



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
MESTRADO EM ENSINO**

PAULO WICHNOSKI

**UMA METACOMPREENSÃO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NAS
PRODUÇÕES DO PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL DO
PARANÁ – PDE**

FOZ DO IGUAÇU, 2016

PAULO WICHNOSKI

**UMA METACOMPREENSÃO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NAS
PRODUÇÕES DO PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL DO
PARANÁ – PDE**

**ONE UNDERSTANDING OF MATHEMATICS RESEARCH IN
PRODUCTIONS OF THE EDUCATIONAL DEVELOPMENT PROGRAM OF THE
PARANÁ – PDE**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino,
Nível Mestrado, da UNIOESTE.
Orientador: Dr. Tiago Emanuel Klüber.

FOZ DO IGUAÇU, 2016

AUTORIZAÇÃO PARA REPRODUÇÃO DO MATERIAL EM PDF

Eu, PAULO WICHNOSKI, autorizo a reprodução em PDF, no site da universidade, da dissertação do mestrado intitulada UMA METACOMPREENSÃO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NAS PRODUÇÕES DO PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL DO PARANÁ – PDE, apresentada ao Programa de Mestrado em Ensino da UNIOESTE, Campus Foz do Iguaçu.

Paulo Wichnoski

Foz do Iguaçu, 10 de fevereiro de 2016.

AGRADECIMENTOS

Há, nesse movimento, a presença do sujeito — ego-individual — que vive a experiência e a expressa; mas há também o outro presente na comunidade imediata e na historicidade da própria linguagem daquele que expressa [...] na experiência primeira — que talvez seja apenas assim denominada por força da vontade de compreendermos a constituição do conhecimento pessoal — à qual somos fadados a não chegar, estão os atos cognitivos, os racionais e o gérmen de toda a idealização. Donde a experiência vivida constituir-se como nexos da experiência homem-mundo, portanto em seu cerne a subjetividade daquele que experiencia, o outro, constituído na intersubjetividade e o mundo da linguagem, que permite avançar nos processos de idealização.
(Bicudo)

Imerso nessa reflexão é que, ao final dessa dissertação, num olhar retrospectivo, tenho percebido a presença do outro em suas entre linhas. Diante disso é que sinto a necessidade de tornar presente aqui, aqueles que de alguma forma contribuíram para o delineamento da pesquisa e que me fizeram compreender que, *ao estar-se-no-mundo-com* nunca é dada a possibilidade de ser tão somente ego – sujeito, mas que em sua própria subjetividade carrega o outro e o mundo (BICUDO, 2011, p. 34). Agradeço a DEUS, pelo dom da sabedoria, inteligência, entendimento, ciência e fortaleza.

Agradeço aos meus pais Celso e Amélia que, mesmo sabendo que a distância causaria saudades, compreenderam a minha ausência e estiveram torcendo por mim.

Aos meus irmãos, Daltro, Pedro e Berenice, que neste tempo de mestrado, estiveram presentes e tiveram atitudes que me fizeram acreditar verdadeiramente no amor que possuem para comigo.

Aos meus sobrinhos, Gabriel e Daniel, por terem dividido comigo o seu quarto, nas inúmeras noites que antecederam as atividades correlatas ao mestrado.

Agradeço ao professor Dr. Tiago Emanuel Klüber pela paciência, disposição e ajuda no desenvolvimento dessa pesquisa. Também pelas inúmeras possibilidades de crescimento intelectual e profissional que tem me proporcionado.

À banca examinadora pela disponibilidade em ler e contribuir de maneira significativa com a finalização desta pesquisa, bem como com a minha formação enquanto pesquisador iniciante em Educação Matemática.

Aos professores PDE que trabalharam com a Investigação Matemática e a partir dos seus trabalhos possibilitaram a construção dessa dissertação.

Enfim, agradeço ao outro que constituído na intersubjetividade me permitiu avançar no processo de idealização deste trabalho, corroborando com a realização do sonho de ser mestre.

RESUMO

Nesta dissertação efetuamos uma metacompreensão dos manifestos da Investigação Matemática nas produções de professores que trabalharam sob essa perspectiva no PDE – Programa de Desenvolvimento Educacional do estado do Paraná. Buscamos analisar aquilo que se manifesta sobre a Investigação Matemática na formação de professores que ensinam matemática, num contexto de uma política pública de formação de professores. Para isso, efetuamos essa pesquisa, orientados pela seguinte interrogação: *O que se mostra da Investigação Matemática nas produções de professores que trabalharam sob a perspectiva da Investigação Matemática no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná?* A abordagem metodológica assumida é qualitativa sob a postura fenomenológica de pesquisa, com enxerto hermenêutico. O material analisado corresponde a sessenta e oito produções, divididas entre unidades didáticas e artigos, produzidas no âmbito do PDE nos anos de 2007, 2008, 2009, 2010 e 2012. Após um exercício fenomenológico emergiram três categorias, a saber, 1) os modos de compreender a Investigação Matemática, 2) o modo que a Investigação Matemática adentra em sala de aula e 3) a interlocução da Investigação Matemática com outras tendências para o ensino de matemática. Analisamo-las à luz da nossa interrogação de pesquisa, buscando por aquilo que se mostra na estrutura do fenômeno investigado, transcendendo as impressões primeiras. As interpretações efetuadas nos permitem afirmar que a compreensão de Investigação Matemática revela-se impregnada dos conhecimentos que o professor traz consigo a partir do contexto em que está inserido, marcada por fatores culturais, sociais e históricos. Teoricamente, ela se mostra passível de interlocução com a História da Matemática, Mídias Tecnológicas e, de maneira significativa, com Resolução de Problemas. Revela-se um discurso sobre a Investigação Matemática, sobre o trabalho prático com esta tendência e sobre as possibilidades de interlocução com outras tendências por parte dos professores PDE, no entanto, ao adentrar o ambiente de sala de aula ele não se efetiva. Isso aponta para a criação de processos formativos que contemplem a dimensão prática e teórica em oposição ao modelo unilateral teoria → prática, inseridos no contexto de sala de aula, para que, à medida que o professor ‘seja formado’, possa também ‘formar seus alunos’ num processo constante de aprender a Investigação Matemática coletivamente, superando um modelo meramente intelectualizado e de racionalidade técnica.

Palavras-chave: Pesquisa qualitativa. Formação de professores. Fenomenologia.

ABSTRACT

In this thesis we have entered into meta understanding the manifests of Mathematics Research in productions of teachers who worked from this perspective PDE - Educational Development Program of the Paraná State. We analyze what is manifested on the Mathematics Research in teacher education mathematics teaching in the context of a public policy of teacher training. For this, we carried out this research, guided by the following question: What does it show Mathematics Research in productions of teachers who worked from the perspective of Mathematics Research on PDE - Educational Development Program of Paraná? The methodological approach taken is qualitative in the phenomenological attitude research with hermeneutic graft. The material analyzed is related to sixty-eight productions, divided between teaching units and articles, produced under the EDP in 2007, 2008, 2009, 2010 and 2012. After a phenomenological exercise emerged three categories, namely 1) the ways of understanding mathematics research, 2) so that the mathematics Research enters into the classroom, and 3) the dialogue of mathematics Research with other trends in the teaching of mathematics. Analyze them in light of our research question, searching for what is shown in the structure of the investigated phenomenon, transcending first impressions. Interpretations made allow us to state that the understanding of Mathematics Research is revealed impregnated knowledge that the teacher brings from the context in which it appears, marked by cultural, social and historical factors. Theoretically, it shows itself open to dialogue with the History of Mathematics, Technology Media and, significantly, with Troubleshooting. Turns out a speech on the Mathematics Research on practical work with this trend and the possibilities of dialogue with other trends by the PDE teachers, however, when entering the classroom environment it is not effective. This points to the creation of educational processes that address the practical and theoretical dimension as opposed to the unilateral model theory → practice, entered in the classroom context, that, as the teacher 'is formed' can also 'form their students' in a constant process of learning Mathematics Research collectively, overcoming a purely intellectualized model and technical rationality.

Keywords: Qualitative research; Teacher training; Phenomenology.

RESUMEN

En esta tesis hemos hecho un gol comprensión manifiesto de la investigación matemática en las producciones de los maestros que trabajaron en esta perspectiva en el Programa de Desarrollo de la Educación - PDE. Analizamos lo que se manifiesta en la Investigación en Matemáticas en la matemática de formación de docentes que enseñan en el contexto de una política pública de formación de profesores. Para ello, se llevó a cabo esta investigación, guiado por la siguiente pregunta: ¿Qué muestran Investigación en Matemáticas en las producciones de los maestros que trabajaron desde la perspectiva de las matemáticas La investigación sobre la PDE - Programa de Desarrollo de la Educación del Paraná? El enfoque metodológico adoptado es cualitativo en la investigación actitud fenomenológica con injerto de hermenéutica. El material analizado corresponde a los sesenta y ocho producciones, dividido entre las unidades de enseñanza y artículos, producido bajo el procedimiento de déficit excesivo en 2007, 2008, 2009, 2010 y 2012. Después de un ejercicio fenomenológico surgido tres categorías, a saber: 1) la formas de entender la investigación matemática, 2), de modo que la investigación matemática entra en el aula, y 3) el diálogo de las matemáticas la investigación con otras tendencias en la enseñanza de las matemáticas. Analizarlos a la luz de nuestra pregunta de investigación, la búsqueda de lo que se muestra en la estructura del fenómeno investigado, más allá de las primeras impresiones. Interpretaciones realizadas permiten afirmar que la comprensión de Investigación en Matemáticas se revela el conocimiento impregnado de que el profesor aporta a partir del contexto que se inserta, marcada por factores culturales, sociales e históricos. En teoría, se muestra abierto al diálogo con la historia de las matemáticas, medios usan la tecnología y, significativamente, con la solución de problemas. Resulta que un discurso sobre la Investigación en Matemáticas en el trabajo práctico con esta tendencia y las posibilidades de diálogo con otras tendencias de los maestros de la PDE, sin embargo, al entrar en el ambiente de la clase no es eficaz. Esto apunta a la creación de los procesos educativos que abordan la dimensión teórica y práctica en oposición a la teoría de modelos unilateral → práctica, entró en el contexto del aula, por lo que a medida que 'se forma' el maestro puede también "formar a sus estudiantes ' en un proceso constante de aprendizaje de la matemática Investigación colectivamente, la superación de un modelo puramente intelectualizada y la racionalidad técnica. Como una de las posibilidades, aventamos la creación de comunidades de práctica o grupos de colaboración continuas, entró en la escuela, concebirlo como un espacio epistemológico de la producción de conocimiento. Palabras clave: La investigación cualitativa. La formación del profesorado. Fenomenología.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - GÊNESE DA PESQUISA: O MOVIMENTO INTELECTUAL E PESSOAL DO PESQUISADOR	1
1.1 PERSPECTIVAS QUE DEFINIRAM UM PERFIL DE PESQUISA	1
1.2 A CONSTITUIÇÃO DA INTERROGAÇÃO DE PESQUISA	4
CAPÍTULO 2 - ASPECTOS DO CONTEXTO DA PESQUISA	9
2.2 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	11
2.3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA.....	16
2.4 A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA E A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA..	21
2.5 POLITICAS PÚBLICAS EDUCACIONAIS	24
2.6 O PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL – PDE.....	26
CAPÍTULO 3 – A METODOLOGIA DA PESQUISA	31
3.1 ASPECTOS GERAIS DA ABORDAGEM METODOLÓGICA ASSUMIDA.....	31
3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	35
CAPÍTULO 4 – DESCRIÇÃO E INTERPRETAÇÃO DAS CATEGORIAS.....	47
4.1 CATEGORIA C1 – SOBRE OS MODOS DE COMPREENDER A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.....	54
4.2 UMA HERMENÊUTICA DA CATEGORIA C1.....	62
4.3 CATEGORIA C2 – SOBRE A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA DE AULA	79
4.4 UMA HERMENÊUTICA DA CATEGORIA C2.....	95
4.5 CATEGORIA C3 – SOBRE A INTERLOCUÇÃO ENTRE A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E OUTRAS TENDÊNCIAS	105
4.6 UMA HERMENÊUTICA DA CATEGORIA C3.....	109
CAPÍTULO 5 – A CAMINHO DE UMA METACOMPREENSÃO	120
REFERÊNCIAS.....	128
ANEXO I.....	144

CAPÍTULO 1 - GÊNESE DA PESQUISA: O MOVIMENTO INTELECTUAL E PESSOAL DO PESQUISADOR

1.1 Perspectivas que definiram um perfil de pesquisa

Ao longo de minha trajetória acadêmica, o envolvimento com as disciplinas voltadas para a Educação Matemática ensejaram diversas reflexões acerca dos aspectos envolvidos com o ensino de matemática. Dentre elas, elenco: como apresentar a matemática sem despertar a aversão dos alunos? Como ensinar matemática, tendo em vista que essa ação vai além de expor um conteúdo? Como conceber um ensino que propicie ao aluno não somente a internalização de conceitos, mas a capacidade crítica e construtiva enquanto sujeito ativo no processo de ensino e aprendizagem?

