UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ CAMPUS DE CASCAVEL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE CHUVAS MÁXIMAS NO ESTADO DO PARANÁ

WAGNER ALESSANDRO PANSERA

CASCAVEL - Paraná - Brasil Novembro – 2013.

WAGNER ALESSANDRO PANSERA

DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE CHUVAS MÁXIMAS NO ESTADO DO PARANÁ

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Agrícola, área de concentração em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

Orientador: Prof^o Dr. Benedito Martins Gomes. Co-Orientador: Prof^o Dr. Marcio Antonio Vilas Boas Co-Orientador: Prof^o Dr. Miguel Angel Uribe-Opazo

CASCAVEL - Paraná - Brasil

Novembro – 2013.

Ficha catalográfica

•

P221d	Pansera, Wagner Alessandro Distribuição generalizada de chuvas máximas no Estado do Paraná. / Wagner Alessandro Pansera — Cascavel, PR: UNIOESTE, 2013. 94 f. ; 30 cm.
	Orientador: Prof. Dr. Benedito Martins Gomes Co-orientador: Prof. Dr. Marcio Antonio Vilas Boas Co-orientador: Prof. Dr. Miguel Angel Uribe-Opazo Tese (Doutorado) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Agrícola, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas. Bibliografia.
	1. Análise de frequência. 2. Generalizada de valores extremos. 3. Generalizada Logística. 4. Generalizada Pareto. 5. Teste de aderência. 6. Medida de heterogeneidade. 7. Medida de discordância I. Universidade Estadual do Oeste do Paraná. II. Título.
	CDD 21ed. 570

Revisão do texto em português, inglês e normas: Ana Maria Martins Alves Vasconcelos

WAGNER ALESSANDRO PANSERA

"Distribuição generalizada de chuvas máximas no Estado do Paraná"

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação "Stricto Sensu" em Engenharia Agrícola em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de doutor em Engenharia Agrícola, área de concentração Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, aprovada pela seguinte banca examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Benedito Martins Gomes

Centro/de Ciéncias Exatas e Tecnológicas, UNIOESTE

inder

Prof. Dr. Lineu Neiva Rodrigues Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, EMBRAPA

H Prof. Dr. Manoel Moises Ferreira de Queiroz Centro de Ciências/e Techologia Agroalimentar, UFCG

Prof, Dr. Marcio Antonio Vilas (Boas · ~ . Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, UNIOESTE

Prof. Dr. Eloy Lernos de Mello Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, UNIOESTE

Cascavel, 12 de dezembro de 2013.

SUMÁRIO

LISTA DE TA	BELAS	iv
LISTA DE FIG	SURAS	. vii
RESUMO		ix
ABSTRACT		х
1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	3
2.1	Objetivo geral	3
2.2	Objetivos específicos	3
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3.1	Análise de frequência local (AFL)	4
3.1.1	Momentos-LH	5
3.1.2	Modelagem probabilística de precipitações máximas	7
3.1.3	Simulações de Monte Carlo no estudo das distribuições generalizadas	8
3.2	Análise de frequência regional (AFR)	9
3.2.1	Passos da regionalização	11
3.2.2	Index-Flood e momentos-L no estudo da precipitação	12
4	MATERIAL E MÉTODOS	14
4.1	Etapas da pesquisa	14
4.2	Banco de dados	15
4.3	Análise de Frequência Local	16
4.3.1	Estimadores amostrais de momentos-LH	16
4.3.2	Estimadores populacionais de momentos-LH	17
4.3.2.1	Distribuição generalizada de valores extremos (GEV)	17
4.3.2.2	Distribuição generalizada logística (GLO)	18
4.3.2.3	Distribuição generalizada Pareto (GPA)	19
4.3.3	Teste de aderência	20
4.3.4	Rotinas computacionais	23
4.3.5	Simulações de Monte Carlo	24
4.4	Análise de frequência regional (AFR)	26
4.4.1	Medida de discordância	27
4.4.2	Medida de heterogeneidade	28
4.4.2.1	Estimativa de parâmetros da distribuição kappa	30
4.4.3	Teste de aderência	30
4.4.4	Passos da análise de frequência regional	33

5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	. 35
5.1	Análise de frequência local (AFL)	. 35
5.1.1	Distribuição generalizada de valores extremos (GEV)	. 35
5.1.2	Distribuição generalizada Pareto (GPA)	. 38
5.1.3	Distribuição generalizada logística (GLO)	. 40
5.1.4	Comparação entre as distribuições generalizadas	. 43
5.1.5	Avaliação do teste de aderência	. 52
5.1.6	Relação teste de aderência, erro e Bias	. 55
5.1.7	Estudo de caso: Precipitações máximas no estado do Paraná	. 57
5.2	Análise de frequência Regional (RFL)	. 62
5.2.1	Identificação do número de grupos	. 62
5.2.2	Medidas de homogeneidade, discordância e curvas de crescimento	. 64
5.2.3	Estimativa regional versus local	. 69
6	CONCLUSÕES	. 73
REFERÊNCIA	۱S	. 74
APÊNDICE		.78
Apêndice A E	stações utilizadas neste estudo	. 79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Valores dos coeficientes α_0 , α_1 , α_2 e α_3
Tabela 2 Valores dos coeficientes $\alpha_0 \in \alpha_1$
Tabela 3 Valores dos coeficientes α_0 , α_1 , α_2 e α_3
Tabela 4 Valores dos coeficientes b e c para GPA 23
Tabela 5 Valores dos coeficientes b e c para GLO 23
Tabela 6 Valores dos coeficientes b e c para GEV 23
Tabela 7 Distribuições Wakeby 25
Tabela 8 Valores críticos da medida de discordância 28
Tabela 9 Coeficientes para diferentes valores de η da distribuição GEV
Tabela 10 Coeficientes para diferentes valores de η da distribuição GPA
Tabela 11 Coeficientes para diferentes valores de η da distribuição GLO31
Tabela 12 Bias dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e GPA
quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 1
Tabela 13 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 1
Tabela 14 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e
GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 2
Tabela 15 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 2
Tabela 16 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e
GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 3
Tabela 17 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 3
Tabela 18 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e
GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 4
Tabela 19 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 4
Tabela 20 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e
GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 5
Tabela 21 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 5
Tabela 22 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e
GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 6

Tabela 23 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 6
Tabela 24 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GLO e
tamanho amostral 30 52
Tabela 25 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GLO e
tamanho amostral 6052
Tabela 26 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GPA e
tamanho amostral 3053
Tabela 27 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GPA e
tamanho amostral 6053
Tabela 28 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GEV e
tamanho amostral 3053
Tabela 29 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GEV e
tamanho amostral 6054
Tabela 30 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é
desconhecida e a distribuição ajustada é a GLO ao nível de 5% de
significância54
Tabela 31 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é
desconhecida e a distribuição ajustada é a GPA ao nível de 5% de
significância54
Tabela 32 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é
desconhecida e a distribuição ajustada é a GEV ao nível de 5% de
significância55
Tabela 33 Porcentagem de distribuições ajustadas, Bias e RSME do teste Wang para o
tamanho amostral 3056
Tabela 34 Porcentagem de distribuições ajustadas, Bias e RSME do teste Wang para o
tamanho amostral 8056
Tabela 35 Intervalo do parâmetro de forma das distribuições GEV, GLO e GPA60
Tabela 36 Intervalo do parâmetro de forma das distribuições generalizadas referente ao
procedimento de otimização61
Tabela 37 Matriz de correlação dos quantis estimados pela GEV, GLO, GPA e pelo
procedimento otimizado61
Tabela 38 Número de estações por grupo63
Tabela 39 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 1 (19 estações)64
Tabela 40 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 2 (22 estações)64

Tabela	41	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênd	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	3 (22 estações)							. 65
Tabela	42	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	94 (15 estações)							. 65
Tabela	43	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	5 (29 estações)							. 66
Tabela	44	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênd	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	6 (18 estações)							. 66
Tabela	45	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	7 (23 estações)							. 67
Tabela	46	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	8 (18 estações)							. 67
Tabela	47	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	9(34 estações)							. 67
Tabela	48	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupo	010	(22 estações)							. 68
Tabela	49	Medida	de	heterogeneidade,	teste	de	aderênc	cia e	estações	discordantes	do
		grupc	11 ((5 estações)							. 68
Tabela	50 (Curvas e	sco	lhidas de crescime	nto re	gion	al				. 69
Tabela	51	Coeficie	ente	de correlação e	erro	méc	lio dos	quan	tis locais	estimados pe	elas
		anális	ses	de frequência loca	l e reg	iona	l				. 70

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Passos para a regionalização hidrológica por análise de cluster1	2
Figura 2 Fluxograma das etapas de análise de frequência local e regional1	4
Figura 3 Distribuição espacial das estações utilizadas neste estudo1	5
Figura 4 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GEV	35
Figura 5 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição quando	а
verdadeira distribuição é conhecida	36
Figura 6 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GEV quando	а
distribuição verdadeira é desconhecida	37
Figura 7 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GEV quando	а
distribuição verdadeira é desconhecida	37
Figura 8 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando	а
distribuição verdadeira é conhecida	38
Figura 9 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando	а
distribuição verdadeira é conhecida	39
Figura 10 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando	а
distribuição verdadeira é desconhecida	39
Figura 11 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando	а
distribuição verdadeira é desconhecida	10
Figura 12 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando	а
distribuição verdadeira é conhecida	11
Figura 13 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando	а
distribuição verdadeira é conhecida4	12
Figura 14 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando	а
distribuição verdadeira é desconhecida	12
Figura 15 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando	а
distribuição verdadeira é desconhecida	13
Figura 16 Diagrama de momentos-LH (L0)5	57
Figura 17 Diagrama de momentos-LH (L1)5	57
Figura 18 Diagrama de momentos-LH (L2)5	58
Figura 19 Diagrama de momentos-LH (L3)	58
Figura 20 Diagrama de momentos-LH (L4)5	58
Figura 21 Distribuição das ordens dos momentos-LH de melhor ajuste das distribuiçõe	s
GEV, GLO e GPA	59
Figura 22 Distribuição e ordem de melhor ajuste pelo teste Wang6	30
Figura 23 Matriz de plotagem referente ao quantil com 100 anos de período de retorno 6	32
Figura 24 Configuração espacial dos onze grupos formados6	33

Figura	25 Mapa temático referente ao período de retorno de 10 anos	71
Figura	26 Mapa temático referente ao período de retorno de 20 anos	71
Figura	27 Mapa temático referente ao período de retorno de 100 anos	71
Figura	28 Mapa temático referente ao período de retorno de 200 anos	72
Figura	29 Mapa temático referente ao período de retorno de 1000 anos	72

RESUMO

ANÁLISE DE FREQUÊNCIA LOCAL E REGIONAL UTILIZANDO MOMENTOS-LH E

DISTRIBUIÇÕES GENERALIZADAS

O objetivo da análise de frequência das variáveis hidrológicas é relacionar a magnitude dos eventos com sua frequência de ocorrência por meio do uso de uma distribuição de probabilidade. No estudo de eventos hidrológicos extremos, podem ser usadas as distribuições de probabilidade generalizadas: de eventos extremos, logística e Pareto. Existem diversas metodologias para a estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidade, no entanto, devido às facilidades computacionais, utilizam-se frequentemente os momentos-L. A confiabilidade dos quantis com alto período de retorno pode ser aumentada utilizando os momentos-LH ou momentos-L de altas ordens. Os momentos-L foram amplamente estudados, todavia, os momentos-LH apresentam literatura reduzida, logo, mais pesquisas são necessárias. Portanto, neste estudo, os momentos-LH foram estudados sob duas abordagens comumente utilizadas na hidrologia: (i) Análise de frequência local (AFL) e (ii) Análise de frequência regional (AFR). Além disso, foi montado um banco de dados com 227 estações pluviométricas (máximas diárias anuais), localizadas no Estado do Paraná, no período de 1976 a 2006. A AFL subdividiu-se em duas etapas: (i) Simulações de Monte Carlo e (ii) Aplicação dos resultados ao banco de dados. O principal resultado das simulações de Monte Carlo foi que os momentos-LH tornam os quantis 0.99 e 0,995 menos enviesados. Além disso, as simulações viabilizaram a criação de um algoritmo para realizar a AFL utilizando as distribuições generalizadas. O algoritmo foi aplicado ao banco de dados e possibilitou ajuste das 227 séries estudadas. Na AFR, as 227 estações foram dividas em 11 grupos e foram obtidas as curvas de crescimento regional. Os quantis locais foram obtidos a partir das curvas de crescimento regional. Foi quantificada a diferença entre os quantis locais obtidos via AFL com aqueles obtidos via AFR. As diferenças podem ser de aproximadamente 33 mm para períodos de retorno de 100 anos.

Palavras-chave: generalizada de valores extremos, generalizada logística, generalizada Pareto, teste de aderência, medida de heterogeneidade, medida de discordância.

ABSTRACT

LOCAL AND REGIONAL FREQUENCY ANALYSIS BY LH-MOMENTS AND GENERALIZED DISTRIBUTIONS

The purpose of hydrologic frequency analysis is to relate magnitude of events with their occurrence frequency based on probability distribution. The generalized probability distributions can be used on the study concerning extreme hydrological events: extreme events, logistics and Pareto. There are several methodologies to estimate probability distributions parameters, however, L-moments are often used due to computational easiness. Reliability of quantiles with high return period can be increased by LH-moments or high orders L-moments. L-moments have been widely studied; however, there is little information about LH-moments on literature, thus, there is a great research requirement on such area. Therefore, in this study, LH-moments were studied under two approaches commonly used in hydrology: (i) local frequency analysis (LFA) and (ii) regional frequency analysis (RFA). Moreover, a database with 227 rainfall stations was set (daily maximum annual), in Paraná State, from 1976 to 2006. LFA was subdivided into two steps: (i) Monte Carlo simulations and (ii) application of results to database. The main result of Monte Carlo simulations was that LH-moments make 0.99 and 0.995 quantiles less biased. Besides, simulations helped on creating an algorithm to perform LFA by generalized distributions. The algorithm was applied to database and enabled an adjustment of 227 studied series. In RFA, the 227 stations have been divided into 11 groups and regional growth curves were obtained; while local quantiles were obtained from the regional growth curves. The difference between local quantiles obtained by RFA was quantified with those obtained via LFA. The differences may be approximately 33 mm for return periods of 100 years.

Keywords: Generalized Extreme Values, Generalized Logistic, Generalized Pareto, goodnessof-fit test, heterogeneity measure, discordancy measure.

1 INTRODUÇÃO

O objetivo da análise de frequência das variáveis hidrológicas é relacionar a magnitude dos eventos extremos com a frequência de ocorrência pelo uso de distribuição de probabilidade. Os resultados obtidos são necessários para a solução de vários problemas de engenharia, tais como os projetos de vertedores de barragens, pontes, bueiros e estruturas de controle de cheias.

Do ponto de vista da extensão espacial das informações envolvidas, a análise de frequência pode ser classificada como local (AFL) ou regional (AFR). Na AFL, a definição dos quantis de interesse é realizada utilizando somente uma série de registros hidrometeorológicos. No caso da AFR, são utilizados dados de várias estações de uma região geográfica. Tais informações podem ser agrupadas em subconjuntos que apresentam semelhanças fisiográficas, climáticas e/ou estatísticas. Atualmente, a utilização da análise de frequência regional não se restringe apenas à estimativa de variáveis hidrológicas em locais que não possuem uma coleta sistemática de informações, mas também aumenta a confiabilidade das estimativas dos parâmetros de uma distribuição de probabilidades.

A análise de frequência pode ser realizada de modo analítico caso se admita que uma função paramétrica descreva o comportamento probabilístico da variável hidrológica. Desse modo, além dos problemas afetos à inferência estatística, surge ainda a questão de identificação do modelo distributivo a ser empregado. Em se tratando de variáveis hidrológicas, para as quais não se conhece a priori a distribuição populacional, é necessário especificar certo modelo distributivo, o qual deve ser capaz de descrever o comportamento probabilístico da variável analisada.

Vários modelos de distribuição de probabilidade e métodos de estimação de seus parâmetros foram propostos por meio da literatura científica, principalmente nas últimas cinco décadas. Apesar do esforço desprendido, muitos procedimentos existentes são caracterizados pelo baixo grau de precisão das cheias estimadas, principalmente, quando há necessidade de extrapolação dos dados amostrais para grandes períodos de retornos (Quadros et al., 2011). Por consequência, não existe uma distribuição de probabilidade consensual que seja capaz de, sob quaisquer condições, descrever o comportamento das variáveis hidrológicas.

Hosking e Wallis (1997) desenvolveram diretrizes para utilização de diversas distribuições de probabilidades usando os momentos-L. Além disso, os autores desenvolveram o procedimento *index-flood* com momentos-L que, atualmente, é muito utilizado na AFR.

Wang (1997) apresentou os momentos-L de altas ordens ou momentos-LH e os desenvolveu para a distribuição generalizada de valores extremos (GEV). Wang (1998) desenvolveu um teste para avaliar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos dados observados.

Meshgi e Khalili (2009 a, b) desenvolveram os momentos-LH para as distribuições generalizada Pareto (GPA) e generalizada logística (GLO). Meshgi e Khalili (2009a) estenderam o procedimento de AFR de Hosking e Wallis (1997) para utilização dos momentos-LH.

No entanto, o teste de qualidade de ajuste baseado nos momentos-LH, desenvolvido para GEV (Wang, 1998), ainda não foi estudado para as distribuições GLO e GPA. Além disso, Wang (1997) apresentou um procedimento que simplifica a estimativa de parâmetros da distribuição GEV utilizando momentos-LH, os quais também não foram desenvolvidos para as distribuições GLO e GPA.

Para o estabelecimento das propriedades da análise de frequência, pode-se recorrer a simulações de Monte Carlo. Dado um conjunto de distribuições candidatas e selecionada a metodologia de estimativa de parâmetros, as simulações permitem avaliar o desempenho na estimativa de quantis. Além disso, se as simulações não são baseadas nos dados observados, permitem uma avaliação mais acurada dos momentos-LH e das distribuições generalizadas.

Além de simulações, neste trabalho, foram utilizados dados de precipitações máximas no Estado do Paraná. A caracterização da variabilidade temporal das chuvas intensas é, ao longo de sua duração, imprescindível para quantificar adequadamente os efeitos ocasionados; inúmeros são os problemas de interesse da engenharia causados por chuvas intensas, de modo especial o controle do escoamento superficial, em áreas urbanas e rurais.

Porém, quanto à variável hidrológica precipitação máxima, é importante trabalhar sob dois aspectos: local e regional. O primeiro permite que sejam estimados quantis corriqueiramente utilizados em projetos hidráulicos e hidrológicos, ou seja, para períodos de retorno até 100 anos. Já o segundo ajuda em projetos cujo risco tolerável é menor, ou seja, para períodos de retorno maiores que 500 anos.

Além disso, o estudo dos momentos-LH permite avaliar qual deve ser a ênfase dada aos maiores eventos observados para que as distribuições de probabilidade produzam estimativas de quantis extremos confiáveis, seja na AFL ou AFR.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Estudar as precipitações máximas no estado do Paraná sob enfoque local e regional utilizando momentos-LH e distribuições generalizadas.

2.2 Objetivos específicos

Análise de frequência local:

- a) Avaliar as distribuições generalizadas utilizando simulações de Monte Carlo;
- b) Avaliar o teste Wang das distribuições generalizadas;
- c) Efetuar a análise de frequência local no banco de dados de precipitações máximas diárias anuais;

Análise de frequência regional

- a) Identificar regiões homogêneas, com relação às precipitações máximas diárias anuais, no estado do Paraná;
- b) Estimar os quantis locais e comparar com os valores obtidos via análise de frequência local.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Análise de frequência local (AFL)

Análise paramétrica de frequência são técnicas utilizadas para ajustar uma distribuição de probabilidades numa série de n observações, $y_1, y_2, ..., y_n$. Essa técnica serve a muitos propósitos na análise estatística dos dados. Por exemplo, a distribuição de probabilidade ajustada sintetiza a informação contida nos dados e permite previsões além do alcance dos dados utilizados para a estimativa de parâmetros. Em hidrologia, as previsões são mais frequentemente requeridas para eventos de magnitude maior do que os maiores eventos observados. Essa previsão consiste em estudar os eventos passados, a fim de que se definam as probabilidades de ocorrências futuras de alguns eventos de interesse (ou seja, uma estimativa de um quantil correspondente a um risco de falha, o qual foi escolhido). Normalmente, a frequência observada de ocorrência de um evento, com um risco associado de falha, é representada pelo seu período de retorno. Assim, pode-se calcular a magnitude de um evento associado ao respectivo período de retorno, no local de interesse ou numa região homogênea, se tal região estiver disponível. Os métodos de análise de frequência não preveem o futuro com certeza, mas eles oferecem bons modelos para explicar e fazer uso eficiente dos eventos extremos que ocorreram no passado (Khalig et al., 2006).

Dada uma variável hidrológica e um conjunto de distribuições de probabilidades, a análise de frequência consiste de três passos: (i) obter uma amostra aleatória ($y_1, y_2, ..., y_n$); (ii) encontrar a distribuição de melhor ajuste para a amostra via teste de qualidade de ajuste apropriado e (iii) determinar o quantil de não-excedência usando a distribuição de melhor ajuste (Liou et al., 2008).

O passo (ii) envolve três estágios: (a) escolher o método de estimativa de parâmetros, (b) testar a qualidade do ajuste e (c) selecionar a distribuição de melhor ajuste. A escolha da distribuição de probabilidade que melhor se ajuste aos dados normalmente é baseada em critérios, tais como os apresentados por Wang (1998) ou Kolmogorov. Os parâmetros de uma distribuição são estimados usando métodos como: momentos, máxima verossimilhança ou momentos-L (Khaliq et al., 2006).

Uma compressão inadequada do comportamento probabilístico dos eventos extremos no projeto e dimensionamento de obras hidráulicas pode causar sérios impactos

econômicos. Por isso, uma série de estudos tem focado na redução da incerteza associada com a estimativa de quantis (Javelle et al., 2002).

O uso dos momentos-L na caracterização de eventos extremos tem recebido considerável atenção na análise de frequência local e regional, devido às suas vantagens sobre os momentos convencionais e máxima verossimilhança (Hosking, 1990; Hosking e Wallis, 1997). Os momentos-L são análogos aos momentos convencionais e podem ser estimados pela combinação linear dos elementos de uma amostra ordenada, isto é, pelas estatísticas-L (Hosking e Wallis, 1997). São usados frequentemente na previsão de eventos com alto período de retorno na análise estatística de eventos extremos. Consequentemente, Wang (1997) introduziu os momentos-L de altas ordens (momentos-LH) como uma extensão dos momentos-L. Os momentos-LH caracterizam mais precisamente a parte superior da distribuição - os maiores eventos (Wang, 1997). O método de estimação dos momentos-LH geralmente enfatiza os quantis superiores das distribuições em detrimento aos menores quantis (Murshed et al., 2013).

Recentemente, poucos estudos usam os momentos-LH na análise hidrológica de eventos extremos. Tais estudos empregaram as distribuições GEV, GLO, GPA e kappa (Lee e Maeng, 2003; Queiroz e Chaudhry, 2006; Bhuyan et al., 2009; Meshi e Khalili 2009a,b; Deka et al., 2010; Murshed et al., 2013).

3.1.1 Momentos-LH

Greenwood et al. (1979) apresentaram os momentos ponderados por probabilidades (PWM) como alternativa ao método dos momentos convencionais ou máxima verossimilhança. Hosking (1990) introduziu os momentos-L (combinações lineares dos PWM) e Hosking e Wallis (1997) desenvolveram diretrizes para utilização de diversas distribuições de probabilidades usando os momentos-L.

Wang (1997) introduziu os momentos-LH como generalização dos momentos-L, com a finalidade de melhorar a estimativa de quantis, quando são utilizados níveis mais elevados dos momentos-L. Foram desenvolvidos cinco níveis para os momentos-LH (L0, L1, L2, L3 e L4), sendo que L0 corresponde aos momentos-L.

Entre as diversas distribuições de probabilidade utilizadas em hidrologia são destacadas três: generalizada de valores extremos (GEV), generalizada Pareto (GPA) e generalizada logística (GLO).

A GEV foi introduzida por Jenkinson (1955) e tem sido usada na análise de frequência de eventos extremos, com grande popularidade. A GPA, introduzida por Pickand (1975), tem sido estudada por vários pesquisadores como alternativa para avaliação de

eventos extremos (Hosking e Wallis, 1987; Singh e Guo, 1995). A GLO foi o modelo distributivo selecionado para estudo de cheias no Reino Unido, cujo uso tem aumentado na hidrologia (Shin et al., 2010; Meshgi e Khalili, 2009b; Ashkar e Mahdi 2006).

Hosking (1994) introduziu a distribuição de quatro parâmetros kappa como generalização de diversas distribuições comumente usadas na análise de cheias. Dentre as diversas distribuições consideradas como casos especiais da distribuição kappa, destacamse: GEV, GLO e GPA (Meshgi e Khalili, 2009b).

Wang (1997) desenvolveu os momentos-LH da distribuição GEV e apresentou procedimentos computacionais para facilitar a estimativa de parâmetros. Enquanto, Meshgi e Khalili (2009ab) desenvolveram os momentos-LH das distribuições GLO, GPA e kappa, no entanto, não desenvolveram procedimentos que facilitassem a estimativa de parâmetros.

