenas escrito

Santos (2008, p. 139)	Olhar:	Construtor
Dois retângulos R_1 e R_2 são tais que: a medida da base de R_1 é o dobro da medida da base de R_2; a medida da altura de R_1 é a metade da medida de R_2. Nessas condições é correto afirmar que: A área de R_1 é igual a área de R_2? O perímetro de R_1 é igual ao perímetro de R_2? Justifique sua resposta.	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Figural e Algébrica

Fonte: a autora

O trabalho de Santos (2008) foi desenvolvido com um grupo de professores sobre seus conhecimentos didáticos para o ensino de área e perímetro.

Segundo Santos (2008) os professores afirmaram que esse tipo de questão não é muito trabalhado em sala de aula, devido seu nível de dificuldade e caracterizaram ser um tipo de tarefa à qual os alunos têm dificuldade para resolver, pois ela requer a mobilização de registros de representação diferentes, o registro em língua natural e o registro algébrico.

Pode-se refletir que essa tarefa possui custos cognitivos altos, o aluno precisa transitar por registros diferentes e estabelecer relações para área e perímetro. Além disso ele precisa dispor de conhecimentos dos quais ao dobrar o valor dos lados do retângulo (dimensão 1) irá quadruplicar a área (dimensão 2), exigindo a modificação ótica, fato que não é tão facilmente assimilado pelos alunos.

Isso foi percebido na resolução de alguns alunos de Ferreira (2016) ao afirmarem que a área do novo trapézio seria o dobro da área do primeiro.

Quadro 38 - Análise de tarefa sobre área

Santos (2008, p. 140)	Olhar:	Agrimensor, Inventor e Construtor
Um quadro tem forma retangular de dimensões externas 80x50cm. A moldura tem uma largura x uniforme. Calcule a largura, sabendo que a área da região interna a moldura é 2800 cm^2.	Apreensão:	Discursiva e Operatória
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural, Algébrica e Numérica

Fonte: a autora

Segundo Santos (2008) os professores afirmaram que essa tarefa não é recorrente no ambiente escolar e foi considerada uma questão difícil.

Para o aluno resolvê-la necessitará transitar entre registros diferentes e recorrer a figura. A modificação mereológica será exigida, pois o aluno deverá realizar traços e estabelecer relações entre parte e todo.

Quadro 39 - Análise de tarefa sobre área

Santos (2008, p. 140)	Olhar:	Agrimensor, Inventor e Construtor
Dizer que uma tela de televisão tem 20 polegadas significa dizer que a diagonal da tela mede 20 polegadas. Quantas telas de televisão de 20 polegadas cabem numa de 60 polegadas?	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de	Figura

	apreensões (tipo de problema):	Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Segundo Santos (2008) os professores comentaram que nessa tarefa os alunos não teriam muita dificuldade, no entanto Santos (2008) afirma que o grau de dificuldade nessa tarefa é grande.

Essa dificuldade pode ser justificada em Duval (2004) ao tratar da desconstrução dimensional, uma vez que o valor de dimensão 1 é triplicado, mas o valor da dimensão 2 não é triplicado, mas, aumenta nove vezes, o quadrado do que aumenta na dimensão 1 e isso não é fácil de perceber.

Outro ponto que aumenta a dificuldade segundo Santos (2008) é o uso de uma unidade de medida não usual por parte dos alunos e vale ressaltar que o uso da figura pode ajudar na resolução da tarefa, mas não há necessidade de desenhá-la.

Quadro 40 - Análise de tarefa sobre perímetro

Melo (2009, p. 131)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
Desenhar um quadrado, cujo perímetro seja seis vezes maior que o comprimento do segmento de reta a, desenhado abaixo: A	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Resolução:	Figural e numérico

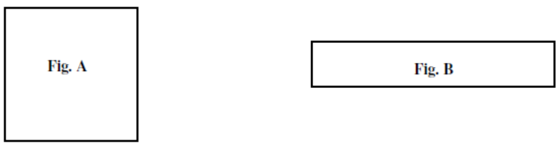
Fonte: a autora

Melo (2009) desenvolveu essa tarefa e outra similar com alunos de 4º ano e 5º ano, a porcentagem de acerto nas duas turmas foi a mesma, cerca de 42% dos alunos resolveram corretamente a primeira tarefa. Melo (2009) salientou que os alunos que utilizaram barbante resolveram corretamente, já os que usaram a régua não conseguiram resolver corretamente o que se pedia.

Esse tipo de tarefa se mostra complexa devido a desconstrução dimensional, pois Duval (2004), afirma que os alunos percebem com mais facilidade a unidade figural de dimensão 2 comparada a dimensões menores. O aluno necessita compreender as propriedades do quadrado para ter um bom desempenho também.

Já a segunda tarefa, o índice de acertos aumentou, segundo Melo (2009), cerca de 86% dos alunos conseguiram resolvê-la corretamente. O índice aumentou, podendo ser justificado pela familiaridade do aluno com a tarefa, pois a anterior era muito parecida.

Quadro 41 - Análise de tarefa sobre comparação de área

<table>
<tr><td>Ferreira (2010, p. 155)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor e Agrimensor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Rosa foi a uma loja de móveis escolher um tampo de mesa. Ao chegar à loja ficou surpresa com a variedade das formas encontradas.
Ajude Rosa a escolher o maior tampo de mesa, explicando como você fez em cada caso.
a)

</td><td>Apreensão:</td><td>Discursiva e Operatória</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural</td></tr>
</table>

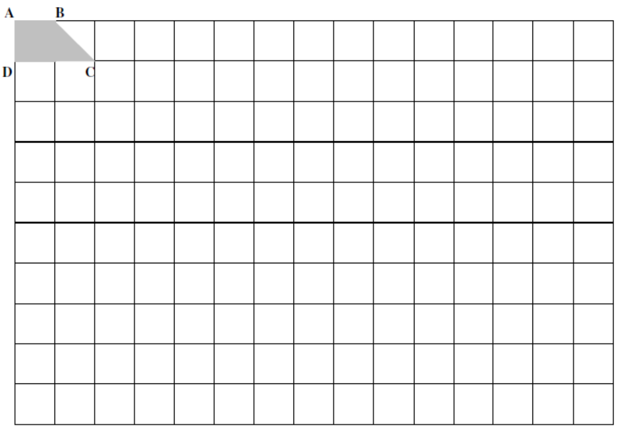
Fonte: a autora

Essa tarefa fez parte da sondagem de Ferreira (2010), ela pode constatar que os alunos realizaram resoluções distintas. Segundo Ferreira (2010), mais da metade dos alunos compararam os perímetros das figuras, mostrando confusão entre os conceitos de perímetro e área, pois disseram que aumentando o perímetro a área também aumentava.

Alguns dos alunos que olharam para a grandeza de área, realizaram sobreposição das figuras, mostrando a presença da reconfiguração intermediária, afim de modificar uma figura para comparar sua área com a área da outra figura.

Ferreira (2010) afirmou que alguns alunos recorreram ao uso de fórmulas para as figuras conhecidas, no entanto ao se depararem com as figuras ovais, circulares e triangulares não conseguiram mais utilizá-las, recorrendo ao recobrimento da figura por unidades de área (quadradinhos) e realizando compensação, uma vez que haviam outras duas tarefas semelhantes a essa, mas com figuras diferentes.

Quadro 42 - Análise de tarefa de comparação de perímetro e área na malha quadriculada

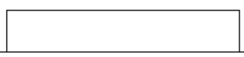
Ferreira (2010, p. 157)	Olhar:	Construtor e Agrimensor
Desenhe na malha quadriculada três figuras que tenham, cada uma, o dobro da área da figura ABCD.  **Nomeie as figuras que você desenhou: X, Y e Z.** Os perímetros das figuras X, Y e Z são iguais? Em caso afirmativo, justifique sua resposta. Caso contrário, qual a figura que tem maior perímetro? Explique como você chegou a essa conclusão.	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Figural e Natural
	Resolução:	Figural e Natural

Fonte: a autora

Segundo Ferreira (2010) menos da metade dos alunos conseguiram realizar essa tarefa, a dificuldade recorrente foi dobrar o tamanho dos lados da figura dada para criar a figura nova, ou seja, os alunos não tinham assimilado o conceito de área e compreendido que a área se trata de dimensão 2 e não de dimensão 1 como o caso do lado da figura (perímetro).

Outros alunos que conseguiram construir a figura com o dobro de área, realizaram a modificação posicional para concluir a tarefa, fazendo as três figuras, isso mostra que esses alunos não compreenderam que uma figura continua sendo a mesma se mudarmos ela de posição.

Quadro 43 - Análise de tarefa de comparação de área

Ferreira (2010, p. 163)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
Observe este retângulo A abaixo, com os lados de medidas 4cm e 6cm. 	Apreensão:	Discursiva e Sequencial

b) Desenhe uma superfície com área menor que a de A e o perímetro maior que o de A. Justifique sua resposta. c) Desenhe um retângulo com área menor que a de A. Justifique sua resposta. d) Desenhe um retângulo com mesma área que A e de perímetro maior que o de A. Justifique sua resposta. e) Desenhe um retângulo com mesmo perímetro que o de A e de área menor que o de A. Justifique sua resposta. f) Desenhe um retângulo com área menor que a de A e de perímetro maior que o de A? Justifique sua resposta.	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Figual, Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Natural

Fonte: a autora

Segundo Ferreira (2010) a maioria dos alunos conseguiu resolver essa tarefa, no entanto, alguns deles confundiram as unidades de medida para área, deixando-as na dimensão 1, por exemplo 2 cm em vez de 2 cm^2. Ferreira (2010) também afirmou que todos os alunos que fizera a tarefa, desenharam retângulos.

Esse tipo de tarefa é interessante por enfatizar a dissociação entre área e perímetro que muitas vezes é confundida pelos alunos, pois nessa questão os alunos podem perceber que figuras com mesma área possuem perímetros diferentes.

Aqui também se faz presente a desconstrução dimensional.

Quadro 44 - Análise de tarefa sobre área com enunciado apenas escrito

Machado (2011, p. 80)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
Situação hipotética da semi-realidade: *A diretora da escola pretende utilizar uma área de 39 metros quadrados para o plantio de hortaliças que serão usadas como complemento da merenda escolar. Precisa cercar a horta em volta com placas de cimento, deixando apenas duas entradas de 50 cm. Cada placa tem um metro de comprimento. Como devem ficar as medidas dos lados da horta de forma a ter mais economia de placas, sem quebrar placas, em formato retangular? Quantas placas serão necessárias?*	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérico

Fonte: a autora

Segundo Machado (2011) alguns alunos tiveram dificuldade para resolver a tarefa, alguns alegando que não dava para construir um retângulo a partir de sua área, deixando evidente o que Duval (2011, p. 94) afirma, “a percepção visual impõe sistematicamente o reconhecimento de unidades figuras 2D contra todo reconhecimento de unidade figurais 1D”.

Machado (2011) também afirmou que dos alunos que fizeram corretamente a tarefa, todos utilizaram comandos do Geogebra de arrastar, utilizando a estratégia de tentativa e erro até chegarem na figura de menor perímetro com área de 39 m^2.

Outra dificuldade dos alunos, segundo Machado (2011) foi quanto a transformação de centímetros em metros, para perceber que as duas aberturas da horta corresponderiam a uma placa de 1m a menos na resposta final da segunda indagação. Isso mostra um olhar agrimensor não desenvolvido nestes alunos e que é importante a resolução dessa tarefa.

Quadro 45 - Análise de tarefa envolvendo área e perímetro

Machado (2011, p. 84)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
Situação contextual: *Como organizar um triângulo em volta de um quadrado de uma unidade, de forma que o triângulo tenha o menor perímetro e menor área possível?*	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Figural

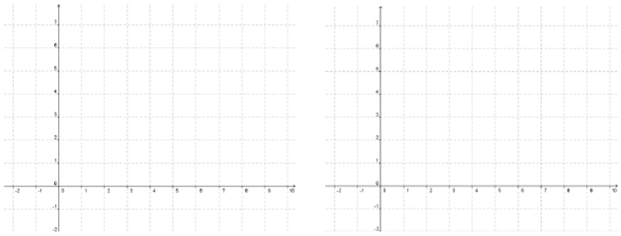
Fonte: a autora

Segundo Machado (2011) os alunos não tiveram dificuldade nessa tarefa, uma vez que utilizaram os comandos de mover do software durante a resolução até chegarem no que se pedia.

Nessa atividade seria interessante se o pesquisador tivesse trabalhado mais detalhadamente com os alunos sobre a dissociação entre área e perímetro, mostrando que figuras com área menor podem ter perímetro maior ou vice e versa e também, figuras com áreas iguais podem ter perímetros diferentes, pois esse tipo de confusão é recorrente entre os alunos, como á foi possível de perceber durante a análise das tarefas anteriores.

Quadro 46 - Análise de tarefa comparando área e perímetro

Machado (2011, p. 159)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e

		Inventor
9) Use os quadriculados abaixo. Construa, no primeiro, uma figura retangular de perímetro 14 centímetros e, no segundo, outro de área 6 centímetros quadrados em formato diferente. Utilize cada quadrinho como sendo 1 cm de lado. Calcule a área do primeiro retângulo e o perímetro do segundo retângulo. Escreva suas conclusões, comparando os resultados do perímetro e área das duas figuras.________ 	Apreensão:	Sequencial e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Figural, Numérico e Natural
	Resolução:	Figural e Numérica

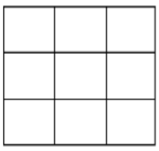
Fonte: a autora

Segundo Machado (2011) essa tarefa fez parte do teste inicial, para verificar qual o conhecimento dos alunos sobre área e perímetro, no entanto o pesquisador não descreve a resolução dos alunos o que ajudaria na análise.

Essa tarefa é similar a anterior, no entanto, aqui o aluno necessitará antes de calcular a área e o perímetro, construir as figuras. Mas, no momento de determinar a área, por exemplo, as atividades requeridas são as mesmas da tarefa acima.

Nessa tarefa há congruência semântica entre o enunciado e a figura que o aluno precisará fazer, sendo assim, não há dificuldade para o aluno, desde que ele saiba as propriedades do retângulo e o conceito de área e perímetro. Além disso, essa tarefa proporciona a dissociação entre área e perímetro, dificuldade recorrente como já citado.