Essas questões foram suscitando reflexões e, tendo a intenção de compreendê-las, retomei-as constantemente buscando pelo sentido do interrogado. Desse modo, busquei uma formação que contemplasse não somente a construção conceitual da matemática, enquanto objeto de estudo, mas também dos aspectos que concernem ao seu ensino, a sua aprendizagem e aos procedimentos da ação docente. Assim, a postura assumida foi de concluir a graduação com competências que permitissem uma compreensão acerca dos conceitos matemáticos, da sua aplicabilidade e, mais que isso, que permitissem ser um 'bom' professor de matemática.

Nessa busca, confrontei-me com a teoria da Investigação Matemática e contradizendo os filósofos da corrente racionalista, os quais entendem que os sentimentos pertencem ao campo do irracional (HESSEN, 1980), me opus à razão e intuí que a Investigação Matemática poderia me conduzir na busca pelas respostas procuradas. Ao tomar essa decisão não possuía conhecimentos aprofundados acerca do tema.

Nesse contexto outra questão emergiu e parece-me que uma vez respondida, conseqüentemente será norteadora das reflexões sobre as demais. Essa questão se coloca da seguinte forma: Qual a contribuição da Investigação Matemática para o ensino de Matemática? Ressaltamos que essa questão não é a questão de pesquisa que perseguimos nesta dissertação, ela apenas representa as inquietações frente ao

ensino de matemática, em âmbito pessoal, o solo mais amplo e nebuloso sobre o qual nos deslocamos.

Iniciei meu itinerário de forma prática vivenciando a primeira experiência no projeto PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, no qual se articulou a Investigação Matemática com Mídias e Tecnologias. Tal experiência está relatada no artigo ‘Matemática e novas tecnologias: O uso de um *software* livre em uma investigação com triângulos’ (WICHNOSKI, CHEN, LANGER, 2011), publicado no XI Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM. A experiência consistiu na aplicação de uma atividade desenvolvida com alunos do segundo ano do ensino médio do Colégio Marilis Faria Pirotelli, localizado na cidade de Cascavel. O *software* GeoGebra foi utilizado para abordar conceitos de geometria plana, particularmente a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Após isso, outras possibilidades de pesquisa surgiram. Uma delas, assumindo que o professor também protagoniza o processo educativo, foi a necessidade de colocar em discussão os vários aspectos que o competem, como por exemplo, a sua prática docente e a sua formação.

Dessa forma, engajei-me num estudo mais aprofundado, no qual concebi meu trabalho monográfico na perspectiva da Investigação Matemática, intitulado ‘Atividades de Investigação Matemática a partir do banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP’ (WICHNOSKI; KLÜBER, 2012).

Naquele momento, o estudo se deu em sua totalidade sob o aspecto teórico, decorrente da compreensão sobre Investigações Matemáticas na Educação Matemática. Consistiu em identificar características dessa Tendência no banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP nos anos de 2007, 2008, 2009, 2010. Como desdobramento, elaborou-se um material didático, com atividades de cunho investigativo e exploratório investigativo, voltado prioritariamente aos professores de matemática da Educação Básica.

Depois disso, outros trabalhos foram empreendidos tendo como fundamento a Investigação Matemática para o ensino de matemática. Dentre eles, destaco: ‘O uso e a elaboração da Investigação Matemática na formação de professores’ (WICHNOSKI; KLÜBER, 2012) e ‘Experienciando a prática da elaboração de atividades investigativas para o ensino da matemática’ (WICHNOSKI; KLÜBER, 2014), os quais são frutos do estudo realizado no trabalho monográfico, publicado

no XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática e no XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática, respectivamente.

Também, como aluno de iniciação científica, desenvolvi um estudo de cunho teórico e análise das principais referências sobre a Investigação Matemática, bem como a revisão de trabalhos acadêmicos, em nível de pós-graduação *stricto sensu*. Desse estudo resultou o trabalho intitulado 'Investigação Matemática na educação matemática: uma proposta de iniciação científica' (WICHNOSKI; KLÜBER, 2013), publicado no XXII EAIC – Encontro Anual de Iniciação Científica e o trabalho intitulado 'Uma revisão crítica da tendência Investigação Matemática no Brasil' (WICHNOSKI; KLÜBER, 2015), publicado no XIV CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática.

Efetuando um meta estudo sobre o último trabalho descrito, buscando transcender a interpretação nele realizada, emergiu o trabalho intitulado 'Uma hermenêutica da produção sobre Investigação Matemática no Brasil' (WICHNOSKI; KLÜBER, 2015), publicado na revista Educação Matemática Pesquisa.

Ainda, realizei um estudo de cunho bibliográfico o qual tem como título 'A Investigação Matemática na formação inicial de professores: uma análise dos cursos de licenciatura em matemática da UNIOESTE' (WICHNOSKI, 2014), publicado no XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática. Outros trabalhos têm sido realizados com enfoques na Investigação Matemática no âmbito do mestrado, porém ainda não foram publicados.

Frente a isso, surgiram novas reflexões, novas ideias, novas concepções. Uma delas é a de que o professor, apesar de não ser suficiente, é sujeito necessário no processo de ensino, e, quando se trata do ensino de matemática referenciado na Investigação Matemática, ele (o professor) também desempenha um papel fundamental.

Com isso, a preocupação passou a ser não somente com o ensino e aprendizagem de matemática, mas também com aquele que ensina. A partir disso, passei a considerar o professor como elemento que pode contribuir para compreender alguns aspectos que ajudem no desvelamento das perguntas estabelecidas.

Nesse movimento, percebi a importância dos pesquisadores para a Educação, em especial para a Educação Matemática. Dessa forma emergiu a aspiração de também pesquisar e registrar os estudos por mim empreendidos, tendo

em vista que são os estudos, tematizados em pesquisa, que alimentam as discussões e proporcionam conflitos, que por sua vez proporcionam soluções ou mudanças, entre conceitos, perspectivas e paradigmas e isto se tornou significativo.

Diante desse grande número de ideias, as quais englobam a matemática, a Investigação Matemática, o aluno, o professor, o ensino, dedico-me em busca de ordená-las para arquitetar uma estrutura que possibilite articular todos esses elementos numa relação de dependência que permita a compreensão que exige qualquer inferência acerca das respostas à luz da inquietação: qual a contribuição da Investigação Matemática para o ensino de Matemática?

Para tanto, diante do vivido delineou-se um perfil de pesquisa que possui como alicerces a Investigação Matemática, o ensino de matemática e a formação de professores que ensinam matemática.

Assim, passamos a efetuar um movimento de busca pela interrogação de pesquisa, de maneira que ela fosse constituída em articulação com esses elementos. Esse movimento está descrito na seção que segue.

1.2 A constituição da interrogação de pesquisa

A interrogação de pesquisa nasce da minha inquietação, do meu desejo de querer saber. Há um movimento de busca pelo sentido da interrogação, sentido que ela faz para mim, de modo que ela se torne clara. Ou seja, quando o desejo de querer saber se mostra, ele vai ganhando maturidade e, ao estar claro pode ser expresso por meio da linguagem para que um diálogo se torne possível. Então, nesse movimento, há uma busca pelo modo de dizer daquilo que se intenciona na pesquisa.

Nesse movimento, o desejo inicial era pesquisar a Investigação Matemática, o ensino de matemática e a formação de professores, não de modo isolado, mas como ações de um movimento, como mencionamos acima.

Contribuindo com as reflexões acerca da constituição da interrogação de pesquisa, Wichnoski e Klüber (2015), em um estudo denominado estado da arte, empreendido com a revisão de dissertações de mestrado e teses de doutorado, as quais foram acessadas por meio do portal da BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações destacam a necessidade de haver pesquisas que extrapolem a esfera da experiência pedagógica, isto é, de práticas de sala de aula.

Frente a isso, diversas possibilidades de pesquisa se abriram, dentre elas, a de empreender estudos epistemológicos questionando a própria Investigação Matemática; estudos abordando aspectos que se referem à natureza das tarefas de Investigação Matemática; aspectos que dizem do estilo dessas tarefas e também aspectos que dizem da relação existente ou não da Investigação Matemática com outras tendências para o ensino de matemática.

Ao que concerne especificamente à formação de professores com vistas à Investigação Matemática, Wichnoski e Klüber (2015, p.188) afirmam que

[...] há certa urgência em empreender estudos de fundo, que buscam não apenas “formar” o professor participante, mas que, em decorrência deste processo formativo possam emergir resultados que dizem das concepções, objetivos e procedimentos da ação docente investigativa.

Também, o estudo destacou a ausência de trabalhos que tratem das políticas públicas de formação de professores e da Investigação Matemática, simultaneamente. Isso ensejou a ideia de que deveriam ser empreendidas pesquisas que contemplassem a Investigação Matemática, formação de professores e políticas públicas voltadas à formação de professores.

À medida que o desejo inicial foi se tornando mais claro e capaz de ser expresso, a nossa interrogação de pesquisa foi construída considerando aspectos inerentes à Investigação Matemática, a formação de professores e políticas públicas. Frente às diversas possibilidades de pesquisa que se abriram, construímos inicialmente a seguinte interrogação de pesquisa: *O que se mostra das produções de professores que trabalharam sob a perspectiva da Investigação Matemática no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná?*

Levando em consideração que a abordagem de pesquisa assumida é fenomenológica, conforme explicitamos no capítulo 3, a relação estabelecida entre sujeito e fenômeno é intencional. Assim, ao construirmos a interrogação de pesquisa nos direcionamos propositalmente ao fenômeno, buscando por aquilo que dele se mostra.

Entretanto, numa releitura, nos voltamos sobre a interrogação explicitada acima e perguntamo-nos: o que a interrogação interroga? Com isso, compreendemos que a pergunta tal como construída aponta o interesse de investigar as produções didático-pedagógicas. Porém, elas são o *locus* no qual o

foco de interesse, o fenômeno (Investigação Matemática) poderá se mostrar. Em outras palavras, as produções didático-pedagógicas constituem-se apenas como materiais de análise, como materiais significativos para a manifestação do fenômeno e, de maneira transitiva nos reportaram ao PDE.

Entendendo como 'fenômeno' dessa pesquisa aquilo que se mostra da Investigação Matemática nas produções PDE e, ao percebermos o fenômeno em seu campo de manifestação, já trazemos em nossa consciência certa compreensão sobre ele. Tal compreensão advém da vivência, dos aspectos culturais e históricos que temos acerca do que esta sendo interrogado. Ou seja, a percepção é um ato que contém, mas não determina o significado (HUSSERL, 1996).

Nesse sentido, o objeto não está posto e dado no mundo exterior ao sujeito. "Não se trata, portanto, de tomar sujeito e objeto como geneticamente separados no desenrolar do processo de conhecer" (BICUDO, 2011), mas a interrogação tal qual está construída solicita que se olhe para o objeto intencional (Investigação Matemática), atentos ao que aponta. Por isso nos direcionamos ao fenômeno de maneira intencional.

Assim, ao passo que a pergunta, que visa expressar o interrogado, foi se transformando, chegamos a seguinte interrogação: *O que se mostra da Investigação Matemática nas produções de professores que trabalharam sob a perspectiva da Investigação Matemática no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná?*

Frente a essa interrogação, novamente nos perguntamos: o que a interrogação interroga? Qual o sentido do que é perguntado? O que se mostra se mostra a quem e como? Nesse mostrar-se o que é mostrado?

Entendemos que a interrogação interroga a Investigação Matemática nas produções didático-pedagógicas do PDE e o que disso se mostra, se mostra na percepção do sujeito que interroga, em diferentes perspectivas. Em outras palavras, ao atentar-nos para o que estava sendo interrogado, compreendemos tratar-se da própria Investigação Matemática e foi para ela que nos voltamos. Assim, olhamos para a Investigação Matemática e como ela se mostra nos textos das produções PDE. Contudo esse 'mostrar-se' se dá de modo imediato ao investigador num processo de compreensão-interpretação.

Nesse sentido é que buscamos ir além da sua manifestação mais imediata. Esse 'ir além' diz respeito ao movimento de saída daquilo que se mostra na

percepção do sujeito que interroga buscando-se pelos sentidos daquilo que tem se mostrado no próprio texto, bem como por outros aspectos que se mostram relevantes à interrogação formulada, em regiões circundantes.