Wang (1998) desenvolveu um teste de qualidade de ajuste para GEV usando os momentos-LH, no qual, compara a curtose-LH amostral com a curtose-LH populacional. Tal teste busca descobrir qual ênfase deve-se dar aos eventos de maior magnitude para que a GEV ajuste-se adequadamente aos dados.

Até o momento, o teste proposto por Wang (1998) ainda não foi estudado para distribuições GLO e GPA. Como a GEV tem um comportamento intermediário entre a GPA e a GLO (Hosking, 1990), seria interessante estudar o ajuste das três distribuições nos diferentes níveis dos momentos-LH. Dessa forma, pode ser indicada qual a ênfase na parte superior, para que as respectivas distribuições ajustem-se adequadamente aos maiores valores observados.

Existem poucos estudos sobre a utilização das distribuições generalizadas e momentos-LH no campo da hidrologia de eventos extremos (Murshed et al., 2013).

Lee e Maeng (2003) estudaram vazões de cheia utilizando os momentos-LH e as distribuições GEV, GLO e GPA. Utilizaram o teste de kolmogorov e os diagramas de momentos-LH como balizamento do ajuste. Por fim, usaram simulações de Monte Carlo para demonstrar que os momentos-LH podem gerar valores de projetos adequados. Observaram que a GEV com os parâmetros estimados pelos momentos-LH de ordem 3 e 4 apresentam os resultados mais confiáveis.

Queiroz e Chaudhry (2006) desenvolveram uma rotina computacional para utilização da GEV com momentos-LH bem como demostraram a aplicabilidade em vazões de cheia e na estimativa da vazão mínima de sete dias. Obtiveram ajuste em todas as séries estudadas, além disso, observaram que o teste de qualidade de ajuste proposto por Wang (1998) segue os resultados fornecidos pelo teste de Kolmogorov-Smirnov.

Murshed et al. (2013) desenvolveram um procedimento computacional baseado em otimização para estimação dos parâmetros da distribuição kappa. Estudaram as propriedades dos momentos-LH utilizando simulações de Monte Carlo bem como vazões

máximas anuais e ao nível do mar. Concluíram que os momentos-LH são úteis quando os momentos-L falham na estimativa de parâmetros.

3.1.2 Modelagem probabilística de precipitações máximas

A precipitação intensa, ou máxima, é entendida como chuva extrema, com duração, distribuição espacial e temporal crítica para uma área ou bacia hidrográfica. Assim, é importante conhecer a frequência de ocorrência de chuvas intensas porque a precipitação pluviométrica atua sobre a erosão do solo, causa inundações em áreas rurais e urbanas e condiciona projetos de obras hidráulicas, notavelmente de sistemas de drenagem, dentre muitas outras aplicações. As séries de dados de precipitação são, frequentemente, mais longas do que as de vazão, razão pela qual o estudo das precipitações máximas é um dos caminhos para se conhecer a vazão de enchente de uma bacia hidrográfica (Tucci, 2000).

Várias distribuições têm sido propostas para a modelagem estatística de precipitações máximas, todavia, não há uma distribuição específica consensual que seja capaz de, sob quaisquer condições, descrever o comportamento da variável em foco. Em suma, em uma análise de frequência típica, o analista procura selecionar, dentre as diversas distribuições candidatas, aquela que parece ser a mais capaz, por um lado, de sintetizar as principais características estatísticas amostrais, e, por outro, de predizer quantis hipotéticos com confiabilidade razoável (Naghettini e Pinto, 2007).

As distribuições de probabilidade de dois e três parâmetros, as quais são mais indicadas e utilizadas em hidrologia, no estudo de eventos de valores extremos, são do tipo I-Gumbel, do tipo II-Fréchet e do tipo III-Weibull, além da distribuição generalizada de eventos extremos. Cabe mencionar também a distribuição Log-Normal, Pearson Tipo III e Log-Pearson Tipo III, assim como as distribuições de quatro parâmetros, Kappa, ou de cinco parâmetros, como as distribuições Wakeby e Boughton (Pinheiro e Naghettini, 1998).

Os dados de eventos extremos apresentam um padrão peculiar de distribuição e as funções probabilísticas acumuladas possuem formas bem caracterizadas. Portanto, é recomendável testar a aderência desses dados, pelo menos, pelas seguintes distribuições de: Generalizada Logística, Generalizada de Eventos Extremos, Generalizada Normal, Pearson Tipo III e Generalizada de Pareto os momentos-L. Os derivados dos Momentos Ponderados por probabilidade devem ser usados para estimar os parâmetros dessas distribuições e seus quantis (Valverde et al., 2004).

Zin et al. (2009) estudaram precipitações máximas utilizando as distribuições GEV, GPA, GLO, Lognormal de três parâmetros e Pearson Tipo III. Os métodos de estimativa de parâmetros estudados foram momentos-L e momentos-LQ. Observou-se que na maioria dos casos estudados, a GLO apresentou o melhor ajuste.

Quadros et al. (2011) estudaram chuvas intensas por meio do ajuste da GEV, e estimaram seus parâmetros utilizando momentos-LH enquanto o teste estatístico proposto por Wang (1998) objetivou verificar a qualidade dos ajustes. Todos os ajustes foram aceitos pelo teste de Wang com 5% de significância. Além disso, foi demonstrado que a distribuição Gumbel subestima a distribuição GEV para grandes períodos de retorno.

Deka et al. (2011) estudaram os momentos-LH na estimativa dos parâmetros das distribuições GEV, GLO e GPA e utilizaram dados de precipitações máximas, em uma região localizada no Nordeste da Índia. Os autores concluíram que o modelo distributivo mais adequado, na maioria dos casos, foi a GPA com momentos-L.

A busca pela distribuição de probabilidade capaz de representar adequadamente uma série hidrológica histórica é objeto de estudo e aperfeiçoamento constante dentro da hidrologia estocástica. Estes estudos são essenciais para o progresso da hidrologia, na tentativa de se explicar um fenômeno aleatório, como a precipitação, pela distribuição de probabilidade, especialmente com a evolução da tecnologia digital e algoritmos computacionais (Mello e Silva, 2005).

3.1.3 Simulações de Monte Carlo no estudo das distribuições generalizadas

Em estudos de simulações, dados podem ser gerados de acordo com qualquer padrão de uma estrutura real de dados, conforme o interesse. A vantagem de usar simulação é que os verdadeiros quantis são conhecidos, tornando fácil avaliar o desempenho das metodologias (Hosking e Wallis, 1997).

Para avaliar a performance das diferentes ordens de momentos-LH das distribuições GEV, GLO e GPA pode-se recorrer aos procedimentos de Monte Carlo. Neste caso, os parâmetros são estimados a partir dos dados observados e então os valores dos parâmetros são usados para gerar amostras aleatórias. O critério para selecionar uma distribuição particular em uma das ordens dos momentos-LH pode ser baseado no erro mínimo produzido quando os quantis simulados e calculados são comparados. Essa comparação é normalmente feita de acordo com a utilização da raiz do erro quadrático médio e do viés (Lee e Maeng, 2003; Meshgi e Khalili, 2009b, Deka et al., 2011).

Uma crítica ao procedimento acima reside no fato de os resultados obtidos serem válidos apenas na região (ou local) em estudo e não podem ser extrapolados. Dessa forma, são necessários estudos mais generalizados tais como os apresentados por Wang (1997) e Murshed et al. (2013) que permitam avaliação mais acurada das distribuições generalizadas e dos momentos-LH.

Embora a verdadeira distribuição não seja conhecida na prática, é útil avaliar como as estimativas são afetadas pelos vários métodos quando a distribuição é conhecida. No entanto, é mais útil observar como a estimativa é afetada pelos vários métodos quando se pressupõem que a distribuição verdadeira seja desconhecida. Para isso pode-se utilizar a distribuição de cinco parâmetros Wakeby (Wang, 1997).

Wang (1997) e Murshed et al. (2013) utilizaram a distribuição Wakeby para avaliar as distribuições GEV e Kappa, respectivamente, cuja metodologia para estimativa de parâmetros foi momentos-LH. No entanto, ainda não existem estudos semelhantes que avaliem as distribuições GLO e GPA. Também se verifica a necessidade de estudos que comparem as distribuições GEV, GLO e GPA quando o método de estimativa de parâmetros são os momentos-LH.

3.2 Análise de frequência regional (AFR)

Eventos ambientais extremos, tais como elevados volumes de precipitação e enchentes, têm severas consequências para sociedade. A frequência de um evento de determinada magnitude esperada é de grande importância, por exemplo, no planejamento para emergências relacionadas com clima, gerenciamento de reservatórios, projetos de estruturas como pontes, etc. Uma estimativa de eventos extremos é difícil devido a sua raridade e série de dados curtas (Kyselý et al., 2007). Normalmente quantificados para determinado local como a magnitude das chuvas associadas com o intervalo de recorrência T (chamada de precipitação de T-anos). A análise regional de frequência é amplamente utilizada na estimativa da precipitação potencial para evitar a extrapolação não confiável quando se trata de séries históricas curtas em comparação com o intervalo de recorrência de interesse (Castellarin et al., 2008).

A análise local de frequência de variáveis hidrológicas dispõe de um conjunto de técnicas de inferência estatística e de modelos probabilísticos, as quais têm sido objeto de frequente investigação, visando principalmente à obtenção de estimativas cada vez mais eficientes e confiáveis. Entretanto, a inexistência de amostras suficientemente longas impõe um limite superior ao grau de sofisticação estatística a ser empregado na análise local de frequência. Em linhas gerais, a análise regional de frequência utiliza um grande conjunto de dados espacialmente disseminados de certa variável, como vazões e precipitações observadas em pontos distintos de uma região considerada homogênea, do ponto de vista estatístico ou dos processos físicos em foco, para estimar os quantis associados a diferentes probabilidades de excedência, para certo local dentro dessa região. A análise de frequência regional pode ser usada para aumentar a confiabilidade dos quantis estimados para um ponto já monitorado bem como para estimar os quantis em locais que não possuem uma coleta sistemática de informações. Em geral, essa última aplicação da análise de frequência regional é a mais comum (Naghettini e Pinto, 2007).

Uma estimativa de precipitação deve obter o máximo de informações a partir dos dados; ser robusta no que diz respeito ao modelo de distribuição e *outliers* além de consistente em diferentes locais. Análises de frequência local e regional são comumente utilizadas para as estimativas de precipitação de projeto. A análise de frequência local é comumente utilizada quando há dados históricos suficientes disponíveis nos locais de interesse. Porém, normalmente os registros são insuficientes ou não há dados de precipitação nas estações pluviométricas da região.

Neste caso, a análise de frequência local não fornece resultados confiáveis e faz estimativas imprecisas das chuvas de projeto. Devido a este problema, dependendo da falta ou insuficiência de dados, a análise de frequência regional é preferível à de análise de frequência local. Análise de frequência regional (AFR) é mais confiável e precisa que a análise de frequência local, mesmo com séries curtas de dados e com falhas. Além disso, a transferência do conhecimento dos dados de locais relacionados na bacia hidrográfica é possível na AFR com base em regiões homogêneas que é um requisito básico para estimativas precisas e confiáveis (Saf, 2010).

A AFR envolve o uso de uma coleção de ferramentas multidisciplinares para estimar os valores de precipitação de projeto em locais onde não há estações pluviométricas ou para melhorar estimativas obtidas das observações da estação de interesse. A informação necessária para estimativa indireta da precipitação é normalmente transferida para locais não monitorados a partir de um conjunto de bacias semelhantes de acordo com o processo de regionalização. Regionalização é uma ferramenta geográfica usada para identificar unidades espaciais que possuem atributos comuns e a sua separação de unidades, as quais não possuem tais atributos. As unidades identificadas e que abrangem uma área geograficamente contígua são chama-se de região, enquanto o processo de criação de regiões é chamado de regionalização (Cunderlik e Burn, 2006).

A análise de frequência regional e local de eventos extremos utilizando momentos-L foi sistematizada em Hosking e Wallis (1997) e tem sido amplamente utilizada na hidrologia.

Alguns exemplos do uso da metodologia *index-flood* com momentos-L podem ser encontrados em: Hosking e Wallis (1997), Rao e Srinivas (2006ab, 2008), Srinivas et al. (2007), Parida e Moalafhi (2008), Cannarozzo et al. (2009), Saf (2010), Yang et al. (2010), Sarkar et al. (2010), Abolverdi e Khalili (2010), Ngongondo et al. (2011), Xu et al. (2012). No entanto, existem poucos estudos sobre a aplicabilidade dos momentos-LH usando a metodologia *index-flood*.

Meshgi e Khalili (2009a, b) estenderam a sistematização proposta por Hosking e Wallis (1997) para os momentos-LH. Então, aplicaram a metodologia em vazões máximas da bacia hidrográfica Karkhe, localizada no Oeste do Iran. Os autores dividiram a região de estudo em dois grupos, A e B. O grupo A foi considerado 'homogêneo' em todos os níveis

dos momentos-LH. O grupo B foi considerado 'possivelmente homogêneo' em todos os níveis dos momentos-LH. Selecionaram a distribuição GPA com momentos-LH de ordem 3 para o grupo A e a distribuição GLO com momentos-LH de ordem 4.

Bhuyan et al. (2010) utilizaram os momentos-LH e a análise de frequência regional na análise de vazões máximas do rio Brahmaputra-Índia. Foi identificada a distribuição GEV com momentos-LH de ordem 1 como modelo mais robusto para região estudada. Os autores realizaram um estudo comparativo entre momentos-L e momentos-LH e concluíram que a distribuição GEV com momentos-LH de ordem 1 foi superior aos momentos-L.

3.2.1 Passos da regionalização

Rao e Srinivas (2008) mostram uma sequência de sete passos para regionalização hidrológica utilizando-se análise de cluster, conforme Figura 1.

- 1) Seleção de atributos: o objetivo desta etapa é analisar as várias variáveis para identificar atributos que influenciam a resposta hidrológica da região estudada.
- 2) Preparar vetor de características: os dados disponíveis para cada atributo são redimensionados para anular diferenças em sua variância e magnitude relativa. A adaptação pode envolver a transformação dos valores de atributos por uma função de transformação apropriada (como logarítmica) e dividindo-se os valores transformados pelo desvio-padrão. Cada vetor de características consiste em atributos (adimensionais) de uma bacia hidrográfica.
- 3) Formar grupos: esta etapa envolve selecionar o algoritmo de agrupamento para classificar os vetores de características preparados no passo 2 em grupos disjuntos ou sobrepostos. As bacias hidrográficas representadas pelos vetores características constituem uma região para análise regional de frequência. Em geral, a medida de distância e o critério de agrupamento caracterizam um algoritmo de agrupamento.
- Selecionar o número ótimo de regiões: os grupos formados na etapa 3 são interpretados visualmente e pela utilização dos índices de validade de clusters para determinar o número ótimo de regiões.
 - a. Interpretação visual: clusters obtidos na etapa 3 são interpretados visualmente, os quais são plotados no espaço geográfico da região de estudo para a identificação das regiões estáveis. As regiões estáveis não alteram suas configurações (plural) drasticamente com a alteração do número de grupos formados pelos algoritmos de agrupamento.
 - b. Índices de validação: são utilizados para a identificação de grupos compactos e bem separados.

- Testar a homogeneidade das regiões: as regiões determinadas no passo 4 são testadas quanto à homogeneidade das mesmas de acordo com testes estatísticos de homogeneidade.
- Ajuste das regiões heterogêneas: as regiões que estão mais perto de serem homogêneas são ajustadas para melhorar a suas homogeneidades.
- 7) Estimativa de Quantis: o objetivo desta etapa é realizar testes regionais de aderência para identificar e ajustar uma distribuição de frequência adequada para os dados dos locais em uma região. A distribuição ajustada é então utilizada para estimativas de quantis para projetos hidrológicos.



Figura 1 Passos para a regionalização hidrológica por análise de cluster. Fonte: Rao e Srinivas (2008)

3.2.2 Index-Flood e momentos-L no estudo da precipitação

Hosking e Wallis (1997) demonstraram a aplicabilidade da metodologia *index-flood* com momentos-L de 1219 locais nos Estados Unidos, utilizando dados referentes às precipitações máximas totais anuais. Pinheiro e Naghettini (1998) apresentaram uma metodologia para análise regional de precipitações intensas com o uso dos momentos-L. A metodologia foi aplicada com sucesso na definição de uma curva IDF para região metropolitana de Belo Horizonte.

Dinpashoh et al. (2004) estudaram precipitações totais anuais de 77 estações localizadas no Iran. Usaram técnicas multivariadas de agrupamento para dividir a região e testaram a homogeneidade de cada grupo bem como avaliaram a distribuição de melhor ajuste. Os autores obtiveram como resposta seis regiões homogêneas e uma heterogênea.

Parida e Moalafhi (2008) estudaram precipitações totais anuais em Botswana utilizando 11 locais. O estudo demonstrou que as estações formam um grupo homogêneo, as quais podem ser modeladas pela GEV. Além disso, utilizaram as estimativas regionais para avaliar impactos nos totais anuais de precipitação. Yang et al. (2010) estudaram as precipitações máximas de 40 locais na bacia do rio Pérola-China. Utilizaram análise de agrupamentos para identificar regiões homogêneas e também identificaram as distribuições de melhor ajuste.

Ngongondo et al. (2011) estudaram precipitação máximas de 23 estações pluviométricas localizadas no Sul de Malawi. Utilizaram a análise de agrupamentos para determinar regiões homogêneas bem como o procedimento de Hosking e Wallis (1997) para validar as regiões obtidas. Xu et al. (2012) estudaram precipitações máximas de 20 estações localizadas na bacia do rio Hanjiang-China. Avaliaram duas metodologias de regionalização: co-krigagem e o método de Hosking e Wallis (1997) e constataram que, de forma geral, a metodologia de Hosking e Wallis (1997) apresenta resultados mais acurados que a co-krigagem.

No entanto, para a metodologia proposta por Meshgi e Khalili (2009a, b), extensão do método de Hosking e Wallis (1997) para utilização dos momentos-LH, não são verificados estudos que utilizem a precipitação máxima.

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Etapas da pesquisa

Na Figura 4, são apresentados de forma sucinta os procedimentos e/ou etapas realizadas no desenvolvimento deste estudo.



Figura 2 Fluxograma das etapas de análise de frequência local e regional.

Este trabalho esta dividido em duas etapas: Análise de frequência local (AFL) e Análise de frequência regional (AFR).

Na AFL, foram obtidos os estimadores rápidos do parâmetro de forma das distribuições GLO e GPA. Foram obtidas as equações para realização do teste de aderência de Wang das distribuições GLO e GPA. Além disso, foram realizadas simulações de Monte Carlo para avaliar os estimadores de momentos-LH das distribuições GEV, GLO e GPA bem como os respectivos testes Wang.

Os resultados obtidos, na parte teórica da AFL, foram aplicados ao banco de dados, obtido na Superintendência de Desenvolvimento de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental (SUDERHSA) do Estado do Paraná, via sistemas de informações HIDROWEB da Agência Nacional das Águas (ANA).

Na segunda parte deste trabalho, procedimentos computacionais foram desenvolvidos para utilizar os momentos-LH na AFR. Os algoritmos confeccionados foram então aplicados no banco de dados.

4.2 Banco de dados

Montou-se um banco de dados de estações pluviométricas para que se avaliasse a aplicabilidade dos procedimentos desenvolvidos neste trabalho. Foram utilizadas as precipitações máximas diárias anuais.

Foram utilizadas 227 estações pluviométricas pertencentes à Superintendência de Desenvolvimento de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental (SUDERHSA) do Estado do Paraná. Os dados foram obtidos no site da Agência Nacional das Águas (ANA) via sistema de informações HIDROWEB.

Na Figura 5 observa-se a distribuição espacial das estações selecionadas para esta pesquisa.



Figura 3 Distribuição espacial das estações utilizadas neste estudo.

Foram selecionadas estações com dados referentes ao período de 1976 a 2006. Foi realizado um esforço considerável para verificar a qualidade dos dados, com o objetivo de eliminar falsos valores associados com erros de medida, leitura e transcrição. As falhas foram preenchidas utilizando-se valores das estações vizinhas e regressão linear.

Após a montagem do banco de dados, realizou-se o estudo de análise de frequência local utilizando as distribuições GEV, GLO e GPA (para estimar os parâmetros pelos momentos-LH) e realizar o teste Wang. Em seguida, efetuou-se a análise de frequência regional.

4.3 Análise de Frequência Local

4.3.1 Estimadores amostrais de momentos-LH

Dada uma amostra aleatória ordenada $x_{1:n} \le x_{2:n} \le ... \le x_{n:n}$, a estimativa dos momentos-LH amostrais é feita como segue (Meshgi e Khalili, 2009a):

$$\lambda_1^{\eta} = \frac{1}{{}^n C_{\eta+1}} \sum_{i=1}^{n} {}^{i-1} C_{\eta} x_{(i)}$$
(01)

$$\lambda_{2}^{\eta} = \frac{1}{2} \frac{1}{{}^{n}C_{\eta+2}} \sum_{i=1}^{n} \left({}^{i-1}C_{\eta+1} - {}^{i-1}C_{\eta} {}^{n-1}C_{1} \right) x_{(i)}$$
(02)

$$\lambda_{3}^{\eta} = \frac{1}{3} \frac{1}{{}^{n}C_{\eta+3}} \sum_{i=1}^{n} \left({}^{i-1}C_{\eta+2} - 2^{i-1}C_{\eta+1} {}^{n-i}C_{1} + {}^{i-1}C_{\eta} {}^{n-i}C_{2} \right) x_{(i)}$$
(03)

$$\lambda_{4}^{\eta} = \frac{1}{4} \frac{1}{{}^{n}C_{\eta+4}} \sum_{i=1}^{n} \left({}^{i-1}C_{\eta+3} - 3^{i-1}C_{\eta+2} {}^{n-i}C_{1} + 3^{i-1}C_{\eta+1} {}^{n-i}C_{2} - {}^{i-1}C_{\eta} {}^{n-i}C_{3} \right) x_{(i)}$$
(04)

Em que:

$${}^{m}C_{j} = {\binom{m}{j}} = \frac{m!}{j!(m-j)!} \qquad e^{-m}C_{j} = 0 \quad \forall j > m$$

$$(05)$$

Em que: λ_1^{η} , maior valor esperado na amostra de tamanho $\eta + 1$, corresponde a uma medida de posicionamento da distribuição; λ_2^{η} , metade da diferença entre os maiores e segundo maiores valores esperados na amostra de tamanho $\eta + 2$, caracteriza a expansão da parte superior da distribuição; λ_3^{η} reflete como está a assimetria da parte superior da distribuição, a partir dos três maiores valores esperados na amostra de tamanho $\eta + 3$ e λ_4^{η} provê uma medida da pontiagudez da parte superior da distribuição, a partir dos quatros maiores valores esperados na amostra de tamanho η + 4.

Quando $\eta = 0$, momentos LH se tornam iguais aos momentos-L; quando η aumenta, os momentos-LH refletem mais e mais as características da parte superior da distribuição (Wang, 1997). Momentos-LH são chamados momentos L1, momentos L2,... para $\eta = 1, 2, ...$, respectivamente. Quando se normalizam os momentos-LH, obtêm-se o coeficiente de variação LH (τ_2^{η}), a assimetria-LH (τ_3^{η}) e a curtose-LH (τ_4^{η}), respectivamente, como:

$$\tau_2^{\eta} = \frac{\lambda_2^{\eta}}{\lambda_1^{\eta}} \tag{06}$$

$$\tau_3^{\eta} = \frac{\lambda_3^{\eta}}{\lambda_2^{\eta}} \tag{07}$$

$$\tau_4^{\eta} = \frac{\lambda_4^{\eta}}{\lambda_2^{\eta}} \tag{08}$$

4.3.2 Estimadores populacionais de momentos-LH

4.3.2.1 Distribuição generalizada de valores extremos (GEV)

Dada uma amostra, os três parâmetros k, α e ξ da distribuição GEV podem ser estimados considerando-se a estimativa dos momentos-LH amostrais, a partir das equações 09, 10, 11 e 12, para um valor selecionado de η e $k \neq 0$, como segue (Wang, 1997):

$$\lambda_{1}^{\eta} = \xi + \frac{\alpha}{k} \Big[1 - \Gamma \big(1 + k \big) (\eta + 1)^{-k} \Big]$$
(09)

$$\lambda_2^{\eta} = \frac{(\eta + 2)\alpha\Gamma(1+k)}{2k} \left[-(\eta + 2)^{-k} + (\eta + 1)^{-k} \right]$$
(10)

$$\lambda_{3}^{\eta} = \frac{(\eta+3)\alpha\Gamma(1+k)}{3!k} \Big[-(\eta+4)(\eta+3)^{-k} + 2(\eta+3)(\eta+2)^{-k} - (\eta+2)(\eta+1)^{-k} \Big]$$
(11)

$$\lambda_{4}^{\eta} = \frac{(\eta + 4)\alpha\Gamma(1+k)}{4!k} \begin{bmatrix} -(\eta + 6)(\eta + 5)(\eta + 4)^{-k} + 3(\eta + 5)(\eta + 4)(\eta + 3)^{-k} \\ -3(\eta + 4)(\eta + 3)(\eta + 2)^{-k} + (\eta + 3)(\eta + 2)(\eta + 1)^{-k} \end{bmatrix}$$
(12)

Em que: $\Gamma()$ representa a função gama, descrita como:

$$\Gamma(x) = \int_{0}^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$
(13)

Assim, os parâmetros k, α e ξ da distribuição GEV podem então ser estimados pela substituição dos três primeiros momentos LH nas equações 09, 10 e 11 pelos seus respectivos estimadores amostrais nas equações 01, 02 e 03, para cada valor de η selecionado (Wang, 1997).

