

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE ENGENHARIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO “STRICTO SENSU” EM
ENGENHARIA QUÍMICA - NÍVEL DE MESTRADO

DETERMINAÇÃO DE REGIMES DE ESCOAMENTO GÁS-LÍQUIDO
EM LEITO FIXO UTILIZANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

LUCAS MAYCON HOFF ZENI

TOLEDO – PR – BRASIL
Fevereiro de 2012

LUCAS MAYCON HOFF ZENI

DETERMINAÇÃO DE REGIMES DE ESCOAMENTO GÁS-LÍQUIDO
EM LEITO FIXO UTILIZANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química em cumprimento parcial aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química, área de concentração em Desenvolvimento de Processos.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Palú

TOLEDO – PR – BRASIL
Fevereiro de 2012

Catálogo na Publicação elaborada pela Biblioteca Universitária
UNIOESTE/Campus de Toledo.
Bibliotecária: Marilene de Fátima Donadel - CRB – 9/924

Z54d Zeni, Lucas Maycon Hoff
Determinação de regimes de escoamento gás-líquido em
leito fixo utilizando redes neurais artificiais / Lucas Maycon
Hoff Zeni. -- Toledo, PR : [s. n.], 2012.
xiv ; 74 f. : il., figs., tabs. (algumas color.).

Orientador: Dr. Fernando Palú
Dissertação (Mestre em Engenharia Química) -
Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Campus de Toledo.
Centro de Engenharias e Ciências Exatas.

1. Redes neurais (Computação) 2. Inteligência artificial –
Aplicações industriais 3. Escoamento bifásico 4. Gás-liquído 5.
Processos industriais – Modelagem 6. Leito fixo (Engenharia
química) 7. Calor – Transmissão 8. Transferência de massa I.
Palú, Fernando, Orient. II. T

CDD 20. ed. 660.2842

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Esta é a versão final da dissertação de Mestrado apresentada por Lucas Maycon Hoff Zeni a Comissão Julgadora do Curso de Mestrado em Engenharia Química em 24 de fevereiro de 2012

COMISSÃO JULGADORA



Prof. Dr. Fernando Palú
Orientador



Prof. Dr. Carlos Eduardo Borba

Membro



Prof. Dr. Sérgio Henrique Bernardo de Faria

Membro

Dedico este trabalho à Clari Helena Hoff, minha mãe, por toda dedicação na formação de seus filhos.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida.

À minha família por todo o apoio e incentivo.

À Suélen Cristina Grapégia por seu amor e compreensão e, acima de tudo, por seus puxões de orelha quando se fazia necessário.

Ao meu professor e orientador Dr. Fernando Palú por sua amizade e valorosa contribuição ao longo deste trabalho.

Ao professor Dr. Edson Antonio da Silva por todas as excelentes sugestões.

Ao professor Marcos Flávio Pinto Moreira por disponibilizar o módulo experimental para obtenção dos de regimes de escoamento.

À Luciana Bennemann Potrich, Rodrigo Morgenstern e Rodrigo Augusto Barella por toda ajuda nesta pesquisa.

Ao amigo Gustavo Henrique Fidelis dos Santos por sua amizade.

À amiga Marielen Cozer Ribas por sua amizade e por estar sempre disposta a ouvir e aconselhar quando necessário.

Ao casal Fabiano Bisinella Scheufele e Caroline Ribeiro por sua amizade e hospedagem.

Aos amigos Diego Ricieri Manenti, Fábio Luciano Lavarda, Pricila Marin e Silvia Priscila Dias de Oliveira pelos momentos em viagens no trecho Cascavel-Toledo.

Aos demais amigos e colegas de Pós-Graduação pela caminhada em conjunto ao longo destes dois anos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo apoio financeiro concedendo-me uma bolsa de mestrado.

À Fundação Araucária por seu apoio financeiro na construção do módulo experimental e na compra de equipamentos.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	iii
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE SIMBOLOS.....	ix
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVOS	2
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1. REGIMES DE ESCOAMENTO.....	3
2.1.1 Regime de escoamento Ascendente.....	4
2.2. REDES NEURAS ARTIFICIAIS.....	8
2.2.1.Histórico.....	10
2.2.2.Características Principais das RNAs	12
2.2.3.Redes do Tipo <i>Perceptron</i> de Múltiplas Camadas (MLP).....	13
2.2.4.Definição Matemática de Redes <i>Perceptron</i> de Múltiplas Camadas (MLP)	15
2.2.5.Funções de Ativação	17
2.2.5.1. Função Linear	17
2.2.5.2. Função Logística	18
2.2.5.3. Função Tangente Hiperbólica:	19
2.2.5.4. Função Gaussiana	20
2.2.6.Algoritmo de treinamento <i>Backpropagation</i>	20
2.2.6.1. Equacionamento do <i>Backpropagation</i>	21
CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS.....	26
3.1. Materiais.....	26
3.1.1.Fluidos e Partículas	26

3.1.2. Módulo Experimental	26
3.2. Métodos.....	27
3.2.1. Empacotamento do Leito.....	27
3.2.2. Determinação dos Regimes de Escoamento.....	27
3.2.3. Treinamento da Rede Neural	28
CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES	32
4.1. DADOS EXPERIMENTAIS.....	32
4.2. REDE NEURAL ARTIFICIAL.....	34
4.2.1. Função Logística	34
4.2.2. Função Tangente Hiperbólica.....	42
4.2.3. Função Gaussiana.....	49
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO.....	58
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59
APÊNDICE A – DADOS EXPERIMENTAIS.....	64

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Mapa de regimes proposto por GIANETTO & SPECCHIA (1992).	5
Figura 2. Regimes de escoamento determinados por MOREIRA (2004).	7
Figura 3. Mapa dos regimes encontrados por MOREIRA (2004).	8
Figura 4. (a) Neurônio humano. (b) Neurônio artificial.	10
Figura 5. Perceptron desenvolvido por Rosenblatt.	11
Figura 6. Neurônio j da camada L.	16
Figura 7. (a) Funções lineares (b) Derivadas de funções lineares.	18
Figura 8. (a) Funções logísticas. (b) Derivadas de funções logísticas.	19
Figura 9. (a) Funções tangente hiperbólica. (b) Derivadas tangente hiperbólica.	19
Figura 10. (a) Funções Gaussianas. (b) Derivadas funções Gaussianas.	20
Figura 11. Fluxograma do <i>backpropagation</i>	21
Figura 12. Esquematização do Módulo Experimental.	26
Figura 13. Foto do Módulo Experimental.	27
Figura 14. Mapa dos Regimes encontrados experimentalmente.	32
Figura 15. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.	36
Figura 16. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.	37
Figura 17. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.	37
Figura 18. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.	38
Figura 19. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.	40
Figura 20. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.	40
Figura 21. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.	41
Figura 22. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.	41

Figura 23. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.	43
Figura 24. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.	44
Figura 25. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.	44
Figura 26. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.	45
Figura 27. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.	47
Figura 28. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.	48
Figura 29. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.	48
Figura 30. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.	49
Figura 31. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.	51
Figura 32. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.	51
Figura 33. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.	52
Figura 34. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.	52
Figura 35. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.	55
Figura 36. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.	55
Figura 37. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.	56
Figura 38. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Exemplo de conjuntos de dados.	28
Tabela 2. Código para a saída da rede neural.	29
Tabela 3. Número de neurônios nas camadas intermediárias.	30
Tabela 4. Exemplo de conjuntos de dados experimentais.	33
Tabela 5. Exemplo da matriz de dados experimentais obtidos.	33
Tabela 6. Erro quadrático médio da função logística.	35
Tabela 7. Pesos da camada de entrada para a 1ª camada oculta determinados no treinamento 4-10 para a função logística.	39
Tabela 8. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 4-10 para a função logística.	39
Tabela 9. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 4-10 para a função logística.	39
Tabela 10. Erro quadrático médio da função tangente hiperbólica.	42
Tabela 11. Pesos da camada de entrada para a 1ª camada oculta determinados no treinamento 10-12 para a função tanh.	45
Tabela 12. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 10-12 para a função tanh.	46
Tabela 13. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 10-12 para a função tanh.	46
Tabela 14. Erro quadrático médio da gaussiana.	50
Tabela 15. Pesos da camada de entrada para a 1ª camada oculta determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana.	53
Tabela 16. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana.	53
Tabela 17. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana.	54
Tabela 18. Dados Experimentais.	64

LISTA DE SIMBOLOS

b	Bias associadas aos neurônios
CE	Camada escondida de uma rede neural;
D	Diâmetro do leito, mm;
d_p	Diâmetro da partícula, mm;
E_p	Erro do padrão aplicado no treinamento;
E_q	Erro quadrático total;
f	Função de ativação;
H	Altura do leito, m;
G	Vazão mássica superficial de gás, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$;
i	Índice referentes a diferentes neurônios da rede;
j	Índice referentes a diferentes neurônios da rede;
k	Neurônio qualquer da camada de saída
L	Vazão mássica superficial de líquido, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$;
L (rede neural)	Uma camada qualquer da rede neural;
n_{ne}	Número de neurônios de uma camada;
n_{ns}	Número de neurônios na camada de saída;
n_p	Número de padrões;
N_j	Um neurônio qualquer de uma determinada camada;
NA	Neurônio Artificial;
NH	Neurônio Humano;
p	Padrão qualquer aplicado no treinamento da rede;
P	pressão;
Q	Vazão;

- s Camada de saída;
- t iteração;
- T temperatura;
- W Pesos associados às camadas de uma rede neural;
- x_j Somatório das sinapses vindas da camada anterior para o neurônio j ;
- Y Resultado esperado na saída da rede;

Letras gregas

- δ gradiente de um neurônio;
- η taxa de aprendizagem;
- Δ Variação;

DETERMINAÇÃO DE REGIMES DE ESCOAMENTO GÁS-LÍQUIDO EM LEITO FIXO UTILIZANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

AUTOR: LUCAS MAYCON HOFF ZENI

ORIENTADOR: PROF. DR. FERNANDO PALÚ

Dissertação de Mestrado; Programa de Pós-graduação em Engenharia Química; Universidade Estadual do Oeste do Paraná; Rua da Faculdade, 645, CEP: 85903-000 – Toledo – PR, Brasil, defendida em 24 de fevereiro de 2012. 74 p.

RESUMO

A configuração de leito fixo que opera com escoamento bifásico é muito utilizada em operações industriais, tais como síntese de Fischer-Tropsch, hidrogenação e tratamento de águas residuais. Uma informação vital para projeto e operação deste tipo de leito está nas características fluidodinâmicas, e dentre estas características podem ser citados os regimes de escoamento, pois estes influenciam diretamente nas transferências de calor e massa presentes no leito. No escoamento bifásico com fluxo ascendente através de leito fixo podem ser identificados três regimes distintos: regime bolha, para baixas vazões de gás; regime pulsante, para vazões moderadas de líquido e gás; e regime spray, para baixas vazões de líquidos e altas vazões de gás. Apesar de haver diferentes técnicas para a determinação dos regimes de escoamento, a mais empregada é a identificação visual. Sendo assim, esta pesquisa tem por objetivo desenvolver, por meio da utilização de redes neurais artificiais (RNA's), uma maneira de determinar, para um dado conjunto de vazões gás-líquido, qual regime de escoamento o leito apresenta. Para isto, os regimes de escoamento primeiramente foram identificados utilizando água e ar, respectivamente com fluxo mássico variando de 2 a 16,5 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ e de 0 a 0,6 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$, escoando em fluxo ascendente por meio de um leito fixo recheado com esferas de vidro de diâmetro

entre 2,7 e 3,5 mm. A rede proposta para a identificação dos regimes possui arquitetura *perceptron* de múltiplas camadas (MLP) treinada pelo algoritmo *backpropagation* e foi montada utilizando o programa *freeware Multiple Back-Propagation* (MBP) versão 2.2.3 sempre com dois neurônios de entrada, duas camadas intermediárias e quatro neurônios de saída. O número de neurônios das camadas intermediárias foi variado a fim de descobrir a melhor configuração. Como função de ativação, foram testadas as funções logística, tangente hiperbólica e gaussiana. Os resultados observados mostram que é possível a identificação dos regimes por meio de redes neurais e dentre as configurações testadas, a que apresentou melhor desempenho foi a rede que utilizou a função de ativação tangente hiperbólica, 10 neurônios na primeira camada oculta e 12 neurônios na segunda camada oculta.

PALVRAS-CHAVES: Redes Neurais Artificiais; Regimes de Escoamento; Leito Fixo; Escoamento Bifásico.

DETERMINATION OF GAS-LIQUID FLOW REGIMES IN PACKED BED USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

AUTHOR: LUCAS MAYCON HOFF ZENI

SUPERVISOR: PROF. DR. FERNANDO PALÚ

Master Thesis; Chemical Engineering Graduate Program; Western Paraná State University; Rua da Faculdade, 645, CEP: 85903-000 – Toledo – PR, Brazil, presented on february, 24th 2012. 74 p.

ABSTRACT

Configuration of fixed bed that operates with biphasic flow is used in industrial operations such as the Fischer-Tropsch, hydrogenation, and residual water treatments. Vital information for the project and operation of this type of bed is in its characteristics fluid-dynamic and among these characteristics the flow regime because these have a direct influence transferring heat and mass present in the bed. In the two-phase flow with ascendant flow through fixed bed, three distinct regimes can be identified: the bubble regime, for low gas flow; pulsating regime, for moderate liquid and gas flow; and spray regime; for low flow of liquid and high flow rates of gas. Although there are different techniques to determine flow regimes, the most used is the visual identification. Thus, this research aims to develop, by using artificial neural networks (ANNs) a way to determine, for a given set of liquid-gas flow what out-flow regime the bed presents. To do so, firstly, the out-flow regime were identified by using water and air, respectively flux mass flowing varying from 2 to 16.5 kg.m⁻².s⁻¹ and from 0 to 0.6 kg.m⁻².s⁻¹, flowing up-words through a fixed bed packed with glass spheres measuring from 2.7 to 3.5 mm of diameter. The network proposed to identify the regimes contains Multiple Layers Perceptron architecture (PML) trained by the back propagation algorithm put together by applying the *Multiple Back-Propagation* (MBP) software, version

2.2.3 consistently with two input neurons, two intermediate layers, and four output neurons. The number of neurons of the intermediate layers was assorted to find out the best configuration. As activation of function, logistic, tangent, hyperbolic, and Gaussian were tested. Observed results showed that it is possible the identification of regimes through neural networks and among those tested the one that showed the best performance was the one that used the hyperbolic-tangent activation function; 10 neurons in the first hidden layer, and 12 neurons in the second hidden layer.

KEY-WORDS: Artificial Neural Networks; Flow Regimes; Fixed Bed; Biphasic Flow.

CAPITULO 1 – INTRODUÇÃO

Na indústria há uma grande variedade de processos de transformação e em muitos destes processos são utilizados configurações de leito fixo. Algumas das indústrias que mais utilizam este tipo de configuração são as indústrias químicas e petroquímicas.

O leito fixo é caracterizado por uma coluna preenchida por partículas que estão estáticas. Através do leito de partículas movimentam-se fluidos gasosos e líquidos, podendo haver ou não reações químicas e fenômenos de transferência de calor e massa.

Grande parte dos processos com leito fixo apresentam escoamentos monofásicos, ou seja, apenas com fluido gasoso ou com fluido líquido. No entanto, operações como síntese de Fischer-Tropsch, hidrossulfurização catalítica, hidrogenação e tratamento de águas residuais são realizadas com escoamentos bifásicos, em que líquido e gás escoam em paralelo ao longo do leito. Para operar estes sistemas de três fases podem ser utilizadas configurações em contracorrente, paralelo com fluxo descendente ou paralelo com fluxo ascendente. Em operações de transferência de massa, o mais utilizado é a configuração em paralelo com fluxo ascendente, pois há uma melhor distribuição radial e axial dos fluidos.

A hidrodinâmica tem uma importante influência nas transferências de calor e massa e, portanto, necessita ser cuidadosamente investigada em processos de leito fixo. Um dos principais aspectos hidrodinâmicos é o regime de escoamento, e este depende do fluxo dos fluidos, do tamanho e da geometria das partículas no leito e das propriedades físicas do líquido.

Muitos estudos foram realizados a esse respeito, no entanto, o maior enfoque tem sido com escoamento em paralelo descendente, tendo alguns pesquisadores, como GIANETTO & SPECCHIA (1992), LAMINE *et al.* (1992); COLLI-SERRANO & MIDOUX (2000), MOREIRA (2003), CHUNGUO & QIUGUO (2009) e RAO *et al.* (2011), se dedicado ao estudo da hidrodinâmica, e da

determinação dos regimes de escoamento, em leitos fixos com escoamento bifásico e fluxo ascendente.

O objetivo de grande parte dos estudos citados é apenas a identificação dos regimes de escoamento e a obtenção de equações empíricas para seus limites, exceto pelo trabalho de CHUNGUO & QIUGUO (2009) que buscou predizê-los utilizando redes neurais de base radial e utilizando como dados de entrada espectros de energia de raio gama. Apesar deste trabalho, nada se encontra na literatura sobre a possível previsão dos regimes de escoamento por meio de parâmetros físicos do sistema ou, então condições de operação dos sistemas.

1.1. OBJETIVOS

Em virtude do exposto anteriormente esta dissertação de Mestrado visa como objetivo geral a obtenção de uma rede neural artificial capaz de utilizar dados de escoamento do sistema para identificar os regimes de escoamento em um sistema de leito fixo com escoamento gás-líquido em fluxo ascendente.

Como objetivos específicos, pode-se citar:

- Verificar os regimes existentes para fluxo ascendente de água e ar com recheio de esferas de vidro de diâmetro de 2,7 a 3,5 mm;
- Testar as funções logística, tangente hiperbólica e gaussiana como funções de ativação em uma rede neural *perceptron* de múltiplas camadas (MLP) para identificar os regimes de escoamento encontrados;
- Testar diferentes números de neurônios nas camadas intermediárias de uma MLP a fim de descobrir a melhor configuração, juntamente com a melhor função de ativação;
- Determinar os pesos das sinapses das melhores configurações de rede encontradas

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. REGIMES DE ESCOAMENTO

A hidrodinâmica de um sistema com escoamento em duas fases tem uma importante influência na transferência de calor e massa do sistema (COLLISERRANO & MIDOUX, 2000). Se tal sistema trata-se de um reator, por exemplo, em reatores TBR (*Trickle-bed reactors*), pode haver, ainda, influência na taxa reacional.

Cada sistema possui características hidrodinâmicas singulares. Um dos fatores mais importantes dentro destas características é o regime de escoamento. Em escoamento bifásico em leito fixo, há uma importância ainda maior, pois dependem do fluxo dos fluidos, do tamanho das partículas e das propriedades físicas dos fluidos e à medida que estas características são alteradas, modifica-se o contato entre as fases fluidas e entre as partículas que preenchem o leito.

Muitos estudos foram realizados em leito fixo e escoamento bifásico ao longo dos anos. Tais estudos buscavam, entre outros objetivos, o mapeamento dos regimes de escoamento de acordo com as vazões, de gás e líquido, empregadas no sistema. HERSKOWITZ & SMITH (1983) afirmaram que estes mapas de regimes podem ser obtidos de várias maneiras, tais como: por meio de oscilações nas medidas de pressão, por mudanças nos coeficientes de transferência de massa e por variações na condutividade elétrica aparente. Há ainda, segundo Reinecke & Mewes (1997) citado por MOREIRA (2004), a possibilidade de identificação dos regimes de escoamento por meio de imagens obtidas por sensores capacitivos.

Apesar de todas essas técnicas mais avançadas para identificação dos regimes de escoamento, a mais utilizada pelos pesquisadores é a observação visual, pois não necessita de nenhum equipamento especial de leitura de dados e, se bem observado, fornecerá um resultado satisfatório.

Para apresentação dos mapas dos regimes de escoamento, é unanimidade entre os pesquisadores a utilização de vazões mássicas superficiais dos fluidos. Entretanto, quando se trata da maneira de apresentar estas vazões há alguma

variação como, por exemplo, WEEKMAN & MYERS (1964), RAO *et al.* (1983), RODE *et al.* (1994), MOREIRA & FREIRE (2003) e RAO *et al.* (2011) que utilizaram gráficos de vazão mássica superficial de gás x vazão mássica superficial de líquido (G x L) e TURPIN & HUNTINGT (1967) e GIANETTO & SPECCHIA (1992) que apresentaram mapas com a razão da vazão mássica superficial de líquido pela vazão mássica superficial de gás x vazão mássica superficial de gás (L/G x G).

2.1.1 Regime de escoamento Ascendente

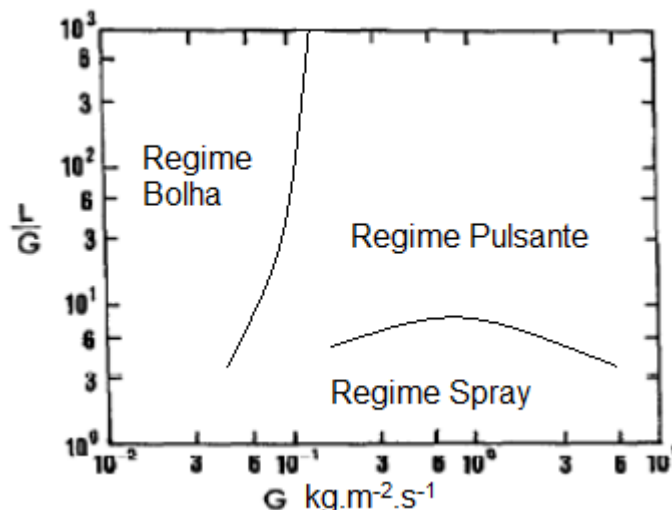
Apesar de haver muitos trabalhos que estudaram os regimes de escoamento em sistemas bifásicos, quando se trata de escoamento bifásico em sentido ascendente, o número de estudos é reduzido. Podem-se citar os trabalhos de Turpin & Huntingt (1967) citado por MOREIRA (2004), GIANETTO & SPECCHIA (1992), LAMINE *et al.* (1992), COLLI-SERRANO & MIDOUX (2000), MURUGESAN & SIVAKUMAR (2002), MOREIRA (2004), CHUNGUO & QIUGUO (2009) e RAO *et al.* (2011) como alguns que utilizaram escoamento ascendente para determinação dos regimes de escoamento.

Turpin & Huntingt (1967) foram os primeiros a trabalharem na identificação dos regimes de escoamento em sentido ascendente. Citados por MOREIRA (2004), estes autores identificaram três diferentes regimes em seu estudo: regime bolha para baixas vazões de ar, regime pulsante em vazões médias e altas de gás e um último regime que eles classificaram como *spray*, para vazões elevadas de gás em baixas de líquido.

Posteriormente, em 1992, GIANETTO & SPECCHIA determinaram os regimes de escoamento em reatores TBR's como parte do estudo hidrodinâmico deste tipo de reator. Segundo os autores, a investigação da hidrodinâmica do TBR é o básico para avaliar o desempenho do reator. Os autores examinaram os regimes de escoamento tanto para fluxo descendente quanto para ascendente e utilizaram os métodos de observação visual, testes de eletrocondutividade e termocondutividade além de medidas de queda de pressão.

O mapa de regimes determinado por GIANETTO & SPECCHIA (1992) está em acordo com o estudo promovido por Turpin & Huntingt (1967) citado por

MOREIRA (2004) e é apresentado na Figura 1. Os regimes identificados foram: bolha para baixas vazões de gás, pulsante em vazões médias e altas de gás e spray em elevadas vazões de gás e baixas vazões de líquido.



Fonte: Adaptado de GIANETTO & SPECCHIA, 1992.

Figura 1. Mapa de regimes proposto por GIANETTO & SPECCHIA (1992).

Outros pesquisadores a publicar seu estudo em 1992, LAMINE *et al.*, efetuaram uma análise da hidrodinâmica e da transferência de calor em escoamento bifásico em leito fixo com regime ascendente. Os fluidos utilizados por estes pesquisadores foram água e nitrogênio saturado, cujas velocidades superficiais variaram entre 0,02 até 1,5 cm/s para a água e 0 até 1 cm/s para o gás, e como recheio do leito foram utilizadas esferas de vidro com 1, 2, 4 e 6 mm de diâmetro.