Ressaltamos que, em fenomenologia o percebido é visto num ato intencional. O fenômeno se mostra no movimento da consciência que enlaça o percebido e não existe nada além e aquém da consciência. Logo, 'o que isso revela' é interpretativo. É o próprio mostrar-se que, na interrogação, se explicita. O que isso revela é dependente de nossa intenção, da nossa interrogação, do movimento de análise.

Dessa forma, ao efetuarmos o diálogo mencionado, buscamos compreender aquilo que se manifesta do fenômeno (Investigação Matemática) na formação de professores que ensinam matemática, num contexto de uma política pública de formação de professores. Ressaltamos que ao utilizarmos o termo produção, estamos nos referindo às produções didático-pedagógicas¹ ou unidades didáticas e aos artigos² produzidos pelos professores PDE.

Diante do interrogado, talvez a primeira pergunta que se instaure é: por que o PDE? Essa escolha se deu pelo fato de que o programa, em tese, constitui-se em um *lócus* de aperfeiçoamento e valorização do professor da Educação Básica, tendo como um dos pressupostos, o reconhecimento dos professores como produtores de conhecimento sobre o processo ensino-aprendizagem, possibilitando mudanças qualitativas na prática escolar da escola pública paranaense.

Além disso, é uma política pública recente implementada inicialmente pelo Decreto nº. 4.482, de 14/03/05, específica do estado do Paraná e por isso, em nosso entendimento, há a necessidade de olhá-la com mais atenção, cautela e rigor. Também por que outros trabalhos com vistas ao programa estão sendo desenvolvidos, em nível *stricto sensu*, por integrantes do grupo de pesquisa no qual o autor está inserido. Nesse sentido, o trabalho vem fortalecer as investigações e resultados alcançados pelo grupo.

A título de exemplo, citamos o estudo desenvolvido por Tambarussi e Klüber (2015), o qual explicitou o que se revela sobre a formação de professores em Modelagem Matemática a partir de depoimentos de professores egressos do

¹ Esta atividade é a elaboração intencional do professor PDE ao organizar um material didático, enquanto estratégia metodológica, que sirva aos propósitos de seu Projeto de Intervenção Pedagógica na Escola (PARANÁ, p.7).

² Atividade que será realizada no 4º período, com o objetivo de divulgar e socializar o trabalho desenvolvido pelo Professor PDE, na perspectiva de enfrentamento aos problemas do cotidiano da escola onde está inserido (PARANÁ, p.7).

Programa de Desenvolvimento Educacional e que abordaram essa tendência em seus projetos de implementação. Isso ensejou outros olhares sobre o programa. Enquanto que o trabalho citado acima se volta para os professores no momento pós PDE, essa investigação se dirige aos professores ainda no momento em que eles estavam inseridos no contexto do programa.

Outro fato que justifica a escolha do PDE como solo de investigação, é que diante da interrogação estabelecida e, ainda que não respondida, mas aclarada, admite-se que será possível investigar ações que podem ser desenvolvidas para contribuir com a melhoria na qualidade das políticas públicas de formação de professores de matemática, bem como aspectos que dizem da formação de professores e a Investigação Matemática.

Os aspectos explicitados apresentam a temática de pesquisa e o sustentam tanto em nossa subjetividade, como em aspectos intersubjetivos compartilhados no âmbito da pesquisa em Educação Matemática. A interrogação de pesquisa que construímos nos conduziu a estruturar essa dissertação, contemplando os aspectos que lhe são pertinentes.

No primeiro capítulo, considerando que nada é dado na imediaticidade dos fatos, mas se algo é dado, é dado numa relação de consciência e que houve um movimento intelectual e pessoal marcado pela historicidade do pesquisador, discorreremos sobre os aspectos que definiram um perfil de pesquisa. Também, discorreremos sobre o movimento efetuado em busca da interrogação que direciona esse estudo.

No segundo capítulo, apresentamos aspectos inerentes ao contexto em que a pesquisa se desenvolveu, a saber, a Investigação Matemática, a formação de professores e as políticas públicas educacionais. Buscamos efetuar uma síntese, resultado da nossa compreensão teórica, acerca dos elementos que compõe a pesquisa, com o intuito de conferir uma visão geral de nossa região de inquérito e interrogação de pesquisa.

No terceiro capítulo explicitamos a metodologia assumida e detalhamos os procedimentos metodológicos utilizados. No quarto capítulo, registramos as análises de cada categoria à luz da interrogação de pesquisa. No quinto capítulo, nos movemos em busca de uma metacompreensão, explicitando uma síntese compreensiva daquilo que se mostrou do fenômeno investigado, saindo de uma análise individual em busca da compreensão do todo.

CAPÍTULO 2 - ASPECTOS DO CONTEXTO DA PESQUISA

Neste capítulo, buscamos dialogar com a literatura existente sobre os temas que a interrogação estabelecida nos remete. Inicialmente, procuramos discorrer sobre os aspectos que delineiam a Investigação Matemática, buscando compreendê-la no contexto da Educação Matemática. Também, discorreremos sobre a formação de professores de matemática, não como um referencial a ser seguido, mas para compreender o solo em que se encontra o fenômeno interrogado.

Ainda, explicitamos o que estamos entendendo por políticas públicas educacionais, efetuando uma aproximação destas com as atuais necessidades da educação e particularizando aspectos próprios do PDE.

2.1 Generalidades da pesquisa

No âmbito das pesquisas em Educação Matemática há vários discursos que sugerem as tendências para o ensino de matemática, como temáticas a serem estudadas. Conforme as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio do estado do Paraná, DCE/PR (PARANÁ, 2008), são seis as tendências para o ensino de matemática: 1) Investigação Matemática, 2) Resolução de Problemas, 3) Modelagem Matemática, 4) Mídias e Tecnologias, 5) História da Matemática e 6) Etnomatemática.

Dentre elas, a Investigação Matemática vem ganhando espaço no âmbito das pesquisas em Educação Matemática brasileira, entretanto, é recente a sua emergência como campo de pesquisa nesse contexto, conforme afirmam Wichnoski e Klüber (2015) em um estudo que mapeou a Investigação Matemática em dissertações e teses brasileiras a partir do portal BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Dissertação e Teses.

A título de exemplo, podemos citar os trabalhos de Baccarin (2008) que busca investigar as potencialidades da Investigação Matemática na construção de conceitos algébricos. Também Abreu (2008) empreende um estudo sobre a própria prática profissional, visando compreender como se dá o processo de desenvolvimento profissional num ambiente de tarefas exploratório-investigativas.

Quando adentramos o campo de pesquisa concernente à formação de professores, cujo foco central é efetuar reflexões acerca das práticas e das

concepções dos professores sob as mais variadas óticas, nota-se uma mobilização por parte da comunidade científica em buscar elementos que subsidiam essas reflexões. Vários são os estudos que buscam compreender aspectos inerentes à formação do professor de matemática e inferir resultados acerca de como esse processo vem ocorrendo.

Paiva *apud* Nacarato e Paiva (2013) realiza um estudo enfocando alguns dos aspectos fundamentais de um curso de formação inicial e continuada de professores de matemática, discutindo uma formação que avance no desenvolvimento profissional do professor. Cattai e Penteado (2009) discutem em sua pesquisa a formação dos professores de Matemática que trabalham com projetos na escola.

Ainda que estes trabalhos sejam relevantes, concordamos com Klüber (2012, p. 73) ao mencionar que “há uma urgência em tratar detidamente a formação de professores de matemática de maneira mais global”. Embora o autor afirme isso no contexto da Modelagem Matemática, pensamos que o argumento se estende para outras tendências, em particular para a que abordamos neste trabalho.

Mediante a isso é plausível pensar que questões relativas à qualidade da formação proporcionada aos professores de matemática devem ser colocadas em pauta e discutidas de maneira coletiva entre os pesquisadores, de modo particular em termos do Paraná, no âmbito do PDE.

Qualidade que deve ser garantida não somente no que concerne ao conceito puramente matemático, mas também no que toca ao investimento das práticas pedagógicas do ponto de vista teórico e metodológico, dando origem à construção de uma gama de ‘ferramentas’ para que os futuros professores se sintam preparados para enfrentar as situações que se colocam diariamente em uma sala de aula.

Convergindo com esta ideia, as políticas públicas voltadas para a educação parecem preocupadas com a formação de professores, em particular de professores que ensinam matemática. Dentre elas, destacamos o PDE – Programa de desenvolvimento Educacional do estado do Paraná, o qual busca oferecer Formação Continuada para o Professor da Rede Pública de Ensino.

Com relação às análises feitas acerca das políticas públicas, Neto e Gomes (2002, p.12) sustentam que:

A realidade educacional de nosso país faz com que seja necessário buscar uma análise mais apurada das políticas públicas em educação, pois, a crítica, estimula o progresso do conhecimento, e com o rigor da análise e a constante preocupação de enriquecê-la com novas investigações podemos contribuir em direção a sua solução.

Desse modo, direcionamos o olhar para uma política pública educacional, que trata especificamente da formação de professores, a saber, o programa supracitado (PDE), no intuito de analisar as produções de professores que trabalharam com a Investigação Matemática, buscando compreender o que dela se revela nessas produções, conforme já explicitado.

Considerando os argumentos acima e assumindo a interrogação estabelecida como direcionadora de todo o processo de pesquisa, somos remetidos ao campo da Investigação Matemática, da formação de professores e das políticas públicas que, embora não se caracterizam como focos principais de estudo, fazem parte do contexto da pesquisa e constituem-se em pano de fundo para a sua realização.

Dessa forma, consideramos imprescindível a incursão sobre esses temas, uma vez que é para eles que a interrogação estabelecida nos remete. Frente a isso, passamos à construção de um diálogo com a área em foco, necessário para o avanço do estudo proposto.

2.2 Investigação Matemática

Levando em consideração que nos parece haver poucas teorizações acerca do que se entende por Investigação Matemática na Educação Matemática, buscaremos compreendê-la a partir das obras que tomamos conhecimento até o momento, sendo elas: Ponte, Brocardo e Oliveira (2013); Ponte (2003); Serrazina, Vale, Fonseca e Pimentel (2002); Fonseca (2002); Ponte, Costa, Rosendo, Maia, Figueiredo e Dionisio (2002); Lamonato e Passos (2011).

Sob essas compreensões, apresentaremos aspectos gerais da Investigação Matemática. Contudo, ressaltamos que outros entendimentos epistêmicos podem ser atribuídos a ela.

Investigar, no sentido literal da palavra é buscar conhecer o que não se sabe. Segundo Ponte *et. al.* (2013) investigar em matemática significa descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou não, estudá-los e retirar informações que

podem ou não possibilitar a solução do problema de investigação posto. Ainda segundo estes autores em Educação Matemática, entende-se Investigação Matemática como sendo uma tendência ou uma metodologia para ensino de matemática que busca, por meio de atividades investigativas³, conduzir o aluno a pensar e construir o conhecimento de maneira um pouco mais autônoma criando situações que o leve a raciocinar e entender o novo conceito.

Frente a isso, a Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática difere da investigação matemática feita pelos matemáticos puros. Nesta última, o objetivo é chegar a um resultado e demonstrar a sua validade, no entanto, em se tratando de atividades de ensino e aprendizagem o objetivo é outro.

Busca-se neste último modo de concebê-la, não apenas o resultado e a demonstração, mas num movimento constante de confrontos entre conjecturas, erros e 'verdades', permitir que o ensino de matemática se dê a partir do 'fazer' matemática. Grosso modo, o objetivo está centrado durante o processo investigativo e não no final dele. Em outras palavras

Em uma exploração-investigação matemática na Escola Básica, não se busca que os alunos obtenham "a resposta certa", antecipadamente esperada pelo professor, mas que eles explorem possibilidades, postulem conjecturas e "se convençam a si próprios e aos outros das suas descobertas" (Pirie, 1987, *apud* Serrazina et al., 2002, p. 43-44).

Desse modo, uma tarefa de Investigação Matemática abre um leque de exploração que vai além de uma única forma de proceder. Há tarefas que permitem explorar conceitos, outras que permitem encontrar resultados e propriedades matemáticas e outras que abrem a possibilidade de o conceito emergir da própria tarefa.

Nesse contexto a Investigação Matemática pode ser entendida na acepção dada por Klüber (2012, p. 33), ao referir-se à Modelagem Matemática, ou seja, como "um movimento efetivo daquilo que tem permanecido enquanto e como alguns modos de se pensar e fazer Educação Matemática em nosso país e também em outras partes do mundo".