Para facilitar o procedimento computacional, Wang (1997) propôs uma equação aproximada para o cálculo de k, tomando como base as equações 09 e 10 e a equação 11, que define τ_3^{η} , a qual corresponde a $k = \alpha_0 + \alpha_1 [\tau_3^{\eta}] + \alpha_2 [\tau_3^{\eta}]^2 + \alpha_3 [\tau_3^{\eta}]^3$, donde os coeficientes α_0 , α_1 , α_2 e α_3 variam em função de η (Tabela 1). Uma vez obtido o valor de k, as equações 10 e 09 fornecem, respectivamente, $\alpha \in \xi$.

Tabela 1 Valores dos coeficientes $lpha_{\scriptscriptstyle 0}$, $lpha_{\scriptscriptstyle 1}$, $lpha_{\scriptscriptstyle 2}$ e $lpha_{\scriptscriptstyle 3}$

η	$lpha_{_0}$	$\alpha_0 \qquad \alpha_1$		$\alpha_{_3}$		
0	0,2849	-1,8213	0,814	-0,2835		
1	0,4823	-2,1494	0,7269	-0,2103		
2	0,5914	-2,2351	0,6442	-0,1616		
3	0,6618	-2,4548	0,5733	-0,1273		
4	0,7113	-2,5383	0,5142	-0,1027		
Fonte: Wang (1997)						

Uma vez estimados os parâmetros da GEV, os quantis podem ser estimados ao se utilizar a Equação 14.

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \left(-\ln(F) \right)^k \right]$$
(14)

4.3.2.2 Distribuição generalizada logística (GLO)

Dada uma amostra, os três parâmetros k, α e ξ da distribuição GLO podem ser estimados considerando-se a estimativa dos momentos-LH amostrais a partir das equações 15, 16, 17 e 18, para um valor selecionado de η e $k \neq 0$, como segue (Meshgi e Khalili, 2009ab):

$$\lambda_1^{\eta} = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \frac{\Gamma(1+k)\Gamma(\eta+1-k)}{n!} \right]$$
(15)

$$\lambda_2^{\eta} = \frac{(\eta+2)\alpha\Gamma(1+k)}{2k} \left[-\frac{\Gamma(\eta+2-k)}{(\eta+1)!} + \frac{\Gamma(\eta+1-k)}{\eta!} \right]$$
(16)

$$\lambda_{3}^{\eta} = \frac{(\eta+3)\alpha\Gamma(1+k)}{3!k} \left[\frac{-(\eta+4)\Gamma(\eta+3-k)}{(\eta+2)!} + \frac{2(\eta+3)\Gamma(\eta+2-k)}{(\eta+1)!} - \frac{(\eta+2)\Gamma(\eta+1-k)}{\eta!} \right]$$
(17)

$$\lambda_{4}^{\eta} = \frac{(\eta+4)\alpha\Gamma(1+k)}{3!k} \begin{bmatrix} \frac{-(\eta+6)(\eta+5)\Gamma(\eta+4-k)}{(\eta+3)!} + \frac{3(\eta+5)(\eta+4)\Gamma(\eta+3-k)}{(\eta+2)!} \\ \frac{-3(\eta+4)(\eta+3)\Gamma(\eta+2-k)}{(\eta+1)!} + \frac{(\eta+3)(\eta+2)\Gamma(\eta+1-k)}{\eta!} \end{bmatrix}$$
(18)

Assim, os parâmetros k, $\alpha \in \xi$ da distribuição GLO podem então ser estimados pela substituição dos três primeiros momentos LH nas equações 15, 16 e 17 pelos respectivos estimadores amostrais nas equações 01, 02 e 03, para cada valor de η selecionado. Como não é possível uma solução explícita, pode-se usar o método iterativo de Newton-Raphson.

Para facilitar o procedimento computacional, propõe-se uma equação aproximada para o cálculo de k, tomando como base as equações 15 e 16 e a equação 17, que define τ_3^{η} , a qual corresponde a $k = \alpha_0 + \alpha_1 [\tau_3^{\eta}]$, donde os coeficientes α_0 e α_1 variam em função de η (Tabela 2). Uma vez obtido o valor de k, as equações 16 e 15 fornecem, respectivamente, α e ξ .

η	$lpha_{_0}$	$lpha_{_1}$
0	0,0000	-1,0000
1	0,2000	-1,3500
2	0,3333	-1,6000
3	0,4286	-1,7857
4	0,5000	-1,9286

Tabela 2 Valores dos coeficientes $\alpha_0 \in \alpha_1$

Uma vez estimados os parâmetros da GLO, os quantis podem ser estimados ao se utilizar a Equação 19.

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \left\{ \frac{1-F}{F} \right\}^k \right]$$
(19)

4.3.2.3 Distribuição generalizada Pareto (GPA)

Dada uma amostra, os três parâmetros k, α e ξ da distribuição GPA podem ser estimados considerando-se a estimativa dos momentos-LH amostrais, a partir das equações 20, 21, 22 e 23, para um valor selecionado de η e $k \neq 0$, como segue (Meshgi e Khalili, 2009ab):

$$\lambda_1^{\eta} = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \frac{\Gamma(1+k)(\eta+1)!}{\Gamma(\eta+2+k)} \right]$$
(20)

$$\lambda_2^{\eta} = \frac{(\eta+2)\alpha\Gamma(1+k)}{2k} \left[-\frac{(\eta+2)!}{\Gamma(\eta+3+k)} + \frac{(\eta+1)!}{\Gamma(\eta+2+k)} \right]$$
(21)

$$\lambda_{3}^{\eta} = \frac{(\eta+3)\alpha\Gamma(1+k)}{3!k} \left[\frac{-(\eta+4)(\eta+3)!}{\Gamma(\eta+4+k)} + \frac{2(\eta+3)(\eta+2)!}{\Gamma(\eta+3+k)} - \frac{(\eta+2)(\eta+1)!}{\Gamma(\eta+2+k)} \right]$$
(22)

$$\lambda_{4}^{\eta} = \frac{(\eta+4)\alpha\Gamma(1+k)}{3!k} \begin{bmatrix} \frac{-(\eta+6)(\eta+5)(\eta+4)!}{\Gamma(\eta+5+k)} + \frac{3(\eta+5)(\eta+4)(\eta+3)!}{\Gamma(\eta+4+k)} \\ \frac{-3(\eta+4)(\eta+3)(\eta+2)!}{\Gamma(\eta+3+k)} + \frac{(\eta+3)(\eta+2)(\eta+1)!}{\Gamma(\eta+2+k)} \end{bmatrix}$$
(23)

Assim, os parâmetros k, α e ξ da distribuição GPA podem ser estimados pela substituição dos três primeiros momentos LH nas equações 20, 21 e 22 pelos respectivos estimadores amostrais nas equações 01, 02 e 03, para cada valor de η selecionado. Como não é possível uma solução explícita, pode-se usar o método iterativo de Newton-Raphson.

Para facilitar o procedimento computacional, propõe-se uma equação aproximada para o cálculo de k, tomando como base as equações 20 e 21 e a equação 22, que define τ_3^{η} , a qual corresponde a $k = \alpha_0 + \alpha_1 [\tau_3^{\eta}] + \alpha_2 [\tau_3^{\eta}]^2 + \alpha_3 [\tau_3^{\eta}]^3$, donde os coeficientes α_0 , α_1 , α_2 e α_3 variam em função de η (Tabela 3). Uma vez obtido o valor de k, as equações 21 e 22 fornecem, respectivamente, $\alpha \in \xi$.

η	$lpha_{_0}$	$lpha_1$	α_{2}	α_{3}
0	0,9922	-3,7882	2,7318	-0,9435
1	0,9968	-3,6581	2,2381	-0,7358
2	0,9984	-3,5520	1,8529	-0,5647
3	0,9991	-3,4718	1,5671	-0,4404
4	0,9994	-3,4106	1,3518	-0,3507

Tabela 3 Valores dos coeficientes α_0 , α_1 , α_2 e α_3

Uma vez estimados os parâmetros da GPA, os quantis podem ser estimados ao se utilizar a Equação 24.

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left(1 - (1 - F)^k \right)$$
(24)

4.3.3 Teste de aderência

As distribuições GEV, GLO e GPA podem ser ajustadas para uma série de dados, igualando-se os seus três primeiros momentos LH aos respectivos momentos LH amostrais, como já indicado. A curtose-LH da população (τ_4^{η}) é uma função da assimetria-LH populacional (τ_3^{η}), em que ambos dependem apenas do parâmetro de forma k. Como o valor estimado da curtose-LH amostral não é usado no ajuste das distribuições, Wang (1998) considerou esse parâmetro para desenvolver a estatística do teste de qualidade de ajuste. Deste modo e dado um particular estimador amostral $\hat{\tau}_3^{\eta}$, precisa-se conhecer $p(\hat{\tau}_4^{\eta}|\hat{\tau}_3^{\eta})$, porém não é tão simples encontrar $p(\hat{\tau}_4^{\eta}|\hat{\tau}_3^{\eta})$ quando a mesma depende de τ_3^{η} da população; contudo, dado $\hat{\tau}_3^{\eta}$, é possível inferir τ_3^{η} populacional usando o teorema de Bayes:

$$p(\tau_3^{\eta}|\hat{\tau}_3^{\eta}) \propto p(\hat{\tau}_3^{\eta}|\tau_3^{\eta}) p(\tau_3^{\eta})$$
(25)

Em que: $p(\tau_3^{\eta})$ é uma distribuição a priori que pode ser informativa ou não informativa. Então, dado $p(\tau_3^{\eta}|\hat{\tau}_3^{\eta})$ encontra-se:

$$p\left(\hat{\tau}_{4}^{\eta}\middle|\hat{\tau}_{3}^{\eta}\right) = \int P\left(\hat{\tau}_{4}^{\eta}\middle|\tau_{3}^{\eta},\hat{\tau}_{3}^{\eta}\right) P\left(\tau_{3}^{\eta}\middle|\hat{\tau}_{3}^{\eta}\right) d\tau_{3}^{\eta}$$
(26)

Sendo $p(\tau_3^{\eta}|\hat{\tau}_3^{\eta})$ na equação 25 e $P(\hat{\tau}_4^{\eta}|\tau_3^{\eta}, \hat{\tau}_3^{\eta})$ na equação 26 podem ser derivadas de $P(\hat{\tau}_4^{\eta}, \hat{\tau}_3^{\eta}|\tau_3^{\eta})$, principalmente utilizando-se simulação Monte Carlo; portanto, teoricamente, é possível se comparar $\hat{\tau}_4^{\eta}$ com $p(\hat{\tau}_4^{\eta}|\hat{\tau}_3^{\eta})$ para inferir se a distribuição subjacente é significativamente diferente da distribuição utilizada. Apesar disso, proceder por tal inferência requer esforço computacional que, em geral, não é prático (Wang, 1998).

Wang (1998) desenvolveu um teste de qualidade de ajuste da GEV com base em $p(\hat{\tau}_4^{\eta}|\tau_3^{\eta} = \hat{\tau}_3^{\eta})$ como uma aproximação de $p(\hat{\tau}_4^{\eta}|\tau_3^{\eta}, \hat{\tau}_3^{\eta})$, além de assumir que as distribuições de $\hat{\tau}_3^{\eta}$ e $\hat{\tau}_4^{\eta}$ da GEV seguem uma distribuição conjunta normal. Para descrição completa da distribuição conjunta normal, é preciso conhecer a média, o desvio padrão e o coeficiente de correlação dos estimadores amostrais $\hat{\tau}_3^{\eta}$ e $\hat{\tau}_4^{\eta}$; suas médias são assumidas para representar os valores populacionais de τ_3^{η} e τ_4^{η} , respectivamente, negligenciando-se algum erro de estimação. Os desvios padrão e o coeficiente de correlação, denotados como $\sigma(\hat{\tau}_3^{\eta})$,

 $\sigma(\hat{\tau}_4^{\eta}) \in \sigma(\hat{\tau}_3^{\eta}, \hat{\tau}_4^{\eta})$ respectivamente, são funções de τ_3^{η} e do tamanho da amostra e podem ser encontrados através de simulação Monte Carlo.

A distribuição condicional amostral de $\hat{\tau}_4^{\eta}$, quando $\tau_3^{\eta} = \hat{\tau}_3^{\eta}$ é normalmente distribuída com média τ_4^{η} e com desvio padrão, dado como segue (Wang, 1998):

$$\sigma(\hat{\tau}_{4}^{\eta}|\tau_{3}^{\eta}=\hat{\tau}_{3}^{\eta}) = \sigma(\hat{\tau}_{4}^{\eta})\left[1 - \rho(\hat{\tau}_{3}^{\eta},\hat{\tau}_{4}^{\eta})\right]^{\frac{1}{2}}$$
(27)

Um teste de hipótese de que uma série de dados vem da distribuição ajustada pode ser conduzido quanto à base da estimativa amostral $\hat{\tau}_4^{\eta}$ de acordo com a comparação da seguinte estatística (Wang, 1998):

$$Z_{W}^{\eta} = \frac{\hat{\tau}_{4}^{\eta} - \tau_{4}^{\eta}}{\sigma(\hat{\tau}_{4}^{\eta} | \tau_{3}^{\eta} = \hat{\tau}_{3}^{\eta})}$$
(28)

Com valores críticos de uma distribuição normal padrão.

O desvio padrão na Eq. 28, $\sigma(\hat{\tau}_4^{\eta}|\tau_3^{\eta}=\hat{\tau}_3^{\eta})$ é função de τ_3^{η} e do tamanho da amostra e pode ser calculado com $\sigma(\hat{\tau}_4^{\eta})$ e $\rho(\hat{\tau}_3^{\eta},\hat{\tau}_4^{\eta})$ utilizando a Eq. 27, usando-se simulação Monte Carlo. Para evitar o enorme esforço computacional envolvido nas várias fases do teste, Wang (1998) propôs a seguinte aproximação:

$$\sigma^{2}\left(\hat{t}_{4}^{\eta}\big|\tau_{3}^{\eta}=\hat{\tau}_{3}^{\eta}\right)=\frac{b}{n}+\frac{c}{n^{2}}$$
(29)

Em que:

$$b = b_0 + b_1 \left[\tau_3^{\eta}\right] + b_2 \left[\tau_3^{\eta}\right]^2 + b_3 \left[\tau_3^{\eta}\right]^3 + b_4 \left[\tau_3^{\eta}\right]^4$$
(30)

$$c = c_0 + c_1 \left[\tau_3^{\eta}\right] + c_2 \left[\tau_3^{\eta}\right]^2 + c_3 \left[\tau_3^{\eta}\right]^3 + c_4 \left[\tau_3^{\eta}\right]^4$$
(31)

Os coeficientes das equações 30 e 31 variam com os valores de η e foram obtidos utilizando o procedimento proposto por Wang (1998).

Para um dado valor de $k \in \eta$, $\sigma(\hat{\tau}^{\eta}_{4}) \in \rho(\hat{\tau}^{\eta}_{3}, \hat{\tau}^{\eta}_{4})$ são obtidos por simulações de Monte Carlo para tamanhos amostrais 20 e 50 com 100000 repetições para cada tamanho amostral. Então, a equação (27) fornece o valor de $\sigma(\hat{\tau}^{\eta}_{4}|\tau^{\eta}_{3} = \hat{\tau}^{\eta}_{3})$ que, por sua vez, é usado para determinar os valores de $b \in c$ Eq. (29). Isso foi repetido para o intervalo de k entre [-0,8;+0,6] com incremento de 0,05. Por fim, os valores b e c, para todos os diferentes valores de k, são obtidos via regressão contra os valores populacionais τ_3^{η} , obtendo-se as equações (30) e (31). Isso se repetiu para n=0, 1, 2 3 e 4, para as distribuições GLO e GPA.

Nas Tabelas 4 e 5 estão apresentados os valores dos coeficientes b e c em função da ordem dos momentos-LH.

	Tabela 4 Valores dos coencientes de cipara GFA											
η	b_0	b1	b ₂	b ₃	b ₄	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄		
0	0,0596	-0,1330	0,8570	-1,5526	0,8340	0,6540	3,7169	-17,3146	26,1464	-12,7960		
1	0,0489	-0,0844	0,4159	-0,7959	0,4560	1,2139	0,4069	-8,2807	15,1279	-8,0768		
2	0,0449	-0,1133	0,4739	-0,9176	0,5672	1,7330	-0,7110	-8,9640	21,0116	-13,4353		
3	0,0309	-0,0229	0,0529	-0,1523	0,0963	2,6783	-5,2449	4,7946	0,1018	-1,5055		
4	0,0175	-0,0003	0,0264	-0,1646	0,1339	3,8195	-8,3247	8,5331	-0,5790	-2,8671		

Tabela 4 Valores dos coeficientes b e c para GPA

Tabela 5	Valores (dos	coeficientes	b	е	С	para	GLO
----------	-----------	-----	--------------	---	---	---	------	-----

η	b_0	b1	b ₂	b ₃	b ₄	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
0	0,1149	0,0033	-0,1778	-0,0130	0,1508	0,9598	0,0442	-1,5331	-0,1920	1,9407
1	0,0808	-0,0694	0,0529	-0,1394	0,0969	1,4617	-1,6486	-1,4362	6,0045	-3,8725
2	0,0664	-0,0936	0,0882	-0,0817	0,0212	1,9782	-2,9023	0,9959	2,8607	-2,3787
3	0,0531	-0,0975	0,1691	-0,2610	0,1464	2,7435	-4,7231	2,3297	4,8746	-5,1034
4	0,0399	-0,0764	0,0562	0,0306	-0,0803	3,7478	-7,6059	10,4168	-9,9514	5,1373

Ressalta-se que Wang (1998) já apresentou coeficientes para distribuição GEV (Tabela 6), no entanto, não existem coeficientes para as distribuições GPA e GLO. Nas Tabelas 4, 5 e 6 estão os valores dos coeficientes das equações 73 e 74; as regressões apresentaram $R^2 > 0.98$, exceto a equação para o coeficiente c da distribuição GLO para $\eta=0$, a qual apresentou $R^2 = 0.93$.

	Tabela o valores dos coencientes de cipara GE v										
η	b_0	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	
0	0,0745	0,0555	0,0067	-0,3090	0,2240	1,0100	-0,0282	-2,9336	4,0801	-1,0874	
1	0,0579	-0,0328	0,1524	-0,4102	0,2672	1,3403	-0,8291	-3,8777	9,5371	-5,7866	
2	0,0488	-0,0527	0,1620	-0,3856	0,2566	1,8800	-2,2233	-2,5825	10,4350	-7,3887	
3	0,0380	-0,0309	0,0354	-0,1233	0,0878	2,6784	-4,8418	3,5255	2,3736	-3,2076	
4	0,0241	0,0024	-0,0813	0,0733	-0,0210	3,7793	-8,3485	11,5170	-7,9095	1,9459	
	Fonte: Wang (1998)										

Tabela 6 Valores dos coeficientes b e c para GEV

4.3.4 Rotinas computacionais

Os procedimentos de ajuste das distribuições GEV, GLO e GPA pelos momentos-LH e do teste de qualidade de ajuste para as mesmas foram sistematizados por meio de rotinas em R (2010), tendo como base a rotina computacional desenvolvida por Queiroz e Chaudhry (2006), as quais procedem ao ajuste para qualquer tamanho amostral.
Além disso, foi desenvolvida uma heurística denominada de "procedimento otimizado". Dada uma amostra aleatória simples, ou seja, dados de máximas anuais de determinada região, onde se desejam avaliar quantis extremos, podem-se realizar os seguintes passos:

- 1) Estimar os momentos-LH amostrais, $\hat{\lambda}_1^{\eta}$, $\hat{\lambda}_2^{\eta}$, $\hat{\tau}_3^{\eta}$ e $\hat{\tau}_4^{\eta}$ para η =0, 1, 2, 3 e 4;
- 2) Estimar o parâmetro de forma da GEV utilizando os estimadores rápidos;
- 3) Estimar os parâmetros α e u, respectivamente;
- 4) Estimar τ_3^{η} e τ_4^{η} da GEV;
- 5) Calcular o teste de Wang (Z_w^{η}) da distribuição GEV, para $\eta=0, 1, 2, 3 \in 4$;
- 6) Guardar o conjunto de parâmetros para os quais se obtém o menor valor do teste Wang, ou seja, $D_{GEV} = \min(Z_W^{\eta})$;
- 7) Repetir os passos 2-6 para as distribuições GLO e GPA;
- 8) Utilizar a distribuição que obtiver o menor valor do teste Wang, ou seja, $\min(D_{GEV}, D_{GPA}, D_{GLO}).$
- 9) Se $\min(D_{GEV}, D_{GPA}, D_{GLO}) > 1,96$, não houve ajuste das distribuições generalizadas à série de dados estudada e o procedimento é finalizado, caso contrário, segue-se para o passo 10;
- 10) Utilizar o conjunto de parâmetros indicado por $\min(D_{GEV}, D_{GPA}, D_{GLO})$ para estimar os quantis desejados.

O procedimento otimizado pode ser facilmente codificado em um algoritmo computacional e pode ser implementado em diversos softwares. Além disso, esse procedimento garante que pelo menos 90% das séries sejam ajustadas e Bias seja baixo.

4.3.5 Simulações de Monte Carlo

Foram utilizadas as distribuições Wakeby, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 7, encontradas em Landwehr et al. (1979) que representam amplas situações de assimetria e curtose. Além disso, como a distribuição Wakeby pode mimetizar distribuições de probabilidades de dois e três parâmetros, a verdadeira distribuição de probabilidade torna-se desconhecida, no entanto, os quantis são conhecidos e permitem avaliar o desempenho dos momentos-LH.

		Pará	àmetro	S	(Características estatísticas						
m	а	b	С	d	М	DP	CV	AS	K			
0	1	16	4	0,20	1,94	1,34	0,69	4,14	63,74			
0	1	7,5	5	0,12	1,56	0,90	0,58	2,00	15,08			
0	1	1	5	0,12	1,18	1,03	0,87	1,91	10,73			
0	1	16	10	0,04	1,36	0,51	0,38	1,10	7,69			
0	1	1	10	0,04	0,92	0,70	0,76	1,11	4,73			
0	1	2,5	10	0,02	0,92	0,46	0,50	0,00	2,65			
	m 0 0 0 0 0 0	m a 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1	Pará m a b 0 1 16 0 1 7,5 0 1 1 0 1 16 0 1 16 0 1 12,5	Parâmetro m a b c 0 1 16 4 0 1 7,5 5 0 1 1 5 0 1 16 10 0 1 16 10 0 1 1 10 0 1 2,5 10	Parâmetros m a b c d 0 1 16 4 0,20 0 1 7,5 5 0,12 0 1 1 5 0,12 0 1 16 10 0,04 0 1 1 10 0,04 0 1 2,5 10 0,02	Parâmetros m a b c d M 0 1 16 4 0,20 1,94 0 1 7,5 5 0,12 1,56 0 1 1 5 0,12 1,18 0 1 16 10 0,04 1,36 0 1 1 10 0,04 0,92 0 1 2,5 10 0,02 0,92	Parâmetros Caracterís m a b c d M DP 0 1 16 4 0,20 1,94 1,34 0 1 7,5 5 0,12 1,56 0,90 0 1 1 5 0,12 1,18 1,03 0 1 16 10 0,04 1,36 0,51 0 1 1 10 0,04 0,92 0,70 0 1 2,5 10 0,02 0,92 0,46	Parâmetros Características es m a b c d M DP CV 0 1 16 4 0,20 1,94 1,34 0,69 0 1 7,5 5 0,12 1,56 0,90 0,58 0 1 1 5 0,12 1,18 1,03 0,87 0 1 16 10 0,04 1,36 0,51 0,38 0 1 1 0,02 0,92 0,70 0,76 0 1 2,5 10 0,02 0,92 0,46 0,50	Parâmetros Características estatística m a b c d M DP CV AS 0 1 16 4 0,20 1,94 1,34 0,69 4,14 0 1 7,5 5 0,12 1,56 0,90 0,58 2,00 0 1 1 5 0,12 1,18 1,03 0,87 1,91 0 1 16 10 0,04 1,36 0,51 0,38 1,10 0 1 1 10 0,04 0,92 0,70 0,76 1,11 0 1 2,5 10 0,02 0,92 0,46 0,50 0,00			

Tabela 7 Distribuições Wakeby

M=média, DP=desvio padrão, CV=coeficiente de variação, AS=assimetria, K=curtose

A função de quantis da distribuição Wakeby é dada por:

$$Q(F) = m + a \left[1 - (1 - F)^{b} \right] - c \left[1 - (1 - F)^{-d} \right]$$
(32)

As distribuições GEV, GLO e GPA foram avaliadas para $\xi = 0$, $\alpha = 1$ e k no intervalo [-0,5,+0,5], com passo 0,1. Também foram utilizadas as distribuições Wakeby para avaliar o desempenho dos momentos-LH quando a verdadeira distribuição é desconhecida.

Foram estudados os tamanhos amostrais de 30, 50 e 80, utilizando-se 10000 simulações em cada caso. Avaliaram-se os quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 para η =0, 1, 2, 3 e 4. Para avaliar as distribuições de probabilidade e os estimadores momentos-LH, foram utilizados o Bias e o erro relativo:

$$Bias(F) = M^{-1} \sum_{m=1}^{M} \frac{\hat{Q}_i(F) - Q(F)}{Q_i(F)}$$
(33)

$$RMSE(F) = \left[M^{-1} \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{\hat{Q}_i(F) - Q(F)}{Q(F)} \right)^2 \right]^{0.5}$$
(34)

Em que: *M* número de simulações, Bias(F) viés relativo para um dado quantil, RMSE(F) erro relativo para um dado quantil, $\hat{Q}_i(F)$ quantil estimado na m-ésima repetição, Q(F) quantil verdadeiro.