Quadro 47 - Análise de tarefa sobre área

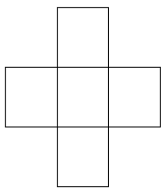
Santos (2011, p. 55)	Olhar:	Agrimensor
Vivian recortou 9 quadrados de cores diferentes para fazer uma face de uma almofada, na forma da figura ao lado. Se cada lado do quadrado mede 6 cm, a área total desta face da almofada é igual a ■ (A) 144 cm^2 ■ (B) 216 cm^2 ■ (C) 274 cm^2 ■ **(D) 324 cm^2** 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heursístico
	Enunciado:	Figural, Numérico e Natural
	Resolução:	Figural e Numérico

Fonte: a autora

Segundo Santos (2011), apenas 21% dos alunos resolveram corretamente a tarefa. Dos que erraram, alguns alunos multiplicaram o perímetro de um quadrado (24 cm) pelo lado do quadrado (6 cm), obtendo 144 cm^2. Outro aluno multiplicou o perímetro da almofada (72 cm) por dois. Outra resolução que mais se aproxima da correta, foi que um aluno multiplicou o perímetro do quadrado (24 cm) pelo número de quadrados (9), aqui o aluno fez confusão entre área e perímetro, mas parece ter compreendido que a almofada foi decomposta em nove quadrados, demonstrando que percebeu a modificação mereológica na situação, relacionando a parte com o todo.

Segundo Santos (2011) dos alunos que acertaram, foi possível identificar duas estratégias diferentes, a primeira eles calcularam a área de um quadrado e multiplicaram pela quantidade de quadrados que formavam a almofada e a segunda eles calcularam a área da almofada, pois conseguiram identificá-la como um quadrado de lado 18 cm.

Quadro 48 - Análise de tarefa sobre perímetro

<table>
<tr><td>Santos (2011, p. 56)</td><td>Olhar:</td><td>Agrimensor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">A figura ao lado representa o salão de festa de um clube formado por quadrados de lados iguais a 6m.
Para reformar esse espaço, o orçamento do trabalho de um pedreiro depende do valor do perímetro e da área do salão.
Assinale a alternativa que mostra corretamente, e nesta ordem, as medidas do perímetro, em metros, e da área, em metros quadrados.
■ (A) 36 e 180
■ (B) 72 e 180
■ (C) 48 e 30
■ (D) 72 e 36
</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural, Natural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérico</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Segundo Santos (2011) o índice de acertos foi menor do que na tarefa anterior, baixou para 16%. Uma das possíveis justificativas para essa diferença seja por nessa tarefa a figura não ser convexa, mesmo sendo solicitado os mesmos conceitos que na tarefa anterior.

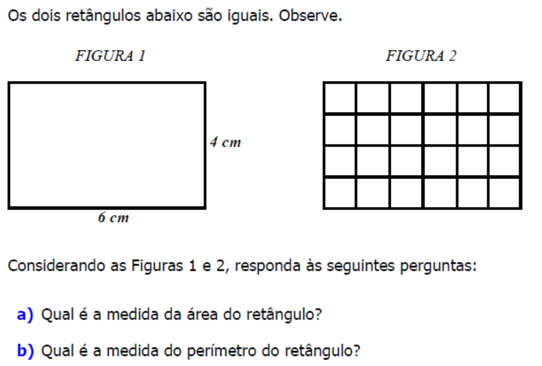
Alguns alunos, conforme Santos (2011) calcularam a área da figura corretamente, conseguiram identificara a composição desta, no entanto para o perímetro fizeram confusão, disseram que o perímetro correspondia a área de um quadrado.

Outros alunos segundo Santos (2011), calcularam o perímetro somando todos os lados dos quadrados e não perceberam o perímetro como sendo o contorno da figura formada pelos quadrados, uma vez que na figura está marcado esses lados.

Assim pode-se perceber que nem sempre o que aparece na figura precisa ser utilizado, pois "a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente" (DUVAL, 2012b, p. 120) e cabe ao aluno interpretar o que necessita e retirar as informações pertinentes.

Nessa tarefa é possível perceber nitidamente a importância do discurso atrelado a figura assegurado por Duval (2011), pois a apreensão perceptiva nos mostra que a figura é formada por retângulos, no entanto o discurso escrito vem afirmar que a figura é formada por quadrados, mostrando a necessidade de o aluno não se prender a percepção, mas buscar no discurso, seja falado ou escrito, as propriedades das figuras.

Quadro 49 - Análise de tarefa de comparação de área e perímetro

<table>
<tr><td>Henriques (2011, p. 76)</td><td>Olhar:</td><td>Agrimensor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">
</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurístico</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural, Numérico e Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

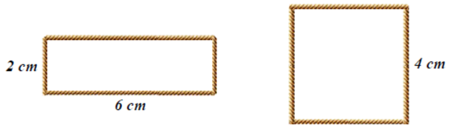
Fonte: a autora

Henriques (2011) afirmou que os alunos não tiveram muita dificuldade na resolução da tarefa, apenas comentou que de início alguns alunos não estavam acreditando que os retângulos eram iguais, pois não foi dada as medidas do segundo retângulo, fato que foi notado rapidamente após a intervenção de uma aluna ao dizer que no quadriculado as medidas eram as mesmas.

Apenas surgiram erros no cálculo do perímetro do retângulo, segundo Henriques (2011), alguns alunos apenas somaram as medidas dos lados que estavam marcados, esquecendo que lados paralelos de um retângulo possuem mesma medida, evidenciando o apelo puramente perceptivo, mas que necessita ir além da percepção para identificar elementos que não estão na evidenciados na figura.

Nessa tarefa está presente a modificação mereológica e consequentemente a reconfiguração intermediária, pois o aluno necessita perceber além do enunciado que realmente os dois retângulos são iguais. Além disso, notar a decomposição do primeiro retângulo em quadradinho no segundo retângulo.

Quadro 50 - Análise de tarefa de comparação de área e perímetro

Henriques (2011, p. 77)	Olhar:	Agrimensor
Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo. Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.  **a)** Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? **b)** Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?	Apreensão:	Discursiva e Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Figural, Numérico e Natural
	Resolução:	Numérica

Fonte: a autora

Essa é uma tarefa simples, apenas requer o cálculo de área e perímetro, sem a necessidade de decompor as figuras. Com ela o aluno é posto a ver que figuras com mesmo perímetro possuem áreas diferentes. Acima tiveram algumas tarefas similares a essa, porém com áreas iguais, mostrando perímetros diferentes.

Henriques (2011) afirmou que de início os alunos afirmaram que as áreas seriam diferentes, pois a mesma quantidade de corda iria fazer as duas figuras. Ao realizarem os cálculos da área, perceberam a igualdade das áreas e compreenderam o que a tarefa tinha objetivo de passar.

Quadro 51 - Análise de tarefa com cálculo de área a partir de uma unidade de medida

Henriques (2011, p.78)	Olhar:	Inventor
Da forma que você achar melhor, utilize o quadrado vermelho para responder à	Apreensão:	Operatória

		e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Natural
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Henriques (2011) desenvolveu outra tarefa similar a esta, apenas a unidade de medida e a figura eram diferentes, segundo o pesquisador, os alunos não tiveram dificuldades, todos sobrepuseram na figura o quadrado e o triângulo da primeira e segunda tarefa respectivamente e fizeram marcações para contar quantos quadrados na primeira tarefa e quantos triângulos na segunda tarefa cobririam a figura. Uma aluna além de realizar a contagem dos quadrados, também calculou a área deste, para isso utilizou uma régua afim de determinar o lado do quadrado e conseguir realizar o cálculo, realizou o mesmo procedimento na segunda tarefa.

Em Araujo (2012) também apareceu tarefa parecida, no entanto ele não descreveu a resolução dos alunos, apenas comentou que estes alegaram gostar mais da tarefa que envolvia o Tangram, mostrando a importância do material concreto, defendido por Lorenzatto (2006).

O olhar exigido nestas tarefas é o inventor porque o aluno necessitará criar traços a figura a partir da unidade de área apresentada, exigindo novamente nessas tarefas a modificação mereológica para estabelecer relações da parte com o todo da figura, ou seja, descobrir quantas unidades de área cabem na figura.

Quadro 52 - Análise de tarefa envolvendo área e perímetro

Henriques (2011, p. 80)	Olhar:	Construtor
Um *outdoor* de uma propaganda publicitária foi construído com a forma de um retângulo com área de 104 m^2 e com um dos lados sendo 5 metros maior do que o outro. A agência de publicidade responsável pela propaganda decidiu colocar um revestimento de alumínio para contornar todo *outdoor*, o que lhe dá um melhor acabamento. Imagine que você trabalhe nesta agência e precisa calcular quantos metros de alumínio serão necessários para cobrir toda a borda	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões	Construção Geométrica

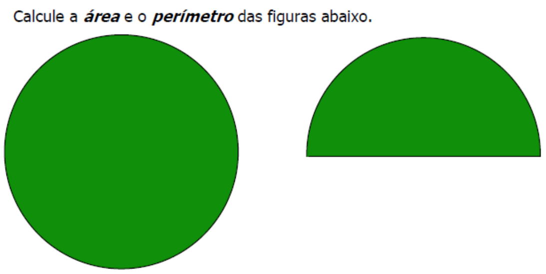
	(tipo de problema):	
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural, Numérico e Algébrico

Fonte: a autora

Segundo Henriques (2011), os alunos conseguiram algebrizar para resolver o que se pedia, utilizando a figura como suporte para a resolução também, no entanto identificou confusão entre área e perímetro, ou seja, uma aluna escreveu a área do retângulo como se fosse a adição dos dois lados. Outra aluna recaiu em uma equação do segundo grau, da qual não conseguiu resolver, porém seu raciocínio foi correto, ela buscava descobrir a medida da incógnita para descobrir quanto media o lado retângulo.

Para resolver essa tarefa o aluno transitou em diferentes registros de representação semiótica, necessitando dominar os tratamentos em todos e realizar as devidas conversões, o que concerne essa tarefa com um custo cognitivo alto.

Quadro 53 - Análise de tarefa com figuras sem medidas explícitas

Henriques (2011, p. 80)	Olhar:	Inventor
	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurístico
	Enunciado:	Figural
	Resolução:	Figural e Numérica

Segundo Henriques (2011) nessa tarefa não houve intervenção do pesquisador e no primeiro contato dos alunos com a questão, eles não tinham estratégias para resolver, vale ressaltar que os alunos dispunham de régua e esquadro.

Henriques (2011) afirmou que após conversarem entre eles, uma aluna sugeriu que fosse feito um quadrado ao redor do círculo, pois ela sabia calcular a área do quadrado, mostrando que estratégias estavam sendo traçadas a partir do que conhecia, além disso essa aluna enfatizou na figura que iria descontar quatro quadrados dos cantos excedentes ao círculo. Para o cálculo do perímetro o processo foi o mesmo. Com relação ao semicírculo os alunos dividiram ao meio a área, mostrando compreensão sobre propriedades do círculo.

Para a terceira figura, Henriques (2011) afirmou que os alunos realizaram a decomposição da figura, em um quadrado e quatro triângulos e realizaram as medições necessárias para calcular a área dessas figuras. Neste momento é evidenciado o domínio por parte dos alunos da modificação mereológica ao decompor a figura e a enxergar como sendo formada por partes.

Para a área da coroa circular, Henriques (2011) afirma que os alunos utilizam o mesmo procedimento para estimar a área, realizando a subtração do círculo maior pelo círculo menor.

Quadro 54 - Análise de tarefa de área a partir de uma unidade de medida

Nunes (2011, p. 177)	Olhar:	Construtor
1) Considerando que cada quadradinho do papel tenha 1 cm de lado, construa as figuras solicitadas a seguir e encontre uma maneira para determinar o valor da medida da área de cada uma delas sem precisar contar os quadradinhos um por um. a) Quadrado com 16 cm de lado (Figura 30). b) Retângulo com 12 cm de comprimento e 6 cm de altura. c) Retângulo com 21 cm de comprimento e 4 cm de altura. d) Retângulo com "b" de comprimento e "h" de altura.	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérico

Fonte: a autora

Para resolver essa tarefa Nunes entregou para cada aluno uma folha quadriculada.

Segundo Nunes (2011), foi necessária a intervenção do pesquisador para mostrar aos alunos que para saber a quantidade de quadradinhos internos a cada retângulo bastava multiplicar a quantidade de quadradinhos da base pela quantidade de linhas na altura, para que conseguissem generalizar no item d, concluindo que a área do retângulo seria base vezes altura.

Novamente tem-se a ideia de relacionar parte com o todo nessa tarefa, pois o aluno precisava identificar que o retângulo (todo) era formado por quadradinhos (partes).

Quadro 55 - Análise de tarefa sobre perímetro de circunferência

Reis (2012, p. 158 - 160)	Olhar:	Agrimensor
Use (pi) = 3,14 e determine o perímetro de uma circunferência quando a medida do raio é 10 cm.	Apreensão:	Discursiva e Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Segundo Reis (2011) essa tarefa e outras similares foram desenvolvidas com os alunos após uma abordagem histórica sobre círculo e circunferência e após ter sido trabalhado os conceitos de área e perímetro no software Geogebra.

Conforme Reis (2011) os alunos conseguiram desenvolver essas tarefas facilmente, apresentando cálculos e recorrendo a figura em cada situação.

Essas tarefas não tem um custo cognitivo alto, pois o aluno assimilando os conceitos de perímetro e área e compreendendo o que é o número pi, facilmente serão resolvidas.

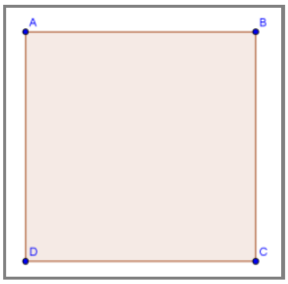
Reis (2011) afirmou que os alunos compreenderam a irracionalidade do número pi, pois em todos os exercícios eles completavam a resposta com o aproximadamente, mostrando os valores não eram exatos, devido a irracionalidade do número pi.

