UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ - UNIOESTE
CENTRO DE EDUCAÇÃO, COMUNICAÇÃO E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO
NÍVEL DE MESTRADO/PPGE
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: SOCIEDADE, ESTADO E EDUCAÇÃO

OBSTÁCULOS DIDÁTICOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: O CONCEITO DE NÚMEROS RACIONAIS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

WANDER MATEUS BRANCO MEIER

CASCAVEL, PR
2012

WANDER MATEUS BRANCO MEIER

OBSTÁCULOS DIDÁTICOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: O CONCEITO DE NÚMEROS RACIONAIS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Dissertação apresentada como requisito parcial à Obtenção do grau de Mestre em Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, do Centro de Educação, Comunicação e Artes da Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

Orientadora: Prof. Dra. Maria Lídia Sica Szymanski

CASCAVEL, PR
2012.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais
Walter Meier e
Vera Maria Branco Meier

AGRADECIMENTOS

À professora Dra. Maria Lídia Sica Szymanski, minha orientadora, pelo conhecimento compartilhado e pela experiência compartilhados, pela dedicação, o incentivo, a compreensão e pelos conselhos.

Às professoras Dra. Maria Tereza Carneiro Soares e Dra. Ireni Marilene Zago Figueiredo e ao professor Dr. João Batista Zanardini por se disporem a colaborar com este trabalho.

Aos meus pais Walter Meier e Vera Maria Branco Meier e à minha noiva Kamila Tozzo que contribuíram de forma incisiva para a realização deste trabalho.

Aos meus demais familiares e amigos pelo apoio, incentivo e compreensão.

“Nós temos que fazer com precisão,
entre projeto e sonho a distinção,
para sonhar enfim sem ilusão,
o sonho luminoso da razão.”

(LENINE, **Ecos do ão**. Intérprete: Lenine. In: Falange canibal, 2001)

RESUMO

Este trabalho trata da ocorrência dos obstáculos didáticos no ensino da disciplina de Matemática, com enfoque no ensino dos Números Racionais, no 6º ano do Ensino Fundamental. Seu objetivo é dar subsídios à prática pedagógica da matemática, fundamentados na pedagogia histórico-crítica, a qual considera essencial o trabalho pedagógico que possibilite a apropriação dos conhecimentos científicos na área, favorecendo uma ação social consciente. As duas primeiras seções procuram subsidiar a pesquisa de campo, explicitadas na terceira seção, como referencial teórico. A primeira seção aborda as relações existentes entre o currículo escolar e a sociedade, consideradas essenciais para a análise da ação didática, por influenciarem-na constantemente. A segunda apresenta as categorias: totalidade, mediação dialética, unidade teoria e prática e contradição, que se caracterizam como base para análise da ação didática registrada pela pesquisa de campo. Ainda nesta seção, realiza-se um recorte voltado ao ensino da matemática, mais especificamente para o ensino dos números racionais, no intuito de cumprir com o objetivo principal do trabalho. A terceira seção apresenta a Metodologia – sujeitos, material utilizado e procedimento – da pesquisa de campo e a análise dos dados da pesquisa. Trata-se de uma pesquisa de campo objetivando analisar a prática pedagógica utilizada por professores de 6º ano do Ensino Fundamental, durante a introdução do conceito dos Números Racionais, conteúdo que se constituirá como base para o aprendizado da maioria dos demais conteúdos das séries subsequentes, no qual, pela sua complexidade, buscaram-se possíveis obstáculos didáticos e epistemológicos. A pesquisa de campo foi realizada durante o ano letivo de 2011, em dois colégios da rede pública de ensino da área urbana do município de Cascavel. Do conjunto de dados coletados, com base nas categorias apresentadas nas seções 1 e 2, extraíram-se os elementos para análise, sem considerar a cronologia dos fatos, mas sim sua similaridade, uma vez que o Anexo 1: Transcrição das aulas filmadas, apresenta os mesmos dados na íntegra. A pesquisa de campo objetivou analisar o trabalho pedagógico com os Números Racionais e visou ressaltar os obstáculos provenientes da própria ação didática, os quais podem provocar Obstáculos Epistemológicos. Por fim, algumas considerações fazem a junção entre as três seções, vinculando as diversas relações entre a ação didática, o currículo, a Pedagogia Histórico-Crítica e a sociedade.

PALAVRAS-CHAVE
Processos de Ensino. Ensino Fundamental. Obstáculos Didáticos. Obstáculos Epistemológicos. Números Racionais.

ABSTRACT

This work deals with the occurrence of the didactic obstacles in Mathematics' teaching, focusing on the apprenticeship of Rational Numbers, during the 6th grade of Elementary School. Its purpose consists on furnishing subsidies to the pedagogical practice of Mathematics, based on the historical-critical Pedagogy, which considers essential the educational work, which makes possible the appropriation of scientific knowledges in this area, and what, also, supports a conscious social proceeding. The first two chapters seek to support the camp research – which is cleared in third chapter - as a theoretical reference. The first chapter approaches the relationships between the school curriculum and society, considered fundamental to the analysis of the didactic action, because they influence it constantly. The second chapter presents the categories: whole, dialectical mediation, unit theory and practice, and contradiction, which are characterized as the basis of analysis of the didactic action, recorded by camp research. In the same chapter, an outline is made turned to the teaching of Mathematics, more specifically for the teaching of Rational Numbers, in order to fulfill the main objective of this work. The third chapter presents the methodology (subject, material and procedure) of the camp research and analysis of researched data. This is a camp research aimed at analyzing the pedagogical practice used by teachers of 6th grade, while introducing the concept of Rational Numbers, content that will constitute the basis for learning most of the other contents of the subsequent grades, in which, by its complexity, possible epistemological and didactic obstacles were searched. The camp research was conducted during the school year 2011, with two colleges of Public School System, in urban area of Cascavel. From the ensemble of collected data, with bases on the categories presented in first and second chapters, were extracted the elements for the analysis, without considering the chronology of events, and yes, their similarity, since the Annex 1: transcript of filmed lectures, presents wholly the same data. The camp research allowed to subsidize the educational work related to Rational Numbers, and its purpose was to emphasize about the obstacles originated from the didactic action itself, which can lead to epistemological obstacles. Finally, some considerations make the junction between the three chapters, linking the various relationships among didactic action, curriculum, historical-critical pedagogy, and society.

KEY-WORDS

Teaching proceedings, Elementary School, Didactic Obstacles, Epistemological Obstacles, Rational Numbers.

LISTA DE SIGLAS

AID	Agency for International Development
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LBDEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
USAID	United States Agency for International Development
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Desenho elaborado pela professora na lousa..................................... 70
Figura 2 – Algoritmo apresentado pela professora na lousa............................ 74

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. 08
1 ANÁLISE DE ALGUMAS RELAÇÕES ENTRE CURRÍCULO E SOCIEDADE 10
1.1 Conceito de Currículo.. 10
1.2 Algumas relações entre o Currículo Escolar e a sociedade...................... 19
2 O PROCESSO DE ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS........................ 36
2.1 A importância da Práxis.. 39
2.2 O Conceito de Números Racionais.. 46
2.2.1 Obstáculos Didáticos e Epistemológicos no ensino dos Números Racionais.. 46
2.2.2 A Práxis no processo de ensino dos Números Racionais.......................... 57
3 PESQUISA DE CAMPO.. 67
3.1 Metodologia da Pesquisa de Campo... 67
3.2 Apresentação e análise dos dados coletados.. 69
3.3 Em síntese, o que a pesquisa de campo revelou....................................... 81
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 83
REFERÊNCIAS.. 90
ANEXOS... 95
Anexo 01 Transcrição das aulas filmadas... 95

INTRODUÇÃO

Este trabalho analisa a prática pedagógica, mais especificamente com relação à disciplina de Matemática, pois a ação didática é um elemento essencial para o desenvolvimento adequado do aprendizado discente, objetivo fundamental da escola.

As reflexões a respeito da ação didática, realizadas neste trabalho, têm por base os números racionais, pois este conteúdo vem a ser uma essencial base para outros conteúdos. Além disso, trata-se de um conteúdo que pela sua complexidade pode acarretar demasiados atrasos com relação à sua aprendizagem, os quais, ao longo dos anos escolares, podem se constituir em obstáculos, prejudicando o desenvolvimento cognitivo do aluno. Sendo assim, os números racionais constituir-se-ão como vínculo principal entre as seções deste trabalho.

A Pedagogia proposta neste trabalho é a Histórico-Crítica, a qual tem como objetivo o desenvolvimento da percepção crítica do aluno para com as contradições do sistema de produção capitalista e seu preparo para, apropriando-se dos conhecimentos historicamente acumulados, inserir-se contribuindo para uma sociedade menos desigual. Assim, a análise da ação didática deve levar em consideração a sociedade na qual a escola está inserida, bem como todas as relações que uma exerce sobre a outra.

Nas três seções descritas a seguir, trabalha-se com as categorias dialéticas propostas por Almeida; Oliveira; Arnoni (2007): totalidade, mediação dialética, unidade teoria e prática e contradição, com objetivo de esclarecer os parâmetros que serão considerados na análise dos dados coletados na pesquisa de campo e refletir sobre as relações existentes entre os fatores que influenciam a ação didática.

No intuito de possibilitar essa reflexão social, a primeira seção traz o conceito de currículo, bem como suas interligações com as legislações impostas durante o século XX, as quais se materializam em políticas sociais, com objetivo de possibilitar o embasamento necessário para avaliar a ação didática considerando suas relações com o currículo e compreender as relações entre o currículo e a sociedade. A análise do currículo é essencial para a avaliação da ação de didática, pois ambos estão estreitamente relacionados.

A segunda seção traz contribuições de autores no sentido de sugerir uma ação didática que permita a efetivação dos objetivos da Pedagogia Histórico-Crítica. Na primeira parte, trata a unidade teoria e prática, a qual pode se constituir como propulsora para o aprendizado significativo dos conceitos das disciplinas em geral, e mais especificamente na disciplina de matemática. Além disso, ressalta a importância da indissociação da teoria no ato da ação pedagógica, no intuito de favorecer a apropriação do saber historicamente acumulado, a partir de sua confrontação com os saberes apropriados pelo aluno no seu cotidiano, permitindo-lhe o desenvolvimento de uma visão crítica das relações sociais nas quais se insere. Destaca-se o conceito de obstáculo didático: aquele produzido pela prática pedagógica que não auxilia no desenvolvimento do aluno, ou seja, um conceito ou modelo incorreto que pode criar barreiras para o aprendizado de novos. Por fim, o estudo afunila-se no sentido de abordar o ensino específico dos números racionais, o qual é o objeto de estudo da pesquisa de campo que se apresenta na terceira seção.

Na pesquisa de campo foram realizadas gravações, em áudio e vídeo, de aulas ministradas por dois professores do 6º ano do Ensino Fundamental de dois diferentes colégios da área urbana da cidade de Cascavel, durante o segundo semestre de 2011. As gravações tiveram por objetivo registrar a ação didática utilizada pelos professores para apresentação e desenvolvimento do conceito de Números Racionais. Nesta seção expõem-se os excertos da transcrição completa dos dados, entre os quais se intercalam trechos destinados à sua análise, que se baseia no referencial teórico fornecido pelas duas seções anteriores. Por fim, apresentam-se as considerações finais.

Por meio da análise da ação didática dos docentes participantes da pesquisa de campo e por meio das discussões teóricas realizadas a respeito das influências sociais às quais a escola está submetida, sendo uma delas o próprio Currículo escolar e a proposta teórica da ação didática apoiada na metodologia da Mediação Dialética, este trabalho tem por objetivo fornecer aos professores em geral e, mais especificamente aos professores de matemática, um material no qual possam basear-se para aperfeiçoar sua ação didática, bem como para incorporar os mesmos anseios que a Pedagogia Histórico-Crítica propõe por resultado, ou seja, possibilitar ao aluno a aprendizagem dos conceitos científicos na área da Matemática, bem como desenvolver sua visão crítica para com as contradições sociais, favorecendo sua atuação enquanto sujeito social comprometido com a superação das desigualdades sociais.

1 ANÁLISE DE ALGUMAS RELAÇÕES ENTRE CURRÍCULO E SOCIEDADE.

1.1 Conceito de Currículo

Há diferentes formas de pensar o currículo: podemos considerá-lo como sendo apenas o conjunto de conteúdos das disciplinas escolares, um rol, ou então como o todo escolar, tudo o que envolve o aprendizado dentro da instituição escola, as formas avaliativas, as formas de exposição de conteúdo, ou seja, todas as práticas escolares (SAVIANI, 2002, p. 66).

A escola está inserida em uma sociedade marcada pela incorporação das exigências do trabalho e acaba por funcionar como seu instrumento, vale dizer, os conhecimentos exigidos são aqueles necessários à inserção do aluno na sociedade, no mercado de trabalho.Tomando por base que

> o princípio do trabalho é imanente à escola [...], isso significa que no ensino fundamental a relação entre trabalho e educação é implícita e indireta. Ou seja, o trabalho orienta e determina o caráter do currículo escolar em função da incorporação dessas exigências na vida da sociedade (SAVIANI, 2007, p. 160).

Assim, os saberes básicos, – ler, escrever, contar, etc. – ensinados pela escola, são necessários, mas não suficientes às pessoas, para que possam compreender o mundo ao seu redor (Id., Ibid.).

Porém, *lato sensu*, cada escola possui seu próprio currículo, e devido a este fato,

> [...] o currículo se tece em cada escola com a carga de seus participantes, que trazem para cada ação pedagógica de sua cultura e de sua memória de outras escolas e de outros cotidianos nos quais vive. É nessa grande rede cotidiana, formada de múltiplas redes de subjetividade, que cada um de nós traçamos nossas histórias de aluno/aluna e de professor/professora. O grande tapete que é o currículo de cada escola, também sabemos todos, nos enreda com os outros formando tramas diferentes e mais belas ou menos belas, de acordo com as relações culturais que mantemos e do tipo de memória que nós temos de escola [...] (LOPES, 2006, s/n).

Sabaini (2007, p. 3) concorda com Lopes, afirmando que “o currículo é processo constituído por um encontro cultural, saberes, conhecimentos escolares na prática de sala de aula, locais de interação professor e aluno”. Portanto, podemos aferir que o currículo envolve relações sociais, abrangentes e determinantes para o processo de aprendizagem, podendo interferir no desempenho do aluno em sala de aula.

O Currículo Formal, documentado, tem seus objetivos e metas traçados, para cada área do conhecimento e para cada nível de aprendizado. Por outro lado, “para se constituir num instrumento de promoção humana, precisa ser continuamente confrontado com os objetivos da nossa ação educativa, de acordo com as características próprias da atividade sistematizadora” (SAVIANI, 2002, p. 68). A atividade sistematizadora se dá quando “educar passa a ser objeto explícito da atenção, desenvolvendo-se uma ação educativa intencional” (Ibid., p. 48). Ou seja, o Currículo Formal deve ser continuamente transformado, em um Currículo Real, por meio de planejamentos (bimestrais, anuais) e planos de aula, que possam se transformar em ação didática.

Esta visão se aproxima à do Currículo Oculto que ocorre por meio das relações de poder em sala de aula, quando alunos e professores aprendem quais são seus papéis, envolvendo “todos aqueles aspectos do ambiente escolar que, sem fazer parte do currículo oficial, explícito, contribuem de forma implícita, para aprendizagens sociais relevantes”. Estas aprendizagens sociais, às quais o autor se refere, podem também representar ideologias da sociedade capitalista, quando, “em particular, as crianças das classes operárias aprendem atitudes próprias ao seu papel de subordinação, enquanto as crianças das classes proprietárias aprendem os traços sociais apropriados ao seu papel de dominação” (SILVA, 2005, p. 78).

Refletir sobre o Currículo Escolar é extremamente importante quando se almeja uma adequada relação professor-aluno-escola-sociedade, a qual facilite a efetivação da aprendizagem e viabilize ao aluno expressar e pôr em prática sua individualidade, seja em sala de aula, seja em suas relações sociais, respeitando sua criatividade, autonomia e cidadania, contribuindo para torná-lo mais consciente das contradições presentes nas relações de produção, possibilitando-lhe uma ação social transformadora.

Todo Currículo Escolar é produzido, em uma sociedade, com determinada intencionalidade, e se constitui em uma das possíveis variáveis que interferem na construção do conhecimento – como as condições sociais desse aluno, suas relações familiares, com os colegas e com o professor, suas condições de saúde, de acesso à escola – contribuindo para uma formação cujas características são determinadas pela sociedade na qual está inserida cada escola. Entretanto, o currículo pode contribuir para a formação de discentes com características diferentes:

> Será a pessoa racional e ilustrada do ideal humanista de educação? Será a pessoa otimizadora e competitiva dos atuais modelos neoliberais de educação? Será a pessoa ajustada aos ideais de cidadania do moderno estado-nação? Será a pessoa desconfiada e crítica dos arranjos sociais existentes preconizada nas teorias educacionais críticas? (SILVA, 2005, p. 15).

Diferentes correntes pedagógicas, em decorrência de suas características próprias, têm diferentes resultados no desenvolvimento do aluno, ou seja, são capazes de formar diferentes sujeitos.

“Sintetizar em poucas linhas todo o pensamento de uma corrente pedagógica é um ato relativamente arbitrário” (DUARTE, 2010, p. 40). Justifica-se pela necessidade de explicitar, mesmo que sucintamente, quais são e como se caracterizam as principais abordagens pedagógicas, pois as diferentes formas de trabalhar o currículo possibilitam a formação de também diferentes sujeitos, preparados para diferentes formas de inserção social.

Encontramos algumas limitações ao buscar enquadrar o aluno como resultado de uma única abordagem pedagógica, pois dificilmente o professor mantém-se em uma única postura didática. Há outros condicionantes durante sua formação, de modo que não cabe apenas a uma forma unificada de abordar os conteúdos o resultado final de anos de estudo, uma vez que o próprio docente é fruto de um processo pedagógico no qual diferentes professores contribuíram com diferentes abordagens.

Procederemos, ainda assim, por mencionar, de forma sucinta, as diferentes abordagens do processo de ensino e como se refletem no currículo, para elucidarmos as potencialidades de cada uma. Entretanto, ao invés de seguir uma ordem cronológica, faremos esta análise a partir da abordagem sócio-cultural, entendendo-a como a mais adequada, pois é

> aquela que tem de ser forjada com ele (aluno) e para ele, enquanto homem ou povo, na luta incessante de recuperação de sua humanidade. Uma pedagogia que faça da opressão e de suas causas o objeto de sua reflexão, resultando daí o engajamento do homem na luta por sua libertação (MIZUKAMI, 1986, p. 86).

Na verdade, “que sentido terá a educação se ela não estiver voltada para promoção do homem?” (SAVIANI, 2002, p. 35). Ou seja, trata-se da educação, com objetivos para além da formação de indivíduos aptos ao trabalho, levando em consideração a práxis que o aluno vivencia, sem deixar de lado o conhecimento científico, historicamente elaborado.

Podemos definir Práxis como a unificação de uma teoria com uma prática que tem caráter reflexivo, pois à medida que o homem age na natureza, na sociedade, essa própria ação acaba também por transformá-lo. É o fazer do homem que implica num constante fazer-se, sendo que a ação só é possível à medida que o homem se faz. É capaz de criar no sujeito uma forma de agir diferenciada, que possibilite pequenas alterações no seu modo de vida com relação às imposições sofridas pela classe social da qual faz parte, o que consiste em uma das principais conquistas que o ensino pode alcançar.

Trata-se aqui da Unidade entre a Teoria e a Prática, a qual consiste em uma

> “prática educativa”, que se caracteriza pelas relações de tensão entre o processo de ensino (desenvolvido pelo professor) e o processo de aprendizagem (desenvolvido pelo aluno), os quais preservam suas identidades e potencializam aos alunos a elaboração de sínteses cognitivas relativas ao conteúdo de ensino desenvolvido (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 124).

Utilizar esta abordagem em sala de aula demanda articular continuamente os conceitos científicos a serem aprendidos pelo aluno à realidade em que esse aluno se insere, a partir dos seus conhecimentos prévios, em um processo intencionalmente planejado.

Diferentemente da concepção sócio-cultural, a abordagem tradicional que deriva

> de uma concepção estática de conhecimento, [envolve uma] prática transmitida de geração em geração, [onde] o conhecimento provém essencialmente do meio, [sendo] transmitido ao indivíduo na escola [por meio da] intervenção do professor, para que a aquisição do patrimônio cultural seja garantida (MIZUKAMI, 1986, p. 17-18).

Nessa concepção, o aluno é considerado como uma página em branco a ser preenchida com conhecimentos pré-determinados, ou seja, o aluno não faz com o professor, mas apenas recebe dele.

A abordagem comportamentalista caracteriza-se por considerar o empirismo como essencial para o processo educativo, ou seja, “o conhecimento é o resultado direto da experiência” (Ibid., p. 26). Considera o “homem como produto do meio e relativo a ele” (Ibid., p. 35) e, assim como ele, podendo ser manejado. “Tal como na abordagem tradicional, encontra-se aqui ênfase no produto obtido, na transmissão cultural, na influência do meio, no diretivismo”, e, por outro lado, baseia-se “não em uma prática cristalizada através dos tempos, mas em resultados experimentais do planejamento de contingências de reforço” (Ibid., p. 36) permitindo que cada aluno possa ser considerado e avaliado individualmente e o conhecimento fragmentado em pequenos passos, valorizando a consecução da tarefa e perdendo de vista o contexto social enquanto totalidade contraditória.

Na abordagem humanista, dá-se ênfase às “relações interpessoais e ao crescimento que delas resulta, centrado no desenvolvimento da personalidade do indivíduo, em seus processos de construção e organização pessoal da realidade, e em sua capacidade de atuar, como uma pessoa integrada” (Ibid., p. 37). Também se levam em consideração as vivências do aluno, suas emoções, e o “desenvolvimento de uma visão autêntica de si mesmo” (Ibid., p. 38). Nessa abordagem, o professor surge como mero “facilitador” (Ibid., p. 52), que deve conhecer as experiências dos alunos para que possa intervir corretamente, de forma a possibilitar-lhes desenvolverem-se a partir desta mediação. “Os conteúdos vindos de fora passam a assumir importância secundária, e privilegia-se a interação estabelecida entre as pessoas envolvidas numa situação de ensino-aprendizagem” (Ibid., p. 56).

A “facilitação da aprendizagem significativa baseia-se em certas qualidades de comportamento que ocorrem no relacionamento pessoal entre o facilitador e o aprendiz” (ROGERS, 1977, p. 111). O autor sugere que o professor deva mostrar-se ao aluno como realmente é: uma pessoa comum, como o próprio aluno. Além disso, sua relação para com o aluno deve ter qualidades, consideradas essenciais, como apreço, aceitação e confiança de ambas as partes, para que o aprendizado seja eficaz. Estes estudos são válidos, mas devemos nos atentar para a demasiada preocupação para com as relações interpessoais, ou seja, o fato de se considerar mais importante o comportamento do professor perante o aluno, do que o conhecimento que o aluno possa alcançar, pode acarretar a supervalorização do cotidiano do aluno e consequentemente, o conhecimento científico tornar-se secundário, fazendo com que o ensino assuma um caráter pragmático, ou seja, um ensino, no qual,

> a atividade e o pensamento humanos não ultrapassariam jamais a vida cotidiana. O pragmatismo ignora ou dá pouca importância às diferenças entre a vida cotidiana e as outras esferas da vida social (DUARTE, 2010, p. 48).

Dessa forma, o ensino que possua essa qualidade pragmática não é capaz de contemplar a totalidade da prática social, ou seja, constitui-se inapto a enxergar o homem em sua integralidade, pois acaba por considerar a prática cotidiana como a única, ou a mais importante.

Marx (1993) alerta para as possibilidades reais criadas pela própria sociedade burguesa, para superação da lógica reprodutiva do capital, por meio de uma transformação revolucionária.

> Uma sociedade comunista deve ser uma sociedade superior ao capitalismo e para tanto ela terá que incorporar tudo aquilo que, tendo sido produzido na sociedade capitalista, possa contribuir para o desenvolvimento do gênero humano, para o enriquecimento material e intelectual da vida de todos os seres humanos. Trata-se de: superar os limites do Iluminismo sem negar o caráter emancipatório do conhecimento e da razão; superar os limites da democracia burguesa sem negar a necessidade da política; superar os limites da ciência posta a serviço do capital sem, entretanto, negar o caráter indispensável da ciência para o desenvolvimento humano; superar a concepção burguesa de progresso social sem negar a

> possibilidade de fazer a sociedade progredir na direção de formas mais evoluídas de existência humana (DUARTE, 2010, p. 49).

Ou seja, a abordagem humanista peca por não considerar o saber científico acumulado ao longo da evolução humana como fundamental para o desenvolvimento educativo do aluno. Peca ainda, por não considerar o movimento da história e suas contradições, fazendo com que a escola deixe de mesclar os conhecimentos (científico e humano), fato que contribuiria na formação de indivíduos capazes de enxergar os problemas e possíveis soluções sociais, além dos limites do seu cotidiano.

A abordagem cognitivista propõe “estudar cientificamente a aprendizagem como sendo mais que um produto do ambiente, das pessoas ou de fatores externos ao aluno”. O aprendizado depende essencialmente de uma prática pedagógica adequada, sendo que o conhecimento é sempre possível de se alcançar por parte dos alunos (PIAGET, 1975, p. 17).

Sugere que o aluno deva passar por um processo de construção do conhecimento, no qual a assimilação de novas informações leva a uma reorganização interna das informações anteriormente assimiladas por ele, alterando suas estruturas de raciocínio, envolvendo desequilíbrios e novas equilibrações em patamares cada vez mais avançados.

Piaget (1975, p. 18) explicita como deveria ser a forma de abordagem dos conteúdos, nas áreas do conhecimento científico, ao citar algumas condições para que o ensino da época gerasse mais vocações científicas, as quais se constituíam, segundo ele, como uma necessidade da sociedade da década de 1970. Cita que é necessário que se utilizem os

> métodos ativos, conferindo-se especial relevo à pesquisa espontânea da criança ou do adolescente e exigindo-se que toda verdade a ser adquirida seja reinventada pelo aluno, ou pelo menos reconstruída e não simplesmente transmitida [...] o que se deseja é que o professor deixe de ser apenas um conferencista e que estimule a pesquisa e o esforço, ao invés de se contentar com a transmissão de soluções já prontas

e continua:

> No sentido inverso, entretanto, ainda é preciso que o mestre-animador não se limite ao conhecimento de sua ciência, mas esteja muito bem informado a respeitos das peculiaridades do desenvolvimento psicológico da criança ou do adolescente: a colaboração do experimentador psicogenético é por conseguinte indispensável para a prática eficaz dos métodos ativos (Ibid., p. 18).

Nessa perspectiva, ao apresentar um objeto ou um conceito pronto ao aluno, expondo suas verdades, mesmo que evidentes, priva-se este da oportunidade de descobrir tal fato por si só, gerando atrasos no seu desenvolvimento cognitivo (PIAGET, 1998, p. 166).

Ainda, há diversas contribuições em sua pesquisa que merecem destaque, como por exemplo, na área da experimentação:

> se existe um setor no qual os métodos ativos se deverão impor no amplo sentido da palavra, é sem dúvida o da aquisição das técnicas de experimentação, pois uma experiência que não seja realizada pela própria pessoa, com plena liberdade de iniciativa, deixa de ser, por definição, uma experiência, tornando-se um simples adestramento (PIAGET, 1975, p. 20).

Ou seja, trata-se de um ensino diretamente ligado a algo que o aluno possa vivenciar e dar sua contribuição, não apenas assimilando o conteúdo pronto, exposto pelo professor. Portanto, esta abordagem considera a interação social imprescindível no processo de aprendizagem. Entretanto, ao ressaltar a necessidade de interação social, não o faz em uma perspectiva comprometida com a redução das desigualdades sociais existentes.

Nesta perspectiva crítica, Duarte (2010, p. 37) esclarece que na maioria das pedagogias atuais, que se remetem à lógica capitalista, não está presente a idéia de que existe uma totalidade quando falamos da realidade humana, ou seja, possibilitam atuações pedagógicas fragmentadas, que não apresentam correlações entre os acontecimentos que o homem vive e suas condições materiais de existência, como se estivessem sujeitas totalmente ao acaso. A análise da realidade, não tomando como pressuposto a categoria da totalidade, concebe o sujeito ao acaso das particularidades do cotidiano, acarretando e justificando uma fragmentação curricular, a qual, hoje vemos tramitar. Pensar o homem na perspectiva da totalidade significa pensá-lo como ser social, constituído por partes, as quais, inserem-se em um movimento social continuo e determinam-se mutuamente (MARX, 1979).

Contudo, se considerássemos o homem multiculturalista[1], ou seja, aquele que pertence, ao mesmo tempo, a vários grupos da sociedade, cada um deles com suas características próprias, dever-se-ia submetê-lo a um determinado currículo padronizado? Seria correto ensinar só o que faz parte de seu cotidiano? Mas e o saber historicamente acumulado? Considerando-o, quais seriam a forma e o caminho adequados para abordá-lo na escola? Para responder a isto devemos considerar que cada indivíduo, decorrente do local e época de nascimento, constituído na e pela cultura que o permeia, quando em sala de aula, possui conhecimentos prévios semelhantes e distintos em relação aos demais. Assim, não há como desconsiderar tais conhecimentos. Contudo, tampouco podemos negar a necessidade de conduzi-los ao mesmo ponto de chegada: o saber historicamente acumulado.

Na verdade, a categoria da Totalidade pode contribuir para a compreensão de que, na sociedade, há relações interligadas, que interferem umas nas outras e qualquer ação tem consequências, as quais, por sua vez, proporcionam novas consequências. Consideramos a Totalidade como mais uma das categorias dialéticas essenciais para a análise dos dados de nossa pesquisa.