Devido às aproximações envolvidas na formulação do teste de Wang (1998) das distribuições GEV, GLO e GPA, foram realizadas simulações de Monte Carlo para avaliar o desempenho do teste. As simulações foram conduzidas sob dois aspectos: (i) distribuição verdadeira conhecida com u = 0, $\alpha = 1$ e k variando entre -0,5 e 0,5 com incremento de 0,1 e (ii) distribuição verdadeira desconhecida utilizando uma das distribuições Wakeby da Tabela 7. Foram utilizados os mesmos tamanhos amostrais propostos por Wang (1998). Para distribuição verdadeira conhecida, foram utilizados os tamanhos amostrais 30 e 60.

Para distribuição verdadeira desconhecida, foram utilizados os tamanhos amostrais 20 e 50. O nível de significância adotado em todas as situações foi de 5%.

Na prática, a ferramenta utilizada para analisar se os dados observados podem ser modelados pela distribuição de probabilidade desejada é o teste de aderência. Portanto, é necessário avaliar os erros cometidos na estimativa de quantis extremos quando o teste de Wang (1998) é utilizado como balizamento para aplicação das distribuições GEV, GLO e GPA. Queiroz e Chaudhry (2006) utilizaram o menor valor do teste de Wang para indicar a distribuição GEV de melhor ajuste aos dados observados. Esse procedimento foi estendido para os testes Wang das distribuições GLO e GPA. Foram realizadas 10000 simulações de Monte Carlo usando as distribuições Wakeby para avaliar os erros cometidos e a porcentagem de distribuições ajustadas quando se utiliza o teste Wang como balizamento do ajuste das distribuições generalizadas. Nestas simulações, foram avaliados os erros apenas das distribuições aprovadas pelo teste Wang.

4.4 Análise de frequência regional (AFR)

Seja o caso de se regionalizar as frequências de uma variável genérica X, cuja variabilidade espaço-temporal foi amostrada em N locais, estações ou postos de observação, de certa área geográfica. As observações indexadas por i, tomadas nos postos indexados por j, formam amostras de tamanho variável n_j e são denotadas por $X_{i,j}$, $i=1,\dots,n_j$, $j=1,\dots,N$. Se F representa a distribuição de frequências da variável X no posto j, então, a função de quantis nesse local é simbolizada por $X_j(F)$. A hipótese básica do método *index-flood* é a de que os postos formam uma região homogênea, ou seja, as distribuições de frequências nos N pontos são idênticas, a menos de um fator de escala local denominado *index-flood* ou fator de adimensionalização. Formalmente (Hosking e Wallis, 1997):

$$X_{i}(F) = \mu_{i} x(F) \tag{35}$$

Em que: μ_j é o index-flood ou fator de adimensionalização do local j, e x(F) representa a curva regional de quantis adimensionais, algumas vezes denominada curva regional de crescimento, comum a todos os postos.

O fator de escala μ_j pode ser estimado por qualquer medida de posição ou tendência central da amostra de observações $\{X_{1,j}, X_{2,j}, ..., X_{nj,j}\}$.

Os dados adimensionais padronizados formam a base para se estimar a curva regional de quantis adimensionais x(F), $x_{i,j} = X_{i,j}/\hat{\mu}_j$ $i=1,\dots,n_j$ $j=1,\dots,N$. A forma genérica de x(F) é conhecida, a menos dos p parâmetros θ_1,\dots,θ_p que são próprios da distribuição F e, em geral, são funções das características populacionais de posição central, dispersão e assimetria. Hosking e Wallis (1997) propõem que os parâmetros da curva regional de quantis adimensionais, denotada por $x(F;\theta_1,\dots,\theta_p)$, sejam obtidos pela ponderação dos parâmetros locais $\hat{\theta}_k^j$ $k=1,\dots,p$, estimados para cada posto j, pelos respectivos tamanhos das amostras. Portanto, a estimativa do parâmetro regional $\hat{\theta}_k^R$ é dada pela média ponderada dos parâmetros da distribuição adotada para a região homogênea, os quais são calculados considerando as séries de valores adimensionais de cada estação da região. As médias são ponderadas pelo tamanho das séries, n_j , que formam a região homogênea, ou seja:

$$\hat{\theta}_k^R = \frac{\sum_{j=1}^N n_j \hat{\theta}_k^j}{\sum_{j=1}^N n_j}$$
(36)

O cálculo dos parâmetros regionais da distribuição adotada para a região homogênea permite a estimativa da curva regional de quantis adimensionais $\hat{x}(F) = x(F; \hat{\theta}_1^R, ..., \hat{\theta}_p^R).$

4.4.1 Medida de discordância

M

Os quocientes de momentos-L de um local *i* são considerados como um ponto em um espaço tridimensional.

$$u_{i} = \left(t_{2}^{i}, t_{3}^{i}, t_{4}^{i}\right)^{T}$$
(37)

Em que: t_2 , t_3 e t_4 denotam CV, assimetria e curtose, respectivamente, e o símbolo *T* indica matriz transposta.

Com os momentos locais, os momentos regionais são então calculados pela média aritmética.

$$\overline{u} = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_i}{N} = \left(t_2^R, t_3^R, t_4^R\right)^T$$
(38)

A matriz de covariância amostral *S* é definida por

$$S = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left(u_i - \overline{u} \right) \left(u_i - \overline{u} \right)^T$$
(39)

Por fim, segundo Hosking e Wallis (1997), calcula-se a medida de discordância por

$$D_{i} = \frac{N}{3(N-1)} \left(u_{i} - \overline{u} \right)^{T} S^{-1} \left(u_{i} - \overline{u} \right)$$
(40)

Hosking e Wallis (1997) observam que a medida de discordância é altamente influenciada por N e propõem valores críticos de D_i em função de N, conforme Tabela 8.

N° de postos		N° de postos	
na região	D _{crítico}	na região	D _{crítico}
5	1,333	11	2,632
6	1,648	12	2,757
7	1,917	13	2,869
8	2,140	14	2,971
9	2,329	≥15	3,000
10	2,491		
Fonte: Hosking e	Wallie (100	(7(

Tabela 8 Valores críticos da medida de discordância

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

Medida de heterogeneidade 4.4.2

A medida de heterogeneidade é baseada nos momentos-L e na teoria que todas as estações de uma região têm a mesma população de momentos-L bem como avalia se a região estudada é homogênea ou não.

Hosking e Wallis (1997) recomendam que a medida de heterogeneidade, denotada por H, baseie-se preferencialmente no cálculo da dispersão de t_2 , ou seja, o CV para as regiões proposta e simulada. Efetua-se o cálculo do desvio padrão ponderado V dos CV's das amostras observadas.

$$V = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} n_i (t_2^i - t^R)^2}{\sum_{i=1}^{N} n_i}\right]^{0.5}$$
(41)

Em seguida, para a simulação da região homogênea, é utilizada a distribuição Kappa. Os parâmetros da população Kappa são estimados de modo a reproduzir os quocientes de momentos regionais. Com os parâmetros populacionais, são simuladas N_{SIM}

regiões homogêneas, sem correlação cruzada e/ou serial, contendo $N_{AMOSTRAS}$ individuais, cada qual com n_i valores da variável normalizada. Em seguida, as estatísticas V_i $(i = 1, 2, \dots, N_{SIM})$ são calculadas para todas as simulações de regiões homogêneas, por meio da equação 41.

Após as simulações, são calculados a média aritmética e o desvio padrão para mensurar a dispersão esperada para uma região homogênea.

$$\mu_{v} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{SIM}} V_{i}}{N_{SIM}}$$
(42)

$$\sigma_{v} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{SIM}} (V_{i} - \mu_{v})}{N_{SIM} - 1}}$$
(43)

A medida de heterogeneidade *H* estabelece uma comparação entre a dispersão observada e a dispersão simulada.

$$H_1 = \frac{V - \mu_v}{\sigma_v} \tag{44}$$

Existem mais duas medidas de heterogeneidade. A primeira, V_2 , mede a dispersão dos momentos amostrais, baseada no CV e na assimetria. A segunda medida, V_3 , mede a dispersão dos momentos amostrais, baseada em assimetria e curtose.

$$V_{2} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N} n_{i} \left[\left(t_{2}^{i} - t_{3}^{R} \right) + \left(t_{3}^{i} - t_{3}^{R} \right) \right]^{0.5}}{\sum_{i=1}^{N} n_{i}} \right\}^{0.5}$$

$$V_{3} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N} n_{i} \left[\left(t_{3}^{i} - t_{3}^{R} \right) + \left(t_{4}^{i} - t_{4}^{R} \right) \right]^{0.5}}{\sum_{i=1}^{N} n_{i}} \right\}^{0.5}$$

$$(45)$$

As medidas de heterogeneidade H_2 e H_3 são calculadas pela equação 44. De acordo com as diretrizes, propostas por Hosking e Wallis (1997), se H < 1, considera-se a região como "aceitavelmente homogênea"; se 1 < H < 2, a região é "possivelmente heterogênea" e, finalmente; se H > 2, a região deve ser classificada como "definitivamente heterogênea".

4.4.2.1 Estimativa de parâmetros da distribuição kappa

Wang (1997) equacionou os quatro primeiros momentos-LH populacionais da seguinte forma:

$$\lambda_1^{\eta} = B_{\eta} \tag{47}$$

$$\lambda_2^{\eta} = \frac{1}{2} (\eta + 2) \{ B_{\eta+1} - B_{\eta} \}$$
(48)

$$\lambda_{3}^{\eta} = \frac{1}{3!} (\eta + 3) \{ (\eta + 4) B_{\eta+2} - 2(\eta + 3) B_{\eta+1} + (\eta + 2) B_{\eta} \}$$
(49)

$$\lambda_{4}^{\eta} = \frac{1}{4!} \left(\eta + 4 \right) \left\{ \begin{pmatrix} \eta + 4 \end{pmatrix} (\eta + 5) (\eta + 6) B_{\eta+3} - 3(\eta + 5) (\eta + 4) B_{\eta+2} \\ -3(\eta + 4) (\eta + 3) B_{\eta+1} - (\eta + 3) (\eta + 2) B_{\eta} \end{cases} \right\}$$
(50)

Em que:

$$B_{r} = \frac{\int_{0}^{1} x(F)F^{r}dF}{\int_{0}^{1} F^{r}dF} = (r+1)\int_{0}^{1} x(F)F^{r}dF = (r+1)\beta_{r}$$
(51)

Meshgi e Khalili (2009a) apresentam a função β_r da distribuição kappa como:

$$\beta_{r} = \begin{cases} \frac{1}{r+1} \left\{ \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \frac{(1+r)\Gamma(1+k)\Gamma\left(\frac{r+1}{h}\right)}{h^{1+k}\Gamma\left(1+k+\frac{r+1}{h}\right)} \right] \right\} & se \quad h > 0, k > -1 \\ \frac{1}{r+1} \left\{ \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \frac{(1+r)\Gamma(1+k)\Gamma\left(-k-\frac{r+1}{h}\right)}{(-h)^{1+k}\Gamma\left(1-\frac{r+1}{h}\right)} \right] \right\} & se \quad h < 0, -1 < k < -\frac{1}{h} \end{cases}$$

$$(52)$$

Quando os momentos-LH amostrais são igualados aos momentos-LH populacionais, podem-se estimar os parâmetros da distribuição kappa. Como uma solução explicita não é possível, pode-se usar o método iterativo de Newton-Raphson.

4.4.3 Teste de aderência

Os coeficientes apresentados nas Tabelas 9, 10 e 11 são usados para uma avaliação inicial da adequabilidade das distribuições de probabilidades e podem-se construir diagramas $(\tau_3^{\eta}, \tau_4^{\eta})$. Este tipo de gráfico permite avaliar sobre qual distribuição de probabilidades os dados se agrupam.

	$\tau_4^{\eta} = a_0 + a_1 \tau_3^{\eta} + a_2 \left[\tau_3^{\eta}\right]^2 + a_3 \left[\tau_3^{\eta}\right]^3 + a_4 \left[\tau_3^{\eta}\right]^4$											
η	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4							
0	0,1072	0,1131	0,8426	-0,0799	0,0178							
1	0,0666	0,1208	0,8711	-0,0484	0,0084							
2	0,0483	0,1357	0,8710	-0,0317	0,0045							
3	0,0378	0,1491	0,8644	-0,0222	0,0026							
4	0,0310	0,1602	0,8564	-0,0163	0,0017							

Tabela 9 Coeficientes para diferentes valores de η da distribuição GEV

Tabela 10 Coeficientes para diferentes valores de η da distribuição GPA

7	$\tau_4^{\eta} = a_1 \tau_3^{\eta} + a_2 \left[\tau_3^{\eta}\right]^2 + a_3 \left[\tau_3^{\eta}\right]^3 + a_4 \left[\tau_3^{\eta}\right]^4$									
η	a_1	a_2	a_3	a_4						
0	0,2020	0,9592	-0,2001	0,0406						
1	0,2083	0,9115	-0,1134	0,0124						
2	0,2143	0,8816	-0,0754	0,0059						
3	0,2187	0,8813	-0,0538	0,0031						
4	0,2212	0,8374	-0,0665	-0,0112						

Tabela 11 Coeficientes para diferentes valores de η da distribuição GLO

	$\tau_4^{\eta} = a_0 + a_1 \tau_3^{\eta} + a_2 \left[\tau_3^{\eta}\right]^2$											
η	a_0	a_1	a_2									
0	0,1667	-5E-08	0,8333									
1	0,1167	0,0187	0,8859									
2	0,0889	0,0467	0,896									
3	0,0714	0,0714	0,8929									
4	0,0595	0,0918	0,8856									

Em uma região homogênea, os quocientes de momentos individuais flutuam em torno de suas médias regionais. Na maioria dos casos, as distribuições de probabilidade, candidatas a modelar o comportamento da variável em estudo, possuem parâmetros de posição e escala que reproduzem a média e o CV regionais. Portanto, a aderência de certa distribuição aos dados regionais deve se basear necessariamente em momentos de ordem superior; Hosking e Wallis (1997) consideram suficientes a assimetria e a curtose. Logo, pode-se julgar a aderência pelo grau com que certa distribuição aproxima as médias regionais de assimetria e curtose (Naghettini e Pinto, 2007).

Considere que uma região contenha N postos de observação, cada um deles indexado por j, com amostra de tamanho n_j e quocientes de momentos amostrais representados por t_2^j , t_3^j e t_4^j . Considere também que t_2^R , t_3^R e t_4^R denotam respectivamente as médias regionais dos quocientes CV, assimetria e curtose, ponderados, de forma análoga à especificada pela equação (79), pelos tamanhos das amostras individuais.

Considere também um conjunto de distribuições candidatas de três parâmetros. Hosking e Wallis (1997) propõem o seguinte conjunto de distribuições candidatas: Generalizada Logística - GLO, Generalizada de Valores Extremos - GEV, Generalizada de Pareto - GPA. Em seguida, cada distribuição candidata deve ter seus parâmetros ajustados ao grupo de quocientes de momentos regionais. Denota-se τ_4^{DIST} por curtose da distribuição ajustada, onde *DIST* poderá ser qualquer uma das distribuições (e.g. GLO, GEV, GPA).

Na sequência, deve-se ajustar a distribuição Kappa ao grupo de quocientes de momentos regionais e proceder à simulação de um grande número, N_{SIM} de regiões homogêneas, cada qual tendo a Kappa como distribuição de frequência. Essa simulação deverá ser efetuada exatamente da mesma forma como a apresentada para o cálculo da medida de heterogeneidade. Em seguida, calculam-se as médias regionais t_3^m e t_4^m da assimetria e curtose da $m^{ésima}$ região simulada. O viés e o desvio padrão de t_4^R são dados por:

$$B_{4} = \frac{\sum_{m=1}^{N_{SIM}} \left(t_{4}^{m} - t_{4}^{R} \right)}{N_{SIM}}$$
(53)

$$\sigma_4 = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{N_{SIM}} (t_4^m - t_4^R)^2 - N_{SIM} B_4^2}{N_{SIM} - 1}}$$
(54)

A medida de aderência Z de cada distribuição candidata pode ser calculada pela equação:

$$Z^{DIST} = \frac{\tau_4^{DIST} - t_4^R + B_4}{\sigma_4}$$
(55)

A hipótese de um ajuste adequado é mais verdadeira quanto mais próxima de zero for a medida de aderência. Nesse contexto, Hosking e Wallis (1997) sugerem como critério razoável o limite $|Z^{DIST}| \leq 1,64$.

Se, ao se aplicar o teste da medida de aderência a uma região homogênea, resultar que várias distribuições são consideradas candidatas, Hosking e Wallis (1997) recomendam o exame das curvas de quantis adimensionais. Se essas fornecerem resultados aproximadamente iguais, qualquer uma das distribuições candidatas pode ser selecionada. Entretanto, se os resultados diferem significativamente, a escolha deve tender para o modelo probabilístico que apresentar maior robustez. Nesses casos, ao invés de um modelo probabilístico de três parâmetros, recomenda-se a seleção da distribuição Kapa de quatro parâmetros, as quais são mais robustas à incorreta especificação da curva regional de frequência. A mesma recomendação se aplica aos casos em que nenhuma das distribuições de três parâmetros atendeu ao critério $|Z^{DIST}| \leq 1,64$ ou aos casos de regiões "possivelmente heterogêneas" ou "definitivamente heterogêneas".

4.4.4 Passos da análise de frequência regional

Hosking e Wallis (1997) definem basicamente em quatro passos a análise de frequência regional: (i) Análise da consistência dos dados, (ii) Identificação de regiões homogêneas, (iii) Estimativa da curva de crescimento regional e (iv) Estimativa de quantis.

Para formação de grupos (ou seja, identificação de regiões homogêneas), foi utilizada a técnica de agrupamento hierárquico de Ward. Foram utilizadas as seguintes variáveis classificatórias (de cada estação): longitude, latitude, altitude e precipitação anual média. Além disso, para calcular o nível de similaridade entre os grupos foi utilizada a distância euclidiana.

As variáveis classificatórias foram fixadas no intervalo [0,1] utilizando a seguinte transformação:

$$y_{i,j} = \frac{\max(x_{i,j}) - x_{i,j}}{\max(x_{i,j}) - \min(x_{i,j})} \qquad i=1, 2, 3, 4 e j=1, 2, ..., 227$$
(56)

Em que: $y_{i,j}$ variável transformada, $x_{i,j}$ variável não transformada.

As medidas de discordância e heterogeneidade foram calculadas para cada grupo formado bem como o valor do teste de aderência nas diferentes ordens dos momentos-LH. Com base nessas medidas, foi selecionada a curva de crescimento regional.

Para estimar os quantis relacionados aos períodos de retorno desejados, basta multiplicar o *index-flood* pela curva de crescimento regional:

$$\hat{X}_{j}(F) = \hat{\lambda}_{1}^{\eta} \times \hat{x}(F) \tag{57}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Análise de frequência local (AFL)

Inicialmente, são apresentados os resultados obtidos pelas simulações de Monte Carlo, para cada distribuição de probabilidade (GEV, GLO e GPA) com o objetivo de avaliar a robustez da metodologia dos momentos-LH. Em seguida, apresenta-se um estudo de caso utilizando as precipitações máximas no estado do Paraná.

Nos estudos de simulações, os tamanhos amostrais 30, 50 e 80 apresentaram comportamentos semelhantes, tanto no erro como no Bias. Portanto, serão apresentados apenas os resultados do tamanho amostral 50 para uma análise individual das distribuições generalizadas.

5.1.1 Distribuição generalizada de valores extremos (GEV)

A Figura 4 apresenta o Bias relativo obtido via simulações de Monte Carlo, quando a distribuição verdadeira é conhecida, para diferentes valores do parâmetro de forma.



Figura 4 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GEV.

Observa-se na Figura 4 que para $k \ge 0$, o Bias relativo é baixo, até mesmo no quantil 0,995. Para valores de k < 0, nota-se que Bias torna-se negativo, demonstrando uma tendência de subestimativa que se acentua com o aumento de |k|.



Figura 5 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição quando a verdadeira distribuição é conhecida.

Nota-se, na Figura 5, que os momentos-LH comportam-se de maneira semelhante em todos os quantis estudados. Os maiores erros são observados para valores negativos de k, principalmente no quantil 0,995. Isso pode ser explicado pelo caudal pesado da GEV quando $k \le 0$ e pela convergência assintótica dos quantis superiores quando k > 0.

Pode-se observar pela Figura 6 que, nos quantis 0,9 e 0,95, o Bias de todas as distribuições Wakeby, em todas as ordens dos momentos-LH é menor que 5% (em módulo). Além disso, as ordens apresentam valores similares de Bias. Já nos quantis 0,99 e 0,995, observa-se que, nas distribuições WA2, WA3 e WA5, ocorre redução no Bias, com o aumento da ordem dos momentos-LH. Nas distribuições WA1 e WA4, os valores Bias são muito próximos entre as ordens. Na distribuição WA6, nos quantis 0,9 e 0,95, os erros são menores que 5%, e no quantil 0,99, as subestimativas são menores que 5%; no quantil 0,995, quando se amenta a ordem diminui-se o Bias, exceto para L1.

Na Figura 7, para o mesmo quantil, o ganho ou perda na precisão de estimativa dos quantis estudados é pequena entre as ordens dos momentos-LH. Nota-se que o menor erro



observado ocorre na distribuição WA6 e o maior erro na WA1. As distribuições WA2/WA3 e WA4/WA5 apresentam comportamento semelhante.

Figura 6 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GEV quando a distribuição verdadeira é desconhecida.



Figura 7 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GEV quando a distribuição verdadeira é desconhecida.

5.1.2 Distribuição generalizada Pareto (GPA)

Na Figura 8, observa-se que em todos os quantis, quando $k \ge 0$, os momentos-LH apresentam Bias baixo e comportam-se de maneira semelhante. Quando k < 0, nota-se uma tendência de subestimativa dos quantis, que é proporcional ao quantil estudado, ou seja, quanto maior o quantil maior a subestimativa. No quantil 0,9, nota-se uma leve superioridade de L4. Já no quantil 0,95, observa-se uma justaposição dos momentos-LH. No entanto, nos quantis 0,99 e 0,995, observa-se uma leve superioridade de L0.



Figura 8 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando a distribuição verdadeira é conhecida.

Nota-se que as diferentes ordens dos momentos-LH apresentam RMSE semelhante, pois as curvas na Figura 9 apresentam-se justapostas. Isso indica que as diferença nos erros cometidos na estimativa de quantis, entre as ordens dos momentos-LH, é pequena.

Contudo, foi avaliada a estimativa de quantis quando a distribuição verdadeira é conhecida. Na Figura 10, o Bias é apresentado quando a distribuição verdadeira é desconhecida.



Figura 9 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando a distribuição verdadeira é conhecida.



Figura 10 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando a distribuição verdadeira é desconhecida.

Pode-se observar pela Figura 10 que, no quantil 0,9, o Bias é menor do que aproximadamente 5%. Já no quantil 0,95, o Bias é menor que 5% em módulo. Todavia, nos quantis 0,99 e 0,995, quando se aumenta a ordem dos momentos-LH diminui-se o Bias, principalmente nas distribuições WA2, WA4 e WA6.



Figura 11 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GPA quando a distribuição verdadeira é desconhecida.

Não são verificadas grandes diferenças nos erros (Figura 11), entre as diferentes ordens dos momentos-LH, em todas as distribuições Wakeby, para os quantis 0,9 e 0,95. Já nos quantis 0,99 e 0,995, observa-se que as distribuições Wakeby formam dois grupos: um formado por WA1, WA3 e WA4 e outro formado por WA2, WA4 e WA6. No primeiro grupo, não são observadas diferenças nos erros entre as diferentes ordens dos momentos-LH. No segundo grupo, observa-se que o aumento da ordem dos momentos-LH ocasiona diminuição dos erros.

5.1.3 Distribuição generalizada logística (GLO)

Observa-se na Figura 12 que, para $k \ge 0$, a ordem 0 tende a superestimar os valores dos quantis estudados e, nas demais ordens, o Bias fica muito próximo de zero.

Para k < 0, no quantil 0,9, os momentos-LH de ordem 0 produzem os maiores Bias e a ordem 4 produzem os menores Bias. No quantil 0,95, nota-se que as diferentes ordens dos momentos-LH comportam-se de maneira semelhante. Nos quantis 0,99 e 0,995, nota-se



que o aumento na ordem dos momentos-LH produz aumento no Bias, por isso, a ordem zero apresenta os menores Bias e a ordem quatro os maiores.

Figura 12 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando a distribuição verdadeira é conhecida.

Observa-se na Figura 13 que, nos quantis 0,9 e 0,95, os momentos-LH comportamse de maneira semelhante. Já nos quantis 0,99 e 0,995, podem-se destacar três comportamentos: (i) quando k > 0, a ordem zero produz erros maiores do que as demais ordens; (ii) quando $-0,3 < k \le 0$, a (VER) a ordem zero produz erros menores do que as demais ordens; (iii) quando k < -0,3, as diferentes ordens dos momentos-LH produzem erros semelhantes.