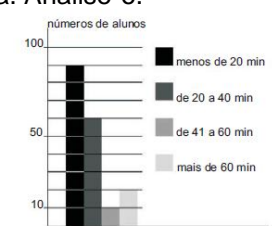
Quando se trata da Investigação Matemática como metodologia de ensino, significa trabalhar com uma situação, que se apresenta inicialmente confusa, por

³ Entenderemos como atividade investigativa a ação frente uma tarefa investigativa, refere-se ao modo como o sujeito executa a tarefa prescrita.

meio da aplicação de conceitos, procedimentos e representações matemáticas já conhecidas e chegar a uma conclusão, ou não. Nesta perspectiva, o ensino e a aprendizagem de matemática se dão com a utilização metodológica de tarefas de Investigação Matemática⁴ (PONTE, 2013).

Frente a isso, há algumas discussões que permeiam na comunidade de Educação Matemática com relação ao tipo das tarefas propostas quando se trabalha com a Investigação Matemática. De acordo com Ponte (2003), existem dois tipos de tarefas, as quais são denominadas pelo autor de tarefas exploratórias e tarefas investigativas. Segundo o autor, uma tarefa exploratória ou de exploração consiste em uma tarefa fácil, que indica ao aluno como proceder na sua resolução enquanto que uma tarefa de investigação é um pouco mais complexa, com uma estrutura aberta e poucas informações *a priori*, deixando o aluno livre para formular as questões norteadoras. Para melhor compreendermos essas diferenças, exemplificamos no quadro 1, uma tarefa exploratória e outra investigativa.

Quadro 1: exemplo de tarefa exploratória e tarefa investigativa

Tarefa exploratória	Tarefa investigativa
<p>Seja n um número inteiro qualquer. Sejam os números abaixo, classificados em par e ímpar.</p> <p>$n^2 - n + 2$ é par $n^2 + n + 2$ é par $n^2 + n + 5$ é ímpar</p> <p>(a) Qual a relação existente entre os números $n^2 - n + 2$ e $n^2 + n + 2$? (b) E entre os números $n^2 + n + 2$ e $n^2 + n + 5$? (c) Como podemos diferenciar um número par de um número ímpar? (d) $n^2 + 5$ é ímpar? Por quê? (WICHNSOKI, 2012, p. 64)</p>	<p>O diagrama de barras mostra a distribuição dos alunos de uma escola de acordo com o tempo que gastam no trajeto de casa para a escola. Analise-o.</p>  <p>(OBMEP, 2010)</p>

Fonte: Os autores

Ainda, com relação às tarefas de Investigação Matemática, Ponte (2003) afirma que ora estas ocorrem dentro da esfera puramente matemática, ora ocorrem de forma contextualizada com uma situação real ou semi-real conforme denomina Skovsmose (2000).

⁴ Entenderemos como tarefa de investigação matemática o trabalho prescrito, as expressões concretas construídas na perspectiva da Investigação Matemática.

Skovsmose (2000) faz um contraponto ao paradigma do exercício trazendo o conceito de cenários para investigação, o qual se insere no paradigma investigativo. Segundo ele, esses cenários são aqueles que dão suporte a um trabalho de investigação, convidando os alunos a formularem questões e procurarem explicações.

Vale ressaltar que um trabalho de investigação, pode ocorrer não somente com vistas à Investigação Matemática. Assim, ao tratar dos cenários para investigação, Skovsmose (2000) aborda diferentes ambientes de aprendizagem que oferecem recursos para efetivar investigações.

Contudo, a Investigação Matemática, uma vez que é uma tendência que se insere no paradigma investigativo, se coloca como uma possibilidade de ocorrer em consonância com os cenários propostos por Skovsmose (2000).

Frente a isso, buscamos compreender, a partir das nossas leituras, os diferentes cenários para investigação, que compõem alguns ambientes de aprendizagem para o ensino de matemática. Segundo Skovsmose (2000, p.7):

Diferentes tipos de referência são possíveis. Primeiro, questões e actividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade; não se trata de uma realidade que “de facto” observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didáctico de Matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real.

Diante disso, àquelas tarefas de Investigação Matemática que são formuladas em termos puramente matemáticos se inserem num contexto que faz referências à matemática pura, portanto num cenário puramente matemático. Situações que à primeira vista parecem reais, mas que na prática são abstratas, uma realidade construída, fazem parte de um contexto com referências à semi-realidade e, ainda, tarefas que abordam em seu conteúdo observações, dados, informações acerca da maneira como a matemática opera em situações da vida real, estão num cenário com referências à realidade.

Os exemplos do quadro 1 ilustram essa diferença. A tarefa exploratória situa-se no contexto puramente matemático, enquanto que a tarefa investigativa situa-se num contexto de semi-realidade.

Todavia, a relação exemplificada não é regra, isto é, é possível que uma tarefa exploratória ocorra em outros cenários que não um cenário puramente

matemático, assim como é possível que uma tarefa investigativa ocorra em um cenário puramente matemático ou real.

Skovsmose (2000) faz uma combinação entre a distinção dos três tipos de referências e a distinção entre dois paradigmas de práticas de sala de aula e com isso, sintetiza no quadro abaixo seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem.

Quadro 2: Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p.8)

Embora a teoria dos cenários para a investigação não seja exclusivamente da Investigação Matemática, é possível se reportar a ela para compreender o trabalho com essa tendência, uma vez que ela se situa no paradigma investigativo, paradigma no qual, as ideias de Skovsmose (2000) se reportam.

Uma especificidade da Investigação Matemática é que as tarefas apresentam-se de forma aberta, propiciadas por pouca formulação do enunciado, com uma exposição mais generalizada. Ao se trabalhar com tarefas investigativas, sejam puramente matemáticas ou contextualizadas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) defendem que este trabalho seja delineado pelos seguintes momentos:

Quadro 3: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconhecer uma situação problemática ▪ Explorar a situação problemática ▪ Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Organizar dados ▪ Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulações	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Realizar testes ▪ Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justificar uma conjectura ▪ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 21)

Diante do exposto, podemos conceber o conceito de Investigação Matemática de acordo com o que afirma Ponte (2013, p. 23), “como atividade de ensino-aprendizagem, caracterizada pelo estilo conjectura-teste-demonstração, que ajuda a

trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína”, isto é, uma atividade matemática tal qual é realizada pelo matemático num processo de levantamento de hipóteses, teste de hipóteses, argumentação e validação.

Entendemos que é uma metodologia de ensino que permite ao aluno (re)construir a matemática, salvaguardadas as suas proporções.

Discorrido sobre alguns elementos com vistas à Investigação Matemática, passamos para a próxima sessão, na qual trataremos de questões inerentes a formação do professor de matemática.

2.3 Formação de professores que ensinam matemática

Nessa seção buscamos dialogar com alguns autores na tentativa de reunir concepções, acerca da formação de professores de matemática, não como um referencial a ser seguido, mas para compreender o solo em que se encontra o fenômeno interrogado. Para isso, nos empenharemos em compreender aspectos relacionados à formação de professores, bem como dos aspectos que dizem respeito às pesquisas nessa temática.

Ressaltamos que ao nos referirmos à formação de professores, não estaremos fazendo distinção entre formação inicial e continuada, considerando que a discussão apresentada, com algumas adaptações, converge com ambos os níveis.

Buscamos, hoje, formar um “professor reflexivo” (SCHÖN, 1995), identificado com Educação Matemática, atualizado e capaz de trazer para a sala de aula os resultados mais recentes da pesquisa e, ao mesmo tempo, um pesquisador, um produtor mais do que um reproduzidor de conhecimentos produzidos por outros. Instituímos a figura de um professor profissional inovador e criativo, que percebe os problemas e reflete sobre saídas, inventando e experimentando novas soluções, liberando-se de formas convencionais, e em constante (re)construção. Concretizamos o professor pesquisador-ativo, membro de comunidades de estudo e pesquisa, capaz de transformar a escola e as práticas tradicionais de ensino (CARNEIRO 2001; p. 35).

Apesar de Schön ter feito essa afirmação em 1995, parece que seu sentido resistiu à ação do tempo e se faz presente nos dias atuais. Isto por que, questões como esta, que fazem relação direta ao trabalho formativo do professor de matemática, se estabelecem em diversos segmentos dentro do movimento denominado Educação Matemática.

Contudo, o que se entende por formação de professores? Um dos modos de compreender é explicitar segundo a língua portuguesa, alguns dos significados que se destacam. Para isso, inicialmente discutimos, separadamente, o conceito dos termos formação e docente. Dessa forma, vamos começar pela definição atribuída à palavra formar.

Segundo o dicionário Aurélio de Língua Portuguesa, formar é constituir, dar forma, amoldar, preparar. Assim, podemos pensar no termo formação como o ato ou efeito ou modo de formar, constituir.

Pensando particularmente na formação no contexto educacional, Freire (1998) o concebe como um fazer permanente que se refaz constantemente na ação. Isto é, a formação não se dá por mera acumulação de conhecimentos, mas se constitui em um emaranhado, tecido de livros, mestres, aulas, conversas entre professores, internet, dentre outros.

Além do mais, depende sempre de um trabalho de teor pessoal. Assim, ninguém forma ninguém, cada um forma-se a si mesmo ou conforme afirma Freire (1998, p. 12)

É preciso que, pelo contrário, desde os começos do processo, vá ficando cada vez mais claro que, embora diferentes entre si, quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado.

Com relação ao termo docente, este diz do ato de ensinar. Possui relações com a categoria que agrega àqueles que estão envolvidos no ensino como um todo.

Associando o conceito do termo formação ao desenvolvimento pessoal e profissional do sujeito e o conceito do termo docente ao ensino, a expressão formação docente pode ser compreendida com a ideia central de constituir, dar forma ao professor quanto às suas habilidades profissionais para o ensino, sejam elas teórica ou práticas.

Miarka e Bicudo (2010, p. 562) trazem uma concepção fenomenológica de formação como um ato de ganhar forma que ocorre na ação em movimento do processo formativo. Segundo os autores:

Esse termo 'forma/ação' foi cunhado para enfatizar o significado de forma, como formato ou aparição de algo que toma forma por meio de um ato atualizador, o qual lhe serve como conteúdo e força que impele à forma apresentada (BICUDO, 2003b). No caso da formação do professor de matemática, essa forma/ação ocorre no próprio ato de efetuar a educação informadora e formadora. Com essa concepção fenomenológica de forma/ação, o foco passa a ser o

movimento constante de pensar e repensar a ação, em um movimento de ação reflexão-ação-reflexão do professor, por entendermos que o profissional nunca está formado, mas sempre em processo de forma/ação.

Portanto, pensamos que o problema não reside no caráter constitutivo e formador e sim na maneira de construir e formar. Isso por que o professor não carece de 'ganhar forma', de 'ser moldado' e sim de formar-se e moldar-se. O aprimoramento e a complementação profissional devem ser construídos pelo sujeito na ação formadora que possibilita aprender a docência a partir das relações que este estabelece entre a sua subjetividade e as necessidades do ensino.

Freitas (2002) destaca que a partir dos anos 1980 os pesquisadores lançaram sobre a formação de professores concepções avançadas e passaram a considerar o caráter sócio-histórico dessa formação e a necessidade de um profissional com desenvolvimento da consciência crítica que lhe permita interferir e transformar as condições da escola, da educação e da sociedade.

Essa nova concepção de educação e formação existe no âmbito educacional, entretanto, diante da nossa experiência parece que ela se encontra somente na esfera dos discursos e muito pouco tem avançado, em termos práticos, na tentativa de superar a visão técnica dada à formação do professor, coexistindo com a perspectiva tecnicista.

Desse modo, entendemos que quando abordamos a formação de professores, podemos estar adotando posições epistemológicas e culturais em relação ao ensino, ao professor e aos alunos. A formação de professores deve propiciar situações que viabilizem a reflexão da profissão docente, considerando aspectos individuais e coletivos dos professores.

No tocante à possibilidade de se adotar posições epistemológicas e culturais em relação ao ensino, ao professor e aos alunos, ao tratarmos da formação de professores, pensamos que certamente as adotamos, porém, muitas vezes, não sabemos que estamos adotando. Isso se torna um problema do ponto de vista pedagógico, uma vez que ao adotarmos uma postura prévia, podemos não atender as necessidades dos professores, bem como modelar a formação a partir daquilo que assumimos como verdade.

Assim, desvela-se a necessidade de haver uma mudança na formação de professores, cabendo aos formadores de professores buscarem novos modelos, uma vez que "o modelo vigente, pela obsolescência e anacronismo, não possibilita

uma formação profissional adequada ao tempo presente” (GONÇALVES, 2006, p. 44).

O modelo de formação de professores que, em geral, está posto, tem cultivado a racionalidade técnica (SCHÖN, 1995). Isso, do ponto de vista pedagógico é prejudicial ao processo de formação, uma vez que prioriza somente a capacidade de resolver problemas instrumentais mediante a explicação da teoria e da técnica que deriva dela. Sobre isso, Shils *apud* Gonçalves (2006, p. 44) afirma que “é uma epistemologia prática que se deriva da filosofia positivista e se constrói sobre os princípios da investigação universitária contemporânea”.