Compreender o conceito de Totalidade, na visão da dialética, consiste na percepção da complexidade de efeitos gerados por cada ação humana ou da natureza, e que tais ações são reflexos de outras ações, provenientes e dependentes do modo de produção capitalista, isto é, nada é isolado: as relações e transformações na sociedade são influenciadas por sua submissão ao regime do capital, as quais, por sua vez, servem de influência para outras (ENGELS, 1976).

Para Marx (2012), a categoria da totalidade permite perceber que qualquer elemento da sociedade possui múltiplas determinações e relações, as quais apenas

[1] O multiculturalismo, tal como a cultura contemporânea, é fundamentalmente ambíguo. Por um lado, o multiculturalismo é um movimento legítimo de reivindicação dos grupos culturais dominados no interior daqueles países para terem suas formas culturais reconhecidas e representadas na cultura nacional. O multiculturalismo pode ser visto, entretanto, também como uma solução para os problemas que a presença de grupo raciais e étnicos coloca, no interior daqueles países para a cultura dominante. De uma forma ou de outra, o multiculturalismo não pode ser separado das relações de poder que, antes de mais nada, obrigam essas diferentes culturas raciais, étnicas e nacionais a viverem no mesmo espaço. (SILVA, 2007, p. 85).

podem ser compreendidas se forem analisadas a partir de abstrações que, progressivamente, baseadas no concreto, avançam até a totalidade de determinações e relações que se articulam com esse elemento, o que então configurar-se-á como o concreto-pensado. Isto possibilita a formação de uma visão crítica e articulada – o concreto-pensado – das múltiplas determinações desse elemento em um dado modo de produção.

Conforme nos mostra a abordagem sócio-cultural, devemos considerar a relação dentro e fora da escola, já que "o todo se constitui de totalidades complexas e dinâmicas" (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 130), as quais devem ser consideradas em sala de aula, para que sejam desenvolvidas aulas que possibilitem a crítica para com as relações de poder da sociedade capitalista, mostrando suas múltiplas formas de manifestar-se no cotidiano escolar e na sociedade como um todo. Falaremos do currículo escolar, uma dessas formas de manifestação do capitalismo, no intuito de responder quais são os determinantes de sua construção em determinada sociedade e da escolha deste ou daquele tipo de currículo.

1.2 Algumas relações entre o Currículo Escolar e a sociedade

Iniciamos apresentando o conceito de Estado, já que se tornará importante para refletir sobre sua possível influência no currículo escolar, o qual se constitui em

> um poder colocado aparentemente por cima da sociedade, chamado a amortecer o choque e a mantê-lo dentro dos limites da "ordem". Este poder, nascido da sociedade, mas posto acima dela e distanciando-se cada vez mais, é o Estado (ENGELS, 1986, p. 225).

Engels (1986, p. 225), esclarece que o Estado é produto das relações sociais que acabam por necessitar desse poder, já que a sociedade não é capaz de permanecer, por si só, sem que haja algo que administre os problemas decorrentes de suas desigualdades sociais.

Dessa forma, uma das condições para a permanência do Estado Capitalista é a manutenção dessas desigualdades, sendo-lhe necessário apenas administrar os conflitos daí decorrentes, pois os detentores dos meios de produção lutam por permanecer como tais, necessitando, para tanto, da classe menos privilegiada.

Condizente com este fato, utilizando as palavras de Mészáros (2002, p. 1.039), percebemos a principal preocupação de Marx: “o sistema de produção em suas determinações socioeconômicas objetivas, que se manifestam diretamente pela existência da prevalecente divisão social do trabalho sob a forma de classes”.

Iniciaremos por verificar as incipientes escolas brasileiras de primeiras letras, no final do século XIX, as quais se caracterizavam por não possuir um currículo escolar que se subordinasse a uma Lei formal, de caráter nacional. Isto se explica, em parte, pelo fato de que os interesses do mercado naquela época eram mínimos com relação à Educação. Segundo Xavier (1994), a economia agroexportadora necessitava de pouca mão-de-obra qualificada, pois os não muitos comerciantes recebiam de seus pais o ofício e o transmitiam a seus filhos. Assim justifica-se o baixo interesse pela Educação, pois se necessitava apenas de alguns contadores (guarda-livros) e professores para que esta situação se mantivesse, uma vez que quase 70% da população brasileira era considerada analfabeta no ano de 1900 (XAVIER, *et alii*, 1994).

Com a proclamação da república, e à medida em que se inicia um processo de industrialização, no início do século XX, o poder público passou a demandar uma maior sustentação política, ou seja, maior quantidade de aliados capazes de participar das eleições. Como a população analfabeta era impossibilitada de votar, havia urgência em ampliar a educação às camadas populares. “Essa espécie de preocupação se constituiria numa das determinantes do movimento conhecido como Entusiasmo pela Educação” (Ibid., p. 104).

Porém, a educação pretendida resumia-se a uma escola que, em sua fase primária, restringia-se ao ensino das primeiras letras, caracterizando-se por transmitir valores nacionalistas e religiosos (Ibid., p. 108).

Quando folheamos os manuais escolares mais antigos, da primeira metade desse século, podemos perceber textos patrióticos, lições de moral, de boas maneiras, lampejos de religiosidade, textos resultantes da parceria de Olavo Bilac com Coelho Neto, *‘Contos Pátrios’* (1904) e ‘*Pátria Brasileira*’ (1911) e de sua parceria com Manoel Bomfim: ‘*Livro de Composição*’ (1899), ‘*Livro de Leitura*’ (1901) e, o mais representativo, ‘*Através do Brasil*’ (1910) (GOLDSTEIN, 1980). Estes textos resultam de uma concepção de educação que valorizava a liberdade de expressão e pensamento. Rui Barbosa, a guisa de exemplo, traduziu para o português, ainda no século XIX, a obra *Lições de Coisas* do americano Norman Allison Calkins, e o fez no intuito de trazer à nossa língua esta obra, pois

> corresponde às exigências do método intuitivo, tanto quanto a expressão escrita da vida nas páginas de um livro pode-se aproximar da vida mesma na plenitude da sua ação real. [...] Em nenhum dos seus conselhos ao professor vereis atribuído à memória esse papel de móvel de marchetaria, que lhe reservam os métodos em voga. Tudo nela respeita a liberdade da vocação no mestre e a espontaneidade de ação no aluno. [...] A escola não desenvolverá na criança a atividade, a espontaneidade e o raciocínio, se não tiver as janelas abertas para a cidade, para a natureza, para a vida. Tudo o que permanece no estado de fórmula, tudo o que se refolha sob a letra, é morto, enquanto o espírito não fizer surgir das palavras à coisa visível e palpável, ativa, envolvida em nossa existência, que nos espera ao sairmos da escola, para ser examinada, interrogada, e revelar-nos os seus segredos (BARBOSA apud MORMUL, 2009, p. 7).

Os ideais dessa perspectiva apontada por Rui Barbosa faziam parte do movimento conhecido como Escola Nova, que chegou ao Brasil, por volta de 1910, com duas vertentes. Uma delas que aspirava abranger todas as classes sociais, tendo como objetivo alfabetizar camadas menos favorecidas da sociedade, poderia redundar em resultados políticos mais adequados aos interesses da população brasileira. A outra, em suas origens, considerava que se deveria “promover os mais capazes, independentemente de origem étnica e social” (PATTO, 1996, p. 63).

> A bandeira da universalização da escola era empunhada por progressistas das camadas superior e média à cata de alianças com setores populares e embalados pelo ideário político moderno. Era levantada ainda pelos conservadores, preocupados com o controle das camadas populares, principalmente diante da ameaça representada pelos imigrantes, que deveriam ser integrados aos “valores e costumes” nacionais. E, finalmente, pelos movimentos operários do período, bastante significativos, que exigiam a universalização dos direitos de cidadania, entre eles o acesso à instrução (XAVIER, *et alii*, 1994, p. 117).

Essa última vertente, que se fortaleceu a partir da década de 1920, desenvolveu-se com o aprimoramento das experiências na área da psicologia, e seu objetivo era criar uma pedagogia que considerasse as “potencialidades dos educandos”, enquanto capacidades diferenciadas e voltava-se para o aperfeiçoamento das estratégias de ensino.

Nas décadas subseqüentes, acirrou-se a tensão entre as classes sociais, pois a escola tradicional utilizada como incremento à participação política não se desenvolveu de acordo com os interesses políticos. Em outras palavras, o proletariado não escolhia os candidatos que a burguesia considerava como ideais (SAVIANI, 2003 p. 52). Assim, a primeira vertente não permaneceu, por não atingir seu objetivo, dando lugar a segunda vertente, que valorizava as diferenças individuais, os testes para avaliá-las e os métodos de ensino.

> Passou-se do “entusiasmo pela educação”, quando se acreditava que a educação poderia ser um instrumento de participação das massas no processo político, para o “otimismo pedagógico”, em que se acredita que as coisas vão bem e resolvem-se nesse plano interno das técnicas pedagógicas (SAVIANI, 2003, p. 51).

Deste modo, o “otimismo pedagógico” trouxe à Educação a preocupação para com seus métodos, e em vez de priorizar a quantidade, passou-se a primar pela qualidade do ensino. No início da década de 1930, tal vertente da Escola Nova, citada, que primava pelo aprimoramento das técnicas pedagógicas, ganhou força. No entanto, suas conseqüências foram o “aprimoramento do ensino destinado às elites e o rebaixamento do nível de ensino destinado às classes populares” (SAVIANI, 2003, p. 53).

Considerando todo esse jogo de interesses envolvendo a Educação, vamos analisar e comparar as constituições brasileiras que, desde o século XIX, já resguardavam na letra o direito da escolarização a todos os cidadãos, embora distante de sua concretização.

Apesar da garantia da gratuidade do Ensino Básico a todos os cidadãos, dada pelo decreto imperial de 15 de outubro de 1827, nada de concreto a este respeito aconteceu, pois o Estado acabou por se desobrigar da função que lhe era prevista: criar uma escola em todas as cidades e vilas do Brasil. Garantia apenas o ensino superior a alguns dos que pertenciam à classe mais privilegiada da população (BRASIL, 1878, p. 1). Somente um século mais tarde, as constituições de

1934 e de 1946 atribuem, novamente, à União o direcionamento da Educação, determinando percentuais mínimos dos impostos a serem-lhe aplicados. A última em seu artigo 169 afirma a gratuidade do Ensino Público (BRASIL, 1946, p. 2).

A Constituição de 1937, diferentemente das outras duas, era conservadora e foi desenvolvida por agentes de grupos fascistas. Desobrigava o Estado da manutenção do Ensino Público, embora mantivesse a gratuidade do ensino primário, implantava o ensino pago e iniciava a cooperação entre a indústria e o Estado para o ensino profissionalizante (XAVIER, *et alii*, 1994, p. 189). Ainda, a constituição da década de 1940 tornava as empresas, com mais de cem funcionários, responsáveis pela educação destes e de seus filhos.

Consolidou-se, gradativamente, "um processo urbano-industrial que manteve a sociedade brasileira na condição de área periférica cada vez mais intensamente submetida aos países centrais do sistema capitalista mundial" (Ibid., p. 129). Entretanto, o fim do período conhecido como Estado Novo[2] possibilitou uma nova constituição de cunho mais democrático, que resultou na Lei 4.024/61, a qual garantia a escola como um direito de todos os cidadãos, mas que representou o amadurecimento de uma discussão entre escola pública e laica, consolidando um modelo de educação liberal.

A Lei 4.024/61, que levou 10 anos para ser promulgada, perdeu a força que teria, embora fosse considerada como uma vitória, ainda que modesta, das lutas de classe no decorrer de uma década, e mesmo sendo uma Lei federal a cuja execução estivessem sujeitos Municípios, Estados e a União, dava-lhes certa autonomia.

> Quem vai proceder aos atos complementares para execução da Lei de Diretrizes e Bases são os Estados e não o poder federal. Êste poderá fazer a sua lei federal reguladora de seu sistema federal de ensino, mas os Estados é que terão agora de fazer suas leis estaduais de diretrizes e bases, fundadas nas Diretrizes e Bases

---

[2] "À medida que se aproximava o final do seu mandato constitucional, tornava-se urgente para Vargas e os setores que o apoiavam encontrar um meio de suspender as eleições presidenciais de 3 de janeiro de 1938. O pretexto para a suspensão das eleições e o golpe foram os comunistas que, apesar de quase todos presos, viram-se acusados de estarem preparando uma nova conspiração. [...] Getúlio Vargas decretou o estado de guerra, que permitia prender qualquer pessoas em ordem judicial, e procurou o apoio das Forças Armadas e dos governadores dos Estados para o golpe. Este foi executado em 10 de novembro de 1937, praticamente sem resistência. [...] Já as dez horas do mesmo dia, Getúlio Vargas, agora ditador, apresentava aos seus ministros a nova Constituição, centralizando todo o poder em suas mãos" (PILETTI, 2003, p. 87).

> nacionais, e não federais, para a criação dos sistemas estaduais de educação (TEIXEIRA, 1962, p. 222-3).

Porém, tanto o Ensino Ginasial quanto o Ensino Colegial tinham como forma de ingresso o ‘exame de admissão’, ensejando que apenas os melhores viessem a freqüentar os sucessivos anos escolares: quatro anos de Ensino Ginasial e três de Ensino Colegial.

Tais exames caracterizavam-se em barreiras que contribuíam para restringir o acesso da população a um ensino mais avançado. O Ginasial e o Colegial, previstos pela Lei 4.024/61, acabavam por atender os filhos da classe dominante. Quando o aluno era da classe menos favorecida, precisava de poucos conhecimentos técnico-científicos, apenas suficientes para cumprir seu papel no mercado de trabalho. Isto é, nesses casos a escola tendia “a cumprir essa função apenas nos limites necessários da formação da força de trabalho imprescindível ao desenvolvimento do processo produtivo” (SAVIANI, 2002, p. 187).

Durante o processo de implantação das indústrias no Brasil, dos anos 1910 aos anos 1960 (XAVIER, *Idem*, p. 129), ocorreu certa unificação de interesses entre as classes sociais, pois a industrialização, de diferentes formas, era conveniente para todos. À classe operária como um meio de subsistência e ascensão às camadas mais elevadas, no sentido da “libertação nacional” (SAVIANI, 2002, p. 153) e às classes dominantes, como um fim, para consolidar sua hegemonia. Havia nessa época uma contradição entre a ideologia política e o modelo econômico adotado pelo Estado capitalista, pois predominava a ideologia política de supervalorização do desenvolvimento nacional, enquanto o modelo econômico respeitava os interesses das empresas internacionais, as quais tomavam espaço das empresas nacionais e dominavam o cenário econômico brasileiro (SAVIANI, 2002, p. 157).

Quando esse processo de implantação da industrialização decresceu, em 1960, as classes sociais distintas voltaram a possuir, cada uma, interesses distintos:

> Enquanto a burguesia busca consolidar seu poder, as forças de esquerda levantam nova bandeira: trata-se da nacionalização das empresas estrangeiras, controle de remessas de lucros, de dividendos e as reformas de base (reformas tributária, financeira, agrária, educacional, etc.) tais objetivos eram em decorrência da

> ideologia política do nacionalismo desenvolvimentista que, entretanto, entram em conflito com o modelo econômico vigente. Daí a alternativa: ajustar a ideologia política ao modelo econômico vigente ou vice-versa. A revolução de 1964 resolveu o conflito em termos da primeira opção (SAVIANI, 2002, p. 156).

Ou seja, o golpe de 1964, com o qual iniciou-se o Regime Militar[3] resultou em alterações do ponto de vista político e consequentemente legal e educacional. O presidente Janio Quadros havia perdido apoio dos partidos políticos de direita e mesmo os partidos de esquerda não possuíam organização suficiente para sustentá-lo, quando o país passou para as mãos dos militares. A inspiração liberalista que caracterizava a Lei 4.024/61 cede lugar a uma tendência tecnicista nas Leis 5.540/68 e 5692/71 (*Id., Ibid*.).

Na década de 1960, a “Guerra Fria”, que envolvia demonstrações de poderio militar, disputada entre as duas maiores potências mundiais da época, Estados Unidos da América e União Soviética, demonstrou influência nos currículos escolares dos países capitalistas. Essa guerra, dentre outras consequências, resultou por incrementar nas grades curriculares o ensino das Ciências Naturais e Matemáticas, com o intuito de avançar no campo científico e tecnológico por meio de uma educação que visava interesses econômicos, oportunizando a inclusão do estudante no mercado de trabalho (NARDI, 2004, p. 372). Assim, o contexto de reestruturação do ensino de Ciências pareceu

> ocorrer em nível mundial, a partir da idéia de que os currículos escolares necessitam ser atualizados, em função dos avanços observados na ciência e da preocupação (vigente nas potências capitalistas ocidentais) com o nível de desenvolvimento científico e tecnológico atingido pela então URSS (União das Repúblicas Socialistas Soviéticas), fatos gerados após a Segunda Guerra Mundial, cujo espólio dividiu o mundo em dois blocos, chamados então de “capitalista” e “comunista” (Id., Ibid. p. 372).

[3] A Ditadura Militar foi implantada no Brasil em 1º de abril de 1964, com substancial apoio de pessoas e entidades da sociedade civil, de órgãos representativos do poder econômico nacional, de uma parte considerável dos superiores da hierarquia católica e ainda de importantes órgãos de comunicação de massa que se proclamam tradicionalmente liberais. O sistema ditatorial, que durou de 1964 a 1986, teve diversas etapas e apresentou algumas características peculiares, como o fato de que o poder ditatorial não se apoiava num líder carismático, mas foi imposto e exercido sempre por grupos dominantes. A par disso, por motivo de divergências entre diferentes grupos de militares, mas também tentando dar a aparência de democracia, sucederam-se no comando ostensivo do governo ditatorial cinco generais de exército, essencialmente ditadores, mas com estilos diferentes sob certos aspectos, tendo havido variações quanto à intensidade das violências e à linguagem. (DALLARI, s/d).

Esta ênfase no ensino científico ocorreu durante o Regime Militar brasileiro, – a partir do golpe de 1964 – vindo a refletir-se nos currículos escolares em meados da década de 1970 no território nacional, por meio de acordos como a Aliança para o Progresso[4] e por meio da Lei 4.464/65, "que regulamentava a organização e funcionamento dos órgãos de representação estudantil e as gestões em torno dos chamados acordos MEC-USAID[5]" (SAVIANI, 2002, p. 159-60), e da Lei 5.692/71, ainda que os componentes curriculares brasileiros não sofressem demasiadas alterações na letra, trouxeram consequências negativas na prática. Esta última lei limitou-se a suprimir o Ensino Religioso que, assim como as Técnicas Agrícolas e Industriais, segundo a Lei, tiveram suas cargas horárias reduzidas. No lugar destas, ampliaram-se as cargas horárias das disciplinas de Matemática e Português, como também implantaram-se as disciplinas de Educação Artística e Educação Moral e Cívica, insuflando o ufanismo nacionalista ("Brasil, ame-o ou deixe-o!"), além de Educação Física e da disciplina Programas de Saúde. Ainda, as disciplinas de Geografia e da História passaram a agrupar-se em uma única: Estudos Sociais. No 2º grau, conforme consta na Lei 5.692/71, houve acréscimo na carga horária das disciplinas de Química, Física e Biologia, constituindo-se como sua visível valorização.

Silva (2005) destaca que o currículo humanista, citado anteriormente, foi mantido nas escolas que atendiam à elite. A situação mais crítica refletia-se nos cursos com terminalidade profissionalizante: Básico em Saúde, Mecanografia, Enfermagem, Marcenaria, Contabilidade, e algumas dezenas de nomes mais, visando fornecer trabalhadores para os muitos setores do mercado de trabalho (BRASIL, 1971). Além de oferecerem uma formação aligeirada, determinada pela Lei

---

[4] Programa de ajuda externa norte-americana orientado para a América Latina lançado nos anos 1960 durante a gestão de J. F. Kennedy (1961-63). Constituía-se em um plano de cooperação decenal, com o objetivo de estimular o desenvolvimento econômico, social e político. (MATOS, s/d, p. 359).

[5] Acordo firmado em 1964 entre o Ministério da Educação e Cultura e a *United States Agency for International Development* (Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional), [...] com o propósito de formar integrantes do MEC para viabilizar o projeto de desenvolvimento norte-americano no Brasil, bem como adequar a educação aos padrões da competitividade capitalista. As reformas promovidas naquele período também favoreceram a disseminação do ensino privado acompanhada da deterioração do ensino público e a separação bem distinta entre dois segmentos sociais: uma formação propedêutica para a elite, e uma formação para o trabalho destinada às classes populares. (SARTÓRIO, *et alii*, 2008, p. 246). Os acordos MEC-USAID representavam a imposição de uma concepção para a educação cuja estrutura organizacional estava submetida aos técnicos da AID (Agency for International Development).

5.692/71, dada a pobreza das escolas e a ausência de docentes habilitados nas disciplinas específicas, os diretores de escola eram forçados a recorrer a profissionais como médicos, bioquímicos ou advogados, para completar o quadro de professores, prejudicando ainda mais a formação profissional oferecida.

> A carência de professores de ensino técnico habilitados em nível superior, exigência da Lei nº 5.540/68, levou o MEC a ser autorizado, em 1969, a organizar e coordenar cursos superiores de formação de professores para o ensino técnico agrícola, comercial e industrial (MACHADO, 2009, p.5).

Essa carência de professores de ensino técnico, no Brasil, era também constatada na região oeste do Estado do Paraná, durante a década de 1970, permanecendo até os dias de hoje, ainda que minimizada. Podemos observar diversos casos de profissionais de diferentes licenciaturas, atuando fora de suas áreas de graduação, o que, em tese, torna o ensino frágil, devido à falta de preparo para atuar em áreas, nas quais não têm habilitação. Essa situação agravava-se nos casos em que profissionais liberais atuavam como docentes sem a devida formação pedagógica.

Em 1971, a Lei 5.692, (BRASIL, 1971) na qual se dava a reforma do 1º e do 2º graus, determinou que seriam destinados 8 anos, ou seja, 720 horas anuais de atividades para o Ensino de 1º Grau, e para poder ingressar nele, o único critério era o aluno ter idade mínima de sete anos, passando, então, a obrigatório dos 7 aos 14 anos de idade. O Ensino de 2º Grau, destinado “à formação integral do adolescente”, exigia a conclusão do 1º Grau como critério para ingresso. Sua duração variava entre três e quatro anos, que correspondiam de 2.200 e 2.900 horas de aula, respectivamente. O aluno poderia optar em realizar o 4º ano, do qual havia a possibilidade de aproveitamento de disciplinas em curso superior afim, conforme cita a própria Lei.

Como já mencionamos anteriormente, repete-se na Lei 5.692/71, a tentativa de “diluir o conteúdo da aprendizagem das camadas populares”, já que propõe a “reformulação curricular” de modo que o ensino “se desenvolvesse predominantemente sob a forma de atividades e áreas de estudos” (SAVIANI, 2003, p. 55), além de permitir, nos locais em que não houvesse condições para o trabalho escolar de oito anos, a conclusão do 1º grau em menos tempo. Essa Lei possuía “uma ideologia desenvolvimentista com acento privatizante na educação e compulsoriamente profissionalizante” (XAVIER, *et alii*, 1994, p. 249).

Nessa década, na região sul do Brasil, mais especificamente no Estado do Paraná, ocorreu uma expansão da produção agrícola, representada pela concentração de grandes extensões de terra nas mãos dos latifundiários que modernizaram o maquinário, afastando o pequeno agricultor e reduzindo a necessidade da mão-de-obra no campo.

Um grave problema social resultante dessa situação foi o êxodo rural, como fenômeno de migração da população do campo para as cidades, alimentado pela ilusão de melhores oportunidades de emprego nos grandes centros urbanos, conforme mostram os dados relatados por Gaspareto (2010, p. 8): “entre 1970 e 1980 a taxa geométrica de crescimento anual da população urbana foi de 5,97 enquanto a população rural teve uma taxa de crescimento negativa de 3,33 no Paraná”. Um exemplo foi a cidade de Toledo, que teve seu índice populacional urbano aumentado em 31% entre as décadas de 1970 e 1980 (CAMPOS, 2007, p. 23), acarretando a questão de como inserir profissionalmente essa população que apenas sabia manejar enxada e tanger bois, sendo que mesmo uma vez eventualmente preparados, restava a questão de como oportunizar-lhes trabalho, possibilitando-lhes exercerem sua cidadania.

Voltando ao âmbito nacional, a falta de professores agravou-se a partir da implantação de uma política educacional de inclusão, buscando acolher todo o contingente discente em sua não-suficiente estrutura. Esta situação propagou-se até a década seguinte, agravando-se quando, no

> processo de democratização dos anos 80 os conhecimentos escolares passaram a ser questionados e redefinidos por reformas curriculares. As transformações da clientela escolar composta de vários grupos sociais que viviam um intenso processo de migração, do campo para as cidades, e entre os Estados, com acentuado processo de diferenciação econômica e social, forçavam mudanças no espaço escolar. As novas gerações de alunos habituavam-se à presença de novas tecnologias de comunicação, especialmente o rádio e a televisão, que se tornaram canais de informação e de formação cultural. Entrava pelas portas das escolas uma nova realidade que não poderia ser mais ignorada. O currículo real forçava mudanças no currículo formal. Essas mudanças passaram a ser consideradas e discutidas pelos diversos agentes educacionais preocupados em

> absorvê-las à organização e ao currículo escolar (BRASIL, 1997, p. 24).

Citamos a fala oficial para podermos evidenciar as transformações curriculares nela contidas, mostrando a intenção explicitada pelo Estado, de que a escola deveria preparar o aluno para as particularidades técnico-científicas das profissões existentes na sociedade, objetivo até hoje não consolidado sequer com relação à alfabetização, haja vista o índice de analfabetos, com idade acima de 10 anos, correspondente a 9%, informado pelo censo de 2009 (IBGE, 2009).

Diante dessa situação, verificamos que a Lei 7.044, de 18 de outubro de 1982, em seu Art. 4º, § 1º, onde consta: “A preparação para o trabalho, como elemento de formação integral do aluno, será obrigatória no ensino de 1º e 2º graus e constará dos planos curriculares dos estabelecimentos de ensino” pressupõe que a instituição escolar ainda teria, teoricamente, o dever de preparar os jovens primordialmente para preencherem alguma vaga no mercado de trabalho, já que a formação escolar deveria ocorrer na perspectiva das necessidades do Ministério do Trabalho.

A partir da década de 1980, com a possibilidade de oxigenação do sistema político, observou-se a ampliação quantitativa do número de vagas escolares, o que representou um avanço, por estender as possibilidades de escolarização, mesmo não garantindo a apropriação dos conhecimentos historicamente acumulados.

Nesta mesma década, principalmente, empenhando-se em mudar a postura que permeava (e permeia) o cotidiano escolar, alguns docentes, buscando desvencilhar-se da visão de mundo da classe dominante, incentivados por teóricos que tratavam do assunto, tentam trabalhar nas rupturas decorrentes das contradições inerentes ao modelo capitalista, no sentido de fazer com que o aluno desenvolva um senso crítico, desvelando-as no seu cotidiano, podendo se tornar um sujeito da sua história e não mais um número no rol dos trabalhadores. Um exemplo deste movimento ocorreu no oeste do Paraná, na ocasião, quando professores imbuídos dessa concepção, participavam do Programa de Desenvolvimento Docente para Melhoria da Qualidade de Ensino, o qual tinha como objetivo desenvolver, em professores e em seus alunos, uma visão crítica das contradições sociais, articulada à análise de suas práticas pedagógicas, consideradas de grande importância, uma vez que a "atuação docente é um reflexo das relações sociais, e cada momento pedagógico é um ato singular, porém não isolado e sim articulado à realidade como um todo" (SZYMANSKI, 2010, p. 43).

Um importante autor que, com sua produção científica e filosófica, fundamentou essas discussões foi Dermeval Saviani que a partir da consideração da Escola como vítima do "conflito de interesses que caracteriza a sociedade" capitalista (SAVIANI, 2003, p. 30), passou a questionar: "é possível articular a escola com os interesses dos dominados?" e "é possível uma teoria da educação que capte criticamente a escola como um instrumento capaz de contribuir para a superação do problema da marginalidade?" (Ibid., p. 31).

Outro fato, que ocorreu nos acordos MEC-USAID e se repetiu no início dos anos de 1990, foi a injeção de recursos nos sistemas escolares, desta vez por meio do Banco Mundial, via Governo. Neste caso, interessavam sobremodo os resultados (diga-se bem claro: aprovação escolar e belas estatísticas), a todo custo, principalmente com o pretexto de evitar a evasão escolar, mas sempre mantendo, aparentemente, o "intuito" de possibilitar a redução das desigualdades sociais.

> Esta idéia-força da educação voltada especificamente para os resultados compõe o discurso ideológico do Banco Mundial e fortalece a idéia de que por via do controle e avaliação prioritariamente focados nos resultados se daria a maximização do impacto da educação no crescimento econômico e consequentemente na redução da pobreza (ZANARDINI, 2008, p. 28).

Ainda que o ensino Médio não se constitua no foco desta pesquisa, suas alterações legais revelem aspectos da relação entre sociedade e currículo. Assim, podemos considerar para nossa análise, a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) 9394/96, a qual ofertou inúmeras terminalidades para o Ensino Médio. Com isso, as escolas voltaram sua atuação para uma educação geral, uma "formação básica comum", visando ainda o direcionamento ao mercado de trabalho, mas também deveriam formar um sujeito consciente, crítico e dotado de iniciativas, ou seja, preparado "para o exercício da cidadania" (BRASIL, 1996). Compreendemos que este discurso não necessariamente se concretizou. Mesmo supondo que o currículo fosse capaz, sozinho, de formar sujeitos com as características citadas na Lei, sua aplicação nas escolas não decorre apenas do que é proposto pelas leis, mas de muitos outros fatores. Um deles, primordial, é o professor, o qual ministra sua disciplina, a portas fechadas, da forma que considerar mais adequada, ou seja, utilizando, predominantemente, a abordagem pedagógica com a qual se familiariza, que nem sempre condiz com a abordagem sócio-cultural, a qual defendemos.