O Bias (Figura 14) é menor que 5%, em módulo, nos quantis 0,9 e 0,95, em todas as distribuições Wakeby e ordens dos momentos-LH. Nos quantis 0,99 e 0,995, nas distribuições WA3 e WA5, o aumento da ordem os momentos-LH provoca diminuição do Bias. As distribuições WA1, WA2, WA4 e WA6 apresentam Bias menores que 5% (em módulo) nos quantis 0,99 e 0,995. Além disso, o aumento na ordem dos momentos-LH faz com o Bias passe de negativo para positivo.



Figura 13 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando a distribuição verdadeira é conhecida.



Figura 14 Bias relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando a distribuição verdadeira é desconhecida.

São observadas pequenas diferenças nos erros (Figura 15) entre as diferentes ordens dos momentos-LH em todas as distribuições Wakeby, nos quantis 0,9 e 0,95. Nos quantis 0,99 e 0,995, as distribuições WA1, WA4 e WA6 apresentam pequenas diferenças nos erros. Quando se aumenta a ordem dos momentos-LH, a distribuição WA5 diminui-se o erro nos quantis 0,99 e 0,995. A distribuição WA3 apresenta-se praticamente constante no quantil 0,99; Todavia, no quantil 0,995 ocorre redução no erro de L0 até L2, depois ocorre leve aumento no erro. A distribuição WA2 apresenta-se praticamente constante no quantil 0,99; Porém, no quantil 0,995, o aumento na ordem dos momentos-LH ocasiona leve aumento no erro.



Figura 15 RMSE relativo dos quantis 0,9, 0,95, 0,99 e 0,995 da distribuição GLO quando a distribuição verdadeira é desconhecida.

5.1.4 Comparação entre as distribuições generalizadas

As distribuições GLO, GEV e GPA foram comparadas nos casos em que não são conhecidas as distribuições verdadeiras, ou seja, um dos casos Wakeby.

Observa-se na Tabela 12 que as distribuições GEV e GLO apresentam erros abaixo de 6% em todos os quantis estudados e ordem dos momentos-LH, com a tendência de subestimativa de quantis menores que 0,99 e superestimava no quantil 0,995. Portanto, não podem ser identificadas diferenças práticas entre as ordens dos momentos-LH. Porém, para a distribuição GPA, um incremento na ordem dos momentos-LH proporciona redução no Bias, principalmente nos quantis 0,99 e 0,995.

Além do Bias, faz-se necessário julgar o erro cometido, conforme Tabela 13.

		944		, in baiyao	Voluado		1009 11		
		Tamanho amostral 30 Tamanho amostr							80
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	-1,59	-3,30	-3,16	-1,20	-0,40	-1,94	-2,73	-1,91
	1	-2,67	-3,86	-1,16	2,51	-1,97	-2,70	-0,14	2,71
GEV	2	-2,14	-3,71	-1,95	1,44	-1,67	-2,56	-0,46	2,24
	3	-1,80	-3,74	-3,15	-0,24	-1,25	-2,44	-1,51	0,58
	4	-0,87	-3,14	-3,70	-1,27	-0,71	-2,04	-1,93	-0,31
	0	-3,88	-5,12	-0,92	3,84	-2,87	-4,01	-0,59	3,25
	1	-4,32	-5,54	-0,48	5,16	-3,59	-4,50	0,20	4,98
GLO	2	-3,42	-5,16	-1,92	2,77	-2,80	-4,14	-1,09	2,76
	3	-2,52	-4,83	-3,55	0,18	-1,87	-3,38	-1,35	1,90
	4	-1,38	-3,99	-3,91	-0,76	-1,19	-2,89	-1,99	0,60
	0	4,02	0,03	-9,56	-12,83	4,91	0,76	-11,26	-16,36
	1	0,08	-1,32	-2,69	-1,80	0,72	-0,25	-2,53	-3,09
GPA	2	-0,77	-2,27	-3,27	-1,97	-0,25	-0,87	-1,36	-0,82
	3	-0,87	-2,49	-3,29	-1,56	-0,12	-0,76	-1,06	-0,31
	4	-0,20	-2,17	-4,02	-2,71	-0,18	-1,01	-1,78	-1,15
		\/~!		anite rear		anar Diaa ah			

Tabela 12 Bias dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 1.

Valores em negrito representam o menor Bias observado

Tabela 13 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GL	-0
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 1	

		Та	amanho a	amostral	Та	Tamanho amostral 80			
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	15,54	20,20	36,18	46,12	9,67	12,80	22,89	28,53
	1	15,98	19,82	35,71	46,99	10,00	12,68	23,15	30,14
GEV	2	16,88	20,41	35,70	46,90	10,19	12,54	22,92	30,37
	3	17,41	20,70	35,46	46,50	10,63	12,95	23,19	30,38
	4	17,73	20,71	35,04	46,13	10,70	12,72	22,29	29,16
	0	15,46	19,82	34,92	45,41	9,79	12,76	21,74	27,77
	1	15,94	19,74	35,03	46,75	10,20	12,83	22,47	29,89
GLO	2	16,74	20,24	34,76	45,94	10,38	12,83	22,13	29,13
	3	17,08	20,39	34,79	45,89	10,60	12,95	22,65	29,88
	4	17,75	20,74	34,45	45,23	10,86	13,08	22,77	29,91
	0	17,74	22,47	39,17	48,05	11,55	13,97	25,78	31,78
	1	16,30	20,39	37,33	48,31	10,05	12,77	23,76	30,18
GPA	2	17,32	20,73	36,05	46,71	10,34	12,87	23,88	30,81
	3	17,56	20,74	36,18	47,62	10,88	13,15	23,89	31,13
	4	18,41	21,42	36,07	47,10	10,89	13,03	23,67	31,07

Valores em negrito representam o menor RMSE relativo observado

De acordo com a Tabela 13, podem-se apontar, no mesmo quantil, as diferentes ordens dos momentos-LH não apresentam diferenças práticas nos erros cometidos. Além disso, nota-se que a distribuição GLO apresentou melhores resultados.

As Tabelas 14 e 15 apresentam o Bias e erro relativo da distribuição Wakeby 2.

		١a	amanno a	amostrai	30	Tamanno amostrai 80						
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995			
	0	1,63	-1,32	-7,47	-9,40	2,35	-0,70	-8,15	-11,09			
	1	0,06	-1,33	-2,00	-0,84	0,68	-0,58	-2,36	-2,43			
GEV	2	-1,05	-2,36	-1,84	0,30	-0,24	-1,12	-1,04	0,03			
	3	-0,62	-2,07	-1,68	0,55	-0,44	-1,25	-0,61	0,89			
	4	-1,02	-2,64	-2,37	0,05	-0,58	-1,49	-1,01	0,51			
	0	-0,66	-2,33	-2,51	-0,98	-0,28	-2,00	-3,01	-2,21			
	1	-1,52	-2,75	-0,65	2,54	-1,07	-2,15	-0,70	1,60			
GLO	2	-1,84	-3,29	-1,26	2,15	-1,33	-2,32	-0,19	2,64			
	3	-1,84	-3,46	-1,72	1,76	-1,22	-2,33	-0,52	2,19			
	4	-1,50	-3,33	-2,22	1,04	-0,95	-2,20	-0,99	1,42			
	0	5,71	-1,01	-17,91	-24,39	6,47	-0,69	-19,67	-27,20			
	1	2,59	0,23	-6,18	-8,36	3,43	1,46	-5,88	-9,26			
GPA	2	0,70	-0,59	-2,85	-2,76	1,37	0,71	-1,78	-2,71			
	3	-0,09	-1,31	-2,44	-1,44	0,47	-0,09	-1,40	-1,54			
	4	-0,27	-1,56	-2,43	-1,09	0,08	-0,40	-0,96	-0,58			

Tabela 14 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 2

Valores em negrito representam o menor Bias relativo observado

Tabela 15 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLOe GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 2

		Ta	amanho a	amostral	30	Та	Tamanho amostral 80			
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995	
	0	13,31	17,10	29,37	35,68	8,55	10,72	19,05	23,06	
	1	12,78	16,45	30,55	39,36	7,88	10,19	18,64	23,31	
GEV	2	13,15	16,13	29,32	38,54	8,17	10,25	18,69	23,95	
	3	13,84	16,58	29,18	38,33	8,47	10,38	18,77	24,42	
	4	14,23	16,89	29,38	38,93	8,62	10,42	18,78	24,67	
	0	12,59	16,15	27,22	33,59	7,96	10,38	17,18	20,66	
	1	12,59	15,97	28,91	37,70	7,82	10,14	17,93	22,78	
GLO	2	13,13	16,18	28,77	37,83	8,12	10,21	18,30	23,92	
	3	13,57	16,27	28,42	37,89	8,34	10,30	18,35	24,15	
	4	14,26	16,85	28,71	38,19	8,48	10,33	18,27	24,08	
	0	15,88	18,98	32,57	38,92	11,33	11,95	25,38	32,07	
	1	13,82	17,47	31,38	39,18	8,94	10,99	19,97	24,81	
GPA	2	13,67	16,82	30,50	39,32	8,30	10,41	19,39	24,63	
	3	14,15	16,86	29,85	39,02	8,50	10,38	19,11	24,61	
	4	14,34	16,89	29,43	38,81	8,76	10,53	19,13	24,95	

Valores em negrito representam o menor RMSE relativo observado

Observa-se na Tabela 14 que para distribuição GEV, nos quantis 0,9 e 0,95, o Bias dos momentos-LH é baixo. Já nos quantis 0,99 e 0,995, os incrementos nas ordens dos momentos-LH proporcionam diminuição do Bias. A distribuição GLO apresentou Bias em módulo abaixo de 4% em todos os quantis, além disso, não são observadas grandes diferenças entre as ordens. A distribuição GPA na ordem zero apresenta forte tendência de subestimativa dos quantis 0,99 e 0,995. No entanto, com o incremento na ordem dos momentos-LH, observa-se melhora considerável do Bias.

Pode-se notar na Tabela 15, que de modo geral, nas distribuições GEV e GLO, não são observadas diferenças práticas, no mesmo quantil, nas diferentes ordens dos momentos-LH. Na distribuição GPA, para o tamanho amostral 30, chega-se às mesmas conclusões que as distribuições GLO e GPA. No entanto, observa-se o efeito das ordens dos momentos-LH quando o tamanho amostral é de 80.

		Ta	amanho a	amostral	30	Tamanho amostral 80				
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995	
	0	-3,06	-0,52	6,96	10,80	-2,57	0,00	6,53	9,42	
	1	-1,51	-0,80	1,65	3,13	-0,96	-0,09	1,44	1,88	
GEV	2	-1,08	-0,96	0,21	1,30	-0,33	0,16	0,60	0,58	
	3	-0,72	-1,14	-1,16	-0,46	-0,11	0,23	0,35	0,29	
	4	-0,69	-1,28	-1,32	-0,35	-0,10	0,09	-0,04	-0,12	
	0	-6,17	-2,64	11,40	19,77	-5,46	-1,93	11,39	18,98	
	1	-3,78	-2,58	4,13	8,49	-3,17	-1,92	3,88	7,26	
GLO	2	-2,78	-2,65	1,02	3,94	-1,93	-1,49	1,67	3,69	
	3	-1,86	-2,34	-0,36	1,83	-1,21	-1,11	0,87	2,31	
	4	-1,25	-2,06	-0,89	1,06	-0,98	-1,17	-0,10	0,92	
	0	2,63	1,44	-5,03	-8,38	3,48	2,17	-6,07	-10,64	
	1	2,02	1,60	-2,42	-4,49	2,71	2,35	-3,42	-6,99	
GPA	2	0,89	0,61	-2,32	-3,69	1,92	2,07	-1,97	-4,70	
	3	0,85	0,70	-1,08	-1,61	1,21	1,58	-1,32	-3,40	
	4	0,61	0,31	-1,38	-1,66	0,98	1,35	-1,07	-2,83	

Tabela 16 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 3.

Valores em negrito representam o menor Bias relativo observado

Na Tabela 16 pode-se observar que um incremento na ordem dos momentos-LH provoca redução do Bias nos quantis 0,99 e 0,995 das distribuições GEV, GLO e GPA. No quantil 0,95, para todas das distribuições, não são observadas grandes diferenças entre as ordens dos momentos-LH. Todavia, no quantil 0,9, existe uma redução do Bias para cada incremento da ordem dos momentos-LH.

Na Tabela 17 pode se observar que as distribuições GEV, GLO e GPA apresentam certa homogeneidade nos erros. O efeito dos momentos-LH é mais pronunciado na distribuição GLO, principalmente no quanti 0,995.

		Ta	amanho a	amostral	30	Та	Tamanho amostral 80				
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995		
	0	15,91	18,17	31,07	39,41	9,98	11,25	19,56	24,56		
	1	16,04	18,46	30,86	38,72	9,94	11,43	18,74	22,95		
GEV	2	16,56	18,85	31,51	39,86	10,07	11,55	19,22	23,77		
	3	16,88	18,73	30,47	38,54	10,02	11,52	19,79	24,91		
	4	17,20	18,94	31,06	40,02	10,29	11,59	19,80	25,08		
	0	16,33	17,72	31,89	43,04	10,86	11,07	21,35	29,58		
	1	16,10	18,17	30,58	39,52	10,09	11,20	18,52	23,63		
GLO	2	16,30	18,26	30,21	38,89	10,14	11,54	19,25	24,33		
	3	16,71	18,50	30,16	38,74	10,15	11,49	19,29	24,45		
	4	17,12	18,80	30,49	39,34	10,26	11,49	19,20	24,42		
	0	17,25	20,08	31,09	36,87	11,02	12,50	19,23	23,27		
	1	17,22	19,94	32,41	39,65	10,75	12,44	19,44	23,45		
GPA	2	16,99	19,31	31,95	39,85	10,37	12,03	19,63	24,00		
	3	16,98	19,18	32,41	41,17	10,39	12,03	20,20	25,02		
	4	17,18	18,96	31,49	40,41	10,49	11,81	19,80	24,80		

 Tabela 17 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO

 e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 3

Valores em negrito representam o menor RMSE relativo observado

Tabela 18 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 4

				2			,		
		Та	amanho a	amostral	30	Та	imanho a	amostral	80
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	-0,75	-1,85	-1,05	1,15	-0,69	-1,29	-0,20	1,44
	1	-0,92	-1,65	-0,14	2,08	-0,44	-1,06	-0,32	0,94
GEV	2	-1,49	-2,19	-0,01	2,78	-1,01	-1,41	0,53	2,60
	3	-0,92	-1,82	-0,32	2,19	-0,80	-1,30	0,24	2,12
	4	-0,97	-2,07	-1,20	1,07	-0,65	-1,29	-0,38	1,14
	0	-0,98	-2,58	-2,63	-1,07	-0,58	-2,29	-3,30	-2,54
	1	-2,11	-2,72	1,32	5,57	-1,81	-2,32	1,26	4,81
GLO	2	-2,24	-3,02	0,73	4,96	-1,71	-2,26	1,29	4,88
	3	-1,65	-2,77	-0,33	3,15	-1,42	-2,15	0,48	3,50
	4	-1,10	-2,38	-0,78	2,26	-1,02	-1,90	-0,18	2,26
	0	3,13	-2,85	-17,10	-22,48	3,97	-2,44	-18,48	-24,72
	1	0,98	-0,36	-3,49	-4,30	1,54	0,40	-3,61	-5,44
GPA	2	-0,10	-0,75	-0,93	-0,01	0,28	-0,11	-0,93	-1,02
	3	-0,43	-1,17	-1,15	0,07	0,08	-0,18	-0,31	0,04
	4	-0,40	-1,27	-1,40	-0,11	-0,07	-0,35	-0,26	0,30
	۱	Valaraa am r	ogrita rop	rocontom o	monor Dia	o rolativa aba	anvada		

Valores em negrito representam o menor Bias relativo observado

Observa-se na Tabela 18 que, para a distribuição GEV, o Bias é baixo em todos os quantis estudados e as ordens dos momentos-LH não apresentam grandes diferenças no Bias. Para distribuição GLO, apesar do valor relativamente baixo, observa-se uma oscilação

do Bias, devido ao incremento no ordem dos momentos-LH. Na distribuição GPA, o incremento na ordem dos momentos-LH propicia forte redução do Bias, principalmente nos quantis 0,99 e 0,995.

As distribuições GEV e GLO apresentam erros de mesma ordem nos diversos quantis estudados (Tabela 19). No entanto, os erros da distribuição GLO são levemente menores, principalmente na ordem zero. A distribuição GPA possui erros de mesma ordem da GEV e GLO para tamanho amostral 30, no entanto, para ordem zero, no tamanho amostral 80, apresenta erros superiores. Incrementos na ordem dos momentos-LH proporcionam diminuição do erro, para distribuição GPA, tornando-os da mesma ordem que os encontrados nas distribuições GEV e GLO.

				,					
		Ta	amanho a	amostral	30	Та	manho	amostral	80
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	10,32	12,23	21,33	28,51	6,38	7,68	13,60	17,97
	1	9,48	12,04	22,30	29,23	5,78	7,42	13,49	17,22
GEV	2	9,73	11,91	21,68	29,01	6,01	7,41	13,43	17,72
	3	10,08	12,15	21,77	29,11	6,16	7,52	13,54	17,92
	4	10,42	12,38	21,60	28,93	6,40	7,66	13,38	17,60
	0	9,28	12,10	20,66	25,71	5,73	7,64	12,71	15,27
	1	9,39	11,88	21,86	29,41	5,94	7,56	13,38	17,94
GLO	2	9,57	11,75	21,26	28,99	6,08	7,52	13,37	18,22
	3	10,06	12,15	21,27	28,68	6,23	7,67	13,52	18,21
	4	10,40	12,41	21,51	28,92	6,39	7,75	13,39	17,85
	0	11,17	13,85	25,72	30,97	7,85	8,93	21,72	27,50
	1	9,85	12,49	22,78	28,72	6,11	7,72	14,34	17,89
GPA	2	9,97	12,28	22,51	29,38	6,12	7,62	14,00	17,82
	3	10,47	12,59	22,38	29,43	6,36	7,73	13,93	17,96
	4	10,54	12,54	22,02	29,09	6,45	7,73	13,81	18,02
									

Tabela 19 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLOe GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 4

Valores em negrito representam o menor RMSE relativo observado

Quando a distribuição verdadeira é a Wakeby 5 (Tabela 20), observa-se redução no Bias das distribuições GEV e GLO, principalmente nos quantis 0,99 e 0,995. A Redução do Bias na GEV pode chegar a aproximadamente 10% e na GLO, esse dado é de aproximadamente 20%. Na distribuição GPA, cada incremento na ordem dos momentos-LH proporciona redução do Bias. Nos quantis 0,9 e 0,95, nota-se que não existem diferenças práticas nas distribuições GEV e GPA. No entanto, incrementos na ordem dos momentos-LH proporcionam redução do Bias. Para distribuição GLO, no quantil 0,9, nota-se redução no Bias devido ao aumento da ordem dos momentos-LH. Porém, no quantil 0,95, não são observadas diferenças práticas entre as ordens.

Na Tabela 21, nota-se que existe pouca diferença nos erros cometidos entre as ordens dos momentos-LH para as distribuições GEV e GPA. A distribuição GLO nos quantis

0,9 e 0,95 entre as diferentes ordens dos momentos-LH é semelhante. No entanto, nos quantis 0,99 e 0,995, nota-se redução nos erros cometidos devido ao aumento da ordem dos momentos-LH. A redução no erro da GLO pode ser de aproximadamente 10%.

		Та	amanho a	amostral	30	Та	manho a	amostral	80
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	-2,21	1,13	9,57	13,27	-2,08	1,11	8,38	11,18
	1	-1,26	0,01	2,75	3,78	-0,66	0,64	2,44	2,63
GEV	2	-0,73	-0,06	1,30	1,85	-0,12	0,61	0,87	0,38
	3	-0,61	-0,26	0,56	1,05	-0,03	0,51	0,31	-0,33
	4	-0,30	-0,26	0,03	0,42	0,04	0,48	0,13	-0,52
	0	-5,49	-0,86	15,26	24,17	-5,11	-0,56	14,82	23,06
	1	-3,30	-1,31	6,36	10,57	-2,95	-0,99	5,82	9,22
GLO	2	-2,16	-1,33	2,91	5,43	-1,68	-0,71	2,90	4,65
	3	-1,45	-1,17	1,47	3,27	-1,07	-0,57	1,45	2,40
	4	-1,26	-1,37	0,42	1,97	-0,71	-0,39	1,05	1,74
	0	2,59	1,44	-5,17	-8,76	3,18	1,73	-6,49	-10,96
	1	1,91	1,36	-3,57	-6,41	2,63	2,12	-4,02	-7,77
GPA	2	1,39	1,25	-2,25	-4,36	2,00	2,06	-2,49	-5,57
	3	0,77	0,92	-1,31	-2,67	1,56	1,92	-1,54	-4,11
	4	0,80	0,90	-0,85	-1,80	1,06	1,64	-0,93	-3,07

Tabela 20 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO eGPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 5

Valores em negrito representam o menor Bias relativo observado

Tabela 21 RMSE relativ	o dos diferentes qu	iantis estudados par	ra as distribuições	GEV, GLO
e GP.	A quando a distribui	ição verdadeira foi a	a Wakeby 5	

		Та	amanho a	amostral	30	Та	manho	amostral	80
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	13,20	14,66	25,55	32,25	8,21	9,01	16,56	20,70
	1	13,38	14,83	23,81	29,30	8,23	9,18	14,42	17,24
GEV	2	13,38	14,73	23,88	29,71	8,24	9,15	14,24	17,09
	3	13,66	14,91	24,25	30,47	8,17	9,04	14,42	17,56
	4	13,86	14,92	23,96	30,30	8,22	8,95	14,44	17,80
	0	13,59	13,97	27,62	38,01	9,29	8,72	20,44	29,06
	1	13,36	14,44	24,22	31,24	8,37	8,71	14,81	19,14
GLO	2	13,40	14,58	23,64	30,01	8,22	8,88	14,31	17,88
	3	13,59	14,70	23,52	29,81	8,38	9,03	14,15	17,48
	4	13,81	14,81	23,67	30,26	8,32	9,04	14,57	18,19
	0	14,11	15,73	23,03	26,90	8,95	9,62	14,64	18,12
	1	14,00	15,59	23,49	27,77	8,86	9,71	14,28	17,32
GPA	2	14,11	15,57	23,93	28,76	8,61	9,62	14,64	17,69
	3	14,08	15,30	24,16	29,71	8,63	9,57	14,74	17,86
	4	14,10	15,20	24,36	30,43	8,59	9,41	14,61	17,82

Valores em negrito representam o menor RMSE relativo observado

O Bias e o erro cometido pelas distribuições GLO, GEV e GPA estão apresentados nas Tabelas 22 e 23 quando a distribuição verdadeira é a Wakeby 6.

		Та	imanho	amostral	Ta	Tamanho amostral 80				
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995	
	0	2,77	2,27	-3,80	-7,27	3,15	2,50	-4,22	-8,02	
	1	2,75	1,57	-5,61	-9,34	3,10	1,83	-6,00	-10,10	
GEV	2	2,41	1,63	-4,22	-7,32	2,82	2,01	-4,64	-8,31	
	3	1,76	1,40	-2,89	-5,19	2,18	1,88	-3,24	-6,26	
	4	1,36	1,21	-1,87	-3,43	1,67	1,75	-1,98	-4,33	
	0	1,03	3,00	5,03	5,36	1,22	3,13	4,71	4,74	
	1	1,34	1,39	-1,36	-3,06	1,54	1,51	-1,81	-3,89	
GLO	2	1,53	1,31	-1,78	-3,46	1,58	1,27	-2,65	-4,92	
	3	1,21	1,01	-1,52	-2,77	1,44	1,29	-2,01	-3,96	
	4	0,77	0,59	-1,38	-2,19	1,07	1,06	-1,54	-3,09	
	0	3,89	-1,29	-15,57	-21,20	4,17	-1,36	-16,25	-22,00	
	1	4,48	1,21	-10,79	-16,05	4,82	1,34	-11,46	-17,01	
GPA	2	3,87	2,19	-6,87	-11,28	4,25	2,51	-7,52	-12,46	
	3	2,87	2,14	-4,34	-7,71	3,24	2,62	-4,81	-8,92	
	4	1,98	1,72	-2,94	-5,41	2,30	2,33	-3,04	-6,33	

Tabela 22 Bias relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, GLO eGPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 6

Valores em negrito representam o menor Bias relativo observado

Tabela 23 RMSE relativo dos diferentes quantis estudados para as distribuições GEV, G	LO
e GPA quando a distribuição verdadeira foi a Wakeby 6	

		Ta	amanho	amostral	30	Та	manho	amostral	80
Distribuição	η	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	0	8,06	9,13	13,20	15,83	5,61	5,99	8,63	11,48
	1	7,97	9,22	14,54	17,71	5,56	5,90	9,99	13,36
GEV	2	7,65	9,20	15,28	18,68	5,29	5,95	9,88	12,91
	3	7,38	8,99	15,88	19,81	4,89	5,85	9,93	12,70
	4	7,31	8,78	16,11	20,62	4,63	5,72	10,08	12,80
	0	7,43	9,10	14,45	16,99	4,59	6,04	9,30	10,56
	1	7,35	8,78	13,77	16,44	4,76	5,61	8,42	10,24
GLO	2	7,35	8,89	14,92	18,28	4,65	5,54	9,13	11,38
	3	7,27	8,86	15,78	19,83	4,58	5,57	9,55	11,94
	4	7,13	8,58	15,74	20,21	4,43	5,39	9,65	12,19
	0	9,01	9,27	18,56	23,44	6,44	5,67	17,24	22,69
	1	9,03	9,63	16,46	20,67	6,87	6,08	13,57	18,53
GPA	2	8,51	9,82	16,12	19,86	6,27	6,40	11,38	15,49
	3	7,88	9,45	16,29	20,27	5,52	6,35	10,69	14,07
	4	7,52	9,09	16,52	21,02	4,93	5,98	10,32	13,38

Valores em negrito representam o menor RMSE relativo observado

Nota-se, na Tabela 22, uma tendência das distribuições em superestimar os quantis 0,9 e 0,95 e subestimar os quantis 0,99 e 0,995 (principalmente a distribuição GPA). Na distribuição GEV, a ordem 1 apresenta maior Bias e a ordem 4 o menor Bias. Na distribuição GLO, no quantil 0,9, os momentos-LH comportam-se de maneira semelhante; no quantil 0,95, os incrementos na ordem proporcionam diminuição no Bias; nos quantis 0,99 e 0,995, a ordem 0 apresenta tendência de superestimava dos quantis, no entanto, as demais ordens possuem tendência de subestimativas. Na distribuição GPA, observa-se redução do Bias, principalmente nos quantis 0,99 e 0,995.