Os regimes encontrados por LAMINE *et al.* (1992) diferenciaram dos encontrados por Turpin & Huntingt (1967) citado por MOREIRA (2004) e por GIANETTO & SPECCHIA (1992), sobretudo quando foram analisados os escoamentos sobre as esferas de 1 e 2 mm de diâmetro. Segundo LAMINE *et al.* (1992), para partículas pequenas (1 e 2 mm) os regimes bolha e pulsante não foram observados, porem foi observado o que os autores chamaram de “regime separado nos poros”. Este regime separado foi nomeado anteriormente por Saada (1974) citado por LAMINE *et al.* (1992). Já para partículas de 4 e 6 mm, foi observado o regime bolha para baixas vazões de gás e o regime pulsante para altas vazões de gás.

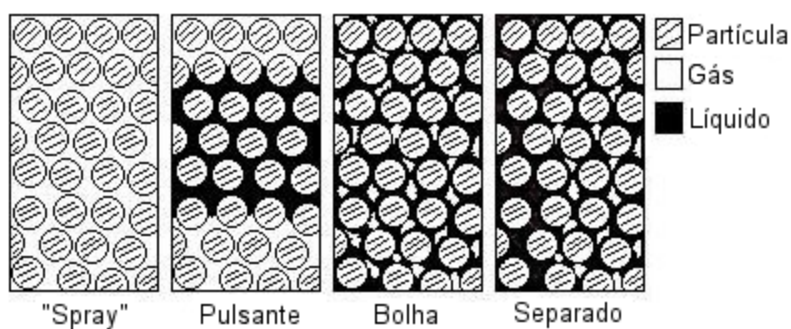
Assim como LAMINE *et al* (1992), COLLI-SERRANO & MIDOUX (2000) também analisaram a hidrodinâmica e a transferência de calor em leito fixo com escoamento bifásico em fluxo ascendente. Em diferencial ao trabalho de LAMINE *et al.* (1992), o estudo de COLLI-SERRANO & MIDOUX (2000) analisou o efeito, na transferência de calor e na hidrodinâmica, da utilização de fluido líquido aderente ou não. Para tal, os autores utilizaram água com fluido aderente e uma solução aquosa de pentanol (pOH) a 1,5% em massa como fluido não-aderente. Os autores também utilizaram nitrogênio saturado como fluido gasoso. Os fluxos mássicos utilizados foram de 1,35 a 55,3 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ para os líquidos e 0 a 0,13 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ para o gás e como recheio do leito foram utilizadas esferas de vidro com 2 mm de diâmetro.

Como resultado em seu estudo, COLLI-SERRANO & MIDOUX (2000) relataram que, utilizando a solução aquosa de pentanol, o regime bolha foi observado a baixas e moderadas velocidades de gás e o regime pulsante em altas velocidades de gás. Os autores afirmam ainda, que o regime bolha e o regime pulsante não são observados para velocidades baixas e moderadas de gás quando o líquido utilizado foi água, estando de acordo com os resultados encontrados por LAMINE *et al.* (1992).

Em 2004, MOREIRA realizou um estudo dos aspectos fluidodinâmicos em leito fixo com escoamento gás-líquido ascendente avaliando a influência que diferentes materiais de recheio no leito podem causar nos regimes de escoamento. Como fluidos, o autor utilizou água e ar com fluxos de 2 a 20 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ e 0 a 2,3 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$, respectivamente. Para recheio do leito, foram utilizadas esferas de vidro com diâmetros de 1,9, 3,1 e 4,4 mm, cilindros de vidro com 5 mm de diâmetro e 3,5 mm de altura e paralelepípedos com dimensões médias de 2,9 x 5,5 x 5,5 mm.

A metodologia utilizada por MOREIRA (2004) para a determinação dos regimes de escoamento foi observação visual. Segundo o autor, primeiramente a válvula de água era aberta na vazão requerida para a determinação, então, abria-se a válvula de ar, esperava-se 2 minutos para a estabilização do sistema e em seguida observava-se o regime de escoamento na parte central da coluna.

Os regimes relatados por MOREIRA (2004) para o escoamento bifásico em leito fixo com fluxo ascendente foram: regime bolha, regime pulsante, regime de transição (I) e regime *spray*. O autor relatou ainda, que para esferas de 1,9 mm, foi encontrado o regime separado assim como descrito por LAMINE (1992). A Figura 2 mostra uma esquematização dos regimes descritos por MOREIRA (2004).



Fonte: MOREIRA, 2004.

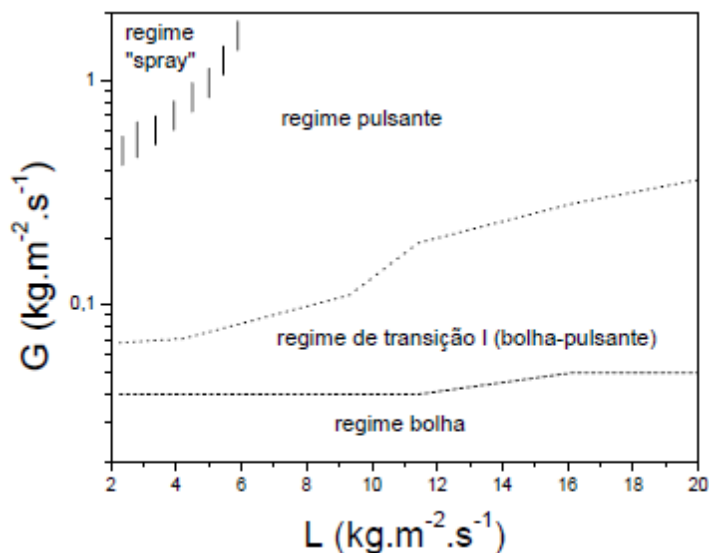
Figura 2. Regimes de escoamento determinados por MOREIRA (2004).

MOREIRA (2004) relata que o regime *spray* é caracterizado pelo escoamento contínuo de ar, sendo a água “aspergida” no ar, e por isso muitas vezes é chamado de regime de gás contínuo. No regime bolha, o gás escoam na forma de bolhas enquanto que o escoamento de líquido se dá de forma contínua. O regime separado caracteriza-se por bolhas de ar distribuídas de forma não uniforme no leito. Já no regime pulsante gás e líquido escoam alternadamente.

O mapa de regimes elaborado por MOREIRA (2004), apresentado na Figura 3, identifica, em função das vazões de gás e de água, onde estão localizados os regimes de escoamento. O autor observa que o regime bolha ocorreu para baixas vazões de ar por toda a faixa de vazão de água estudada. Acima deste regime, também por toda faixa de vazão de água, foi encontrado o regime chamado de transição, que é chamado assim pois o ar não escoou de forma contínua e foi possível visualizar o escoamento da água no poros do recheio.

Ao aumentar a vazão de ar o regime de transição se descaracteriza, pois os pulsos passam a ser bem percebidos, o que faz com que as trilhas de ar anteriormente existentes no regime transição deem lugar à passagem alternada de ar e água (MOREIRA, 2004). O regime *spray* foi observado apenas em baixas

vazões de água e para elevadas vazões de ar. O regime separado não foi apresentado no mapa de regimes pois ocorre apenas para as partículas esféricas de 1,9 mm de diâmetro (MOREIRA, 2004).



Fonte: MOREIRA, 2004.

Figura 3. Mapa dos regimes encontrados por MOREIRA (2004).

RAO *et al.* (2011) propôs um estudo muito semelhante à MOREIRA (2004). Seu trabalho buscou propor um critério para as regiões de transição entre os regimes em termos do tipo de sistema e das variáveis operacionais. Os sistemas gás/líquido aplicados neste estudo foram ar-água, ar-56% glicerol e ar-monoetanolamina (MEA) e como recheio foram utilizados anéis de Raschig com diâmetro de partícula de 6 mm, selas Intalox com diâmetro de partícula de 7,92 mm e esferas de cerâmica com diâmetro de partícula de 6,9 e 3,87 mm.

Em baixas vazões de líquidos foram observados regime bolha, regime pulsante e regime *spray* à medida que ocorre um aumento da vazão de gás. Em altas taxas de líquidos, apenas o regime bolha e o regime pulsante foram observados ao aumentar a taxa de gás (RAO *et al.*, 2011).

2.2. REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS

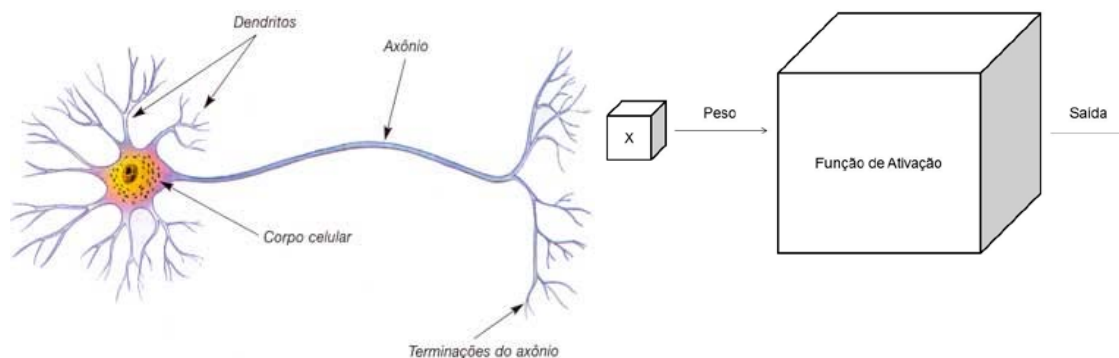
Redes Neurais Artificiais (RNA's) vêm sendo aplicadas em diversas áreas da Indústria de Processos Químicos, tais como Modelagem Estática e Dinâmica, Controle de Processos, etc (LENNOX *et al.*, 2001). ANTONELLI (1998) e

MARCOLLA (2005) comparam o desempenho de redes neurais artificiais com um controlador PID no controle de processos, SCHIMITZ (2006) aplica Redes Neurais no cálculo de equilíbrio de fases na simulação de processos de separação de sistemas complexos, KLASSEN (2008) utiliza RNA para a modelagem do fenômeno de transferência de calor e da retenção de água no processo de resfriamento de carcaças de frangos por imersão, CHUNGUO & QIUGUO (2009) identificam regimes de escoamento em escoamentos gás-líquido.

O principal motivo da crescente aplicação de RNA's em problemas de engenharia deve-se ao fato de que estas estruturas podem aproximar satisfatoriamente funções complexas, sem necessidade de um conhecimento detalhado do processo em questão, necessitando apenas um conjunto de dados significativos a fim de que a mesma possa ser treinada (MARCOLLA, 2005).

RNA's surgiram da tentativa de se modelar matematicamente o comportamento cerebral de seres inteligentes. Sendo assim, seu elemento principal, como no cérebro, é o neurônio; uma RNA é formada por vários neurônios artificiais conectados. A estas conexões dá-se o nome de sinapses e por meio destas, um estímulo se propaga. A Figura 4 ilustra a semelhança de um neurônio humano – NH – (a) e um neurônio artificial – NA – (b), onde pode-se observar que a entrada do NA desempenha a mesma função que os Dendritos no NH, a Função de ativação representa o corpo celular e a saída representa os axônios.

Braga *et al.* (2000), definem RNA's como sistemas paralelos distribuídos, compostos por unidades de processamento simples (nodos) que calculam determinadas funções matemáticas (normalmente não-lineares). Estas unidades são dispostas em camadas e interligadas por conexões, geralmente unidirecionais. Há ainda, pesos, que são associados a estas conexões, que armazenam o conhecimento representado no modelo e servem para ponderar a entrada recebida por cada neurônio da rede.



Fonte: (a) <http://www.sogab.com.br/anatomia/sistemanervosojonas.htm>.
 (a) (b)

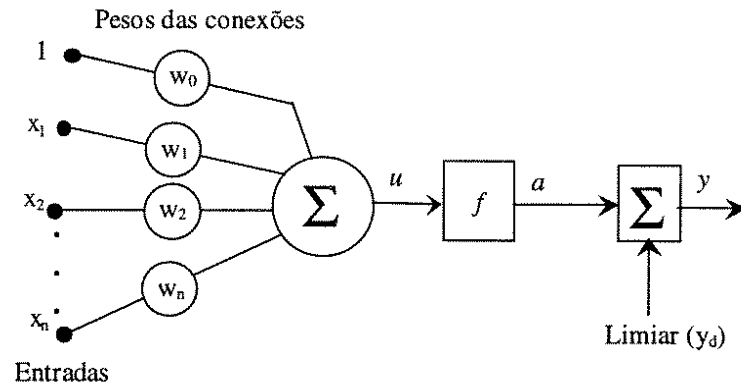
Figura 4. (a) Neurônio humano. (b) Neurônio artificial.

2.2.1. Histórico

Os primeiros pesquisadores a projetarem uma RNA foram MCCULLOCH & PITTS em 1943, com seu trabalho intitulado “A Logical Calculus of the Ideas Immament in Nervus Activity”. Este trabalho concentra-se muito mais em descrever um modelo artificial de um neurônio e apresentar suas capacidades computacionais do que apresentar técnicas de aprendizado (BRAGA *et al.*, 2000).

O aprendizado de redes biológicas e artificiais veio a ser objeto de estudo somente alguns anos após o trabalho de MCCULLOCH & PITTS (1943). Hebb (1949) citado por SILVA (1998) apresentou uma hipótese a respeito da maneira com que as forças das sinapses no cérebro se alteram em resposta à experiência. Este trabalho resultou no que é conhecido como regra de Hebb, que é utilizada em vários algoritmos de aprendizado.

Rosenblatt (1958) citado por BRAGA *et al.* (2000) descreveu, algum tempo depois, uma topologia de RNA, estruturas de ligação entre os nodos e propôs um algoritmo para treinar a rede para executar determinados tipos de funções. Este modelo descrito por Rosenblatt ficou conhecido como *perceptron*, e possui três camadas: a primeira recebe as entradas do exterior e possui conexões fixas; a segunda recebe impulsos da primeira através de conexões cuja eficiência de transmissão (peso) é ajustável e, por sua vez, envia saídas para a terceira camada (resposta). A Figura 5 ilustra a estrutura *perceptron* desenvolvida por Rosenblatt.



Fonte: Silva, 1998.

Figura 5. Perceptron desenvolvido por Rosenblatt.

WIDROW & HOFF (1960) desenvolveram o *ADALINE* (*Adaptive Linear Element*) e *MADALINE* (*Many ADALINE*) *Perceptron* como um dispositivo prático para resolver tarefas de reconhecimento de padrões. O diferencial do *ADALINE/MADALINE* em relação ao proposto por McCULLOCH & PITTS (1943) é que aquele usa saídas analógicas em vez de binárias como este usou originalmente. Para a aprendizagem da rede, os autores desenvolveram o algoritmo conhecido como Regra Delta de Widrow-Hoff, ou regra de correção do erro quadrático médio mínimo que é aplicado apenas para redes *Perceptrons* de apenas uma camada de neurônios.

Minsky & Papert (1969) citados por CANCELIER (1998), no livro "*Perceptrons*", observaram que algumas tarefas, como resolver funções linearmente não separáveis, o *perceptron* não poderia executar. Os autores provaram formalmente que uma rede formada de uma única camada de neurônios, independente do algoritmo de aprendizagem, é capaz de resolver o problema de associação de padrões quando os conjuntos de pares de padrões são linearmente separáveis. CANCELIER (1998) afirma, ainda, que naquela época se tinha o conhecimento que redes *Perceptron* com mais de uma camada de neurônios, chamadas de *Multilayered Perceptrons*, ou *Feedforward*, tinham o poder computacional de aprender padrões linearmente dependentes, entretanto, não se conhecia um algoritmo de aprendizagem capaz de realizar tal associação. Alguns exemplos de problemas não linearmente separáveis são a paridade, a conectividade e a simetria (BRAGA *et al.*, 2000).

Somente em 1986, Rumelhart *et al.* citado por BRAGA *et al.* (2000) descreveu o algoritmo de treinamento *back-propagation*, modificando assim, a visão dos pesquisadores sobre a estrutura *Perceptron* e fornecendo a ferramenta necessária para a aplicação desta arquitetura em problemas com conjunto de padrões não-lineares.

Ainda na década de 80, na tentativa de suprimir algumas necessidades relativas às redes neurais do tipo *Perceptron* de múltiplas camadas, tais como, simplicidade do processo de treinamento, eficiência computacional, eficiência em aproximação de funções, surgem as redes neurais com funções de base radial (FBRs) (POWELL, 1985).

PARK & SANDBERG (1991) propuseram a utilização de uma função de ativação Gaussiana de base radial para as FBRs. Segundo SCHMITZ (2006), a topologia deste tipo de rede é simples, composta por uma camada de entrada, apenas uma escondida e uma de saída. Em 2005, ALTRAN propôs a utilização de funções de base radial em redes *Perceptrons* de múltiplas camadas, apenas substituindo as equações de ativação.

2.2.2. Características Principais das RNAs

O desenvolvimento de redes neurais artificiais presume os seguintes aspectos:

- O processamento da informação ocorre em vários elementos chamados *neurônios*;
- Os sinais são propagados de um elemento a outro através de *conexões*;
- Cada conexão possui um *peso* associado que, em uma rede neural típica, pondera o sinal transmitido; e
- Cada neurônio aplica uma *função de ativação* (geralmente não-linear) à sua entrada de rede, que é uma soma ponderada dos sinais de entrada, para determinar sua saída

Uma RNA pode ser caracterizada por três aspectos principais: o padrão de conexões entre as unidades (*arquitetura da rede*), o método de determinação dos

pesos das conexões (*algoritmo de treinamento ou aprendizado*) e sua *função de ativação*.

O fato de uma rede neural “aprender” a resolver um problema torna-se um paradigma, pois esta capacidade é desenvolvida a partir de exemplos, ou seja, é necessário ensiná-la. Segundo BRAGA *et al.* (2000), a etapa de aprendizagem consiste em um processo iterativo de ajuste de parâmetros da rede, os pesos das conexões entre as unidades de processamento, que guardam, ao final do processo, o conhecimento que a rede adquiriu do ambiente em que está operando.

Existem diversos métodos para treinamento de Redes Neurais Artificiais e eles podem ser agrupados principalmente em aprendizado supervisionado e não supervisionado.

- Supervisionado: é chamado de supervisionado porque a entrada e a saída desejadas para a RNA são fornecidas por um supervisor externo;
- Não supervisionado: não há um supervisor externo para acompanhar o aprendizado. Para estes algoritmos, somente padrões de entrada estão disponíveis para a rede.

A quantidade de modelos existentes de RNA's atualmente é grande e novos modelos são propostos constantemente.

2.2.3. Redes do Tipo *Perceptron* de Múltiplas Camadas (MLP)

As arquiteturas do tipo *Perceptron* de Múltiplas Camadas (MLP) constituem os modelos neurais artificiais mais empregados e conhecidos e são uma generalização do modelo *Perceptron*.

Esta arquitetura consiste de um conjunto de unidades sensoriais que formam uma camada de entrada, uma ou mais camadas intermediárias de unidades computacionais e uma camada de saída. Os sinais de entrada são propagados em uma única direção, da entrada para a saída, denominada direção positiva.

Redes Neurais Artificiais baseadas nesta arquitetura tem sido utilizadas com sucesso para a solução de vários problemas. Segundo CYBENKO (1989), teoricamente, redes neurais que tenham duas camadas intermediárias podem programar qualquer função, seja ela linearmente separável ou não. O treinamento para este tipo de rede neural é supervisionado e geralmente utiliza-se o algoritmo chamado retro propagação do erro ou em inglês *erro backpropagation*. Tal algoritmo é baseado numa regra de aprendizagem que corrige o erro durante o treinamento da RNA (HAYKIN, 1994).

Este processo de *backpropagation* funciona em duas etapas: a etapa de propagação do sinal funcional, conhecida como (*feedforward*) e a etapa de retro propagação (*backpropagation*). Na primeira etapa, os dados de entrada são introduzidos no sistema e seu efeito se propaga na rede neurônio por neurônio (nodo) até a saída, produzindo uma resposta. Nesta etapa, os pesos de cada nodo são mantidos fixos. Então, os valores da saída são subtraídos dos valores desejados como resposta para originar um erro, que é propagado camada a camada da saída para a entrada, originando o nome *backpropagation*. Durante a retro propagação do erro, os pesos são ajustados de forma que a distância entre a resposta obtida pela rede e a resposta desejada seja minimizada.

Toda rede do tipo MLP possui três características que devem ser levadas em conta:

1. Forma das conexões;
2. Funções de ativação
3. Número de camadas e unidades intermediárias;

As formas das conexões e as funções de ativação serão detalhadas nos tópicos 2.2.4 e 2.2.5, respectivamente. Quanto ao número de camadas intermediárias, não é recomendada a utilização de uma quantidade muito elevada, pois cada vez que o erro medido durante o treinamento é propagado para a camada anterior, ele se torna menos útil ou preciso (BRAGA *et al.*, 2000). A única camada que tem uma noção precisa do erro cometido pela rede é a camada de saída. A última camada intermediária recebe apenas uma estimativa

sobre o erro. A penúltima camada intermediária, uma estimativa da estimativa, e assim por diante.

Com relação ao número de neurônios nas camadas intermediárias, este é em geral definido empiricamente. Este número depende fortemente da distribuição dos padrões de treinamento e validação da rede. Segundo SCHIMTZ (2006), um número excessivo de neurônios nas camadas intermediárias leva a rede a memorizar (*overfitting*) os padrões apresentados no treinamento e, por conseguinte à perda de capacidade de generalização. Por outro lado, uma quantidade reduzida produz uma rede com precisão limitada.

Um método bastante utilizado para definir o número de neurônios nas camadas intermediárias é utilizar um número de conexões da rede dez vezes menor que o número de exemplos utilizados para treiná-la. Segundo BRAGA *et al.* (2000), este método apenas reduz a incidência de *overfitting*, pois se o número de exemplos for muito maior que o número de conexões, *overfitting* é improvável. Entretanto, isto pode levar ao fenômeno conhecido como *underfitting*, ou seja, a rede não converge durante o treinamento.

2.2.4. Definição Matemática de Redes *Perceptron* de Múltiplas Camadas (MLP)

CANCELIER (1998) afirma que, matematicamente, cada neurônio é um simples elemento processador. Portanto, uma rede é composta pela união de vários neurônios e isto compõe uma estrutura complexa com alta capacidade de processamento que depende da quantidade e da disposição dos neurônios da rede.

Uma MLP, como o nome diz, pode ter diversas camadas e, exceto a camada de entrada, todas são ativadas. Este tipo de rede tem por característica a propagação do sinal apenas para frente, por isto também é chamada de rede neural *feedforward*.

A Figura 6 exemplifica como um neurônio qualquer (N_j) de uma determinada camada (L) recebe os sinais da camada anterior ($L-1$) e transmite para a camada seguinte ($L+1$) por meio de uma função de ativação $f(x)$.

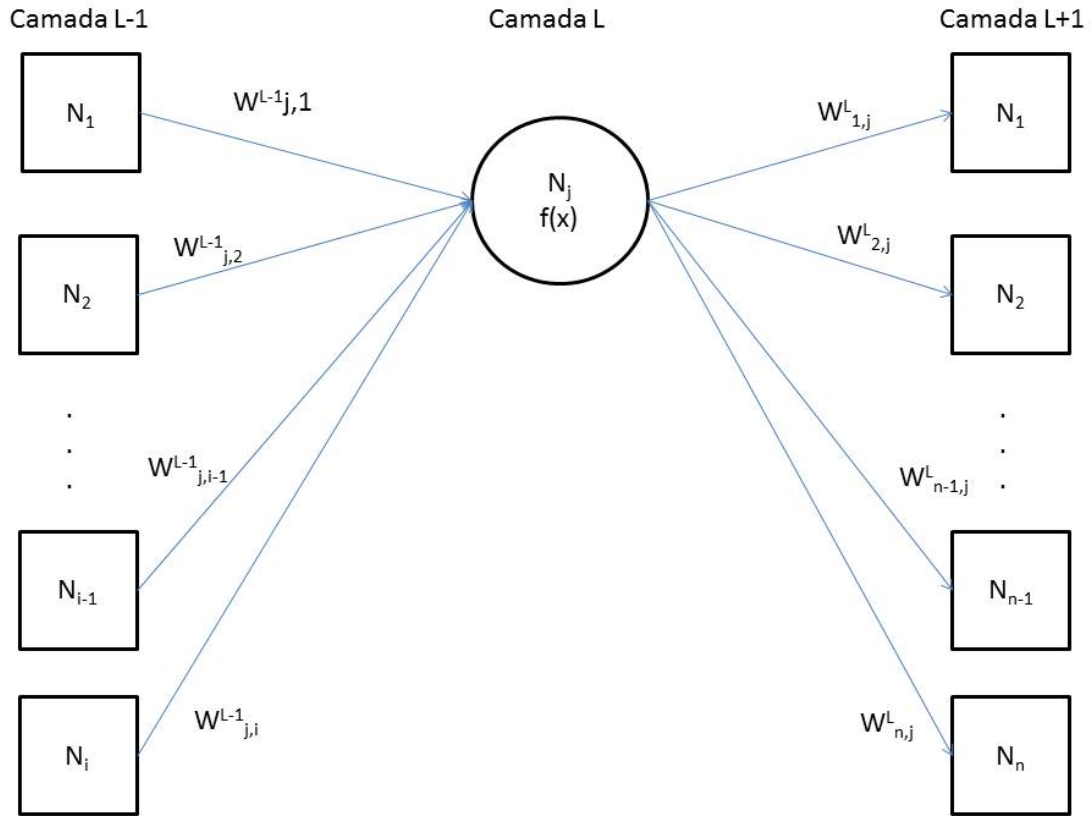


Figura 6. Neurônio j da camada L.