No início do século XXI, criou-se a Prova Brasil, avaliação que se constitui de questões nas áreas de Português e Matemática para os alunos de 5os anos e 9os anos do Ensino Fundamental e 3as séries do Ensino Médio, buscando definir ações voltadas ao aprimoramento da qualidade da educação no país, medida por meio do Índice de Desenvolvimento da Educação Brasileira (IDEB), com o objetivo de reduzir das desigualdades existentes. A prova de matemática baseia-se na resolução de problemas que valorizam o raciocínio do aluno (MEC, 2012). No entanto, mais que valorizar o raciocínio no momento da avaliação, em detrimento de um ensino mecanizado, deveriam ocorrer outras alterações estruturais na Educação no Brasil, que pudessem garantir a efetiva democratização não apenas do acesso, como da apropriação do conhecimento historicamente acumulado.

Mesmo eventualmente levando em consideração as lutas de classe e as reivindicações das classes menos privilegiadas, estas políticas sociais, que se expressam também por meio de Leis, são estabelecidas pela classe hegemônica, cujos interesses interferem nestas Leis que, quando analisadas, revelam que o Ensino Brasileiro sempre esteve e está a serviço da classe mais favorecida (XAVIER, 1994).

A análise apresentada revela, portanto, nas já referidas Leis que dizem respeito à Educação, sucessivas alterações na grade curricular, com substituição, introdução, supressão de componentes que, geralmente, não foram reivindicados pelo educando e nem pelo educador, e sim, foram elaborados nos gabinetes do governo, levado pelos interesses da classe hegemônica como consequência de uma política social descolada dos interesses das classes populares.

Desde o final do século XIX até os dias atuais, período que estamos analisando, aos olhos de algum observador incauto, a escola pareceria sempre cumprir sua missão primordial: suplementar a ação educativa e formativa, a qual, em alguns casos, é iniciada na família. Mas, com a disputa entre classes sociais, velada ou ostensivamente, ela exerceu o papel servil aos interesses daqueles que detém o poder, de várias formas: alienar para controlar os indivíduos, domesticar para a utilização, adestrar para o desempenho, ou seja, atitudes que mantém o modo de produção capitalista.

> As escolas dirigidas aos trabalhadores subordinados tendem a privilegiar relações sociais nas quais, ao praticar papéis subordinados, os estudantes aprendem a subordinação. Em contraste, as escolas dirigidas aos trabalhadores dos escalões superiores da escala ocupacional tendem a favorecer relações sociais nas quais os estudantes têm a oportunidade de praticar atitudes de comando e autonomia. É, pois, através de uma correspondência entre as relações sociais da escola e as relações sociais do local de trabalho que a educação contribui para a reprodução das relações sociais de produção da sociedade capitalista (SILVA, 2005, p. 33).

Assim, a Escola constitui-se como um dos instrumentos voltados aos interesses da classe social hegemônica. Uma educação nos moldes tradicionais, geralmente, não leva o aluno a refletir sobre seu papel na sociedade, diferentemente da educação que leva em consideração o seu conhecimento, unindo a teoria à prática e que tem a intenção de criar no aluno uma atitude crítica respaldando suas possibilidades de uma Praxis transformadora.

Afinal, de acordo com Silva (2005, p. 53), o “currículo está estreitamente relacionado com as estruturas econômicas e sociais mais amplas. O currículo não é um corpo neutro, inocente e desinteressado de conhecimentos”, a imposição curricular se reflete como uma questão relevante e que deve ser analisada de acordo com sua importância. Nesse sentido, pode então o currículo interferir positivamente na sociedade?

Para que isto ocorra, uma das condições que pode ser construída a partir de dentro da escola, seria a de que os seus executores se tornassem professores conscientes do papel político da Educação, podendo contribuir para formar sujeitos preparados para reduzir os obstáculos impostos pela sociedade capitalista. A

> instrumentalização desenvolver-se-á como decorrência da problematização da prática social, atingindo o momento catártico que concorrerá na especificidade da matemática, da literatura, etc., para alterar qualitativamente a prática de seus alunos como agentes sociais (SAVIANI, 2003, p. 80).

Uma forma de isso se concretizar é a alteração na postura de quem elabora e de quem consubstancia o currículo dentro da escola. Apesar do fato de nem todos os professores possuírem essa concepção, a situação educacional atual não é sua exclusiva responsabilidade. O Estado também possui suas responsabilidades com relação à Educação, e como esta análise revela, as políticas públicas visaram interesses próprios, isto é, os da classe dominante revelando uma concepção unilateral de política social.

Constatar essas relações possibilita colocar "nas mãos dos educadores uma arma de luta capaz de permitir-lhes o exercício de um poder real, ainda que limitado" (SAVIANI, 2003, p. 31) dando-lhes subsídios para trabalharem nas rupturas da base estrutural da sociedade capitalista, por meio da capacidade de desvelar suas contradições e, assim, por meio da abordagem de cada conteúdo, possibilitar aos alunos identificarem-nas.

Outra mudança de postura deveria ocorrer com relação aos responsáveis pela elaboração e promulgação das Leis referentes à Educação, as quais acabam apenas na tentativa de delimitar como deve ser a organização escolar. A ineficácia das Leis destinadas à educação decorre do fato de que a "organização escolar não é obra da legislação. Ambas interagem no seio da sociedade que produz uma e outra" (SAVIANI, 2002, p. 168). Sem que ocorram mudanças nas relações estruturais de produção, a Educação não será capaz de transformar, por si só, a sociedade. Acreditar nisso, seria

> cair na armadilha da "inversão idealista" já que, de elemento determinado pela estrutura social, a educação é convertida em elemento determinante, reduzindo-se o elemento determinante à condição de determinado (SAVIANI, 2003, p. 64).

No entanto, apesar desse condicionamento, a Educação articula-se com as relações de produção, portanto, “nem por isso deixa de ser instrumento importante e por vezes decisivo no processo de transformação da sociedade” (Ibid., p. 66). Cabe ao professor, em sua sala de aula, trabalhar os conhecimentos científicos, articulando-os à análise das relações de produção da sociedade.

Esses conhecimentos científicos foram acumulados e criados pelos homens em diferentes épocas, em diferentes sociedades, de diferentes maneiras, com objetivos diversos e foram desenvolvidos superando diferentes obstáculos, sejam eles sociais ou epistemológicos. Para a ciência matemática o caso é o mesmo.

Acentua-se, portanto, a necessidade de um planejamento prévio que busque selecionar formas de efetivação da Práxis. Assim, é necessário que o professor esteja ciente dos vários elementos didáticos que influenciam e favorecem a construção destes conhecimentos, por parte dos alunos, e opte por uma concepção pedagógica que a favoreça. Nesse sentido, propõe-se a Metodologia da Mediação Dialética, que

> constitui o pressuposto teórico-filosófico que possibilita compreender as relações de tensão que se estabelecem no processo de ensino e de aprendizagem. É entendida como uma relação dialética (força de tensão) que tem por referência a diferença, a heterogeneidade, a repulsão e o desequilíbrio entre seus termos: o saber imediato e o saber mediato [...] (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 143).

O saber imediato é aquele que o aluno traz e utiliza em sala de aula e o saber mediato é o saber que o aluno constrói com a intervenção do professor. As “relações de tensão”, citadas, trazem à tona outro elemento didático primordial: a Contradição, na qual, os saberes mediato e imediato tornam-se incoerentes, e é por meio dessas incoerências que há possibilidade de avanço, “provocando a superação do imediato pelo mediato e possibilitando a elaboração de sínteses” (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 143).

Essas sínteses constituem a aprendizagem, e ocorrem em decorrência de outro elemento didático: a Unidade Teoria e Prática. O

> processo de síntese ocorre pela contradição entre as partes e entre estas e o todo; [...] a práxis é uma totalidade que se relaciona com outras totalidades em um todo, sendo formada pela contradição entre

> as partes e entre estas e o todo (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 130).

Para garantir que esses conhecimentos sejam apropriados pelo aluno, o professor deve organizá-los de acordo com o desenvolvimento do trabalho pedagógico, de modo que seja possível “pensar a prática”.

> Pensar a aula, numa perspectiva dialética, implica concebê-la como práxis, a prática educativa, explicitando que a ação de pensar a prática não pode ser realizada exclusivamente durante o desenvolvimento da própria ação prática (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 127).

Assim, esse planejamento de aula exige do professor, além do domínio do conhecimento científico em sua integralidade, a capacidade de articulá-lo aos conhecimentos do cotidiano do aluno, no sentido de que o aluno possa, gradativamente, articulá-los em uma perspectiva de totalidade durante as aulas, ou seja, organizar a

> aula como totalidade processual, dinâmica e complexa, formada por relações contraditórias, as quais precisam ser estudadas e compreendidas sob a perspectiva dialética para que possam ser superadas, na direção de uma aula crítica, e para a pesquisa acadêmica voltada para o estudo da “ontologia do ser social” (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 124).

Concluímos que o professor tem papel fundamental nos dois processos: no de aprendizagem e no de transformação da sociedade, os quais estão continuamente interligados. Os dois ocorrem simultaneamente e, para realização de ambos, o professor pode utilizar o currículo escolar a favor de uma concepção de que a Escola pode influenciar a sociedade e de que sua aula faz parte desse processo, o qual possibilita formar jovens que de fato se apropriem dos conceitos científicos historicamente acumulados e, assim, mais conscientes da importância de sua participação na sociedade e mais críticos com relação a ela.

As categorias dialéticas citadas, Práxis, Contradição, Totalidade e Mediação, serão aprofundadas na próxima seção.

2 O PROCESSO DE ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Ao analisar o desenvolvimento da espécie humana, Leontiev (1978) destaca que houve uma inversão na importância das leis sócio-históricas que o determinam, em relação às leis biológicas. Com o "desenvolvimento do trabalho e da comunicação com a linguagem que ele suscitava" (LEONTIEV, 1978, p. 262), a sociedade evoluiu, desde seus primórdios, cada vez menos condicionada pelo fator biológico e cada vez mais pelo fator sócio-histórico.

O início das atividades de trabalho acarretou um avanço social, provocando a criação de instrumentos materiais e intelectuais. Estes instrumentos trazem consigo o conhecimento acumulado de geração em geração, construindo o que hoje entendemos como os saberes da sociedade organizada. Atualmente, "está fora de questão que a experiência individual do homem, por mais rica que seja, baste para produzir a formação de um pensamento lógico ou matemático abstracto e sistemas conceptuais correspondentes" (LEONTIEV, 1978, p. 266) aos atuais sistemas lingüísticos ou do pensamento e do saber. Ou seja, o homem apropria-se do conhecimento das gerações antecedentes, dependendo, principalmente, das possibilidades de sua condição social, do país de seu nascimento, da cultura que o permeia, mas, atualmente, também depende do acesso à informação possibilitada pelos meios de comunicação e sistemas de informação.

Estes conhecimentos não são transmitidos de forma hereditária, existem inúmeros estudos atestando que qualquer ser humano pode desenvolver culturas e saberes totalmente diversificados daqueles dos seus antecedentes, quando retirado da sociedade na qual foi gestado e inserido em outro grupo social. Esta transmissão de conhecimento depende, então, do contato social, seja qual for a cultura que o envolve.

> O indivíduo é colocado diante de uma imensidade de riquezas acumuladas ao longo dos séculos por inúmeras gerações de homens, os únicos seres, no nosso planeta, que são criadores. As gerações humanas morrem e sucedem-se, mas aquilo que criaram passa às gerações seguintes que multiplicam e aperfeiçoam pelo trabalho e pela luta as riquezas que lhes foram transmitidas e passam o testemunho do desenvolvimento da humanidade (LEONTIEV, 1978, p. 267).

Da mesma forma que os objetos produzidos pelo homem ao longo dos séculos, desde os primeiros instrumentos de caça até os mais modernos aparelhos eletrônicos, cada um com sua função e utilidade, também a linguagem – as palavras, suas operações e significações – é transmitida através das gerações. Cada língua possui suas particularidades, mas qualquer indivíduo pode dominá-la, desde que inserido na sociedade que a utiliza, e é capaz de aprender qualquer idioma. E é por meio da linguagem que os saberes acumulados são conhecidos pelas gerações seguintes, pois os diversos idiomas produzidos ou desenvolvidos pela humanidade possibilitam a comunicação e a transmissão dos saberes historicamente acumulados.

> A comunicação, quer esta se efetue sob sua forma exterior, inicial, de atividade comum, quer sob a forma de comunicação verbal ou mesmo apenas mental, é a condição necessária e específica do desenvolvimento do homem na sociedade (LEONTIEV, 1978, p. 272).

É apenas por meio da interação com o grupo que ocorre o aprendizado humano, na medida em que o homem e, da mesma forma, a criança, apropriam-se deste saber acumulado pelas gerações precedentes. A este processo, que pode ocorrer de maneira formal ou informal, chamamos de Educação.

Gradativamente a sociedade atribuiu à Educação formal, diversas funções sociais que a caracterizaram como uma estrutura complexa. Atualmente, ela possui um sistema de ensino, está submetida a um currículo e tem locais específicos para sua realização: as escolas.

Por isso, a educação escolar é tão essencial. É por meio dela que este crescente acúmulo de saberes é transmitido de forma sistematizada às novas gerações, as quais serão atuantes na sociedade transformando-a, como o fizeram as que as antecederam. À medida que cada sociedade expande sua cultura, seus saberes desenvolvem-se, e a escola, sendo responsável pela função de transmitir os saberes acumulados, cresce em importância. Portanto, a educação desenvolve-se de acordo com as características de cada sociedade, ou seja, o que é ensinado nas escolas e o que é proposto no currículo estão submetidos às necessidades desta sociedade e assim

> desenvolve-se a ciência pedagógica. Esta relação entre o progresso histórico e o progresso da educação é tão estreita que se pode sem risco de errar julgar o nível geral do desenvolvimento histórico da sociedade pelo nível de desenvolvimento do seu sistema educativo e inversamente (LEONTIEV, 1978, p. 273).

Por outro lado, o acesso à educação não é igual e paritário entre todos os membros de uma mesma sociedade. O modo de produção capitalista, ao dividir a sociedade em classes, acarreta visões de mundo diferentes com relação ao que é considerado culturalmente importante. A educação omnilateral[6] possibilita o acesso à cultura e às artes em geral, além dos conhecimentos filosóficos e científicos produzidos pela humanidade ao longo de sua história. O conhecimento que provém de uma educação como esta acaba por restringir-se às camadas economicamente mais elevadas da atual sociedade de classes, resultando na alienação das camadas menos favorecidas em sua subsistência e na dependência proporcionadas por sua posição social, a qual exige desse trabalhador uma longa jornada de trabalho dificultando ainda mais seu acesso à cultura. Ou seja, seus interesses acabam por se restringir a conseguir trabalhar, pois é o emprego que lhe dá o salário do qual se utiliza para sobreviver. Segundo Leontiev (1978, p. 283),

> mesmo para o pequeno número que usufrui as aquisições da humanidade, estas mesmas aquisições manifestam-se na sua limitação, determinadas pela estreiteza e carácter obrigatoriamente restrito da sua própria actividade; para a esmagadora maioria das pessoas, a apropriação destas aquisições só é possível dentro de limites miseráveis.

Uma das condições necessárias para que o nível da apropriação dessas aquisições seja paritário, é uma educação igualitária, que permita acesso a todas as informações sejam, tecnológicas, conceituais, artísticas, e a todas as pessoas desta sociedade. Em outras palavras, isto seria possível somente

> em condições que permitam libertar realmente os homens do fardo da necessidade material, de suprimir a divisão mutiladora entre trabalho intelectual, e trabalho físico, criar um sistema de educação

[6] O homem omnilateral é aquele que possui a totalidade das capacidades produtivas, de consumo e prazeres, bem como, o gozo dos bens espirituais, além dos materiais, dos quais há exclusão devido à divisão do trabalho. (MANACORDA, 2007).

> que lhes assegure um desenvolvimento multilateral e harmonioso que dê a cada um a possibilidade de participar enquanto criador em todas as manifestações de vida humana (LEONTIEV, 1978, p. 284).

No intuito de esclarecer possibilidades para buscar espaços de ruptura que permitam alguma desvinculação entre a escola - com relação ao que é ensinado e a como é ensinado - e as necessidades do regime neoliberal, ou seja, criar um currículo que considere a práxis, podendo auxiliar na desalienação do homem, vamos analisar com mais profundidade essa categoria.

2.1 A importância da Práxis

Marx (1979) considera o trabalho, originalmente, como toda ação intencional do homem sobre a natureza, tudo o que o homem faz para adaptar a natureza às suas necessidades. A necessidade de sobrevivência forçou o homem a agir em grupo e, portanto, a desenvolver formas de comunicação, que deram origem à linguagem, possibilitando o desenvolvimento do pensamento. Assim, o ser social é uma consequência do trabalho: ação consciente do homem sobre a natureza, a qual resulta de um planejamento prévio na mente do trabalhador. Sempre antecedente a uma ação consciente, vem o trabalho mental de construção da ideia, a qual será empregada para que o trabalho seja completado conforme a necessidade humana.

O homem é capaz de dar significados aos seus atos, suas práticas, e a teoria foi elaborada de forma articulada a essas práticas. Este é um dos aspectos desta estreita relação, na qual a teoria relaciona-se totalmente com a prática, pois não pode haver teoria sem prática, ou seja, não há teorias sobre assuntos que não fazem parte da vida humana.

Em outras palavras, a teoria não é válida se não for baseada em algum elemento que pertença ao domínio da realidade, para que seja possível articular teoria e prática, por meio de um gesto, de uma ação consciente, constituindo a Práxis.

Já definimos a Práxis como a unidade dialética entre a teoria e a prática, a qual tem caráter reflexivo, pois à medida que o homem age na natureza, na sociedade, ele provoca uma ação que também acaba por transformá-lo.

Esta unidade entre a prática e a teoria, só é alcançada se, por um lado, não houver dissolução da teoria na prática e, por outro, a teoria for sustentabilizada por uma prática, a qual o homem incorporou e, através da abstração, criou, uma teoria para satisfazer e subsidiar sua ação. A abstração entra aqui, portanto, como apenas uma etapa da criação da teoria, já que só é possível dar sentido à teoria, com base em vínculos com algo que pertença ao domínio da realidade e estes vínculos só são vistos, analisados e compreendidos através da abstração.

A Práxis, portanto, tem caráter transformador e, por muitas vezes, revolucionário, já que se trata de uma prática "pensada", elaborada, teorizada e aplicada à realidade. Cabem à Práxis as revoluções, transformações ocorridas até hoje na sociedade, mas principalmente, cabem a ela as que ainda hão de vir. "A atividade humana precisa de um respaldo teórico, crítico, tanto para os avanços dos projetos humanos como para que nos livremos da mediocridade", do senso-comum[7] (PEREIRA, 1982, p. 82).

Mas esta mediocridade é produto da sociedade capitalista e, apesar da incessante luta de classes, por causa deste fato, o currículo está esfacelado e fragmentado, no intuito de formar indivíduos para cada tipo de função das quais a sociedade carece. Esta "divisão do trabalho escolar tem origem na separação entre propriedade dos meios de produção e força de trabalho" (KUENZER, 2002, p. 48) e, ao contrário do que se pode pensar, não é uma necessidade que decorre do próprio trabalho escolar.

> É preciso lembrar que a práxis pedagógica, em seu movimento, é totalidade concreta, onde partes e todo se relacionam dialeticamente. Contudo, por se dar no capitalismo, essa práxis é fragmentária, por se dar à luz das demandas do disciplinamento capitalista. Essa fragmentação não se supera no campo da formação, senão no campo da luta de classes (Ibid., p. 69).

A fragmentação curricular, produto da sociedade dividida em classes, obedece, então, à necessidade capitalista de distinguir os sujeitos para cada tipo de função social com relação à produção, ou seja, cabe também à escola preparar o

---

[7] O senso-comum apoia-se em interpretações subjetivas e pessoais, é um conhecimento mais limitado por ser pessoal e localmente situado. Caracteriza-se empírico, ou seja, os dados percebidos e retirados do ambiente e/ou fornecidos pela vivência pessoal ou sensorial tornam-se mais relevantes do que os provenientes de reflexão (ROSSO; SOBRINHO, 1996).

indivíduo de forma a fazer parte de uma determinada classe da sociedade atual. Esta mesma escola

> se constituiu historicamente como uma das formas de materialização dessa divisão, ou seja, como o espaço, por excelência, do acesso ao saber teórico, divorciado da práxis, representação abstrata feita pelo pensamento humano, e que corresponde a uma forma de sistematização, elaborada a partir da cultura de uma classe social. E, não por coincidência, é a classe que detêm o poder material que possui também os instrumentos materiais para a elaboração do conhecimento. Assim, a escola, fruto da prática fragmentada, expressa e reproduz essa fragmentação, por meio de seus conteúdos, métodos e formas de organização e gestão (KUENZER, 2002, p. 52-53).

No entanto, apesar do fato de o Currículo e o trabalho pedagógico estarem diretamente relacionados, e ambos estarem articulados ao modo de produção capitalista, podem representar meios de romper parcialmente as imposições dos meios de produção. O sistema capitalista gera a divisão de classes, nutrindo-se dela, e, assim, acarreta a necessidade de sujeitos que participem de determinados tipos de tarefas, os quais devem adequar-se às regras desse regime para que ele possa cumprir seu papel, favorecer a acumulação do capital. É importante salientar que estas adequações, ou disciplinas, exigidas se fundamentam no rompimento entre pensamento e ação (KUENZER, 2002, p. 56).

Isto resulta, desde a adoção destas tendências até hoje, na alienação do estudante de classe desprivilegiada, uma vez que a Práxis é que proporciona certo domínio intelectual, com o qual o sujeito é capaz de analisar sua subordinação aos meios de produção do capitalismo de forma crítica, resultando na transformação das suas práticas sociais.

> A escola vem cultivando a concepção de aula como algo comum, rotineiro e pragmático e, assim, abarca sob essa dominação, toda e qualquer modalidade de ação entre professor, aluno e conteúdo. Isso decorre do esforço que ela faz para mostrar-se neutra e alheia às influências políticas, uma falsa situação, quando, na realidade, é obrigada a acatar as normas oficiais como “algo” natural e inquestionável (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 122).

Assim como o currículo, a prática pedagógica nem sempre vincula-se de forma contundente e transformadora à teoria, pelo fato da prática – nesse caso, não Práxis – ser mais perceptível aos olhos do ser humano do que a teoria.

Nesse sentido, não podemos nos esquecer de que a Práxis está relacionada a aspectos ideológicos.

> O embasamento teórico de cunho filosófico – a ontologia do ser social – permite compreendermos o professor no contexto da práxis educacional: um ser social e histórico, que se encontra imbricado em uma rede de relações sociais e enraizado em um determinado terreno histórico que sintetiza as relações de tensão entre diversos fatores que o compõem, de ordem social, econômica, política, etc. assim, a cotidianidade escolar do professor está condicionada, histórica e socialmente, pelo contexto ambiental (natural e social), e isso influencia sobremaneira a visão que ele tem da própria atividade, a prática educativa, e o leva a adotar, inconscientemente, os pontos de vista parciais surgidos originariamente sobre o fato prático (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 126-127).

A Práxis pedagógica nas séries iniciais, unificando teoria e prática na abordagem dos diversos conteúdos, é essencial para a consequente formação crítica das crianças. Mesmo o currículo configurando-se como um meio contribuinte para construção de uma visão limitada para com os sujeitos submetidos a ele, essa situação pode alterar-se, desde que seja possível "conferir caráter de unitariedade à formação [do professor] sem esquecer que, na escola, ela sempre será limitada, não só pelo caráter capitalista, mas em decorrência dele" (KUENZER, 2002, p. 69) pela dificuldade da formação acadêmica ocorrer na perspectiva da Práxis.

Outra observação que podemos fazer é com relação à necessidade de que a formação do professor subsidie-o com as bases das ciências de referência da sua área de atuação, trazendo à tona que este conhecimento é produto da ciência, e expressão de seu contínuo movimento processual de evolução, ao longo dos tempos, e ainda possibilitar ao professor estar ciente dos "princípios filosóficos da organização do conteúdo de ensino, na perspectiva da mediação dialética" (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 140-141). A mediação

> permite que o imediato seja superado pelo mediato, sem, no entanto, que o primeiro seja anulado ou suprimido pelo segundo; ao contrário, o imediato está presente no mediato. Nessa ótica, a mediação pedagógica é uma relação dialética – mediação pedagógico-dialética

> – que caracteriza o processo de ensino e o de aprendizagem, uma vez que em ambos os sujeitos envolvidos lidam com saberes, o mediato e o imediato (Ibid., p. 143).

O saber imediato conforme já citado, é aquele que o aluno traz consigo e por meio do qual o professor pode impulsioná-lo ao saber mediato, ou seja, ao conhecimento dotado de crítica e dialético. Assim, para que o professor seja capaz, por meio de sua metodologia, tornar esse saber imediato do aluno algo palpável em sala de aula, para que seja possível transformá-lo, ele deve, antes, assimilar "as relações pedagógicas do trabalho educativo [que] são compreendidas como mediação dialética, [pois] [...] a partir delas torna-se possível discutir os processos de ensino e de aprendizagem" (Ibid., p. 144).

Em uma aula de um dado professor para uma determinada turma qualquer, podemos encontrar infinitas relações entre os sujeitos. Há muitos fatores que, em parte, determinam como uma aula ocorre. Primeiramente a ideologia presente quando esse professor elabora sua aula, sua visão de mundo, seu método, sua abordagem, que podem transformar esta aula em práxis.

Entendendo a aula dessa maneira, podemos pensar uma práxis que transforme a sala de aula em um espaço de desenvolvimento da criticidade do aluno para com as relações de dominação da sociedade, por meio da discussão das relações contraditórias existentes, para permitir-lhe elevar-se a uma visão mais ampla, à apropriação do saber historicamente acumulado pela ciência, de uma forma que ultrapasse a sua repetição mecânica.

Na relação pedagógica, para que o professor possa, por meio de uma práxis crítica, efetivar o processo de aprendizagem, ou seja, ampliar as possibilidades de que o aluno se interesse por sua aula, dar condições para que ele compreenda um conceito como totalidade, articulado aos demais aspectos da sociedade e inserido num todo, o professor deve estar ciente de que "o todo se constitui de totalidades complexas e dinâmicas" (Ibid., p. 130), ou seja, para compreender um conceito, o aluno deve compreender cada parte, uma de cada vez, e ser capaz de unificá-las ao final. A totalidade não se forma pela soma ou justaposição das partes, e sim pela síntese delas, isto é, o aluno mostra o aprendizado ao reformular e sintetizar o que o professor disse anteriormente. O "processo de síntese ocorre pela contradição entre as partes e entre elas e o todo” (Id., Ibid.), relacionando-se, portanto, ao conceito de Totalidade.

Por exemplo, quando o conceito sobre o qual o professor deseja que ocorra aprendizado, possui uma definição diferente daquela conhecida até então pelo aluno, é por meio da contradição entre esse conhecimento e os conhecimentos discentes anteriores, e posterior problematização, que poderemos auxiliá-lo a ascender à síntese. A “práxis é uma totalidade que se relaciona com outras totalidades em um todo, sendo formada pela contradição entre as partes e estas e o todo” (Id., Ibid.). É por meio desta práxis, revolucionária, na relação professor e aluno, observando e discutindo as contradições existentes, que se pode caminhar para a dominação do conceito como um todo.

O professor que elabora seu plano de aula na perspectiva da mediação dialética pode objetivar a superação do imediato pelo mediato, por meio da contradição entre eles, ou seja, fazer com que o aluno se interesse pelo assunto ao perceber que seu conhecimento não é suficiente e esclarecedor posto à frente deste novo conceito.

> Ensinável e compreensível são propriedades metodológicas que o conteúdo científico vem a ter quando organizado na perspectiva da mediação dialética; porém, para tornar-se um conteúdo de ensino, deve também preservar o conceito científico que lhe deu origem (Ibid., p. 146).

Nessa perspectiva da mediação dialética, como deve se constituir, então, uma aula? O ponto de partida deve sempre ser o saber imediato, aparentemente independente do todo, ou seja, realizar um levantamento das representações que os alunos têm com relação ao conteúdo, fazendo-os registrar para posterior comparação. Logo após, o professor deve elaborar uma problematização com base nos registros feitos pelos alunos, momento em que o saber imediato e o mediato dos alunos se contradizem, levando-os a compará-los, percebendo a limitação de seu conhecimento e querendo avançar no processo de conhecimento (Ibid., p. 149). Em seguida, deve haver a discussão dessas contradições entre o saber imediato e o saber mediato a elas correspondentes para que ocorra sua superação, por meio da discussão e exposição do conteúdo científico, que agora fará sentido ao aluno, pois ele o deseja. O professor realiza este trabalho junto com os alunos fazendo com que elaborem sínteses mentais sobre as considerações feitas. Tais sínteses devem ser expressas e este exercício de expressão deve ser motivado pelo professor. Assim, após os alunos terem elaborado as sínteses, podemos relacioná-las com o conhecimento como um todo, gerando um novo ponto de partida (Ibid.).

Essas ações didáticas podem auxiliar o aluno a perceber sua alienação quanto às imposições do capitalismo, expressas pelo currículo e na maioria das relações sociais, contribuindo para a desvinculação da escola em relação aos anseios e necessidades da sociedade capitalista.

Além disso, há também necessidade de investir na formação continuada[8] do professor, até porque este campo de formação também está fragmentado obedecendo à lógica capitalista. Fato que se superado, resultaria em provável maior comprometimento do profissional com a instituição escolar na qual trabalha, gerando mais fortes vínculos entre docente e escola, tanto em sala de aula quanto fora dela, proporcionando assim alterações positivas e significativas com relação à sua prática pedagógica.