Por fim, para o aluno conseguir resolver a área do círculo da última tarefa, o pesquisador deduziu a fórmula da área com auxílio no Geogebra, utilizando aproximações por triângulos, decompondo o círculo em triângulos, evidenciando a modificação mereológica.

Em Luzetti (2013) também foram encontradas tarefas parecidas e foram desenvolvidas após a atividade que formalizou a área do círculo. Sendo assim, o objetivo era realizar o tratamento para que os alunos treinassem os conceitos aprendidos. A maioria dos alunos conseguiu resolver todas as tarefas facilmente.

No entanto, Luzetti (2013) afirmou que alguns alunos confundiram o comprimento da circunferência com a área do círculo. Mas no geral as tarefas cumpriram seu objetivo.

Quadro 56 - Análise de tarefa relacionando área e perímetro

Paulo (2012, p. 86)	Olhar:	Agrimensor
1.1- Dado o quadrado ABCD, com o auxílio de uma régua graduada, meça seu contorno e anote no espaço indicado. Contorno:- ------  1.2- Você poderia usar a régua graduada para medir o espaço interno do quadrado? Discuta sua resposta com as outras duplas. 1.3- Descreva uma maneira para medir o espaço interno do quadrado e exponha suas ideias. 1.4- Qual é o nome atribuído ao espaço interno e ao contorno da figura que você mediu?	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Figural e Natural
	Resolução:	Figural, Natural e Numérico

Fonte: a autora

Segundo Paulo (2012), das cinco duplas que realizaram a tarefa apenas uma mostrou confusão quanto a primeira solicitação, pois foi pedido para medir o contorno da figura com régua graduada e registrar, mas essa dupla registrou a medida de apenas um lado da figura.

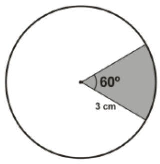
Na segunda solicitação, Paulo (2012) afirmou que apenas uma dupla evidenciou o motivo de não poder medir o espaço interno da figura, esta disse que com a régua só pode medir o perímetro, ou seja, essa dupla já tinha assimilado que a área 2D não poderia ser medida apenas por um instrumento que disponibiliza valores em 1D, que são necessários outros procedimentos.

Quanto ao terceiro tópico, Paulo (2012) percebeu duas maneiras diferentes de resolução, primeiramente alguns alunos simplesmente aplicaram a fórmula da área do quadrado esquecendo de evidenciar a unidade de medida, outro procedimento foi dividir o quadrado em quatro quadrados, mas a resposta da dupla foi errada, afirmou que a área daria 14, porque cada quadrado teria 3,5 de área, mas esse 3,5 correspondia a diagonal do quadrado.

Por fim, Paulo (2012) afirmou que os alunos conseguiram definir área e perímetro a partir da tarefa realizada.

A dupla que dividiu o quadrado apresentou indícios de decomposição e de modificação mereológica, mesmo que no final sua resposta foi dada incorretamente.

Quadro 57 - Análise de tarefa sobre área de círculo

Luzetti (2013, p. 67)	Olhar:	Agrimensor
h) Um *setor circular* é a parte de um círculo limitada por dois raios e um arco. Calcule a área do setor circular representado a seguir. 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Numérica

Fonte: a autora

Luzetti (2013) afirmou que apenas aproximadamente 19% dos alunos conseguiram resolver essa tarefa, no entanto não apresentou os erros e acertos cometidos pelos alunos, o que ajudaria na análise da tarefa.

Essa tarefa requer a modificação mereológica, pois o aluno necessita perceber que o setor circular é uma parte do todo e nesse exemplo corresponde a 1/6 do círculo, para poder encontrar a área solicitada.

Quadro 58 - Análise de tarefa envolvendo área e perímetro

Abreu (2014, p. 142)	Olhar:	Agrimensor
Atividade 7 – Uma sala tem formato retangular e seu comprimento mede o dobro de sua largura. Quais são respectivamente o comprimento e a largura desta sala sabendo que sua área é de 18m²?	Apreensão:	Discursiva e Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico
	Resolução:	Figural, Algébrica e Numérica

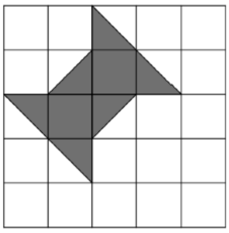
Fonte: a autora

Nessa tarefa o aluno pode resolver por pelo menos duas maneiras, utilizando expressões algébricas ou apenas de forma numérica. Se o aluno optar pela equação, deverá chamar um lado do retângulo de x, por exemplo, e o outro de 2x para efetuar a área do retângulo e igualar ao valor dado, descobrindo as medidas do lado e altura.

Se utilizar apenas a representação numérica, o aluno deve encontrar dois números que sejam, um o dobro do outro que a multiplicação dê 18 (área do retângulo).

Sendo assim, nessa tarefa o aluno mobilizará registros diferentes e para conseguir resolvê-la necessita saber calcular a área do retângulo.

Quadro 59 - Análise de tarefa sobre área

<table>
<tr><td>Santos (2015, p. 93)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">A figura mostra um quadrado dividido em 25 quadradinhos iguais. A área sombreada corresponde a que fração do quadrado?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{6}$</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Figural, Natural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

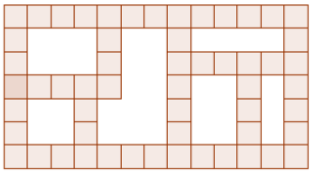
Fonte: a autora

Segundo Santos (2015) essa tarefa foi desenvolvida pelos alunos no pré-teste e pós-teste. No pré-teste, aproximadamente 36% dos alunos conseguiram resolver e no pós-teste, mais da metade dos alunos resolveu corretamente. Infelizmente Santos (2015) não descreveu quais foram os erros dos alunos, nem sobre a resolução dos que fizeram, o que enriqueceria a análise.

Esse tipo de tarefa já foi analisada acima, uma vez que há algumas similares a essa. O diferencial está na comparação da área da figura com a área do quadrado, nas outras tarefas era solicitado apenas para calcular a área da figura sombreada, por exemplo.

Quadro 60 - Análise de tarefa sobre área usando quadriculado

Fusiger (2015, p. 27-28)	Olhar:	Agrimensor

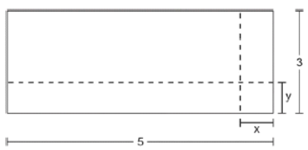
<table>
<tr><td rowspan="4">A figura a seguir representa um conjunto de 6 tanques de peixes ornamentais, em que os quadrados coloridos representam os azulejos que contornam as bordas dos tanques. O lado de cada quadrado mede 1 metro. Qual a área disponível para os peixes?

( ) 35 m²
( ) 32 m²
( ) 29 m²
( ) 31 m²
( ) 28 m²</td><td>Apreensão:</td><td>Discursiva e Operatória</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural, Figural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Numérica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Cerca 77% dos alunos conseguiu resolver corretamente essa tarefa conforme Fusiger (2015). Ela apresentou apenas um erro cometido pelos alunos, que não foi relacionado ao conceito de área, foi relacionada as operações básicas, erro nos cálculos de adição das áreas dos tanques, uma vez que o cálculo das áreas foi realizado corretamente.

Essa tarefa como em diversas outras dispõe da malha quadriculada para que o aluno encontre a área solicitada, o diferencial desta é que as figuras das quais buscou-se a área não estão quadriculadas, no entanto, sem muito esforço é possível enxergar além do que a figura mostra, os quadradinhos internos aos tanques, para realizar a contagem, determinando a área.

Quadro 61 - Análise de tarefa sobre área

<table>
<tr><td>Fusiger (2015, p. 28)</td><td>Olhar:</td><td>Agrimensor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(Enem -2012- prova amarela) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro, após ser lavado, é (5 – x) (3 – y).

Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:
( ) 2xy
( ) 15 – 3x
( ) 15 – 5y
( ) 5y – 3x
( ) 5y + 3x – xy (Mostre seus cálculos).</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heurístico</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural, Algébrico e Figural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Algébrica</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

Segundo Fusiger (2015) apenas 23% dos alunos conseguiu resolver essa tarefa, no entanto ela trouxe apenas um erro cometido pelos alunos, o aluno escreveu a área do tecido após a lavagem e não a área perdida do tecido, talvez tenha interpretado errado o que era para buscar, esse aluno também realizou cálculos incorretos da distributiva, multiplicação e jogo de sinal.

Nessa tarefa o aluno necessita novamente identificar a medida dos lados além do que a figura mostra, pois ao buscar a área da parte encolhida do tecido, irá estabelecer a área de retângulos, dos quais estão sobrepostos no retângulo de dimensões x e y, o que deve ser cuidado para não contar duas vezes essa área.

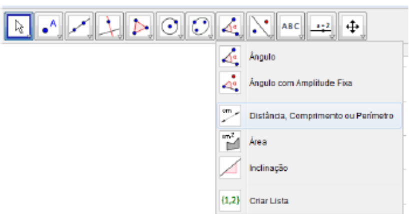
Tirando esse fator, a tarefa não exige um custo cognitivo alto, basta que o aluno saiba calcular área de retângulo e domine os processos em uma expressão algébrica.

Quadro 62 - Análise de tarefa para compreender o que é perímetro

<table>
<tr><td>Ballejo (2015, p. 142 - 143)</td><td>Olhar:</td><td>Construtor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">

- Nesta etapa tu deves construir dois quadrados e dois retângulos, cada um deles com medidas diferentes.
- Representa abaixo as figuras que construíste no GeoGebra, com suas respectivas medidas.

- Após a construção, clica na ferramenta “Distância, Comprimento ou Perímetro” e, logo após, clica dentro do primeiro quadrado que construíste.



- Repete este mesmo procedimento para o outro quadrado e os outros dois retângulos.
- Após o software apresentar o perímetro de cada figura, responde: O que o GeoGebra fez para calcular o perímetro de cada figura?

</td><td>Apreensão:</td><td>Discursiva e Sequencial</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Construção Geométrica</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Figural e Natural</td></tr>
</table>

Fonte: a autora

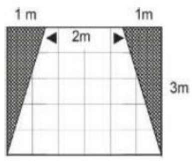
Segundo Ballejo (2015) a tarefa sobre perímetro cumpriu seu objetivo, mais de 90% dos alunos compreenderam o que o Geogebra fez para calcular o perímetro das figuras. Diversos alunos disseram que o perímetro era a soma de todos os lados.

Mas aqui cabe uma reflexão, outros autores apontam para a deficiência dessa definição, pois quando o aluno se depara com uma figura não poligonal, acaba não sabendo mais o que é perímetro, sendo assim, o conceito que deve ser disseminado segundo diversos autores, é de que o perímetro é o contorno da figura.

Segundo Ballejo (2015) na tarefa sobre área, os alunos levantaram várias hipóteses até conseguirem concluir que para determinar a área, o software contou o número de quadradinhos internos das figuras, outros ainda disseram que foi realizado a multiplicação de base por altura para encontra a área dos quadrados e retângulos, outros também disseram que a área era o que preenchia a figura, mostrando total compreensão sobre área.

Nessas tarefas os custos cognitivos não são altos, uma vez que o aluno precisa apenas conhecer as propriedades das figuras solicitadas e levantar hipóteses acerca do que foi pedido.

Quadro 63 - Análise de tarefa sobre área com malha quadriculada

<table>
<tr><td>Bessa (2015, p. 237)</td><td>Olhar:</td><td>Inventor</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Questão 10: O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido de cerâmica. Qual é a área do piso que será revestido de cerâmica?

</td><td>Apreensão:</td><td>Operatória e Discursiva</td></tr>
<tr><td>Conexão de apreensões (tipo de problema):</td><td>Heursística</td></tr>
<tr><td>Enunciado:</td><td>Natural, Figural e Numérico</td></tr>
<tr><td>Resolução:</td><td>Numérico e Figural</td></tr>
</table>

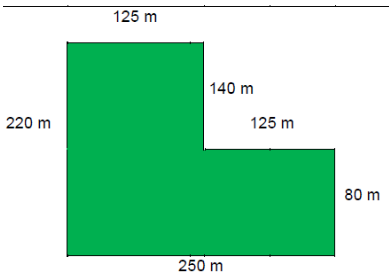
Fonte: a autora

Infelizmente essa tarefa não foi comentada por Bessa (2015), o que poderia ajudar na análise, afim de identificar quais estratégias os alunos utilizaram, pois, para resolver a tarefa existem distintos caminhos.

Primeiramente o aluno necessita identificar que os quadradinhos da malha não têm 1 m^2 de área, tomando o devido cuidado se optar pela contagem dos quadradinhos. Uma possível solução seria calcular a área do trapézio e para isso, o aluno pode simplesmente aplicar a fórmula ou realizar a decomposição deste e perceber que os triângulos são iguais aos triângulos em preto na figura, assim, percebe-se a modificação mereológica e posicional.

Outra possível resolução seria calcular a área do retângulo de lados 4 m e 3 m e realizar a subtração da área dos dois triângulos.

Quadro 64 - Análise de tarefa sobre perímetro

Bessa (2015, p. 255)	Olhar:	Agrimensor
Problema 2: A chácara do senhor Marco Aurélio tem o formato e as medidas indicadas na figura abaixo. Quantos metros de arame farpado ele precisará comprar para cercar a chácara com 6 fios? Sabendo que a loja só comercializa rolos de 500 metros de arame. De quantos rolos Marco Aurélio Precisará? 	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natura, Figural e Numérico
	Resolução:	Numérica e Figural

Fonte: a autora

Bessa (2015) não comentou essa tarefa, o que ajudaria na análise, afim de identificar as estratégias utilizadas pelos alunos e bem como, seus erros e acertos.

Nessa tarefa o aluno necessitará conhecer o conceito de perímetro para descobrir quanto de arame será necessário, para na sequência interpretar o que se pede e realizar as operações básicas.