A ativação calculada para qualquer neurônio da camada L é definido pela Equação 2.01.

$$N^L_j = f(x_j) \text{ com } j = 1, \dots, n_{ne} \quad (2.01)$$

Em que: N^L_j é a ativação do neurônio j da camada L;

$f(x)$ é a função de ativação do neurônio j;

x_j é o somatório das sinapses vindas da camada anterior para o neurônio j; e

n_{ne} é o número de neurônios da camada L.

O somatório das sinapses (x_j), observado na Equação 2.02, é definido pela soma das ativações da camada anterior multiplicados por seus respectivos pesos acrescido da bia da camada L.

$$x_j = b_{Lj} + \sum W^{L-1}_{j,i} * N^{L-1}_i \quad (2.02)$$

Em que: b_{Lj} é a bia do neurônio j da camada L;

$W_{j,i}^{L-1}$ é o peso da sinapse entre o neurônio i da camada $L-1$ e o neurônio j da camada L .

N_i^{L-1} é um neurônio qualquer da camada $L-1$.

As variáveis fundamentais de uma rede neural são as funções de ativação a serem utilizadas, o número de camadas intermediárias, o número de neurônios em cada camada intermediária e os pesos de cada sinapse.

2.2.5. Funções de Ativação

Segundo Silva (1998), a função de ativação representa o efeito que a entrada interna e o estado atual de ativação exercem na definição do próximo estado de ativação da unidade. O autor afirma ainda que, quando propriedades dinâmicas estão envolvidas na definição do estado de ativação, equações diferenciais (caso contínuo) ou a diferença (caso discreto) são empregadas.

As funções mais utilizadas em redes MLPs são: Função Linear, Função Logística e Função Tangente Hiperbólica. Há ainda a possibilidade, assim como ALTRAN (2005) relatou, da utilização de funções de base radial em MLPs. Neste caso, a mais utilizada é a função Gaussiana. Tais funções são apresentadas a seguir, bem como seus intervalos e suas derivadas.

2.2.5.1. Função Linear

É um tipo de função muito utilizada em redes *Perceptrons*. Sua utilização em redes MLPs geralmente ocorre na camada de saída (SCHMITZ, 2006). A Figura 7 ilustra exemplos de funções lineares (a) e suas derivadas (b).

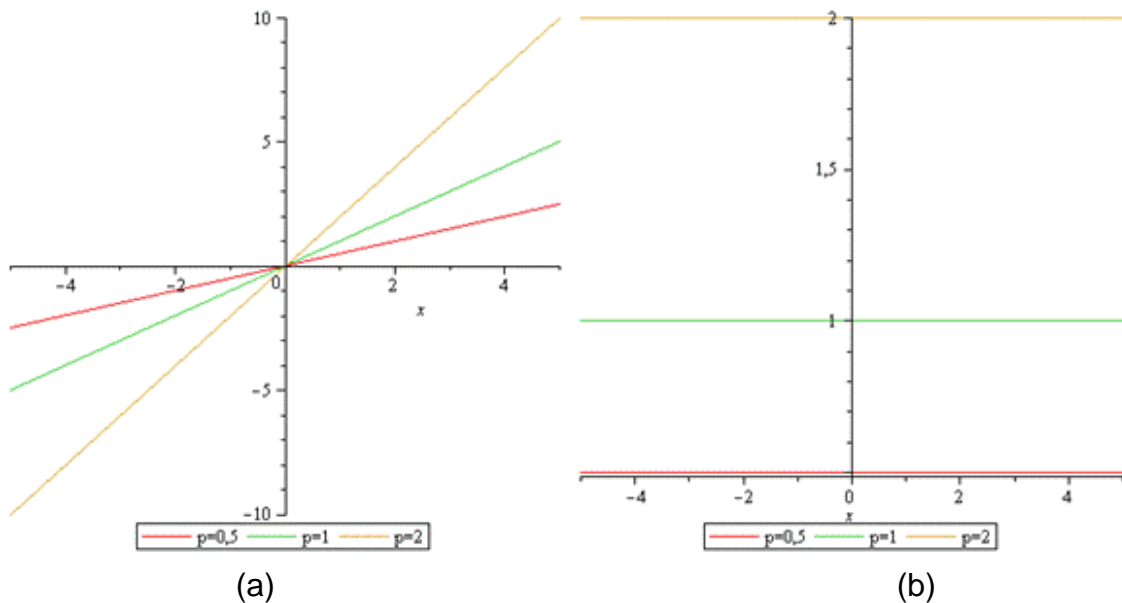


Figura 7. (a) Funções lineares (b) Derivadas de funções lineares.

As expressões para a função linear e suas derivadas são:

$$f(x) = p \cdot x \quad (2.03)$$

$$f'(x) = p \quad (2.04)$$

Quando $p = 1$ observa-se que a resposta será o próprio vetor de entrada.

2.2.5.2. Função Logística

A origem deste tipo de função está vinculada à preocupação em limitar o intervalo de variação da derivada da função, pela inclusão de um efeito de saturação (Silva, 1998). Juntamente com a função tangente hiperbólica é a função sigmoide mais usada. A Figura 8 mostra funções logísticas (a) e suas respectivas derivadas (b). Observa-se que a variação desta função está no intervalo $[0,1]$. Abaixo a representação desta equação e sua derivada:

$$f(x) = \frac{e^{px}}{1 + e^{px}} = \frac{1}{1 + e^{-px}} \quad (2.05)$$

$$f'(x) = pf(x) \cdot (1 - f(x)) \quad (2.06)$$

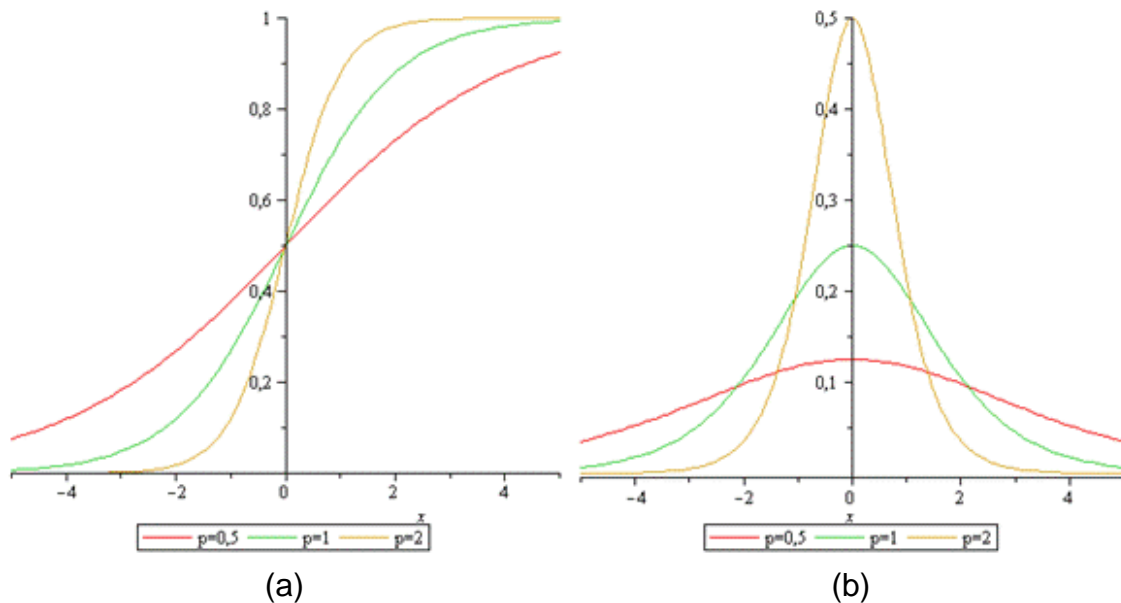


Figura 8. (a) Funções logísticas. (b) Derivadas de funções logísticas.

2.2.5.3. Função Tangente Hiperbólica:

Esta função apresenta a mesma característica de sigmoide da função logística, entretanto, assume valores positivos e negativos, pois $f(x) \in [-1,1]$. As expressões para esta função são:

$$f(x) = \frac{e^{px} - e^{-px}}{e^{px} + e^{-px}} = \tanh(px) \quad (2.07)$$

$$f'(x) = p(1 - (f(x))^2) \quad (2.08)$$

Pode-se observar na Figura 9 os gráficos da tangente hiperbólica (a) e de sua derivada (b).

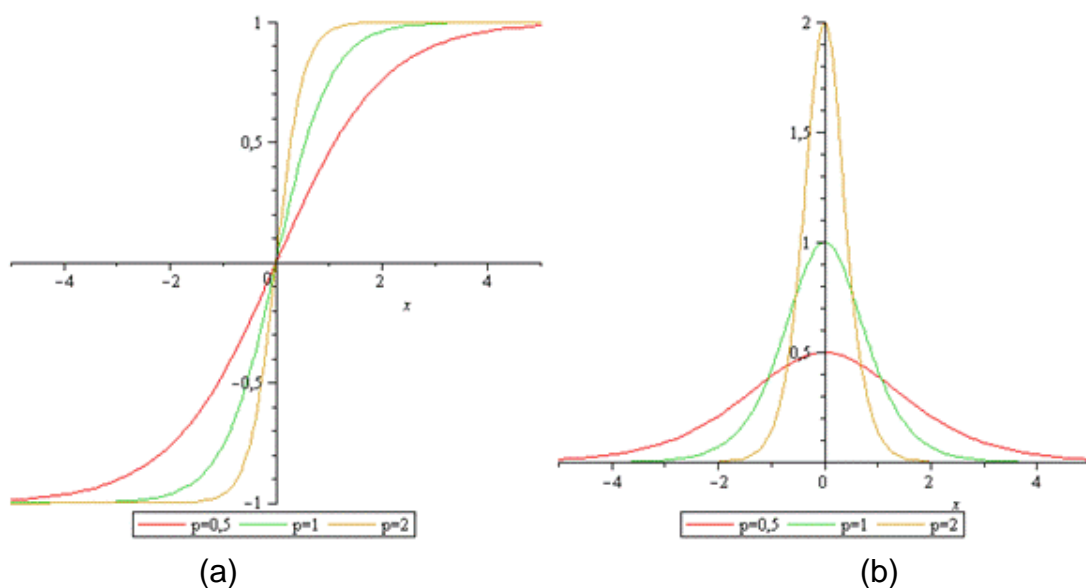


Figura 9. (a) Funções tangente hiperbólica. (b) Derivadas tangente hiperbólica.

2.2.5.4. Função Gaussiana

Esta é uma função de base radial geralmente utilizada em Redes Neurais de Base Radial. É chamada de função de base radial, pois os valores aumentam e depois diminuem monotonicamente em relação à distância de um ponto central (MARK, 1996). A este ponto, dá-se o nome de *centro da função de base radial* (GIROSI & POGIO, 1991).

A imagem da função gaussiana está no intervalo [0,1] e, juntamente com sua derivada, é representada pelas equações:

$$f(x) = e^{\frac{-x^2}{p}} \quad (2.09)$$

$$f'(x) = -\frac{2x}{p} \cdot e^{\frac{-x^2}{p}} \quad (2.10)$$

A Figura 10 mostra a função gaussiana (a) e suas derivadas (b).

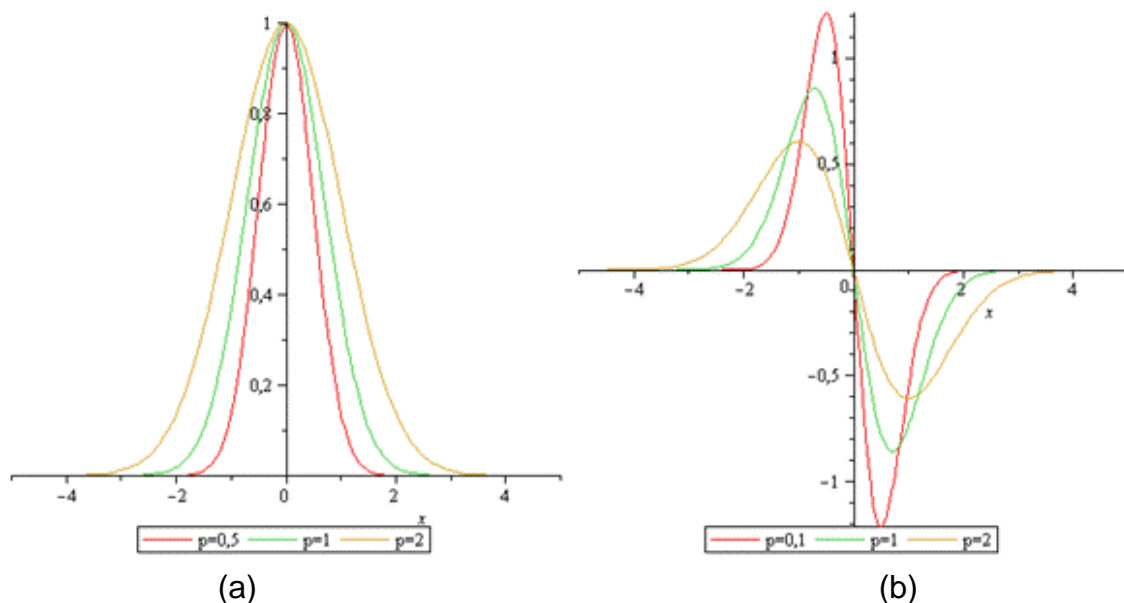


Figura 10. (a) Funções Gaussianas. (b) Derivadas funções Gaussianas.

2.2.6. Algoritmo de treinamento *Backpropagation*

O método de treinamento *beckpropagation*, também conhecido com Regra Delta Generalizada, é o método mais adotado na solução de problemas com redes neurais em Engenharia Química (CANCELIER, 1998). O seu funcionamento é simples e pode ser observado por meio do fluxograma apresentado na Figura 11.

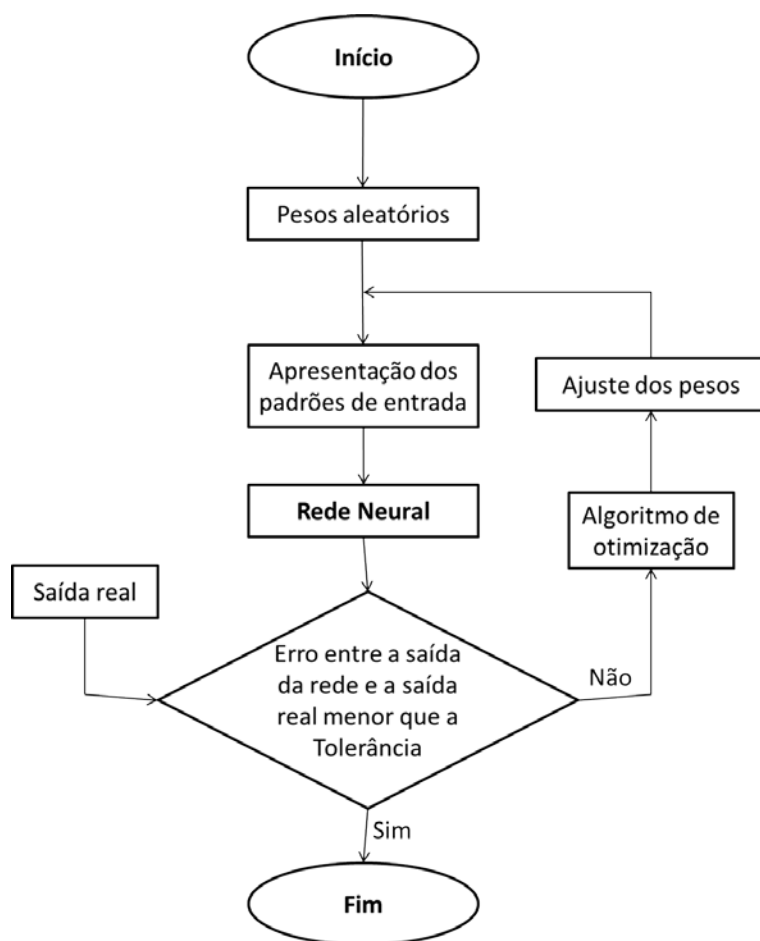


Figura 11. Fluxograma do *backpropagation*.

2.2.6.1. Equacionamento do *Backpropagation*

A fase de aprendizagem de uma rede neural é, talvez, a mais importante etapa do desenvolvimento de uma RNA. É nesta etapa que é gerado um grupo de pesos que permitam à rede neural caracterizar um sistema (CANCELIER, 1998).

Como observado na Figura 11, no algoritmo *backpropagation*, primeiramente os pesos são escolhidos aleatoriamente, entre -1 e 1, para dar início ao processo. Em virtude desta escolha aleatória, os pesos iniciais não conseguem representar o sistema adequadamente, sendo assim, é necessário aperfeiçoar os mesmos.

A função objetivo utilizada no algoritmo *backpropagation*, que determinará a direção na qual os pesos devem ser alterados, é a função do erro quadrático e representada pela Equação 2.11.

$$Eq = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n_p} (E_p)^2 \quad (2.11)$$

Em que: E_q é a medida do erro total;
 n_p é o número de padrões utilizado para treinar a rede;
 p é um padrão qualquer aplicado no treinamento; e
 E_p é o erro do padrão aplicado no treinamento.

Pode-se observar pela Equação 2.11 que o erro quadrático leva em conta a contribuição do erro de todos os padrões aplicados no treinamento da rede. O erro de cada padrão (E_p), por sua vez, é calculado por meio da Equação 2.12.

$$E_p = \sum_{k=1}^{n_{ns}} (Y_{k,p} - N^S_{k,p}) \quad (2.12)$$

Em que: k é um neurônio qualquer da camada de saída;
 n_{ns} é o número de neurônios na camada de saída;
 $N^S_{k,p}$ é o resultado obtido no neurônio k da saída da rede proveniente do padrão p ; e
 $Y_{k,p}$ é o resultado esperado para o neurônio k da saída da rede proveniente do padrão p .

Aplicando a Equação 2.12 na Equação 2.11 resulta, então, na expressão completa para se calcular o erro quadrático médio na saída da rede neural (Equação 2.13):

$$Eq = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{k=1}^{n_{ns}} (Y_{k,p} - N^S_{k,p})^2 \quad (2.13)$$

A Equação 2.13 define o erro total cometido pela rede, ou a quantidade em que, para todos os padrões “ p ” de dado conjunto, as saídas geradas pela rede diferem das saídas desejadas.

A saída gerada pela rede é calculada por meio da Equação 2.02 combinada com a Equação 2.01:

$$N_{k,p}^S = f \left(b_{Sk} + \sum_{k=1}^{n_{ne}} W_{i,k}^{S-1} * N_{i,p}^{S-1} \right) \quad (2.14)$$

Em que: $N_{k,p}^S$ é a resposta obtida no neurônio k da saída, proveniente do padrão p;

f é a função de ativação utilizada na rede neural;

b_{Sk} é a bia da camada de saída ligada ao neurônio k;

$W_{i,k}^{S-1}$ é o peso que liga o neurônio i da camada anterior à saída (S-1) ao neurônio k da saída; e

$N_{i,p}^{S-1}$ é a resposta obtida no neurônio i da câmara anterior à saída (S-1).

Embora o erro total E_q seja definido pela soma dos erros dos nodos de saída para todos os padrões, pode ser considerado, sem perda de generalidade, que a minimização do erro para cada padrão individualmente levará à minimização do erro total (BRAGA *et al.*, 2000). Com isto, o erro passa a ser definido pela Equação 2.15.

$$E_q = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_{ns}} (Y_k - N_k)^2 \quad (2.15)$$

A regra delta sugere que a variação dos pesos seja definida de acordo com o gradiente descendente do erro com relação ao peso, ou seja, que a variação do peso para um dado padrão seja definida pela Equação 2.16:

$$\Delta W_{i,k} \propto - \frac{\partial E_q}{\partial W_{i,k}} \quad (2.16)$$

Em que: $\Delta W_{i,j}$ é a variação do peso entre o neurônio k da camada L e o neurônio i da camada (L-1); e

$W_{i,j}$ é o peso entre o neurônio j da camada L e o neurônio i da camada (L-1).

O próximo passo é definir como cada peso de cada neurônio da rede deve ser ajustado de forma a diminuir o erro total gerado pela rede. Aplicando a regra da cadeia no lado direito da Equação 2.16 obtém-se:

$$\frac{\partial E_q}{\partial W_{i,k}} = \frac{\partial E_q}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial W_{i,k}} \quad (2.17)$$

Em que x_k é dado pela equação 2.02. A segunda derivada, $\frac{\partial x_k}{\partial W_{i,j}}$, é simples de calcular:

$$\frac{\partial x_k}{\partial W_{i,k}} = \frac{\partial}{\partial W_{i,k}} \left[b_{sk} + \sum_{k=1}^{n_{ne}} W_{i,k} \cdot N_i \right] = N_i \quad (2.18)$$

A primeira derivada, segundo BRAGA *et al.* (2000), mede o erro do neurônio k, e geralmente é abreviada para δ_k .

$$\delta_k = \frac{\partial E_q}{\partial x_k} \quad (2.19)$$

O cálculo desta derivada também pode ser definido pela regra da cadeia:

$$\delta_k = \frac{\partial E_q}{\partial x_k} = \frac{\partial E_q}{\partial N_k} \frac{\partial N_k}{\partial x_k} \quad (2.20)$$

A segunda derivada da Equação 2.20 é definida como:

$$\frac{\partial N_k}{\partial x_k} = \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_k} = f'(x_k) \quad (2.21)$$

O cálculo da primeira derivada da Equação 2.20, $\frac{\partial E_q}{\partial N_k}$, depende da camada onde o neurônio k se encontra. Se este estiver na última camada, o seu erro pode ser facilmente definido utilizando a Equação 2.15.

$$\frac{\partial E_q}{\partial N_k} = \frac{\partial}{\partial N_k} \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_{ns}} (Y_k - N_k)^2 \right] = (Y_k - N_k) \quad (2.22)$$

Substituindo os resultados das Equações 2.21 e 2.22 na Equação 2.20, obtém-se:

$$\delta_k = (Y_k - N_k) * f'(x_k) \quad (2.23)$$

Caso o neurônio k não seja de saída, a regra da cadeia é utilizada para escrever:

$$\frac{\partial E_q}{\partial N_k} = \sum_{l=1}^m \frac{\partial E_q}{\partial x_l} \frac{\partial x_l}{\partial N_k} = \sum_{l=1}^m \frac{\partial E_q}{\partial x_l} \frac{\partial \sum_{i=1}^n W_{l,i} N_i}{\partial N_k} = \sum_{l=1}^m \frac{\partial E_q}{\partial x_l} W_{l,k} \quad (2.24)$$

Em que:

$$\sum_{l=1}^m \frac{\partial E_q}{\partial x_l} W_{l,k} = \sum_{l=1}^m \delta_l W_{l,k} \quad (2.25)$$

Assim, para neurônios das camadas intermediárias, o erro é definido por:

$$\delta_k = f'(x_k) \cdot \sum_l \partial_l W_{k,l} \quad (2.26)$$

Pode-se assim generalizar a fórmula de ajuste de pesos proposta na Equação 2.16 para:

$$\Delta W_{i,k} = \eta \delta_k x_i \quad (2.27)$$

Ou

$$W_{i,k}(t+1) = W_{i,k}(t) + \eta \delta_k(t) x_i(t) \quad (2.28)$$

Em que: $W_{i,j}(t+1)$ é o novo peso que liga o neurônio i da camada (L-1) ao neurônio k da camada L na iteração (t+1);

$W_{i,k}(t)$ é o antigo peso que liga o neurônio i da camada (L-1) ao neurônio k da camada L na iteração t;

η é a taxa de aprendizagem; e

$\delta_k(t)$ é o gradiente do neurônio k da camada L na iteração t.

CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Materiais

3.1.1. Fluidos e Partículas

Para a obtenção dos regimes de escoamento em leito fixo com escoamento bifásico ascendente utilizou-se como fluidos água e ar. Os fluxos mássicos superficiais utilizados foram na faixa de 2 a $16,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ para a água e 0 e $0,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ para o ar. A pressão manométrica do ar na saída da linha de ar comprimido foi de 412 kPa. As partículas utilizadas para o recheio do leito foram esferas de vidro, com um diâmetro entre 2,4 e 3,5 mm.

3.1.2. Módulo Experimental

Os dados experimentais foram obtidos em um módulo experimental esquematizado pela Figura 12.

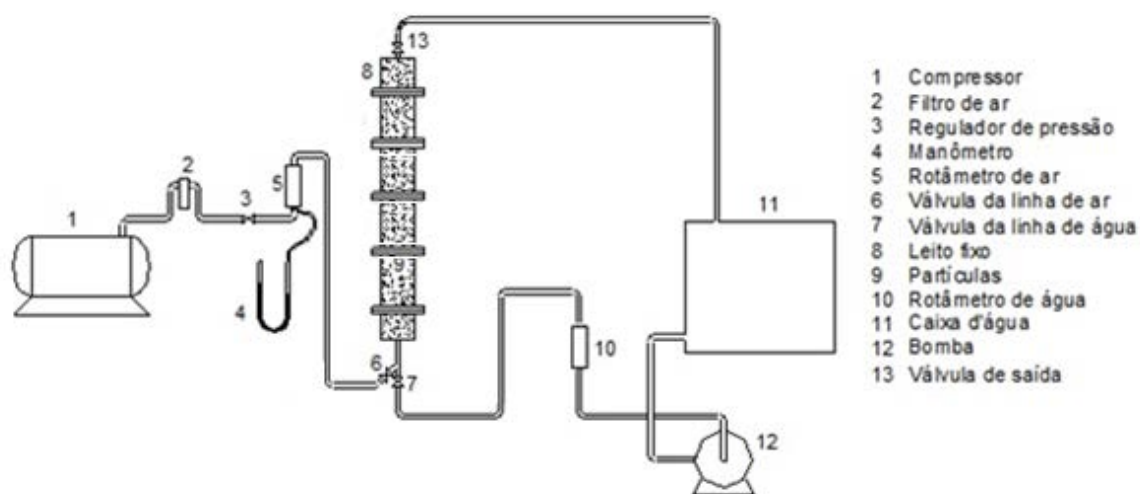


Figura 12. Esquematização do Módulo Experimental.

O leito de acrílico possui diâmetro interno de 0,05 m e altura de 1 m. Está dividido em 6 partes, sendo as extremidades com 0,1 m e as partes restantes com 0,2 m de altura. Cada parte é desmontável e unida uma a outra por meio de flanges, sendo fixadas com parafusos. A Figura 13 apresenta uma foto do módulo construído.



Figura 13. Foto do Módulo Experimental.

3.2. Métodos

3.2.1. Empacotamento do Leito

Para o empacotamento da coluna, a mesma foi remontada, de baixo para cima, à medida que se adicionava as esferas. Para uma melhor homogeneização, o leito era posto em vibração com um martelo de borracha e enchido com as esferas parte a parte. Com este procedimento, verificou-se que não houve variação na altura e movimentação das partículas e também caminhos preferenciais para os fluidos durante os experimentos.

3.2.2. Determinação dos Regimes de Escoamento

Os regimes foram determinados de maneira visual. Inicialmente, a válvula da água foi aberta, controlando-a até a vazão desejada. Uma vez atingida esta vazão, abria-se a válvula do ar até a vazão requerida, reajustando a válvula da água na vazão correta se fosse necessário. Ambas as vazões foram observadas através de rotâmetros. As unidades de tais equipamentos são $\text{l}\cdot\text{min}^{-1}$ para a água e $\text{Nl}\cdot\text{min}^{-1}$ para o ar. A unidade de vazão do ar foi convertida para $\text{l}\cdot\text{min}^{-1}$ através da Equação 3.01, fornecida pelo fabricante do equipamento.

$$Q_2 = Q_1 \sqrt{\frac{P_1 x T_2}{P_2 x T_1}} \quad (3.01)$$

- Em que:
- Q_2 é a vazão de ar real ($\text{l} \cdot \text{min}^{-1}$);
 - Q_1 é a vazão observada no rotâmetro ($\text{NI} \cdot \text{min}^{-1}$);
 - P_1 é pressão de entrada no sistema (Pa);
 - P_2 é a pressão de calibração do rotâmetro (Pa);
 - T_1 é a temperatura de entrada do fluido no rotâmetro (K); e
 - T_2 é a temperatura de calibração do rotâmetro (K).

Após o procedimento de adequação das vazões, esperava-se 2 minutos para o sistema estabilizar o escoamento, então, observava-se o tipo de escoamento na região central do leito. A temperatura dos fluidos foi a ambiente, ou seja, aproximadamente 25°C.

Para mapear todas as regiões possíveis no sistema, foi adotado que o fluido de vazão fixa seria a água, pois sua vazão é mais fácil de estabilizar e pouco se modifica quando a vazão de ar é alterada. Assim, quando se fixava a vazão de água, modificava-se a vazão de ar com a máxima amplitude que o sistema permitia para se ter um conjunto amplo de dados de regime.

Ao todo, foram obtidos 461 conjuntos de dados de regimes de escoamento em toda a amplitude de vazões observadas. Cada conjunto de dado é composto como mostra a Tabela 1, portanto, foram observados regimes de escoamento para 461 pares de vazões diferentes.

Tabela 1. Exemplo de conjuntos de dados.

Vazão de água ($\text{l} \cdot \text{min}^{-1}$)	Vazão de ar ($\text{l} \cdot \text{min}^{-1}$)	Tipo de regime
--	--	----------------

3.2.3. Treinamento da Rede Neural

A rede neural utilizada possui arquitetura *Perceptron* de Múltiplas Camadas e algoritmo de treinamento *backpropagation*. Ela foi montada utilizando o programa *freeware Multiple Back-Propagation* (MBP) versão 2.2.3, obtido na *website: <http://dit.ipg.pt/MBP>*.

Os conjuntos de dados foram divididos, de forma aleatória por meio de um programa desenvolvido para este fim, em 75% para o treinamento e 25% para a validação da rede e foram normalizados de acordo com a Equação 3.02, descrita por SCHMITZ (2006). Este procedimento realoca os dados em uma faixa reduzida, entre [-1,1], e produz um aumento na eficiência do treinamento.

$$v_n = \frac{2(v - v_{min})}{v_{max} - v_{min}} - 1 \quad (3.02)$$

Em que: v_n é valor normalizado;

v é o valor a ser normalizado;

v_{min} é o valor mínimo do intervalo a ser normalizado; e

v_{max} é o valor máximo do intervalo a ser normalizado.

O número de neurônios de entrada e saída da rede foram fixados em 2 e 4, respectivamente. As duas entradas remetem aos valores de vazões de água e ar. Como a saída deve remeter ao tipo de regime, criou-se um código, observado na Tabela 2, com 4 números para cada tipo de regime relatado por MOREIRA (2004).

Tabela 2. Código para a saída da rede neural.

Regime	Saída 1	Saída 2	Saída 3	Saída 4
Bolha	1	0	0	0
Transição Bolha-Pulsante	0	1	0	0
Pulsante	0	0	1	0
<i>Spray</i>	0	0	0	1

Foram fixadas duas camadas intermediárias, visto que segundo CYBENKO (1989), duas camadas intermediárias são suficientes para representar qualquer função matemática. Portanto, a configuração da rede neural foi de 2 neurônios na camada de entrada, 2 camadas intermediárias com número de neurônios variáveis, e 4 neurônios na camada de saída.

No que se trata de funções de ativação, foram testadas três funções: função logística (Equação 2.05), função tangente hiperbólica (Equação 2.07) e função gaussiana (Equação 2.09). Estas funções foram testadas individualmente, ou seja, todas as camadas receberam a mesma função de ativação.

Os testes do número de neurônios nas camadas intermediárias seguiram as configurações propostas na Tabela 3, ou seja, 28 testes para cada função de ativação, totalizando 84 configurações testadas de rede MLP diferentes.

Tabela 3. Número de neurônios nas camadas intermediárias.

Primeira Camada	Segunda Camada
2	2
	4
	6
	8
	10
	12
	14
4	4
	6
	8
	10
	12
	14
6	6
	8
	10
	12
	14
8	8
	10
	12
	14
10	10
	12
	14
12	12
	14
14	14

Como parâmetro de avaliação do resultado dos testes e das validações da MLP, foi utilizado o erro quadrático médio. Este erro, de ordem absoluta, é calculado ao final de cada ciclo de treinamento, ou seja, leva em consideração o erro quadrático, calculado por meio da Equação 2.13, de cada padrão dentro de um ciclo. A Equação 3.03 mostra como é calculado o erro quadrático médio para os 346 padrões do conjunto de treinamento.

$$Eq_m = \frac{Eq}{346} \quad (3.03)$$

Em que: Eq_m é o erro quadrático médio; e

Eq é o erro quadrático do ciclo de treinamento.

Cada treinamento foi fixado para durar 500 mil ciclos, ou seja, os padrões foram inseridos na rede e os pesos foram readequados 500 mil vezes. Com este procedimento, objetivou-se a procura pelo menor erro quadrático médio e pelos os melhores pesos para cada configuração da rede.

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. DADOS EXPERIMENTAIS

Ao todo, foram obtidos 461 conjuntos de dados de regimes de escoamento para o recheio do leito com esferas de vidro de diâmetro de partícula (d_p) entre 2,4 e 3,5 mm. Com estes conjuntos, foi possível elaborar um mapa de regimes, observado na Figura 14, de todos os tipos de regimes observados para o escoamento ascendente, nos fluxos de 2 a 16,5 $\text{kg.m}^{-2}\text{s}^{-1}$ de água e entre 0 e 0,6 $\text{kg.m}^{-2}\text{s}^{-1}$ de ar.

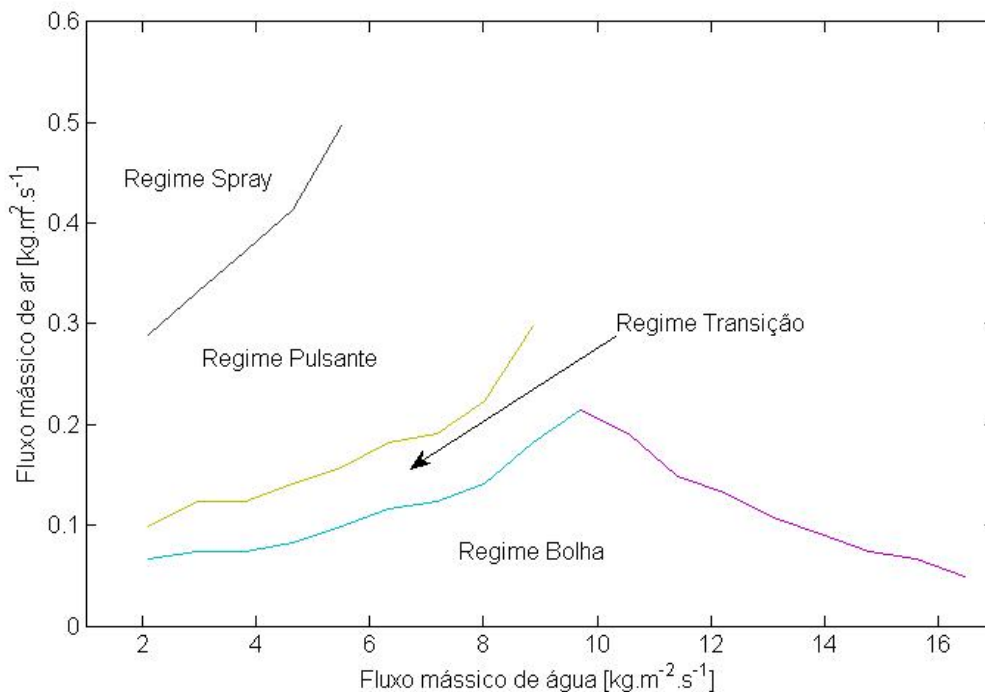


Figura 14. Mapa dos Regimes encontrados experimentalmente.

Para toda a faixa de vazão de água foi encontrado o regime descrito por MOREIRA (2004) como bolha, este regime estende-se até certo valor para vazão de ar. Em seguida, foi encontrado o regime descrito como transição, no entanto, este regime foi caracterizado apenas até um fluxo de água de 8,87 $\text{kg.m}^{-2}\text{s}^{-1}$, pois para fluxo de água acima deste ponto, o sistema de ar comprimido não comportou vazões suficientes de ar para se atingir regimes acima do bolha.

Os regimes, pulsante e *spray* também foram encontrados. O regime pulsante foi caracterizado, também, até o fluxo de água de $8,8 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ devido ao mesmo problema de limitação do sistema. Já o regime *spray*, assim como descrito por Moreira (2004), é característica de baixas vazões de água e altas vazões de ar, portanto, foi encontrado até o fluxo de $5,49 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ de água.

Os conjuntos de todas as combinações de vazões com seus respectivos regimes constitui uma matriz 461×3 em que a primeira coluna é a vazão de água, a segunda é a vazão de ar e a terceira é o tipo de regime encontrado. A mesma encontra-se representada na Tabela 18 do Apêndice A. Na Tabela 4 podem-se observar alguns exemplos dos conjuntos de dados experimentais.

Tabela 4. Exemplo de conjuntos de dados experimentais.

Vazão de Água (l/min)	Vazão de Ar (l/min)	Tipo de Regime
1,00	1,5076	bolha
1,40	33,1662	transição
2,20	84,4232	pulsante
2,60	180,9068	Spray

O inconveniente da matriz encontrada está na terceira coluna, pois uma RNA não consegue interpretar qualitativas. Em vista deste inconveniente, criou-se um código para traduzir os regimes em elementos quantitativos (Tabela 2). Assim, a Tabela 4 passa a acrescentar mais quatro colunas a fim de representar os regimes matematicamente, que pode ser observado na Tabela 5.

Tabela 5. Exemplo da matriz de dados experimentais obtidos.

Vazão de Água (l/min)	Vazão de Ar (l/min)	Código				Tipo de Regime
1,00	1,5076	1	0	0	0	bolha
1,40	33,1662	0	1	0	0	transição
2,20	84,4232	0	0	1	0	pulsante
2,60	180,9068	0	0	0	1	Spray

Como a rede foi construída para ler dados de vazão de água e ar e determinar o regime de saída e estes regimes estão codificados de acordo com a Tabela 5, a rede neural deve ter, então, obrigatoriamente dois vetores de entrada e quatro vetores de saída.

4.2. REDE NEURAL ARTIFICIAL

Como descrito no Capítulo 1, a seguir será apresentado os testes das diferentes configurações para uma rede neural do tipo MLP, modificando as funções de ativação, mantendo duas camadas intermediárias e variando o número de neurônios nestas camadas.

Este processo de teste das configurações da rede é, na verdade, um processo de otimização da RNA. Há, na literatura, alguns métodos que indicam alguns passos para a otimização, entretanto, de maneira geral, o processo é considerado de ordem empírica, ou seja, não segue uma lógica matemática e, portanto, serão testadas a seguir algumas variações para a RNA MLP.

O número de conjunto de dados utilizados neste processo foi de 346, ou seja, 75% do total de dados obtidos, o restante foi utilizado para a validação da rede. Os dois vetores de entrada e os quatro vetores de saída têm, assim, dimensão 346x1. Cada linha destes vetores é considerada um exemplo (ou padrão) para a RNA e uma vez que todo o vetor passou pela rotina de treino, diz-se que decorreu um ciclo de treinamento.

4.2.1. Função Logística

A primeira função testada foi a função logística. Esta função, apresentada na equação (2.05) tem caráter sigmoidal e sua imagem está contida no intervalo [0,1]. O valor de p nos teste foi 1 e todas as configurações de neurônios nas camadas intermediárias apresentadas na Tabela 3 foram utilizadas.

$$f(x) = \frac{e^{px}}{1 + e^{px}} = \frac{1}{1 + e^{-px}} \quad (2.05)$$

Os valores dos erros quadráticos médios (Eq_m), encontrados nos testes com a função logística se encontram na Tabela 6. Observa-se que, em geral, esta função apresentou um Eq_m alto, na ordem de 10^{-2} , e que em duas configurações de rede, ocorreu o fenômeno de *overfitting*, que, segundo BRAGA *et al.* (2000), é a memorização dos padrões pela rede.

Tabela 6. Erro quadrático médio da função logística.

Configuração das Camadas intermediárias	Eq _m do treinamento	Eq _m da Validação	Configuração das Camadas intermediárias	Eq _m do treinamento	Eq _m da Validação
2--2	0,07589	0,07923	6--8	0,01914	0,08245
2--4	0,04560	0,04078	6--10	0,05704	0,10081
2--6	0,06169	0,07508	6--12	0,06012	0,10420
2--8	0,03361	0,04766	6--14	0,03802	0,11167
2--10	0,03226	0,06488	8--8	0,06014	0,09241
2--12	0,06483	0,07696	8--10	0,06014	0,10132
2--14	0,06549	0,07401	8--12	0,06014	0,09279
4--4	0,02013	0,07113	8--14	0,06014	0,10365
4--6	0,01947	0,05395	10--10	0,01908	0,06182
4--8	0,01103	0,05125	10--12	0,05707	0,09078
4--10	0,00755	0,08489	10--14	0,01910	0,05046
4--12	0,06015	0,10214	12--12	<i>overfitting</i>	<i>overfitting</i>
4--14	0,06015	0,10117	12--14	0,06013	0,08843
6--6	0,01916	0,08602	14--14	<i>overfitting</i>	<i>overfitting</i>

Tal fenômeno (*overfitting*) é provocado, segundo a literatura, devido ao grande número de conexões (sinapses), o que leva a uma grande quantidade de pesos a serem ajustadas. Como o número de padrões para teste é limitado, o ajuste destes pesos torna-se comprometido e acaba por ocorrer memorização dos padrões.

Entretanto, esta razão baixa do número de padrões por conexões não é garantia da ocorrência de *overfitting*, visto que a configuração das camadas internas 12-14, ou seja, 12 neurônios na primeira camada interna e 14 neurônios na segunda camada interna que possui um total de 248 pesos a serem ajustados por 346 padrões, não apresentou *overfitting*.

O pior resultado ocorreu com a configuração 2-2 com Eq_m igual a 0,07589, que, inclusive, foi a única configuração com erro acima de 0,07. Uma possível explicação para este erro alto é o fenômeno conhecido com *underfitting* que, ao contrário do *overfitting*, ocorre quando a rede não consegue convergir devido ao baixo número de conexões.

A configuração que apresentou menor Eq_m (Eq_m = 0,00755) foi a 4-10 (4 neurônios na primeira camada intermediária e 10 da segunda) seguida pelas configurações 4-8, 10-14, 6-8, 6-6 e 4-6, estas todas com Eq_m entre 0,01 e 0,02.

A melhor configuração para treinamento, entretanto, não apresentou um valor melhor de validação, com Eq_m de validação igual a 0,08489. Neste quesito, a melhor configuração foi a 2-4, com Eq_m de validação igual a 0,04078.

Apesar das diferenças nos erros das validações, a configuração 4-10 foi considerada como o melhor resultado para a função logística. Esta conclusão é baseada no fato de que a relação do erro de treinamento 4-10/2-4 é muito menor do que a relação do erro de validação 4-10/2-4.

As respostas dos quatro neurônios de saída da rede em comparação com o que era esperado, no treinamento, são observadas na Figura 15, na Figura 16, Figura 17 e na Figura 18. Pode-se observar por estas figuras, que a resposta do treinamento (linha azul) ficou muito próxima da resposta esperada (linha vermelha) nos quatro neurônios de saída.

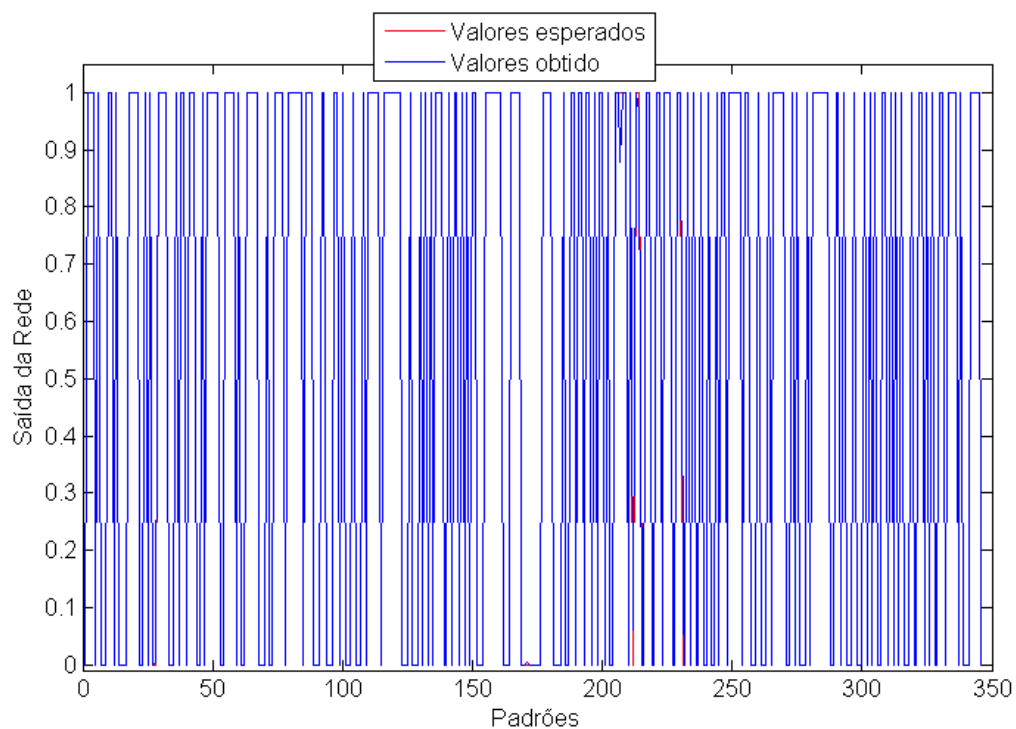


Figura 15. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.

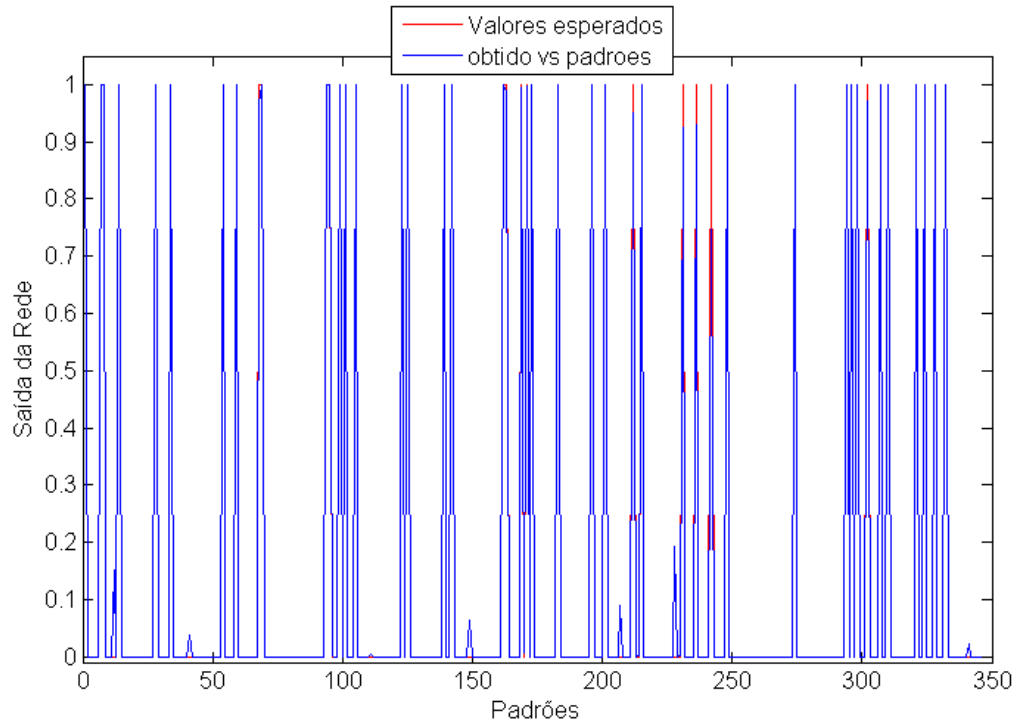


Figura 16. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.