Portanto, amplia-se a possibilidade de articular no Projeto Político-pedagógico[9], as disciplinas, na perspectiva da transdisciplinaridade. Não se trata da transdisciplinaridade na sua versão *toyotista*, segundo os preceitos da filosofia do capital, nomeada pedagogia das competências, mas de sua ressignificação: a transdisciplinaridade pode ser uma forma de unificação entre as diversas disciplinas, se trabalhada de uma forma que proponha o estudo de objetos novos, utilizando-se das diferentes áreas do conhecimento, e assim, construindo um novo campo do conhecimento, o qual desconstrói sua base lógico-formal, desligando-se da atual formação curricular (KUENZER, 2002, p. 72-73).

No entanto, nessa perspectiva ora proposta,

---

[8] A Formação Continuada é aquela oferecida após a graduação, destinada aos professores que ainda estão em carreira, com intuito de aperfeiçoar seus métodos e sua prática pedagógica, por meio de cursos.

[9] O Projeto Político-pedagógico (PPP) é um documento elaborado em cada escola que norteia a elaboração e a execução de seus planejamentos, envolvendo diretrizes. É elaborado com intuito de facilitar a tomada de decisões nas diversas situações que a escola enfrenta, visando melhores resultados educacionais.

> a transdisciplinaridade só será possível se for planejada em nível institucional, sendo parte integrante do projeto político-pedagógico; para tanto, toda a comunidade escolar deverá participar da discussão acerca de suas formas de concretização, estabelecendo-se espaços no currículo para que projetos especiais ocorram, em um dia da semana, no contraturno, aos sábados, etc (KUENZER, 2002, p. 75).

Esta unificação deve constituir-se em uma articulação entre escola e sociedade, ou seja, deve-se trazer os anseios, as necessidades, os problemas e soluções do ambiente que permeiam a escola na forma de discussões, as quais permitam o aprendizado dos conceitos e teorias historicamente acumulados de cada disciplina, interligado às nuances de uma sociedade regrada pela necessidade de acúmulo de capital.

Por outro lado, mesmo que elaborado um plano escolar que tenha essas características, ainda é necessário que se alie a isso mais um fator: a utilização deste plano no cotidiano escolar, que ele possa ser diariamente avaliado, estudado e aplicado, pelos integrantes do corpo escolar, pois isso constitui a práxis, objetivando uma educação que garanta a apropriação dos conhecimentos historicamente acumulados.

Ainda que essa práxis deva ser comum a todos os professores e disciplinas, a primeira parte do próximo item ater-se-á à Matemática, e, para possibilitar um aprofundamento do tema, conduzindo à seção destinada à análise da pesquisa de campo, far-se-á mais um recorte na abordagem, mais especificamente quanto ao estudo dos números racionais, introduzidos no 6º ano do Ensino Fundamental, pois se trata de um conteúdo crucial para o desenvolvimento posterior de todos os conhecimentos matemáticos das sucessivas séries, no qual a práxis torna-se um fator de suma importância, devido à complexidade de seu ensino.

2.2 O Conceito de Números Racionais

2.2.1 Obstáculos Didáticos e Epistemológicos no ensino dos Números Racionais

Uma prática pedagógica como a anteriormente sugerida precisa ser estudada e executada, também porque considera o que o aluno traz consigo, com relação a conhecimentos previamente obtidos no seu cotidiano ou em anos escolares anteriores. O saber do aluno deve ser sempre levado em consideração, mesmo com relação ao conteúdo com o qual está, pela primeira vez, tendo contato. Ele cria suas próprias conclusões, quando ainda não as tem, para explicar os conceitos que estão sendo trabalhados com o professor. A partir de seu conhecimento imediato, o contato com os saberes novos, gera, por vezes, contradições que se sucedem em dúvidas, as quais devem ser amenizadas pelo professor, mediador do processo de aprendizagem. Em alguns casos, o aluno não supera de imediato o saber que contradiz o novo conceito, logo, esta contradição não o leva ao aprendizado. Nestes casos também são necessárias e essenciais as intervenções do professor.

> A aprendizagem é feita por tentativas de conceitos sucessivos, temporária e relativamente bons, que ele [o aluno] irá rejeitar ou transformar em uma verdadeira nova gênese de cada vez (BROUSSEAU, 1998, p. 119, tradução nossa).

O aluno cria, através da interação com o professor e com a classe, suas hipóteses com relação a cada conteúdo, o que o motiva a continuar com o estudo, para adentrar no conhecimento científico. Mas precisa da intervenção do professor, com bases sólidas de conhecimento, para que estas hipóteses se refinem, para que o aluno não apenas utilize o objeto concreto, por meio de sua representação visual, mas sim, para que possa agir no campo do pensamento relacional[10].

> O conhecimento, o homem e o meio ambiente, sendo o que são, é inevitável que esta interação levará a conceitos “errados” (ou verdadeiros a nível local, mas não no geral) (Ibid., p. 123, tradução nossa).

O autor quer dizer que em um primeiro momento esse conhecimento é parcial e sua generalização ocorre gradativamente. A palavra ‘errado’ é colocada entre aspas para significar ‘incompleto’. Uma vez ocorridas as interações entre o conhecimento que o aluno traz e os conceitos científicos trabalhados pelo professor, o aluno pode enunciar conceitos “errados”, a partir de relações equivocadas entre eles, os quais podem ser alterados pela ação do professor. Porém, se não

---

[10] Pensamento Relacional é aquele que considera que cada ação tem uma consequência, ou seja, que há possibilidade de gerar consequências desejadas de ações pré-determinadas.

trabalhados, esses conhecimentos equivocados tornam-se obstáculos para a aprendizagem.

Para Duroux (1983) um obstáculo também representa um conhecimento que gera soluções adaptadas a um contexto determinado. Este conhecimento resiste às contradições e geralmente volta a se manifestar.

Os Obstáculos Epistemológicos foram assim denominados por Bachelard (1994). O autor ressalta que no ato do conhecimento ocorrem “lentidões e conflitos” que levam o aluno a parar diante do problema, trata-se portanto de um processo intrapsíquico, ligado ao processo de aprendizagem – ainda que provocado por ações externas. À esta “inércia” é que foi relacionado o conceito de Obstáculo Epistemológico.

Brousseau (1998, p. 124), concorda com essa concepção e acrescenta que existem três tipos de obstáculos, que se distinguem por sua origem: obstáculos de origem ontogênica, que são proporcionados por alguma limitação do sujeito devido ao seu desenvolvimento tardio, o que não permite ao aluno compreender um determinado conceito por completo. Obstáculos de origem epistemológica

> são aqueles aos quais não se pode nem se deve fugir, devido ao seu papel constitutivo em questões do conhecimento desejado. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos. Isso não significa que devemos ampliar seu efeito, nem que devemos reproduzir no meio escolar as condições históricas em que foram dominados (Ibid., p. 125, tradução nossa).

Ou seja, os Obstáculos Epistemológicos fazem parte do processo histórico de elaboração dos conceitos, portanto não devem ser evitados, mas conhecidos e utilizados no sentido de otimizar o desenvolvimento educacional do aluno.

E obstáculos de origem didática, os quais, para Brousseau (1998, p. 125), são aqueles originados por alguma ação educativa, didática ou do sistema educativo, ou seja, uma ação externa do professor ou um projeto de ensino que possibilita um conceito errado, como consequência das relações escolhidas para serem trabalhadas com um determinado conceito.

Os Obstáculos Epistemológicos podem ser encontrados no decorrer da História da Matemática, durante sua construção histórica, na qual se constituíram em barreiras, algumas das quais demoraram anos, décadas e até séculos para serem superadas. Estas formas limitadas do conhecimento de um determinado conceito continuam a se manifestar durante o aprendizado do aluno, na disciplina de Matemática. O professor deve estar atento para identificar essas barreiras no raciocínio do aluno. Pode, ainda, reproduzi-las, para que os alunos construam o conhecimento matemático de forma semelhante à construída décadas ou séculos atrás (BROUSSEAU, 1998, p. 134-5).

A construção do conhecimento matemático utilizando a História da Matemática e dos Obstáculos Epistemológicos pode ser uma forma de minimizar os Obstáculos Didáticos, sem a necessidade de reproduzir as determinantes históricas em sala de aula, mas sim trazendo as ideias tidas historicamente como verdadeiras para a ação didática, possibilitando aos alunos a construção do conhecimento, conforme foi construído historicamente.

Para tanto, o professor deve estar consciente de que necessita subsidiar-se com sólidas bases de habilidades e conhecimentos matemáticos e conhecimentos a respeito da História da Matemática. Essas mesmas bases devem fundamentar o conhecimento discente. Dessa forma, o professor facilitará o aprendizado do aluno, fazendo-o superar com mais eficácia os Obstáculos Epistemológicos que o saber matemático impõe e os Obstáculos Didáticos provindos da práxis docente.

Importante também é constatar a existência dessa situação problemática, na qual o obstáculo se constitui, seja epistemológico ou didático, e estudá-la na tentativa de vislumbrar soluções, pois o aluno precisa enveredar-se nos raciocínios mais complexos, ou seja, abstrair para avançar.

> Na medida em que o conhecimento-obstáculo, constitutivo do saber, está presente nos modelos espontâneos dos estudantes, ou então decorre de um tratamento inadequado no ensino acarretando erros repetidos e prejudiciais, é essencial reconhecê-lo e rejeitá-lo com os alunos (BROUSSEAU, 1998, p. 140, tradução nossa).

Outro importante apontamento que deve ser explicitado é que tanto os Obstáculos Epistemológicos quanto os Didáticos não são simples dificuldades, ou barreiras. Geralmente, servem de impulso para o aprendizado por representarem um desafio para o aluno, capaz de ser superado. Entretanto, Obstáculos

Epistemológicos, referentes aos processos de aprendizagem, e Obstáculos Didáticos, referentes aos processos de ensino, podem impedir o desenvolvimento do aluno por representarem, muitas vezes, conceitos contraditórios, incompreensíveis naquele momento, de modo que o impedem de avançar sem o auxílio do mediador deste processo: o professor.

Com o objetivo de identificar e analisar possíveis Obstáculos Epistemológicos e/ou Didáticos no ensino dos números racionais, vamos definir o conceito de Conjunto dos Números Inteiros.

O Conjunto dos Números Inteiros, denotado pela letra maiúscula *Z*, define-se pela reunião de todos os números Naturais, acrescido de seus opostos e do zero. Dizer que um número é o oposto de outro é o mesmo que dizer que este número é simétrico ao outro, na linha real, quando consideramos o eixo de simetria sobre o número zero. Exemplificando, o inverso do número natural *1* é o *-1*, o inverso do número natural *15* é o *-15*. Assim $Z = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$, onde, novamente, as reticências representam continuidade e infinidade.

Compreendemos como múltiplo de um número inteiro, qualquer número resultante da multiplicação daquele inteiro por um número natural qualquer. Por exemplo, os múltiplos de *5* são: $5.1=\mathbf{5}$, $5.2=\mathbf{10}$, $5.3=\mathbf{15}$, e assim por diante. Nota-se aqui que os múltiplos de um número também representam um conjunto infinito, já que os naturais também têm esta propriedade.

Com números inteiros, podemos executar qualquer tipo de operação matemática, inclusive as quatro elementares, a saber: a soma, a subtração, a multiplicação e a divisão. Para elas, utilizaremos, respectivamente, os símbolos: *‘+’, ‘-‘, ‘.’ e ‘÷’*.

Um caso particular deste conjunto ocorre quando praticamos a operação da divisão. Uma operação como esta, quando divisor e dividendo são números múltiplos um do outro, decorre em um número também inteiro. Exemplificando, temos: $6\div3=2$. Aqui, o dividendo *6* é múltiplo do divisor *3*, então temos o *2*, um número inteiro, como resultado ou quociente.

Por outro lado, se tomarmos dois números que não se caracterizam múltiplos um do outro, obteremos um resultado que, no universo de *Z*, não é concebível, nem imaginável. Ou seja, tomando a operação: $7\div2=3{,}5$, vemos que o resultado consiste em um número que não pertence a *N* e nem mesmo a *Z*. Nesse momento introduz-se também o conceito de resto da divisão, ou seja, no mesmo exemplo acima, teríamos como quociente o número *3* e contaríamos com o *1* para resto.

Vamos utilizar a definição usual para o Conjunto dos Números Racionais, representado pela letra *Q*, $Q = \{m/n : m,n \in Z; n \neq 0\}$. Onde se lê: O Conjunto dos números Racionais é igual a todo número '*m*' dividido por todo número '*n*', tal que '*m*' e '*n*' pertencem ao Conjunto dos Números Inteiros sendo que o número '*n*' é diferente de *zero*.

Ou seja, *Q* é um conjunto muito mais amplo, o qual não pode ser representado por uma sequência ordenada como os dois anteriores, por ser também infinito, mas com a particularidade de possuir infinitos números também entre quaisquer dois números inteiros, em outras palavras: entre os números *1* e *2* existem infinitos números racionais, por exemplo.

O resultado do exemplo dado anteriormente, '*3,5*', pertence a *Q* e, a partir da definição deste conjunto, passa a ter sentido no universo matemático escolar.

Ainda nas primeiras séries do Ensino Básico, quando a criança tem contato com o conteúdo das medidas de comprimento, ela já se depara com o Conjunto dos Números Racionais, mais especificamente na forma de números decimais. Os números decimais, os quais são parte componente dos números racionais, aparecem, por exemplo, quando um exercício leva a criança a medir o comprimento de algum objeto pertencente à sua sala de aula. Ao medi-lo, ela normalmente encontrará um número decimal, ou seja, um número que pertence ao Conjunto dos Números Racionais, mas, de acordo com a grandeza que utilizar (metros, decímetros, centímetros ou milímetros), não pertencerá ao Conjunto dos Números Inteiros.

No momento em que a criança encontra o resultado, ela pode expressá-lo em qualquer grandeza, a que lhe convir, porém geralmente o fará na forma de um número inteiro, por exemplo: mais ou menos 3 metros, 32 decímetros, 323 centímetros ou 3236 milímetros. As últimas são medidas relativamente próximas a olho nu, à vista da criança, mas podem ser aprofundadas infinitamente, através de grandezas microscópicas. O que devemos elucidar é que: "a primeira conseqüência é que a medida dos comprimentos leva necessariamente à introdução de uma nova categoria de números, os números decimais ou números com vírgula", (VERGNAUD, 2009, p. 151) os quais ainda não estão presentes no universo matemático destas crianças e que, permitem a representação de todos os números do exemplo anterior, sem a inconveniente situação da variação de grandezas: 3,236 metros.

No entanto, essa conseqüência só acontece no caso de aceitarmos que medidas de comprimento seja o primeiro conteúdo em que devemos trabalhar os números decimais. Em outras palavras, é possível, e conveniente, que este não seja o único conteúdo para a introdução dos Números Racionais, pois é importante que o aluno perceba que não são apenas as medidas que podem ser representadas por números decimais.

Um número decimal provém de uma divisão ou fração de um número por potências de base dez, ou seja, os decimais são uma parcela importante dos números racionais, mas não representam esse conjunto por si só. Encontramos a fração na própria definição de números racionais. As frações constituem o Conjunto dos Números Racionais, pois englobam os decimais, já que o denominador pode ou não ser uma potência de base dez. Obviamente, toda fração pode ser um decimal e vice-versa, no entanto, no conteúdo referente às medidas de comprimento, o decimal acaba por substituir a fração e o vínculo entre suas representações se perde. Assim, o aluno não percebe que ambas podem ter o mesmo valor.

Nas medidas de comprimento, é possível realizar as operações utilizando apenas números naturais, a partir do exercício de trocas de unidade: de metros para centímetros, por exemplo. Isto produz várias consequências. No caso da utilização do decimal para a medida:

> O decimal funciona como um inteiro e não é separável de uma unidade, o objeto não é mais o decimal, mas a grandeza física. O estudante pode, então, interpretar o produto de dois decimais como, no caso, por exemplo, o produto de dois comprimentos, o que o reconduz a obstáculos bem conhecidos de números concretos: será difícil entender equações a^2-a e vinculará implicitamente as equações às dimensões (BROUSSEAU, 1998, p. 131, tradução nossa).

Brousseau (1998) afirma que, uma vez entendendo o decimal estritamente como um comprimento, o aluno compreenderá polinômios que possuam um decimal como base, apenas como dimensão de alguma forma geométrica. Somente quando introduzido o conceito de sistema monetário o aluno terá novamente contato com os números decimais, mas ainda pode manter uma visão fragmentada quanto à sua utilização e sua relação com os números fracionários. Ou seja, o conceito de número decimal não pode ser restrito à ideia de comprimento e deve frequentemente relacionar-se com sua representação fracionária.

Um polinômio pode representar uma área ou um volume de uma figura ou um sólido geométrico qualquer, uma equação de um determinado grau, mas também pode representar uma função de um grau qualquer. Estes aprendizados ocorrem em tempos distintos, pois têm complexidades distintas, porém assemelham-se pelo fato de utilizar polinômios para sua representação. Há necessidade de o professor, como mediador, retomar os conceitos antigos, já fixados, para que os alunos percebam as semelhanças e, principalmente, as diferenças entre os conceitos, para que não haja confusão entre os significados.

Trazemos, então, a importância de se trabalhar os três eixos (Números, contagem e análise de dados; Funções elementares e modelagem; Geometria e medidas) de forma articulada, pois muitas vezes, por estarem disciplinarmente distantes, suas semelhanças tornam-se problemas no aprendizado, devido às conexões mal construídas entre os símbolos semelhantes, provindos de conhecimentos anteriores.

Brousseau (1998) alerta, ainda, para o fato de que o simples deslocamento da vírgula de forma mecânica quando trabalhado o sistema métrico, pode trazer equívocos na medida em que “faz desaparecer” gradualmente o significado da representação decimal, isto é, a representação fracionária perde seu sentido, restringindo-se às mudanças de unidade. Ou seja, as mudanças de unidade permitem que o aluno faça as operações apenas com números inteiros.

Assim, quando da introdução dos números Racionais, na qual é exposta a situação de um número decimal, ao relacionar este valor a uma medida de algum objeto, mostrando ao aluno que estes números existem e que precisam existir para dar sentido e valor àquela medida, corremos o risco do aluno não compreender que este número representa muito mais que uma medida, pois pertence a um conjunto numérico distinto e com representações específicas: fracionária e decimal.

Portanto, associar o conteúdo dos Números Racionais somente a objetos, ou ao sistema métrico, mais especificamente, no intuito de que este conteúdo possa ser compreendido com mais facilidade, pode ter conseqüências para os anos posteriores, na forma de Obstáculos Didáticos.

A divisão, diferentemente das outras três operações básicas, não é ensinada em sua totalidade durante as primeiras séries do Ensino Fundamental, obviamente, devido ao desconhecimento dos números racionais por parte dos estudantes. Sendo assim, uma divisão de dois números inteiros diferencia-se das outras operações no seguinte sentido:

> enquanto a adição, a subtração e a multiplicação são sempre exatas, no sentido de que o resultado resulta efetivamente da aplicação do operador ao operando, a divisão, por sua vez, não é sempre exata e o quociente não é, por si só, o resultado da aplicação do operador ao operando. O verdadeiro resultado é o par (quociente, resto), podendo o resto ser nulo (VERGNAUD, 2009, p. 190).

Nas primeiras séries, portanto, ao trabalhar a divisão enquanto uma operação inversa da multiplicação, o trabalho com o resto é necessário, pois o conjunto numérico trabalhado ainda é o dos números inteiros. Ao trabalhar com números racionais, um exemplo de como a abordagem fragmentada dos números decimais e fracionários, sem relacioná-los, pode gerar um Obstáculo Epistemológico, é observado no caso da divisão entre frações, cuja compreensão exige reversibilidade. Nas séries iniciais, o trabalho pedagógico trata a divisão não sendo exatamente o inverso da multiplicação (VERGNAUD, 2009, p. 190) e este ‘resultado parcial’ – com o resto – para a divisão não permite a comprovação da relação inversa existente entre a multiplicação e a divisão, a qual deve estar bem clara para que o aluno do sexto ano do Ensino Fundamental compreenda, ao operar divisões de duas ou mais frações, a necessidade de aplicação desta relação de caráter inverso, que neste caso não necessitava do envolvimento de um resto.

O trabalho pedagógico que relaciona os decimais e as frações permite que o aluno compreenda que as divisões podem ser representadas por frações, que por sua vez podem ser representadas por números decimais e vice-versa. Assim, ao dividir duas frações, o discente poderá compreender a operação inversa da divisão – a multiplicação – que está sendo utilizada em seu lugar, fato que ocorre quando ‘trocamos’ esta divisão de frações (1/4÷2/3=3/8) por uma multiplicação entre a primeira fração e o inverso da segunda fração (1/4×3/2=3/8), ou seja, a primeira com numerador e denominador sem alterações, multiplicada pela segunda fração com numerador e denominador invertidos, já que estamos procurando um valor que multiplicado pela segunda fração, resulte na primeira (3/8×2/3=1/4).

Estes exemplos foram citados para percebermos que, mesmo antes da série na qual o aluno irá apreender este ou aquele conhecimento, é possível apresentar conceitos que permitam a formação dos mais avançados, para que, posteriormente, não sejam necessárias tantas ressignificações para desenvolver novos conhecimentos. A “aquisição de noções não é independente da solução de problemas que colocam essas noções em ação” (VERGNAUD, 2009, p. 269), ou seja, não é possível compreender um conceito novo sem aplicá-lo em problemas que o envolvam. Isso vale também para alunos que têm pela frente o conceito dos Números Racionais.

> Não se deve subestimar a dificuldade de certas noções, como as de relação, de proporção, de fração e de função que exigem precauções didáticas importantes bem depois do ensino elementar[11]. Apesar disso, essas noções **devem** ser tratadas desde o ensino elementar (VERGNAUD, 2009, p. 265, grifo nosso).

Vergnaud (2009) cita ainda alguns cuidados que o professor deve tomar ao lidar com tais problemas relacionados com a aritmética. Elegemos alguns deles como mais importantes: Fazer a criança formular as perguntas que tenham sentido em relação ao enunciado, e em especial, perguntas intermediárias. Trazer no enunciado informações inúteis, ou omitir informações necessárias. Oportunizar à criança o estabelecimento de uma ou várias representações operatórias das informações, das perguntas e dos caminhos a seguir para respondê-las (Ibid., p. 293).

Outro fato, do qual não devemos esquecer, é que todo e qualquer aprendizado depende da relação que o aluno faz entre o real e o abstrato, ou seja, a representação mental que este aluno opera quando compreende determinado conteúdo. Essa situação envolve o conceito de homomorfismo, que consiste em

---

[11] O Ensino Elementar, no Sistema de Ensino Francês, com dois anos, CE1 e CE2, do início da escolaridade básica, têm alunos na faixa de 7 e 8 anos de idade, idades equivalentes às segunda e terceira série do Ensino Fundamental Básico brasileiro.

“uma aplicação de um conjunto em um outro que respeita certas estruturas relacionais do conjunto de partida e do conjunto de chegada. Homomorfismo significa “mesma forma” ou “mesma estrutura”” (Ibid., p.297). A noção de homomorfismo primeiramente se aplica à relação entre a realidade e sua representação. Um problema que pode ser resolvido de formas diferentes para obter um mesmo resultado final é uma representação de um homomorfismo, pois poderemos igualar as duas formas de resolução através de seu resultado idêntico.

Na verdade, “a representação não pode ser operatória a não ser que reflita a realidade de forma pertinente e homomorfa” (Ibid., p. 299), ou seja, não faria sentido representar algo por meio de um símbolo, gráfico ou figura, se esta representação não simulasse esta realidade de forma eficaz, tornando possível a comparação e a operação da realidade por meio de sua representação.

Mas estas representações da realidade são complexas devido ao fato de que: “não existe uma representação, mas múltiplas representações, de formas diferentes e de níveis diferentes” (Ibid., p.300), ou seja, no pensamento humano existem várias possibilidades de significar um objeto, conceito ou conhecimento, sendo assim, podemos dizer que cada consciência pode significar objetos e até criar sistemas de significação diferentes. E ainda, “pode-se dizer que o pensamento consiste, ao mesmo tempo, em operações conceituais e pré-conceituais sobre os significados, e em operações simbólicas sobre os significantes, significantes estes que formam vários sistemas simbólicos distintos, tendo elos entre si próprios e com o significado” (Id., Ibid.). Alguns exemplos destes sistemas simbólicos seriam: a linguagem natural, as representações em imagens, os esquemas, o espaço, a álgebra.

Um motivo pelo qual talvez seja tão difícil a compreensão dos Números Racionais é a parcial desvinculação entre números e objetos, já que até então “as relações entre números não são independentes das relações entre objetos” (Ibid., p. 141). De fato, a associação dos elementos do conjunto dos Números Naturais com objetos é estritamente necessária para a compreensão do próprio número.

Dessa forma, considerando a abstração como parte indispensável para a compreensão e o avanço no desenvolvimento do aluno, o professor deve respeitar o prévio conhecimento discente, fazendo-o dialogar sobre o conteúdo, criar frases e, consequentemente, símbolos que permitam a abstração e, com isso, a criação de suas próprias sínteses a respeito do conteúdo, estejam elas corretas ou não, para que o professor possa intervir, como mediador do processo, mostrando o caminho correto.

Assim, levando em conta o aprendizado de Matemática e considerando que os obstáculos podem ser classificados segundo sua origem, em didáticos e/ou epistemológicos, optou-se por focalizar, no presente estudo, os obstáculos de origem didática, relacionados ao ensino de números racionais.

2.2.2 A Práxis no processo ensino dos Números Racionais

O professor precisa conhecer os obstáculos existentes para ensejar uma adequada prática pedagógica, respeitando o conhecimento prévio do aluno, instrumentalizando-o para que alcance a continuidade no processo de aprendizagem no intuito de tornar esses Obstáculos Epistemológicos um conjunto de erros retificados, ou seja, obstáculos que, uma vez superados, contribuam para a formação do conhecimento discente. O erro não pode ser tido como negativo e sim como obstáculo a ser superado.

O simbolismo da matemática gera o recurso quase que exclusivo de técnicas algébricas que induzem à repetição e isto pode conduzir o aluno a um "não-pensar", por preguiça, por comodidade ou por ser capaz de alcançar o imposto apenas fazendo dessa forma. A mera repetição conduz ao automatismo que acaba por impedir a práxis, tão necessária à ciência matemática, por exemplo, na resolução de situações-problema, que dessa forma, não atingem o seu objetivo quase que único: apreender o significado matemático de alguma situação cotidiana.

A repetição é válida, desde que resguardado o sentido de realizarmos o ato que está sendo repetido, do contrário, resulta na falta de criatividade na matemática.

> O professor dá aulas, dá a matéria, dá a Matemática para o aluno. É quase sempre assim. Ele faz para o aluno, mas não faz com o aluno. Por ser a Matemática, desta forma, uma estranha ao mundo do aluno, ao conjunto de significados que constitui a sua existência, o aluno recusa esta Matemática que lhe é dada como um presente, por não perceber um sentido na sua posse (MEDEIROS, 1985, p. 28).

Os processos de ensino e de aprendizagem da matemática deve se basear na intersubjetividade, no diálogo, para obter como resultado a compreensão. Não pode ser impregnado com facilitações, como por exemplo, as ‘fórmulas’ e os ‘macetes’ com os quais os alunos de hoje se deparam. Na “apreensão do conhecimento o aprender exige o pensar, a busca compromissada, o estabelecimento da dúvida. E a didática da facilitância[12] mais oculta o que é a criação matemática do que a explicita” (Ibid., p. 30).

Este diálogo significa a troca de experiências entre o professor e o aluno no que se refere à ciência matemática no dia-a-dia de cada um dos sujeitos sociais presentes em uma sala de aula. Mas este diálogo só é possível se as duas partes o desejarem e o permitirem. O professor, compreendendo que o aluno têm seus conhecimentos prévios relevantes e é capaz de contribuir positivamente para com os objetivos da aula, podendo, da mesma forma, expressar-se. E o aluno querendo aprender, fazer parte deste diálogo, participar da aula, mas principalmente desenvolver seu olhar crítico para as relações de produção da sociedade atual, perante as diversas e inúmeras situações escola afora.

> Dessa forma, o porquê e o para quê aprender ou ensinar a Matemática estão interligados, pois ao mesmo tempo que é importante o próprio desenvolvimento intelectual do indivíduo, que como ser humano tem a característica de procurar conhecer o que o cerca, de igual importância é o seu fim, que deve ser o de contribuir para aliviar a miséria humana em toda sua extensão. Assim, a Educação Matemática é sempre ideológica, carregada de valores, explícitos ou não, pois a cada forma de ensino adotada está associada uma visão de homem, homem este que pode ser tido ou não como um produtor de conhecimento. Está associada, também, a um modelo de sociedade que se esteja procurando manter ou atingir (Ibid., p. 38).

Para que o aprender seja significativo, ou seja, haja compreensão, o aluno deve estabelecer meios alternativos próprios para explicar o que acabou de compreender, através do diálogo. Se existirem dúvidas, estas também deverão fazer parte deste diálogo, pois é através de sua exposição, de sua transformação, da linguagem do pensamento para a linguagem da fala, que ocorre a materialização

[12] A didática da facilitância é aquela que prima por um ensino cujo trabalho para docente e discente sejam facilitados por mecanismos superficiais de aprendizagem, os quais demandam tempo e esforços reduzidos.

desta dúvida, sendo que muitas vezes só o ato do pensar a respeito para elaborar uma questão que fará parte do diálogo, já traz a resposta consigo, e o aluno nem mais precisa fazê-la, pois já compreendeu o que havia de perguntar. Ou seja, “é o diálogo se dando através do conflito. O estado de dúvida é necessário para se aprender” (Ibid., p. 32).