Os erros cometidos (Tabela 23) pelas distribuições GEV e GLO são de mesma ordem. A distribuição GPA nos quantis 0,9 e 0,95 apresenta erros semelhantes às demais distribuições. No entanto, nos quantis 0,99 e 0,995, observam-se diferenças importantes, principalmente no quantil 0,995.

Wang (1998) aponta que quando se aumenta a ordem dos momentos-LH aumentase a variância dos quantis estimados, pois a distribuição ajustada dependerá muito das maiores observações. Hosking e Wallis (1997) decompõem o erro em dois termos: variância + Bias². Portanto, os momentos-LH reduzem o Bias na estimativa de quantis na parte superior das distribuições, em contrapartida, aumentam a variância dos mesmos. Dessa forma, observa-se certa homogeneidade dos erros nas distribuições GEV e GLO (efeito também observado, em alguns casos, na distribuição GPA). Por isso, também, a diminuição no erro dos quantis estimados pelas distribuições GEV e GLO está associada ao tamanho amostral e não à ordem dos momentos-LH.

Hosking (1990) aponta que a distribuição GEV possui comportamento intermediário entre a GLO e GPA. Porém, a GPA possui o caudal mais leve e a GLO o caudal mais pesado.

Como a GPA possui um caudal mais leve do que a GEV e GLO, nota-se que em se aumentando a ordem dos momentos-LH, o caudal da distribuição torna-se mais pesado. Isso faz com que a estimativa dos quantis superiores torne-se mais eficiente, pois foi observada a diminuição no erro e no Bias. Bermudez e Kotz (2010) apontam que os momentos-LH são mais adequados na estimativa de parâmetros de distribuições GPA com caudais pesados. Além disso, observou-se redução tanto do erro como do Bias nas distribuições WA2, W4 e WA6, ou seja, a distribuição GPA, com momentos-LH, apresenta melhor desempenho em situações de baixo CV.

A distribuição GLO possui o caudal mais pesado do que a GEV e a GPA. Portanto, na distribuição GLO ocorre o contrário da GPA, ou seja, quando se aumenta a ordem dos momentos-LH diminui-se o peso do caudal. Com isso, reduz-se o Bias das estimativas dos quantis superiores. Observou-se assim redução tanto do erro como do Bias nas distribuições WA3 e W4, ou seja, a distribuição GLO com momentos-LH apresenta melhor desempenho em situações alto CV.

Deve-se ter cuidado especial na aplicação da distribuição GEV em dados que possuam elevada assimetria, pois o erro e o Bias da GEV são proporcionais à assimetria.

Por fim, na análise de frequência local de eventos extremos, deve-se ser dada preferência à utilização das distribuições GEV e GLO, quando o método de estimativa de parâmetros for os momentos-LH.

Outra recomendação é que se deve evitar a utilização da distribuição GPA na análise de frequência local de eventos extremos, pois existe forte tendência de subestimativa dos quantis 0,99 e 0,995 na ordem 0 dos momentos-LH. Esses quantis estão associados a períodos de retorno com mais de 100 anos, que rotineiramente são utilizados em obras onde o subdimensionamento pode ter graves consequências sociais e econômicas.

5.1.5 Avaliação do teste de aderência

Nas Tabelas 24 e 25 estão apresentadas as taxas de rejeição do teste Wang da distribuição GLO para os tamanhos amostrais 30 e 60.

Tabela 24 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GLO e
tamanho amostral 30

	k													
η	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5			
0	8,5	6,7	6,3	5,6	5,1	5,1	5,5	5,8	6,5	7,1	8,5			
1	8,4	6,8	6,3	6,1	6,0	5,4	4,7	4,4	4,3	4,3	4,6			
2	7,2	6,6	6,1	5,7	6,0	5,8	5,5	4,9	4,2	4,3	4,0			
3	6,2	5,7	5,3	5,4	5,4	5,6	4,8	4,8	4,5	4,2	4,4			
4	5,7	5,1	5,3	4,9	4,4	5,1	4,9	4,6	4,6	4,2	4,0			

Tabela 25 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GLO e
tamanho amostral 60

						k					
η	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	11,7	9,3	8,5	6,6	5,3	5,4	5,9	7,1	8,4	10,2	12,1
1	11,5	9,7	9,2	7,7	6,9	6,0	5,0	5,1	5,2	5,5	5,3
2	10,6	9,5	8,8	8,2	7,7	7,0	5,7	5,4	5,1	4,5	4,9
3	9,5	9,7	9,0	8,9	8,4	7,9	6,8	6,3	5,9	5,6	5,7
4	10,2	9,7	8,4	8,2	8,4	7,7	7,3	6,2	6,3	6,2	5,9

Observa-se que o teste de aderência, quando aplicado à GLO, tende a ser maior que o nível de significância especificado, ou seja, 5%. Para valores negativos do parâmetro

de forma, observa-se uma taxa maior de rejeição. Outro apontamento, o aumento no tamanho amostral também aumenta a taxa de rejeição. Observa-se que a taxa de rejeição pode ser em até aproximadamente 7% maior que a taxa nominal. Para tanto, nas Tabelas 24 e 25 estão as taxas de rejeição do teste Wang da distribuição GLO para os tamanhos amostrais 30 e 60.

_							000101	00								
		_	k													
	η	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5				
	0	4,3	4,0	4,0	4,5	4,1	4,0	4,3	4,4	4,5	4,6	4,8				
	1	4,2	4,0	4,1	4,2	4,0	4,1	4,4	4,1	4,0	4,0	4,0				
	2	4,4	3,8	3,7	3,5	4,0	3,9	4,6	4,1	4,0	4,1	3,8				
	3	3,4	3,3	3,9	3,4	3,5	3,9	3,8	4,0	4,0	4,2	4,2				
_	4	3,4	3,4	2,9	3,1	3,1	3,4	3,2	3,7	3,7	3,7	3,3				

 Tabela 26 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GPA e tamanho amostral 30

Tabela 27 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GPA e
tamanho amostral 60

		k													
η	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5				
0	5,1	4,9	5,0	4,9	4,9	4,4	4,7	5,0	4,9	5,6	5,4				
1	5,5	5,1	5,6	5,1	5,2	4,8	4,9	4,8	4,6	5,0	4,8				
2	6,4	5,7	5,5	5,4	5,2	5,3	5,3	5,4	4,7	4,9	4,8				
3	6,2	6,4	5,6	5,4	5,4	6,2	5,6	5,5	5,4	4,8	5,1				
4	7,0	6,2	6,2	6,0	6,4	6,2	5,9	5,5	5,4	5,4	5,3				

Observa-se também na Tabela 26 que os incrementos na ordem dos momentos-LH reduzem a taxa de rejeição para valores abaixo da taxa nominal adotada. Os valores podem ser até 2% menores que a taxa nominal. No entanto, nota-se na Tabela 27 que, no tamanho amostral 60, as taxas de rejeição ficam mais próximas do valor nominal especificado. Os valores podem ser até 2% maior que a taxa nominal. Assim, as taxas de rejeição do teste Wang da distribuição GLO para os tamanhos amostrais 30 e 60 estão apresentadas nas Tabelas 28 e 29.

Tabela 28 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GEV e
tamanho amostral 30

		_	k												
	η	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5			
	0	6,0	5,4	5,2	5,1	5,1	4,5	4,8	4,9	5,0	5,9	5,9			
	1	5,9	5,2	5,2	5,1	5,1	5,1	4,8	4,5	4,4	4,4	4,2			
	2	5,2	4,7	4,9	4,8	5,0	4,7	4,7	4,8	4,2	4,4	3,9			
	3	5,1	4,7	4,8	4,6	4,3	4,6	5,0	4,6	4,7	4,3	4,0			
_	4	4,5	4,2	4,1	4,0	3,9	4,1	4,1	4,2	4,1	4,0	4,1			

As taxas de rejeição da GEV ficam próximas à taxa de rejeição nominal adotada. Podendo ser 1% menor e até 3% maior. Observa-se na GEV que, para valores negativos do fator de forma, aumenta-se a taxa de rejeição, principalmente no tamanho amostral 60.

	k													
η	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5			
0	8,0	7,4	6,4	5,7	5,5	5,4	4,6	5,0	5,2	5,9	6,1			
1	8,0	7,4	7,1	6,4	5,8	5,8	5,9	5,2	5,1	5,0	5,4			
2	8,4	7,7	7,5	6,9	6,5	6,2	6,2	5,3	5,1	5,2	4,9			
3	8,1	7,0	7,0	7,1	6,4	6,3	5,9	5,9	6,0	5,8	5,4			
4	8,1	7,8	7,5	7,0	7,1	7,1	6,9	6,3	6,1	5,8	5,7			

Tabela 29 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é a GEV etamanho amostral 60

Em síntese, o teste de aderência apresenta boa acurácia para distribuição GEV, nos dois tamanhos amostrais. A distribuição GLO apresenta boa acurácia para o tamanho amostral 30; Já a GPA apresentou melhor acurácia no tamanho amostral 60.

Portanto, observa-se certa superioridade da GEV, pois se comportou bem nos dois tamanhos amostrais. Outro ponto que merece destaque está relacionado ao parâmetro de forma, pois quando esse é menor -0,3, as taxas de rejeição dos testes tendem em aumentar. Isso, de certa forma, é interessante, como demonstrado no item anterior, é a região onde ocorrem os maiores erros.

Nas Tabelas 30 a 32, quando $\eta=0$, os testes refletem o ajuste geral das distribuições GLO, GPA e GEV para os tamanhos amostrais 20 e 50.

	desconnecida e a distribulção ajustada e a GEO ao mver de 5% de significancia													
		Tan	nanho a	amostra	al 20		Tamanho amostral 50							
η	WA1	WA2	WA3	WA4	WA5	WA6	WA1	WA2	WA3	WA4	WA5	WA6		
0	6,5	6,0	16,3	12,5	20,5	16,8	9,3	10,0	42,2	28,5	54,3	41,9		
1	7,4	5,9	9,5	8,3	10,1	6,4	12,0	8,4	20,8	9,7	24,3	9,0		
2	6,9	5,6	6,8	6,8	7,1	6,0	14,5	7,8	12,5	12,1	13,7	9,9		
3	6,7	5,2	5,7	5,9	5,5	6,7	13,3	8,4	10,0	12,2	10,1	12,8		
4	5,7	4,5	4,7	5,6	4,8	6,3	11,3	9,3	8,4	11,2	8,6	13,0		

Tabela 30 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é desconhecida e a distribuição ajustada é a GLO ao nível de 5% de significância

Tabela 31Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é
desconhecida e a distribuição ajustada é a GPA ao nível de 5% de significância

		Tan	nanho a	amostra	al 20			Tamanho amostral 50						
η	WA1	WA2	WA3	WA4	WA5	WA6	WA1	WA2	WA3	WA4	WA5	WA6		
0	34,3	54,0	6,3	69,4	6,9	26,6	73,2	95,5	10,4	97,5	10,7	54,0		
1	5,9	17,7	4,9	16,5	5,8	24,0	11,3	49,7	9,8	39,2	10,8	63,7		
2	3,4	7,1	4,5	5,1	4,9	18,9	4,9	15,2	8,5	8,9	10,4	59,3		
3	2,9	3,9	4,0	3,5	4,7	14,7	4,7	7,2	7,7	5,4	9,1	49,8		
4	2,8	3,0	3,4	2,9	3,9	10,2	4,8	5,5	7,2	5,2	8,8	38,4		

-														
		Tan	nanho a	amostra	al 20		Tamanho amostral 50							
η	WA1	WA2	WA3	WA4	WA5	WA6	WA1	WA2	WA3	WA4	WA5	WA6		
0	9,5	13,7	9,9	29,9	10,9	7,6	17,0	34,1	21,7	66,5	28,2	12,2		
1	5,7	8,2	5,5	9,0	6,2	8,4	7,5	16,6	9,5	14,2	9,8	16,2		
2	5,0	5,1	4,9	5,4	5,0	9,8	8,8	7,3	7,0	7,1	6,8	24,4		
3	4,6	4,0	4,5	4,4	4,5	9,5	8,5	6,5	6,6	7,3	6,7	25,4		
4	4,0	3,8	4,2	4,0	4,1	7,5	7,4	6,5	6,6	7,4	6,6	21,8		

Tabela 32 Taxa de rejeição, em porcentagem, quando a distribuição verdadeira é desconhecida e a distribuição ajustada é a GEV ao nível de 5% de significância

A distribuição GLO apresenta baixas taxas de rejeição para o tamanho amostral 20, principalmente quando $\eta \ge 1$. Para o tamanho amostral 50, as taxas de rejeição quase dobram. Isso demonstra que a distribuição GLO apresenta melhor ajuste em amostras pequenas.

Observa-se que, quando η=0, a distribuição GPA não apresenta bom ajuste, pois são verificadas altas taxas de rejeição, exceto para WA3 e WA5 (distribuições que apresentam alto CV populacional). No entanto, incrementos na ordem dos momentos-LH proporcionam redução na taxa de rejeição, principalmente quando η=4.

Quando $\eta \ge 2$, as taxas de rejeição da GEV são menores que 10%, exceto para distribuição WA6.

O aumento na ordem dos momentos-LH proporciona melhor ajuste das distribuições GEV, GLO e GPA, exceto para distribuição Wakeby 6, como pode ser observado nas Tabelas 30 a 32.

Observa-se que o aumento do tamanho amostral aumenta as taxas de rejeições das distribuições, principalmente quando $\eta=0$. Quando $\eta \ge 2$, são observadas as menores taxas de rejeição e o tamanho amostral passa a ter uma influência menor.

Wang (1998) apontou que, para os mesmos tamanhos amostrais, é difícil distinguir a distribuição verdadeira da distribuição GEV, principalmente quando são considerados os maiores eventos observados. Portanto, esta ideia pode ser estendida para as distribuições GLO e GPA.

Além disso, como apontaram Queiroz e Chowdhury (2006), ao estudarem cheias anuais, o teste de qualidade de ajuste proposto por Wang (1998) para GEV segue resultados fornecidos pelo teste de Kolmogorov-Smirnov.

5.1.6 Relação teste de aderência, erro e Bias

Nas Tabelas 33 e 34, pode-se observar a porcentagem de distribuições ajustadas, Bias e erro das distribuições generalizadas utilizando o procedimento otimizado.

Distr	ibuição		tai	Bi	ias			RM	ISE	
Ajustada	Verdadeira	Ajuste	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	WA1	99,95	-2,81	-4,34	-1,95	1,94	16,59	19,94	34,69	45,96
	WA2	99,93	-1,60	-2,87	-1,42	1,53	13,28	16,23	29,27	38,92
GEV	WA3	99,50	-0,67	-0,87	-0,33	0,64	16,80	18,79	31,23	39,68
	WA4	99,82	-1,66	-2,29	0,50	3,83	9,91	12,15	22,05	29,76
	WA5	99,66	-0,46	-0,05	0,88	1,39	13,79	14,98	24,27	30,30
	WA1	99,56	-4,37	-6,04	-1,84	3,65	16,87	20,25	34,65	46,17
	WA2	99,95	-2,30	-3,64	-0,72	3,41	13,16	16,18	28,79	38,41
GLO	WA3	98,57	-1,89	-2,01	1,10	3,93	16,43	18,10	30,40	39,44
	WA4	99,86	-2,26	-2,96	1,37	6,06	9,74	11,90	21,43	29,46
	WA5	98,60	-1,58	-1,29	1,76	3,90	13,75	14,69	24,24	31,19
	WA1	99,58	-1,58	-2,95	-2,50	-0,04	17,25	20,65	36,45	48,22
	WA2	99,01	-0,65	-1,90	-2,50	-1,08	13,81	16,61	29,58	38,87
GPA	WA3	99,80	0,81	0,31	-2,35	-3,25	16,92	19,09	31,86	40,26
	WA4	99,11	-0,54	-1,11	-0,10	1,78	10,25	12,37	22,53	30,10
	WA5	99,80	1,25	1,01	-2,01	-3,63	14,16	15,47	24,42	30,03

Tabela 33 Porcentagem de distribuições ajustadas, Bias e RSME do teste Wang para o
tamanho amostral 30

Tabela 34 Porcentagem de distribuições ajustadas, Bias e RSME do teste Wang para o
tamanho amostral 80

Distr	ibuição			Bi	as			RM	ISE	
Ajustada	Verdadeira	Ajuste	0,9	0,95	0,99	0,995	0,9	0,95	0,99	0,995
	WA1	99,65	-2,28	-3,11	-0,49	2,57	10,20	12,67	22,93	30,27
	WA2	98,48	-0,61	-1,36	-0,28	1,52	8,18	10,10	18,64	24,51
GEV	WA3	97,78	-0,04	0,24	0,04	-0,26	10,17	11,65	19,41	24,02
	WA4	99,22	-1,12	-1,51	0,67	2,94	6,09	7,49	13,55	18,03
	WA5	98,18	0,02	0,47	-0,02	-0,81	8,32	9,15	14,41	17,45
	WA1	99,08	-3,17	-4,08	0,64	5,50	10,28	12,70	22,31	29,93
	WA2	99,76	-1,76	-2,75	-0,26	2,87	8,13	10,19	18,18	24,08
GLO	WA3	92,82	-1,34	-1,16	1,01	2,55	10,21	11,48	19,31	24,49
	WA4	99,80	-1,90	-2,42	1,36	5,13	6,09	7,56	13,40	18,33
	WA5	92,04	-1,12	-0,62	1,48	2,52	8,26	8,89	14,48	18,15
	WA1	98,30	-0,44	-1,02	-0,94	0,05	10,63	12,95	23,69	30,97
	WA2	94,45	0,36	-0,06	-0,72	-0,48	8,47	10,31	18,88	24,45
GPA	WA3	97,31	2,03	1,93	-2,31	-4,97	10,73	12,11	19,73	24,36
	WA4	96,71	-0,07	-0,29	-0,08	0,50	6,20	7,54	13,70	17,77
	WA5	97,34	1,90	1,69	-3,13	-6,18	8,78	9,57	15,00	18,40

Observa-se que o ajuste é superior a 98% para o tamanho amostral 30 e 94% para o tamanho amostral 80. O Bias das distribuições, em geral, é menor que 5% em módulo, nos dois tamanhos amostrais. Além disso, para mesma distribuição Wakeby, os erros são semelhantes.

5.1.7 Estudo de caso: Precipitações máximas no estado do Paraná

A AFL foi aplicada nos dados das 227 estações pluviométricas. Foram testados o ajuste das distribuições generalizadas bem como o procedimento otimizado. Além disso, foram construídos os diagramas de momentos-LH como indicado por Meshgi e Khalili (2009a), conforme as Figuras 16, 17, 18, 19 e 20.

Os diagramas de momentos-LH apresentados nas Figuras 16 a 17 são formas de avaliar a qualidade dos ajustes obtidos através das distribuições GEV, GLO, GPA e momentos LH, a qual é possibilitada com o uso das ferramentas desenvolvidas neste trabalho.



Figura 16 Diagrama de momentos-LH (L0)



Figura 17 Diagrama de momentos-LH (L1)







Figura 19 Diagrama de momentos-LH (L3).



Figura 20 Diagrama de momentos-LH (L4)

O teste de Wang (1998) pode ser utilizado para avaliar se o conjunto de estações estudadas pode ser modelado pelas diferentes distribuições e ordens dos momentos-LH. Seja N o número de estações, o teste é feito pela comparação da estatística $\sum (Z_w^{\eta})^2$ com valores críticos de distribuição qui-quadrado com N graus de liberdade (Wang, 1998).

A hipótese de que as 227 séries de máximas diárias podem ser modeladas pela distribuição GEV não foi rejeitada para η =0, 1, 2, 3 e 4. Para distribuição GLO, não houve rejeição para η =0,3 e 4, mas foi rejeitada para η =1 e 2. Já para distribuição GPA, houve rejeição para η =0 e 1 e não houve rejeição para η =2, 3 e 4.

O critério para escolher o conjunto de parâmetros de melhor ajuste foi o menor valor do teste Wang, conforme é apresentado na Figura 21.



Figura 21 Distribuição das ordens dos momentos-LH de melhor ajuste das distribuições GEV, GLO e GPA.

Além disso, para análises posteriores, foram retiradas as estações reprovadas pelo teste de aderência bem como distribuições que apresentaram valores k > 1. Foram retiradas as mesmas duas estações das distribuições GEV e GLO. Já para a distribuição GPA, foram retiradas três estações, as quais não foram as mesmas retiradas das distribuições GEV e GLO. Observa-se na Tabela 35 que majoritariamente $|k| \le 0,5$ para as distribuições GEV e GLO. Não são observados valores menores que -0,5, no entanto, uma pequena porcentagem das estações apresenta valores $0,5 < k \le 1$.

Para a distribuição GPA, observa-se que os valores estão concentrados no intervalo $|k| \le 0.5$. No entanto, existe uma porcentagem considerável de estações com $0.5 < k \le 1$. Também existe uma estação no intervalo $-1 \le k < -0.5$.
Intervalo	GEV	GLO	GPA	Intervalos	GEV	GLO	GPA
[-0,5;0,5]	218	223	197	[-1,0]	126	168	85
]0,5;1]	7	2	26]0,1]	99	57	139
[-1;-0,5[0	0	1				
Total	225	225	224		225	225	224

Tabela 35 Intervalo do parâmetro de forma das distribuições GEV, GLO e GPA

Nota-se, Tabela 35, que aproximadamente 75% das estações apresentam-se no intervalo [-1,0] para distribuição GLO, ou seja, distribuições não limitadas superiormente. Contudo, a distribuição GPA possui aproximadamente 62% das estações no intervalo]0,1], ou seja, distribuições que possuem limite superior assintótico. A distribuição GEV apresenta equilíbrio entre distribuições limitadas e não limitadas superiormente, pois 56% das estações estão no intervalo [-1,0] e 46% no intervalo]0,1].

Observa-se na Figura 22 que houve equilíbrio na escolha das distribuições bem como na ordem dos momentos-LH.



Figura 22 Distribuição e ordem de melhor ajuste pelo teste Wang.

Observa-se na Tabela 36 que os valores do parâmetro de forma da GEV e GLO encontram-se no intervalo $|k| \le 0.5$. Para distribuição GPA, aproximadamente 86% dos

valores do parâmetro de forma encontram-se no intervalo $|k| \le 0.5$ e 14% no intervalo $0.5 < k \le 1$.

Intervalo	tervalo GEV GLO GPA				GEV	GLO	GPA				
[-0,5;0,5]	62	76	75	[-1,0]	34	65	23				
]0,5;1]	2	0	12]0,1]	30	11	64				
[-1;-0,5[0	0	0								
Total	64	76	87		64	76	87				

 Tabela 36 Intervalo do parâmetro de forma das distribuições generalizadas referente ao procedimento de otimização

Analisando-se a Tabela 36, nota-se que a distribuição GEV tem aproximadamente 50% dos valores para caudais pesados e 50% para caudais leves. A distribuição GLO apresenta aproximadamente 85% dos valores para caudais pesados. A distribuição GPA tem aproximadamente 74% dos valores para caudais leves.

Não houve estações rejeitadas pelo procedimento criado bem como não foram observadas estações com |k| > 1, portanto, não houve necessidade de excluir estações para análises posteriores.

 Tabela 37 Matriz de correlação dos quantis estimados pela GEV, GLO, GPA e pelo procedimento otimizado

T (anos)		GEV	GLO	GPA	Otimizado
	GEV	1,000	0,997	0,994	0,994
10	GLO		1,000	0,990	0,995
10	GPA			1,000	0,994
	Otimizado				1,000
	GEV	1,000	0,999	0,997	0,997
20	GLO		1,000	0,996	0,997
20	GPA			1,000	0,997
	Otimizado				1,000
	GEV	1,000	0,995	0,987	0,992
100	GLO		1,000	0,982	0,989
100	GPA			1,000	0,991
	Otimizado				1,000
	GEV	1,000	0,989	0,977	0,981
200	GLO		1,000	0,964	0,979
200	GPA			1,000	0,981
	Otimizado				1,000

Na Tabela 37 está apresentada a matriz de correlação de quantis selecionados para estudo. Nota-se que a GEV, GLO, GPA e o procedimento otimizado apresentam

valores semelhantes nos quantis estudados, pois não são observados coeficientes de correlação menores que 0,97. Mesmo nos quantis com períodos elevados de retorno, onde poderia haver divergência nos resultados, existe convergência nos valores estimados

Esses resultados corroboram com aqueles obtidos via simulação apresentada nas Tabelas 33 e 34, ou seja, escolher o conjunto de parâmetros pelo menor valor do teste Wang propicia homogeneidade nos resultados obtidos pelas distribuições GEV, GLO e GPA.