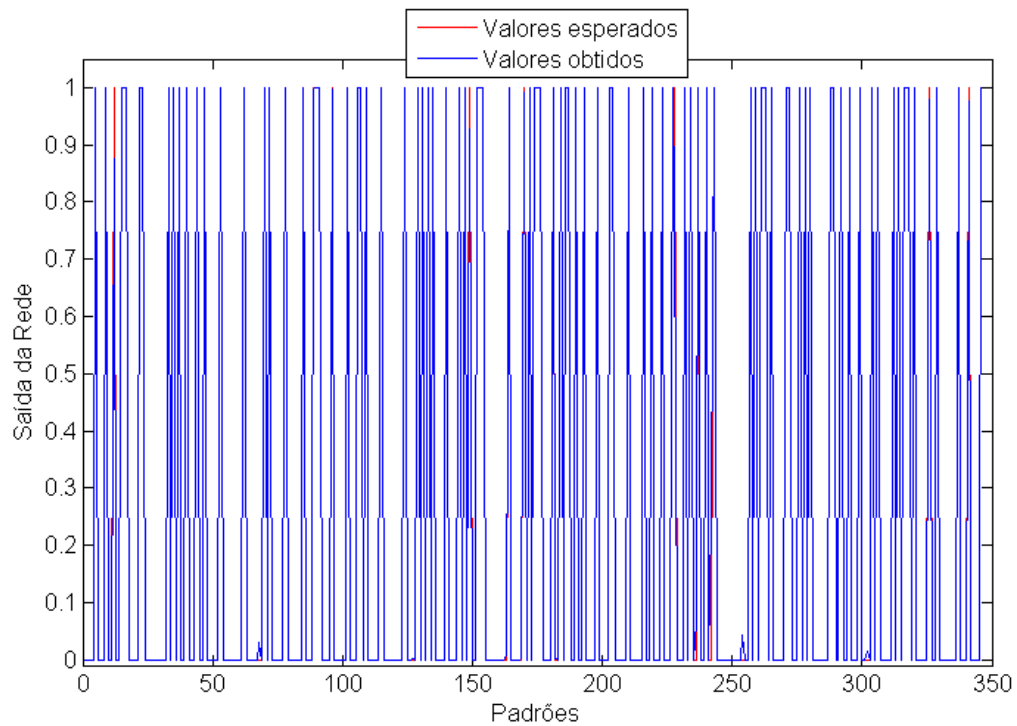


Figura 17. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.

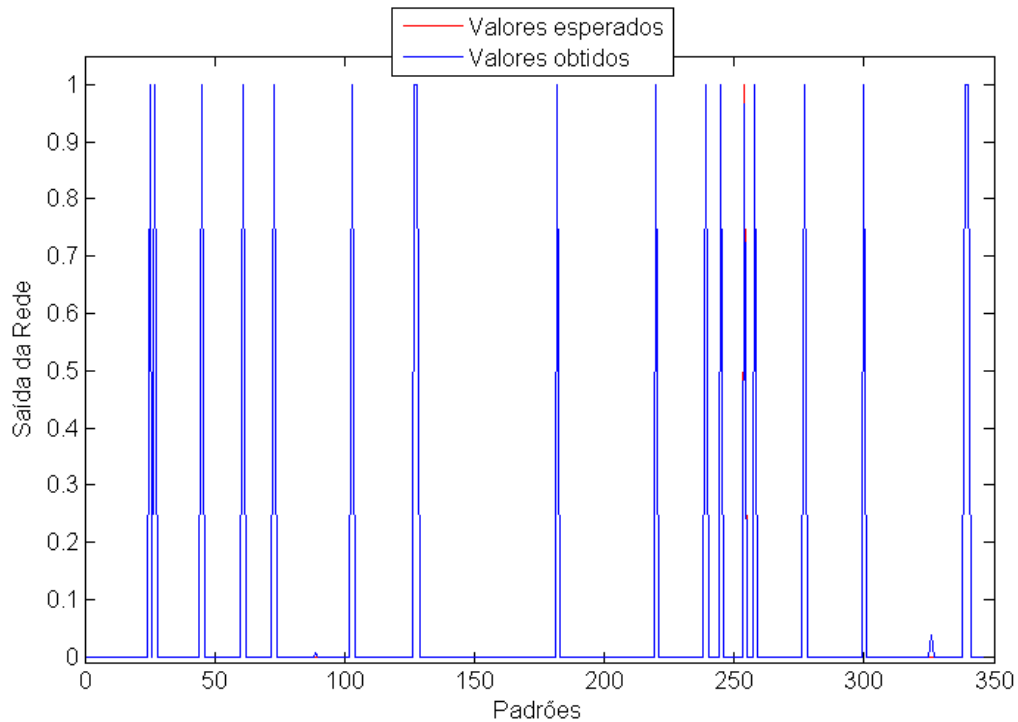


Figura 18. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, no treinamento da configuração 4-10 para a função logística.

Os pesos ajustados no treinamento 4-10 são apresentados na Tabela 7 (pesos que ligam a camada de entrada à 1ª camada oculta), na Tabela 8 (pesos que ligam a 1ª camada oculta à 2ª camada oculta) e na Tabela 9 (pesos que ligam a 2ª camada oculta à camada de saída).

Com os pesos já ajustados, foi realizada a validação utilizando os 115 padrões restantes que não foram utilizados para o treinamento. O erro quadrático médio para a validação na configuração 4-10, como dito anteriormente, foi igual a 0,08489. Os gráficos que mostram as respostas obtidas sobrepostas às respostas esperadas são apresentados na Figura 19 (para o 1º neurônio de saída), Figura 20 (para o 2º neurônio de saída), Figura 21 (para o 3º neurônio de saída) e na Figura 22 (para o quarto neurônio de saída).

Observa-se por meio destes gráficos das respostas da validação a clara presença do erro quadrático maior que no treinamento, visto que a falta de sobreposições entre as linhas dos resultados obtidos (azul) e dos resultados esperados (vermelho) mostrou-se bem mais acentuada, principalmente no 2º neurônio de saída (Figura 20).

Tabela 7. Pesos da camada de entrada para a 1ª camada oculta determinados no treinamento 4-10 para a função logística.

1ª camada oculta	Camada de entrada		
	bias	1º neurônio	2º neurônio
1º neurônio	-6,63955	-12,45430	17,98660
2º neurônio	3,27933	16,32570	-12,73670
3º neurônio	-10,19410	5,60449	-19,27560
4º neurônio	2,59243	-41,09410	13,55280

Tabela 8. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 4-10 para a função logística.

2ª camada oculta	1ª camada oculta				
	bias	1º neurônio	2º neurônio	3º neurônio	4º neurônio
1º neurônio	-2,53178	13,09110	-6,33890	0,27210	-3,33175
2º neurônio	-4,95952	3,16107	-22,17660	-13,55630	10,44360
3º neurônio	3,15623	2,25053	-0,00122	-5,48286	1,03036
4º neurônio	-3,38923	-3,24597	17,91890	-6,04565	-1,55435
5º neurônio	2,76011	-10,20560	5,13342	4,56701	2,69266
6º neurônio	-12,66290	2,64961	0,25701	-22,31920	16,98780
7º neurônio	-3,31319	12,90780	-6,32780	-2,18107	-2,60695
8º neurônio	-2,77034	-3,92778	4,54879	-6,76832	2,08796
9º neurônio	-8,98813	-1,09685	-6,81136	38,88340	-15,91400
10º neurônio	-11,36770	-0,33312	24,83050	21,74050	-17,90150

Tabela 9. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 4-10 para a função logística.

Camada de saída	2ª camada oculta				
	bias	1º neurônio	2º neurônio	3º neurônio	4º neurônio
1º neurônio	-3,93662	0,13846	-4,74359	-6,85404	-7,73143
2º neurônio	2,86997	-0,03187	-15,98350	3,57186	-16,43080
3º neurônio	-9,63322	-14,17670	16,04890	-6,00105	15,75920
4º neurônio	-4,97067	7,32261	-0,37624	-0,19775	-3,70958
2ª camada oculta					
5º neurônio	6º neurônio	7º neurônio	8º neurônio	9º neurônio	10º neurônio
-1,13424	-2,28709	-1,40444	-6,70881	29,25770	1,57664
5,58002	-17,78400	-0,57062	-2,84969	-34,47930	24,73360
3,22788	17,24060	-12,70690	5,01897	-6,10813	-26,30430
-12,55880	0,92900	8,59158	-4,50928	-2,92662	-1,19511

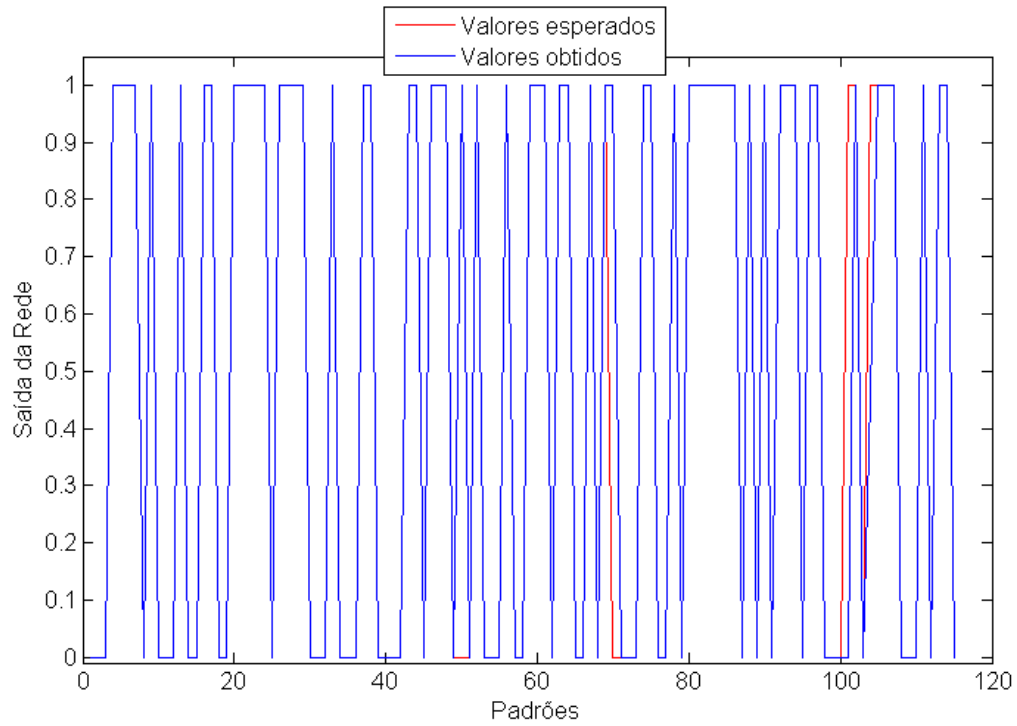


Figura 19. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.

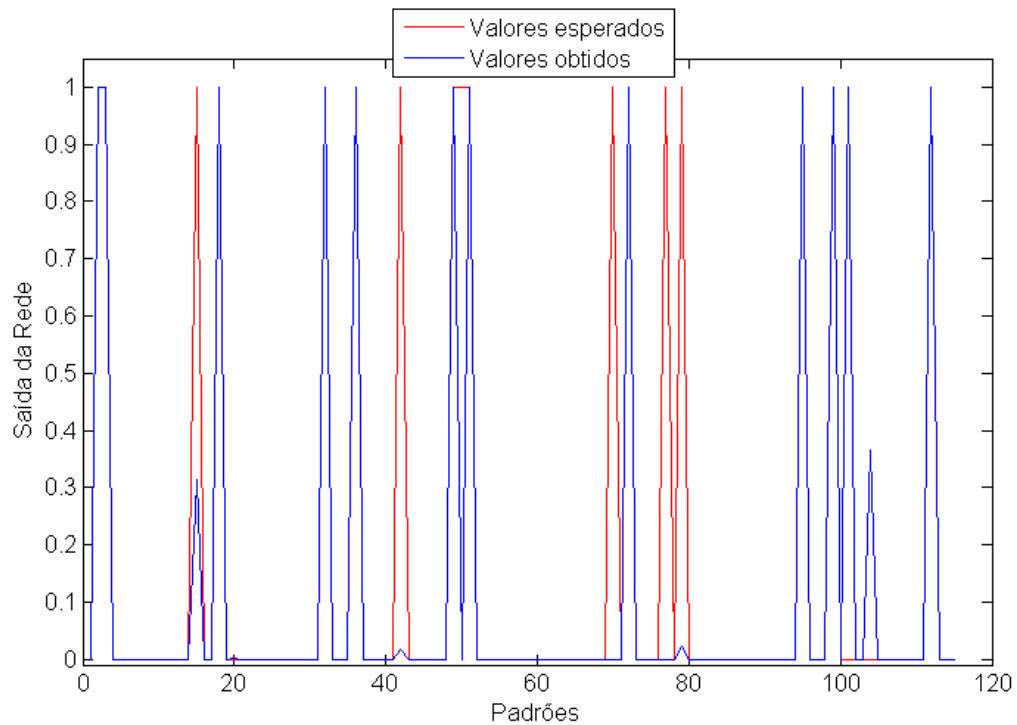


Figura 20. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.

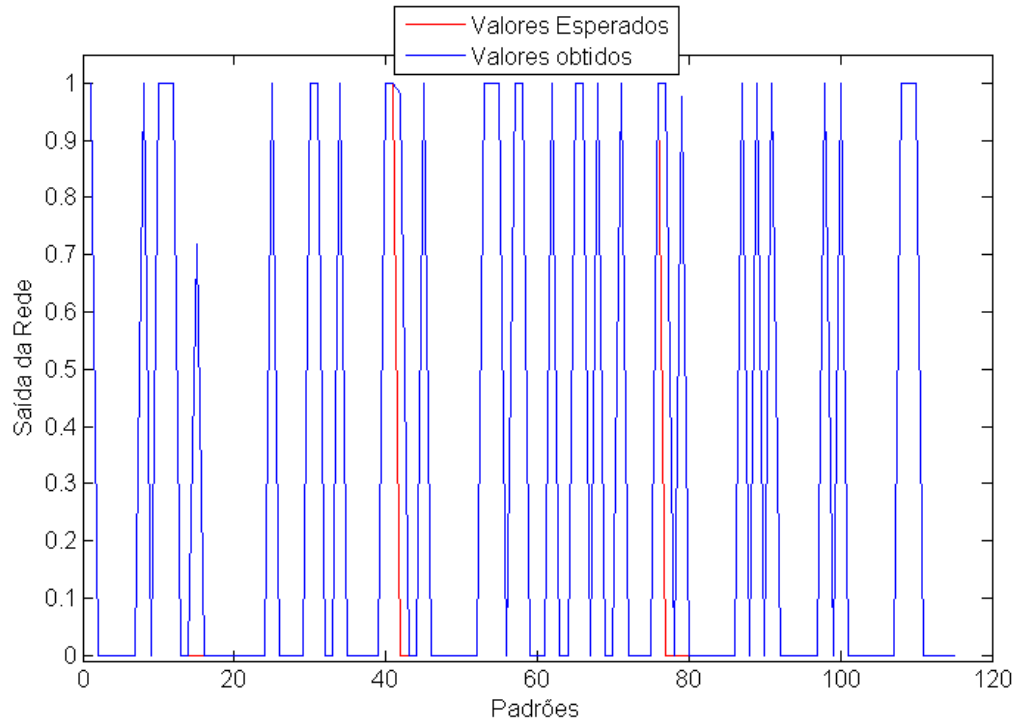


Figura 21. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.

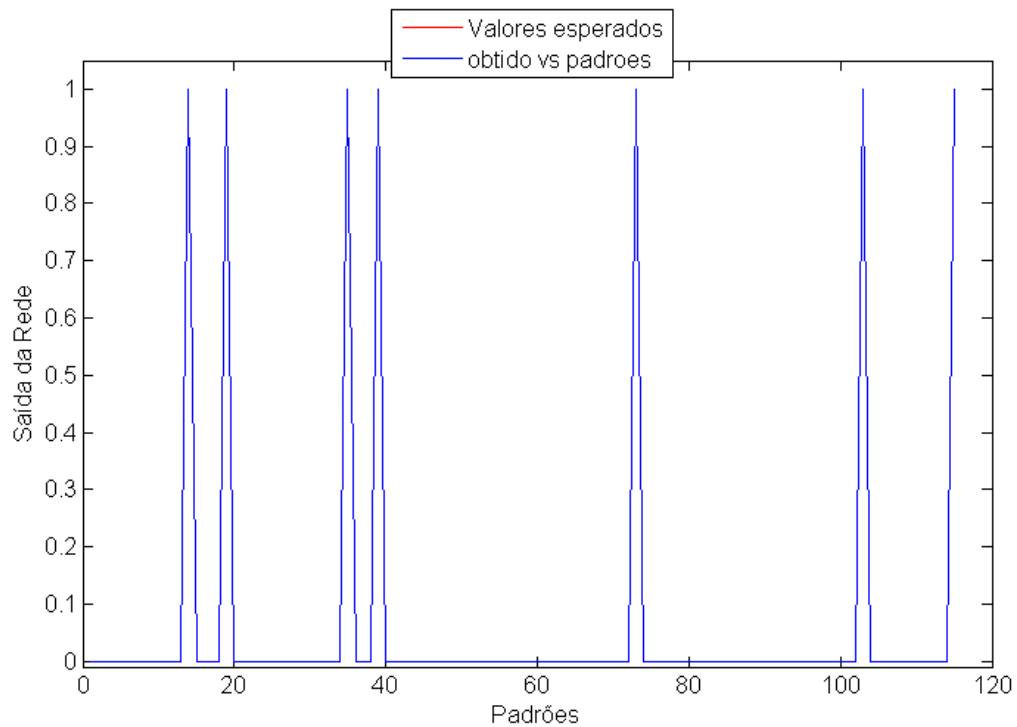


Figura 22. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, na validação da configuração 4-10 para a função logística.

4.2.2. Função Tangente Hiperbólica

A função tangente hiperbólica, apresentada na Equação 2.07 também foi testada com p igual a 1. Esta função, assim como a função logística, tem caráter sigmoidal, entretanto, sua imagem está contida no intervalo [-1;1]. Todos os testes propostos na Tabela 3 também foram realizados para esta função.

$$f(x) = \frac{e^{px} - e^{-px}}{e^{px} + e^{-px}} = \tanh(px) \quad (2.07)$$

Na Tabela 10 encontram-se os erros quadráticos médios obtidos durante o treinamento e na validação para a função tanh. O menor erro encontrado para esta função foi com as configurações 12-14 e 10-12, ambas com Eq_m igual a 0,00025. Contudo, a configuração 10-12 destaca-se sobre a configuração 12-14, pois apresenta um erro quadrático médio de validação 12% menor em relação a esta.

Tabela 10. Erro quadrático médio da função tangente hiperbólica.

Configuração das Camadas intermediárias	Eq _m do treinamento	Eq _m da Validação	Configuração das Camadas intermediárias	Eq _m do treinamento	Eq _m da Validação
2—2	0,14425	0,15123	6—8	0,03801	0,13021
2—4	0,07112	0,12960	6--10	0,11404	0,16291
2—6	0,03806	0,18208	6--12	0,00036	0,12153
2—8	0,12021	0,16653	6--14	0,03802	0,11167
2—10	0,03802	0,14106	8—8	0,03801	0,13184
2—12	0,00070	0,10517	8--10	0,03801	0,14738
2—14	0,12021	0,19642	8--12	0,11404	0,17393
4—4	0,03802	0,17402	8--14	0,00033	0,11667
4—6	0,00044	0,16210	10--10	0,11404	0,16189
4—8	0,00059	0,08604	10--12	0,00025	0,09494
4—10	0,00060	0,09534	10--14	0,11404	0,17453
4—12	0,00057	0,15214	12--12	0,03802	0,12524
4—14	0,02688	0,13300	12--14	0,00025	0,10657
6—6	0,05376	0,17422	14--14	0,00026	0,09897

Em relação à função logística, a função tanh produziu treinamentos melhores (menor Eq_m de 0,00025 contra 0,00755). Todavia, no que diz respeito à validação, em todas as configurações testadas, os valores do erro quadrático médio foram superiores ao maior valor encontrado com a função logística.

A explicação para este ocorrido pode estar no intervalo de resposta de ambas as equações. Como a função logística possui imagem entre [0;1], tem

mais facilidade em representar os códigos de saída da rede propostos pela Tabela 2 (apenas valores de 0 ou 1), visto que são seus extremos do conjunto imagem.

Os gráficos dos valores obtidos (azul) sobre os valores esperados (vermelho) para o treinamento da configuração 10-12 com a função tangente hiperbólica são observados na Figura 23, na Figura 24, na Figura 25 e na Figura 26, respectivamente para o 1º, 2º, 3º e 4º neurônio da camada de saída da rede neural.

Se comparados aos mesmos gráficos produzidos no treinamento com a função logística, nota-se a melhor sobreposição ocorrida dos valores obtidos sobre os valores esperados, o que é reflexo do menor erro obtido com o treinamento utilizando a função tangente hiperbólica.

Os pesos finais, ajustados no treinamento da configuração 10-12, são apresentados na Tabela 11, na Tabela 12 e na Tabela 13, respectivamente para as sinapses que ligam a camada de entrada à 1ª camada oculta, a 1ª camada oculta à 2ª camada oculta e a 2ª camada oculta à camada de saída.

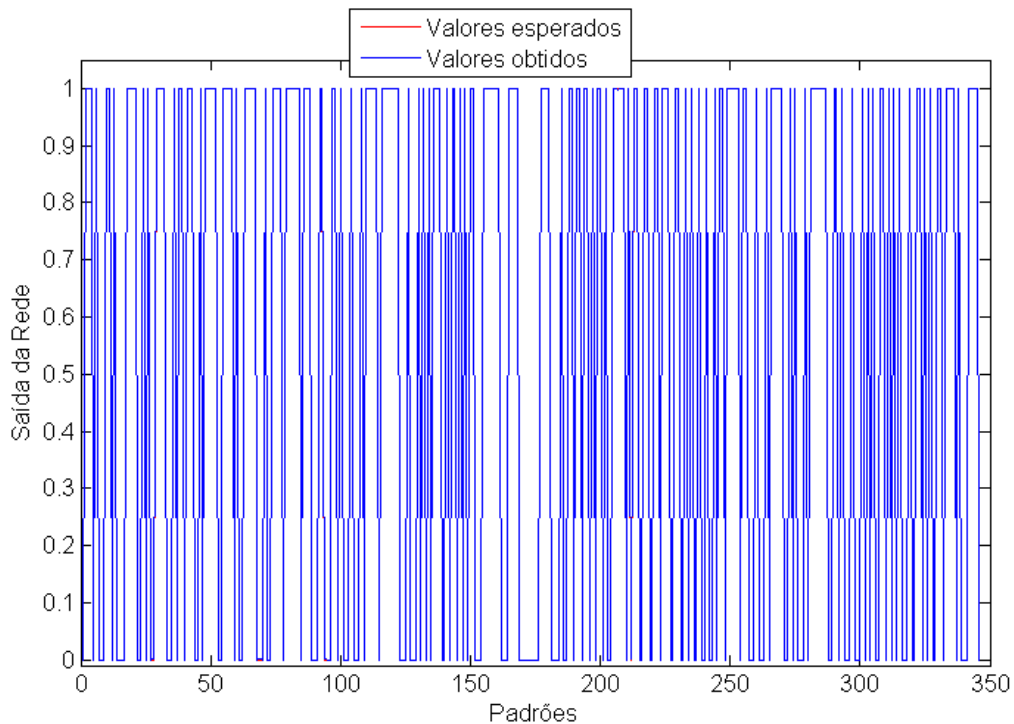


Figura 23. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.