E é a partir dessas dúvidas do aluno, que se processam com base em seu conhecimento prévio, que a matemática deve ser construída, por meio da intersubjetividade, com uma avaliação que pressuponha a compreensão da matemática em longo prazo, e não apenas considerando o mero aprendizado instantâneo, do qual o aluno logo se desprenderá, pois não pode aplicá-lo em nenhuma outra situação a não ser em sala de aula, em uma prova ou trabalho sobre o assunto. O conhecimento superficial, além disso, pode ser verificado em um teste como muito bom, já que naquele momento, e apenas naquele momento, o aluno domina o que lhe foi ensinado, apenas reproduzindo, mas nunca produzindo, ou melhor, o aluno apenas repete o algoritmo, mas não entende a explicação para seu uso, muito menos sua origem ou aplicação.

> A compreensão de uma ciência não deve ser vista como um estado final e perfeito, mas sim, como estados de conhecimento que vão sendo atingidos por quem aprende ao pensar a Matemática [...] [A compreensão] é atingida quando a pessoa parte dos significados que atribui aos assuntos matemáticos e os supera pelos novos significados da Matemática, que não eram ainda seus, que já existiam nos livros, nas aulas e não eram por ela percebidos (Ibid., p. 35).

O ensino nas escolas de hoje tem como característica a promoção do aprendizado aligeirado, no qual, o aluno aprende a resolver os exercícios/problemas para alcançar um determinado resultado, que, por fim acaba materializado em um número no boletim ou em um certificado. O ensino deveria priorizar a compreensão dos conteúdos, a qual seria muito mais útil posteriormente, até porque compreender algum conceito é a única forma de utilizá-lo novamente, aplicá-lo em uma situação diferente da proposta na escola, mas que utilize o mesmo algoritmo ou formulação.

Existem algumas ações didáticas que podem resultar em uma compreensão mais simples e rápida por parte do aluno com relação a um determinado conteúdo. Podemos preparar o aluno para mais tarde compreender um determinado conceito, assim, esta recepção será menos brusca. Brousseau (1998) cita que durante o aprendizado de um determinado conceito, o aluno toma decisões provindas de seus conhecimentos, os quais podem ser institucionalizados – saberes – e/ou conhecimentos sem a intervenção escolar. Estes conhecimentos funcionam como um "código, com o qual ele [o aluno] constrói, justifica, verifica e demonstra suas declarações de validade" (BROUSSEAU, 1998, p. 100, tradução nossa).

Nas primeiras séries, por vezes nos deparamos com situações em que devemos realizar sucessivas operações para com um determinado número para obtermos o resultado procurado. Muitas destas vezes poderemos sintetizar estas operações, de forma que diminuam em número, porém aumentando sua complexidade. Por exemplo, no caso de termos de multiplicar o número 3 pelo número 4 e, logo após, dividir o resultado pelo número 6. Podemos perceber que pode haver uma síntese das duas operações se apenas multiplicarmos o número 3 pela fração 4/6, ou, para que os cálculos fiquem ainda mais simples, podemos multiplicar pela fração 2/3, fração simplificada e de mesmo valor que a anterior.

Neste exemplo, estão envolvidas algumas noções que o aluno do ensino básico talvez ainda não seja capaz de compreender, mas tanto neste caso, como em outros, que resultem no contato prematuro dos estudantes dos anos iniciais com os números fracionários "não se deve daí concluir que o professor não deva introduzir situações e explicações que impliquem estas noções. Contudo, ele deve fazê-lo com prudência, sem queimar etapas e apoiando-se, ao máximo, nas noções mais claras para as crianças" (VERGNAUD, 2009, p. 249), lembrando que a matemática, assim como qualquer outro conhecimento, se constrói por etapas. Estas etapas, ainda segundo Vergnaud (2009, p. 249), as quais envolvem os conceitos e operações com frações, podem estender-se até 13 e 14 anos, respectivamente, aos alunos do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental.

Vamos ressaltar a evolução que ocorre durante o desenvolvimento da operação mental de classificação, pelo aluno, em seu processo de aprendizagem. Inicialmente, a união de objetos díspares, que juntos contém um significado para a criança da educação infantil, como por exemplo, "um triângulo vermelho acima de um quadrado azul para formar uma casa" (VERGNAUD, 2009, p. 97), é realizada devido ao fato de que, mentalmente, a sua representação desse significado já tomou a forma “casa”, apoiada em sua figura, menos abstrata do que classificar por forma, cor, tamanho ou uso. Trata-se ainda de uma pré-classificação.

Analisando a importância do ensino considerando os aspectos apontados por Vergnaud (2009), percebemos a ocorrência da evolução dessa forma de raciocínio, a qual possibilitará um avanço na capacidade da criança classificar objetos segundo sua forma, cor, tamanho ou uso, agrupando-os conforme a utilização de cada descritor. Assim, para realizar esta tarefa, a criança deverá ser capaz de compreender a reversibilidade, ato que demanda uma capacidade operatória da criança, excluindo os objetos que não atendem o critério.

O ensino de Matemática, nas séries iniciais, ocorre a partir do trabalho com os números naturais, posteriormente, são introduzidos os conceitos de frações e de números decimais, em momentos diferentes. Assim, a relação entre estes conteúdos pode não ocorrer, isto é, não fica claro ao aluno que os inteiros podem ser representados por frações, bem como se perde a relação da forma decimal da fração e da forma fracionária do decimal.

A divisão entre numerador e denominador, nesses anos, só é realizada se o resultado da divisão for um número inteiro, por exemplo, 2/2 ou 2/1. Quando o resultado da divisão é um número decimal, ela não é realizada, por exemplo, 2/3 ou 2/4. Assim, na percepção da criança, passam a existir dois grupos de frações: as que podem ser divididas e as que não podem.

Consequentemente, a criança pode avançar para as séries finais do ensino fundamental sem compreender que a fração 2/3 pode ser representada pelo resultado da divisão do número 2 pelo número 3.

Dessa forma, se a criança, com 11 ou 12 anos, já classificou as frações em dois grupos: o grupo de frações nas quais a divisão entre o numerador e o denominador equivale a um número inteiro e o grupo de frações nas quais a divisão entre o numerador e o denominador “não é possível”, - quando equivale a um número decimal – fica muito difícil ressignificar este conhecimento. Este aluno de 6º ano já “aprendeu” que se o número 2 é o numerador, a sua divisão pelo denominador só poderá ocorrer quando este denominador for o número 1 ou o próprio número 2, pois o que for diferente disso resultará em uma divisão “que não pode ser feita”. A classificação, portanto, envolverá dois grupos: o dos resultados aceitos como válidos (2/2 e 2/1) e o grupo dos resultados “impossíveis”: 2/3 (2÷3), 2/4 (2÷4), 2/5 (2÷5), etc., pois a criança se apropriou apenas do conjunto dos números inteiros, não possuindo a visão das semelhanças entre a parte referente ao conjunto dos números inteiros e o todo referente ao conjunto dos números racionais, impossibilitando a abstração necessária para avançar nessa análise.

Ocorrem aqui dois problemas: o primeiro é que o conceito de números inteiros traz, ao entrar em contato com os números racionais, um Obstáculo Epistemológico, pois se trata de um conjunto que se constitui do primeiro, mas que abarca infinitos outros elementos e a criança terá dificuldades em entender as frações que representam partes de um inteiro. O segundo, que deriva deste, é que a articulação entre os dois grupos de números – os inteiros e os demais elementos que pertencem ao conjunto dos números racionais – é prejudicada, isto é, é difícil para o aluno compreender que os números inteiros também podem ser representados por frações, divisões e/ou razões, por isso também pertencem ao conjunto dos números racionais. É necessária uma nova evolução na estrutura de classificação para que o aluno compreenda as novas inclusões de classe – conjuntos numéricos – em patamares cada vez mais complexos.

Obviamente, essa classificação equivocada que a criança pode estabelecer em dois grupos – frações que possuem um resultado inteiro e frações que possuem um resultado decimal – não procede e deve ser desfeita ou transformada por intermédio do professor, quando da introdução ao conjunto dos números racionais. Devido à complexidade dos conceitos envolvidos, essa situação pode se transformar em um Obstáculo Didático, do qual muitas vezes redundará um Obstáculo Epistemológico.

Como proposta de solução, Vergnaud cita:

> as crianças bem pequenas se organizam muitas vezes diante de tarefas de classificação em função de semelhanças globais simples; e não se pode ter como certo então que elas empreguem relações transitivas e classificatórias verdadeiras. É por causa disso que é necessário desenvolver sistematicamente na escola exercícios de classificação, com instruções verbais não ambíguas, com materiais cada vez mais complexos: blocos lógicos, animais, vegetais, vestuário, números, etc. é a única forma de levar as crianças a uma análise rigorosa das propriedades dos objetos e à distinção entre a simples semelhança e a verdadeira equivalência (VERGNAUD, 2009, p. 103).

Podemos levar esta proposta para o conteúdo dos Conjuntos Numéricos, ou seja, construindo cada conjunto e suas possibilidades de forma contínua e mostrando que todas as frações podem ser resolvidas, porém cada “tipo” de frações no seu devido tempo, pelo motivo de que elas fazem parte de outro conjunto numérico, ou seja, que têm outra classificação, ou ainda, que pertencem a outro grupo, com outras características e outros descritores. Por exemplo, se desde as primeiras séries as frações já fossem enxergadas presentes nos números Naturais: quando escrevesse o número 2, o professor já explicitasse que sob este número está o número 1, dividindo-o, ou, dependendo da série, somente mostrando que a divisão deste número 2 pelo número 1, resulta no próprio número 2, ressaltando a propriedade do elemento neutro para a divisão e mostrando que o número 2, então, também é uma fração: 2/1.

Sabemos que o Conjunto dos Números Racionais representa a inclusão do Conjunto dos Números Inteiros com os números fracionários (frações, números decimais, dízimas periódicas, etc.). A compreensão deste fato pode ser alcançada a partir da apresentação de sua principal característica: são todos os números obtidos por meio da divisão de dois números racionais, ou seja, qualquer fração entre dois números inteiros, já que os números inteiros também podem ser representados por meio de frações, sendo o número 1 seu denominador. Mostrar isto aos alunos é uma forma de se adequar ao que Vergnaud (2009) propõe quando tratamos das propriedades da união e intersecção entre conjuntos.

> Os exercícios escolares relativos à união e à intersecção devem [...] levar a criança a trabalhar ao mesmo tempo com as representações extensivas das classes e com suas características. Especialmente, a classe obtida da união de duas ou mais classes não existe plenamente enquanto classe exceto se for possível caracterizá-la (VERGNAUD, 2009, p. 111),

Nesse caso, é necessário dar sentido a esta união que à primeira vista parece aleatória. Esta união faria a criança compreender que qualquer fração se torna possível neste conjunto de números, inclusive as que não possuem como resultado um número inteiro, pois o critério para um número qualquer pertencer aos Racionais é exatamente este: poder ser representado por uma fração. Por isso é necessário ressaltar em sala de aula que os números Naturais e Inteiros também são números Racionais, já que têm essa característica.

Outro possível Obstáculo Didático que envolve um Obstáculo Epistemológico é o da inclusão de classes.

> Segundo Piaget, [...] é somente ao redor de 8 ou 9 anos que uma criança é capaz de dizer sem hesitar que, em um vaso onde há margaridas e algumas outras flores (em número menor do que o número das margaridas), há necessariamente mais flores do que margaridas porque todas as margaridas são flores, enquanto que nem todas as flores são margaridas (Ibid., p. 119).

Este exemplo foi citado porque a criança conseguirá fazer a distinção entre classes dos objetos ao seu redor, antes de fazer a distinção entre os conjuntos numéricos (Naturais, Inteiros e Racionais), e muito antes de perceber a inclusão entre as classes, e mais ainda a relação inclusiva existente entre os conjuntos numéricos, conhecimento que demanda um maior grau de abstração.

Isto ocorre porque, em um intervalo numérico, no qual existem números naturais, inteiros e racionais, é mais fácil perceber que há necessariamente mais números racionais do que números naturais e inteiros, pois os racionais caracterizam-se infinitos, do que perceber a inclusão entre estes conjuntos – todos os números naturais e inteiros são racionais, enquanto que nem todos os números racionais são naturais e inteiros – e compreender a continência destes dois conjuntos com relação ao Conjunto dos Números Racionais (VERGNAUD, 2009).

Trabalhar pedagogicamente todas estas relações pode acarretar mudanças qualitativas no processo de ensino, que resultem em alterações no processo de aprendizagem da matemática, com intuito de minimizar a ocorrência de Obstáculos Didáticos que prejudicam a aprendizagem do aluno. Justificamos estas mudanças com o fato de que, como qualquer outra ciência, a Matemática não deve ser vista como terminada, ou seja, estas modificações dão conta de mostrar que ainda existem muitas alterações/melhorias a serem pensadas, teorizadas e praticadas em sala de aula e fora dela, para que a ciência matemática como “idéia de obra acabada” seja extinta, juntamente com o ensino, no qual a “busca de soluções não é vivida com o aluno”. Nesse caso, a explicação docente pode ter uma “clareza aparente”, o que significa que a resolução/interpretação pode ser clara para quem a constrói, mas não para quem assiste a construção. “A clareza não é imediata sem um trabalho pessoal do aluno, sem o exercício sistemático do pensar” (MEDEIROS, 1985, p. 18-9).

Vimos que o currículo sofre influência do modo de produção, ao qual também a cultura produzida por um determinado grupo submete-se. D’Ambrósio (1994) chama atenção para essas especificidades, afirmando que avanços nas teorias de cognição mostram que cultura e cognição estão diretamente ligadas. É fácil notar que a matemática, tanto como ciência, quanto seu ensino, ao longo da história, vêm sofrendo mutações que, por sua vez, vêm ao encontro das demandas de cada cultura. Desde a Grécia Antiga, passando pela Idade Média, pela época da Renascença e pelas Idades Moderna e Contemporânea, as culturas transformaram-se e, consequentemente, o ensino de matemática também. A última grande transformação foi a da escolarização em massa ocorrida no séc. XX, quando a disciplina da Matemática “é adaptada e recebe um lugar como Matemática prática-erudita, [...] a Matemática que é ensinada e aprendida nas escolas” (D’AMBRÓSIO, 1994). Portanto as variações culturais precisam ser consideradas no processo de ensino da Matemática.

Inicialmente essa questão foi levantada pela corrente da etnomatemática, que busca resgatar procedimentos matemáticos do cotidiano, para facilitar o ensino na academia, de acordo com as variações culturais. Mais recentemente, a perspectiva da Metodologia da Mediação Dialética propõe partir dos conhecimentos imediatos trazidos pelo aluno, trabalhando com as contradições redundantes do seu cotejamento com os conhecimentos científicos.

Portanto, tanto alunos como pessoas em geral possuem especificidades históricas e culturais que os tornam diferentes uns dos outros no que diz respeito à apropriação do conhecimento, fato que, por muitas vezes, não é considerado pelo professor, o qual antes de permitir que o aluno exponha o que já sabe sobre o assunto, por mais leigo que seja seu conhecimento, impõe regras, teoremas, postulados, que tratam de eliminar qualquer intervenção do aluno com relação ao assunto, além de introduzir no aluno uma sensação de impotência perante o conhecimento docente, de caráter inquestionável, pois está muito além do que o aluno pode contribuir. Isto leva o aluno a atuar da forma que já citamos anteriormente: apenas como ouvinte, papel este que acaba por ser propício ao aluno, em seu pensar, já que não exige esforço algum: tudo é “dado” e isto e, somente isto, exatamente da mesma forma, lhe é cobrado na avaliação, ensejando atos de inércia, sem que nenhuma consequência negativa, como uma nota baixa, lhe seja atribuída (MEDEIROS, 1985).

Esta inércia impossibilita situações essenciais para o processo de aprendizagem da matemática. Por exemplo, uma situação-problema só se constitui em um problema de fato, se há interesse por parte do aluno e esse interesse só aparece se é permitido ao aluno o papel de participante, o qual põe o conhecimento do professor à prova, com questionamentos e dúvidas, que só surgem quando o aluno é levado a raciocinar sobre o que já conhece. Trata-se então de tornar o ensino um caminho a ser realizado pelo aluno para chegar a algum objetivo próprio, ou seja, torná-lo útil e, dessa forma, interessante, pois a “valorização é o próprio esforço do homem em transformar o que é naquilo que deve ser" (SAVIANI, 2002, p. 38), ou seja, o homem que possui um objetivo toma as atitudes necessárias para realizá-lo, por meio da valorização dos meios e métodos que o auxiliarão a alcançá-lo.

Os meios e métodos para alcançar o aprendizado também devem ser valorizados. Conforme citado, o envolvimento do aluno na situação didática é essencial para a aprendizagem, no entanto esse envolvimento só é alcançado a partir do momento em que o docente o permite, ou seja, permite o protagonismo do aluno. Embora o processo mental de internalização dos conhecimentos historicamente acumulados, que o aluno percorre durante o trabalho pedagógico, ocorra na interação social, depende de uma construção individual que não pode ser imposta cognitivamente, isto é, ainda que a mediação de um outro seja fundamental para o que o aluno faz com essa ajuda, hoje ele possa fazer sozinho amanhã, esse conhecimento se faz sobre uma base biológica. O professor auxilia o aluno a alcançar a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)[13], mas o conhecimento deve ser alcançado pelo próprio aluno (VYGOTSKI, 1968).

[13] “Quando se demonstrou que a capacidade de crianças com iguais níveis de desenvolvimento mental, para aprender sob a orientação de um professor, variava enormemente, tornou-se evidente que aquelas crianças não tinham a mesma idade mental e que o curso subsequente de seu aprendizado seria, obviamente, diferente. Essa diferença entre doze e oito ou entre nove e oito, é o que nós chamamos a zona de desenvolvimento proximal. Ela é a distância entre o nível de

Vista dessa forma, a educação caracteriza-se como uma forma de promoção humana, pois ao propiciar ao aluno o acesso aos conhecimentos científicos a educação incorpora um caráter libertador.

> Do ponto de vista da educação o que significa, então, promover o homem? Significa tornar o homem cada vez mais capaz de conhecer os elementos de sua situação para intervir nela transformando-a no sentido de uma ampliação da liberdade, da comunicação e colaboração entre os homens (SAVIANI, 2002, p. 38).

É com base nessas considerações que a próxima seção analisa as ações didáticas apresentadas na pesquisa de campo.

3 PESQUISA DE CAMPO

3.1 Metodologia da Pesquisa de Campo

Essa terceira seção apresenta a Metodologia (sujeitos, material utilizado e procedimento) da pesquisa de campo e a análise dos dados da pesquisa. Trata-se de uma pesquisa de campo objetivando analisar o processo de ensino dos professores do 6º ano do Ensino Fundamental, durante a introdução do conceito dos Números Racionais, conteúdo que se constituirá como base para o aprendizado da maioria dos demais conteúdos das séries subsequentes da educação matemática, no qual, pode-se encontrar Obstáculos Didáticos e Epistemológicos, os quais serão analisados.

A pesquisa teve caráter exploratório, apoiando-se no método comparativo, analisando o processo de ensino dos professores, a partir do referencial teórico proposto. Utilizaram-se as categorias dialéticas: práxis, contradição, mediação e totalidade, descritas anteriormente, para essa reflexão.

Os registros foram realizados por meio de uma filmadora, não digital, para possibilitar a posterior análise dos dados e para garantir o registro fidedigno dos fatos ocorridos em sala de aula, na forma de um registro contínuo cursivo.

---

desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes” (VYGOTSKY, 1978, p. 112).

A observação caracterizou-se como não-participante, pois não houve interação do pesquisador com o grupo pesquisado. Classifica-se, ainda, como individual, por ter sido realizada apenas por um pesquisador, e da vida real, por se tratar de um ambiente real: a sala de aula.

A pesquisa de campo foi realizada durante o ano letivo de 2011. Foram escolhidos dois colégios da rede pública de ensino da área urbana do município de Cascavel-PR. Para a escolha das escolas foi utilizado o critério de que uma escola deveria situar-se na área central da cidade e outra na área periférica, objetivando alcançar professores com níveis de experiência diferentes. As escolas foram escolhidas a partir da conveniência, pela possibilidade de acesso às turmas e aos professores, com permissão da direção de ambos os colégios.

A escolha do professor participante coube à direção de cada colégio, tendo como critério, conforme citado, a escolha de professores de matemática, lecionando para o 6º ano do Ensino Fundamental, o conteúdo dos Números Racionais.

A escolha das turmas ficou a cargo dos dois professores, dos dois diferentes colégios, já que, a observação não pressupunha critério quanto ao nível de aprendizado da turma, tampouco quanto ao número de alunos na classe.

Após levantamento do cronograma docente, foram feitas as observações das aulas destinadas à introdução do conceito de Números Racionais. Foram observadas 3 aulas de um dos professores e 5 aulas do outro professor participante, pois, dessa forma, pôde-se analisar a introdução do conteúdo novo, o desenvolvimento da ação didática correspondente e a participação discente, por meio da explicação do conteúdo, por parte do professor e por meio dos exercícios propostos.

A pesquisa cujo processo junto ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) era de número 1258/2011, foi aprovada na data de 29/09/11, pelo parecer 389/2011-CEP, na Ata 008/2011, pois, segundo documento de aprovação, atendia aos requisitos fundamentais do Conselho Nacional de Saúde.

Os dados foram agrupados tendo como critério as categorias dialéticas: totalidade, mediação dialética, práxis e contradição, e analisados com base no referencial teórico, pois se supôs que a análise criteriosa da atuação docente forneceria subsídios para reflexões sobre o processo de ensino na área da Educação Matemática.

Na próxima seção, destinada ao tratamento dos dados, há excertos extraídos da transcrição completa dos dados, tendo como critério de corte as categorias analisadas.

3.2 Apresentação e análise dos dados coletados

Apresentam-se, a seguir, os dados coletados que se encontram na íntegra no Anexo 1 – Transcrição das aulas filmadas. Foi realizado seu recorte e sua classificação, sem considerar a cronologia dos fatos, mas sua similaridade. No Anexo 1 apresenta-se a transcrição na íntegra dos dados, omitindo-se apenas as situações em que o professor interviu com relação à indisciplina dos alunos, pois não representava parte integrante do objetivo de estudo.

Excertos desse relato estão presentes nesta seção, identificados pela formatação *itálico*. Eticamente, tanto no anexo, como nesta seção, omitiu-se o nome dos docentes. A professora (professor 01) será representada por P1 e o professor (professor 02) será representado por P2.

Iniciaremos tratando a respeito da forma que ambos os professores mediaram o conteúdo. Na primeira aula observada, P1 traz um exemplo que confunde o conceito de fração, atrapalhando o seu desenvolvimento.

Inicia a aula, configurando a seguinte situação problema: pediu para que os alunos imaginassem que estão em casa, com uma jarra de suco. Cita que no pacote de suco artificial consta a medida de água que se deve diluir o suco: 1 litro, meio litro, etc.

Escolhe, para o exemplo, a quantidade de um litro de suco, desenhando a jarra no quadro, cheia (Figura 1)*. Questiona sobre quantos mililitros existem em um litro. Um aluno responde que são mil mililitros.*

Figura 1 – Desenho elaborado pela docente na lousa

P1 diz que servirá o suco a todos os alunos em pequenos copos de café, justificando que um litro é muito pouco para todos tomarem um copo maior. Diz, então, que após servir a todos, a jarra ficou com suco pela metade e pede como se pode representar, na forma de fração, essa metade.

P1 inclui a divisão do suco em copinhos, mas não a explica, deixando de realizar uma relação importante para a compreensão dos alunos, e dificultando a formação do conceito de fração, pois não considera matematicamente o caminho pelo qual chegou à metade da jarra. Além do fato de que a distribuição do suco feita em copinhos para os alunos pode ser substituída por várias subtrações até que se chegue à metade, portanto envolve um conceito de divisão que não é explorado.

Além disso, o problema escolhido não é bom, pois deturpa a ideia de inteiro ao tomar a jarra QUASE cheia como INTEIRO e equivalente a um litro, sem a devida explicação. Com isso a ideia de todo fica confusa.

Escolher um problema que tenha sentido aos alunos é um ponto positivo para que compreendam a representação fracionária, porém os alunos não participaram da construção do problema, não contribuíram com seu conhecimento prévio a respeito das frações, dificultando as relações com seus conhecimentos anteriores, não possibilitando emergirem possíveis controvérsias, ou seja, o conhecimento imediato discente não é levado em consideração. Dessa forma, P1 não possibilita a emergência de controvérsias entre esse conhecimento imediato e os conhecimentos mediatos que pretende trabalhar.

Além disso, P1, ao corrigir, não faz questionamentos aos alunos esperando pelas respostas, mas apenas questiona e, ela própria, imediatamente, responde, ou seja, não problematiza a situação. Assim, aqueles alunos que não conseguiram resolver o problema, ou não o desenvolveram de forma correta, não têm oportunidade de expor seu conhecimento errado ou limitado, para que possam contradizê-lo com o conhecimento correto, ou seja, o conhecimento imediato discente não é levado em consideração.

> Problematizar é colocar o sujeito em uma situação de ensino problematizadora, capaz de levá-lo a compreender mentalmente as divergências entre seu saber imediato e o saber mediato trabalhado pelo processo de ensino. A problematização explicita as divergências entre esses saberes, tensionando-os pela contradição, bem como estimula o aluno a pensar e elaborar soluções por intermédio de seus saberes disponíveis e, simultaneamente, leva-lo a perceber que seus saberes iniciais não são suficientes para a resposta suscitada (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 151).

P2, por sua vez, inicia seu trabalho com frações *explicando que este novo conteúdo (frações) já foi visto nas terceira e quarta séries, mas que será, no 6º ano, aprofundado. Questiona se as frações estão presentes no dia-a-dia dos alunos, os quais, respondem que sim.*

P2 questiona onde podemos encontrar as frações. Os alunos respondem que estão presentes em receitas de alimentos. P2 pede um exemplo. Um aluno responde: "um quarto de cebola".

P2, então, diz que em uma receita de bolo podemos encontrar uma frase tal como: "um quarto de xícara de açúcar" e questiona os alunos como eles fariam para separar tal quantia.

Um aluno responde corretamente: deveria se pegar uma xícara, dividi-la em quatro partes e tomar apenas uma de açúcar. P2 complementa essa explicação, repetindo-a para toda a turma e dizendo que as partes devem ser idênticas.

Novamente, ocorre a importante correspondência entre as informações trazidas para a sala de aula e o cotidiano, ou seja, a relação que existe entre as frações e o dia-a-dia do estudante. Neste caso, houve participação dos alunos durante a construção do conhecimento, o que acarreta envolvimento e interesse.

Os alunos de P2 mostram certo conhecimento a respeito das frações. Como observado com relação a P1, é importante que seja dada tal oportunidade para que se expressem e mostrem o quão abrangente e correto é seu conhecimento e, se necessário, exporem seus conhecimentos equivocados, colocando-os à prova do novo conhecimento.

Conforme dito na seção anterior, a aprendizagem é possível de ser alcançada por meio de tentativas de resolução de problemas, cujos métodos são elaborados pelo próprio aluno, utilizando seus próprios conhecimentos. Estes métodos serão refutados ou transformados em sínteses, realizadas pelo próprio aluno, com a condução do professor (BROUSSEAU, 1998).

Por várias vezes P1 faz questionamentos aos alunos, mas aparentemente não espera suas respostas, pois logo em seguida responde às próprias perguntas. Ao responder antecipadamente, a professora inibe a participação dos alunos, indo de encontro à fala do autor. A participação dos alunos deve existir, no entanto, isso não significa que o professor deva deixar a aula à revelia das situações nela geradas. O professor tem papel importante: o de condutor do processo de ensino, de mediador entre os conceitos científicos a serem apropriados pelos alunos e os conceitos cotidianos que esses alunos apresentam. Dessa forma, deve intervir e, por vezes, mostrar o caminho correto a ser percorrido pelos alunos, principalmente com relação a conceitos, com os quais, os discentes ainda não tiveram contato, mas deve também possibilitar um espaço no qual os alunos possam construir seu próprio raciocínio.

Por exemplo, P2 *pergunta qual a fração que representa “meia xícara de azeite”, alguns alunos respondem corretamente “meio” e outros respondem “um meio”. P2 repete, informando que os alunos devem acostumar a dizer “meio” e não “um meio”. P2 explica que devemos chamar a fração ½ de “meio” e não “um meio”, pois dessa forma não vamos confundi-la com a fração mista 1 1/2, a qual lemos “um e meio”.*

Essa nomenclatura colocada no início da representação fracionária, apesar de imposta, é positiva, pois se trata de utilizar termos corretos, que permitirão ao aluno compreender melhor termos posteriores. Este cuidado do professor é importante, pois unificando a fala correta desde o início do contato dos alunos com as frações, diminui a possibilidade de futuros Obstáculos Epistemológicos.

Por esse motivo, a nomenclatura correta das frações deve ser utilizada logo nas primeiras aulas para evitar o desenvolvimento de leituras impróprias por parte dos alunos, o que pode gerar obstáculos. P2 toma esse cuidado, tratando, na mesma aula, da apresentação, do sentido, da constituição e da nomenclatura das frações, bem como das diferenças existentes para se nomear as frações cujos denominadores são maiores do que dez e múltiplos de dez.

P2 coloca o título no quadro "Frações Decimais" e diz que essas têm nomes diferenciados. Escreve a fração 1/10 seguida do sinal de igual e questiona como se escreve. Os alunos respondem corretamente: "um décimo". P2 ressalta que se trata de escrever o numerador seguido da palavra "décimo". Ao possuir denominador com valor cem é seguido da palavra centésimo e denominador com valor mil é seguido da palavra milésimo. Questiona o nome das frações alternando o numerador e os alunos respondem corretamente.

A separação feita por P2 é importante, já que a nomenclatura das frações decimais é diferenciada. Não foi possível analisar P1 nesse aspecto, pois, segundo sua fala, tal assunto fora tratado nas aulas anteriores àquelas nas quais foram coletados os dados.

Contudo, erros conceituais podem gerar situações opostas às aqui citadas, como, por exemplo, a apresentação por P1 de um algoritmo incorreto para resolução de situações-problema. Como pode-se verificar no relato a seguir.