Na Figura 23 está apresentada a matriz de plotagem das distribuições GEV, GLO e GPA bem como do procedimento otimizado, para o quantil com 100 anos de período de retorno. Pode-se notar que os dados da Figura 23 corroboram com os dados da Tabela 36, pois, é nítida a linearidade dos quantis estimados.





5.2 Análise de frequência Regional (RFL)

5.2.1 Identificação do número de grupos

O primeiro passo é dividir as 227 estações pluviométricas em grupos. Para isso, como já foi mencionado, utilizou-se o algoritmo de agrupamento hierárquico de Ward e as variáveis classificatórias foram: altitude, longitude, latitude e precipitação anual média.

Um ponto importante nesta etapa é escolher o número de grupos. Devido à quantidade de estações, existem diversas configurações diferentes. Hosking e Wallis (1997) demonstraram que 20 é o número ideal de estações para aplicação do algoritmo *index-flood*

com momentos-L. Portanto, para identificar o número de grupos, foi utilizado o seguinte critério:

$$k = \frac{227}{20} = 11,35 \Longrightarrow k \approx 11 grupos$$
(58)

Assim, quando se divide a região estudada em 11 grupos, são produzidos grupos com tamanho médio de 20 estações, conforme a Tabela 38.

	Tabela 38 Número de estações por grupo												
Número de Grupos													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
0	1	227	107	107	41	41	41	41	41	19	19	19	
rup	2		120	74	66	66	66	22	22	22	22	22	
р о	3			46	74	18	18	44	44	22	22	22	
s d	4				46	46	41	18	18	44	44	15	
õõe	5					56	56	41	23	18	18	29	
staç	6						5	56	18	23	23	18	
ê ê	7							5	56	18	18	23	
b de	8								5	56	34	18	
Jero	9									5	22	34	
lúm	10										5	22	
Z	11											5	
Total 227 227 227 227 227 227 227 227 227 22								227					

Na Figura 24 está apresentada a configuração espacial dos grupos formados.



Figura 24 Configuração espacial dos onze grupos formados

5.2.2 Medidas de homogeneidade, discordância e curvas de crescimento

Observa-se na Tabela 39 que o grupo 1 pode ser considerado aceitavelmente homogêneo em todas as ordens dos momentos-LH, além disso, apresentou uma estação discordante das demais.

Para escolha da distribuição generalizada e ordem dos momento-LH, foram utilizados os seguintes princípios: menor valor do teste Z em módulo, ausência ou presença de estações discordantes. Portanto, para o grupo 1, selecionaram-se a ordem 3 dos momentos-LH e a distribuição GLO.

Tabela 39 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 1 (19 estações)

ŋ	Medida d	le heteroge	Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do	
• •	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H
0	-1,58	-0,8	-0,65	-0,81	-5,1	1,01	x3	Aceitavelmente homogêneo
1	-1,45	-0,53	-0,60	-0,45	-2,4	0,67	x3	Aceitavelmente homogêneo
2	-1,05	-0,77	-0,77	-0,62	-1,76	0,15	x3	Aceitavelmente homogêneo
3	-0,85	-0,86	-0,79	-0,82	-1,47	-0,28		Aceitavelmente homogêneo
4	-0,89	-0,83	-0,65	-1,05	-1,63	-0,67		Aceitavelmente homogêneo

Tabela 40 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 2 (22 estações)

n	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do
	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H
0	3,97	1,43	1,59	-0,12	-6,78	3,10	x23 e x40	Definitivamente Heterogêneo
1	3,93	1,70	1,41	-0,32	-3,31	1,61		Definitivamente Heterogêneo
2	3,72	1,48	0,96	-0,55	-2,25	0,68		Definitivamente Heterogêneo
3	3,00	1,15	0,61	-0,76	-1,90	0,17		Definitivamente Heterogêneo
4	2,85	0,63	0,26	-0,91	-1,79	-0,24		Definitivamente heterogêneo

O grupo 2, Tabela 40, pode ser considerado definitivamente heterogêneo em todas as ordens dos momentos-LH, além disso, apresentou duas estações discordantes das demais. Portanto, não é possível identificar uma distribuição generalizada mais adequada para este grupo, pois, como indicam Hosking e Wallis (1997), em casos de heterogeneidade

deve-se utilizar a distribuição kappa. Além disso, escolheu-se a ordem zero para que se evitassem elevadas variâncias dos quantis estimados.

O grupo 3, Tabela 41, pode ser considerado aceitavelmente homogêneo em todas as ordens dos momentos-LH, além disso, apresentou duas estações discordantes das demais. Foram escolhidas a distribuição GLO e a ordem 3 dos momentos-LH.

η	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do
•	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	
0	0,21	-0,88	-1,35	-0,05	-5,11	2,11	x21	Aceitavelmente homogêneo
1	0,15	-0,96	-1,22	-0,44	-2,68	0,90	x90	Aceitavelmente homogêneo
2	-0,02	-1,22	-0,83	-0,62	-1,91	0,27		Aceitavelmente homogêneo
3	-0,11	-1,04	-0,40	-0,65	-1,40	-0,03		Aceitavelmente homogêneo
4	-0,10	-0,61	0,11	-0,74	-1,42	-0,27		Aceitavelmente homogêneo

Tabela 41 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 3 (22 estações)

O grupo 4, Tabela 42, pode ser considerado aceitavelmente homogêneo nas ordens 1, 2 e 3 e possivelmente heterogêneo nas ordens 0 e 4. Este grupo não apresentou estações discordantes. Neste grupo, para escolha da ordem e a distribuição generalizada, foram utilizados os seguintes critérios: grupo homogêneo e menor valor do teste Z em módulo. Portanto, foram escolhidas a distribuição GEV e a ordem 3 dos momentos-LH.

n	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do	
•	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H	
0	1,03	-0,02	-0,58	-1,32	-5,54	0,54		Possivelmente Heterogêneo	
1	0,53	-0,52	-0,82	-0,82	-2,59	0,24		Aceitavelmente homogêneo	
2	0,71	-0,70	-0,70	-0,35	-1,38	0,35		Aceitavelmente homogêneo	
3	0,98	-0,53	-0,23	-0,03	-0,64	0,47		Aceitavelmente homogêneo	
4	1,14	-0,05	0,28	0,18	-0,40	0,57		Possivelmente Heterogêneo	

Tabela 42 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 4 (15 estações)

O grupo 5, Tabela 43, pode ser considerado aceitavelmente homogêneo na ordem 0 e definitivamente heterogêneo nas demais ordens. Esse grupo apresentou duas estações discordantes. Seguindo o critério de escolha adotado, para o grupo 5, foram escolhidas a distribuição GEV e a ordem 0 dos momentos-LH.

n	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do
	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H
0	0,85	0,61	0,54	0,24	-5,79	2,87		Aceitavelmente homogêneo
1	2,31	1,30	1,25	1,54	-1,38	3,30		Definitivamente Heterogêneo
2	3,43	1,29	1,14	1,32	-0,55	2,65	x74	Definitivamente Heterogêneo
3	3,99	1,29	0,87	0,82	-0,37	1,80	x74 e x75	Definitivamente Heterogêneo
4	4,05	1,12	0,56	0,38	-0,64	1,15	x74 e x75	Definitivamente Heterogêneo

Tabela 43 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 5 (29 estações)

O grupo 6, Tabela 44, pode ser considerado aceitavelmente homogêneo em todas as ordens dos momentos-LH. Esse grupo apresentou duas estações discordantes. O teste de aderência aponta a distribuição GLO e ordem 4 dos momentos-LH, no entanto, para esse grupo, foi escolhida a ordem 0 por apresentar menor H1 e a diferença entre os testes Z, entre a ordem 0 e 4, ser pequena.

Tabela 44 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 6 (18 estações)

ŋ	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do
	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H
0	0,06	0,04	-0,16	-2,00	-6,31	-0,13		Aceitavelmente homogêneo
1	0,57	0,25	-0,38	-0,57	-2,45	0,54		Aceitavelmente homogêneo
2	0,87	-0,06	-0,83	-0,33	-1,39	0,39		Aceitavelmente homogêneo
3	0,94	-0,68	-1,36	-0,42	-1,09	0,13		Aceitavelmente homogêneo
4	0,81	-1,21	-1,73	-0,45	-1,06	-0,05		Aceitavelmente homogêneo

O grupo 7, Tabela 45, pode ser considerado possivelmente homogêneo na ordem zero e aceitavelmente homogêneo nas demais ordens. Este grupo apresentou uma estação discordante. O teste de aderência aponta a distribuição GLO e ordem 3 dos momentos-LH.

O grupo 8, Tabela 46, pode ser considerado aceitavelmente homogêneo em todas as ordens dos momentos-LH. Este grupo apresentou uma estação discordante. Serão

escolhidas a distribuição GLO e a ordem 2 dos momentos-LH, mesmo existindo uma estação discordante.

n	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do
•	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H
0	1,37	1,14	0,59	-1,58	-6,4	0,48	x98	Possivelmente Heterogêneo
1	0,34	0,64	0,34	-1,66	-3,71	-0,46	x98	Aceitavelmente homogêneo
2	0,15	0,09	-0,06	-1,79	-2,91	-1,04	x98	Aceitavelmente homogêneo
3	0,16	-0,19	-0,31	-1,85	-2,46	-1,33		Aceitavelmente homogêneo
4	0,25	-0,36	-0,47	-1,82	-2,4	-1,46		Aceitavelmente homogêneo

Tabela 45 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 7 (23 estações)

Tabela 46 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 8 (18 estações)

n	Medida de heterogeneidade			Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do
•	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	teste H
0	-0,67	-0,84	-1,00	-1,06	-5,13	0,66	x224	Aceitavelmente homogêneo
1	-0,77	-1,06	-0,87	-1,04	-2,78	-0,03	x224	Aceitavelmente homogêneo
2	-0,85	-1,30	-1,11	-1,36	-2,29	-0,74	x224	Aceitavelmente homogêneo
3	-1,00	-1,44	-1,40	1,63	-2,12	-1,22	x224	Aceitavelmente homogêneo
4	-1,04	-1,46	-1,53	-1,94	-2,44	-1,63		Aceitavelmente homogêneo

Tabela 47 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do grupo 9 (34 estações)

η	Medida	Medida de heterogeneidade			aderên	cia (Z)	Estação	Implicação do	
•	H1	H2	H2 H3		GPA	GLO	discordante (ID)		
0	2,44	0,36	-0,05	0,07	-7,05	3,28		Definitivamente Heterogêneo	
1	2,74	-0,37	-0,83	0,07	-3,17	2,06	x149	Definitivamente Heterogêneo	
2	2,41	-0,36	-0,75	-0,28	-2,20	1,08	x149 e x110	Definitivamente Heterogêneo	
3	1,88	-0,42	-0,40	-0,41	-1,59	0,55	x149 e x110	Possivelmente Heterogêneo	
4	1,82	-0,32	-0,03	-0,42	-1,41	0,30	x149 e x110	Possivelmente Heterogêneo	

O grupo 9, Tabela 47, pode ser considerado definitivamente heterogêneo nas ordens 0, 1 e 2, já nas ordens 3 e 4, é possivelmente heterogêneo. Este grupo apresentou duas estações discordantes. Serão escolhidas a distribuição GLO e a ordem 4 dos momentos-LH.

O grupo 10, Tabela 48, pode ser considerado possivelmente heterogêneo nas ordens 0, 3 e 4, já nas ordens 1 e 2, o mesmo pode ser considerado definitivamente heterogêneo. Este grupo apresentou duas estações discordantes. Serão escolhidas a distribuição GEV e a ordem 0 dos momentos-LH.

	grapo ro (22 oota şooo)								
η_	Medida	de heterog	Teste aderência (Z)			Estação	Implicação do		
•	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO	discordante (ID)	leste H	
0	1,33	-0,24	-0,28	0,51	-5,47	3,21		Possivelmente Heterogêneo	
1	2,03	-0,41	-0,43	1,04	-1,67	2,72	x189	Definitivamente Heterogêneo	
2	2,12	-0,34	-0,20	0,83	-0,78	1,98		Definitivamente Heterogêneo	
3	1,90	-0,14	0,11	0,55	0,52	1,42	x208	Possivelmente Heterogêneo	
4	1,63	0,13	0,29	0,30	-0,61	0,99	x208	Possivelmente Heterogêneo	

Tabela 48 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 10 (22 estações)

O grupo 11, Tabela 49, pode ser considerado aceitavelmente homogêneo em todas as ordens dos momentos-LH. Este grupo não apresentou estações discordantes. Serão escolhidas a distribuição GEV e a ordem 0 dos momentos-LH.

				oolago	00)				
η _	Medida d	Medida de heterogeneidade				cia (Z)	Estação	Implicação do	
	H1	H2	H3	GEV	GPA	GLO		IESIE H	
0	-0,39	0,16	0,48	0,16	-1,90	0,99		Aceitavelmente homogêneo	
1	-0,31	0,69	0,63	0,39	-0,58	0,95		Aceitavelmente homogêneo	
2	-0,13	0,81	0,37	0,34	-0,28	0,77		Aceitavelmente homogêneo	
3	0,09	0,42	0,06	0,19	-0,18	0,49		Aceitavelmente homogêneo	
4	0,21	-0,11	-0,14	-0,01	-0,35	0,24		Aceitavelmente homogêneo	

Tabela 49 Medida de heterogeneidade, teste de aderência e estações discordantes do
grupo 11 (5 estações)

As estações discordantes não foram removidas, pois na maioria dos casos, houve grau de homogeneidade aceitável nos grupos formados. A exceção foi o grupo 2, que

apresentou estações discordantes e heterogeneidade. No entanto, não foi removida a estação discordante porque foi utilizada a distribuição kappa para estimativa da curva de crescimento regional.

Na Tabela 50, são apresentadas as curvas de crescimento regional, escolhidas dos 11 grupos formados.

	Tabela 50 Curvas escolnidas de crescimento regional									
	Parâmetros						Período de Retorno (anos)			
Grupo	Dist	LH	ξ	α	k	10	20	100	200	1000
1	GLO	3	0,978	0,098	-0,1333	1,228	1,331	1,599	1,732	2,089
2	KAPPA	0	0,8753	0,2447	k=0,0867 h=0,0232	1,376	1,516	1,804	1,914	2,147
3	GLO	3	0,7173	0,1303	-0,1103	1,041	1,171	1,497	1,654	2,067
4	GEV	3	0,6665	0,1599	-0,0421	1,044	1,172	1,478	1,615	1,948
5	GEV	0	0,8763	0,2002	-0,0395	1,347	1,507	1,886	2,056	2,466
6	GLO	4	0,7048	0,1198	-0,1069	1,002	1,119	1,416	1,558	1,929
7	GLO	3	0,7061	0,1255	-0,1568	1,035	1,176	1,551	1,741	2,270
8	GLO	2	0,7488	0,1276	-0,1751	1,091	1,240	1,649	1,861	2,462
9	GLO	4	0,6985	0,1389	-0,0271	1,013	1,124	1,378	1,489	1,754
10	GEV	0	0,8729	0,2195	-0,0017	1,368	1,527	1,887	2,041	2,398
11	GEV	0	0,8385	0,2289	-0,1159	1,427	1,650	2,229	2,512	3,261

Tabela 50 Curvas escolhidas de crescimento regional

Dist – Distribuição de probabilidade selecionada

5.2.3 Estimativa regional versus local

Os quantis locais foram estimados utilizando o procedimento otimizado. Além disso, de acordo com as curvas de crescimento apresentadas na Tabela 50 e a equação 57, os quantis locais foram estimados via análise de frequência regional.

A análise de frequência regional proporciona quantis de melhor qualidade, em comparação com a análise de frequência local, como demonstraram Hosking e Wallis (1997). Portanto, a ideia desta pesquisa é quantificar a diferença entre a análise de frequência regional e local no estudo de precipitações.

Foi utilizada a correlação entre as estimativas e o erro médio:

$$RMSE(F) = \left\{ N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \left[RFL_i(F) - LFA_i(F) \right]^2 \right\}^{0.5}$$
(59)

Em que: *N* é o número de estações, RMSE(F) é o erro médio para um dado quantil, $RFL_i(F)$ é o quantil estimado na n-ésima estação pela análise de frequência regional e $LFA_i(F)$ é o quantil estimado na n-ésima estação pelo procedimento otimizado. Observa-se, na Tabela 51, que o coeficiente de correlação entre os quantis (local e regional) foi baixo, cujo maior valor observado foi para o período de retorno de 20 anos e o menor para 1000 anos. Isso demonstra a diferença nos valores obtidos pelos dois procedimentos em estudo para obtenção dos quantis locais.

Período de Retorno (anos)					
10	20	100	200	1000	
0,596	0,636	0,579	0,537	0,462	
18,687	20,293	33,309	45,546	97,140	
	10 0,596 18,687	Período 10 20 0,596 0,636 18,687 20,293	Período de Retorr10201000,5960,6360,57918,68720,29333,309	Período de Retorno (anos)10201002000,5960,6360,5790,53718,68720,29333,30945,546	

 Tabela 51 Coeficiente de correlação e erro médio dos quantis locais estimados pelas

 análises de frequência local e regional

Como esperado, quando se aumenta o período de retorno aumenta-se o erro médio cometido (Tabela 51), consequentemente, quantificam-se as diferenças entre metodologias. Mesmo no período de retorno de 10 anos, são observados erros de aproximadamente 19 mm de chuva.

No período de retorno de 1000 anos, os problemas são mais graves, pois a diferença entre as estimativas pode chegar a 100 mm de chuva. Portanto, isso pode causar um super ou subdimesionamento, que pode trazer graves consequências sociais e econômicas para a população do entorno.

Mapas temáticos foram confeccionados para visualizar a distribuição espacial das precipitações máximas diárias no Estado do Paraná durante os períodos de retorno de 10, 20, 100, 200 e 1000 anos, com a ajuda de interpolador do inverso do quadrado da distância. Como já foi demonstrado, pode haver grandes diferenças no procedimento adotado para estimativa de quantis locais, portanto, optou-se pela utilização dos quantis estimados via análise de frequência regional porque são mais confiáveis.

As Figuras 25 a 29 apresentam os mapas temáticos confeccionados para os períodos de retorno estudados. Observa-se que na região Leste do Estado, parte litorânea, as isolinhas apresentam precipitações elevadas, possivelmente devido à configuração do terreno, ou seja, devido à ocorrência de chuvas orográficas.

As regiões Centro-oeste e Norte, no interior do Paraná, também são destacadas, onde os valores elevados possivelmente ocorrem devido às chuvas convectivas.



Figura 25 Mapa temático referente ao período de retorno de 10 anos.



Figura 26 Mapa temático referente ao período de retorno de 20 anos.



Figura 27 Mapa temático referente ao período de retorno de 100 anos.



Figura 28 Mapa temático referente ao período de retorno de 200 anos.



Figura 29 Mapa temático referente ao período de retorno de 1000 anos.

6 CONCLUSÕES

Análise de frequência local

- a) Deve ser dada preferência para a utilização das distribuições GEV e GLO, quando o método de estimativa de parâmetros for os momentos-LH.
- b) Deve-se evitar a utilização da distribuição GPA na análise de frequência local de eventos extremos, pois existe uma forte tendência de subestimativa dos quantis 0,99 e 0,995 na ordem 0 dos momentos-LH, ou seja, momentos-L.
- c) O teste de aderência de Wang faz com que a porcentagem de ajuste das distribuições generalizadas mantenha-se acima de 90%, além disso, permite a escolha da distribuição com menor Bias e erro.
- d) Ao se utilizar o procedimento otimizado, foi possível obter ajuste em todas as 227 séries estudadas.

Análise de frequência regional

- e) Os momentos-LH possibilitaram a criação de dez grupos homogêneos e um grupo heterogêneo.
- f) Quando os quantis locais estimados foram comparados via análise de frequência regional com aqueles obtidos via análise de frequência local, obtiveram-se diferenças de até 100mm de chuva para período de retorno de 1000 anos.

REFERÊNCIAS

ABOLVERDI, J.; KHALILI, D. Probabilistic analysis of extreme regional meteorological droughts by L-moments in a semi-arid environment. **Theoretical Applied Climatology**, v.102, p.351-366, 2010.

ANA. **Agência Nacional das Águas**. Disponível on-line em: http://www.ana.gov.br/, 05/05/2009.

ASHKAR, F.; MAHDI, S. Fitting the log-logistic distribution by generalized moments. **Journal** of Hydrology, n.328, p.694–703, 2006.

BERMUDEZ, P DE Z.; KOTZ, S. Parameter estimation of the generalized Pareto distribution – Part I. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v.140, p.353-1373, 2010.

BHUYAN, A.; BORAH, M.; KUMAR, R. Regional Flood Frequency Analysis of North-Bank of the River Brahmaputra by Using LH-Moments. **Water Resources Management**, n.24, p.1779–1790, 2010.

CANNAROZZO, M.; NOTO, L.V.; VIOLA, F.; LA LOGGIA, G. Annual runoff regional frequency analysis in Sicily. **Physics and Chemistry of the Earth**, v.34, n.10-12, p.679-687, 2009.

CASTELLARIN, A.; BURN, D.H.; BRATH, A. Homogeneity testing: How homogeneous do heterogeneous cross-correlated regions seem? **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.360, n.1-4, p.67-76, 2008.

CUNDERLIK, J. M.; BURN, D. H. Site-focused nonparametric test of regional homogeneity based on flood regime. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, n.318, p301–315, 2006.

Dinpashoh, Y.; Fakheri-Farda, A.; Moghaddam, M; Jahanbakhsh, S.; Mirnia, M. Selection of variables for the purpose of regionalization of Iran's precipitation climate using multivariate methods. **Journal of Hydrology**, n.297, p109-123, 2004.

GREENWOOD, J.A.; LANDWEHR, J. M.; MATALAS, N. C.; WALLIS, J. R. Probability weighted moments: definition and relation to parameters expressible in inverse form. **Water Resources Research**, v.15, n.5, p.1049-1054, 1979.

HOSKING, J. R. M. L-moments: analysis and estimation of distribution using linear combinations of order statistics. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical methodology), London, v.52, n.2 p.105-124, 1990.

HOSKING, J. R. M. The four-parameter kappa distribution. **IBM Journal of Research and Development**, v.38, n.3, p.251-258, 1994.

HOSKING, J.R.M., WALLIS, J.R. **Regional frequency analysis: an approach based on Lmoments**. New York: Cambridge University Press, 1997. 224p.

HOSKING, J. R. M; WALLIS, J. R. An Index-flood procedure for regional frequency analysis. Eos, Transactions, American Geophysical Union, v.68, p.312, 1987.

JAVELLE, P.; OUARDA, T. B. M .J.; LANG, M.; BOBÉE, B.; GALÉA, G.; GRÉSILLON, J-M. Development of regional flood-duration–frequency curves based on the index-flood method. **Journal of Hydrology**, V.258, n.1–4, p.249-259, 2002.

JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, London, v.81, n.551.501.45, p.158-171, 1955.

KHALIQ, M. N.; OUARDA, T. B. M. J.; ONDO, J. C.; GACHON, P.; BOBÉE, B. (2006). Frequency analysis of a sequence of dependent and/or non-stationary hydro-meteorological observations: A review. Journal of Hydrology, v. 329, p. 534-552, 2006.

KYSELÝ, J., PICEK, J., HUTH, R. Formation of homogeneous regions for regional frequency analysis of extreme precipitation events in the Czech Republic. **Stud. Geophys. Geod.**, v.51, p.327–344, 2007.

LANDWERH, J. M.; MATALAS, N. C.; WALLIS, J. R. Estimation of parameters and quantiles of Wakeby distributions 2: Unknown lower bonds. **Water Resources Research**, v.15, n.6, 1373-1379, 1979.

LEE S. H.; MAENG, J. S. Comparison and analysis of design floods by the change in the order of LH-moment methods. **Irrigation and Drainage**, v.52, p.231–245, 2003.

LIOU, J-J; WU, Y-C; CHENG, K-S. Establishing acceptance regions for L-moments based goodness-of-fit tests by stochastic simulation. **Journal of Hydrology**, v.355, n.1, p.49-62, 2008.

MELLO, C. R. de; SILVA, A. M. da. Métodos estimadores dos parâmetros da distribuição de gumbel e sua influência em estudos hidrológicos de projeto. **Irriga**, Botucatu, v.10, n.4, p. 318-334, 2005.

MESHGI, A.; KHALILI, D. Comprehensive evaluation of regional flood frequency analysis by L- and LH-moments. I. A re-visit to regional homogeneity. **Stochastic Environmental Resources Risk Assess**, n.23, p119–135, 2009a.

MESHGI, A.; KHALILI, D. Comprehensive evaluation of regional flood frequency analysis by L- and LH-moments. II. Development of LH-moments parameters for the generalized Pareto and generalized logistic distributions. **Stochastic Environmental Resources Risk Assess**, n.23, p137–152, 2009b.

MURSHED, M. S.; SEO, Y. A.; PARK, J-S. LH-moment estimation of a four parameter kappa distribution with hydrologic applications. **Stochastic Environmental Research and Risk Assessment**, DOI: 10.1007/s00477-013-0746-6, 2013.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. de A. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007. 552p.