No que diz respeito ao contexto das pesquisas em formação de professores no âmbito do movimento da Educação Matemática, são crescentes as discussões acerca de aspectos relacionados à formação do professor que ensina matemática. Talvez isto se deva ao fato de assumir a concepção de que o professor também protagoniza o processo educativo e a sua presença e mediação na construção dos conceitos matemáticos, tornam-se indispensáveis para uma aprendizagem crítica e com significado.

Dessa forma, vários estudos são realizados focando a figura do professor, se debruçando sobre aspectos que dizem, por exemplo, da sua ação docente, da sua formação, da sua atuação profissional, bem como da compreensão daquilo que se entende por formação de professores, entre outras. A título de exemplo, podemos destacar Freire (1996), Nóvoa (1997), Tardif (2008), Borba (2010), Moreira e David (2010), Nacarato e Paiva (2013).

Embora as discussões acerca da questão da formação de professores não sejam recentes, sendo abordadas por pesquisadores renomados como Nóvoa, Tardif e Schön, nos últimos anos outras questões que engendraram discussões acerca desse tema foram desencadeadas durante o I SIPEM - Seminário Internacional de Educação Matemática, realizado em 2000, mesmo que, por vezes retomam as ideias dos autores supracitados.

Nessa ocasião foi constituído, oficialmente, o GT 7 - Formação de professores que ensinam matemática e dentre as discussões levantadas, que se caracterizam como indicadores de debates e pesquisas no campo da formação de professores, Nacarato e Paiva (2013, p. 9) destacam:

Qual o domínio metodológico de investigação em formação do professor? Qual a concepção de Ciência Matemática vigente nos

cursos de Licenciatura versus o Conhecimento Matemático necessário a quem ensina Matemática? Que Matemática deve estar presente na atividade profissional do professor? Qual a formação matemática e didático-pedagógica necessária ou básica:

- ao professor da Educação Infantil e ao professor das séries iniciais?

- ao professor que ensina Matemática para jovens e adultos (deslocados do ensino regular)?

- ao professor que ensina Matemática para crianças especiais?

Como formar o professor que ensina Matemática em face dos desafios contemporâneos da interdisciplinaridade, da multiculturalidade e do uso de novas tecnologias? Qual a inter-relação entre mudanças curriculares, saberes profissionais e processos de formação? De que forma poderá haver a articulação da formação inicial com a continuada envolvendo professores experientes e futuros professores? Quais os critérios para a avaliação dos cursos de formação de professores? Como divulgar os estudos de experiências individuais e coletivas de práticas inovadoras na formação do professor que ensina Matemática e garantir contribuições para as políticas públicas?

Ainda, no âmbito da formação de professores, buscam-se fazer reflexões acerca de questões epistêmicas dessa área. Tardif (2000) busca uma epistemologia da prática profissional e suas consequências para a formação docente. Para isso, traz algumas reflexões na tentativa de fornecer respostas para algumas questões, tais como: quais são os conhecimentos, o saber-fazer, as competências e as habilidades que os professores mobilizam diariamente, nas salas de aula e nas escolas, a fim de realizar concretamente as suas diversas tarefas? Qual é a natureza desses saberes? Como são adquiridos? Qual é o papel e o peso deles em relação aos outros conhecimentos que marcam a atividade educativa e o mundo escolar, como os conhecimentos científicos universitários que servem de base às matérias escolares, os conhecimentos culturais e os conhecimentos incorporados nos programas escolares? (TARDIF, 2000)

Diante destas questões, é possível notar que as preocupações dos pesquisadores incidem sobre aspectos que dizem dos processos e das metodologias sobre a formação docente, bem como dos aspectos filosóficos e epistemológicos. Além disso, Nacarato e Paiva (2013) enfatizam as políticas públicas de formação do professor de matemática como perspectiva de pesquisa.

Isso vem reforçar a nossa investigação, haja vista que ela considera a formação de professores em termos metodológicos e as políticas públicas de formação do professor, com a particularidade de considerarmos a formação de professores na perspectiva da Investigação Matemática.

2.4 A formação de professores em matemática e a Investigação Matemática

Falar de formação de professores em matemática é algo complexo. Isto porque exige abordar aspectos que não concernem somente aos conceitos puramente matemáticos, mas também com referência ao investimento das práticas pedagógicas do ponto de vista teórico e metodológico.

Discorrer sobre a formação de professores em matemática e a Investigação Matemática parece-nos algo mais complexo ainda. Isto por que além de considerar os aspectos elencados acima, devem ser considerados aspectos específicos desta tendência para o ensino de matemática. Por essa razão, o tema se mostra ainda mais relevante para se investigar.

Diante disso, nessa seção, enfrentamos o desafio de pensar a formação de professores de matemática sob a perspectiva da Investigação Matemática e discorrer sobre os elementos que viabilizam este tipo de trabalho. Novamente vale ressaltar que não faremos distinção entre a formação inicial e a formação continuada, entretanto, quando necessária deixaremos claro ao leitor. Para fins de simplificação de escrita, utilizaremos a expressão formação de professores, embora estejamos considerando a formação de professores de matemática.

Serrazina *et al. apud* Ponte *et al.* (2002, p. 50) afirmam que “a formação de professores sobre as potencialidades do trabalho investigativo deve revestir, também ela, de “uma natureza investigativa””. Diante disso, uma das primeiras interrogações que surgem é: de que modo fazer isso?

Dentre outras possibilidades, pensamos que revestir o trabalho de formação de uma natureza investigativa com vistas à Investigação Matemática é um ato que pode ocorrer de diferentes modos, sendo eles: 1) ‘aprender’ sobre a Investigação Matemática; 2) ‘aprender’ por meio da Investigação Matemática e 3) ‘ensinar’ usando a Investigação Matemática.

No primeiro modo, assume-se a ideia de que os professores sejam formados com vistas aos conceitos, à epistemologia e aos pressupostos teóricos e metodológicos dessa tendência. No segundo, pressupõe submeter os professores a experiências com atividades de Investigação Matemática, na condição de alunos para que, compreendam o trabalho sob esse olhar.

A experiência a qual nos referimos e a concebemos neste trabalho, vem ao encontro àquilo que é proposto por Heidegger *apud* Bondía (2002, p. 25). Segundo o autor:

[...] fazer uma experiência com algo significa que algo nos acontece, nos alcança; que se apodera de nós, que nos tomba e nos transforma. Quando falamos em “fazer” uma experiência, isso não significa precisamente que nós a façamos acontecer, “fazer” significa aqui: sofrer, padecer, tomar o que nos alcança receptivamente, aceitar, à medida que nos submetemos a algo. Fazer uma experiência quer dizer, portanto, deixar-nos abordar em nós próprios pelo que nos interpela, entrando e submetendo-nos a isso. Podemos ser assim transformados por tais experiências, de um dia para o outro ou no transcurso do tempo.

Nesse sentido, consideramos que o sujeito ao ‘sofrer’, ao voltar-se para o fazer que envolve a Investigação Matemática como um ato intencional, bem como ao trabalho de Investigação Matemática, será ‘alcançado’, ‘tombado’ e assim ‘transformado’, porque o sujeito daquilo que faz experiência, dela se apodera, conforme depreendido de Heidegger *apud* Bondía (2002).

A experiência da qual nos referimos é a ‘experiência vivida’, que é um ato intencional, dirigido pela consciência que percebe. Assim, há um voltar-se para o fazer que envolve a Investigação Matemática como um ato intencional. Esse movimento de voltar-se e de abrir-se a ela, efetuado pela consciência, intenciona as próprias vivências e pode ser compreendido pelo movimento *noesis-noema*⁵.

“Pelo movimento de reflexão – re/flexão –, a consciência volta-se atentivamente sobre as vivências vividas” (BICUDO, 2003, p. 39). Nesse sentido, o professor ao refletir sobre a vivência, ao viver a experiência reflexiva com a Investigação Matemática, poderá ‘dar-se conta’, “ato pelo qual, no movimento de expansão da consciência, a coisa dá-se como presença, mostra-se no seu modo de aparecer naquela perspectiva em que é enfocada” (BICUDO, 2003, p.39).

Esse é um desafio da formação de professores, que inclusive contraria os modelos expositivos de atualização profissional. Nestes modelos há pouca ou quase

⁵ O termo *noema* se refere aos correlatos objetivos das intencionalidades; refere-se a tudo o que é intencionado pelas intenções de nossa atitude natural [...] Porém, mais especificamente, refere-se a tais correlatos objetivos precisamente como sendo vistos desde a atitude transcendental (SIKOŁOWSK, 2000, p.14).

O termo *noesis* se relaciona aos atos intencionais por meio dos quais intencionamos as coisas: as percepções, os atos significantes, as intenções vazias, as intenções cheias, os juízos, as recordações (SIKOŁOWSK, 2000, p.15).

nenhuma oportunidade de o professor ser atravessado pela experiência, que sempre é do outro.

E o terceiro modo, pelo qual compreendemos ser possível o trabalho de formação sob a perspectiva da Investigação Matemática é 'ensinar' usando Investigação Matemática. Nesse sentido, concebemos a ideia de a formação contemplar momentos que propiciem elaborar, adaptar e discutir tarefas de Investigação Matemática, bem como as possibilidades de encaminhamentos didáticos, práticas pedagógicas e de conteúdos a serem abordados frente a essas tarefas. De outro modo, ensinar a ensinar matemática usando a Investigação Matemática.

Acreditamos que com esse momento é possível dar espaço para a preparação das tarefas a serem propostas e contemplar o trabalho prático que antecede a prática de sala de aula, por muitas vezes colocado como uma das dificuldades da inserção da Investigação Matemática na escola, dado o tempo que solicita para a sua construção.

A acepção assumida é de que o professor encontre em sua formação subsídios para que, além de conhecer sobre a Investigação Matemática e de ter experienciado práticas pautadas nessa tendência, ele possa ter subsídios para ensinar valendo-se dela. Esse é um assunto que merece cuidado, tendo em vista que conhecer a Investigação Matemática é diferente de ensinar usando a Investigação Matemática.

Isso porque enquanto o conhecer a Investigação Matemática refere-se a conhecer o trabalho pautado nesta tendência na sua dimensão intelectual ou cognitiva, do ponto de vista teórico, o ensinar matemática possui relação com o saber trabalhar com Investigação Matemática na sua dimensão prática.

Isso pode se tornar mais claro se pensarmos na possibilidade de haver pesquisadores em Educação Matemática que não sabem trabalhar com a Investigação Matemática em sala de aula, no entanto, conhecem textos e teorias sobre ela (intelectualmente). Contrariamente, conhecer não significa saber trabalhar com, significa tão somente poder indicar características, particularidades, peculiaridades da Investigação Matemática.

Essa compreensão indica que há a necessidade de superar modelos de formação que se centram na exposição e apresentação da teoria sobre o assunto. Uma dialética entre teoria e prática precisa se efetivar para que a formação de

professores não fique restrita a uma dimensão apenas enunciada, mas que passe a ser experiência vivida.

Dessa forma, na formação do professor sob a perspectiva da Investigação Matemática poderão ser contemplados elementos que lhe possibilitem saber e conhecer aspectos relacionados a ela, os quais o conduzam tanto na realização do trabalho, quanto na compreensão da Investigação Matemática propriamente dita.

Outro aspecto que de algum modo se articula ao fenômeno investigado são as políticas públicas educacionais. Ainda que não seja nosso principal foco, a seguir explicitamos pontos que auxiliam a compreendê-lo.

2.5 Políticas públicas educacionais

Buscamos numa literatura não exaustiva, até porque inexistente, conceituar o que estamos entendendo por políticas públicas educacionais, bem como fazer uma aproximação destas com as atuais necessidades da educação.

Oliveira (2010) sintetiza, algumas definições sobre políticas públicas, a partir de um interessante cotejamento realizado por Souza (2003). Tais definições são apresentadas conforme o quadro 4 abaixo,

Quadro 4: definição de políticas públicas

Autor	Definição de políticas públicas	Ano da obra
Mead	Campo dentro do estudo da política que analisa o governo à luz de grandes questões públicas.	1995
Lynn	Conjunto específico de ações do governo que irão produzir efeitos específicos.	1980
Peters	Soma das atividades dos governos, que agem diretamente ou através de delegação, e que influenciam a vidas dos cidadãos.	1986
Dye	O que o governo escolhe fazer ou não fazer.	1984
Laswell	Responder as seguintes questões: quem ganha o quê, por que e que diferença faz.	1958

Fonte: Oliveira (2010)

Segundo Souza (2003, p.13), pode-se entender o conceito de políticas públicas como:

Campo do conhecimento que busca, ao mesmo tempo, “colocar o governo em ação” e/ou analisar essa ação (variável independente) e, quando necessário, propor mudanças no rumo ou curso dessas ações e ou entender por que o como as ações tomaram certo rumo em lugar de outro (variável dependente). Em outras palavras, o processo de formulação de política pública é aquele através do qual

os governos traduzem seus propósitos em programas e ações, que produzirão resultados ou as mudanças desejadas no mundo real.