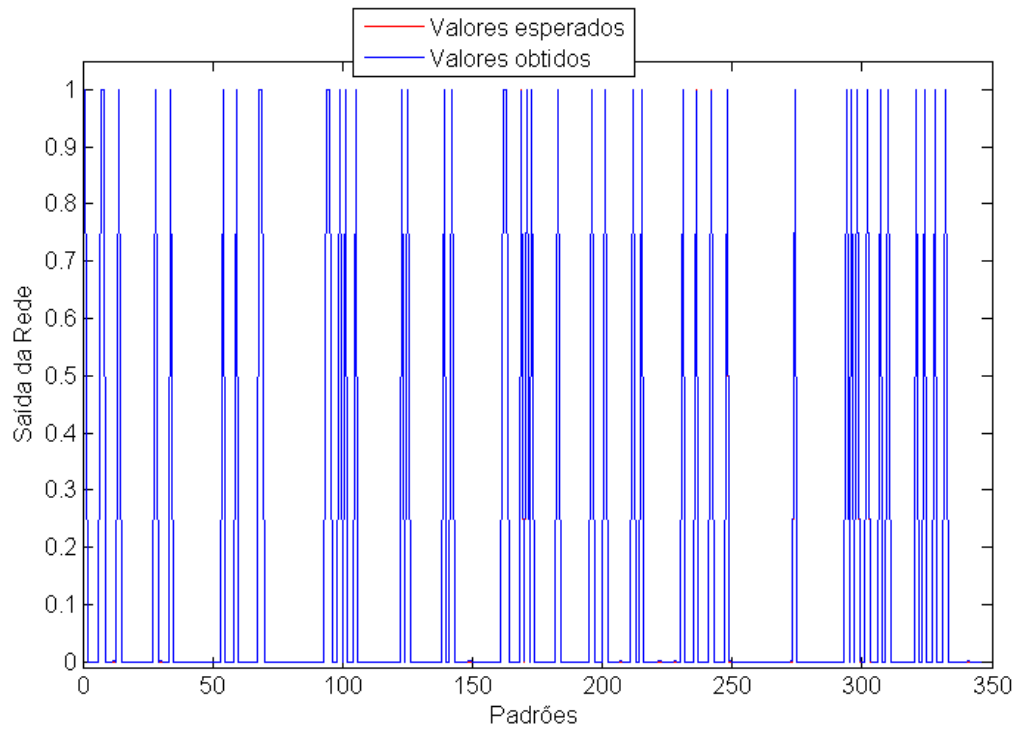


Figura 24. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.

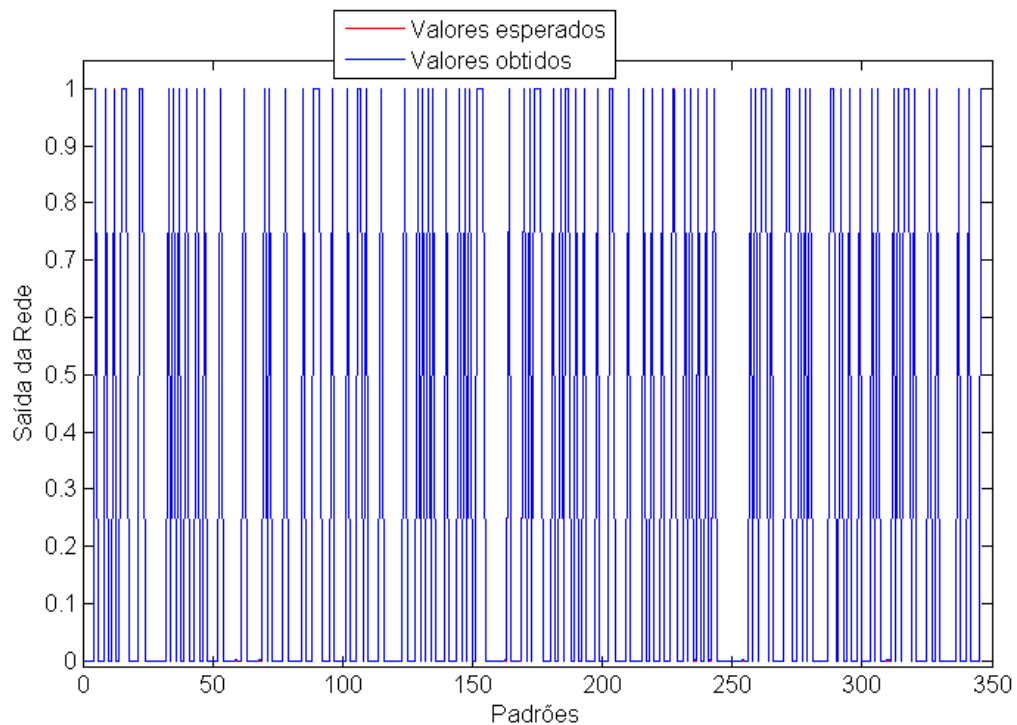


Figura 25. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.

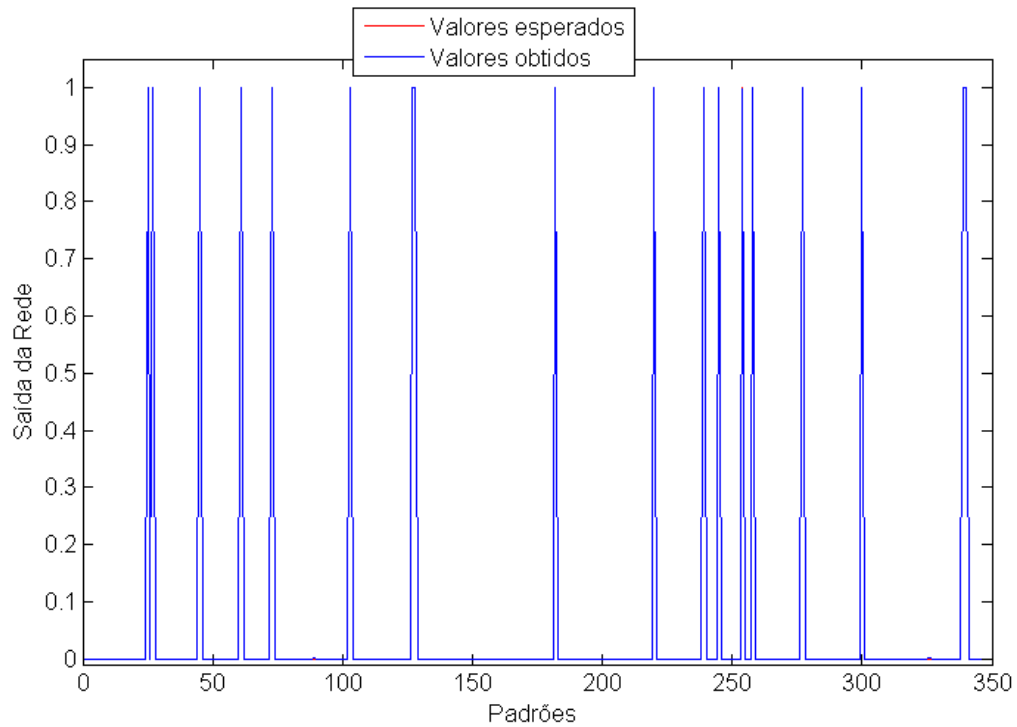


Figura 26. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, no treinamento da configuração 10-12 para a função tanh.

Tabela 11. Pesos da camada de entrada para a 1ª camada oculta determinados no treinamento 10-12 para a função tanh.

1ª camada oculta	Camada de entrada		
	bias	1º neurônio	2º neurônio
1º Neurônio	-2,11339	1,18565	-3,78663
2º Neurônio	0,72965	-1,41325	2,40736
3º Neurônio	-0,48549	2,34941	-3,04082
4º Neurônio	0,64582	2,44556	-2,20356
5º Neurônio	-2,91040	-5,67907	-1,51911
6º Neurônio	-1,38618	1,94495	1,01580
7º Neurônio	-0,91636	0,30525	-3,78705
8º Neurônio	-1,15489	-2,65153	4,84829
9º Neurônio	-2,35272	-9,57560	-2,50169
10º Neurônio	6,01221	9,28693	-1,87340

Tabela 12. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 10-12 para a função tanh.

2ª camada oculta	1ª camada oculta				
	bias	1º Neurônio	2º Neurônio	3º Neurônio	4º Neurônio
1º Neurônio	1,20983	0,13782	-0,04872	0,99405	2,16032
2º Neurônio	-0,49706	0,06020	-0,73840	-1,18825	-0,57003
3º Neurônio	0,08122	-3,71843	1,28294	0,30907	-0,29048
4º Neurônio	-0,99096	8,93253	-4,77328	3,49768	1,02819
5º Neurônio	1,85469	-3,50338	3,58448	-4,73443	-1,22155
6º Neurônio	-0,24258	2,15437	-2,39565	1,85481	1,45972
7º Neurônio	-0,64047	-0,05134	-0,33487	-0,51255	0,10111
8º Neurônio	0,14827	-0,82289	0,67715	-0,86022	-1,04888
9º Neurônio	-0,21892	-1,15742	1,33739	-1,35806	-0,86470
10º Neurônio	-1,24463	0,69259	0,61783	0,66909	-0,08117
11º Neurônio	0,41032	4,01630	-2,97437	5,43008	5,08486
12º Neurônio	2,27122	-0,69517	-0,59756	1,31528	2,33685
5º Neurônio	1ª camada oculta				
	6º Neurônio	7º Neurônio	8º Neurônio	9º Neurônio	10º Neurônio
0,24302	-1,23262	1,83821	-2,73213	1,32340	1,45367
-0,48441	0,56964	-0,84263	0,40992	-1,78174	0,21695
-0,27380	0,23762	-0,57160	0,09518	1,27805	0,68983
2,10253	0,31472	0,67228	0,22203	-2,78113	-3,05599
1,64091	-1,49861	-2,03446	-0,28396	0,42675	-2,23988
4,92706	0,45929	0,19535	-1,65825	-2,51649	0,77113
-0,14308	1,38304	-0,22968	0,92845	-0,10919	0,35181
-0,98691	-0,59337	-0,27149	-0,05531	0,04500	0,71333
-1,07868	-0,47963	-1,69199	0,64803	-2,54551	0,20925
-0,94574	1,07316	-0,46745	-0,38667	-0,61795	-0,63704
2,21558	0,45503	0,16746	-1,92154	-3,01704	-4,32473
0,75449	-0,87806	2,68666	-5,81953	1,07156	2,28431

Tabela 13. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 10-12 para a função tanh.

Camada de saída	2ª camada oculta					
	bias	1º neurônio	2º neurônio	3º neurônio	4º neurônio	5º neurônio
1º neurônio	0,16227	0,31420	0,59138	-3,67992	7,67671	2,02138
2º neurônio	-2,82668	-0,73390	0,70448	0,45051	-9,61674	-2,97853
3º neurônio	-2,92928	3,66501	2,26718	-0,05229	1,36453	3,15426
4º neurônio	-1,20122	-3,13754	1,10090	-0,02635	0,18786	-0,54832

Tabela 13. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 10-12 para a função tanh. Continuação

2ª camada oculta						
6º neurônio	7º neurônio	8º neurônio	9º neurônio	10º neurônio	11º Neurônio	12º Neurônio
0,32789	0,40904	-0,20186	0,00905	1,41269	0,82535	0,28255
3,95407	1,72669	0,12368	1,67161	1,70484	7,19647	-1,59547
-3,75889	1,76206	0,62697	-2,95927	3,03154	-7,01323	5,48654
-1,62676	1,30001	0,58989	1,08737	0,21224	-0,44844	-5,92736

Os gráficos dos resultados obtidos sobre os resultados esperados na validação da configuração 10-12 para a função tangente hiperbólica são mostrados na Figura 27 (1º neurônio da saída), na Figura 28 (2º neurônio da saída), na Figura 29 (3º neurônio da saída) e na Figura 30 (4º neurônio da saída).

Mesmo tendo um Eq_m de validação maior do que o mesmo apresentado para a função logística, os valores obtidos na validação da função tangente hiperbólica apresentam uma adequação melhor aos valores esperados em comparação aos com a função logística. Isto se deve, principalmente, pelo melhor treinamento da tanh.

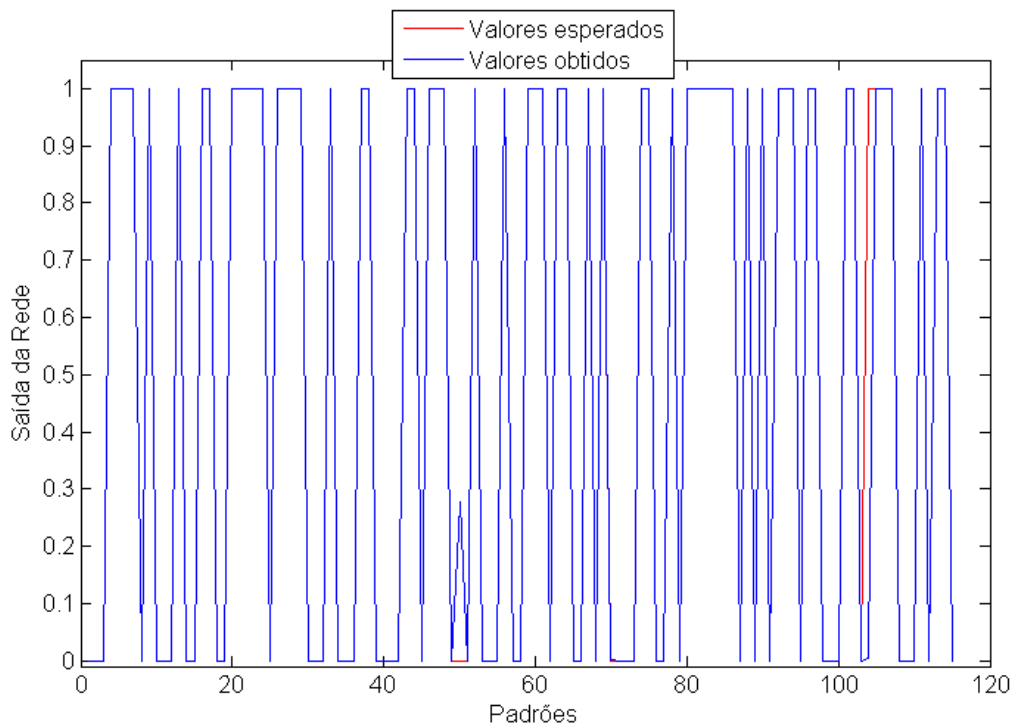


Figura 27. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.

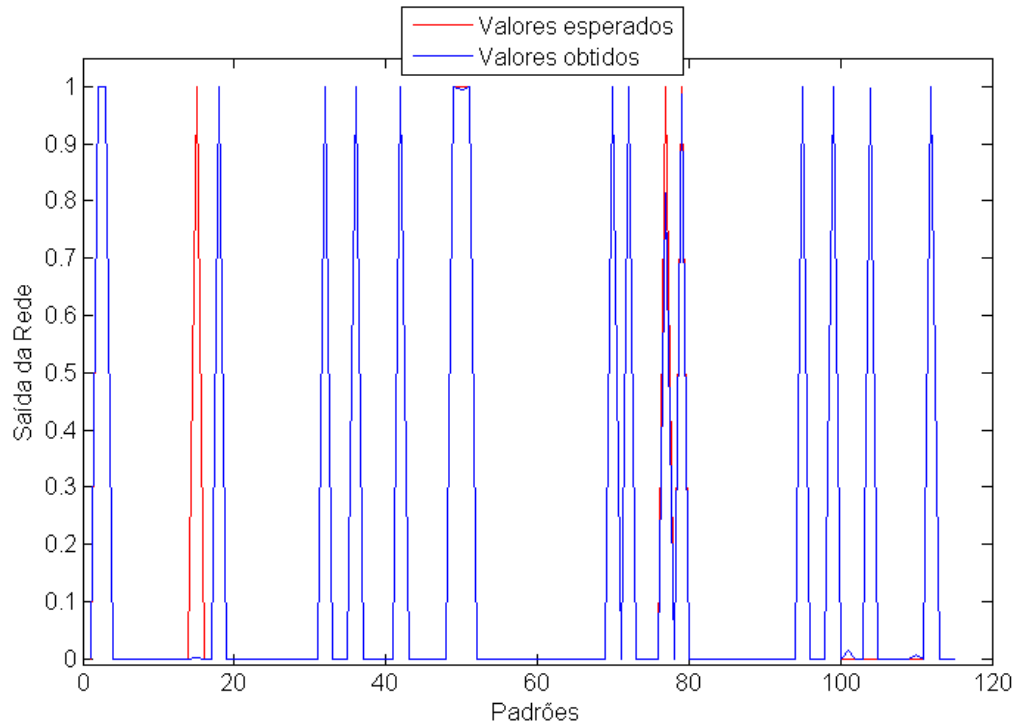


Figura 28. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.

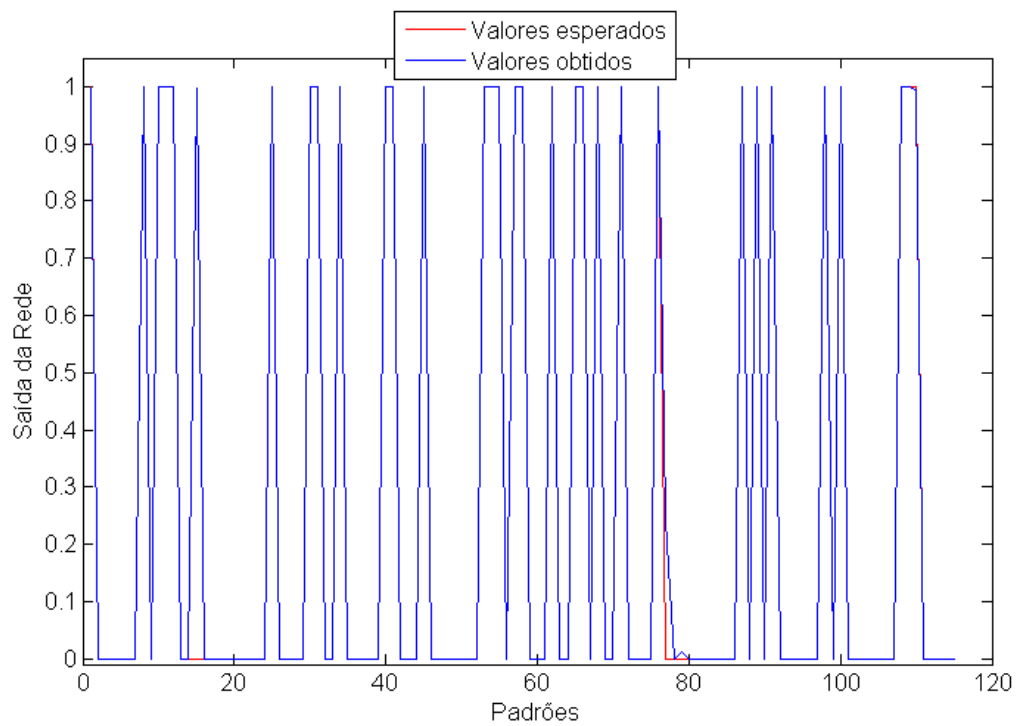


Figura 29. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.

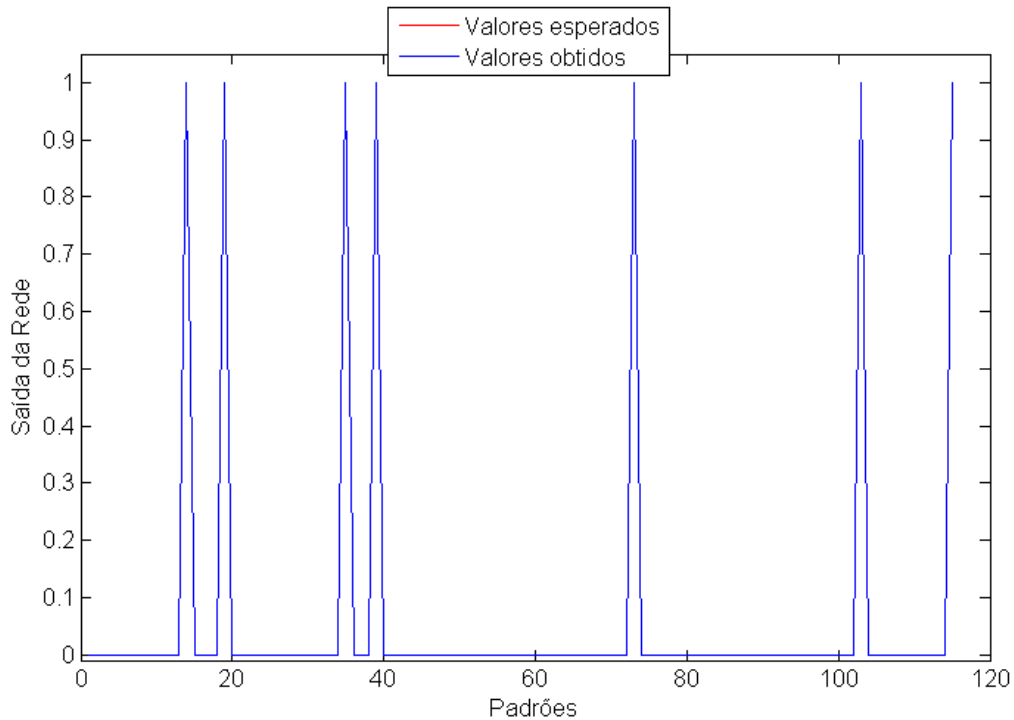


Figura 30. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, na validação da configuração 10-12 para a função tanh.

4.2.3. Função Gaussiana

A última função testada foi a função gaussiana (Equação 2.09). Esta função é mais frequentemente utilizada em redes neurais probabilísticas. No entanto, alguns pesquisadores, como ALTRAN (2005) propuseram a utilização desta função em redes MLP.

$$f(x) = e^{\frac{-x^2}{p}} \quad (2.09)$$

A função gaussiana é uma função de base radial, ou seja, possui limite superior e inferior e expande-se lateralmente em torno de eixo central. O valor de p utilizado nos testes com esta função foi igual a 1 e o limite da imagem desta função, assim como a função logística, é o intervalo (0;1].

Os valores dos erros quadráticos médios para todas as configurações testadas com a função gaussiana são apresentados na Tabela 14. Em geral, a função gaussiana apresentou um erro quadrático médio tanto para o treinamento quanto para a validação, melhor que as funções logística e tangente hiperbólica. A média dos erros de todos os treinamentos para a função gaussiana foi de

0,02321 enquanto que para a função logística foi de 0,04413 e para a função tanh foi de 0,04647.

Ao se comparar o menor valor de Eq_m no treinamento com a função gaussiana com as demais funções, entretanto, esta possui um valor acima do menor erro encontrado nos treinamentos com a função tangente hiperbólica, 0,00089 contra 0,00025, respectivamente.

Apesar deste erro de treinamento ligeiramente mais alto do que na tanh, o Eq_m da validação da configuração 12-14 com a função gaussiana apresentou-se melhor em comparação aos melhores resultados com as duas outras funções.

Tabela 14. Erro quadrático médio da gaussiana.

Configuração das Camadas intermediárias	Eq_m do treinamento	Eq_m da Validação	Configuração das Camadas intermediárias	Eq_m do treinamento	Eq_m da Validação
2—2	0,07684	0,07486	6—8	0,00353	0,07570
2—4	0,05745	0,05948	6--10	0,00643	0,07233
2—6	0,04392	0,05199	6--12	0,00474	0,06538
2—8	0,03232	0,05441	6--14	0,08916	0,10516
2—10	0,02745	0,05532	8—8	0,00188	0,06564
2—12	0,03002	0,05559	8--10	0,05706	0,09790
2—14	0,01964	0,05852	8--12	0,00387	0,08407
4—4	0,03186	0,04812	8--14	0,01349	0,06404
4--6	0,02214	0,05798	10--10	0,00159	0,06732
4--8	0,01617	0,06257	10--12	0,00240	0,04241
4--10	0,06144	0,08126	10--14	0,00281	0,06871
4--12	0,01526	0,06214	12--12	0,00256	0,05677
4--14	0,00654	0,06362	12--14	0,00089	0,04858
6--6	0,01750	0,06911	14--14	0,00093	0,06067

As respostas do treinamento da configuração 12-14 com a função gaussiana são apresentadas na Figura 31 (1º neurônio da saída), na Figura 32 (2º neurônio da saída), na Figura 33 (3º neurônio da saída) e na Figura 34 (4º neurônio da saída).

Nota-se nos gráficos de treinamento da função gaussiana que, assim como nos mesmos gráficos para a função tangente hiperbólica, há uma boa sobreposição dos dados gerados sobre os valores obtidos, o que reflete o baixo valor do erro quadrático médio.