Quadro 65 - Análise de tarefa sobre perímetro em uma situação contextualizada

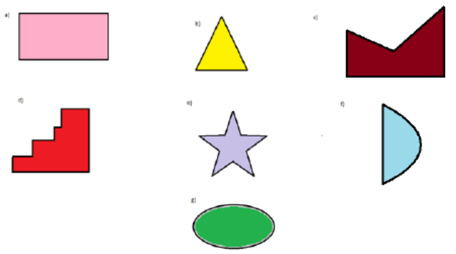
Quevedo (2016, p. 129)	Olhar:	Agrimensor
3 - Convidar os estudantes a resolverem outro problema: *A diretora da escola precisa trocar os rodapés da nossa sala de aula, a fim de que não sobre e nem falte madeira, qual a quantidade de rodapés que ela precisará comprar?*	Apreensão:	Discursiva e Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Numérica

Fonte: a autora

Conforme Quevedo (2016) os alunos se envolveram nessa tarefa e não tiveram dificuldade para executar, realizaram as medições necessários dispondo de uma trena e calcularam corretamente o perímetro da sala.

Nessa tarefa o conceito de perímetro é trabalhado por meio de uma situação real, o que é importante ao aluno, afim de identificar conceitos matemáticos e enfatizar que o perímetro é o contorno da figura e não o que a preenche.

Quadro 66 - Análise de tarefa de comparação da área de figuras sem a malha quadriculada

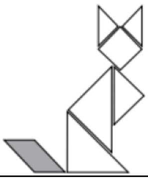
Quevedo (2016, p. 134)	Olhar:	Inventor
2 - Colocando a disposição dos estudantes réguas, barbantes, compassos, transferidores, malhas quadriculadas transparentes e não transparentes, propor o seguinte problema: *É possível calcular a área de cada figura abaixo? Quando for possível calcule e explique como você fez. Por que escolheu este instrumento?* 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural
	Resolução:	Figural e Numérico

Fonte: a autora

Quevedo (2016) identificou diferentes estratégias dos alunos, alguns utilizaram a malha quadriculada e calcularam a área das figuras tomando como unidade de área os quadradinhos, outros utilizaram a régua para medir os lados dos polígonos e a estratégia utilizada foi decompor as figuras em triângulos e retângulos para calcular a área, e com relação as figuras não poligonais a estratégia foi unânime, utilizaram a malha quadriculada.

Como em outras tarefas, essa solicita ao aluno calcular a área de figuras regulares e irregulares, o que diferencia esta das outras é o fato de serem oferecidos diferentes instrumentos para que os alunos façam suas escolhas com a finalidade de encontrar a área das figuras.

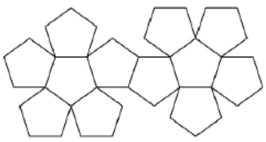
Quadro 67 - Análise de tarefa sobre área

Silva (2016b, p. 123)	Olhar:	Agrimensor
5.ª) O Tangram é um quebra-cabeça chinês que pode ser utilizado nas aulas de Matemática. Ele é composto de 7 peças que formam um quadrado como o da figura a seguir.  Imagine que as sete peças juntas tenham 48 cm^2. Determine a área do paralelogramo cinza. 	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural, Natural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Segundo Silva (2016b) nenhuma professora resolveu corretamente essa tarefa, mostrando que não conseguiram estabelecer relações de parte com o todo, ou seja, concluir que o paralelogramo é uma parte do quadrado.

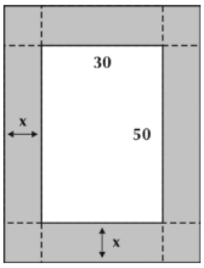
Quadro 68 - Análise de tarefa sobre perímetro

Lasmar (2016, p. 152)	Olhar:	Agrimensor
Questão 01 – Veja a planificação abaixo:  Sabendo-se que cada lado da figura mede 2 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é: a) 50 cm b) 76 cm c) 80 cm d) 96 cm	Apreensão:	Discursiva e Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Figural e Numérico

Fonte: a autora

Segundo Lasmar (2016), cerca de 30% dos alunos resolveram corretamente essa. O erro unânime entre eles foi considerar os lados justapostos, mostrando dificuldade em identificar elementos além da figura como já comentado.

Quadro 69 - Análise de tarefa sobre área

Lasmar (2016, p. 152)	Olhar:	Agrimensor
Questão 03 A moldura de um quadro, ilustrada ao abaixo, tem largura x. Quando x = 15 cm, qual é a área da moldura?  a) 150 cm^2 b) 900 cm^2 c) 2.400 cm^2 d) 3300 cm^2	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Numérica e Figural

Fonte: a autora

Apenas 26% dos alunos conseguiram encontrar a área solicitada conforme Lasmar (2016) e o erro foi em não levar em conta os quatro quadrados que formam a moldura.

Essa tarefa requer a reconfiguração intermediária, pois o aluno precisa enxergar a moldura como sendo formada por quatro quadrados e quatro retângulos e consequentemente a área da moldura será a soma da área das partes.

Quadro 70 - Análise de tarefa para inserir o conceito de área

Arnoldo Junior (2010, p. 248)	Olhar:	Agrimensor
No fundo do pátio de seu Nestor tem uma pequena horta onde ele planta pés de alfaces. Esta é a horta de seu Nestor: • As alfaces são plantadas em 10 fileiras com 8 pés em cada fileira;  Quantos pés de alfaces estão plantados? Como você encontrou esta resposta?	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Figural, Natural e Numérico
	Resolução:	Numérica e Figural

Fonte: a autora

A partir daqui as tarefas foram desenvolvidas com alunos surdos. Essa tarefa não foi comentada por Arnoldo Junior (2010), mas pode-se imaginar que foi realizada corretamente, uma vez que em algumas tarefas abaixo com esse mesmo estilo os alunos conseguiram fazer.

Para iniciar o trabalho com área, essa tarefa se mostra pertinente, pois o aluno consegue ter as primeiras ideias de preenchimento, quanto cabe internamente.

Em outra tarefa, similar a anterior Arnoldo Junior (2010) comentou que uma aluna estava com dificuldades na contagem, a partir do número 20 ela necessitava de ajuda para não se perder na contagem.

Quadro 71 - Análise de tarefa sobre área

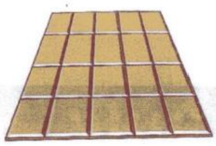
Arnoldo Junior (2010, p. 249)	Olhar:	Construtor
Represente no multiplano uma horta com 48 pés de alfaces e faça o desenho da mesma no espaço abaixo.	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Nessa tarefa seria muito interessante se o pesquisador tivesse descrito a resolução dos alunos, uma vez que trata do caminho inverso do que estava sendo feito nas tarefas anteriores, pois é dado o valor total de alfaces (área) e pede ao aluno para determinar a hora (figura retangular, por exemplo).

Essa tarefa exige do aluno o olhar construtor, pois ele terá que construir a figura respeitando o que é pedido (a área), mas que até o momento não foi formalizada.

Quadro 72 - Análise de tarefa sobre área

Arnoldo Junior (2010, p. 249)	Olhar:	Agrimensor
Examine este piso e responda: quantas lajotas há nele? 	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natural e Figural
	Resolução:	Numérica e Figural

Fonte: a autora

Segundo Arnoldo Junior (2010) essa tarefa foi realizada corretamente pelos alunos, comentou que um aluno realizou o cálculo mentalmente, sem a necessidade de contar apontando para cada lajota. Embora nessa tarefa não seja solicitada a área da figura, mas sim a quantidade de lajotas, ela é importante para introduzir o conceito de área.

Quadro 73 - Análise de tarefa sobre área

Arnoldo Junior (2010, p. 250)	Olhar:	Agrimensore Construtor
	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natural e Figural
	Resolução:	Numérica

Fonte: a autora

Nessa tarefa Arnoldo Junior (2010) comenta que teve um aluno que novamente não contou os pinos um a um para determinar a quantidade de pinos dos retângulos, evidenciando que havia realizado a multiplicação da quantidade de pino na base pela quantidade de pino na altura. Uma dificuldade encontrada nessa tarefa foi quanto a comunicação para definir área, pois o pesquisador não dominava a Libras e o aluno de início confundiu o sinal de área com o sinal de areia.

Arnoldo Junior (2010) afirmou sobre a importância do Multiplano nessa tarefa, ao trabalhar com o visual dos alunos e a manipulação destes na construção das figuras.

Quadro 74 - Análise de tarefa sobre área

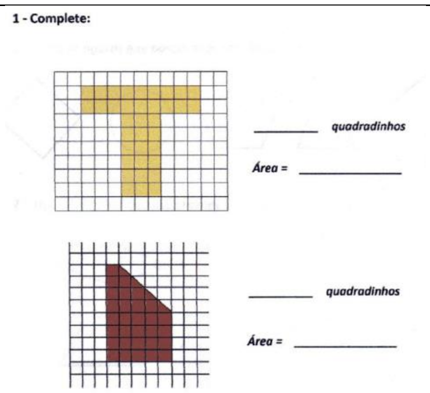
Arnoldo Junior (2010, p. 253)	Olhar:	Construtor, Agrimensor e Inventor
Tarefa 3 – Montar um QUADRADO com lado igual 6. Qual a área deste quadrado? __________ Faça o desenho.	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Natural e Numérico

	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Segundo Arnoldo Junior (2010) a construção do quadrado foi feita rapidamente no Multiplano depois de elucidar o enunciado em Libras, pois em Português escrito não houve compreensão para o que deveria ser feito. Quanto ao cálculo da área Arnoldo Junior comentou que sinalizou aos alunos que seria a região interna do quadrado e que bastava contar os pinos, sendo assim, foi necessário enfatizar a aluna que contava os pinos um a um, que bastava multiplicar a quantidade de pinos na base pela quantidade de pinos na altura.

Quadro 75 - Análise de tarefa sobre área com malha quadriculada

Arnoldo Junior (2010, p. 261)	Olhar:	Inventor e Agrimensor
	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural
	Resolução:	Figural e Numérica

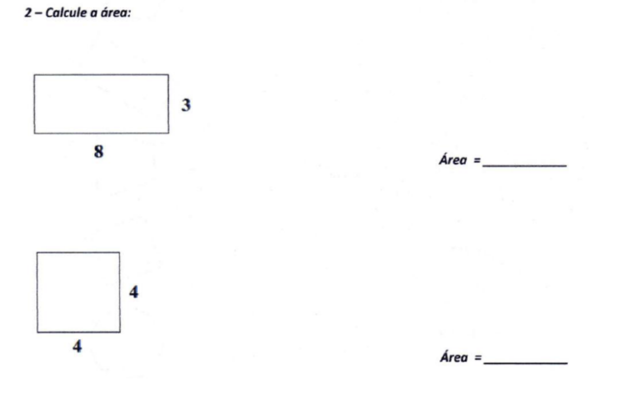
Fonte: a autora

A primeira tarefa tem um custo cognitivo menor do que a segunda, pois para encontrar a área da primeira figura basta que o aluno conte o número de quadradinhos internos e compreenda que a figura é formada por esses quadradinhos.

Mas, na segunda figura é necessário identificar que na parte superior, está dividindo os quadradinhos ao meio (em triângulos), então a cada dois triângulos tem-se um quadradinho, exigindo assim um olhar inventor e a reconfiguração intermediária.

Infelizmente Arnoldo Junior (2010) não apontou os erros e acertos dos alunos quanto essa tarefa.

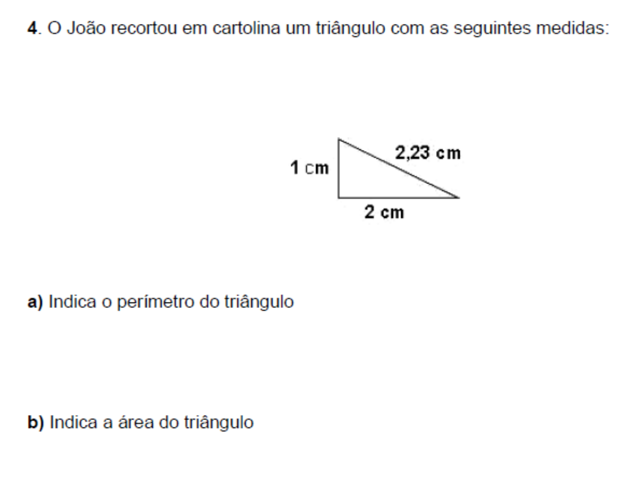
Quadro 76 - Análise de tarefa sobre área

Arnoldo Junior (2010, p. 261)	Olhar:	Agrimensor e Inventor
	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurísitca
	Enunciado:	Figural e Numérico
	Resolução:	Numérica e Figural

Fonte: a autora

Essa tarefa tem um custo cognitivo baixo, pois o aluno compreendendo o conceito de área consegue resolvê-la. Esse tipo de tarefa também foi desenvolvida com os alunos ouvintes. Novamente Arnoldo Junior (2010) não apresentou as resoluções dos alunos, o que enriqueceria a análise.

Quadro 77 - Análise de tarefa sobre área e perímetro

Nunes (2012, p. 262)	Olhar:	Agrimensor
	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Figura Geométrica
	Enunciado:	Figural e numérico
	Resolução:	Figural e numérico

Fonte: a autora

Essa questão nenhum aluno conseguiu resolver segundo Nunes (2012), uma das justificativas se deu pelo fato da não existência de sinal em Libras e consequentemente dificultar a compreensão do conceito, no entanto Nunes (2012) não descreveu detalhadamente sobre essa questão, uma vez que fazia parte do teste diagnóstico.

Quadro 78 - Análise de tarefa sobe área

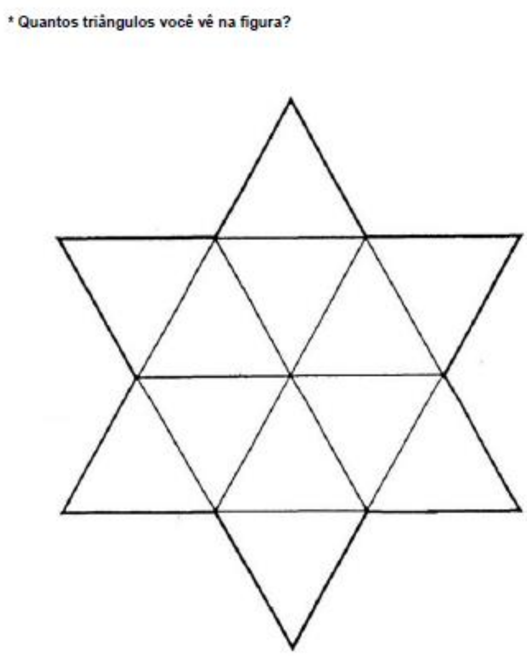
Nunes (2012, p. 262)	Olhar:	Construtor
Desenha: um quadrado com 25 cm^2 de área.	Apreensão:	Discursiva e Sequencial
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Construção Geométrica
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Segundo Nunes (2012) nenhum aluno resolveu essa tarefa, mas salientou que em outro momento ao ser solicitado aos alunos a construção de um quadrado dada a medida do seu lado, os alunos conseguiram.