Dessa forma, é plausível inferir que as políticas públicas, são pensadas e desenvolvidas a partir das necessidades do estado e possuem em sua essência um caráter político que deveria ir ao encontro dos anseios de determinado grupo social.

Frente ao entendimento de Souza (2003), se políticas públicas é um processo “através do qual os governos traduzem seus propósitos em programas e ações, que produzirão resultados ou as mudanças desejadas no mundo real” (SOUZA, 2003, p. 13), então entendemos que as políticas públicas educacionais são um processo através do qual os governos traduzem seus propósitos em programas e ações, que produzirão resultados ou mudanças desejadas no âmbito da educação. Ressaltamos que, no nosso entendimento, elas deveriam traduzir os anseios da sociedade e não o deles, sejam eles no âmbito educacional ou outros.

Entretanto, Oliveira (2010) chama a atenção para a amplitude intrínseca ao termo educação, uma vez que educação é algo que vai além do contexto escolar e explicita “Tudo o que se aprende socialmente – na família, na igreja, na escola, no trabalho, na rua, no teatro, etc. –, resultado do ensino, da observação, da repetição, reprodução, inculcação, é educação” (OLIVEIRA, 2010, p. 96).

Assim, Souza (2003) ao tratar das políticas públicas educacionais, está se reportando ao contexto da educação escolar, que segundo o autor supracitado consiste em uma educação passível de delimitação por um sistema que é fruto de políticas públicas.

É fato que a educação sempre esteve a serviço dos interesses do estado, no que tange aos aspectos de desenvolvimento econômico e social. Talvez isso se deva ao seu caráter de investimento econômico do aumento quantitativo e qualitativo da produção.

Por exemplo, quando a proclamação da República (1889) estabelece a laicidade na educação, as escolas se organizam para atender os interesses de um Estado educador. Esta organização se dá sobre uma burocracia estatal em que o professor é um agente estatal com conteúdos a ensinar para que seus alunos estejam aptos para cumprir com as demandas desse Estado.

Quando falamos em educação escolar, estamos considerando todos os elementos que a compõe enquanto parte de uma sociedade política, dentre eles, alunos, professores, servidores, pais, vizinhança e Estado. Desse modo, ao falar de

políticas públicas educacionais, pressupõe-se falar não somente de políticas públicas voltadas para o ensino, tendo os alunos como foco principal, mas também voltadas aos professores, aos servidores, à comunidade escolar em geral.

Isso pressupõe, diante das atuais necessidades da educação, admitir a existência de uma dialética entre as partes envolvidas, buscando atender os interesses do estado, mas principalmente com vistas aos interesses e às necessidades da escola, dos professores e dos alunos.

Mostra-se, também, a necessidade de pensar em políticas públicas educacionais que estabeleçam aproximações entre a universidade e a escola, tendo em vista que a escola é o local de desemboco dos resultados dessas políticas.

Isso enseja pensarmos que as políticas públicas educacionais sejam tematizadas em pesquisas, para que os resultados sejam avaliados com o rigor da análise, possibilitando assim uma avaliação de como está ocorrendo a implementação dessas políticas, bem como dos reflexos que estão sendo produzidos na escola.

Sobre isso, Souza (2003) afirma que as políticas públicas educacionais são um tema relativamente recente na pesquisa acadêmica do Brasil. Embora o argumento faça referências às políticas públicas, consideramos que é válido para as políticas públicas educacionais, tendo em vista que esta última compõe a primeira. Entretanto, a recente emergência do tema, não inviabiliza o empreendimento de pesquisas sobre ele.

Ao que concerne especificamente à formação de professores em âmbito nacional, as políticas educacionais partem da constatação de que é imprescindível a valorização e a construção de uma cultura de parcerias e de cooperação entre as universidades, o Estado e as escolas de Educação Básica e diferentes organizações da sociedade civil (SOARES, 2014, p. 453).

Desta compreensão sobre as políticas públicas educacionais, particularizamos, na próxima sessão, aspectos concernentes ao PDE, uma vez que se trata da política pública educacional considerada neste trabalho.

2.6 O Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE

Segundo o documento síntese da Secretaria de Estado da Educação – SEED, o Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE constitui-se em uma política de

Formação Continuada voltada aos professores que atuam na Rede Pública Estadual de Ensino do Estado do Paraná, que tem como principal objetivo o movimento contínuo de aperfeiçoamento de formação dos professores no espaço escolar, fortalecendo a articulação entre a Educação Básica e o Ensino Superior.

Este programa foi idealizado durante a elaboração do Plano de Carreira do Magistério (Lei Complementar nº 103/04) e implementado inicialmente pelo Decreto nº. 4.482, de 14/03/05. Em 2010, o Programa passou a ser regulamentado pela Lei Complementar nº130 e seu desenvolvimento é realizado numa parceria entre Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior/SETI, Secretaria Estadual de Educação/SEED e as Instituições de Ensino Superior/IES públicas do estado do Paraná.

Ainda, de acordo com o documento síntese da Secretaria de Estado da Educação – SEED, o programa assume os seguintes pressupostos:

- a) reconhecimento dos professores como produtores de conhecimento sobre o processo ensino-aprendizagem;
- b) organização de um programa de formação continuada atento às reais necessidades de enfrentamento de problemas ainda presentes nas escolas de Educação Básica;
- c) superação do modelo de formação continuada concebido de forma homogênea e descontínua;
- d) organização de um programa de formação continuada integrado com as instituições de ensino superior;
- e) criação de condições efetivas, no interior da escola, para o debate e promoção de espaços para a construção coletiva do saber (PARANÁ, 2014, p. 2).

Diante disso, o PDE propõe um modelo de formação continuada com o objetivo de proporcionar ao professor da educação básica o retorno às atividades de cunho acadêmico sem que percam o contato com o ambiente escolar, proporcionando que nesta constante dialética, os resultados dos estudos empreendidos cheguem à escola por meio das práticas pedagógicas e dos projetos de implementação realizados pelos professores participantes.

Este modelo de formação continuada é baseado, segundo o documento síntese da SEED, nos seguintes princípios:

Estabelecer relações, dominar termos, convenções, o significado de tendências, a utilização de critérios, o uso de princípios e generalizações, a prática de análise em quaisquer momentos de aprendizagem, em quaisquer disciplinas, ao longo da Educação Básica.

Analisar as diferentes culturas, sem apologias preconceituosas, apresentando-as sempre em seu contexto histórico como uma forma

educativa capaz de encaminhar a verdadeira prática da cidadania, a qual não assume a busca da formação do cidadão como sujeito capaz de pensar a sua própria formação e participar ativa e criticamente de um projeto social de interesse coletivo. Contribuir com o aprimoramento profissional do professor para que ele reconheça as diferentes correntes pedagógicas em suas diversas formas de pensar o conhecimento e a aprendizagem, suas ênfases sobre o sujeito (professor ou aluno), ou o objeto (o fato), ou sobre a relação entre os componentes educativos; ou, ainda, sobre o relativismo da ciência sugerido pela nova perspectiva do neopragmatismo (PARANÁ, 2014, p. 4).

Frente a isso, em tese, o PDE pretende ser um programa de formação continuada que vem romper com os modelos aplicacionistas de formação de professores, idealizados segundo uma lógica disciplinar.

O modelo estrutural do programa se assenta em três grandes eixos de atividades, que compreendem “atividades de integração teórico-práticas, atividades de aprofundamento teórico e atividades didático-pedagógicas com utilização de suporte tecnológico” (PARANÁ, 2014, p. 6) de maneira não estanque e, articuladas.

As atividades teórico-práticas contemplam o projeto de intervenção pedagógica na escola⁶, o processo de orientação nas IES⁷, a produção didático-pedagógica⁸, implementação do projeto na escola⁹ e o trabalho final¹⁰.

As atividades de aprofundamento teórico possuem como objetivo contribuir para o aprofundamento teórico das questões educacionais em geral e das questões específicas das disciplinas que compõem o currículo da Educação Básica da Rede Estadual. O professor PDE participará de um conjunto de atividades que serão ofertadas pelas IES parceiras e pelo PDE/SEED, tais como: cursos, seminários, encontros de área, eventos de inserção acadêmica e web conferências.

As atividades didático-pedagógicas com utilização de suporte tecnológico serão realizadas de forma a promover a formação tecnológica do professor, bem como a interação com o orientador. O acompanhamento e integração são realizados

⁶Compreende as estratégias de ações a serem desenvolvidas na escola.

⁷Processo de diálogo entre o professor PDE e o orientador (professor do ensino superior) que ocorre em todos os períodos do programa na sede da IES a qual o professor PDE está vinculado.

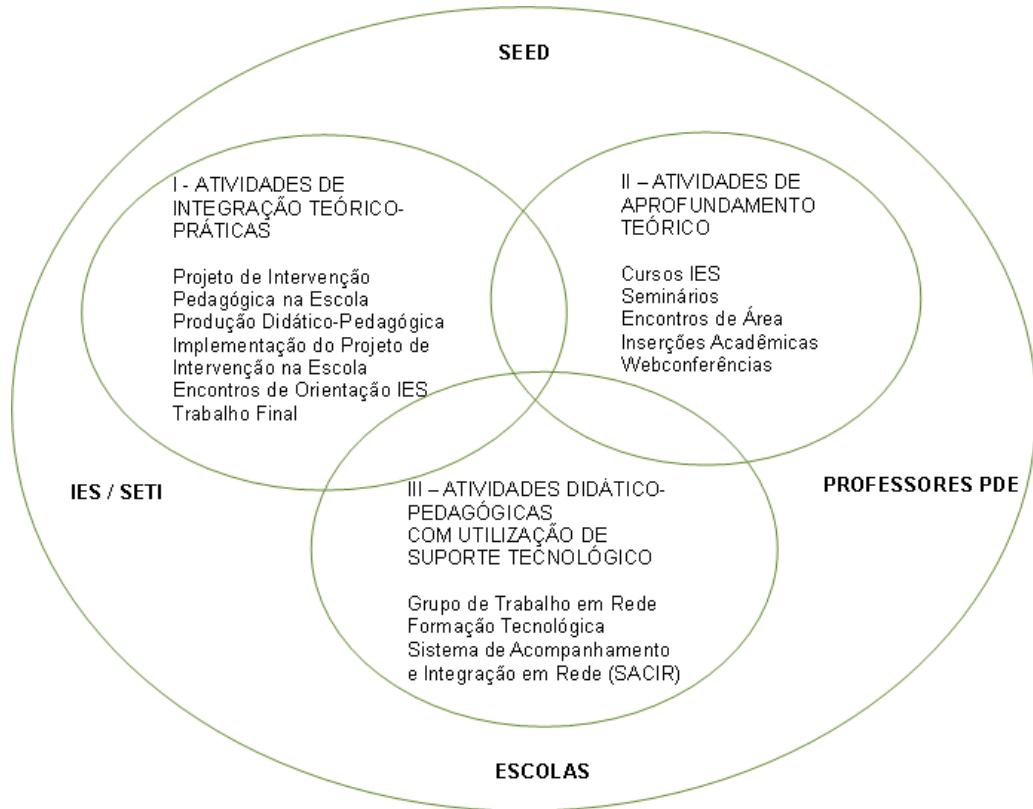
⁸Material didático, enquanto estratégia metodológica, que sirva aos propósitos do projeto de intervenção pedagógica na escola.

⁹Retorno do Professor PDE à escola para implementar o projeto, resultante de ações planejadas e desenvolvidas ao longo do processo.

¹⁰Atividade em forma de artigo científico, com o objetivo de divulgar e socializar o trabalho desenvolvido pelo Professor PDE.

em rede – SACIR¹¹; tutoria de um grupo de trabalho em rede – GTR¹² realizado através do Ambiente Virtual de Aprendizagem¹³ da Secretaria de Estado da Educação (plataforma MOODLE) e uso de recursos de informática básica e internet.

Figura: esquematização do Plano Integrado de Formação Continuada PDE/PR



Fonte: PARANÁ (2010)

Prevê o ingresso anual de professores da Rede Pública Estadual de Ensino, que por um período de dois anos afastam-se do ambiente escolar para estudos, discussões teórico-metodológicas em atividades realizadas nas Instituições de Ensino Superior – IES.

¹¹ Sistema que busca atender as necessidades específicas do Programa visando o acompanhamento de todas as ações desenvolvidas pelo professor PDE no Programa. É destinado ao Coordenador do PDE na IES, Orientador IES, Professor PDE, Representante NRE e Coordenação do PDE/SEED (PARANÁ, 2014, p. 9).