P1 fala que para que seja possível trabalhar com situações-problema é preciso perceber que a metade de 1000 mililitros é 500 mililitros e aprender a fazer uma conta para representar esse resultado, então, escreve no quadro 1000=1/2, desejando que os alunos respondam quanto vale um meio de mil mililitros.

P1 diz que, apesar de já conhecermos o resultado desse exemplo, "existe uma fórmula para calcular esse resultado". Diz que consiste na divisão do valor 1000 pelo valor 2 e logo após na multiplicação pelo valor 1, registra no quadro com setas as duas operações (Figura 2).

$$1000 = \frac{1}{2}$$

Figura 2 – Algoritmo apresentado pela professora na lousa

Apenas o fato de trazer um algoritmo que não se constitui como um algoritmo escolar, pelo fato de estar incorreto, para a resolução de uma situação-problema já prejudica o aprendizado, pois, novamente, não respeita o processo de aprendizagem do aluno com relação ao novo conteúdo. No entanto, a representação trazida no algoritmo está incorreta, a igualdade sugerida pela professora não está correta, bem como não representa a situação posta.

Ocorre, aqui, um grave problema de representação. Ao escrever 1000=1/2, P1 pode estar criando um Obstáculo Didático, pois, obviamente, mil não é igual a meio e, nas séries seguintes, os alunos podem ter dificuldades para desvincular esta representação incorreta do cálculo de frações de números inteiros.

Ao criar um algoritmo a partir da representação anterior, incorreta, P1 pode estar reforçando esta representação errônea para as séries seguintes, pois esta representação se repete durante a correção de todas as situações-problema, nesta e nas demais aulas que fazem parte dos dados coletados. Além disso, um algoritmo, que resolva situações-problema, retira um ponto chave da utilização de situações problema: a possibilidade de variadas resoluções, e, possivelmente, torna o enunciado obsoleto para o aluno. Perde-se o objetivo de utilizar uma situação do cotidiano ao negar ao aluno sua tentativa de resolução individual, impondo uma forma de resolução pronta.

No decorrer da aula, ao corrigir as situações-problema, P1 não relê o enunciado, apenas utiliza o algoritmo citado anteriormente, resultando em um processo automático, o qual consiste em identificar o número inteiro, colocá-lo ao lado da fração, dividi-lo pelo denominador e multiplicar o resultado obtido pelo numerador. Além disso, P1 cita que o problema seguinte a ser resolvido "é a mesma coisa".

Esta frase comprova o "desprezo" pelo enunciado da situação-problema. Esta atitude pode contribuir para a acomodação do aluno para com os enunciados, deste e de outros problemas nas séries seguintes, uma vez que, para o aluno, o enunciado (texto) em uma aula de matemática pode ganhar *status* de desnecessário.

Realmente, todos os problemas têm uma formatação comum (um número inteiro e outro na forma de fração), porém trazer a resolução pronta para os alunos contribui para que as operações realizadas sejam automáticas, fazendo com que o enunciado se torne desnecessário.

Um aluno questiona se na questão 2 é necessário fazer o desenho. P1 responde que não, que se deve apenas fazer a operação. Outro aluno questiona qual é a operação. O primeiro aluno responde ao segundo, mostrando o algoritmo no quadro e a professora responde que é a "continha".

Dessa forma, fica clara a intenção de P1 em fazer com que os alunos aprendam por meio da repetição do algoritmo, o qual está incorreto; não no que diz respeito ao resultado da questão, mas quanto à sua apresentação e representação, a qual, está sendo repetida.

> O ensino deve garantir que o aluno resolva os problemas que ele [ensino] lhe propõe para [...] constatar que ele foi capaz de ter feito seu próprio trabalho. Mas se o aluno produziu sua resposta sem ter que fazer as escolhas que caracterizam o conhecimento apropriado e que diferenciam o saber do conhecimento insuficiente, o índice é enganoso. Isso acontece especialmente nos casos em que o professor foi levado a dizer ao aluno como resolver o problema solicitado ou que resposta dar; o estudante não teve escolha de fazer ou testar métodos, modificação de seu próprio conhecimento ou suas convicções, não tem dado a prova esperada da apropriação desejada (BROUSSEAU, 1998, p. 73, tradução nossa).

Explicita-se que P1 não está atento ao que os alunos falam, corrige muito rapidamente o erro dos alunos, mostrando como deve ser feito, antes que possam conjecturar alguma resposta mais elaborada. A intervenção de P1, na forma da exposição do algoritmo, o qual relaciona a fração e o número inteiro com uma igualdade, pode comprometer, mais uma vez, a liberdade do aluno de expor seu conhecimento prévio, bem como pode criar um conhecimento que, nas séries posteriores, poderá ser posto à prova.

Brousseau (1998) alerta sobre a utilização de algoritmos, os quais, segundo o autor, são “tentadores para o professor” (BROUSSEAU, 1998, p. 179, tradução nossa), já que podem ser ensinados por meio de repetições, as quais acabam por perder o sentido. Além disso, os algoritmos são capazes de resolver os problemas com eficácia e rapidez, ou seja, sua utilidade pode ser provada e, ainda, “asseguram, após a aprendizagem, na execução de tarefas, fases de boa fidedignidade, velocidade e confiança” (BROUSSEAU, 1998, p. 179, tradução nossa).

No entanto, o autor alerta para as consequências de sua utilização. Compara o algoritmo, em relação à atividade mental, à ponta visível de um *iceberg*, e acrescenta:

> Este método leva a tornar inúteis – não funcionais – as explicações e a compreensão, no sentido de que, em caso de erro ou incerteza, elas não servem jamais para corrigir o algoritmo. Então, só podem servir como recursos mnemônicos, isto é, arbitrários em relação ao conteúdo. Assim, a motivação para executar uma tarefa pode tornar-se irrelevante, e, assim, render-se ante as exigências mais educativas (pedagógicas) (BROUSSEAU, 1998, p. 179, tradução nossa).

Além dessas consequências, ainda há o fato, já citado, do algoritmo estar incorreto, ou seja, no momento em que uma representação diferente desta, (a correta) for apresentada ao aluno, ele terá dificuldades em desvencilhar-se deste algoritmo incorreto.

P1, depois de ter dado a solução para várias situações-problema propostas, diz que haverá mais situações-problema, mas que serão resolvidas pelos discentes. O convite à participação dos alunos neste momento da aula, depois de ter resolvido problemas por meio de um algoritmo pronto, está sujeito a resultar em repetições deste mesmo algoritmo no que diz respeito à resolução individual dos alunos. Assim, reforçando que não está sendo dada a oportunidade dos alunos resolverem os problemas por si sós, mas sim, apenas dando tempo para repetir o que já foi proposto pelo docente.

Brousseau cita que “não é suficiente comunicar um problema ao aluno para que esse se torne *seu* problema e que se sinta o único responsável para resolvê-lo”

(1998, p. 301, tradução nossa), ou seja, ao propor os problemas, a professora parece não possuir tal preocupação, já que ao resolver as situações-problema citadas, a professora mostra, mais uma vez, como deve ser utilizado o algoritmo, na resolução dos problemas que envolvem frações. O aluno pode aprender a encontrar o resultado correto, no entanto, sem compreender o sentido da representação fracionária, bem como pode aprender a "desprezar" o enunciado, dando importância apenas aos números que nele estão expostos, pois sabe que alguma operação deve ser feita com eles, sem compreender o porquê. Este caso é uma situação mais grave, pois a operação a ser realizada é única, tornando a utilização de situações-problema uma repetição, cujo sentido não é claro.

> O trabalho do professor é [...] fornecer ao aluno uma situação de aprendizagem para que o aluno produza seus conhecimentos como resposta a uma pergunta e os coloque em ação ou os modifique como respostas às demandas do ambiente e não a um desejo do mestre. [...] É preciso que o mestre consiga que o aluno retire da situação os pressupostos didáticos. Caso contrário, o aluno interpreta a situação somente justificada por causa de um desejo do mestre, ora, esta leitura existe sempre (BROUSSEAU, 1998, p. 300, tradução nossa).

Durante a análise de P2, observamos relativa preocupação por parte do docente para com as respostas dos alunos, fazendo com que sua aula, aparentemente, se modificasse de acordo com tais respostas.

> A discussão, na problematização, caracteriza-se por trocas verbais ou escritas entre alunos e destes com o professor, incitadas por este, nas quais se coloca em questão um problema sobre o conteúdo de ensino. Essa discussão gera conflitos de opiniões, exigindo que o aluno argumente em favor de suas próprias ideias (ou de colegas), estimulando, assim, sua capacidade de explicação, exigindo elaboração de argumentos (organização do saber atual) (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 152).

P2 pede para que os alunos voltem à página 114, a qual, estavam lendo, pedindo para que os alunos acompanhem o exercício número um, fazendo sua leitura: "Em sua casa que tipo de alimento você e seus familiares costumam consumir durante as refeições?" P2 diz que é uma resposta pessoal que deverá ser escrita no caderno e pede para que um aluno diga o que escreveu.

Com base na resposta do aluno, P2 dá prosseguimento à aula, relacionando sempre o conceito de fração à participação dos alunos no desenvolvimento da aula, mostrando a habilidade do professor em utilizar as respostas dos alunos, contribuindo para que o interesse por parte dos alunos não se perca.

Ao solicitar um exemplo a ser proposto pelo aluno, P2 de certa forma, oportuniza a improvisação, pois não há como antecipar o exemplo que o aluno apresentará, ainda que intencionalmente tivesse planejado aproveitar a sugestão discente. Essa improvisação de P2 foi positiva e, do ponto de vista matemático, foi adequada. No entanto, a aparente improvisação na utilização do exemplo da jarra por P1 foi inadequada, pois lhe possibilitou o risco de escolher uma forma de representação equivocada do inteiro que pode acarretar um Obstáculo Didático. O planejamento é essencial para o desenvolvimento de uma aula que não permita erros conceituais por parte do docente e para que ele esteja preparado para corrigir corretamente os erros cometidos pelos alunos, uma vez que poderá antevê-los na elaboração do próprio planejamento.

> Para ensiná-los, um professor deve reorganizar os conhecimentos para que eles se prestem a essa descrição, a essa “epistemologia”. Este é o início do processo de mudança nos conhecimentos que envolve a mudança da organização, a materialidade, a apresentação, a gênese, de acordo com as necessidades do contrato didático (BROUSSEAU, 1998, p. 65, tradução nossa).

Por outro lado, o planejamento não pode ser considerado como uma “camisa de força” para o desenvolvimento da aula. O professor deve estar a atento e sempre considerar as perguntas e as respostas dos alunos, tomando-as como impulso para continuação de sua aula, a qual, consequentemente, pode ir transformando-se.

> No “problematizando”, a discussão da atividade problematizadora com o aluno possibilita-lhe a identificação e a compreensão da contradição entre o saber inicial e o científico ensinado, e também potencializa que ele supere o imediato no mediato pretendido e elabore assim sínteses que expressem o conceito científico estudado, a “sistematização” (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007, p. 153).

P2 parece ter tomado tais cuidados, pois sua aula iniciou-se com uma conversa com os alunos, como já foi dito, e desenvolveu-se com sua condução, mas a partir das respostas que os alunos deram. Um exemplo disso é a oportunidade de participação que P2 dá aos alunos quando pede para que meçam suas carteiras utilizando os próprios palmos.

Os alunos socializam as medidas encontradas e P2 ressalta que nenhuma atingiu um valor de palmos que pudesse ser totalmente representado por um número inteiro. O fato dos alunos participarem do desenvolvimento da aula, mantém seu foco no conteúdo, por mais que ele ainda não saiba relacionar sua atitude ao conteúdo proposto.

As diversas aplicações das frações no cotidiano permitem que lhe sejam relacionados diversos assuntos. P1, com diversificadas situações-problema, teria sucesso nesse item, se, ao invés de ter apresentado uma resolução padrão, por exemplo, tivesse tomado o cuidado de diferenciar as situações, ressaltando a importância dos enunciados e, assim, preparando os alunos para resolvê-las, conduzindo-os às respostas corretas por meio de uma interpretação correta.

P2 também mostra a diversidade de possíveis aplicações das frações no cotidiano, tratando de valores monetários, receitas de alimentos e as frações que representam os meninos e as meninas na sala de aula. A mudança repentina de assunto tem pontos positivos e negativos: por um lado permite que os alunos percebam a importância das frações, entendendo que estão presentes em diversas situações do cotidiano, por outro lado, não permitem aprofundar o pensamento a respeito daquela situação em específico, correndo o risco de se tornar uma informação vaga, já que mudar rápida e constantemente de um assunto para outro, pode torná-los superficiais.

Ainda assim, exemplos de resolução simples, mas que envolvem a participação dos alunos, são importantes, pois permitem que os próprios alunos os construam e os resolvam, ou seja, faz com que os alunos participem ativamente da construção do conhecimento.

Mesmo com o exemplo dado, P2 ressalta que as frações estão relativamente ausentes do cotidiano, pois estão representadas de outras formas. A representação decimal, conforme já foi dito, pode ser relacionada à representação fracionária, sendo, os números decimais, formas de representar as frações. P2 faz a relação entre frações e decimais dizendo que *as frações é que dão base para os números decimais, por isso são importantes, já que os decimais são utilizados por qualquer tipo de profissão e no cotidiano.*

P2 diz que os alunos não precisam entender tudo o que está no quadro agora, mas que o professor está apenas explicando a relação entre os números decimais e fracionários.

Em outro momento, P2 *cita outro exemplo para que os alunos pensem a respeito desse assunto, questionando "quanto dá um real dividido por quatro?". Os alunos respondem "vinte e cinco centavos".*

P2 escreve no quadro R$0,25 e questiona se é assim que encontramos, no mercado ou na padaria, os preços dos produtos. Os alunos respondem que sim. Então, P2 escreve no quadro a fração ¼ logo após o símbolo de R$: R$1/4 e pergunta se é a mesma coisa. Os alunos respondem que sim.

P2 pergunta (apontando para o numerador) se "esse um real for dividido em quatro partes" (apontando para o denominador) dará o mesmo valor que o anterior. Os alunos respondem novamente que sim. P2 complementa que as duas escritas representam a mesma coisa, porém a mais utilizada é a primeira.

P2 não especifica, mas, obviamente, a alternância entre diferentes representações não poderá ser compreendida apenas evidenciando a igualdade entre uma representação e outra. Percebemos que sua intenção aqui é apenas construir a relação entre a fração e o decimal e ressaltar sua importância.

Conforme citado na seção anterior, a vinculação entre as duas representações é essencial para a compreensão de ambas, bem como para a percepção de sua importância (BROUSSEAU, 1998).

Outra relação importante que auxilia na compreensão dos números fracionários é a que os remete a algum objeto. P2 realiza uma atividade envolvendo uma folha de tamanho A4, a qual, sucessivamente, é dobrada, sempre ao meio.

Enquanto fazia as devidas modificações no papel, o professor desenhava-o na lousa, representado suas partes com as devidas frações.

Este exemplo tomou grande parte do tempo da aula, no entanto foi demasiadamente importante, já que despertou o interesse dos alunos, os quais participaram ativamente. O exemplo é muito interessante, pois relaciona algo palpável (a folha de tamanho A4) com as representações no quadro. Ao construir e apresentar as frações unitárias, por meio de divisões, o professor auxilia o aluno a compreender a relação que a fração possui com a operação de divisão, fato que se deixado de lado, pode trazer consequências para as séries seguintes.

3.3 Em síntese, o que a pesquisa de campo revelou

O processo de ensino do professor, vinculando o saber historicamente acumulado e o cotidiano discente, pode resultar em uma visão crítica das relações sociais de modo que o aluno possa perceber as contradições inerentes ao processo de produção capitalista. Esta análise do real a partir dos conceitos que se toma como base, pode favorecer a síntese – concreto pensado – possibilitando-lhe melhor compreender a totalidade social.

Se considerarmos que os problemas devem, quando possível e necessário, remeter ao cotidiano e à realidade vivida pelo aluno, percebemos que os exercícios trazidos por P1 têm pouca eficácia, considerando que este conteúdo – Números Racionais, frações – necessita desta relação, já que a mecanização de um algoritmo não favorece sua utilização nas questões do dia-a-dia. “É necessário avançar no sentido de captar a natureza específica da educação, o que nos levará à compreensão das complexas mediações pelas quais se dá sua inserção contraditória na sociedade capitalista” (SAVIANI, 2003, p. 31).

Ainda que a complexidade da relação pedagógica transcenda, em muito, a utilização de um algoritmo, a forma com que P1 o fez, acarreta dois problemas: primeiramente o fato de representar uma relação de forma matematicamente incorreta, pode criar um Obstáculo Didático e posteriormente possibilitar a criação de um Obstáculo Epistemológico. O segundo problema é o fato de que um algoritmo retira a necessidade da interpretação dos enunciados das situações-problema, fato que se constitui em parte de uma ideia de educação contrária à proposta por Saviani.

Este último fato também tem consequências: as situações-problema podem e devem fazer referência a alguma prática cotidiana dos alunos, no intuito de possibilitar-lhes uma leitura matemática crítica, dando respaldo para a compreensão de possíveis contradições sociais. Ainda que a Matemática constitua-se em uma área de conhecimento que exija generalizações. Ao mecanizar um algoritmo, como P1 fez, sua relação com o enunciado torna-se obsoleta, pois resulta em mera repetição, que acaba por produzir generalizações inadequadas.

Observamos destas aulas que o objetivo de P1 era apenas cumprir com o planejado, independentemente da interação com os alunos. Percebemos que seu objetivo era simplesmente passar os exercícios de modo que o tempo fosse suficiente para que todos pudessem ser resolvidos.

Não se constatou, por parte de P1, a preocupação com os conhecimentos prévios discentes, o que nos leva a entender que não há intenção em gerar a contradição entre os conhecimentos imediato e mediato. Assim, P1 pode estar permitindo que algum conceito errado, conforme os exemplos da seção anterior, permaneça por mais tempo do que seria adequado, criando Obstáculos Didáticos, os quais poderão reverter-se em Obstáculos Epistemológicos, que por sua vez, poderão impedir o progresso da aprendizagem dos alunos.

O trabalho pedagógico observado leva a supor que P1 deixou de se preocupar com o aprendizado dos alunos ao preocupar-se em dar conta do currículo para aquele bimestre e consequentemente para aquele ano letivo.

P2, por outro lado, parece compartilhar de algumas das ideias trazidas por Almeida; Oliveira; Arnoni (2007), fato que pode contribuir para alcançar resultados conforme os propostos, ou seja, a criação de uma visão discente crítica, que permita a atuação social na luta contra suas contradições.

Brousseau (1998, p. 160, tradução nossa) questiona como obter um ensino que se preocupa com os Obstáculos Epistemológicos e didáticos, “sem esticar ainda mais o difícil, o legítimo e o necessário controle da sociedade sobre a comunicação de conhecimentos”.

Evidentemente, o professor deve, na medida do possível, preocupar-se com o currículo, no entanto, isso não deve se sobrepor, em termos de importância, ao aprendizado dos alunos, ou seja, o professor deve primar pelo desenvolvimento do aprendizado de seus alunos, se necessário, deixando em segundo plano a consecução do currículo escolar, em favor da aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar do Estado, da escola e do professor representarem parte integrante das relações sociais em torno da Educação, as considerações realizadas neste trabalho a esse respeito, levam em conta que essas relações estão submetidas à lógica do capital.

> Tem-se [...] como premissa básica que a educação está sempre referida a uma sociedade concreta, historicamente situada. [...] Como atividade mediadora, a educação se situa em face das demais manifestações sociais em termos de ação recíproca (SAVIANI, 2002, p. 131).

O conceito de Totalidade permite que se compreenda que toda ação humana é engendrada a partir de sua submissão ao sistema de produção e, portanto, para com a Educação, no sentido de efetivar sua possível transformação, é necessário algo que seja muito mais amplo e anterior à alteração da postura dos envolvidos: a alteração da forma de produção da existência humana, gerando uma nova organização das relações sociais.

No entanto, é com base nas já citadas palavras de Saviani (2003, p. 66), que trazem a Educação como um “instrumento importante e por vezes decisivo no processo de transformação da sociedade”, que as seções anteriores e as seguintes considerações foram realizadas, pois a partir disto é possível conjecturar que a Educação, pautada no desenvolvimento das capacidades humanas, traria resultados positivos na sociedade.

> A escola, tal como está constituída, é um reflexo da organização social. [...] É preciso, pois, encarar a educação para além de suas fronteiras, situando-a no seio da prática social global e procurando

> compreendê-la ali onde aparece como categoria mediadora (Ibid., p. 142).

A qualificação da Educação, defendida neste trabalho, trata de enxergar a escola do ponto de vista da classe dominada, entendendo seus movimento e processo históricos, já que apenas dessa forma, poderá ser vista como uma realidade histórica, a qual poderá, então, ser transformada e ser transformadora. A Pedagogia Histórico-Crítica pode contribuir para a formação de alunos com uma postura crítica para com as relações de poder da sociedade (SAVIANI, 2003).

Essa teoria de educação que propõe que os alunos tenham tal visão crítica, pressupõe a visão crítica por parte do docente, sendo que esta configura-se como um instrumento de luta, ainda que limitado, contra a dominação social. Esses alunos, assim preparados, teriam possibilidade de contribuir para que se alcance mais justiça social, acesso ao saber historicamente acumulado por toda a população e menos desigualdade social.

A visão crítica docente e discente pode ser alcançada de várias formas e diferentes ações didáticas baseadas na Pedagogia Histórico-Crítica podem acarretar este resultado. Nas seções anteriores foram trazidas sugestões com relação ao ensino de Matemática, mais especificamente com relação ao ensino dos números racionais, o qual, baseado em tal visão crítica provinda do professor, pode conduzir o aluno a desenvolver também a criticidade, no sentido de uma atitude transformadora para com as contradições sociais.

Percebemos que este trabalho docente exige um grau mais elevado de conhecimento, tanto científico como didático, necessitando de um planejamento cuidadoso, além de uma ação didática que leve em conta a participação do discente como protagonista do processo de aprendizagem, no intuito de que o aluno seja capaz de elaborar sínteses a respeito do conteúdo, as quais são proporcionadas pela controvérsia entre os conhecimentos imediato e mediato e que caracterizam o aprendizado (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007).

Essa controvérsia é alcançada numa relação dialética entre professor e aluno que possibilite uma troca constante, na qual o aluno tenha voz e o professor não se limite a expor a matéria, mas possa fazer retificações ouvindo as vozes dos alunos.

Esta concepção de aula, conforme já citado anteriormente, trabalha os saberes imediato e mediato, explorando suas controvérsias para que, por meio desta problematização, o aluno possa, com o auxílio do professor, criar suas próprias sínteses a respeito do assunto abordado em sala, permitindo a compreensão desses conceitos que, se interligados com o seu cotidiano, poderão resultar em análises discentes críticas com relação às contradições da sociedade (ALMEIDA; OLIVEIRA; ARNONI, 2007).

O trabalho com os saberes mediato e imediato, no sentido de conduzir o aluno à apropriação dos conceitos científicos, pressupõe um planejamento para as aulas que introduzem um determinado conceito, o qual deve estar relacionado ao cotidiano do aluno para possibilitar sua visão crítica, e a construção dessa relação é improvável se não for um ato anteriormente pensado e intencional.

Essa forma de ensino, na matemática, possibilita que o aluno desenvolva interesse pelo novo conceito e perceba sua aplicação e sua importância na sociedade, e assim, concebendo um sentido ao ensino daquele determinado conteúdo, como por exemplo, para com os números racionais. Este interesse poderá resultar na compreensão do conceito de números racionais, essencial para as séries seguintes do ensino fundamental e médio, resultando na redução de possíveis Obstáculos Didáticos.

No entanto, analisamos na seção anterior que um processo de ensino que não preserve a participação do aluno, não permitindo que o discente proceda à sua própria síntese do conceito, está fadada a resultar em Obstáculos Didáticos, os quais, dificultarão o desenvolvimento da aprendizagem deste e de outros conceitos que o tenham como pré-requisito.

Assim, no processo de ensino, no intuito de evitar a ocorrência de Obstáculos Didáticos, quando o professor está trabalhando com algum conceito novo, é importante verificar qual é o conhecimento prévio de seus alunos, com relação a esse conteúdo, para confrontá-los, no intuito de estabelecer uma situação de contradição, e assim, gerar desequilíbrios cognitivos, por meio dos quais, será possível que o aluno se interesse pelo conteúdo, já que estará instigado a reequilibrar a situação cognitiva. Este interesse proporcionará o desenvolvimento da responsabilidade do discente por seu próprio aprendizado, permitindo a criação de suas próprias sínteses e, assim, sendo capaz de compreender o conteúdo, sem que haja consequências para as séries seguintes.

Além disso, o professor deve organizar o conteúdo, dando-lhe a característica de ensinável, no entanto, verificamos que, sem um planejamento isto se torna quase que impossível. P1, em nossa análise, traz um algoritmo incorreto, o qual, possivelmente não provém de um planejamento rigoroso que traz a preocupação com o aprendizado do aluno e muito menos com a possibilidade de utilização deste conhecimento no cotidiano deste discente. Este algoritmo, possivelmente, foi trazido à ação didática com o intuito de facilitá-la, e possibilitar ao aluno aprender com rapidez a repetir este algoritmo, não concretizando o aprendizado do conceito de fração ali presente.

No caso do processo de ensino dos números racionais, em particular, sua gama de possibilidades de aplicação ao cotidiano e as condições geradas pelas contradições da sociedade, possibilitam um trabalho docente que, por meio desta problematização, conduza os alunos a uma maior autonomia, conforme citado.

A respeito dessa responsabilidade que o professor delega aos alunos, na qual eles próprios devem sintetizar o que foi compreendido, Brousseau (1998) afirma:

> Uma das contribuições fundamentais da didática moderna é mostrar o importante papel desempenhado, no processo de ensino, pelas fases de aprendizagem onde o aluno trabalha de forma quase isolada, sobre um problema ou numa situação, a propósito dos quais ele assume um máximo de responsabilidades. Esta contribuição é baseada em uma evolução das teorias de aprendizagem: para o aluno, o sentido dos conhecimentos, cuja aquisição é formalmente observada nele, é na verdade composto pelo conjunto de regulação de ações em que estes conhecimentos entram. Mas a aprendizagem destas regulações parece muito mais difícil (ou impossível) de ser obtida pela comunicação dos saberes do que como produção do próprio sujeito sob a sua responsabilidade pela adaptação (BROUSSEAU, 1998, p. 301, tradução nossa).

Ou seja, ainda que o processo de aprendizagem demande a interação social, exige regulações cognitivas[14] das ações que são pessoais, o professor não pode

[14] “Por *regulação cognitiva* entende-se a capacidade de adaptar a execução dos processos cognitivos de um agente de acordo com as condições de concretização observadas, quer no presente, quer no

fazê-la pelos alunos. Além disso, é muito mais difícil fazer com que o aluno crie esta responsabilidade do que lhe ensinar o conteúdo da forma tradicional. Porém é quase impossível criar essa responsabilidade pelo seu próprio aprendizado por meio de uma ação didática na qual o aluno seja um mero espectador.

Analisando os dados da pesquisa de campo, pode-se observar um fato de suma importância: o trabalho pedagógico para o aprendizado de um determinado conceito que considere os cuidados citados demanda mais aulas do que um trabalho pedagógico que não as considera. Assim, um planejamento que proponha percorrer por todos os conteúdos de Matemática mais rapidamente poderia ser justificado pela necessidade de cumprimento do currículo escolar, o qual possui uma determinada gama de conceitos, que deveriam ser contemplados naquele determinado período escolar. Porém, percorrer por este caminho resultará em conhecimentos superficiais ou conhecimentos que não permitem nenhum tipo de aplicação social.

Ainda a respeito dos números racionais, cumpre ressaltar sua importância, pois se constitui como um conteúdo essencial para o desenvolvimento do aprendizado discente nas séries seguintes, possibilitando que o aluno, deles se apropriando e de outros inúmeros conteúdos que os tem como pré-requisito, esteja mais preparado para participar efetivamente da sociedade, utilizando-se da visão crítica que tais conhecimentos podem proporcionar, se trabalhados com base na pedagogia proposta.

Verifica-se, com relação aos dados de P1, o que Saviani (2003, p. 33) explica com relação ao processo de ensino utilizado pela escola atual, a qual, "continua sendo entendida em termos da pedagogia tradicional, da pedagogia nova ou da pedagogia tecnicista encaradas de forma isolada ou de forma combinada", ou seja, não tem como premissa os cuidados que a Pedagogia Histórico-Crítica pressupõe, pois não enseja no aluno a possibilidade de análise de alguma estrutura simples pertencente ao seu cotidiano, a partir da qual, seria possível desenvolver a compreensão da totalidade entre as relações e, somente dessa forma, permitir que o aluno compreenda as contradições sociais que se engendram à sua volta.

---

passado, de modo a obter um compromisso entre tempo e recursos consumidos e a qualidade da solução obtida" (MORGADO; GASPAR, 2012, p. 4).

O professor deve primar pelo aprendizado do aluno, mesmo que para isso seja necessário não cumprir com o currículo escolar, ou seja, o professor deve, se necessário, selecionar os conteúdos essenciais para o desenvolvimento do aprendizado do aluno, inclusive considerando os anos escolares posteriores, pois privando o aluno de determinados conhecimentos o professor pode estar criando outros obstáculos, já que, no ano seguinte, possivelmente, será responsabilidade do outro docente investigar o conhecimento prévio dos alunos e este outro docente pode não apresentar a mesma postura pedagógica. Por isso é crucial que o professor, que pretenda trabalhar nas rupturas do sistema de produção, verifique, por meio de seu planejamento, a importância de cada um dos conteúdos, trazendo à tona àqueles que se constituirão como base e que possibilitarão o aprendizado nas séries subsequentes.