Uma possível dificuldade seja quanto a desconstrução dimensional que é solicitada nessa tarefa, partir da dimensão 2 para a dimensão 1, pois para construir um quadrado a partir de sua área, é necessário saber a medida do seu lado.

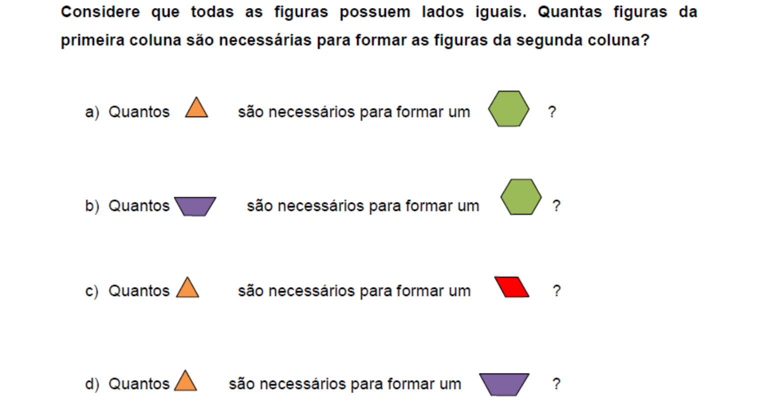
Quadro 79 - Análise de tarefa sobre área a partir de uma unidade de medida

Sales (2013, p. 189)	Olhar:	Botanista
	Apreensão:	Perceptiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Não há conexão
	Enunciado:	Natural e Figural
	Resolução:	Figural

Fonte: a autora

Essa tarefa não tinha o objetivo de trabalhar área de figuras geométricas planas, no entanto se mudar o enunciado ela pode ser trabalhada com esse objetivo, tenho os triângulos menores como unidade de área e partindo do princípio de preenchimento, para encontrar a área da estrela.

Quadro 80 - Análise de tarefa sobre área com unidade de área

Jesus (2014, p. 173)	Olhar:	Inventor
 Considere que todas as figuras possuem lados iguais. Quantas figuras da primeira coluna são necessárias para formar as figuras da segunda coluna? a) Quantos são necessários para formar um ? b) Quantos são necessários para formar um ? c) Quantos são necessários para formar um ? d) Quantos são necessários para formar um ?	Apreensão:	Operatória e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de problema):	Heurística
	Enunciado:	Figural e Natural
	Resolução:	Figural e Numérica

Fonte: a autora

Segundo Jesus (2014) a aluna afirmou que apenas um triângulo formaria o pentágono, mas ao ser questionada sobre o porquê da resposta ela afirmou ser difícil saber, porque as figuras eram diferentes, mesma dificuldade ela sentiu no item d. Com relação ao trapézio, afirmou que caberiam dois trapézios no pentágono, mostrando que havia dividido o pentágono ao meio, mesma estratégia foi utilizada para o losango e triângulo, a aluna afirmou que no losango caberiam dois triângulos.

Visto a dificuldade da aluna em perceber que tanto o pentágono quanto o trapézio poderiam ser formados pelos triângulos, Jesus (2014) em outra aula levou essas figuras em material concreto, o que surtiu resultado. A aluna conseguiu perceber a composição das figuras realizando a sobreposição com o material, ela até alegou que naquele momento estava fácil de ver.

Essa tarefa requer a modificação mereológica, pois o aluno precisa estabelecer relações da parte com o todo

Quadro 81 - Análise de tarefa sobre perímetro

Caldeira (2014, p. 105)	Olhar:	Agrimensor
Calcule o perímetro do quadro branco (o quadro da sala de aula).	Apreensão:	Perceptiva e Discursiva
	Conexão de apreensões (tipo de	Figura Geométrica

	problema):	
	Enunciado:	Natural
	Resolução:	Numérica

Fonte: a autora

Segundo Caldeira (2014) os alunos conseguiram realizar facilmente essa tarefa, valendo ressaltar que já haviam comentado sobre perímetro, por meio de atividades em que foi solicitado aos alunos colar canudos e lãs sobre o contorno de algumas figuras, com estratégia para explicar o conceito.

Quadro 82 – Organização dos olhares nas tarefas

Olhar Inventor 20/78 (todos) (26%) 19/66 (apenas ouvintes) (29%) 1/12 (apenas surdos) (8,4%)	Chiele (2007, p. 125) Souza (2007, p. 77) (dois trabalhos) Souza (2007, p. 79) Souza (2007, p. 81) Souza (2007, p. 82) Souza (2007, p. 89) Secco (2007, p. 99) Secco (2007, p. 115) Secco (2007, p. 120) Secco (2007, p. 121) Teles (2007, p. 281) Teles (2007, p. 286) Santos (2008, p. 139) Henriques (2011, p. 78) Henriques (2011, p. 80) Santos (2015, p. 93) Bessa (2015, p. 237) Quevedo (2016, p. 134) Jesus (2014, p. 173)
Olhar Construtor 9/78 (todos) (11%) 7/66 (apenas ouvintes) (10%) 2/12 (apenas surdos) (16%)	Chiele (2007, p.129) Teles (2007, p. 290) Teles (2007, p. 291) Santos (2008, p. 139) Henriques (2011, p. 80)

	Nunes (2011, p. 177) Ballejo (2015, p. 142) Arnoldo Junior (2010, p. 249) Nunes (2012, p. 262)
Olhar Agrimensor 21/78 (todos) (26%) 17/66 (apenas ouvintes) (25%) 4/12 (apenas surdos) (33%)	Teles (2007, p. 282) Teles (2007, p. 284) Santos (2011, p. 55) Santos (2011, p. 56) Henriques (2011, p. 76) Henriques (2011, p. 77) Reis (2012, p. 158) Paulo (2012, p. 86) Luzetti (2013, p. 67) Abreu (2014, p. 142) Fusiger (2015, p. 27) Fusiger (2015, p. 28) Bessa (2015, p. 255) Quevedo (2016, p. 129) Silva (2016b, p. 123) Lasmar (2016, p. 152) (dois trabalhos) Arnoldo Junior (2010, p. 248) Arnoldo Junior (2010, p. 249) Nunes (2012, p. 262) Caldeira (2014, p. 105)
Olhar Botanista 1/78 (todos) (1%) 0/66 (apenas ouvintes) (0%) 1/12 (apenas surdos) (8%)	Sales (2013, p. 189)
Construtor e Agrimensor 4/78 (todos) (5%) 3/66 (apenas ouvintes) (4%) 1/12 (apenas surdos) (8%)	Souza (2007, p. 77) Souza (2007, p. 85) Ferreira (2010, p. 157) Arnoldo Junior (2010, p. 250)

Inventor e Agrimensor 7/78 (todos) (9%) 5/66 (apenas ouvintes) (7%) 2/12 (apenas surdos) (16%)	Souza (2007, p. 78) Souza (2007, p. 81) (dois trabalhos) Secco (2007, p. 109) Ferreira (2010, p. 155) Arnoldo Junior (2010, p. 261) (dois trabalhos)
Inventor e Construtor 1/78 (todos) (1%) 1/66 (apenas ouvintes) (1%) 0/12 (apenas surdos) (%)	Secco (2007, p. 97)
Inventor, Construtor e Agrimensor 15/78 (todos) (19%) 14/66 (apenas ouvintes) (21%) 1/12 (apenas surdos) (8%)	Secco (2007, p. 66) Secco (2007, p. 68) Secco (2007, p. 71) Secco (2007, p. 73) Secco (2007, p. 85) Secco (2007, p. 93) Secco (2007, p. 100) Santos (2008, p. 140) (dois trabalhos) Melo (2009, p. 131) Ferreira (2010, p. 163) Machado (2011, p. 80) Machado (2011, p. 84) Machado (2011, p. 159) Arnoldo Junior (2010, p. 253)

Fonte: a autora

Os olhares mais exigidos foram o agrimensor e inventor em detrimento do olhar botanista que foi requerido em apenas uma tarefa desenvolvida com alunos surdos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao selecionar estudos que tratassem sobre o ensino de perímetro e área, e analisar as tarefas contidas nesses estudos sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, pode-se notar maior quantidade de trabalhos voltados para alunos ouvintes em relação a trabalhos voltados para alunos surdos e esse é um ponto a se refletir, sobre a necessidade de se investir em pesquisas nesse campo de ensino.

Quanto ao tipo de tarefas para alunos surdos e ouvintes, não pareceu haver diferença, pois elas apresentavam as mesmas exigências, salvo que as tarefas para alunos surdos não exigiam a decomposição de figuras, desconstrução dimensional, modificação mereológica, restringindo-se a aplicação direta das fórmulas ou do enunciado versus desenho.

Teve apenas um exemplo utilizando a comparação de áreas, estabelecendo relações de parte com o todo. Nessa situação ficou bem claro a necessidade de utilizar matérias manipuláveis, pois Jesus (2014) só percebeu avanço na tarefa após fornecer materiais manipuláveis à aluna para que realizasse a comparação e estabelecesse relação da parte com o todo.

Vale salientar que o uso de materiais manipuláveis não se restringe aos alunos surdos, podendo promover a aprendizagem de alunos ouvintes também.

Outra dificuldade levantada por todos os estudos desenvolvidos com alunos surdos, foi com relação a comunicação, ponto crucial para que ocorra ensino e aprendizagem, e como a Libras é uma língua nova, há muitas dificuldades quanto ao seu uso, uso de termos específicos dos quais ainda não existem sinais.

A discussão sobre se a Libras é um registro conforme a Teoria dos Registros de Representação Semiótica não foi contemplada nesse trabalho, mas pode ser discutida em pesquisas posteriores.

A falta de comentários dos pesquisadores quanto a forma de resolução das tarefas deixou a desejar, revelando uma tendência mais quantitativa do que qualitativa, empobrecendo a análise das tarefas pela pesquisadora. Sendo mais perceptível nas tarefas voltadas para alunos surdos, pois não constava as dificuldades dos alunos nem como o professor procedia para sanar tais dificuldades.

Refletindo sobre o uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no ensino de área e perímetro, pôde-se notar a importância da apreensão operatória para o ensino do conceito de área e o uso da figura presente ao discurso, a recorrência da modificação mereológica e reconfiguração intermediária.

Uma das dificuldades mais comentadas nesses estudos foi quanto a confusão dos alunos em relação a área e perímetro, no entanto, poucos estudos trabalharam esses dois conceitos juntos, afim de mostrar aos alunos a sua não relação de dependência.

Essa dificuldade pode ser justificada em Duval, pois área e perímetro são grandezas com dimensões diferentes, que deve ser evidenciado a todo instante. Em Paulo (2012) ele questionou se era possível usar a régua para medir a área de um quadrado, e apenas uma dupla afirmou o motivo de não poder, alegando que com a régua poderiam medir apenas o perímetro.

No entanto, a pesquisadora não conseguiu identificar as ações dos professores frente a confusão entre área e perímetro, uma vez que a falta de detalhes sobre as resoluções dos alunos e atitudes dos professores empobreceu as análises se reduzindo a uma apresentação das tarefas que foram propostas.

Do que foi visto, há convergências sim entre a Teoria e o ensino voltado para alunos surdos. Lembrando que o apoio ao material, dispondo de representações intermediárias se torna essencial, como no trabalho de Arnoldo Junior (2010) ao utilizar o Multiplano para apoiar o ensino.

Segundo Duval (2011, p. 92) “para aprender a ver, os alunos devem aprender a trabalhar sem recorrer primeiro aos aspectos métricos. A interiorização das operações figurais é sempre a condição necessária para poder efetuar uma enumeração, ou aplicar as fórmulas de área e de perímetro”.

Vale ressaltar sobre a exigência de mais de um olhar para resolução de algumas tarefas, mostrando a interação entre esses olhares.

Por fim, como reflexão na postura de professora, a pesquisadora considera a importância de trabalhar os conceitos de área e perímetro concomitantemente afim de mostrar aos alunos sua diferença, trazer o uso de materiais manipuláveis tanto no contexto de alunos surdos como ouvintes, ser fluente em Libras ao trabalhar com alunos surdos e buscar sempre rever a prática pedagógica.

REFERÊNCIAS

ABREU, Silvio Luis Amâncio de. **O uso do software Régua e Compasso na aprendizagem do conceito de cálculo de áreas de figuras planas no ensino fundamental**. 2014. 156 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2014.

ARAUJO, Wellington Rodrigues**. O ensino do conceito de área no sexto ano noturno do ensino fundamental:** uma proposta didática fundamentada na Teoria de Van Hiele. 2012. 133 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2012.

ARNOLDO JUNIOR, Henrique. **Estudo do desenvolvimento do pensamento geométrico por alunos surdos por meio do multiplano no Ensino Fundamental.** 2010. 292 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre, 2010.

ASSUMPÇÃO, Paula Gabrieli de. **Perímetro e Área:** uma Engenharia Didática utilizando o Geogebra sob o olhar das Representações Semióticas. 2015. 232 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

BALLEJO, Clarissa Coragem. **Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o Geogebra no 6º ano do ensino fundamental**. 2015. 143 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre, 2015.

BESSA, Marcio Leite de. **Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia:** um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e área baseado na teoria de V. V. Davydov. 2015. 262 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica, Goiânia, 2015.

BOIAGO, Carlos Eduardo Petronilho. **Área de figuras planas:** uma proposta de ensino com modelagem matemática. 2015. 193 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Ituiutaba, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2016.

CALDEIRA, Verônica Lima de Almeida. **Ensino de geometria para alunos surdos:** um estudo com apoio digital ao analógico e o ciclo da experiência Kellyana. 2014. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, campina grande, 2014.