¹² grupo de trabalho que tem o intuito de socializar as produções realizadas pelos Professor PDE durante o Programa, a saber: Projeto de Intervenção Pedagógica, Produção Didático-pedagógica, bem como questões específicas sobre a Implementação Pedagógica na Escola (PARANÁ, 2014, p. 9).

¹³ ambiente no qual será realizada parte da Formação Tecnológica: informática e SACIR, no primeiro período, e toda a Formação Tecnológica: Tutoria, no segundo período do Programa (PARANÁ, 2014, p. 9).

Conforme o art. 8º da lei complementar 130 de 14 de Julho de 2010, o afastamento do professor que ingressar no PDE dar-se-á de acordo com sua jornada de trabalho a cada ano, sendo 100% (cem por cento) de sua carga horária no primeiro ano, e de 25% (vinte e cinco por cento) no segundo ano, para dedicar-se exclusivamente às atividades previstas pelo Programa, sem prejuízo financeiro.

Para participar do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, o professor deverá ser professor efetivo do Quadro Próprio do Magistério da Rede Pública Estadual com Licenciatura Plena; ter cumprido o estágio probatório e ter alcançado, no mínimo, o Nível II, classe 8.

Os três níveis de promoção dizem respeito à formação do professor (graduação, especialização, mestrado ou PED) sendo que para atingir o nível II, o professor deve possuir licenciatura plena com pós-graduação com carga horária mínima de 360 (trezentos e sessenta) horas na área da educação. Cada nível é subdividido em onze classes, as quais podem ser atingidas por assiduidade, por avaliações e por cursos, sendo que para esta última possibilidade são necessárias 200 (duzentas) horas. A participação e conclusão do PDE, com certificação, garante ao professor promoção e progressão na carreira.

Os elementos apresentados nesse capítulo, ainda que não extensivamente, conferem uma visão geral do solo investigativo que nos locomovemos e da interrogação de pesquisa. Revelam o cenário no qual a pesquisa se situa: a Investigação Matemática na formação de professores participantes de um programa oferecido via ação de política pública. De certa maneira, esclarecem o solo investigativo em que nos encontramos e delimita a região de inquérito. A partir daqui, podemos explicitar mais detalhadamente os aspectos concernentes à metodologia da pesquisa, bem como dos procedimentos metodológicos utilizados no seu empreendimento.

Capítulo 3 – A metodologia da pesquisa

Este capítulo é destinado à apresentação da metodologia de pesquisa e contempla além de aspectos inerentes à metodologia assumida, aspectos que dizem dos procedimentos metodológicos adotados em cada etapa. Descrevemos o movimento efetuado durante o processo de pesquisa.

3.1 Aspectos gerais da abordagem metodológica assumida

Dentro das justificativas e dos questionamentos já apresentados, tendo em vista que a interrogação de pesquisa remete um enfoque secundário para outros solos de investigação, como por exemplo, o PDE, solicitando que haja um estudo bibliográfico acerca dos aspectos que o compõe, é imprescindível que se utilize como ferramenta a pesquisa bibliográfica, numa acepção geral, sem definição específica.

Dentre as possibilidades existentes, entendemos que este projeto de pesquisa se afina com a abordagem qualitativa tendo em vista que busca em um processo minucioso de investigação, por meio de métodos, técnicas e análises, tais como, explicitar a compreensão, aquilo se mostra da essência dos fenômenos investigados (BICUDO, 2011).

A abordagem qualitativa de pesquisa pertence e se afina a diferentes enfoques, dentre eles os de corte antropológico, fenomenológico, etnográfico e todos aqueles que se caracterizam por ser uma variedade da ‘observação participante’. Assim, no contexto da pesquisa qualitativa, há diferentes modos de abordar o tema e pensar a interrogação, isto é, há diferentes enfoques qualitativos, ontológica e epistemologicamente falando. Essas diferenças proporcionam diferentes lógicas e compreensões sobre o método, objeto e procedimentos.

Frente a isso, nesse trabalho assumimos uma atitude fenomenológica de investigação, a qual persistiu durante todo o processo de pesquisa. Isto por que, dada a complexidade do fenômeno interrogado, buscamos desvelar o fenômeno como ele se mostra, sem teorização prévia, trabalhando com seus sentidos e significados, o que é possível quando se trabalha fenomenologicamente.

Ainda, procedimentos de pesquisa que solicitam uma hermenêutica no método fenomenológico têm sido privilegiados em nossos trabalhos, por isso essa pesquisa está cunhada sob uma postura fenomenológica – hermenêutica.

Com relação à abordagem fenomenológica, Bicudo (2011) destaca que:

Efetuar uma pesquisa que assuma a concepção de realidade e de conhecimento fenomenológico e, mais do que isso, proceder fenomenologicamente, ou seja, efetuando o próprio movimento de trabalhar com os sentidos e significados que não se dão em si, mas que vão se constituindo e se mostrando em diferentes modos, de acordo com a perspectiva do olhar e na temporalidade histórica de suas durações e respectivas expressões mediadas pela linguagem e por ela transportadas, é um grande desafio (BICUDO, 2011, p. 41).

Quando se assume uma pesquisa qualitativa sob o enfoque fenomenológico, “deparamo-nos com esse desafio logo ao nos colocarmos frente à questão que nos move” (BICUDO, 2011, p.41).

Fenomenologicamente tem-se um modo de pensar a interrogação de pesquisa de modo distinto de alguns já consolidados. Isto porque, nestes últimos, assume-se uma visão subjetivista, na qual o questionamento não possui relação com o objeto e também uma visão objetivista e dogmática, onde é o objeto que determina o fenômeno.

Na atitude natural avança-se sem interrogar pelo seu sentido e significado, tomando-a posta. “Há, portanto, uma aceitação tácita da questão ou pergunta e com ela se prossegue, como se dissecássemos um objeto natural, logo, separa-se o percebido dos atos intencionais” (BICUDO; KLÜBER, 2013, p. 38).

Entretanto, na atitude fenomenológica de investigação, essa separação não procede, uma vez que segundo Husserl *apud* Bicudo e Klüber (2013), “a percepção é um ato que determina a significação sem que no entanto a contenha” (BICUDO; KLÜBER, 2013, p. 38).

Nesse sentido, podemos depreender que na fenomenologia tem-se outro modo de olhar, que permite fazer ver o que se mostra. Há uma atribuição de sentido ao visto, no movimento intencional que busca conhecer isso que se mostra. Ao comunicar, isto é, ao ser posto na linguagem, o

percebido, compreendido e interpretado (que ‘ganha’ significado) é objetivado e se oferece a articulações, discussões, etc.

Assim, ao elaborar uma pesquisa qualitativa sob a abordagem fenomenológica, é preciso olhar para o fenômeno (o interrogado) e deixá-lo que se mostre tal qual ele é, deve-se deixá-lo aparecer.

Desde essa postura investigativa, passamos a constituição do material de análise. Fizemos uma varredura no portal da Secretaria da Educação – SEED a partir das leituras dos resumos das produções dos professores PDE que trabalharam com a Investigação Matemática, tendo em vista a interrogação por nós construída.

No que diz respeito à explicitação daquilo que se mostrou, esta foi feita hermenêuticamente, privilegiando a descrição presente nos materiais (produções didático-pedagógicas) elaborados pelos professores PDE, tendo em vista que “as palavras produzem sentido, criam realidades e, às vezes, funcionam como potentes mecanismos de subjetivação” (BONDÍA, 2002, p. 20).

Considerando o argumento do autor supracitado, pensamos que a reflexão se estende a qualquer registro escrito e não somente às palavras. Desse modo, as produções didático-pedagógicas constituem-se em solo fértil de investigação.

Embora nosso objetivo não seja discutir hermenêutica e, tão pouco, defini-la, buscamos uma compreensão que nos permita identificar o papel da hermenêutica nesta pesquisa, bem como fornecer ao leitor maior clareza sobre o modo como procedemos à análise e interpretação.

Schleiermacher *apud* Schmidt (2014) compreende hermenêutica como arte de compreender a linguagem falada ou escrita, com o objetivo de compreender corretamente aquilo que foi expresso por outro indivíduo, reconstruindo o processo criativo do autor e mesmo compreendê-lo melhor do que ele compreendia.

Apesar do grande contributo de Schleiermacher, compreendemos que esta é uma visão primária e é com Dilthey que a hermenêutica passa a ser uma disciplina com preocupações epistemológicas. Dilthey *apud* Schmidt (2014) define hermenêutica como sendo “a teoria das regras para interpretar monumentos escritos” (SCHMIDT, 2014, p. 51), com o propósito de “preservar

validade universal da interpretação histórica contra as incursões dos caprichos românticos e da subjetividade cética, e dar uma justificativa teórica para tal validade, através da qual toda certeza do conhecimento histórico se fundamenta” (SCHMIDT, 2014, p. 51).

Tendo como ponto de partida a hermenêutica de Dilthey, Ricoeur propõe um “enxerto do problema hermenêutico no método fenomenológico” (RICOEUR, 1989). Compreende hermenêutica como epistemologia da interpretação dos discursos filosóficos, políticos, pedagógicos e nas ações e construções racionais ou poéticas.

A hermenêutica como instrumento de compreensão do discurso ou da ação, configura-se como uma articulação daquilo que chamamos de compreensão, no sentido heideggeriano de “articulação ‘significante’ da estrutura compreensível do ser-no-mundo” (RICOEUR, 1989, p. 100).

Portanto, de acordo com Ricoeur (1989, p. 92) a tarefa hermenêutica

Consiste em ‘estabelecer teoricamente, contra a intromissão constante do arbitrário romântico e do subjetivismo cético [...], a validade universal da interpretação, base de toda a certeza em história’. A hermenêutica constitui, assim, a camada objetivada da compreensão, graças às estruturas essenciais do texto.

Aportados em Ricoeur (1989) depreendemos que a hermenêutica ocupa-se da teoria da compreensão e interpretação da linguagem, dos registros, dos símbolos, do discurso, exigindo uma reflexão sobre a própria interpretação.

Partindo do pressuposto da interpretação, sob a via da tradição fenomenológica e hermenêutica; e admitindo que, toda obra tem caráter simbólico, seja um discurso, uma linguagem ou uma palavra, ao interpretá-las, a hermenêutica caracteriza-se como um instrumento valioso, uma vez que possibilita compreender sentidos e significados imbricados no discurso escrito ou falado, na polissemia das palavras, que vão além do dito pelo autor.

Desse modo, a pesquisa que ora efetuamos, uma vez que a análise e interpretação são mediadas pela linguagem, solicita um enxerto hermenêutico “para que, no movimento de compreensão do dito, já se proceda à abertura aos sentidos e significados expressões e transportados pelo modo de dizer pelo qual a descrição se doa à interpretação” (BICUDO, 2011, p. 44).

Ainda, segundo a autora, a análise hermenêutica de textos escritos em linguagem proposicional, foca palavras e sentenças que dizem do fenômeno investigado e o modo de dizer no contexto interno e externo ao próprio texto. Assim, a interpretação deixa de ser individual e passa a ser sobre a totalidade do fenômeno.

No entanto, há uma interdependência entre a parte e o todo, de modo que não podemos compreender o todo até termos compreendido as partes, mas também não podemos compreender as partes, antes de compreendermos o todo (SCHIMIDT, 2014).

A essa interdependência, chama-se círculo hermenêutico “em que o movimento interpretação-compreensão-interpretação permite a construção de um conhecimento mais profundo sobre os modos que o homem tem de interrogar e compreender” (KLÜBER, 2012, p. 70).

Dessa forma, num movimento compreensivo que oscila entre as partes (unidades de significado) e o todo (categorias), buscamos por aquilo que de algum modo está presente nas produções PDE, com o intuito de nos mover do ôntico¹⁴ ao ontológico¹⁵, sobre aquilo que se manifesta da Investigação Matemática nas produções didático-pedagógicas PDE.

Assim, somos conduzidos para uma interpretação etimológica das palavras que “conduz-nos a compreensões surpreendentes e inusitadas, tirando-nos dos modos cotidianos de interpretar a linguagem [...] transcendemos, assim, o imediato, não nos permitindo cair na armadilha da interpretação apenas pragmática” (BICUDO, 2011, p. 49).

A partir destas considerações passamos a descrição do movimento efetuado para interrogar e chegar à compreensão do fenômeno investigado.

3.2 Procedimentos Metodológicos

Conforme já explicitado, delimitamos essa pesquisa focando o estudo das produções dos professores PDE que trabalharam com a tendência

¹⁴ Segundo Heidegger, ôntico se refere ao imediatamente dado, à coisa em si. Grosso modo, é o que todo mundo vê.