Conforme citado, o currículo está diretamente ligado às estruturas econômicas e sociais, portanto sua alteração depende de inúmeros fatores, os quais pertencem a esferas mais amplas da sociedade (SILVA, 2005). Assim, este conflito entre o currículo escolar, o qual deve ser inteiramente contemplado, e um ensino que prime pelo aprendizado do aluno, pode ser amenizado, primeiramente, no posicionamento dos professores, os quais, sendo conhecedores não somente dos saberes científicos, como também dos saberes didáticos, possam utilizar o currículo como ferramenta, almejando o aprendizado efetivo que conduza o aluno à visão crítica da sociedade.

Não se trata de responsabilizar o professor pelo ensino atual, pelo contrário, entende-se que a sociedade capitalista, historicamente, pressupõe tal situação para a educação. O que se propõe é que, mesmo em uma sociedade, na qual, predomina a divisão do saber, os professores possam contribuir para o movimento em busca da democratização da sociedade brasileira, cada um na sua especificidade, instrumentalizando seus alunos com os saberes historicamente acumulados na perspectiva da Pedagogia Histórico-Crítica (SAVIANI, 2003).

> Tal contribuição será tanto mais eficaz quanto mais o professor for capaz de compreender os vínculos da sua prática com a prática social global. Assim, a instrumentalização desenvolver-se-á como decorrência da problematização da prática social, atingindo o momento catártico que ocorrerá na especificidade da matemática, da

> literatura, etc. para alterar qualitativamente a prática de seus alunos como agentes sociais (Ibid., p. 80).

A respeito disso, Saviani cita que essa “pedagogia [...], longe de secundarizar os conhecimentos descuidando de sua transmissão, considera a difusão de conteúdos, vivos e atualizados, uma das tarefas primordiais do processo educativo em geral e da escola em particular” (Id. Ibid., p. 65).

Procurando por nenhum momento desvencilhar-se das relações sociais mais amplas, as quais influenciam o âmbito escolar e sofrem sua influência, este trabalho cumpre seu objetivo de analisar o processo de ensino de matemática, no sentido da superação do modelo formal frequentemente encontrado, evidenciando a ocorrência de Obstáculos Didáticos durante o desenvolvimento do aluno, mais especificamente, no 6º ano do Ensino Fundamental, quanto ao trabalho com os Números Racionais.

A pesquisa de campo configurou-se essencial para esta análise no sentido de comprovação de diversos aspectos desenvolvidos durante a fundamentação teórica e orientados pela Pedagogia Histórico-Crítica. Este trabalho fornece subsídios para o aperfeiçoamento do processo de ensino dos Números Racionais, já que opta por este recorte, por se tratar de um conteúdo básico no ensino da Matemática, que se constitui essencial para o aprofundamento do conhecimento na área. Os docentes de matemática, uma vez conscientes das particularidades abordadas neste trabalho, poderão reavaliar seu processo de ensino, tornando-o cada vez mais articulado ao desenvolvimento matemático, crítico e social do aluno.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, José L. V. de; OLIVEIRA, Edilson M. de; ARNONI, Maria E. B. **Mediação dialética na educação escolar**: teoria e prática. São Paulo: Loyola, 2007.

BACHELARD, Gaston, **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1938 (impressão 1996).

BRASIL, Lei Nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L4024.htm>. Acesso em: 02 jun. 2010.

_____, Lei Nº 5.692, de 11 de agosto de 1971. Fixa as Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L5692.htm>. Acesso em: 02 jun. 2010.

_____, Lei Nº 7.044, de 18 de outubro de 1982. Altera dispositivos da Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971, referentes a profissionalização do ensino de 2º grau. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L7044.htm>. Acesso em: 15 jun. 2010.

_____, Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 12 jun. 2010.

_____, Decreto Nº 2.208, de 17 de abril de 1997. Regulamenta o § 2º do art. 36 e os arts. 39 a 42 da Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D2208.htm>. Acesso em: 14 jun. 2010.

_____, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: história, geografia/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro051.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2010.

_____, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) – Sobre o Enem. Disponível em: < http://enem.inep.gov.br/enem.php>. Acesso em: 10 jun. 2010.

BROUSSEAU, Guy. **Théorie des Situations Didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983. CONDÉ, M. L. L. Ciência e Humanismo. Disponível em: < http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/51/65/81/PDF/Les_obstacles_epistemologiques_et_la_didactique_des_mathematiques89.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2011.

CAMPOS, Sabrina M. de **O processo de industrialização numa fronteira agrícola:** o caso de Toledo-Pr. Disponível em:

<http://tede.unioeste.br/tede/tde_arquivos/2/TDE-2007-11-20T185229Z-149/Publico/Sabrina%20Masiero%20de%20Campos.pdf>. Acesso em: 29 dez. 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, Ação pedagógica e Etnomatemática como marcos conceituais para o ensino da Matemática. In_______ BICUDO, Maria Aparecida V., **Educação Matemática**. São Paulo: Ed. Moraes, 1994, p. 73-100.

DALLARI, Dalmo A., **A ditadura brasileira de 1964**. Disponível em: http://ejp.icj.org/IMG/DITADURA1964.pdf. Acesso em: 14 fev. 2013.

ENGELS, Friedrich. **A origem da família, da propriedade privada e do Estado**. São Paulo: Global, 1986. (tradução: José Silveira Paes)

ENGELS, Friedrich. **Anti-Dühring.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

GASPAR, Graça.; MORGADO, Luís. **Raciocínio Adaptativo de Base Emocional em Agentes Inteligentes**. Disponível em: http://www.deetc.isel.ipl.pt/jetc05/jetc05/artigos/computadores/oral%20c3/024.pdf. Acesso em: 20 out. 2012.

GASPARETO, Antonio Ap. N. **O capitalismo e a política agrária a partir da década de 60**: migração e urbanização paranaense. S. d. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/148-4.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2010.

GOLDSTEIN, Norma. **Olavo Bilac**: Literatura Comentada. São Paulo: Abril Educação, 1980.

IBGE, **Taxas de analfabetismo das pessoas de 10 anos ou mais 2007-2009.** Disponível em: http://www.ibge.gov.br/brasil_em_sintese/. Acesso em: 24 jun. 2012.

KUENZER, Acácia Z. **Da dualidade assumida à dualidade negada**: o discurso da flexibilização justifica a inclusão excludente (2007). Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v28n100/a2428100.pdf. Acesso em: 19 fev. 2012.

KUENZER, Acácia Z. Trabalho Pedagógico: da fragmentação à unitariedade possível. In______ **Para onde vão a orientação e a supervisão educacional?** Campinas: Papirus, 2002. (s/d). p.47–78.

LEONTIEV, Alexei. O homem e a cultura. In ______ **O Desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte. (s/d). p.259–284.

LOPES, Alice. C. Pensamento e política curricular – entrevista com William Pinar. In: LOPES, Alice. C.; MACEDO, Elizabeth. **Políticas de currículo em múltiplos contextos**. São Paulo: Cortez, 2006.

MACHADO, Lucília. **Diferenciais inovadores na formação de professores para a educação profissional**. S. d. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/ciencias_natureza.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2010.

MARTINS, Lígia M.; DUARTE, Newton. **Formação de professores**: limites contemporâneos e alternativas necessárias. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. Disponível em: http://xa.yimg.com/kq/groups/17003889/409437426/name/%7BF8758FD2-BCCA-496B-A3C7-616A2EE10440%7D_Formacao_de_professores-digital.pdf.

MARX, Karl. **Introdução à contribuição para a crítica da Economia Política**. Disponível em: http://www.marxists.org/portugues/marx/1859/contcriteconpoli/introducao.htm. Acesso em: 20 mar. 2012.

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã**: crítica da filosofia alemã mais recente na pessoa dos seus representantes Feuerbach, B. Bauer e Stirner, e do socialismo alemão em seus diferentes profetas. Tradução de Conceição Jardim e Eduardo Lúcio Nogueira. 3 ed. v. 1. Brasil: Martins Fontes, 1979.

MATOS, Eloiza A. S. A., **O programa "Aliança para o Progresso":** o discurso civilizador na imprensa e a educação profissional no Paraná – Brasil. Disponível em: http://www.uel.br/grupo-estudo/processoscivilizadores/portugues/sitesanais/anais11/artigos/38%20-%20Matos.pdf. Acesso em: 14 fev. 2013.

MEC, Ministério da Educação e Cultura. **Prova Brasil**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=324&id=210&option=com_content&view=article. Acesso em: 22 out. 2012.

MEDEIROS, Cleide F. de, **Por uma Educação Matemática com intersubjetividade.** São Paulo: Moraes, 1985.

MÉSZÁROS, I. **Para além do capital**. São Paulo: Boitempo, 2002.

MIZUKAMI, Maria da G. N. **Ensino**: As abordagens do processo – São Paulo: EPU - Editora Pedagógica Universitária, 1986. (Temas básicos de educação e ensino)

MORMUL, Najla. M. **Rui Barbosa e a educação brasileira: métodos e programas**. Disponível em: <http://www.ppe.uem.br/publicacoes/seminario_ppe_2009_2010/pdf/2009/34.pdf>. Acesso em: 24 mai. 2010.

NARDI, Roberto. A área de Ensino de Ciências no Brasil: fatores que determinaram sua constituição e suas características segundo pesquisadores brasileiros. In: NARDI, R. (Org). **A pesquisa em ensino de ciências no Brasil**: alguns recortes. São Paulo: Escrituras, 2007.

OLIVEIRA, Maria A. M.; AMARAL, Cláudia T do, **Políticas Públicas Contemporâneas para a Educação especial:** inclusão ou exclusão?. Disponível em: http://www.clickciencia.ufscar.br/portal/edicao21/Artigo.pdf. Acesso em: 25 fev. 2012.

PEREIRA, Otaviano, **O que é teoria**. São Paulo: Brasiliense, 1982.

PIAGET, Jean. **O desenvolvimento do pensamento cognitivo:** equilibração de estruturas cognitivas. Lisboa: Dom Quixote, 1977.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro : Zahar, 1975.

PIAGET, Jean. O desenvolvimento moral do adolescente em dois tipos de sociedade: sociedade primitiva e sociedade “moderna”. In: PIAGET, Jean. **Sobre a pedagogia**: textos inéditos. Org. e introd. S. Parrat-Dayan e A. Tryphon. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998. p. 161-6.

PIAGET, Jean. **Para onde vai a educação?** Rio de Janeiro: Livraria José Olímpio Editora. 3ª ed., 1975.

PILETTI, Nelson. **História da Educação no Brasil**. São Paulo: Editora Ática. 7ª Ed., 2003.

ROGERS, Carl. R. **Liberdade para aprender**. Belo horizonte. Interlivros, 1977.

ROSSO, Ademir, J.; SOBRINHO, José, A. de C. M. O Senso Comum, a Ciência e o Ensino de Ciências. Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v19_353.pdf. Acesso em: 11 mar. 2012.

SABAINI, Selma M. G. **Porque estudar currículo e teorias de currículo**: (proposta de estudo para reunião pedagógica). S. d. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/261-2.pdf?PHPSESSID=2009050608420196>. Acesso em: 05 de jul. 2010.

SAVIANI, Dermeval. **Educação**: do senso comum à consciência filosófica. São Paulo: Autores Associados, 2002.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia:** teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre a educação política. Campinas: Autores Associados, 2003. (Coleção Polêmicas do nosso tempo; vol. 5).

SAVIANI, Dermeval. **Trabalho e educação:** fundamentos ontológicos e históricos. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v12n34/a12v1234.pdf. Acesso em: 13 mar. 2012.

SCHAEFER, Osmar M. **Sobre ciências, filosofia e fé**. Disponível em: http://www.ucpel.tche.br/cpa/php/uma_confusao_metodologica.pdf. Acesso em: 11 mar. 2012.

SILVA, Tomaz. T. **Documentos de Identidade**: uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

TEIXEIRA, Anísio. **Meia vitória, mas vitória**. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. Rio de Janeiro, v.37, n.86, abr./jun. 1962. p.222-223.

VAISMAN, Éster. **A contribuição de Para uma Ontologia do Ser Social de G. Lukács para a filosofia da educação**. Disponível em: http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalhos_encomendados/GT17/Texto%20-%20Trabalho%20Encomendado%20-%20GT17%20-%20Ester.pdf. Acesso em: 25 jun 2012.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Ed. UFPR, 2009.

VYGOTSKY, Lev. S. **Mind in Society** – The Development of Higher Psychological Processes. Cambridge MA: Harvard University Press, 1978.

XAVIER, Maria. E. S. P.; RIBEIRO, Maria L.; NORONHA, Olinda M. **História da educação**: a escola no Brasil. São Paulo: FTD, 1994. (Coleção Aprender & Ensinar).

ZANARDINI, João B. **Ontologia e avaliação da Educação Básica no Brasil (1990-2007)**. Tese de doutorado. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.

ANEXOS

ANEXO 1 – Transcrição das aulas filmadas

Professor 01

Primeira aula – 19/08/2011

P1 inicia comentando sobre a aula anterior, na qual, segundo sua fala foi trabalhada a leitura das frações, bem como sua representação.

Inicia a aula, configurando a seguinte situação problema: pediu para que os alunos imaginassem que estão em casa, com uma jarra de suco. Cita que no pacote de suco artificial consta a medida de água que se deve diluir o suco: 1 litro, meio litro, etc.

Escolhe, para o exemplo, a quantidade de um litro de suco, desenhando a jarra no quadro, cheia. Questiona sobre quantos mililitros existem em um litro. Um aluno responde que são mil mililitros.

Figura 1 – Desenho elaborado pela docente na lousa

P1 diz que servirá o suco a todos os alunos em pequenos copos de café, justificando que um litro é muito pouco para todos tomarem um copo maior. Diz, então, que após servir a todos, a jarra ficou com suco pela metade e pede como se pode representar, na forma de fração, essa metade.

Os alunos não respondem corretamente e P1 retoma uma representação utilizada na aula anterior: um retângulo dividido ao meio. Um aluno diz que a figura representa a fração "um meio". P1 complementa e diz que "de duas partes nós tomamos uma" e diz que para o caso da jarra "é a mesma coisa". Diz que foi tomada a metade da jarra de suco, comparando com a fração ½.

P1 fala que para que seja possível trabalhar com situações-problema é preciso perceber que a metade de 1000 mililitros é 500 mililitros e aprender a fazer uma conta para representar esse resultado, então, escreve no quadro 1000=1/2, desejando que os alunos respondam quanto vale um meio de mil mililitros.

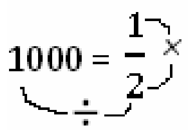

Figura 2 – algoritmo apresentado pela professora na lousa

P1 diz que, apesar de já conhecermos o resultado desse exemplo, "existe uma fórmula para calcular esse resultado". Diz que consiste na divisão do valor 1000 pelo valor 2 e logo após na multiplicação pelo valor 1 (registra no quadro com setas as duas operações).

Logo após, P1 continua com o mesmo exemplo dizendo que alguns alunos tomaram mais alguns copos de suco, dividindo, no quadro, o desenho da jarra em quatro partes, citando que foram tomadas três das quatro partes. Quando questionados, os alunos responderam que a jarra foi dividida em três partes. P1 os corrige, dizendo que foi dividida em quatro partes.

P1 ignora a resposta dos alunos e diz que “o todo é mil mililitros”, divididos em quatro partes e questiona quantas partes, na leitura das frações, foram tomadas. Os alunos respondem incorretamente e P1 diz que foram tomados três quartos da jarra, representando a fração ao lado do número mil, novamente com o sinal ‘igual’ entre eles.

P1 diz que vamos descobrir quanto vale essa quantia em mililitros e inicia a divisão de 1000 por 4, e, sem ajuda dos alunos, encontra o resultado: 250 mililitros. Diz que esse valor deve ser multiplicado pela quantidade que tomamos de suco: “3”. Assim, chega-se ao valor 750 mililitros. Questiona quanto sobrou da jarra e um aluno responde que sobrou 250 mililitros.

P1 questiona quantos mililitros representam o resultado da divisão de 1000 mililitros por 5 e, em seguida, responde que são 200 mililitros. Pede para os alunos quanto vale 4/5 neste mesmo exemplo. Com o mesmo algoritmo, (1000=4/5) ela divide o valor 1000 por 5 e multiplica o resultado por 4, novamente indicando com setas. Chegando ao resultado de 800 mililitros. Pede que os alunos copiem o desenho da jarra, assim como as contas realizadas, informando que serão realizados alguns problemas.

Começa a escrever no quadro o enunciado dos problemas:

“Recebo 30 reais de mesada mensal e gasto apenas 3/5 desta quantia. Deposito o restante na poupança para comprar um aparelho de som. Quanto eu deposito por mês?”

“Em uma classe de 36 alunos, 2/9 ficaram para recuperação. Qual o número de alunos aprovados sem necessidade de recuperação?”

Após cerca de 10 minutos inicia a resolução dos exercícios, os quais, pelo tempo, os alunos ainda não terminaram a resolução, pois estavam registrando os enunciado no caderno.

Começa dizendo que se deve dividir o valor 30 pelo valor 5, quando um aluno interrompe dizendo que o resultado é 18. P1 explica para o restante da classe como o colega resolveu, montando o algoritmo 30=3/5 dividindo o valor 30 pelo valor 5 e representando com a figura dos retângulos, pintando 3 das 5 partes, então, multiplica o resultado pelo valor 3, resultando no valor 18. Depois, cita que a pergunta refere-se a quanto “ele” guarda e não o quanto gasta. Questiona, então, quanto sobrou: “de trinta tira dezoito, sobra quanto?”. Um aluno responde que o valor é doze, P1 comprova realizando a operação, no quadro, dizendo que “a pessoa guarda doze reais todo mês”.

Cita que o outro problema “é a mesma coisa”.

Começa resolvendo, logo em seguida, escrevendo, enquanto lê o problema, o algoritmo: 36=2/9. Antecipa que se encontrará o valor que corresponde aos alunos que vão ficar de recuperação e deve-se subtrair esse valor do total para encontrar o números de alunos que passaram direto. Diz, já resolvendo, que deve ser repetido o mesmo processo: “36 dividido por 9 e depois eu multiplico por 2 e o que eu encontrar eu subtraio do total que é 36”. P1 faz parte das contas no quadro e um aluno responde que ficarão 28 alunos sem participar da recuperação.

P1 diz que agora os problemas que irá passar no quadro, os alunos deverão resolver sozinhos, e começa a escrever.

“Um pacote continha 24 bombons. Ari comeu (1/3) um terço, Lia comeu (1/4) um quarto e Roberto (1/6) um sexto. Quantos bombons comeu cada um deles? (Faz uma separação para realizar as contas para o caso de cada um dos personagens). Quantos bombons restou no pacote?”

P1 aguarda cerca de 7 minutos e começa a resolver. Questiona qual é o total de bombons e qual a fração de cada personagem. Lembra que quando estavam estudando decomposição de números foi citado que o número 24 possui vários decompositores, divisores e questiona se é divisível por 3, por 4 e por 6, já colocando o resultado ao lado dos algoritmos montados: 24=1/3=8; 24=1/4=6 e 24=1/6=4. Assim questiona quanto devemos subtrair de um total de 24. Um aluno responde: 18. P1 completa a resolução no quadro.

P1 passa mais um problema:

"Um inspetor recebeu 120 pastas com contas para analisar. Na primeira semana, analisou 2/3 do número total. Na segunda, ¾ do restante. Quantas pastas ainda faltam ser analisadas?"

P1 aguarda 2 minutos e diz que deverão ser feitas duas contas: o inspetor trabalhou em duas partes. Que depois de retirar a parte que corresponde à primeira fração, deve-se retirar a parte que corresponde à segunda fração do que sobrou.

A aula termina.

Segunda e Terceira aulas – 23/08/2011

P1 inicia a aula dizendo que nesta aula serão resolvidos, ainda, "problemas com um número inteiro e uma fração".

Começa a escrever um problema no quadro:

"Resolva o problema a seguir: 1) Construa um quadrado de modo que se possa dividi-lo em 8 partes iguais. Se você pintar ¾ do quadrado, quantas partes você vai colorir?

Logo após, explica que os alunos terão de desenhar um quadrado e que este quadrado deverá ser dividido em 8 partes, logo, explica que pelo fato do quadrado ter quatro lados iguais, este quadrado deverá ter lados de tamanho "quatro".

Diz que se pode fazer um quadrado com 4cm por 4cm, explica como desenhar no caderno quadriculado.

P1 percebe que cometeu um engano e diz que assim obteremos um quadrado com 16 partes iguais.

Desenha no quadro a seguinte figura:

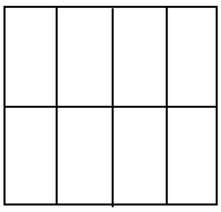

Fig. 3 – Quadrado desenhada pela docente na lousa

Diz que então se deve pintar três quartos da figura. Para isso diz que devemos dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador.

P1 explica novamente desenhando o algoritmo da aula anterior no quadro: 8=3/4.

Começa, então a escrever outros problemas no quadro:

"2) Quantos quilogramas são 2/5 de 20 quilogramas?

3) Quantos metros representam 4/7 de 49 metros?

4) Em uma biblioteca com 6000 volume, 3/5 são romances. Quantos romances há na biblioteca?

5) Dos 20 jogadores convocados para um jogo da Seleção Brasileira de Futebol, somente ¾ deles puderam atender a convocação. Quantos jogadores se apresentaram para esse jogo?".

Um aluno questiona se na questão 2 é necessário fazer o desenho. P1 responde que não, que se deve apenas fazer a operação. Outro aluno questiona qual é a operação. O primeiro aluno responde ao segundo, mostrando o algoritmo no quadro e P1 responde que é a "continha".

P1 se retira da sala e uma pessoa da secretaria do colégio a substitui, enquanto os alunos resolvem os exercícios. Aproximadamente 10 minutos depois, P1 retorna e um aluno pede pra que ela deixe que eles terminem os exercícios. P1 responde que esperará.

Explica como resolver alguns dos problemas, individualmente aos alunos que questionam.

P1 explica que, o aluno que sabe fazer mentalmente as contas da do algoritmo e conhece seus passos, não precisa "armar a operação". Mas que o registro no caderno ajuda a memorizá-lo para o dia da prova.

Após mais 5 minutos, começa a resolver: diz que tem um quadrado dividido em 8 partes e que quer colorir ¾ delas. Assim, cita que se deve dividir o número 8 pelo número 4 e multiplicar o resultado pelo número 3. Encontra o resultado 6 e diz que pode-se colorir quaisquer 6 partes do quadrado, desde que sejam 6.

A respeito da questão número 2, escrevendo no quadro, resolve-a dizendo que precisa "armar" o algoritmo, então deve-se dividir o número 20 pelo número 5 e o resultado multiplicar pelo número 2.

Para a questão 3, repete o procedimento, escrevendo no quadro o desenvolvimento e o resultado.

Um aluno diz que está acertando todas as respostas.

Na questão 4, aplica novamente o algoritmo, dividindo o números 6000 por 5 e multiplicando o resultado por 3.

Na questão 5, além de escrever o algoritmo no quadro, P1, ao escrevê-lo, repete: "vinte igual a três quartos", resolvendo o problema.

Retoma a escrita dos problemas no quadro:

"6) Para um show realizado em um teatro, 3/7 dos ingressos não foram vendidos. Se a lotação do teatro é de 700 lugares, quantos ingressos foram vendidos para o show?

7) Se um determinado produto custa 480 reais, pergunta-se o preço de: a) 2/3 desse produto. b) 5/8 desse produto."

P1 faz a chamada.

Cerca de 12 minutos depois, P1 questiona sobre o problema número 6. Diz que a fração representa a quantia de ingressos que não foram vendidos e a pergunta é a respeito dos ingressos que foram vendidos, então serão feitas "3 continhas".

Aplica o algoritmo, realizando duas contas: a divisão e a multiplicação, depois resolve a subtração entre 700 (total) e o 300 (número encontrado), encontrando a resposta.

Sobre o problema número 7 aplica o mesmo método, em ambas as situações, 'a' e 'b'.

P1 diz que se fará uma atividade que envolve apenas contas como as anteriores. Descreve a atividade, dizendo que da letra "a" até a letra "t", todos são cálculos iguais e que todas as contas de divisão "são exatas". Diz que cada número correspondente a cada resposta de cada uma das letras está presente em alguma parte do desenho de um palhaço, presente na mesma folha e que cada questão traz, ao lado, o nome de uma cor, com a qual deve ser pintada a parte do palhaço em que a letra está presente. Diz que as contas podem ser feitas na folha ou no caderno, explicando como organizar caso seja escolhido o caderno e que a folha deve ser colada no caderno.

Nos minutos seguintes, continua explicando aos alunos, individualmente, como realizar a atividade.

P1 auxilia individualmente os alunos a realizarem a atividade.

Quarenta minutos depois, a aula termina e P1 pede que os alunos terminem a atividade em casa.

Professor 02

Primeira aula – 24/08/2011

A aula inicia com uma atividade que os alunos não haviam terminado na aula anterior.

Os alunos ficaram boa parte desta aula realizando as atividades da aula anterior, com o auxílio P2, que circulava pela sala, orientando-os.

P2 começa explicando que este novo conteúdo (frações) já foi visto nas terceira e quarta séries, mas que será, na quinta série, aprofundado. Questiona se as frações estão presentes no dia-a-dia dos alunos, os quais, respondem que sim.

P2 questiona onde podemos encontrar as frações. Os alunos respondem que estão presentes em receitas de alimentos. P2 pede um exemplo. Um aluno responde: “um quarto de cebola”.

P2, então, diz que em uma receita de bolo podemos encontrar uma frase tal como: “um quarto de xícara de açúcar” e questiona os alunos como eles fariam para separar tal quantia.

Um aluno responde corretamente que deveria pegar uma xícara, dividi-la em quatro partes e pegar apenas uma de açúcar. P2 complementa essa explicação, repetindo-a para toda a turma e dizendo que as partes devem ser idênticas.

P2 cita que hoje já existem utensílios que possuem a medida correta para determinadas medidas: “metade da xícara, três quartos de xícara, etc.”

P2 incentiva os alunos a lerem o texto do livro que fala sobre as frações, pedindo para que um aluno de cada vez leia um trecho do texto.

“Nos últimos anos as pessoas tem apresentado mudanças em seu hábito alimentar. As refeições preparadas com produtos naturais tem dado lugar ao consumo de produtos industrializados e de fácil preparo, como alimentos congelados, enlatados, refrigerantes, lanches, entre outros. Com isso, os alimentos mais básicos, como o arroz e o feijão, têm estado pouco presentes nas refeições diárias, comprometendo de certa forma, a saúde das pessoas.

Além disso, a vida, principalmente nas grandes cidades, tem diminuído a importância do ato alimentar. A relação de afeto que antes permeava a refeição nas reuniões familiares e entre amigos dá lugar, atualmente, a uma alimentação em que o companheiro é o parelho de televisão. Nesse caso, deixam-se de lado os benefícios dessas rotinas e rituais, envolvendo, inclusive, a preparação dos alimentos, que podem ampliar o tempo de convivência entre os familiares, possibilitando maior conhecimento mútuo e troca de experiências.”

P2 explica porque um texto que trata da alimentação está introduzindo o capítulo das frações. Diz que o motivo é que dificilmente utilizaremos um pacote todo de açúcar, ou de trigo, ou de sal, para prepararmos algum alimento, mas sim “a parte fracionária deste todo”.

P2 diz que as frações, em parte, desapareceram do cotidiano, mas que os números inteiros sozinhos não dão conta de substituí-los. Pede para que os alunos meçam suas carteiras utilizando os próprios palmos.

Os alunos socializam as medidas encontradas e P2 ressalta que nenhuma atingiu um valor de palmos que pudesse ser totalmente representado por um número inteiro. Questiona sobre a medida de um dos lados da sala, se o comprimento daria uma quantia exata de metros.

P2 diz que as frações são usadas para representar essa parte restante. Cita um exemplo de que uma carteira mediu 3 palmos inteiros e mais meio palmo, escrevendo no quadro o número 3, seguido do número ½.

Questiona sobre o que aconteceu com este palmo (apontando para o número um, numerador da fração). Os alunos respondem que foi pego “o meio”. P2 explica que este palmo foi dividido ao meio, por dois. Por isso a leitura desse número é três palmos inteiros e meio.

P2 cita outro exemplo: diz que acha que a sala, da parede até a porta, tem 6 metros mais meio metro. Anota no quadro o número 6 seguido da fração ½ e do símbolo de metros “m”, questionando o que significa para os alunos o meio metro. Um aluno responde 30 centímetros e outro corrige dizendo 50 centímetros, P2 repete a resposta certa e pergunta se a mesma medida pode ser escrita das formas que ele escreve no quadro: “6,5m” e “6m e 50cm”. Os alunos respondem que sim para a segunda, mas para a primeira ficam em dúvida. P2 diz que as duas estão corretas.

Um aluno pergunta por que é a mesma coisa que “seis vírgula cinco metros”. P2 diz que este é o ponto onde queria chegar, do porque as frações sumiram um pouco do cotidiano, mas que não é por isso que perderam a importância, pois ainda serão estudadas nas séries seguintes. Diz que as frações não aparecem tanto no dia-a-dia porque as pessoas estão utilizando as outras representações que estão no quadro, mas que também não deixam de ser frações, apenas estão escritas de uma outra maneira, por exemplo, os números decimais. Diz que as frações são a explicação para as outras representações.

P2 cita um outro exemplo para que os alunos pensem a respeito desse assunto, questionando “quanto que dá um real dividido por quatro?”. Os alunos respondem “vinte e cinco centavos”.

P2 escreve no quadro R$0,25 e questiona se é assim que encontramos, no mercado ou na padaria, os preços dos produtos. Os alunos respondem que sim. Então, P2 escreve no quadro a fração ¼ logo após o símbolo de R$: R$1/4 e pergunta se é a mesma coisa. Os alunos respondem que sim.