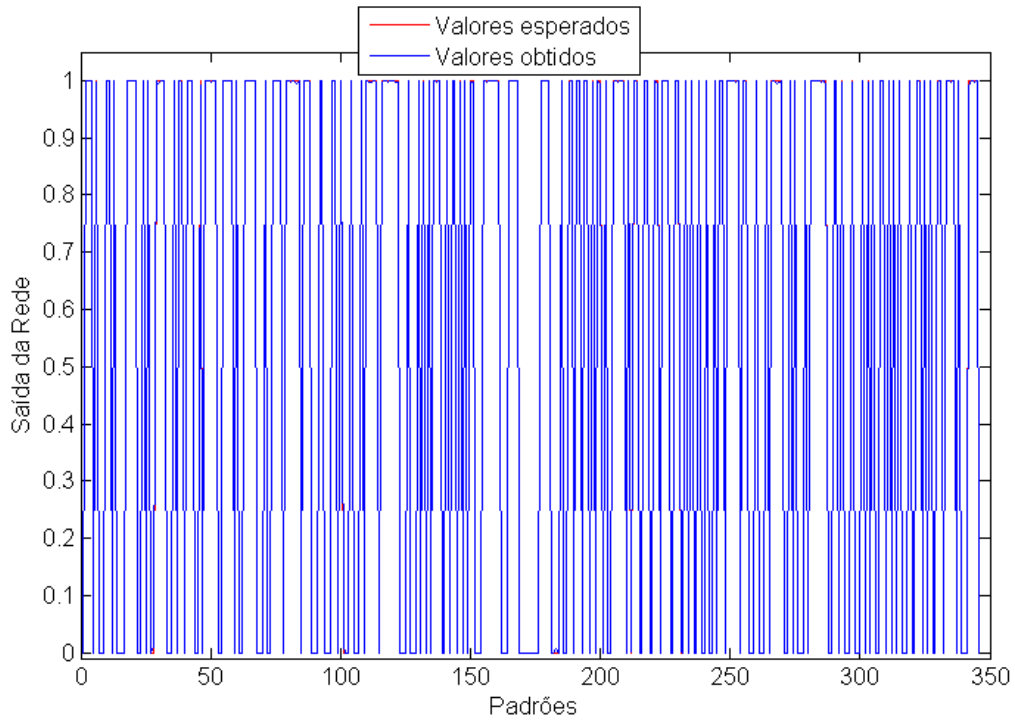


Figura 31. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.

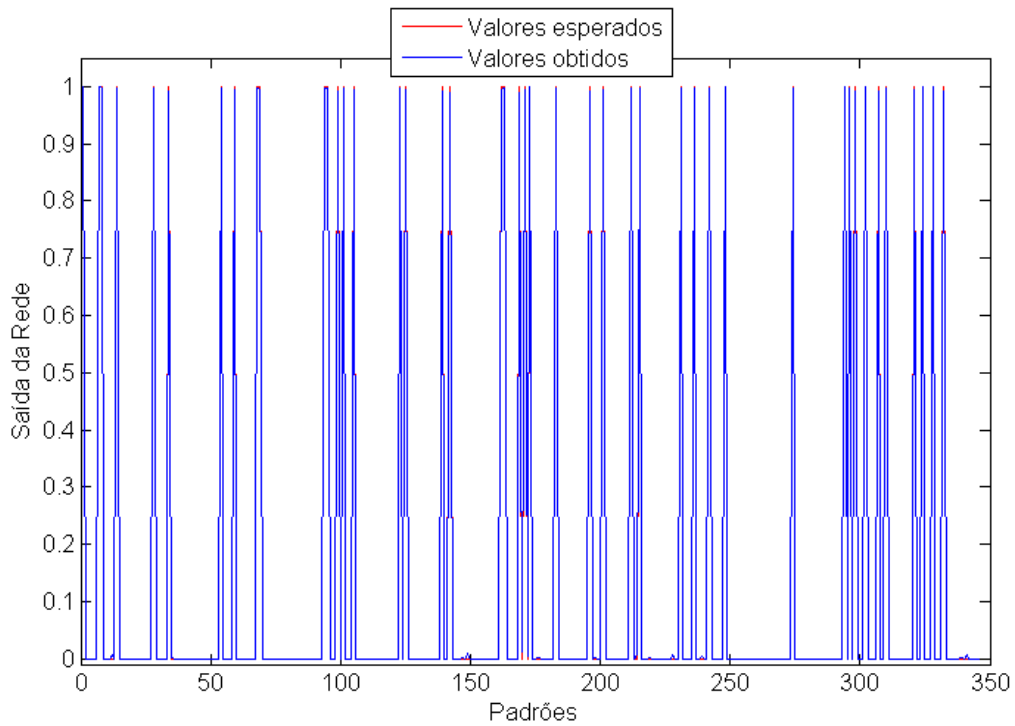


Figura 32. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.

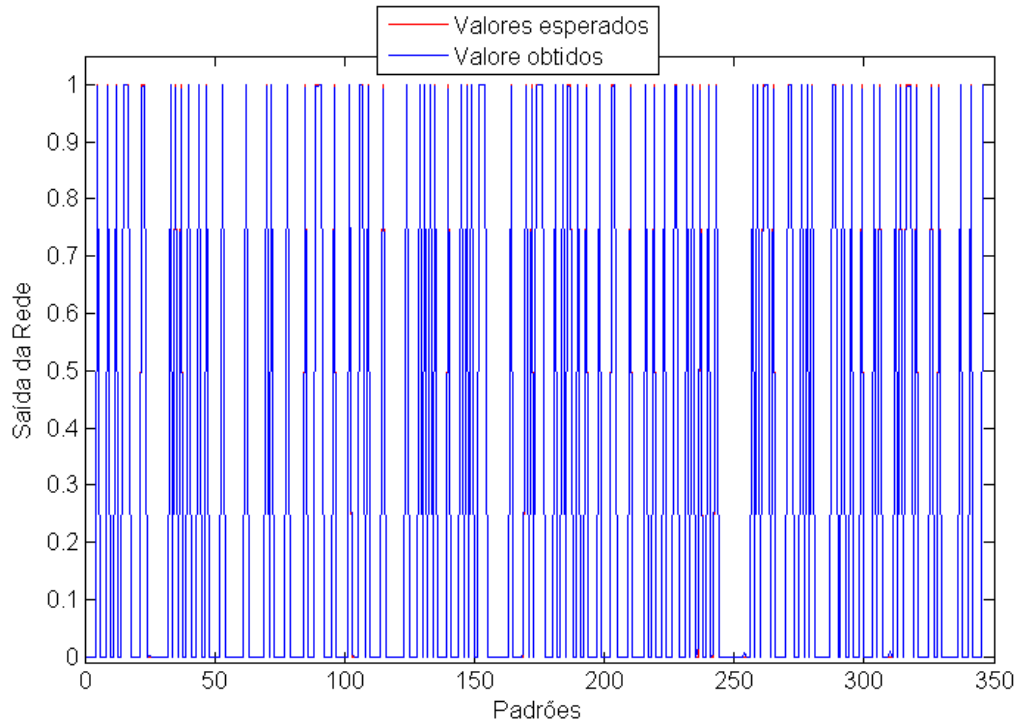


Figura 33. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.

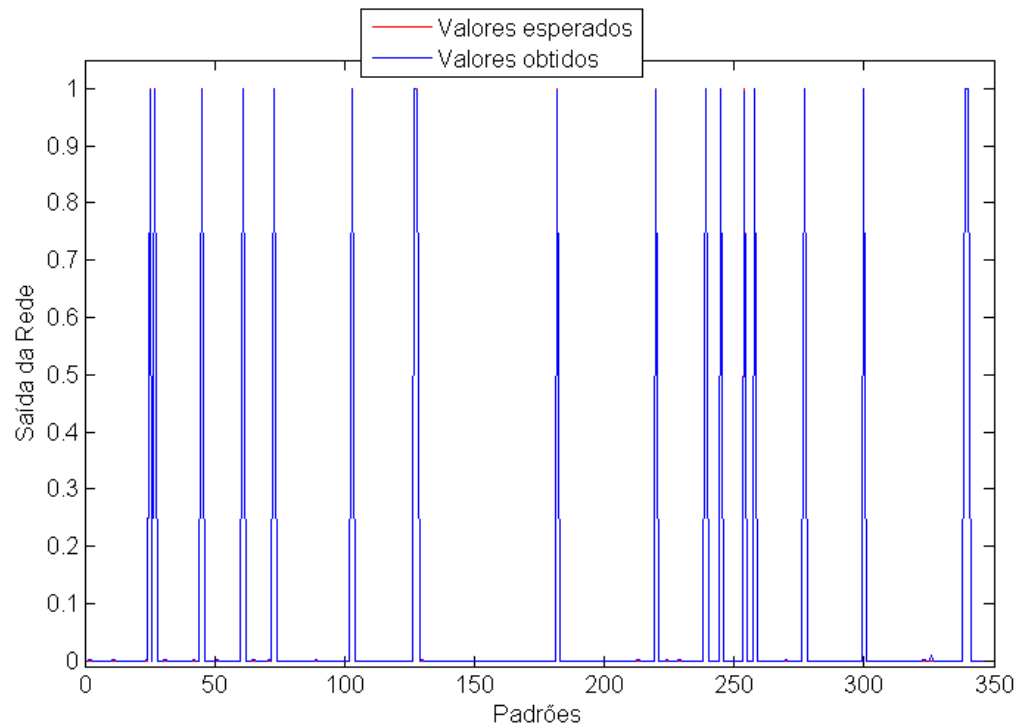


Figura 34. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, no treinamento da configuração 12-14 para a função gaussiana.

Os pesos ajustados por meio do treinamento são apresentados na Tabela 15 (da camada de entrada para a 1ª camada oculta), na Tabela 16 (da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta) e na Tabela 17 (da 2ª camada oculta para a camada de saída).

Tabela 15. Pesos da camada de entrada para a 1ª camada oculta determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana.

1ª camada oculta	Camada de entrada		
	bias	1º neurônio	2º neurônio
1º neurônio	2,14709	1,52222	2,71154
2º neurônio	2,92968	-1,01226	5,93293
3º neurônio	1,23042	2,77030	-0,99742
4º neurônio	1,49286	7,15971	-0,22066
5º neurônio	-1,59184	-0,07451	-1,65651
6º neurônio	-1,46070	-1,01861	0,47829
7º neurônio	-1,61829	1,88807	-3,12238
8º neurônio	-1,25396	0,40536	-1,40863
9º neurônio	-0,33474	2,27650	-4,37644
10º neurônio	1,55035	3,87271	-0,91871
11º neurônio	-2,06754	0,11709	-2,76206
12º neurônio	-1,13121	-2,53817	4,96994

Tabela 16. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana.

2ª camada oculta	1ª camada oculta					
	bias	1º N	2º N	3º N	4º N	5º N
1º N	0,43915	-0,08642	3,20275	1,68123	-0,04480	0,79938
2º N	-0,06000	0,36561	-1,32349	-0,57374	0,94443	-0,87239
3º N	0,46806	1,56359	3,12192	1,73006	1,39292	-0,77397
4º N	-0,57456	-0,47391	2,14610	2,80296	2,88472	-2,77001
5º N	0,21409	-1,90010	-2,62530	2,78344	-3,96366	0,99006
6º N	0,81968	0,69480	1,22687	0,59466	0,34995	-0,32869
7º N	-0,28972	-2,23410	-1,40072	-2,16467	1,28111	0,73809
8º N	0,09201	0,20103	0,99369	1,68716	1,20311	-0,40025
9º N	0,27456	-1,50484	-4,91308	-3,05742	-2,57128	2,09813
10º N	0,00860	0,01385	0,54330	0,26580	0,58538	-1,20819
11º N	-0,21273	0,77926	-0,37076	1,93977	-0,10335	-0,40773
12º N	1,17891	0,43508	-0,18162	0,52042	-0,29480	-0,28825
13º N	-0,31217	0,62267	2,90573	4,83907	2,42708	-1,96829
14º N	0,53255	-0,00918	-1,72683	1,65894	3,31650	0,83393

Tabela 16. Pesos da 1ª camada oculta para a 2ª camada oculta determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana. Continuação.

2ª Cam. Oculta	1ª camada oculta						
	6º N	7º N	8º N	9º N	10º N	11º N	12º N
1º N	-0,66331	2,87495	1,54106	7,16621	1,87351	3,19804	-2,29305
2º N	-1,35233	-0,42722	-0,18449	-0,10531	-0,78820	-1,63944	0,48201
3º N	1,51718	-2,06463	-0,59513	4,11240	1,66890	-1,81210	1,26336
4º N	0,50500	-2,18230	-2,28636	2,07241	2,40231	-2,75518	-0,12903
5º N	0,25428	2,10077	0,43794	-1,52731	-3,60365	0,60874	-2,06994
6º N	0,45175	-0,73150	-0,09001	-0,44062	0,78525	-0,80668	0,52118
7º N	0,02010	-1,50988	0,67355	0,44253	-0,63912	1,29479	0,52440
8º N	-0,81021	-0,99289	-1,58426	3,55510	-0,12191	-0,11838	1,76966
9º N	-0,88797	2,86207	2,39925	-5,48238	-2,23536	0,48166	-1,63673
10º N	1,67965	-0,39394	-1,39034	-0,21407	0,49378	-0,08732	-0,73126
11º N	-0,71710	0,91402	1,39014	2,18214	-0,28376	1,10974	-0,70786
12º N	0,13392	0,54826	0,96213	0,48549	0,06263	0,83426	0,15500
13º N	0,89529	-2,96445	-2,73924	3,65041	-0,93722	-1,94094	0,16772
14º N	-1,25002	1,48607	1,02297	-6,23263	3,87895	0,40022	2,08216

Tabela 17. Pesos da 2ª camada oculta para a camada de saída determinados no treinamento 12-14 para a função gaussiana

Camada de saída	2ª camada oculta						
	Bias	1º N	2º N	3º N	4º N	5º N	6º N
1º N	-5,96117	-0,75464	-0,93924	2,52848	-2,15998	-0,09293	6,04066
2º N	-1,34516	-1,75538	-0,18062	-7,52654	-6,46881	-0,25377	-2,65431
3º N	3,37887	5,67389	1,12206	1,46756	-0,52753	-1,73874	5,20944
4º N	-2,02192	3,36113	-0,96489	-0,97938	-1,67966	-0,41389	-1,53704
2ª camada oculta							
7º N	8º N	9º N	10º N	11º N	12º N	13º N	14º N
-0,07282	-3,63906	3,49329	-3,93903	0,77443	-0,95825	-1,78078	-1,81488
-1,63068	2,82141	4,27258	-3,81136	-1,02354	0,61007	2,54957	3,16389
-2,34001	9,16784	1,87855	-3,57145	-1,23499	-0,60816	-4,55464	0,19459
1,06517	-1,02426	0,82635	-2,55442	3,80353	0,60732	-0,42499	-1,60711

Os gráficos que mostram os resultados obtidos sobrepostos aos resultados esperados na validação da configuração 12-14 da função gaussiana são apresentados na Figura 35, na Figura 36, na Figura 37 e na Figura 38 para o 1º, o 2º, o 3º e o 4º neurônio da saída da rede, respectivamente.

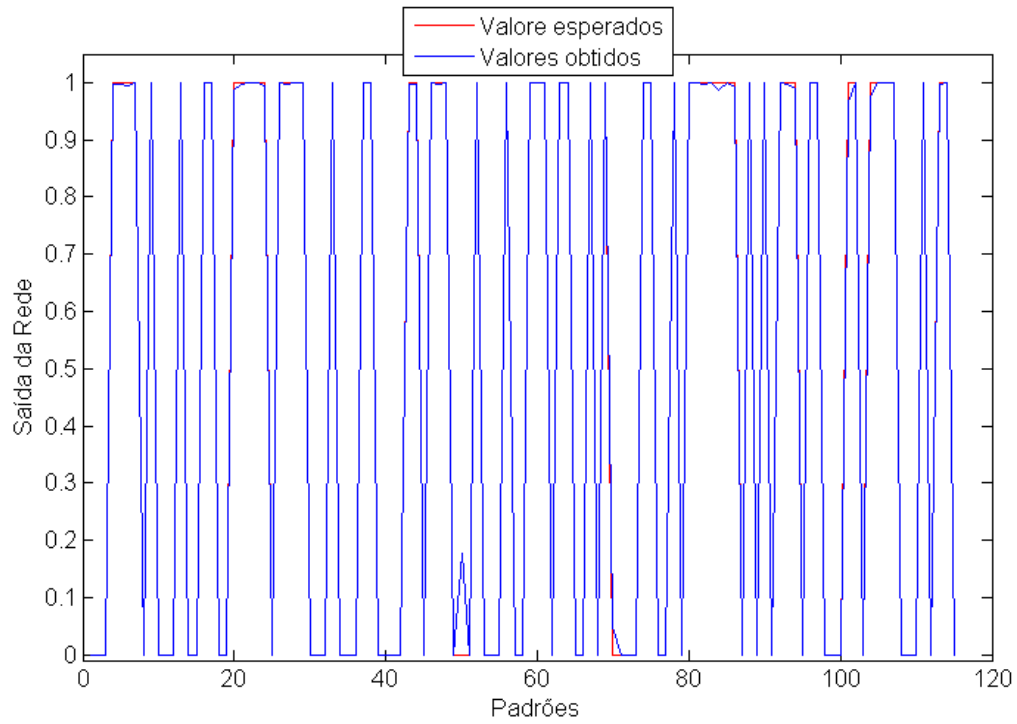


Figura 35. Respostas esperadas e obtidas no 1º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.

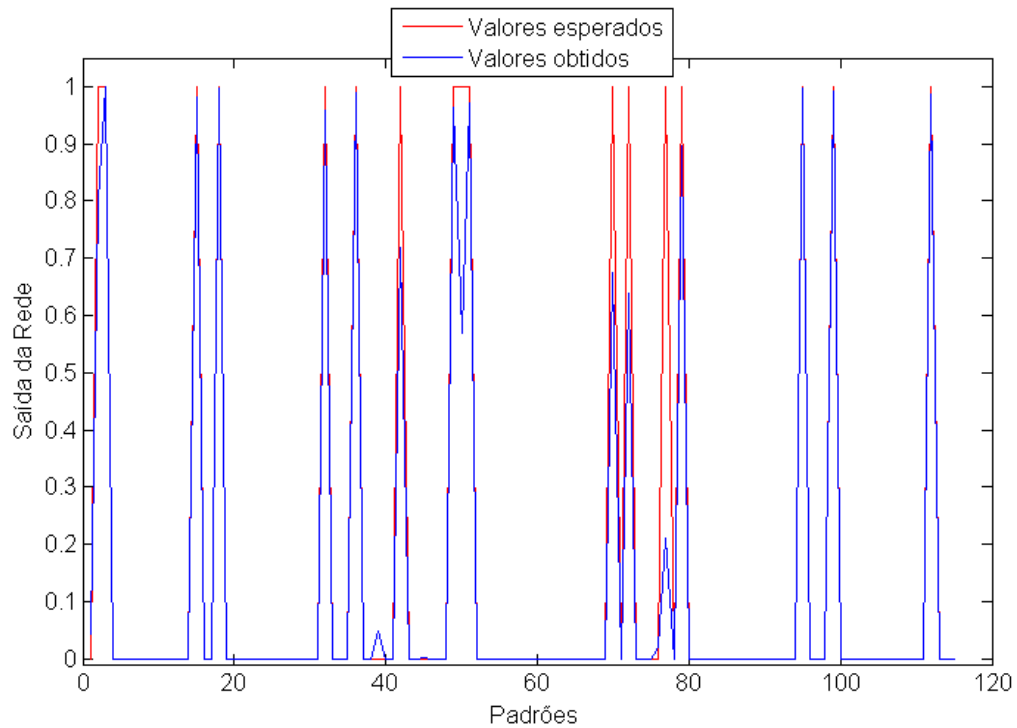


Figura 36. Respostas esperadas e obtidas no 2º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.

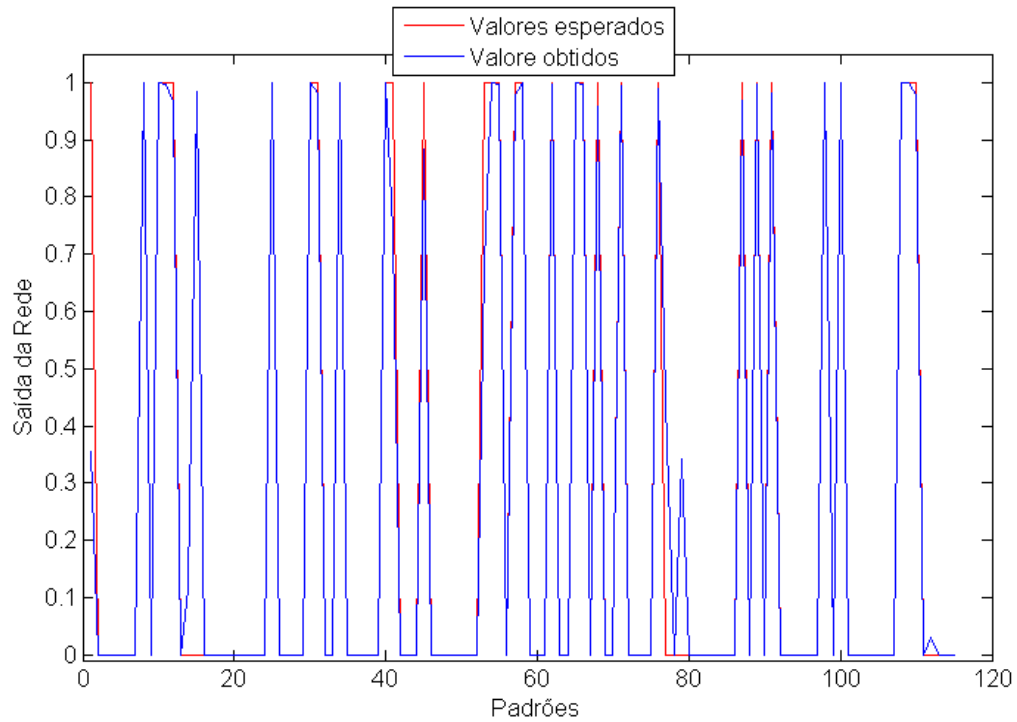


Figura 37. Respostas esperadas e obtidas no 3º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.

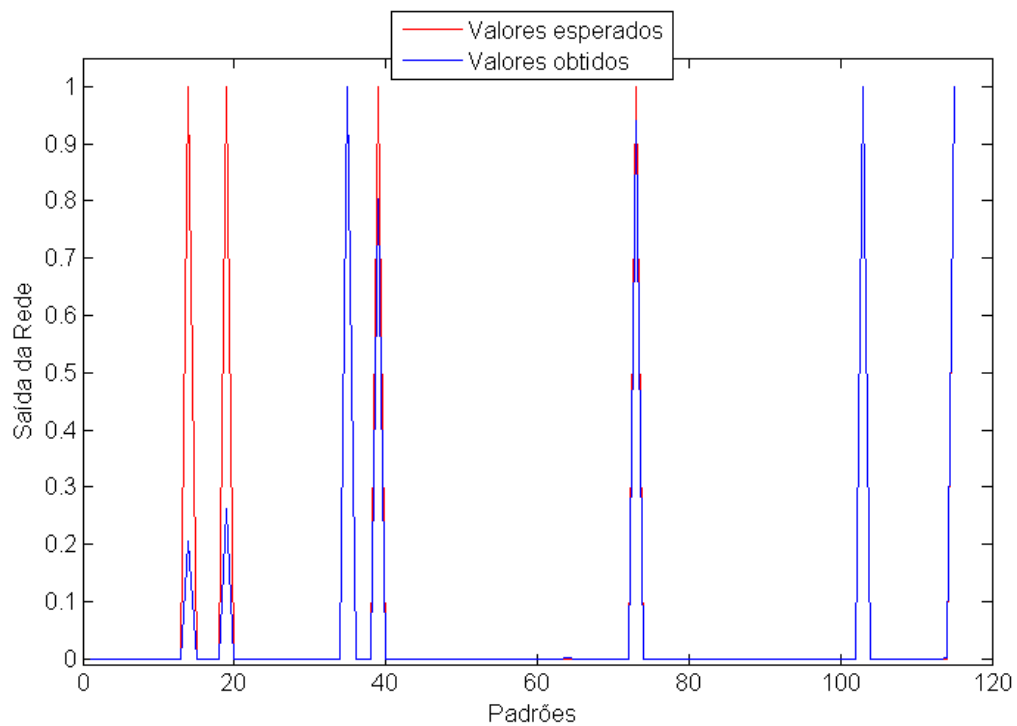


Figura 38. Respostas esperadas e obtidas no 4º neurônio de saída, na validação da configuração 12-14 para a função gaussiana.