CANNE, Débora Virgília. **Uma análise praxeológica das tarefas referentes à abordagem de área e perímetro nos anos finais do ensino fundamental**. 2015. 159 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

CHIELE, Joél Nardi. **A geometria no ensino médio:** um estudo sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume. 2007. 134f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2007.

COOPER, H. **Research synthesis and meta-analysis:** A step-by-step approach (3. ed.). Thousand Oaks, CA: Sage, 2010.

D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos da semiótica:** Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 184 p. Tradução de: Maria Cristina Bonomi.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano:** registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Ed. Peter Lang, 2004.

______. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução Méricles Thadeu Moretti. Revemat: Revemat, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012a.

______. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat, Florianópolis v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012b.

______. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

______. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. Revemat, Florianópolis v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012b.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área:** uma proposta de ensino-aprendizagem. 2003. 184 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.

FERREIRA, Esmênia Furtado Parreira. **A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental – anos finais:** uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas. 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Ciências Exatas Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental:** estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2010. 192 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FIGUEIREDO, Dalson Britto; PARANHOS, Ranulfo; SILVA JÚNIOR, José Alexandre da; ROCHA, Enivaldo Carvalho da; ALVES, Dáfni Priscila. O que é, para que serve e como se faz uma meta-análise? **Teoria e Pesquisa,** [s.l.], v. 23, n. 2, p.205-228, 2014. Editora Cubo Multimidia.

FUSIGER, Josiele Maria. **Análise de erros no cálculo de perímetro e área de figuras planas no ensino médio**. 2015. 81 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2015.

HENRIQUES, Marcílio Dias. **Um estudo sobre a produção de significados de estudantes do ensino fundamental para área e perímetro**. 2011. 218 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

JESUS, Thamires Belo de. **(Des)construção do pensamento geométrico:** uma experiência compartilhada entre professores e uma aluna surda. 2014. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

KALEFF, Ana Maria. Tomando o ensino da geometria em nossas mãos. **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau, v. 1. n. 2, p.19-25, 1994.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira; BRANDT, Célia Finck. **Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval.** In: Seminário de pesquisa em educação da região sul, IX., 2012, Caxias do Sul.

LASMAR, Elizabeth Ferreira Terra. **Uma experiência pedagógica de uso de tecnologias no ensino de área e perímetro com estudantes da educação de jovens e adultos (EJA).** 2016. 194 f. Dissertação (Mestrado) **-** Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado Profissional, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2016.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista,** Blumenau, v. 3, n. 4, p.3-13, 1º semestre. 1995.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais manipuláveis. In:** O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Ed. Autores Associados, 1ª Ed., Campinas – SP, 2006.

LUZETTI, Fabiano Donizeti da Silva. **Figuras circulares:** uma atividade envolvendo perímetro e área de círculo. 2013. 79 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

MACHADO, José Paulo de Asevedo. **A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica**. 177 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

MEDEIROS, Miguel Rodrigo de. **O ensino de áreas e volumes com o uso de objetos manipulativos**. 2013. 145 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2013.

MELO, Monica Maria Campelo de. **Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro**. 2009. 197 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

MORETTI, Méricles Thadeu; BRANDT, Celia Finck. **A confluência de ideias para criar um espaço de aprendizagem da geometria.** p. 1-11. Acesso em: 06 mar 2016. Disponível em: http://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD10-Geo-mericles-celia-fim.pdf

MORETTI, Méricles Thadeu; THIEL, Afrânio Austregéliso. O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica. **Práxis Educativa,** Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p.379-396, jul. / dez. 2012.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F**. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.17, n.3, pp.597-616, 2015.

NUNES, Laura Sofia Teles Calado Nunes. **Os alunos surdos e a Matemática:** um projeto de intervenção em Geometria. 2012. 273 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado em Ciências da Educação – Educação Especial, Instituto Politécnico de Lisboa Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa, 2012.

NUNES, José Messildo Viana. **A prática da argumentação como método de ensino:** o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas. 2011. 219 f. Tese (Doutorado) – Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

NUNES, José Messildo Viana. **História da Matemática e Aprendizagem Significativa da área do círculo:** uma experiência de ensino-aprendizagem. 2007. 109 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

PAULO, Gilberto Pereira. **Uma proposta para o ensino e aprendizagem dos conceitos de área de círculo e de perímetro de circunferência**. 2012. 147 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2012.

QUEVEDO, Gabriel Almeida. **Compreensão dos conceitos de Área e Perímetro:** um estudo de caso. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística Mestrado Profissionalizante em Ensino da Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

REIS, Helder Gustavo Pequeno dos. **Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do Geogebra**. 2012. 175 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

ROCHA, Ruth. **Minidicionário Enciclopédico Escolar**. 10. ed. São Paulo: Scipione, 2003. v. 7.

ROSCOE, Douglas; JENKINS, Shannon. A Meta-Analysis of Campaign Contributions' Impact on Roll Call Voting. **Social Science Quarterly,** v. 86, n. 1, p.52-68, mar. 2005.

SALES, Elielson Ribeiro de. **A visualização no ensino de matemática:** uma experiência com alunos surdos. 2013. 237 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013.

SANTOS, Cintia Bento dos. **Teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro:** contribuições para formação de professores. 2008. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

SANTOS, Jamile Aparecida Saulino dos. **Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área:** um estudo de caso com professores de matemática e alunos de 7ª série do ensino fundamental. 2011. 116 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2011.

SANTOS, Juliana Maria Souza Rangel dos Santos. **A Teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros**. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Matemática, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campo dos Goytacazes, 2015.

SCHEFFER, Nilce Fátima. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobradura e software dinâmico. In: LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. Cap. 5. p. 93-112.

SCHEIFER, Carine. **Design metodológico para análise de atividades de geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica**. 2017. 156f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

SECCO, Anderson. **Conceito de área:** da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. 197 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SILVA, Anderson Douglas Pereira Rodrigues da. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica:** um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. 2016a. 315f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnológica Curso de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016a.

SILVA, José Valério Gomes da. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SILVA, Susana Maris França da. **Formação de professores dos anos iniciais:** uma investigação sobre os conhecimentos para o ensino de área e perímetro de figuras planas. 2016b. 132 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016b.

SOUZA, Flávia Braga. **Avaliação das técnicas de pesagem e planimetria na determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares**. 2007. 100f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2007.

TAMBARUSSI, Carla Melli; OLIVEIRA, Franciele Taís de. Áreas de figuras planas. In: CIANI, Andréia Büttner; LANGER, Arleni Elise Sella; RIBEIRO, Dulcyene Maria; ANTUNES, Francieli Agostinetto; BASSOI, Tânia Stella. **Propostas didáticas de matemática:** uma contribuição de futuros professores. Porto Alegre: Evangraf, 2013. p. 35-48.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar:** um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. 2007. 297 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

THOM, R. Les **Mathématiques "Modernes**": une erreur pédagogique et philosophique. L'âge de la science. III, 3, p. 225 - 242, 1972.

APÊNDICE

ANO	INSTITUIÇÃO - CIDADE	AUTOR	TÍTULO	RESUMO
2007	Universidade Federal de Pernambuco - Recife	Rosinalda Aurora de Melo Teles	Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas	**Problema:** que conhecimentos dos outros campos fazem parte do estudo das fórmulas de área? **Objetivo:** investigar imbricações entre os campos conceituais das grandezas, da geometria, numérico, algébrico e funcional na matemática escolar, na formulação e no tratamento de problemas envolvendo as fórmulas de área do retângulo, quadrado, paralelogramo e triângulo; **Metodologia:** qualitativa, com embasamento teórico na teoria dos campos conceituais. Analisou-se a construção do significado das fórmulas de área em duas coleções de livros didáticos do ensino fundamental e aplicou-se um teste a alunos do 2º ano do ensino médio afim de investigar a mobilização de invariantes operatórios e representações simbólicas nos procedimentos de resolução dos alunos; **Resultado:** percebeu-se a necessidade de verificar radicações e filiações das fórmulas de área de figuras geométricas planas, que precisariam apoiar-se, por exemplo, nas equidecomposições, na invariância da área e na extensão dos conjuntos numéricos;
2007	Pontifícia Universidade Católica - São Paulo	Anderson Secco	Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas	**Problema:** como o processo de reconfiguração de figuras poligonais planas contribui para a apropriação do conceito de área de um polígono? Como esse processo favorece a passagem do empírico para o dedutivo? **Objetivo:** investigar por meio do uso da composição e decomposição de figuras planas, até a demonstração das fórmulas, como o conceito de área pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora aos alunos da 8ª série do ensino fundamental; **Metodologia:** qualitativa, engenharia didática, foi desenvolvida uma sequência didática com alunos da antiga 8ª série e atual 9º ano do

				ensino fundamental; **Resultado:** o processo de reconfiguração de figuras poligonais contribuiu para que os alunos se apropriassem do conceito de área de um polígono e passassem do empírico ao dedutivo;
2007	Universidade Luterana do Brasil - Canoas	Flávia Braga de Souza	Avaliação das técnicas de pesagem e planimetria na determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares	**Problema:** as técnicas de pesagem e planimetria podem contribuir para o ensino de área de figuras planas regulares e irregulares? **Objetivo:** investigar um grupo de alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio, em relação à conceitos formados sobre determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares, através de uma sequência didática, utilizando as técnicas de pesagem e planimetria, visando a associação de seus conhecimentos com situações do dia-a-dia, bem como a possibilidade de uma aprendizagem significativa; **Metodologia:** qualitativa, foi desenvolvida da seguinte maneira: aplicou-se um instrumento para analisar a visão dos alunos sobre conceitos de área, um pré-teste para verificar os conhecimentos prévios dos alunos, uma sequência didática utilizando a técnica da pesagem e o planímetro, o pós-teste objetivando comparar os resultados com o pré-teste e um instrumento para avaliar a aceitação dos alunos quanto à utilização das técnicas de pesagem e planimetria para determinação de áreas de figuras planas regulares e irregulares; **Resultado:** a utilização das técnicas de pesagem e planimetria possibilitou a (re)construção dos conceitos dos alunos, relacionando-os com situações do cotidiano, com possibilidade de uma aprendizagem significativa;
2007	Universidade Luterana do Brasil - Canoas	Joél Nardi Chiele	A geometria no ensino médio: um estudo sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume	**Problema:** o que alunos do 1º ano do ensino médio dominam sobre os conceitos de comprimento, área e perímetro? **Objetivo:** investigar junto a um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio, o estágio de domínio de conhecimentos elementares em Geometria e o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume, a partir de uma sequência didática elaborada; **Metodologia:** qualitativa, embasada na engenharia didática e teoricamente na teoria de Van Hiele. Foi desenvolvida uma sequência

				didática com alunos do 1º ano do ensino médio; **Resultado:** é possível o desenvolvimento de um trabalho específico o qual resgate noções e conceitos que não foram adequadamente construídos e internalizados ao longo dos anos escolares, possibilitando não só a apropriação dessas noções e conceitos, mas apresentando alternativas para a continuidade de uma aprendizagem efetivamente significativa, que permita potencializar o desenvolvimento do pensamento matemático e, em especial, o geométrico;
2007	Universidade Federal do Pará – Belém	José Messildo Viana Nunes	História da matemática e aprendizagem significativa da área do círculo: uma experiência de ensino - aprendizagem	**Problema:** a história da matemática pode contribuir para aprendizagem significativa de geometria euclidiana? **Objetivo:** avaliar a construção e aplicação de uma proposta de ensino para área do círculo, amparada na teoria da aprendizagem significativa em conjunção com a história da matemática; **Metodologia:** qualitativa, foi desenvolvida uma sequência didática segundo os pressupostos da aprendizagem significativa, embasadas metodologicamente na história da matemática à alunos da antiga 8ª série e atual 9º ano do ensino fundamental; **Resultado:** percebeu-se motivação dos alunos ao realizar as atividades, pode-se concluir que a história da matemática permitiu maior compreensão sobre área de figuras planas, também notou-se o desenvolvimento da criatividade nos alunos;
2008	Universidade Cruzeiro do Sul - São Paulo	Cintia A. Bento dos Santos	Teorias didáticas no estudo das noções de área e perímetro: contribuições para formação de professores	**Problema:** quais são as orientações dos documentos oficiais curriculares em relação aos temas área e perímetro? Como os livros didáticos enfocam estes temas? Como professores de matemática declaram abordar estas noções? Que aspectos do conhecimento matemático, didático e curricular são importantes em um curso de formação de professores para que desenvolvam este tema com seus alunos? **Objetivo:** verificar como as noções de área e perímetro são apresentadas nos documentos curriculares oficiais e nos livros didáticos e analisar os conhecimentos de um grupo de professores;