P2 pergunta (apontando para o numerador) se “esse um real for dividido em quatro partes” (apontando para o denominador) dará o mesmo valor que o anterior. Os alunos respondem novamente que sim. P2 complementa que as duas escritas representam a mesma coisa, porém a mais utilizada é a primeira.

P2 diz que as frações é que dão base para os números decimais, por isso são importantes, já que os decimais são utilizados por qualquer tipo de profissão e no cotidiano.

P2 diz que os alunos não precisam entender tudo o que está no quadro agora, mas que P2 está apenas explicando a relação entre os números decimais e fracionários.

P2 começa um novo exemplo: escreve no quadro o valor “30%” e pede se os alunos acham que aquele valor tem alguma relação com uma fração. Os alunos se dividem nas respostas. Um aluno cita “um terço” e P2 repete perguntando: “um terço?”

P2 pergunta o que lembra o nome trinta por cento, dando ênfase no “por cento”. Os alunos respondem: por cem. P2 diz que este número também é uma fração e escreve no quadro: 30/100, perguntando como se lê a fração. Um aluno responde “trinta centésimos” e P2 repete dizendo que está correto.

P2 ressalta que as frações não estão presentes apenas nas receitas, mas sim em muito mais lugares e diz que “à medida que vocês (alunos) vão ficando adultos, elas vão ficando mais presentes ainda, porque fazem parte do nosso tudo”, e dá exemplo: como o dinheiro possui representação decimal.

P2 pede para que os alunos voltem a pagina 114, a qual, estavam lendo, pedindo para que os alunos acompanhem o exercício número um, fazendo sua leitura:

“Em sua casa que tipo de alimento você e seus familiares costumam consumir durante as refeições?”

P2 diz que é uma resposta pessoal que deverá ser escrita no caderno e pede para que um aluno diga o que escreveu. O aluno diz que escreveu feijão, arroz e carne. P2 pergunta se essa carne, quando comprada ou preparada tem alguma coisa a ver com fração.

Um aluno responde “um quarto de carne” e outro corrige “um quarto de quilo de carne” e P2 complementa que o mais recomendado é a segunda resposta repetindo-a, mas que para carne a fração mais utilizada é um meio, pois geralmente compramos “um quilo e meio”, “três quilos e meio”, etc.

P2 lê o segundo item: “Você e as pessoas de sua casa têm o hábito de se reunir durante as refeições?” Os alunos respondem que sim e P2 pede para que anotem suas respostas.

“Em caso negativo, de que maneira são realizadas as refeições na sua casa?” P2 pede para que um aluno que respondeu “não”, cite o porque. (Não foi possível ouvir a resposta)

“Arroz carreteiro – Ingredientes:

½ xícara de azeite; 3 cebolas picadas; 2 dentes de alho amassados; 3 tomates picados; ¼ de pimentão verde picado; 1 ½ kg de carne seca (charque) picada; ½ kg de arroz; sal a gosto; água suficiente para o preparo.”

P2 lê a terceira pergunta: “Na receita acima, aparecem números fracionários, indicando a quantidade de alguns ingredientes. Escreva quais são estes números.”

P2 pergunta qual a fração que representa “meia xícara de azeite”, alguns alunos respondem corretamente “meio” e outros respondem “um meio”. P2 repete, informando que os alunos devem acostumar a dizer “meio” e não “um meio”.

P2 lê o restante da receita e pergunta se a parte que tem relação com a carne seca é uma fração. Os alunos respondem que sim. P2 diz que esta é uma fração que estudar-se-á mais adiante, pois ela está na forma mista, reescrevendo-a no quadro: 1 1/2 e pergunta porque dizemos que está na forma mista. Um aluno responde que “é porque ela tem a parte da fração e o um”. P2 diz que o um é a parte inteira e esclarece que o motivo está correto.

P2 pergunta como se lê essa quantidade de carne. Um aluno responde: “meio quilo” e P2 questiona sobre o número um, na frente. Outro aluno responde: “um quilo e meio” e P2 repete dizendo que está correto.

Um aluno questiona se dá pra juntar essa quantidade em um número só. P2 responde que sim, em uma única fração. Um aluno pergunta se é a fração “dois meios” e P2 responde que não, que aprenderão essa transformação um pouco mais adiante, mas explica que esse número um pode ser escrito 1 = 2/2.

O sinal bate e P2 ainda explica que no lugar do um podemos escrever 2/2, então ficaria 2/2 + 1/2 = 3/2.

Segunda aula – 26/08/2011

P2 começa a aula questionando sobre uma determinada quantidade de café.

Anota no quadro o valores 1Kg = 1000g e, logo abaixo, 1/2Kg = 500g, enquanto pergunta sobre cada uma dos valores que está escrevendo. Diz que se um quilo representa 1000g, “meio” quilo são 500g.

P2 comenta que já que os alunos já conhecem as frações, por terem trabalhado com elas nas 3ª e 4ª séries e por terem visualizado, na aula anterior, entendem sua importância no cotidiano, Cita o exemplo da nossa moeda, o real, que é representada por meio de frações, pois quando tomamos 25 centavos, estamos falando na quarta parte de um real.

Em seguida, desenha no quadro a representação de uma folha sulfite. Cita que é uma folha sulfite inteira e, com uma folha sulfite em mão, dobra-a em duas partes e questiona em quantas partes foi dividida. Um aluno responde que foi ao meio.

P2 repete dizendo que está correto e pergunta quantas partes temos após a divisão. Os alunos respondem que são duas e P2 representa no quadro esta divisão com um traço ao meio da figura.

P2 questiona qual é a fração que representa cada uma das partes desenhadas no quadro e alguns alunos respondem que é a fração “um meio e outros a fração “meio”. P2 repete que trata-se da fração “meio” e escreve-a dentro de cada uma das partes da representação da folha sulfite.

P2 explica que devemos chamar a fração ½ de “meio” e não “um meio”, pois dessa forma não vamos confundi-la com a fração mista 1 1/2, a qual lemos “um e meio”.

Pergunta aos alunos o que acontece se a folha for novamente dobrada ao meio. Diz que iremos ficar com a metade da metade e questiona quantos pedaços tem a folha neste momento. Os alunos respondem que são quatro. P2 ressalta que são quatro pedaços iguais e representa-os no quadro por meio de outro desenho da mesma folha sulfite.

Explica, enquanto desenha, que cada uma das partes, as quais representavam a fração “meio”, foi dividida ao meio, criando, então, os quatro pedaços. Pergunta qual é fração que representa a primeira parte desse desenho. Um aluno responde incorretamente e P2 explica que agora temos quatro partes e que esta primeira parte é a apenas uma delas. Um aluno responde corretamente: “um quarto”, P2 repete dizendo que está correto e escrevendo a fração ¼ dentro de cada um dos quatro pedaços da representação da folha.

Questiona o que acontece se, na primeira representação desenhada ele pegar os dois pedaços ½ mais ½ e escreve ao lado do desenho a igualdade 2/2 = 1 e diz que se pegarmos todas as partes da folha teremos a folha inteira, um inteiro. Faz a igualdade correspondente, 4/4 = 1, para a segunda representação, explicando novamente.

P2 recapitula o que foi realizado com a folha e questiona quanto vale a parte da folha aparente quando feitas as duas dobraduras, os alunos respondem que é a fração “um quarto”. P2 questiona o que acontece se dobrarmos essa parte da folha sulfite ao meio. Um aluno responde que será representada pela fração “um sexto” e P2 repete o que foi dito, questionando. Outros alunos também respondem a mesma fração e P2 pede se eles têm certeza disso antes de abrir a folha para que se visualize quantas parte há, após a divisão.

Os alunos dizem que têm certeza do que responderam, mas um aluno diz que é a fração “um oitavo”, P2 ressalta a resposta desse aluno e, antes de abrir, começa a explicar porque a fração será esta: desenha no quadro uma terceira representação da folha sulfite e diz para os alunos perceberem que é a mesma folha que está sendo desenhada, representando a folha que está em sua mão. Diz que as representações estão todas do mesmo tamanho. Faz, nesta nova representação os mesmo traços das anteriores, repetindo o que foi feito e questiona o que acontece se dividirmos as quatro partes da segunda representação ao meio, explicando que é o que foi feito com a folha em sua mão.

Diz que cada pedaço dividido ao meio será transformado em dois pedaços e, abrindo a folha, ressalta que foram gerados oito pedaços idênticos, contando-os e mostrando que cada pedaço corresponde a 1 dentre 8 pedaços, ou seja, corresponde à fração 1/8. P2 escreve em cada uma das partes da representação da folha sulfite no quadro a fração 1/8.

Questiona qual a fração que representa a folha inteira e um aluno responde 8/8. P2 escreve, então, 8/8 = 1 na frente do desenho e o refaz logo abaixo, sem as frações. Diz que se fosse um trabalho da disciplina de artes, os alunos deveriam pintar os quadradinhos e pinta cinco deles, de forma aleatória.

Questiona qual é a fração que representa a parte pintada e, antes que termine a pergunta, um aluno já antecipa a resposta correta: “cinco oitavos”. P2 repete a resposta, explicando que são 5 que foram pintadas de um total de oito. Questiona quantas partes não foram pintadas e os alunos respondem corretamente 3/8. Então P2 escreve que os quadrados que não foram pintados são representados pela fração 3/8.

P2 questiona então qual é a fração que representa apenas um quadrado. Um aluno responde 1/8 e P2 repete o resultado escrevendo-o no quadro.

P2 pede para que os alunos analisem as frações que representam a parte pintada e a parte não pintada. Questiona o que acontece se juntar as duas. Um aluno responde dizendo que o resultado será 8. P2 diz, então, que será 8/8, mostrando a fração já colocada na figura anterior. Cita que se sabemos quantos quadrados foram pintados de um total de 8, podemos descobrir, sem ter que contar, quantos não foram pintados.

P2 diz que na terceira série os alunos aprenderam as partes da fração e questiona os alunos sobre o nome de cada uma delas. Os alunos não recordam. P2 então insiste, sem êxito. Então, cita, escrevendo no quadro, que o total de partes da fração chama-se denominador e que a representação que está se fazendo “das partes pintadas e das não pintadas” chama-se numerador, também escrevendo no quadro. P2 reforça o que foi dito anteriormente sobre as partes da fração.

P2 desenha um triangulo no quadro, dividido em três partes.

Colore uma delas e questiona qual a fração que representa o desenho. O s alunos respondem “um terço” e P2 repete e escreve no quadro a resposta 1/3 e a fração que representa as partes não pintadas, 2/3. Diz que o denominador é sempre o total de partes da figura e que o numerador é sempre o que se está querendo representar, diz que se um exercício pedir qual a fração que representa as partes não pintadas da figura e resposta será 2/3, pois são duas partes não pintadas de um total de três partes.

P2 ressalta que fração não representa apenas partes pintadas ou não de figuras. Questiona quanto alunos estão presentes hoje, em sala. Os alunos contam quanto são e respondem que o número é 25. P2 pede para que contem quantas são meninas e quantos são meninos. Os alunos respondem que são nove meninas e 16 meninos. P2 registra as informações no quadro e ressalta que a soma de meninos e meninas tem que ser igual ao total de alunos na sala.

P2 questiona qual é a fração que representa o número de meninos com relação ao total de alunos da sala. Os alunos respondem incorretamente 25/16 dentre outras respostas. P2 repete a pergunta, pausadamente. Um aluno responde que o numerador é o 16 e o denominador é o 25. P2 confirma a resposta e ressalta que foi dito que o total sempre é o denominador, portanto 25, e que o numerador é a quantidade da parte que se quer representar, no caso dos meninos, o 16. P2 escreve a fração corresponde no quadro, juntamente com a fração que representa as meninas.

P2 diz que outra parte importante do conteúdo é a leitura das frações e pede para que os alunos leiam todas as frações expostas no quadro, a partir de sua indicação. Os alunos respondem corretamente quase todas, alguns acertaram todas, mas nas que houve maior dificuldade, P2 auxiliou e repetiu a resposta correta.

P2 escreve no quadro o título “Leitura de Frações” e as seguintes frações: 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7, 7/8 e 8/9 e pede para que os alunos leiam-nas. Os alunos leem corretamente. P2, então, diz que a leitura para denominadores de 2 a 9 é esta, já explicitada, e relê cada uma. Escreve no quadro tal informação.

Questiona se o denominador for maior que 9, mas não for o dez, nem o cem e nem o mil, qual é a palavra que escreve-se a seguir. Os alunos respondem que a palavra é “avos”. P2 faz algumas frações dessa forma no quadro e pede para os alunos lerem. Os alunos leem corretamente. P2 ressalta que essa leitura é feita por meio da leitura do numerador, seguido do denominador e, então, seguido da palavra avos.

P2 coloca o título no quadro “Frações Decimais” e diz que essas tem nomes diferenciados. Escreve a fração 1/10 seguida do sinal de igual e questiona como se escreve. Os alunos respondem corretamente: “um décimo”. P2 ressalta que trata-se de escrever o numerador seguido da palavra “décimo”. Se tiver denominador com valor cem, é seguido da palavra centésimo e denominador com valor mil, é seguido da palavra milésimo. Questiona o nome das frações alternando o numerador e os alunos respondem corretamente.

P2 questiona qual a semelhança entre as três últimas frações: 1/10, 1/100 e 1/1000. Um aluno responde que é sempre o um em cima. P2 diz que sempre que o numerador for um, a fração é chamada de fração unitária e que as frações unitárias são muito antigas. Diz que foram utilizadas pelos Egípcios há muito tempo atrás e cita sobre a importância dos números fracionários na sociedade.

P2 pede para que os alunos escrevam o nome de cada uma das frações citadas anteriormente, juntamente com um desenho que represente tal quantidade. Explica as duas primeiras, sem escrever a resolução. Os alunos iniciam a atividade e P2 auxilia os alunos individualmente em suas carteiras durante cerca de 15 minutos.

A aula termina.

Terceira aula – 31/08/2012

P2 diz que para dar continuidade ao trabalho os alunos devem tomar a página 116 e fazer os exercícios do 1 ao 5. Diz que os exercícios serão feitos com seu auxílio.

“Que fração de cada figura corresponde à parte pintada?”

A figura da letra ‘a’ é uma estrela dividida em cinco partes, sendo que quatro estão pintadas da cor azul.

P2 questiona em quantas partes iguais foi dividida a figura da letra ‘a’ e os alunos respondem: 4. P2 pede atenção e pergunta novamente. O as alunos respondem corretamente: 5 partes. P2 questiona, então, qual foi a parte que não foi pintada a figura e os alunos respondem: uma e que a fração que a representa é 1/5.

P2 questiona sobre a letra ‘b’ quantas partes há no total e quantas partes foram pintadas e os alunos respondem corretamente as duas perguntas. P2 pergunta qual é a fração que representa tal parte. Os alunos respondem corretamente 6/8 e P2 confirma a resposta. Faz o mesmo para as letras ‘c’ e ‘d’.

P2 lê o exercício 2:

“Escreva em seu caderno a que fração corresponde cada uma das cores das bandeiras dos países representados abaixo.”

A primeira é bandeira a Polônia.

P2 questiona em quantas cores está dividida e os alunos respondem: em duas. P2 questiona qual a fração que representa a parte branca e os alunos respondem corretamente: ½. P2 ressalta que o mesmo ocorre para a cor vermelha.

A segunda é a bandeira da Itália.

P2 faz o mesmo tipo de questionamentos e os alunos respondem corretamente.

A terceira é a bandeira da Colômbia.

Essa bandeira está dividida em quatro partes, porém a amarela toma metade da bandeira. P2 questiona o que tem de diferente nessa bandeira e os alunos respondem que tem partes maiores do que outras. P2 diz que quando trabalhamos com frações, as figuras tem de estar divididas em partes iguais, mas pergunta se os alunos percebem qual a relação que existe entre a parte amarela e a azul. Um aluno responde que a amarela é do tamanho das suas outras cores juntas. P2 confirma a resposta e pergunta em quantas partes está figura pode ser dividida, desenhando-a no quadro. Os alunos respondem que está divida em duas partes.

P2 diz a parte amarela não é representada pela fração 1/3, pois não é do mesmo tamanho que as outras. Diz que observando a figura pode-se perceber que o amarelo é do mesmo tamanho que duas partes, então se o amarelo for dividido em duas (dividindo-o no quadro) e os alunos complementam que a figura foi divida em quatro partes.

P2 questiona qual a fração que representa a parte amarela. Um aluno responde corretamente ½.

P2 pergunta em quantas partes está dividida a figura e os alunos respondem que são 4. P2 questiona quantas são amarelas e os alunos respondem que são duas. Então P2 diz que são duas de um total de 4 partes e escreve a fração ao lado da parte correspondente. P2 questiona qual a fração da parte azul e da parte vermelha e os alunos respondem corretamente ¼ para cada uma.

P2 pergunta se a parte amarela representa a metade, os alunos respondem que sim, P2 questiona qual outra fração que representa a metade e os alunos respondem que é a fração meio.

P2 ressalta que as duas frações têm o mesmo valor, pois pegar uma parte de um total de duas é o mesmo que pegar duas partes de um total de quatro. Diz que essas frações chamam-se frações equivalentes, pois são diferentes, mas possuem o mesmo valor.

P2 lê o exercício 3, dizendo que é um desafio:

“Qual dessas superfícies abaixo é maior: branca ou preta?”

A figura dessa questão é um grande retângulo dividido em pequenos triângulos brancos e pretos, coloridos em ordem aleatória.

P2 questiona sobre qual delas os alunos acham que é maior e respondem que é a preta.

P2 dá um exemplo semelhante antes de iniciar a resolução deste:

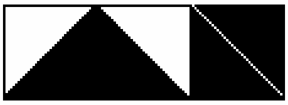

Figura 03 – Retângulo desenhado por P2 na lousa.

P2 questiona em quantas partes foi dividida tal figura. Os alunos não respondem corretamente. P2 insiste e dá a dica de visualizar os triângulos. Os alunos respondem que foi dividido em seis partes.

P2 pergunta quantas são brancas e um aluno responde que “são duas de um total de seis”. P2 confirma e escreve a fração no quadro, contando-as. P2 conta as pintadas e coloca a fração correspondente 4/6.

P2 pede para que os alunos contem em quantas partes a figura do exercício do livro está dividida. Os alunos respondem incorretamente e P2 explica que deve-se contar os triângulo. Os alunos dizem que são 32 partes. P2 pergunta quantas delas são pretas. Os alunos contam 17 partes. P2 pergunta qual a fração que as representa com relação ao total e os alunos não respondem corretamente, então, P2 responde: 17/32. P2 questiona se é necessário contar as partes brancas e os alunos dizem que não. P2 pergunta por que e um aluno responde é necessário apenas subtrair. P2 confirma a resposta. P2 complementa que a fração das brancas é 15/32. P2 pergunta qual á a maior e os alunos respondem que é a fração das partes pretas.

P2 lê a questão 04:

“Lucas e Monica compraram uma pizza dividida em 10 pedaços iguais. Veja como ficou a pizza depois que eles comeram alguns pedaços.”

P2 pergunta sobre a letra ‘a’: qual a fração que representa cada pedaço da pizza. Os alunos respondem corretamente: 1/10.

P2 pergunta sobre a letra ‘b’: qual a fração que representa a parte que eles comeram. Os alunos respondem corretamente: 4/10. P2 confirma as respostas.

P2 pergunta sobre a letra ‘c’: que fração da pizza representa a parte que sobrou. Os alunos respondem 6/10 e P2 confirma.

P2 lê a questão número 05:

“Letra a: em quantas partes foi dividida a figura 1?”

Os alunos respondem: “seis”. P2 alerta para a pergunta que fez e a refaz. Os alunos respondem: “10 partes”. P2 repete a questão para a figura 2 e questiona como podemos descobrir o número de quadrados sem ter que contá-los. Um aluno responde que deve-se multiplicar. P2 explica que deve-se contar quantas linhas e colunas que existem e, então, multiplicar esses números.

“Letra b: que fração da figura 1 representa a parte pintada?” os alunos respondem que são 4/10 da figura pintados de azul e P2 complementa que tem mais 1/10 da cor verde e 2/10 da cor vermelha.

“Letra c:”. P2 diz que eram 100 partes e questiona quantas são azuis. Os alunos respondem que são 25. P2 questiona qual a fração que representa essa parte é “vinte e cinco centésimos”. Questiona sobre a parte pintada de verde e os alunos respondem que são 31 quadrados e 18 quadrados da cor vermelha. P2 ressalta as frações: 31/100 e 18/100.

P2 diz que os alunos vão agora escrever os números fracionários por extenso, assim como na aula anterior.

A questão número seis do livro é a seguinte:

“Escreva em seu caderno como se lê cada uma das frações a seguir.”

P2 diz que na letra ‘a’ da questão número seis está a fração 3/9 e pergunta como se lê tal fração. Os alunos respondem corretamente: “três nonos”, P2 confirma e diz que eles devem escrever em seus cadernos.

P2 diz que na letra ‘b’ o numerador é 86 e o denominador é 100. Os alunos respondem que se lê: “oitenta e seis centésimos”.

P2 pergunta que palavra se usa quando o denominador é maior que o dez, mas não é o cem ou o mil. Um aluno responde avos e outros respondem incorretamente. P2 ressalta a resposta correta: avos.

P2 pergunta sobre a letra ‘c’ e os alunos dizem que é a fração “dezenove quatrocentos e um avos”.

P2 pede para os alunos resolverem a letra ‘d’, enquanto liga a televisão-pendrive. P2 diz que a resposta da letra ‘d’ é numerador 35 e denominador 36 e os alunos respondem “trinta e cinco trinta e seis avos”.

P2 pergunta com relação à letra ‘e’: numerador 17 e denominador 3. Os alunos respondem “dezessete terços”.

P2 explica que esta fração não representa apenas uma parte. Mas sim, mais do que um inteiro e dá um exemplo, no quadro, da fração 15/3. Diz que são 15 partes divididas de três em três, desenhando 5 retângulos divididos, cada um, em três partes e pintando todos.

Escreve 15/3=5 e explica que a divisão de 15 por 3 resulta nos 5 inteiros que estão sendo representados pelos 5 retângulos pintados.

P2 explica a letra ‘f’ tem numerador 623 e denominador 1000 e os alunos respondem que lê-se “seiscentos e vinte e três milésimos”. P2 repete afirmando que a resposta está correta.

P2 pede que os alunos prestem atenção no vídeo que apresenta a relação entre as frações, utilizando frações de frutas. P2 vai fazendo explicações durante do vídeo, o qual, vai sendo pausado.

P2 passa o vídeo novamente, sem fazer os comentários para que os alunos prestem mais atenção.

A aula termina.

Quarta aula – 02/09/2012

P2 inicia a aula escrevendo o título “Frações Equivalentes” no quadro.

Pede para que os alunos desenhem da mesma forma que ele, porém em uma proporção menor, explicando como fazer.

P2 pede para que seja um retângulo de 12cm de comprimento e 2 cm de altura. Então, para que desenhem a mesma figura logo abaixo, mais duas vezes.

P2 continua orientando como desenhar.

P2 pede que os alunos pintem, respectivamente, as frações 3/6, 6/12 e ½.

Um aluno pergunta como fazer.

P2 responde falando para que os alunos completem a frase: “Tem que ser dividi em...” Os alunos respondem que são seis partes. P2 então ressalta que devem ser seis partes idênticas.

P2 orienta com relação à primeira figura que, já que são 12cm, os alunos devem dividir o 12 pelo 6 para encontrar o tamanho de cada uma das partes. Antecipa e diz que cada parte tem dois centímetros e desenha na figura do quadro, como deve ser dividido.

P2 auxilia um aluno, que pede seu auxílio, em sua carteira.

P2 começa a pintar o desenho, de acordo com a fração. Explica que dividiu-se em seis partes iguais e que pinta-se três partes. Após ter pintado as três partes P2 tira dúvidas dos alunos individualmente.

P2 começa a resolver o segundo desenho. Explica que, se o retângulo tem 12cm e devemos dividir em 12 partes, cada parte terá 1cm. P2 pinta 6 das 12 partes desenhadas.

P2 aguarda cerca de 2 minutos e começa a resolver o terceiro desenho explicando que devemos dividi-lo em 2 partes e que, assim, cada parte terá 6cm. Então, colore uma das duas partes.

P2 questiona o que os alunos conseguem observar dos desenhos feitos. Um aluno responde que são todas do mesmo tamanho. Outro aluno diz que estão dividas em partes diferentes. P2 confirma as informações, dizendo que essas são as frações equivalentes, pois mesmo com numerador e denominador diferentes, representam a mesma quantidade.

P2, então, escreve 3/6 = ½ no quadro e diz que as frações são iguais. Pede o que aconteceu com a fração 3/6 para ficar igual à fração ½. Pede se foi multiplicada ou dividida. Um aluno responde que foi divida. P2 pergunta por qual valor foi dividida. Um aluno responde que foi por dois. P2 faz oralmente o cálculo com o valor dois e os alunos verificam que foi dividida por três. P2 então faz o sinal de divisão seguido do número 3 pouco acima do numerador e outra pouco acima do denominador da fração 3/6, explicando que ambos foram divididas por 3, pelo mesmo número.

P2 escreve ½ = 3/6 no quadro e pede qual foi, agora, a operação que ocorreu no numerador e no denominador, ao mesmo tempo, se foi multiplicação ou divisão. Os alunos respondem que foi multiplicação. Então, P2 complementa que foi uma multiplicação por 3 e escreve o sinal da multiplicação seguido do número três em ambas as partes da fração.

P2 explica que estas são as frações equivalentes, ou seja, quando dividir uma fração, (numerador e denominador) por um mesmo número ou quando multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número, o resultado será uma fração equivalente à primeira.

P2 mostra a mesma situação com a outra fração presente no quadro, do exemplo anterior: 6/12 = 1/2. Questiona por quanto foi dividido o numerador e o denominador da fração para ser igual a 1/2. Os alunos respondem incorretamente e P2 orienta que foi pelo número 6. P2 faz a mesma notação dos dois exemplos anteriores.

Regressando ao exercício anterior P2 mostra com as frações e com os desenhos que, nos três, o numerador é a metade do denominador e explica que, por isso, elas são frações equivalentes.

Neste momento os alunos se dirigem ao laboratório de informática para resolver exercícios no site “www.estudamos.com.br”.

Os exercícios constituem-se em testes, os quais fazem relações ente figuras e frações, como escrever as frações por extenso e até jogos envolvendo frações, que devem ser respondidos corretamente para que se possa avançar.

Pôde-se observar que alguns alunos erravam exercícios com relação à escrita, devido ao fato de que trocavam letras das palavras, por exemplo, “cestos” ou invés de “sextos”.

P2 orienta os alunos, individualmente, durante todo o tempo da aula, até seu final. Os alunos respondem às questões de forma organizada, inclusive ajudando uns aos outros.

A aula termina.

Quinta aula – 06/09/2012

P2 inicia a aula recapitulando as atividades feitas no laboratório de informática. Diz que houve atividades que constituíam-se em relacionar as partes pintadas de figuras com as frações, em que deveria se digitar a fração por extenso e um jogo, no qual, um arqueiro deveria acertar suas flechas nas frações equivalentes a cada uma das frações que apareciam na tela.

P2 retoma que as frações equivalentes são frações com numerador e denominador diferentes, mas que representam a mesma quantidade e escreve no quadro: 1/3 = 2/6, colocando sobre o numerador e o denominador da fração o sinal de multiplicação seguido do número 2. Faz o mesmo para a igualdade 1/3 = 3/9, porém com a multiplicação pelo número 3, e com a igualdade 1/3 = 5/15, com a multiplicação pelo número 5.

P2 explica que a fração pode representar uma parte de um todo, o todo ou mais do que o todo.

Escreve a fração 1/3 no quadro e cita que uma situação do cotidiano, na qual, ela pode ser utilizada é para calcular 1/3 de 15 reais, escrevendo no quadro tal situação. P2 questiona como se calcula esse valor e o que significa possuir “um terço de quinze reais”.

P2 orienta que a fração um terço representa uma parte de três e que, então deve-se dividir o valor 15 por 3 e, depois, tomar uma das três partes, escrevendo no quadro: “1/3 de R$15,00 = R$5,00”. Explica que os alunos aprenderão nessa aula como fazer este tipo de cálculo.

P2 diz que passará um vídeo na televsão-pendrive, o qual, será utilizado para resolver exercícios posteriormente, ressaltando sua importância. Explica que trata-se de crianças que estão em uma mansão, a “Mansão Matemática”, na qual se fazem jogos de perguntas e respostas e o prêmio ao vencedor é a liberdade para sair da casa.

O vídeo traz encenações que tratam das frações no geral: frações com representações com objetos e, na maior parte, frações como partes de números inteiros. No vídeo aparece a questão de quais operações deve-se fazer para encontrar o valor da fração de um número inteiro. P2 pausa o vídeo e explica o exemplo a seguir: “¾ de 20”, escrevendo-o no quadro. Diz que para conseguir o resultado, os alunos devem encontrar o resultado da divisão do número 20 pelo número 4 e multiplicá-lo por 3, pois são três dessa quatro partes que devem ser tomadas.

P2 realiza os cálculos no quadro e chega ao resultado: “3/4 de 20 = 15” e pede para que os alunos calculem 5/12 de 60, escrevendo no quadro. Explica que deve-se dividir o todo em 12 partes iguais, das quais, tomar-se-á 5.

P2 aguarda 2 minutos e resolve o exercício explicando e questionando os alunos, quanto aos cálculos.

P2 faz o vídeo continuar, o qual continua tratando de frações de números inteiros.

P2 pausa o vídeo quando este traz a questão: “Qual é o maior número? ¾ de 2 metros, em centímetros ou 7/10 de 2 reais em centavos.”

P2 registra as informações no quadro e aguarda 2 minutos. Começa a resolver: questiona como fazer para descobri quanto vale ¾ de 2 metros. Diz que primeiro temos que descobrir quantos centímetros são dois metros. Os alunos dizem que tem 200cm. P2 explica que os alunos devem calcular quanto vale ¾ de 200cm.

Antes que possam responder ou resolver a aula termina.