Devido à um erro similar de treinamento e um erro menor de validação, a função gaussiana seria apontada com a melhor escolha para a determinação dos regimes de escoamento. Entretanto, os gráficos de validação desta apresentam uma quantidade de pontos fora do esperado muito maior que a função tanh, sendo assim, considerada inferior à mesma.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO

O estudo dos regimes de escoamento feito para a configuração de leito fixo com fluxo ascendente de água e ar, utilizando esferas de vidro de 2,7-3,5 mm de diâmetro como recheio do leito, mostrou os seguintes regimes: bolha, para baixa vazão de ar, transição bolha-pulsante, para vazões moderadas de ar, pulsante para vazões altas de ar e *spray* que só é obtido quando se configura o sistema com baixas vazões de água e altas vazões de ar. Esta constatação está de acordo com o observado na literatura.

A rede proposta para a identificação dos regimes, com duas camadas intermediárias mostrou-se interessante e capaz de identificar os regimes propostos, tanto no treinamento quando na validação.

Com a função logística como função de ativação, a melhor configuração de números de neurônios nas camadas intermediárias foi com 4 neurônios na primeira camada e 10 na segunda camada, já para a função tangente hiperbólica, a melhor configuração foi 10 neurônios na primeira camada oculta e 12 neurônios na segunda camada oculta e com a função gaussiana foi 12 neurônios na primeira camada e 14 na segunda camada.

Na comparação entre as três funções de ativação escolhidas para os testes, a rede neural que apresentou o menor erro quadrático médio no treinamento, foi a que utilizou a função tangente hiperbólica com 10 neurônios na primeira camada e 12 neurônios na segunda camada intermediária. Para a validação, o menor erro encontrado ocorreu com a rede que utilizou a função gaussiana como função de ativação e configuração de 12 neurônios da primeira camada e 14 neurônios na segunda camada oculta.

O melhor resultado nos gráficos de validação, ou seja, a rede que melhor sobrepôs os dados obtidos nos dados esperados foi a MLP que utilizou a função tangente hiperbólica 10-12. Sendo esta, então, considerada a de melhor desempenho, dentre todas testadas, na identificação dos regimes de escoamento em leito fixo com fluxo ascendente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Livros:

BRAGA, A. P.; LUDERMIR, T. B.; CARVALHO, A. C. P. L. F. **Redes neurais artificiais: teoria e aplicações**. 1 Ed, Rio de Janeiro. LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2000. 262 p.

MARK, J. L. O. **Introduction to radial basis function network**. Centre For Cognitive Science, University of Edinburgh, Scotland, 1996.

Artigos em Periódicos:

COLLI-SERRANO, M. T.; MIDOUX, N. **Hidrodynamics and heat transfer in packed bed with cocurrent upflow for coalescing and non-coalescing liquids. A simple model**. Chemical Engineering Science, v. 55, n. 19, p. 4149-4157, 2000.

CHUNGUO, J.; QIUGUO B. **Flow regime identification of gas/liquid two-phase flow in vertical pipe using RBF neural networks**. In: 21st Chinese Control and Decision Conference, 2009, Guilin, China. Proceedings. v 1-6, p. 5143-5147.

CYBENKO, G. **Approximation by superpositions of a sigmoidal function**. Mathematics of Control, Signals and Systems, v. 2, p. 303-314, 1989.

GIANETTO, A.; SPECCHIA, V. **Trickle-bed reactors – state of art and perspectives**. Chemical Engineering Science, v. 47, n. 13-14, p. 3197-3213, 1992.

GIROSI, F.; POGIO, T. **Networks for learning: a view from the theory of approximation of functions.** Neural Networks: Concepts, Applications and Implementations, v 1, p. 110-154, 1991.

HAYKIN, S. **Neural network – a comprehensive foundation.** Macmillian College Publishing Inc., 1994.

HERSKOWITZ, S.; SMITH, J. M. **Trickle-bed reactors – a review.** Aiche Journal, v. 29, n. 1, p. 1-18, 1983.

LAMINE, A. S.; SERRANO, M. T. C.; WILD, G. **Hydrodynamics and heat-transfer in packed-bed with cocurrent upflow.** Chemical Engineering Science, v. 47, n. 13-14, p. 3493-3500, 1992.

LENOX, B. *et al.* **Industrial application of neural networks – na investigation.** Journal of Process Control, v. 11, n. 5, p. 497-507, 2001.

LOPES, N.; RIBEIRO, B. **Hybrid learning in a multi neural network architecture.** In: International Joint Conference on Neural Networks, 2001, Washington D. C., USA. V. 4, p. 2788-2793.

McCULLOCH, W. S.; PITTS, W. **A logical calculus of the ideas imanente in nervous activity.** Bullentin of Mathematical Biophysics, v. 5, p. 115-133, 1943.

MOREIRA, M. F. P.; FREIRE, J. T. **Influence of gas and liquid flow rates and the size and shape of particles on the regime flow maps obtained in**

- concurrent gas-liquid downflow and upflow through packed beds.** Industrial & Engineering Chemistry Research, v. 42, n. 4, p. 929-936, 2003.
- MURUGESAN, T.; SIVAKUMAR, V. **Pressure drop and flow regimes in cocurrent gas-liquid upflow through packed beds.** Chemical Engineering Journal, v. 88, n. 1-3, p. 233-243, 2002.
- PARK, J.; SANDBERG, W. **Universal approximation using radial basis function.** Neural Computation, v 3, p 246-257, 1991.
- POWELL, M. J. D. **Radial basis function for multivariable interpolation.** In: IMA Conference on Algorithms for the Approximation of Function and Data, RCMS, 1985, Shrivenham, UK. p. 143-167.
- RAO, V. G.; ANANTH, M. S.; VARMA, Y. B. G. **Hydrodynamics of 2-phase cocurrent downflow though packed-beds. 2 experiment and correlations.** Aiche Journal, v. 29, n. 3, p. 473-483, 1983.
- RAO, A. V. R.; KUMAR, R. K.; SANKARSHANA, T.; KHAN, A. **Identification of flow regimes in concurrent gas liquid upflow through packed beds.** Chemical Engineering & Tecnology, v. 34, n. 11, p. 1909-1917, 2011
- RODE, S.; MIDOUX, N.; LATIFI, M. A.; STORCK, A. **Multiple hydrodynamics states in trickel beds operating in high-interaction regimes – liquid saturation and flow regimes transitions.** Chemical engineering Science, v. 49, n. 15, p. 2535-2540, 1994.
- RUMELHART, D. E.; HINTON, G. E.; WILLIAMS, R. J. **Learning representations by back-propagating erros.** Nature, v. 323, n. 6088, p. 533-536, 1986.

TURPIN, J. L.; HUNTINGT, R. L. **Prediction of pressure drop for 2-phase 2-component concurrent flow in packed beds.** Aiche Journal, v. 13, n. 6, p. 1196-1200, 1967.

WEEKMAN, V. W.; MYERS, J. E. **Fluid-flow characteristics of concurrent gas-liquid flow in packed beds.** Aiche Journal, v. 10, n. 6, p. 951-957, 1964.

WIDROW, B.; HOFF, M. E. **Adaptative switching circuits.** In: IRE WESCON Convention Record, 1960, New York, USA. IRE, Part 4, p. 96-104.

Teses e Dissertações:

ALTRAN, Alessandra B. **Aplicação de funções de base radial em problemas de previsão de cargas elétricas via redes neurais artificiais.** Ilha Solteira: Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista, 2005. 112 p. Dissertação (Mestrado).

ANTONELLI, Gilberto C. **Controle de processos com redes neurais inversas.** Maringá: Programa de Mestrado em Engenharia Química, Departamento de Engenharia Química, Universidade Estadual de Maringá, 1998. 126 p. Dissertação (Mestrado).

CANCELIER, Adriano. **Controle preditivo de reatores semi-batelada.** Florianópolis: Curso de Pós-graduação em Engenharia Química, Universidade Federal de Santa Catarina, 1998. 127 p. Dissertação (Mestrado).

KLASSEN, Túlio. **Uso de redes neurais artificiais para a modelagem da temperatura e da retenção de água no processo de resfriamento de carcaças de frango por imersão.** Toledo: Programa de Pós-graduação “Stricto Sensu” em Engenharia Química – Nível Mestrado, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2008. 69 p. Dissertação (Mestrado)

MARCOLLA, Reinaldo F. **Investigação e aplicação de técnicas de modelagem e controle de processos baseada em redes neurais com ajuste em linha utilizando algoritmos genéticos.** Florianópolis: Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005. 200 p. Dissertação (Mestrado).

MOREIRA, Marcos F. P. **Avaliação de aspectos fluidodinâmicos e da transferência de calor em leito fixo com escoamento gás-líquido concorrente vertical.** São Carlos. Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, Universidade Federal de São Carlos, 2004. 190 p. Tese (Doutorado).

SCHMITZ, Jones E. **Cálculos de estabilidade e divisão de fases por meio de redes neurais artificiais.** Campinas: Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, 2006. 93 p. Tese (Doutorado).

SILVA, Leandro N. C. **Análise e síntese de estratégias de aprendizado para Redes Neurais Artificiais.** Campinas: Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 256 p. Dissertação (Mestrado).

APÊNDICE A – DADOS EXPERIMENTAIS

Tabela 18. Dados Experimentais.

Vazão de Água (l/min)	Vazão de Ar (l/min)	Tipo de Regime
1,00	1,5076	bolha
1,00	3,0151	bolha
1,00	4,5227	bolha
1,00	6,0302	bolha
1,00	9,0453	bolha
1,00	12,0605	bolha
1,00	15,0756	bolha
1,00	18,0907	bolha
1,00	21,1058	bolha
1,00	24,1209	bolha
1,00	27,1360	transição
1,00	30,1511	transição
1,00	33,1662	transição
1,00	36,1814	pulsante
1,00	39,1965	pulsante
1,00	42,2116	pulsante
1,00	45,2267	pulsante
1,00	48,2418	pulsante
1,00	51,2569	pulsante
1,00	54,2720	pulsante
1,00	57,2872	pulsante
1,00	60,3023	pulsante
1,00	63,3174	pulsante
1,00	66,3325	pulsante
1,00	69,3476	pulsante
1,00	72,3627	pulsante
1,00	75,3778	pulsante
1,00	78,3929	pulsante
1,00	81,4081	pulsante
1,00	84,4232	pulsante
1,00	87,4383	pulsante
1,00	90,4534	pulsante
1,00	93,4685	pulsante
1,00	96,4836	pulsante
1,00	99,4987	pulsante
1,00	102,5139	pulsante
1,00	105,5290	Spray
1,00	120,6045	Spray
1,00	135,6801	Spray

Dados experimentais: continuação.

1,00	150,7557	Spray
1,00	180,9068	Spray
1,00	211,0579	Spray
1,00	241,2091	Spray
1,00	271,3602	Spray
1,00	301,5113	Spray
1,40	3,0151	Bolha
1,40	6,0302	Bolha
1,40	9,0453	Bolha
1,40	12,0605	Bolha
1,40	15,0756	Bolha
1,40	18,0907	Bolha
1,40	21,1058	Bolha
1,40	24,1209	Bolha
1,40	27,1360	Bolha
1,40	30,1511	transição
1,40	33,1662	transição
1,40	36,1814	transição
1,40	39,1965	transição
1,40	42,2116	transição
1,40	45,2267	pulsante
1,40	48,2418	pulsante
1,40	51,2569	pulsante
1,40	54,2720	pulsante
1,40	57,2872	pulsante
1,40	60,3023	pulsante
1,40	63,3174	pulsante
1,40	66,3325	pulsante
1,40	69,3476	pulsante
1,40	72,3627	pulsante
1,40	75,3778	pulsante
1,40	78,3929	pulsante
1,40	81,4081	pulsante
1,40	84,4232	pulsante
1,40	87,4383	pulsante
1,40	90,4534	pulsante
1,40	105,5290	pulsante
1,40	120,6045	Spray
1,40	135,6801	Spray
1,40	150,7557	Spray
1,40	180,9068	Spray
1,40	211,0579	Spray
1,40	241,2091	Spray

Dados experimentais: continuação.

1,40	271,3602	Spray
1,80	3,0151	Bolha
1,80	6,0302	Bolha
1,80	9,0453	Bolha
1,80	12,0605	Bolha
1,80	15,0756	Bolha
1,80	18,0907	Bolha
1,80	21,1058	Bolha
1,80	24,1209	Bolha
1,80	27,1360	Bolha
1,80	30,1511	transição
1,80	33,1662	transição
1,80	36,1814	transição
1,80	39,1965	transição
1,80	42,2116	transição
1,80	45,2267	pulsante
1,80	48,2418	pulsante
1,80	51,2569	pulsante
1,80	54,2720	pulsante
1,80	57,2872	pulsante
1,80	60,3023	pulsante
1,80	63,3174	pulsante
1,80	66,3325	pulsante
1,80	69,3476	pulsante
1,80	72,3627	pulsante
1,80	75,3778	pulsante
1,80	78,3929	pulsante
1,80	81,4081	pulsante
1,80	84,4232	pulsante
1,80	87,4383	pulsante
1,80	90,4534	pulsante
1,80	93,4685	pulsante
1,80	96,4836	pulsante
1,80	99,4987	pulsante
1,80	102,5139	pulsante
1,80	105,5290	pulsante
1,80	120,6045	pulsante
1,80	135,6801	Spray
1,80	150,7557	Spray
1,80	180,9068	Spray
1,80	211,0579	Spray
1,80	241,2091	Spray
2,20	3,0151	bolha

Dados experimentais: continuação.

2,20	6,0302	bolha
2,20	9,0453	bolha
2,20	12,0605	bolha
2,20	15,0756	bolha
2,20	18,0907	bolha
2,20	21,1058	bolha
2,20	24,1209	Bolha
2,20	27,1360	Bolha
2,20	30,1511	Bolha
2,20	33,1662	transição
2,20	36,1814	transição
2,20	39,1965	transição
2,20	42,2116	transição
2,20	45,2267	transição
2,20	48,2418	transição
2,20	51,2569	pulsante
2,20	54,2720	pulsante
2,20	57,2872	pulsante
2,20	60,3023	pulsante
2,20	63,3174	pulsante
2,20	66,3325	pulsante
2,20	69,3476	pulsante
2,20	72,3627	pulsante
2,20	75,3778	pulsante
2,20	78,3929	pulsante
2,20	81,4081	pulsante
2,20	84,4232	pulsante
2,20	87,4383	pulsante
2,20	90,4534	pulsante
2,20	105,5290	pulsante
2,20	120,6045	pulsante
2,20	135,6801	pulsante
2,20	150,7557	Spray
2,20	180,9068	Spray
2,20	211,0579	Spray
2,60	3,0151	bolha
2,60	6,0302	bolha
2,60	9,0453	bolha
2,60	12,0605	bolha
2,60	15,0756	bolha
2,60	18,0907	bolha
2,60	21,1058	bolha
2,60	24,1209	bolha

Dados experimentais: continuação.

2,60	27,1360	bolha
2,60	30,1511	bolha
2,60	33,1662	bolha
2,60	36,1814	bolha
2,60	39,1965	transição
2,60	42,2116	transição
2,60	45,2267	transição
2,60	48,2418	transição
2,60	51,2569	transição
2,60	54,2720	transição
2,60	57,2872	pulsante
2,60	60,3023	pulsante
2,60	63,3174	pulsante
2,60	66,3325	pulsante
2,60	69,3476	pulsante
2,60	72,3627	pulsante
2,60	75,3778	pulsante
2,60	78,3929	pulsante
2,60	81,4081	pulsante
2,60	84,4232	pulsante
2,60	87,4383	pulsante
2,60	90,4534	pulsante
2,60	105,5290	pulsante
2,60	120,6045	pulsante
2,60	135,6801	pulsante
2,60	150,7557	pulsante
2,60	180,9068	Spray
3,00	3,0151	bolha
3,00	6,0302	bolha
3,00	9,0453	bolha
3,00	12,0605	bolha
3,00	15,0756	bolha
3,00	18,0907	bolha
3,00	21,1058	bolha
3,00	24,1209	bolha
3,00	27,1360	bolha
3,00	30,1511	bolha
3,00	33,1662	bolha
3,00	36,1814	bolha
3,00	39,1965	bolha
3,00	42,2116	bolha
3,00	45,2267	transição
3,00	48,2418	transição

Dados experimentais: continuação.

3,00	51,2569	transição
3,00	54,2720	transição
3,00	57,2872	transição
3,00	60,3023	transição
3,00	63,3174	transição
3,00	66,3325	pulsante
3,00	69,3476	pulsante
3,00	72,3627	pulsante
3,00	75,3778	pulsante
3,00	78,3929	pulsante
3,00	81,4081	pulsante
3,00	84,4232	pulsante
3,00	87,4383	pulsante
3,00	90,4534	pulsante
3,00	105,5290	pulsante
3,00	120,6045	pulsante
3,00	135,6801	pulsante
3,00	150,7557	pulsante
3,40	3,0151	bolha
3,40	6,0302	bolha
3,40	9,0453	bolha
3,40	12,0605	bolha
3,40	15,0756	bolha
3,40	18,0907	bolha
3,40	21,1058	bolha
3,40	24,1209	bolha
3,40	27,1360	bolha
3,40	30,1511	bolha
3,40	33,1662	bolha
3,40	36,1814	bolha
3,40	39,1965	bolha
3,40	42,2116	bolha
3,40	45,2267	bolha
3,40	48,2418	transição
3,40	51,2569	transição
3,40	54,2720	transição
3,40	57,2872	transição
3,40	60,3023	transição
3,40	63,3174	transição
3,40	66,3325	transição
3,40	69,3476	pulsante
3,40	72,3627	pulsante
3,40	75,3778	pulsante

Dados experimentais: continuação.

3,40	78,3929	pulsante
3,40	81,4081	pulsante
3,40	84,4232	pulsante
3,40	87,4383	pulsante
3,40	90,4534	pulsante
3,40	105,5290	pulsante
3,40	120,6045	pulsante
3,40	135,6801	pulsante
3,80	3,0151	bolha
3,80	6,0302	bolha
3,80	9,0453	bolha
3,80	12,0605	bolha
3,80	15,0756	bolha
3,80	18,0907	bolha
3,80	21,1058	bolha
3,80	24,1209	bolha
3,80	27,1360	bolha
3,80	30,1511	bolha
3,80	33,1662	bolha
3,80	36,1814	bolha
3,80	39,1965	bolha
3,80	42,2116	bolha
3,80	45,2267	bolha
3,80	48,2418	bolha
3,80	51,2569	bolha
3,80	54,2720	transição
3,80	57,2872	transição
3,80	60,3023	transição
3,80	63,3174	transição
3,80	66,3325	transição
3,80	69,3476	transição
3,80	72,3627	transição
3,80	75,3778	transição
3,80	78,3929	transição
3,80	81,4081	pulsante
3,80	84,4232	pulsante
3,80	87,4383	pulsante
3,80	90,4534	pulsante
3,80	105,5290	pulsante
3,80	120,6045	pulsante
4,20	3,0151	bolha
4,20	6,0302	bolha
4,20	9,0453	bolha

Dados experimentais: continuação.

4,20	12,0605	bolha
4,20	15,0756	bolha
4,20	18,0907	bolha
4,20	21,1058	bolha
4,20	24,1209	bolha
4,20	27,1360	bolha
4,20	30,1511	bolha
4,20	33,1662	bolha
4,20	36,1814	bolha
4,20	39,1965	bolha
4,20	42,2116	bolha
4,20	45,2267	bolha
4,20	48,2418	bolha
4,20	51,2569	bolha
4,20	54,2720	bolha
4,20	57,2872	bolha
4,20	60,3023	bolha
4,20	63,3174	bolha
4,20	66,3325	bolha
4,20	69,3476	transição
4,20	72,3627	transição
4,20	75,3778	transição
4,20	78,3929	transição
4,20	81,4081	transição
4,20	84,4232	transição
4,20	87,4383	transição
4,20	90,4534	transição
4,20	93,4685	transição
4,20	96,4836	transição
4,20	99,4987	transição
4,20	102,5139	transição
4,20	105,5290	transição
4,20	108,5441	pulsante
4,20	111,5592	pulsante
4,60	3,0151	bolha
4,60	6,0302	bolha
4,60	9,0453	bolha
4,60	12,0605	bolha
4,60	15,0756	bolha
4,60	18,0907	bolha
4,60	21,1058	bolha
4,60	24,1209	bolha
4,60	27,1360	bolha

Dados experimentais: continuação.

4,60	30,1511	bolha
4,60	33,1662	bolha
4,60	36,1814	bolha
4,60	39,1965	bolha
4,60	42,2116	bolha
4,60	45,2267	bolha
4,60	48,2418	bolha
4,60	51,2569	bolha
4,60	54,2720	bolha
4,60	57,2872	bolha
4,60	60,3023	bolha
4,60	63,3174	bolha
4,60	66,3325	bolha
4,60	69,3476	bolha
4,60	72,3627	bolha
4,60	75,3778	bolha
4,60	78,3929	bolha
5,00	3,0151	bolha
5,00	6,0302	bolha
5,00	9,0453	bolha
5,00	12,0605	bolha
5,00	15,0756	bolha
5,00	18,0907	bolha
5,00	21,1058	bolha
5,00	24,1209	bolha
5,00	27,1360	bolha
5,00	30,1511	bolha
5,00	33,1662	bolha
5,00	36,1814	bolha
5,00	39,1965	bolha
5,00	42,2116	bolha
5,00	45,2267	bolha
5,00	48,2418	bolha
5,00	51,2569	bolha
5,00	54,2720	bolha
5,00	57,2872	bolha
5,00	60,3023	bolha
5,00	63,3174	bolha
5,00	66,3325	bolha
5,00	69,3476	bolha
5,40	3,0151	bolha
5,40	6,0302	bolha
5,40	9,0453	bolha

Dados experimentais: continuação.

5,40	12,0605	bolha
5,40	15,0756	bolha
5,40	18,0907	bolha
5,40	21,1058	bolha
5,40	24,1209	bolha
5,40	27,1360	bolha
5,40	30,1511	bolha
5,40	33,1662	bolha
5,40	36,1814	bolha
5,40	39,1965	bolha
5,40	42,2116	bolha
5,40	45,2267	bolha
5,40	48,2418	bolha
5,40	51,2569	bolha
5,40	54,2720	bolha
5,80	3,0151	bolha
5,80	6,0302	bolha
5,80	9,0453	bolha
5,80	12,0605	bolha
5,80	15,0756	bolha
5,80	18,0907	bolha
5,80	21,1058	bolha
5,80	24,1209	bolha
5,80	27,1360	bolha
5,80	30,1511	bolha
5,80	33,1662	bolha
5,80	36,1814	bolha
5,80	39,1965	bolha
5,80	42,2116	bolha
5,80	45,2267	bolha
5,80	48,2418	bolha
6,20	3,0151	bolha
6,20	6,0302	bolha
6,20	9,0453	bolha
6,20	12,0605	bolha
6,20	15,0756	bolha
6,20	18,0907	bolha
6,20	21,1058	bolha
6,20	24,1209	bolha
6,20	27,1360	bolha
6,20	30,1511	bolha
6,20	33,1662	bolha
6,20	36,1814	bolha

Dados experimentais: continuação.

6,20	39,1965	bolha
6,60	3,0151	bolha
6,60	6,0302	bolha
6,60	9,0453	bolha
6,60	12,0605	bolha
6,60	15,0756	bolha
6,60	18,0907	bolha
6,60	21,1058	bolha
6,60	24,1209	bolha
6,60	27,1360	bolha
6,60	30,1511	bolha
6,60	33,1662	bolha
7,00	3,0151	bolha
7,00	6,0302	bolha
7,00	9,0453	bolha
7,00	12,0605	bolha
7,00	15,0756	bolha
7,00	18,0907	bolha
7,00	21,1058	bolha
7,00	24,1209	bolha
7,00	27,1360	bolha
7,40	3,0151	bolha
7,40	6,0302	bolha
7,40	9,0453	bolha
7,40	12,0605	bolha
7,40	15,0756	bolha
7,40	18,0907	bolha
7,40	21,1058	bolha
7,40	24,1209	bolha
7,80	3,0151	bolha
7,80	6,0302	bolha
7,80	9,0453	bolha
7,80	12,0605	bolha
7,80	15,0756	bolha
7,80	18,0907	bolha