NGONGONDO, C. S.;YU XU, C.; TALLAKSEN, L. M; ALEMAW, B.; CHIRWA, T. Regional frequency analysis of rainfall extremes in Southern Malawi using the index rainfall and L-moments approaches. **Stochastic Environmental Resources Risk Assess**, v.25, p939–955, 2011.

PARIDA, B. P.; MOALAFHI, D. B. Regional rainfall frequency analysis for Botswana using L-Moments and radial basis function network. **Physics and Chemistry of the Earth**, v.33, p.614–620, 2008. PICKAND, J. Statistical inference using extreme order statistics. **Annals of Statistics**, v.3, p.119–131, 1975.

PINHEIRO, M. M. G.; NAGHETTINI, M. Análise regional de freqüência e distribuição temporal das tempestades na Região Metropolitana de Belo Horizonte-RMBH. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.3, n.4, p.73-87, 1998.

QUEIROZ, M. M. F. DE; CHAUDHRY, F. H. Análise de eventos hidrológicos extremos, usando-se a distribuição GEV e momentos LH. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.10, n.2, p.381–389, 2006

R Development Core Team. R Foundation for Statistical Computing. R: A language and environment for statistical computing., Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL: <u>http://www.R-project.org/</u>. Acesso em: 10 abr. 2010.

RAO, A. R.; SRINIVAS, V.V. Regionalization of watersheds by fuzzy cluster analysis. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.318, n.1-4, p.57-79, 2006(a).

RAO, A. R.; SRINIVAS, V.V. Regionalization of watersheds by hybrid-cluster analysis. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.318, n.1-4, p.37-56, 2006(b).

RAO, A.R.; SRINIVAS, V.V. **Regionalization of Watersheds - An Approach Based on Cluster Analysis**. Series: Water Science and Technology Library, v.58, Springer Publishers, p.248, 2008.

SAF, B. Assessment of the effects of discordant sites on regional flood frequency analysis. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.380, n.3-4, p.362-375, 2008.

SARKAR, S.; GOEL, N. K.; MATHUR, B. S. Development of isopluvial map using L-moment approach for Tehri-Garhwal Himalaya. **Stochastic Environmental Resources Risk Assess**, v.24, p411–423, 2010.

SHIN, H.; KIM, T.; KIM, S.; HEO, J-H. Estimation of asymptotic variances of quantiles for the generalized logistic distribution. **Stochastic Environmental Resources Risk Assess**, v.24, p183–197, 2010.

SINGH, V.P.; GUO, H. Parameter estimation for 3-parameter generalized Pareto distribution by principle of maximum entropy (POME). **Hydrological Sciences**, v.40, p.165–181, 1995.

SRINIVAS, V. V.; TRIPATHI, S.; RAO, A. R.; GOVINDARAJU, R. S. Regional flood frequency analysis by combining self-organizing feature map and fuzzy clustering. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.348, p.148-166, 2008.

TUCCI, C.E.M. (org.) 2000. Hidrologia – Ciência e Aplicação. Porto Alegre: UFRGS, 2000. 943p.

VALVERDE, A. E. L.; LEITE, H. G.; SILVA, D. D. da; PRUSKI, F. F. Momentos-L: teoria e aplicação em hidrologia. **Revista Árvore**, Viçosa, v.28, n.6, p.927-933, 2004.

WANG, Q. J. LH moments for statistical analysis of extreme events. **Water Resources Research**, Washington, v.33, n.12, p.2841-2848, 1997.

XU, Y-P; YU, C.; ZHANG, X.; ZHANG, Q.; XU, X. Design rainfall depth estimation through two regional frequency analysis methods in Hanjiang River Basin, China. **Theoretical Applied Climatology**, n.3-4, p.563-578, 2012.

YANG,T.; SHAO, Q.; HAO,Z. C.; CHEN, X.;ZHANG, Z.;XU, C. Y.; SUN, L. Regional frequency analysis and spatio-temporal pattern characterization of rainfall extremes in the Pearl River Basin, China. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v.380, n.3-4, p.386-405, 2010.

APÊNDICE

Códigos	ID	Municípios	Latitude	Longitude	Altitude	Média Anual
2250028	X1	SERTANEJA	-22:51:04	-50:52:28	365	1334,6
2250030	X2	LEÓPOLIS	-22:57:35	-50:46:16	344	1293,9
2250032	Х3	ITAMBARACA	-22:58:20	-50:28:44	402	1361,4
2250033	X4	ANDIRÁ	-22:57:55	-50:15:58	423	1394,7
2250035	X5	CAMBARÁ	-22:58:59	-50:00:00	528	1443,4
2251033	X6	COLORADO	-22:53:53	-51:53:17	487	1378,2
2251037	X7	CAFEARA	-22:47:16	-51:42:41	377	1375,4
2251038	X8	ALVORADA DO SUL	-22:46:00	-51:13:59	373	1338,7
2251039	X9	PRIMEIRO DE MAIO	-22:51:06	-51:01:55	370	1386,4
2251041	X10	SANTO INÁCIO	-22:41:47	-51:47:23	373	1434,8
2251042	X11	LUPIONÓPOLIS	-22:41:59	-51:38:32	377	1333,3
2251069	X12	CENTENÁRIO DO SUL	-22:49:22	-51:35:44	500	1354,9
2252013	X13	JARDIM OLINDA	-22:33:03	-52:02:11	318	1362,6
2252015	X14	DIAMANTE DO NORTE	-22:39:15	-52:51:38	329	1311,7
2252019	X15	PARANAPOEMA	-22:39:39	-52:07:59	299	1369,7
2252022	X16	TERRA RICA	-22:43:50	-52:36:59	437	1363,6
2252023	X17	PARANAVAI	-22:43:52	-52:26:47	400	1418
2252024	X18	SANTO ANTÔNIO DO CAIUÁ	-22:43:59	-52:21:00	420	1383,7
2252025	X19	GUAIRAÇA	-22:57:00	-52:48:00	460	1440,2
2253008	X20	SÃO PEDRO DO PARANÁ	-22:47:42	-53:09:33	419	1315,9
2253011	X21	SANTA CRUZ DE MONTE CASTELO	-22:58:00	-53:16:59	482	1371,7
2253013	X22	LOANDA	-22:55:59	-53:01:59	488	1551,2
2349036	X23	RIBEIRÃO CLARO	-23:12:00	-49:45:00	782	1403,4
2349038	X24	JACAREZINHO	-23:07:00	-49:49:59	580	1390,7
2349059	X25	SANTO ANTÔNIO DA PLATINA	-23:24:50	-49:58:51	603	1430,9
2349060	X26	CARLÓPOLIS	-23:32:44	-49:44:49	563	1401,8
2349061	X27	SANTANA DO ITARARÉ	-23:45:16	-49:37:21	543	1364,8
2349064	X28	SÃO JOSÉ DA BOA VISTA	-23:54:52	-49:39:00	550	1293,1
2350006	X29	SANTO ANTÔNIO DO PARAÍSO	-23:30:00	-50:39:00	670	1417,1
2350021	X30	NOVA FÁTIMA	-23:21:00	-50:37:59	570	1501
2350023	X31	URAÍ	-23:12:26	-50:47:43	458	1302,4
2350027	X32	CORNÉLIO PROCÓPIO	-23:07:00	-50:40:59	580	1330,5
2350029	X33	SANTA AMÉLIA	-23:15:59	-50:25:55	471	1359
2350032	X34	ASSAÍ	-23:23:38	-50:55:26	533	1577,8
2350037	X35	SÃO JERÔNIMO DA SERRA	-23:46:50	-50:48:51	989	1834,8
2350041	X36	IBAITI	-23:55:00	-50:15:00	600	1517,5
2350043	X37	PINHALÃO	-23:57:00	-50:01:00	750	1437,5
2350048	X38	CONGONHINHAS	-23:38:02	-50:28:28	531	1332,8
2350052	X39	RIBEIRÃO DO PINHAL	-23:33:00	-50:24:00	800	1506
2350053	X40	JUNDIAÍ DO SUL	-23:27:00	-50:13:59	500	1379,4
2350054	X41	GUAPIRAMA	-23:31:00	-50:01:59	600	1435,8
2351004	X42	BOM SUCESSO	-23:42:00	-51:46:00	560	1684

Apêndice A Estações utilizadas neste estudo

2351020	X43	BORRAZÓPOLIS	-23:56:27	-51:35:16	640	1734
2351023	X44	SÃO PEDRO DO IVAÍ	-23:51:51	-51:51:30	404	1408,9
2351025	X45	NOVO ITACOLOMI	-23:45:50	-51:30:25	606	1661,3
2351026	X46	RIO BOM	-23:45:50	-51:24:39	648	1656,5
2351027	X47	MARILÂNDIA DO SUL	-23:49:37	-51:15:59	860	1746,1
2351028	X48	ITAMBÉ	-23:39:00	-51:58:59	420	1601,6
2351029	X49	MARIALVA	-23:36:35	-51:51:36	372	1629,2
2351031	X50	CAMBÉ	-23:03:58	-51:15:40	438	1370
2351032	X51	SERTANÓPOLIS	-23:03:00	-51:01:59	380	1426,1
2351037	X52	CALIFORNIA	-23:39:00	-51:21:00	790	1614,2
2351040	X53	LONDRINA	-23:45:00	-51:01:36	673	1734
2351041	X54	ORTIGUEIRA	-23:58:59	-51:04:59	1011	1780,7
2351043	X55	CAMBIRA	-23:39:46	-51:36:09	601	1666
2351044	X56	SARANDI	-23:29:02	-51:54:20	504	1597,9
2351045	X57	MARINGÁ	-23:24:00	-51:52:26	584	1567,7
2351048	X58	ARAPONGAS	-23:24:00	-51:26:00	793	1648,4
2351050	X59	IGUARAÇU	-23:10:59	-51:49:59	581	1365,9
2351051	X60	ASTORGA	-23:14:14	-51:39:41	572	1585,2
2351053	X61	ROLÂNDIA	-23:12:00	-51:27:00	653	1521,5
2352026	X62	TUNEIRAS DO OESTE	-23:54:24	-52:57:17	459	1604,4
2352029	X63	PEABIRU	-23:54:39	-52:20:10	527	1603,7
2352030	X64	PEABIRU	-23:59:40	-52:11:46	425	1661,7
2352031	X65	CIANORTE	-23:48:00	-52:37:59	600	1510
2352032	X66	ARARUNA	-23:49:59	-52:30:00	600	1454,9
2352033	X67	ENGENHEIRO BELTRÃO	-23:48:00	-52:19:59	550	1708,9
2352035	X68	TERRA BOA	-23:40:23	-52:22:50	474	1598,2
2352036	X69	SÃO CARLOS DO IVAÍ	-23:21:49	-52:31:26	293	1481,8
2352037	X70	FLORAÍ	-23:19:26	-52:17:58	521	1545,6
2352038	X71	OURIZONA	-23:24:15	-52:11:45	561	1582,7
2352042	X72	TAPEJARA	-23:40:05	-52:58:34	447	1457,7
2352043	X73	RONDON	-23:34:00	-52:51:00	500	1529,8
2352044	X74	INDIANÓPOLIS	-23:28:58	-52:42:05	501	1768,3
2352045	X75	JAPURÁ	-23:28:00	-52:33:00	500	1573,9
2352046	X76	CIDADE GAUCHA	-23:22:59	-52:55:59	400	1472,8
2352047	X77	GUAPOREMA	-23:19:59	-52:46:00	400	1419,3
2352051	X78	AMAPORÃ	-23:05:07	-52:47:05	396	1434,3
2352060	X79	PLANALTINA DO PARANÁ	-23:04:38	-52:57:33	362	1391
2352061	X80	IVATUBA	-23:37:01	-52:11:47	339	1592,8
2352062	X81	NOVA ESPERANÇA	-23:10:59	-52:10:59	582	1496
2353005	X82	XAMBRE	-23:44:03	-53:29:11	412	1465,2
2353010	X83	QUERÊNCIA DO NORTE	-23:04:54	-53:28:52	349	1264,9
2353016	X84	PÉROLA	-23:47:49	-53:40:32	438	1445,8
2353019	X85	SÃO JORGE DO PATROCÍNIO	-23:41:35	-53:54:32	365	1398,1
2353023	X86	MARIA HELENA	-23:36:28	-53:12:15	370	1483,6
2353027	X87	UMUARAMA	-23:31:39	-53:27:46	441	1555,2
2353031	X88	ICARAIMA	-23:22:59	-53:37:00	450	1525,5
2353032	X89	IVATÉ	-23:19:59	-53:25:00	500	1408,7

2353033	X90	DOURADINA	-23:22:00	-53:16:59	450	1455,8
2353034	X91	TAPIRA	-23:19:11	-53:04:12	401	1468,3
2353038	X92	SANTA ISABEL DO IVAÍ	-23:07:52	-53:16:38	339	1427,3
2353041	X93	SANTA MÔNICA	-23:10:59	-53:04:00	300	1385,6
2353047	X94	ALTÔNIA	-23:57:00	-53:58:00	400	1642,4
2449011	X95	PIRAÍ DO SUL	-24:31:45	-49:55:44	1068	1524,3
2449040	X96	JAGUARIAIVA	-24:14:45	-49:43:00	890	1541,3
2449044	X97	SENGES	-24:06:00	-49:28:00	650	1433,8
2449045	X98	SÃO JOSÉ DA BOA VISTA	-24:04:00	-49:39:00	850	1465,2
2450021	X99	PONTA GROSSA	-24:58:59	-50:16:00	950	1456,8
2450024	X100	CARAMBEÍ	-24:57:00	-50:00:00	1000	1562,5
2450026	X101	CASTRO	-24:37:59	-50:07:59	1050	1619,9
2450034	X102	TIBAGI	-24:13:00	-50:13:59	1050	1578,9
2450036	X103	ARAPOTI	-24:15:31	-50:05:02	957	1655,9
2450040	X104	RESERVA	-24:29:31	-50:49:07	919	2178,4
2450049	X105	IVAÍ	-24:57:27	-50:53:30	743	1659,2
2450054	X106	IPIRANGA	-24:52:00	-50:39:00	950	1416,6
2451021	X107	SANTA MARIA DO OESTE	-24:46:45	-51:57:16	929	2010,2
2451022	X108	IVAIPORÃ	-24:15:00	-51:32:00	720	1733,4
2451023	X109	GRANDES RIOS	-24:11:00	-51:26:00	700	1852
2451027	X110	BOA VENTURA DE SÃO ROQUE	-24:54:30	-51:39:28	906	1793,8
2451036	X111	PITANGA	-24:38:28	-51:45:29	911	1924
2451038	X112	CÂNDIDO DE ABREU	-24:37:00	-51:16:00	900	1662,9
2451039	X113	RESERVA	-24:40:59	-51:1:59	1200	1865,9
2451044	X114	NOVA TEBAS	-24:25:00	-51:56:00	700	1672,1
2451046	X115	ARIRANHA DO IVAÍ	-24:22:00	-51:30:00	900	1709,6
2451047	X116	RIO BRANCO DO IVAÍ	-24:19:00	-51:18:00	675	1702
2451049	X117	JARDIM ALEGRE	-24:06:52	-51:44:03	618	1548,4
2452008	X118	IRETAMA	-24:25:00	-52:06:00	584	1765,8
2452009	X119	UBIRATÃ	-24:32:00	-52:59:00	509	1858,7
2452010	X120	JANIÓPOLIS	-24:08:00	-52:46:00	350	1726,9
2452011	X121	CAMPINA DA LAGOA	-24:35:59	-52:48:15	618	1866,3
2452012	X122	ALTAMIRA DO PARANÁ	-24:48:0	-52:42:00	650	2001,6
2452015	X123	RONCADOR	-24:36:00	-52:16:00	730	1932,8
2452016	X124	PALMITAL	-24:53:04	-52:12:10	890	2033,7
2452019	X125	LARANJAL	-24:53:09	-52:28:26	741	1906,3
2452029	X126	FAROL	-24:05:26	-52:37:17	582	1659,9
2452035	X127	MAMBORÊ	-24:25:59	-52:33:00	650	2108,6
2452044	X128	IRETAMA	-24:25:00	-52:12:00	700	1843,8
2452045	X129	CAMPO MOURÃO	-24:14:05	-52:24:09	668	1793,4
2452046	X130	LUIZIANA	-24:16:59	-52:16:00	800	1820
2453008	X131	ALTO PIQUIRI	-24:00:53	-53:26:23	427	1618,7
2453010	X132	FORMOSA DO OESTE	-24:16:59	-53:19:00	370	1642,3
2453012	X133	CORBÉLIA	-24:48:00	-53:18:00	682	1987,1
2453014	X134	CAMPO BONITO	-24:52:59	-53:04:00	700	1930,8
2453016	X135	GOIOERÊ	-24:11:36	-53:01:55	497	1695,3
2453026	X136	OURO VERDE DO OESTE	-24:46:31	-53:54:06	554	1851,1

2453027	X137	TOLEDO	-24:46:20	-53:38:33	635	1835,1
2453028	X138	TOLEDO	-24:37:12	-53:55:34	539	1758,6
2453030	X139	ASSIS CHATEAUBRIAND	-24:36:40	-53:36:51	517	1735,5
2453037	X140	NOVA AURORA	-24:34:23	-53:22:48	544	1783
2453047	X141	MARIPA	-24:25:00	-53:49:00	400	1616,9
2453048	X142	NOVA SANTA ROSA	-24:23:31	-53:55:57	392	1666,3
2453050	X143	BRASILÂNDIA DO SUL	-24:11:54	-53:31:32	396	1631,7
2453052	X144	FRANCISCO ALVES	-24:04:59	-53:57:00	350	1561,2
2453056	X145	CASCAVEL	-24:57:46	-53:14:38	697	2010,8
2454003	X146	ENTRE RIOS DO OESTE	-24:41:33	-54:13:57	245	1619
2454004	X147	PATO BRAGADO	-24:38:53	-54:17:54	337	1895
2454006	X148	TERRA ROXA	-24:10:00	-54:06:00	400	1624,3
2454011	X149	VERA CRUZ DO OESTE	-24:58:38	-54:00:00	570	1846,2
2454012	X150	SANTA HELENA	-24:46:44	-54:14:22	281	1769,1
2454015	X151	MERCEDES	-24:27:00	-54:10:00	364	1757,2
2454016	X152	GUAÍRA	-24:19:00	-54:13:00	249	1643,6
2454018	X153	DIAMANTE D'OESTE	-24:54:22	-54:12:05	243	1697,9
2549040	X154	CONTENDA	-25:40:48	-49:32:11	882	1339,4
2549059	X155	LAPA	-25:48:00	-49:52:58	903	1525
2549063	X156	TIJUCAS DO SUL	-25:47:00	-49:09:00	913	1609,1
2550029	X157	IRATI	-25:28:00	-50:47:00	797	1670,6
2550035	X158	REBOUÇAS	-25:42:00	-50:31:00	790	1531,9
2550037	X159	SÃO JOÃO DO TRIUNFO	-25:37:19	-50:12:01	856	1528
2550041	X160	PALMEIRA	-25:28:30	-50:17:53	892	1880,2
2550045	X161	TEIXEIRA SOARES	-25:22:00	-50:28:00	950	1588,4
2550048	X162	IMBITUVA	-25:14:15	-50:36:02	869	1596,2
2550055	X163	PRUDENTÓPOLIS	-25:09:00	-50:59:00	750	1655,5
2551009	X164	GUARAPUAVA	-25:06:33	-51:48:23	1056	1756,6
2551011	X165	INÁCIO MARTINS	-25:37:47	-51:05:16	1150	2100,8
2551017	X166	CRUZ MACHADO	-25:56:38	-51:15:44	880	1878,5
2551019	X167	PINHÃO	-25:51:00	-51:46:00	1245	2100,4
2552006	X168	GUARANIAÇU	-25:05:00	-52:53:00	920	2060,5
2552007	X169	LARANJEIRAS DO SUL	-25:24:00	-52:25:00	850	1986,8
2552008	X170	MARQUINHO	-25:06:44	-52:15:30	872	2058,6
2552010	X171	NOVA LARANJEIRAS	-25:18:00	-52:32:00	728	1988,5
2552022	X172	RESERVA DO IGUAÇU	-25:48:00	-52:01:00	1000	2134,8
2552025	X173	CANDÓI	-25:33:04	-52:06:25	782	2231,3
2552029	X174	SÃO JOÃO	-25:51:00	-52:44:00	680	2110,1
2552031	X175	CHOPINZINHO	-25:49:00	-52:25:00	650	1907,5
2552036	X176	RIO BONITO DO IGUAÇU	-25:29:23	-52:31:56	704	1927,9
2552037	X177	PORTO BARREIRO	-25:31:00	-52:24:00	750	2010,8
2552039	X178	ESPIGÃO ALTO DO IGUAÇU	-25:23:08	-52:46:12	621	1981,4
2552040	X179	VIRMOND	-25:22:50	-52:12:02	758	1939,4
2552042	X180	ITAPEJARA D'OESTE	-25:56:26	-52:49:30	587	1983,1
2552045	X181	SÃO JORGE D'OESTE	-25:43:00	-52:55:00	550	2110,2
2552046	X182	QUEDAS DO IGUAÇU	-25:23:34	-52:57:52	666	2327,1
2553005	X183	PEROLA D'OESTE	-25:50:00	-53:45:00	400	2093

2553009	X184	CÉU AZUL	-25:07:59	-53:51:00	610	1963,6
2553010	X185	AMPÉRE	-25:49:00	-53:30:00	400	1864,6
2553014	X186	SERRANÓPOLIS DO IGUAÇU	-25:34:59	-53:58:59	350	1782,4
2553019	X187	IBEMA	-25:06:00	-53:04:00	750	1994,5
2553024	X188	CAPITÃO LEÔNIDAS MARQUES	-25:29:00	-53:37:00	264	1904,1
2553026	X189	BOA VISTA DA APARECIDA	-25:23:40	-53:23:05	478	2016,6
2553028	X190	SANTA LÚCIA	-25:24:00	-53:34:00	380	1992
2553033	X191	SANTA TEREZA DO OESTE	-25:09:00	-53:37:00	668	1971,7
2553038	X192	PLANALTO	-25:46:11	-53:39:52	400	1962,8
2553046	X193	ENÉAS MARQUES	-25:53:15	-53:04:57	560	1980,6
2554005	X194	MATELÂNDIA	-25:14:24	-53:58:31	581	2012,8
2554012	X195	SANTA TEREZINHA DE ITAIPU	-25:26:27	-54:24:11	285	1780,2
2554013	X196	SÃO MIGUEL DO IGUAÇU	-25:27:00	-54:19:00	250	2289,9
2554020	X197	MISSAL	-25:05:14	-54:14:53	321	1782,1
2651010	X198	GENERAL CARNEIRO	-26:37:59	-51:19:59	950	1841,8
2651016	X199	UNIÃO DA VITÓRIA	-26:03:00	-51:12:00	800	1820,3
2651023	X200	BITURUNA	-26:07:00	-51:34:00	1030	2015,5
2652010	X201	PALMAS	-26:29:00	-52:00:00	1060	2036,8
2652011	X202	MARIÓPOLIS	-26:21:00	-52:34:00	850	1985,8
2652012	X203	VITORINO	-26:16:00	-52:48:00	710	2058,2
2652013	X204	PATO BRANCO	-26:14:00	-52:41:00	800	2069,3
2652032	X205	CORONEL VIVIDA	-26:05:00	-52:31:00	700	2059,9
2653014	X206	SANTO ANTÔNIO DO SUDOESTE	-26:07:00	-53:39:00	447	2008,7
2653015	X207	FRANCISCO BELTRÃO	-26:05:00	-53:12:00	757	2117,7
2653017	X208	SALGADO FILHO	-26:06:44	-53:27:48	500	1932,7
2653019	X209	FLOR DA SERRA DO SUL	-26:14:00	-53:12:0	700	2032,5
2653021	X210	BARRACÃO	-26:13:00	-53:29:00	550	2100,1
2448037	X211	ADRIANÓPOLIS	-24:45:23	-48:58:05	227	1400,4
2449021	X212	DOUTOR ULYSSES	-24:34:01	-49:25:10	818	1809,4
2449023	X213	CERRO AZUL	-24:51:00	-49:28:00	480	1400,9
2449024	X214	TUNAS DO PARANÁ	-24:58:00	-49:04:59	880	1417,3
2548043	X215	GUARAQUEÇABA	-25:13:59	-48:25:00	64	2568,6
2548047	X216	MORRETES	-25:22:59	-48:52:00	159	2683,8
2548052	X217	SÃO JOSÉ DOS PINHAIS	-25:48:46	-48:55:25	237	2128,6
2548068	X218	ANTONINA	-25:26:00	-48:46:00	74	2133,5
2549047	X219	CAMPO LARGO	-25:14:00	-49:38:00	800	1423,1
2549051	X220	BOCAIÚVA DO SUL	-25:12:00	-49:07:00	980	1461,9
2549053	X221	ITAPERUÇU	-25:07:59	-49:33:00	750	1523,7
2551008	X222	GUARAPUAVA	-25:33:00	-51:29:00	1000	1964,2
2551027	X223	GUARAPUAVA	-25:33:00	-51:33:00	1000	1890,5
2551034	X224	GUARAPUAVA	-25:18:00	-51:26:00	1050	1825,4
2551035	X225	GUARAPUAVA	-25:16:00	-51:15:00	1202	1882,4
2652027	X226	MANGUEIRINHA	-26:07:38	-52:11:02	1009	1870,3
2548042	X227	GUARAQUEÇABA	-25:04:59	-48:13:00	9	2691,6