				Metodologia: qualitativa com aporte teórico na didática francesa e em alguns aspectos de aprendizagem significativa. Foi realizado um teste diagnóstico aos professores especialistas buscando verificar seus conhecimentos matemáticos e curriculares, um questionário para caracterizar esses professores, levantando dados para as análises e foram entrevistados alguns professores desse grupo com base em algumas questões relativas ao ensino de área e perímetro; **Resultado:** foi verificado que os professores desse grupo têm conhecimentos matemáticos desses assuntos, mas faltam conhecimentos didáticos e curriculares que lhes permitam identificar boas situações de aprendizagem;
2009	Universidade Federal de Pernambuco - Recife	Monica Maria Campelo de Melo	Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro	**Problema:** quais os efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro? **Objetivo:** identificar os efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro enquanto grandeza de comprimento de alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental; **Metodologia:** qualitativa, com aporte teórico na teoria das situações didáticas. Foi aplicado um pré-teste, desenvolvida e aplicada uma sequência didática em uma turma de 4º ano e uma turma de 5º do ensino fundamental e aplicado um pós-teste; **Resultado:** houve avanço significativo relativo à construção do conceito de perímetro enquanto grandeza de comprimento;
2010	Universidade Federal de Pernambuco - Recife	Lúcia de Fátima Durão Ferreira	A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos	**Problema:** como se dá a construção do conceito de área e da relação desta com o perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental? **Objetivo:** investigar a construção do conceito de área por alunos do 3º ciclo do ensino fundamental; **Metodologia:** qualitativa com aporte teórico na teoria dos campos conceituais. Se organizou em quatro etapas: primeiramente foi realizada análise da abordagem dos conceitos de área e perímetro nos PCN's e em duas coleções de livros didáticos, na segunda etapa foi elaborada e aplicada uma sondagem para identificar o conhecimento de alunos do 6º ano sobre o tema, no terceiro momento

			conceituais	foi elaborada e aplicada uma sequência didática e por fim um teste para identificar a evolução dos alunos e quais as dificuldades que ainda persistiam; **Resultado:** houve avanço com relação ao procedimento de decomposição e recomposição de figuras, no entanto persistiu entraves na dissociação entre perímetro e área, mostrando a necessidade de novas pesquisas que contribuam para a construção desses conceitos;
2011	Pontifícia Universidade Católica - São Paulo	José Messildo Viana Nunes	A prática da argumentação como método de ensino: o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas	**Problema:** em que medida a prática da argumentação pode se apresentar como método que favoreça a compreensão de conceitos em matemática, tomando como referência o caso da área e perímetro de figuras planas? **Objetivo:** constituir a argumentação como um processo que favorece a apropriação de conhecimentos matemáticos evidenciando as fases necessárias para que tal fato se estabeleça; **Metodologia:** qualitativa, se apoiou na engenharia didática e a intervenção foi realizada por meio de uma sequência didática modelada e analisada por meio das fases que compõem o processo argumentativo com alunos do 5º ano do ensino fundamental e foi utilizado o geogebra em algumas situações; **Resultado:** observou-se eficácia sobre a prática da argumentação, uma vez que os alunos mostraram compreensão sobre os conceitos, caracterizando essa prática como método de ensino. Os alunos se mostraram mais argumentativos, interagindo mais com seus colegas, promovendo uma autonomia, no entanto o pesquisador identificou uma dificuldade entre os alunos para escrever o que argumentavam oralmente;
2011	Universidade Federal de Ouro Preto - Ouro Preto	José Paulo de Asevedo Machado	A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento	**Problema:** embora os alunos do ensino fundamental consigam resolver exercícios clássicos aplicando fórmulas e meios algorítmicos referentes a perímetro e área, eles encontram dificuldades em resolver situações – problema que envolva o uso desses conceitos? **Objetivo:** desenvolver atividades dinâmicas e orientações para sua

			reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica	realização, no intuito que favoreçam o pensamento reflexivo dos alunos para que possam atribuir significados a esses conceitos de perímetro e área; **Metodologia:** qualitativa, foi desenvolvida em três momentos: observação de aulas sobre perímetro e área, desenvolvimento de um projeto piloto em uma turma distinta da pesquisada e aplicação das atividades em uma turma de 7º ano do ensino fundamental, vale ressaltar que esse terceiro momento se subdividiu em outros cinco: aplicação de questionário aos alunos, pré-teste afim de sondar o que os alunos já compreendiam sobre área e perímetro, desenvolvimento de atividades práticas em sala de aula, desenvolvimento de atividade no Geogebra e pós-teste; **Resultado:** o pesquisador identificou que os dados da pesquisa não foram suficientes para, por exemplo, identificar todas as fases do pensamento reflexivo, quanto aos conceitos, no teste inicial a maioria dos alunos disse que a área seria lado vezes lado, mostrando a confusão destes, o pesquisador pode ver evolução entre os alunos, pois conseguiram atribuir significados, especialmente o significado expositivo, pela extensão dos conceitos em casos particulares;
2011	Universidade Federal de Juiz de Fora - Juiz de Fora	Marcílio Dias Henriques	Um estudo sobre a produção de significados de estudantes do ensino fundamental para área e perímetro	**Problema:** quais são os significados dados por alunos do 9º ano do ensino fundamental para área e perímetro de figuras planas? **Objetivo:** levantar possíveis dificuldades de aprendizagem das noções de área e perímetro de figuras geométricas planas; **Metodologia:** qualitativa, foi elaborado um conjunto de tarefas a dois alunos do 9º ano do ensino fundamental que possibilitasse identificar as produções de significados para perímetro e área. Este estudo teve como base teórica o modelo dos campos semânticos, que também serviu de instrumento de análise da produção de significados dos sujeitos, quando resolviam as tarefas propostas; **Resultado:** o pesquisador identificou confusão entre os conceitos perímetro e área pelos alunos, dificuldade em calcular a área de figuras não poligonais, dificuldade em calcular área por ladrilhamento

				(tendo uma unidade de área como referência), entre outros;
2011	Universidade Metodista de Piracicaba - Piracicaba	Jamile Aparecida Saulino dos Santos	Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área: um estudo de caso com professores de matemática e alunos de 7ª série do ensino fundamental	**Problema:** quais são os erros dos alunos na resolução de problemas de perímetro e área de figuras planas, e como os professores de Matemática os analisam? **Objetivo:** verificar o entendimento dos alunos em relação a problemas de perímetro e área e identificar as possíveis dificuldades vivenciadas por professores de matemática no ensino desses conceitos e compreender como estes analisam as produções e os erros dos alunos; **Metodologia:** qualitativa, dividida em duas etapas: a primeira com 85 alunos da antiga 7ª série e atual 8º ano que responderam duas questões retiradas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2007 e 2008, referentes ao cálculo de perímetro e área, e entrevista com 13 desses alunos e a segunda etapa foi realizada com três professores de matemática que lecionavam no ensino fundamental, e que são ou foram professores desses alunos. **Resultado:** as narrativas dos alunos indicaram um sério problema de ensino, visto que não há apreensão dos conceitos. Os professores revelaram uma formação docente deficitária e práticas tradicionais de ensino restritas à memorização de definições, repetição de exercícios e atividades pouco significativas;
2011	Universidade Federal de Pernambuco - Recife	José Valério Gomes da Silva	Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do	**Problema:** de que forma é abordado os conceitos de comprimento, perímetro e área em livros didático de 6º ano do ensino fundamental? **Objetivo:** analisar as abordagens de comprimento, perímetro e área em livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD à luz da teoria antropológica do didático; **Metodologia:** qualitativa, desenvolvida em três etapas: escolha dos livros, identificado os tipos de tarefas e realização das análises; **Resultado:** observou-se que a maioria dos livros didáticos mostrou insuficiência na abordagem das grandezas geométricas, pois o foco é na medida, predominando atividades de conversão de unidades de

			didático	comprimento, cálculo de perímetro e área;
2012	Universidade Estadual da Paraíba - Campina Grande	Helder Gustavo Pequeno dos Reis	Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do Geogebra	**Problema:** quais são os possíveis avanços e limitações dos alunos na aprendizagem dos conceitos geométricos perímetro e área com o auxílio do aplicativo Geogebra? **Objetivo:** identificar de que forma o Geogebra pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos de perímetro e área de circunferência e área, respectivamente; **Metodologia:** qualitativa em que foi desenvolvida uma sequência didática com alunos do 1º ano do ensino médio. O conteúdo foi perímetro de circunferência e área de círculo, bem como articulação com o número π, a teoria que embasou foi as situações didáticas; **Resultado:** os alunos que já tinham conhecimentos analíticos sobre os objetos de estudo apresentaram clareza na compreensão da origem do número π e sua relação com perímetro e área juntamente com o dinamismo do Geogebra;
2012	Pontifícia Universidade Católica - São Paulo	Gilberto Pereira Paulo	Uma proposta para o ensino e aprendizagem dos conceitos de área de círculo e perímetro de circunferência	**Problema:** uma sequência didática, com atividades que permitam ao aluno à comparação de área do círculo e perímetro da circunferência com a área e perímetro de outras figuras, minimizaria as dificuldades na compreensão e diferenciação desses dois objetos matemáticos? **Objetivo:** estudar os processos de ensino e aprendizagem de área de círculo e perímetro de circunferência no ensino fundamental II; **Metodologia:** engenharia didática, com embasamento na teoria das situações didáticas, na dialética ferramenta-objeto e nos registros de representação semiótica e teve como sujeitos de pesquisa alunos do 9º ano do ensino fundamental; **Resultado:** notou-se avanços na compreensão do significado de área como grandeza e na diferenciação entre circunferência e círculo, bem como, entre área e perímetro;
2012	Universidade Federal de Alagoas - Maceió	Wellington Rodrigues de Araujo	O ensino do conceito de área no sexto ano noturno do	**Problema:** como promover uma abordagem didática do conceito de área de modo a propiciar ao estudante a solução de situações-problema do seu cotidiano? **Objetivo:** compreender a construção do conhecimento sobre área

			ensino fundamental: Uma proposta didática fundamentada na teoria de Van Hiele	baseado no modelo de Van Hiele e apresentar uma alternativa metodológica de investigação pedagógica para o ensino deste objeto de conhecimento; **Metodologia:** engenharia didática em que foram aplicados testes de Van Hiele - antes, durante e depois da realização do processo investigatório. O aporte teórico adotado foi o Construtivismo de Vygotsky e a Teoria de Van Hiele e o trabalho foi desenvolvido em duas turmas de 6º ano noturno; **Resultado:** percebeu-se compreensão dos alunos ao final da aplicação das atividades, uma vez que primeiramente os alunos mostraram incompreensão sobre o conceito de área;
2013	Universidade Federal de São Carlos - São Carlos	Fabiano Donizeti da Silva Luzetti	Figuras circulares: uma atividade envolvendo perímetro e área de círculo	**Problema:** como trabalhar os conceitos de perímetro e área da circunferência e círculo respectivamente? **Objetivo:** aplicar uma sequência de atividades experimentais e investigativas sobre perímetro e área do círculo; **Metodologia:** engenharia didática em que foi desenvolvido atividades com alunos do 9º ano; **Resultado:** percebeu-se dificuldade dos alunos na transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática;
2013	Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba	Miguel Rodrigo de Medeiros	O ensino de áreas e volumes com o uso de materiais manipulativos	**Problema:** quais as contribuições do uso de materiais manipulativos no ensino e aprendizagem de área e volumes? **Objetivo:** analisar e avaliar as evoluções metodológicas propostas para o ensino e geometria na escola pública do estado de São Paulo, em nível de ensino médio, nas últimas décadas e propor uma sequência didática utilizando materiais manipulativos; **Metodologia:** foi avaliado a evolução metodológica proposta para o ensino de geometria em São Paulo e proposto uma sequência didática utilizando objetos manipulativos; **Resultado:** percebeu-se evolução dos alunos, uma vez que na primeira sondagem, os alunos apresentaram dificuldades que foram superadas ao final das atividades, como por exemplo, confusão entre área e perímetro, dificuldade em identificar figuras geométricas planas

				e calcular suas áreas, manipular objetos e calcular seus volumes, entre outras;
2014	Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba	Silvio Luis Amâncio de Abreu	O uso do software régua e compasso na aprendizagem do conceito de cálculo de áreas de figuras planas no ensino fundamental	**Problema:** quais as contribuições do software régua e compasso para o ensino e aprendizagem de área de figuras planas? **Objetivo:** utilizar o software régua e compasso na realização de atividades para construir o conceito de cálculo de área de figuras planas, promovendo a interação entre alunos e entre o professor; **Metodologia:** qualitativa, desenvolvida em três etapas: avaliação diagnóstica, aplicação de um conjunto de atividades que buscarão a formação do conceito matemático acerca de figuras planas para duas turmas de alunos do 7º ano, bem como o cálculo de suas áreas e uma avaliação final onde será mensurado a evolução dos alunos; **Resultado:** identificou que em uma das turmas os alunos têm conhecimento sobre o que são figuras planas, no entanto, a avaliação diagnóstica mostrou que as duas turmas apresentam dificuldades na construção, identificação das propriedades, cálculo de área de figuras planas, bem como aplicação desse conceito no cotidiano. Por fim, notou-se evolução na compreensão dos alunos, após a avaliação final, mostrando pontos positivos ao uso do software;
2015	Pontifícia Universidade Católica - Goiânia	Márcio Leite de Bessa	Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia: um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e área baseado na teoria de Davydov	**Problema:** a organização do conteúdo escolar de geometria, fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental de Davydov, pode ajudar os estudantes do curso de Pedagogia a formar os conceitos de perímetro e área? **Objetivo:** analisar as contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de geometria e sua aplicação prática, tendo em vista o ensino dos conceitos de perímetro e área por estudantes do 1º período do curso de Pedagogia; **Metodologia:** qualitativa em que primeiramente foi diagnosticado as dificuldades dos alunos sobre geometria e na sequência foi trabalhado esses conceitos segundo a teoria de Davydov; **Resultado:** nos sujeitos da pesquisa, foi encontrado precariedade no

				domínio dos conteúdos da matemática elementar (adição, subtração, multiplicação, divisão, porcentagem, frações, perímetro e área, etc.), no entanto, ao fim da pesquisa observou-se melhora na compreensão dos conceitos de perímetro e área, valendo ressaltar que formação do conceito de área se apresentou mais complexo que o conceito de perímetro, também houve melhora na autonomia e confiança dos alunos em relação à disciplina de matemática, ou seja, melhora qualitativa na zona de desenvolvimento próximo dos estudantes e é possível organizar o ensino, com base na teoria do ensino desenvolvimental;
2015	Universidade Cruzeiro do Sul - São Paulo	Débora Virgília Canne	Uma análise praxeológica das tarefas referentes à abordagem de área e perímetro nos anos finais do ensino fundamental	**Problema:** o que revelam os cadernos de matemática do aluno e professor referente aos conteúdos de área e perímetro? **Objetivo:** investigar de que forma são institucionalizadas as noções de área e perímetro nos anos finais do ensino fundamental nos cadernos de matemática do aluno e do professor do ensino fundamental do estado de São Paulo; **Metodologia:** o referencial teórico se apoiou na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1992), objetos ostensivos e não ostensivos de Bosch e Chevallard (1999) e na proposta de Robert (1998) referente aos níveis de conhecimento esperado pelo educando (níveis técnico, mobilizável e disponível). **Resultado:** pode-se notar que ao resolver os diferentes tipos de tarefas, é preciso articular as organizações matemática e didática, de acordo com a Teoria Antropológica do Didático, as quais compõem o bloco prático-técnico (saber-fazer) pelos tipos de tarefas e pelas técnicas, e o bloco tecnológico-teórico (saber), formado pelas tecnologias e teorias. Identificou-se também a tendência de tarefas com aplicações de fórmulas articuladas aos conteúdos de álgebra. Com relação aos níveis de conhecimentos esperados dos educandos grande parte das tarefas contemplaram o nível técnico e o mobilizável;
2015	Universidade Federal de	Carlos Eduardo Petronilho	Área de figuras planas: uma	**Problema:** quais são as contribuições de uma proposta de ensino – composta por uma sequência didática envolvendo cálculo de área de

	Uberlândia - Ituiutaba	Boiago	proposta de ensino com modelagem matemática	figuras planas com composição e decomposição de formas geométricas e um processo de modelagem de logotipos figurais utilizando o software Geogebra – para o ensino de geometria plana? **Objetivo:** verificar quais são as contribuições de uma proposta de ensino, composta por uma sequência didática envolvendo o cálculo de área de figuras planas por meio de composição e decomposição e um processo de modelagem de logotipos figurais; **Metodologia:** qualitativa em que foi levantado o conhecimento prévio dos alunos de um 3º ano do ensino médio, elaborada a sequência didática, aplicada e analisada. Também foi proposto e analisado um processo de modelagem de logotipos utilizando o Geogebra, as análises foram embasadas na teoria da aprendizagem significativa de procedimentos e feitas a partir dos registros de representação semiótica produzidos pelos alunos nas atividades propostas; **Resultado:** considerou-se que é possível tratar não apenas de conceitos, mas também de procedimentos atendendo às condições da aprendizagem significativa, que a modelagem de logotipos figurais pode favorecer a aprendizagem de área de figuras planas;
2015	Universidade Federal de Santa Maria - Santa Maria	Paula Gabrieli de Assumpção	Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o geogebra sob o olhar das representações semióticas	**Problema:** uma abordagem dinâmica pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de geometria para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, relativa aos conceitos de perímetro e área de polígonos, à luz da teoria dos registros de representação semiótica? **Objetivo:** elaborar, aplicar e avaliar uma proposta didática com o uso de um ambiente dinâmico, a partir dos subsídios teóricos indicados pela teoria de registros de representação semiótica; **Metodologia:** qualitativa, engenharia didática em que foi elaborada, implementada e avaliada uma sequência de atividades no Geogebra, embasada na teoria dos registros de representação semiótica, vale ressaltar que os sujeitos foram alunos do 7º ano do ensino fundamental; **Resultado:** houve um aprimoramento dos processos visuais dos alunos em relação a exploração heurística das figuras geométricas,

				bem como, ao longo da resolução das atividades propostas, observou-se uma melhor desenvoltura na forma de interpretarem as representações geométricas, foi possível verificar a possibilidade de articulação dessa teoria com o uso do software Geogebra, pois as atividades elaboradas viabilizaram a coordenação de diferentes registros de representação semiótica, pois os alunos tiveram a possibilidade de explorar as características dos conceitos matemáticos perímetro e área de polígonos, associados a cada registro (língua natural, figural e numérico);
2015	Pontifícia Universidade Católica - Porto Alegre	Clarissa Coragem Ballejo	Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o Geogebra no 6º ano do ensino fundamental	**Problema:** como o software Geogebra pode auxiliar os estudantes do 6º ano do ensino fundamental a compreender conceitos de área e perímetro de polígonos? **Objetivo:** investigar de que forma o Geogebra pode contribuir na construção de conceitos de perímetro e área; **Metodologia:** teve como embasamento teórico a teoria construcionista e da aprendizagem significativa. Essa pesquisa foi dividida em quatro etapas: verificação em livros didáticos sobre o tema; aplicação de dois questionários aos alunos; aplicação de seis atividades utilizando o Geogebra e questionário final analisado por meio da análise textual discursiva; **Resultado:** concluiu que a utilização do GeoGebra contribuiu significativamente na compreensão de perímetro e área na perspectiva do modelo construcionista de ensino. A análise do último instrumento revelou que a utilização desse software promove a aprendizagem de maneira significativa, na medida em que os alunos se mostram motivados a estudar quando as aulas envolvem o uso de recursos digitais, com métodos diferentes dos modelos considerados tradicionais;
2015	Centro Universitário Franciscano - Santa Maria	Josiele Maria Fusiger	Análise de erros no cálculo de perímetro e área de figuras	**Problema:** quais tipos de erros são cometidos por alunos de um 3º ano do ensino médio ao efetuarem cálculos de perímetros e áreas de figuras planas? **Objetivo:** analisar os erros cometidos pelos alunos de um 3º ano do

			planas no ensino médio	ensino médio no cálculo de área e perímetro, identificar as justificativas de professores para esses erros e possíveis estratégias para os superar e então elaborar uma estratégia metodológica afim de superar as dificuldades; **Metodologia:** qualitativa em que foi aplicado um teste à alunos do 3º ano do ensino médio sobre perímetro e área, na sequência analisado os erros cometidos e por fim realizado um questionáro com professores em que constavam esses erros e análises, afim desses professores apresentarem sugestões de estratégias para superar tais dificuldades; **Resultado:** observou-se grande dificuldade por parte desses alunos no tocante a álgebra, confusão ao usarem fórmulas para se calcular áreas solicitadas e dificuldade de visualização dos elementos das figuras, quanto aos professores pode-se perceber a falta de discussão sobre os erros dos alunos, uma vez que a maioria justificou esses erros como sendo falta de atenção, conhecimento e interpretação dos alunos e não fizeram reflexão sobre sua prática ;
2015	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - Campos dos Goytacazes	Juliana Maria Souza Rangel dos Santos	A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros	**Problema:** que contribuições as Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC e materiais manipuláveis aliados à Teoria de Van Hiele oferecem ao estudo de áreas? **Objetivo:** propor uma sequência didática no estudo de áreas de polígonos baseada nas fases de aprendizagem desenvolvidos pelos Van Hiele, visando auxiliar no estudo de áreas de poliedros, aliar a teoria a atividades práticas baseadas na Teoria de Van Hiele a serem desenvolvidas pelos alunos durante as aulas, com o uso de materiais manipuláveis e recursos tecnológicos (TIC) que estimulem os mesmos a pensar, deduzir, criar, escrever e construir os conceitos geométricos, contribuir para o avanço de perspectivas do trabalho pedagógico no Ensino Fundamental sob o ponto de vista da construção do saber e do desenvolvimento do pensamento geométrico; **Metodologia:** qualitativa, foi realizado um pré-teste, intervenção

				pedagógica e pós-teste em duas turmas de 9º ano, fundamentou-se na teoria de Van Hiele; **Resultado:** concluiu-se que a combinação de materiais manipuláveis com softwares de geometria dinâmica contribuíram para o aumento da capacidade argumentativa e dedutiva, o desenvolvimento da linguagem geométrica e o avanço nos níveis de pensamento geométrico. Tais fatos apontam para a efetiva possibilidade em se transmitir, de forma satisfatória, conceitos geométricos. Mas, para tanto, é fundamental que a proposta de trabalho pedagógico seja condizente com o nível do pensamento geométrico dos alunos;
2016	Universidade Federal de Lavras - Lavras	Elizabeth Ferreira Terra Lasmar	Uma experiência pedagógica de uso de tecnologias no ensino de área e perímetro com estudantes da educação de jovens e adultos (EJA)	**Problema:** de que modos podem ser usadas tecnologias para criar um ambiente em que estudantes da EJA possam produzir significados para as ideias de área e perímetro? **Objetivo:** planejar, realizar e analisar uma experiência de ensino com o uso de tecnologias no ensino de geometria com estudantes da EJA; **Metodologia:** qualitativa, foi investigado os conhecimentos dos estudantes em duas turmas de EJA sobre os conceitos e importância da geometria, área e perímetro, com discussões em sala de aula e atividades práticas e escritas, realizado avaliação diagnóstica com situações-problema sobre área e perímetro e atividades didáticas contemplando medições e cálculos no ensino de área e perímetro, tendo o uso de tecnologias digitais, a saber: vídeos, fotografias e filmagem com celulares e câmeras digitais, programas de computador (*softwares* de geometria dinâmica), imagens digitalizadas e projeção de telas (*slides Power point*) e por fim foi realizada a análise das atividades práticas e investigativas e das situações-problema tratadas na sequência de aulas planejadas e realizadas; **Resultado:** percebeu-se que os estudantes imersos em um ensino de matemática, mediado por tecnologias e sendo valorizada suas experiências de vida, participaram mais ativamente das atividades e discussões, favorecendo uma aprendizagem mais significativa;
2016	Universidade Anhanguera -	Susana Maris França da Silva	Formação de professores dos	**Problema:** quais os conhecimentos sobre área e perímetro evidenciados por professoras que lecionam matemática para os anos

	São Paulo		anos iniciais: uma investigação sobre os conhecimentos para o ensino de área e perímetro de figuras planas	iniciais de uma escola particular da grande São Paulo? **Objetivo:** investigar o desenvolvimento do conhecimento profissional docente sobre os conceitos de área e perímetro e seu ensino; **Metodologia:** qualitativa, desenvolvida em três fases: documental, aplicação de questionário ao grupo de quatro professoras para identificar os conhecimentos sobre área e perímetro e realização de um processo formativo segundo as necessidades apresentadas na segunda fase. O aporte teórico foi autores que falam sobre conhecimento profissional docente, como Schulman, Serrazina, Ball, Thames e Phelps; **Resultado:** após o processo formativo foi identificado compreensão e ressignificação dos conceitos trabalhados por parte das professoras, também viu-se importância no uso do Tangram, ao ajuda-las a diferenciar área de superfície e assim, percebeu-se a ampliação do conhecimento profissional docente dessas professoras, uma vez que no início da pesquisa elas apresentavam muitas dificuldades quanto aos conceitos trabalhados e elencou-se a necessidade de discutir coletivamente;
2016	Universidade Federal de Juiz de Fora – Juiz de Fora	Esmênia Furtado Parreira Ferreira	A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental – anos finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas	**Problema:** como se dá a integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem da geometria no ensino fundamental – anos finais e de que forma a utilização destas pode contribuir para o estudo de perímetro e área de figuras geométricas? **Objetivo:** investigar sobre a integração de tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria, com foco no estudo de perímetro e área de figuras planas, bem como especificamente, explorar e apresentar aos professores do ensino fundamental – anos finais – uma possibilidade metodológica diferenciada e atraente de um assunto, cujos discentes apresentam dificuldades; **Metodologia:** qualitativa, engenharia didática, desenvolvida em quatro etapas - embasamento teórico; questionários para gestores, professores e alunos (9º ano) sobre o uso das tecnologias digitais; aplicação de uma sequência didática sobre o tema utilizando o

			planas	Geogebra; análise das atividades e validação da pesquisa à luz da teoria antropológica do didático; **Resultado:** observou que há muitos desafios a serem vencidos quanto a integração das tecnologias digitais e se percebeu eficácia do Geogebra, potencializando o estudo sobre área e perímetro. Por fim, foi oferecido como produto educacional, as atividades elaboradas e orientações aos professores;
2016	Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre	Gabriel Almeida Quevedo	Compreensão dos conceitos de Área e Perímetro: um estudo de caso	**Problema:** como os estudantes do nono ano do ensino fundamental compreendem os conceitos de área e perímetro? como auxiliá-los a compreender os conceitos de área e perímetro? **Objetivo:** entender como se dá a compreensão e construção dos conceitos de área e perímetro pelos alunos; **Metodologia:** qualitativa, foi aplicada uma sequência de atividades à uma turma de 9º ano durante nove aulas e a base teórica foi a teoria dos campos conceituais e os estágios da aprendizagem de grandezas, que foram fundamentais para elaboração das atividades; **Resultado:** notou-se a associação de área e perímetro ao uso de fórmulas, que muitas vezes eram utilizadas sem a devida compreensão, verificou-se que apenas 23% dos alunos relacionaram o conceito de área com preenchimento interno e que o conceito de perímetro era válido apenas para polígonos, no entanto o pesquisador identificou que ao final das atividades a maioria dos alunos conseguiu associar a área com o preenchimento, ou seja, utilizar uma unidade de medida para preencher uma superfície e chegar ao resultado da área, mostrando que atividades elaboradas com objetivos claros podem surtir bons resultados;
2016	Universidade Federal de Pernambuco - Recife	Anderson Douglas Pereira Rodrigues da Silva	Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio	**Problema:** qual o tratamento dado por alunos do 6º ano às situações que dão sentido a área como grandeza geométrica? **Objetivo:** investigar o tratamento dado por alunos do 6º ano às situações que dão sentido a área como grandeza, em ambientes distintos: lápis e papel, materiais manipulativos e software Apprenti Géomètre 2;

			dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no apprenti géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental	**Metodologia:** qualitativa, na análise utilizou a engenharia didática e teve como embasamento teórico a teoria dos campos conceituais e a abordagem de área como grandeza geométrica e foi desenvolvido tarefas sobre área passando pelos três ambientes: papel e lápis, materiais manipulativos e software de geometria *Apprenti Géomètre* 2; **Resultado:** os sujeitos da pesquisa mostraram dominar parcialmente ou plenamente na comparação das áreas procedimentos de inclusão e sobreposição, como também decomposição e recomposição de figuras. A pluralidade de recursos tanto no ambiente materiais manipulativos, como no *Apprenti Géomètre* 2, favoreceu a utilização de tais procedimentos, permitindo a superação de concepções geométricas de área. Vários sujeitos mobilizaram teoremas em ação verdadeiros –segundo os quais a área é invariante por isometrias e o corte e colagem sem perda nem sobreposição conserva as áreas. Foi identificado ainda que nas situações de medida de área e mudança de unidade o aspecto numérico da área prevalece independente da utilização da diversidade de recursos oferecidos nos ambientes, pois para muitos dos sujeitos da pesquisa só é possível medir a área de uma figura se for possível ladrilhá-la, assim como o número parece ser suficiente para determinar as áreas das figuras, nesse tipo de situação, indicando assim indícios de concepção numérica de área;