¹⁵ Ontológico se refere ao ser em si. Considera o conhecimento como uma construção mediada pela subjetividade e objetivada pelo movimento intersubjetivo. Em outras palavras, está referido a uma transcendência ao ôntico (KLÜBER, 2012, p. 50).

Investigação Matemática no ano de 2007, 2008, 2009, 2010 e 2012. Para isso, utilizamo-nos do portal da Secretaria de Educação do governo do Paraná-SEED¹⁶, tendo em vista que este se constitui em um repositório dos trabalhos desses professores. Ressaltamos que no ano de 2011 o PDE não foi ofertado pela SEED.

O trabalho organizou-se em sete etapas, não lineares, sendo elas: 1) leitura dos resumos dos trabalhos feita na base da coleta dos materiais de análises (portal SEED), 2) coleta do material de análise, 3) pré-análise, 4) destacamento das unidades de significado, 5) convergência das unidades de significados ou categorização, 6) descrição e análise das categorias, 7) metacompreensão.

Na primeira etapa, buscamos pelas produções que tivessem em comum a expressão 'Investigação Matemática' ou 'Investigações Matemáticas'. O objetivo foi identificar os trabalhos que, de algum modo, tratassem da Investigação Matemática em seu conteúdo, para assegurar os elementos básicos de interesse desta pesquisa. Além disso, buscávamos encontrar trabalhos que abordassem aspectos da Investigação Matemática sob suas mais diferentes facetas.

Nessa busca inicial, o sistema acusou 1.110 trabalhos. Entretanto só conseguimos acesso a 100 deles. Diante disso, contatamos os responsáveis pelo departamento da ouvidoria da SEED – Secretaria de Estado da Educação, na tentativa de buscar uma solução e/ou uma resposta para o problema encontrado, mas não obtivemos êxito.

Das 100 produções que tivemos acesso, selecionamos por meio da leitura preliminar dos resumos, ainda no portal da Secretaria de Educação, 68 trabalhos, que se dividem entre 35 produções didático-pedagógica e 33 artigos referente à implementação do projeto inicial, os quais foram construídos nos anos de 2007, 2008, 2009, 2010 e 2012. Ressaltamos que referente ao ano de 2007, tivemos acesso somente ao artigo. No ano de 2009, acessamos por meio do portal 12 produções didático pedagógicas e 9 artigos. Os artigos de Schmeisch (2009), Mantovani (2009) e Pedroso (2009)

¹⁶ <http://www.diaadia.pr.gov.br/>

não estão disponíveis no portal e em contato com estes professores e/ou orientadores não obtivemos o acesso.

Já inseridos no contexto do PDE, fomos remetidos às produções que possuem relação com a Investigação Matemática e para identificá-las, somos conduzidos a efetuar a leitura dos resumos ainda na base de coleta do material de análise. Após isso, efetuamos uma leitura na íntegra, conduzidos pela nossa interrogação de pesquisa.

Nesse momento, a leitura ocorreu de maneira mais aligeirada, contemplando num primeiro momento a leitura da produção didático-pedagógica e posteriormente o artigo referente à prática realizada na escola pelo professor PDE. Efetuamos esse exercício a fim de conhecer o conteúdo que compunha as produções, sem fazer uma reflexão aprofundada acerca daquilo que nelas estava expresso.

Sobre esse modo de proceder, Schleiermacher *apud* Schmidt (2014, p. 31) afirma que “precisamos começar por uma “leitura superficial para termos uma visão geral do todo”, e, “para esta compreensão provisória, o conhecimento do particular que resulta do conhecimento geral da linguagem é suficiente””.

Vale ressaltar que, embora o movimento fenomenológico tenha nos acompanhado durante todo o processo, desde a constituição da interrogação de pesquisa até este momento, em termos de interpretação e análise, ele ainda não foi transcendental. O que realizamos foi uma pré-análise das produções, porém amparados por aquilo que se mostra na imediaticidade do fenômeno.

Bicudo (2011, p. 46) afirma que:

A preocupação da Fenomenologia não é se deter na descrição da experiência focando as nuances da sua individualidade, mas visa mostrar as estruturas em que a experiência relatada se dá, deixando transparecer, nessa descrição, as suas estruturas universais. Dito de outro modo, a Fenomenologia busca transcender o individualmente relatado na descrição e avançar em direção à estrutura do relatado, ou seja, do nuclear das vivências sentidas e descritas.

Diante disso, estávamos cientes de que a análise propriamente dita constituir-se-ia em um processo mais demorado, mais denso e sobre aquilo

que se mostra na totalidade do fenômeno.

Embora esse momento não se reporte ao ato transcendental da análise, consideramos que ele possui significância, pois permitiu a aproximação daquilo que estava relatado nas produções, bem como da estrutura desses trabalhos, permitindo que tivéssemos uma visão panorâmica do conteúdo dos trabalhos. Assim, mesmo que esse momento de leitura e compreensão não seja transcendental, é fenomenológico.

Conforme Bicudo (2011, p. 57), a leitura atenta do descrito em sua totalidade, constitui a primeira das operações a serem seguidas na abordagem fenomenológica e

O pesquisador deve lê-lo tantas vezes quantas considerar que deva para que o sentido das experiências vividas pelo sujeito existencialmente compreendido, abrindo-se, empaticamente, à possibilidade de imaginar o ponto de visada do qual o depoente fala, intuindo, por insight, o sentido do todo.

A partir deste momento, fizemos uso do *software* de pesquisa qualitativa Atlas t.i. (KLÜBER, 2014) como instrumento de análise e para destacamento das unidades de significado. Essas unidades podem ser entendidas como fragmentos que expressam alguma relação daquilo que é dito no texto com a interrogação de pesquisa. Para o destacamento destas unidades, norteados pela interrogação de pesquisa, buscamos por aquilo que se mostra significativo, aquilo que nos permite compreender o que interrogamos.

Essa ação de destacar unidades de significado ocorreu num período de aproximadamente quatro meses. Isso por que, além de ser um trabalho exaustivo por si só, desejávamos nos demorar neste momento, tendo em vista que essas unidades constituir-se-iam nos dados a serem analisados, os quais foram produzidos mediante o movimento de leitura interpretativa das produções PDE. A partir dessas unidades se constituíram as categorias ou núcleos de significados que expressam os invariantes, aquilo que, embora manifestado de diferentes maneiras não se altere e que por sua vez revelam uma estrutura do fenômeno interrogado.

Explicitamos que as unidades de significado que foram destacadas fazem sentido para o pesquisador frente ao interrogado. Certamente há

outros manifestos possíveis de serem destacados, no entanto não se mostraram significativos à luz da interrogação construída.

Isso, é o que afirma Bicudo (2011), ao dizer do ato de evidenciar os sentidos para destacar as unidades de significado. Segundo a autora, “outros pesquisadores poderão destacar outros sentidos, pois não são rígidos. Eles estão articulados a perspectiva do investigador e, como acima mencionado, à interrogação formulada” (BICUDO, 2011, p. 57).

Contudo, muitos desses significados encontram ressonância intersubjetiva e certamente serão identificados pelos leitores desta dissertação.

Quadro 5: Exemplo de unidades de significado

Registro escrito pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (U.S.)¹⁷
os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela matemática.	Coloca a Investigação Matemática como geradora de entusiasmo para aprender matemática.
Antes de iniciar um trabalho cuja pretensão é utilizar as investigações, o professor deve consultar seu planejamento, decidir o que vai considerar como prioridade curricular; formular a tarefa e a apresentação desta aos alunos, e organizar a realização do trabalho.	Reconhece o professor como elemento importante no trabalho com a Investigação Matemática.
A opção por esse método para proceder a intervenção didática se justifica pelo fato de apresentar diversas características que favorecem a desestabilização de crenças.	Assume que a Investigação Matemática é favorecedora da desestabilização de crenças dos estudantes

Fonte: os autores

Uma vez construídas as unidades de significados, retomamos a leitura, agora incidindo sobre as unidades e iniciamos a fase da categorização. Esta foi efetuada de modo a agrupar as unidades de significado que sob algum aspecto convergissem para um significado comum. Assim, a partir das unidades de significado, num movimento interpretativo de busca pela compreensão do interrogado, foram construídas, inicialmente, as primeiras ideias nucleares ou as primeiras convergências. Num movimento de retomada destas ideias, construímos as segundas ideias nucleares e só então chegamos à construção das categorias abertas, as quais podem ser entendidas como convergências de sentidos percebidos pelo pesquisador, que articulam as características

¹⁷ Unidades de Significados

globais, expressas em cada unidade. Este movimento está sintetizado e exposto de modo mais claro no quadro 8.

Ressaltamos que a construção das categorias não foi realizado pelo *software*. Ele constitui-se apenas em uma ferramenta que auxilia nos procedimentos de ordem técnica e não retira do pesquisador as ações reflexivas, interpretativas e construtivas acerca do processo.

À medida que íamos percebendo alguma convergência entre as unidades de significado, agrupávamos na interface do *software* de modo que ao se mostrar ‘algo’ referente ao fenômeno interrogado, construíamos a categoria e a nomeávamos, mesmo que provisoriamente.

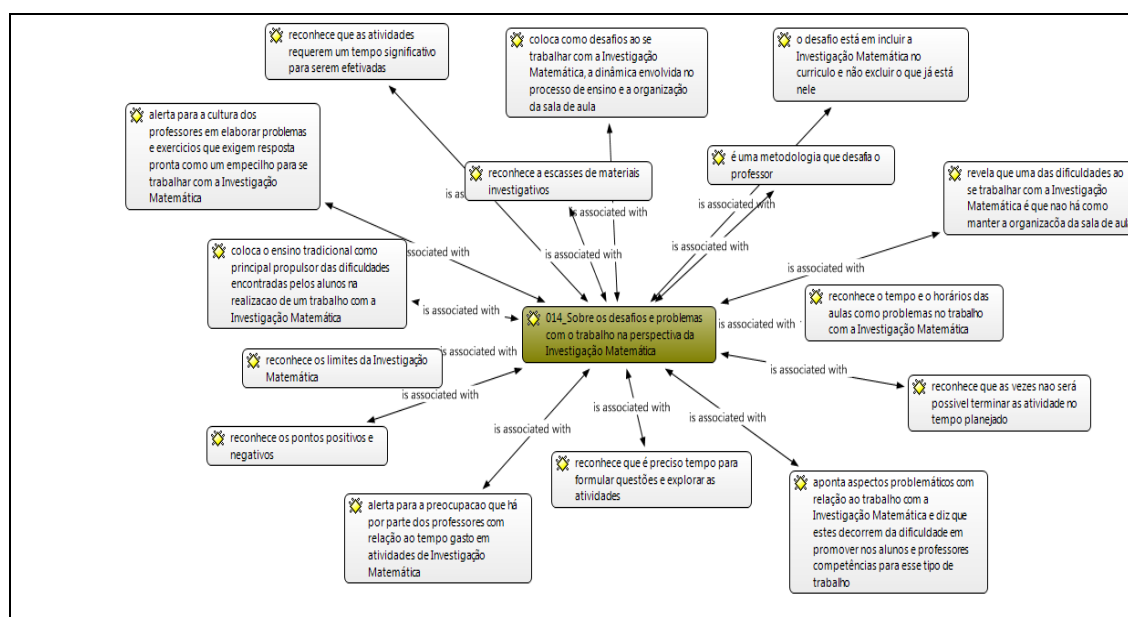
Nesta etapa, o movimento é de saída do individualizado em cada unidade para chegar às convergências ou à constituição das categorias, também denominadas por Bicudo (2011) de “Núcleo de significações”. Estes núcleos expressam a rede de significados da estrutura do fenômeno, mostrando como cada unidade se articula.

Para fazermos as convergências das unidades de significado, agrupamos os trabalhos em grupos de 3, sem nos preocupamos em determinar uma regra para efetuar esse agrupamento. O que fizemos foi um agrupamento pela ordem em que os trabalhos estavam arquivados no *software*, com o intuito de trabalhar com menos unidades de significado, possibilitando uma melhor visualização na interface. Ressaltamos que o sentido de totalidade não se perdeu, uma vez que destacamos de modo cuidadoso cada unidade e as revisamos.

Após isso, a convergência foi feita de modo a considerar na interface do *software* cada grupo de produções, individualmente, os quais são denominados na linguagem do *software* por ‘família’. À medida que apareciam unidades de significados convergentes com uma categoria já construída, importávamos a categoria à interface da família na qual estávamos trabalhando. O mesmo ocorria se, porventura, aparecesse uma nova categoria, da qual fazia parte, unidades de significados até então não convergentes com as categorias existentes.

Um exemplo de categoria segue na figura abaixo.

Figura 2: Exemplo de categoria



Fonte: os autores

Desse modo foram se constituindo as primeiras convergências, fruto da primeira redução do movimento fenomenológico. Inicialmente emergiram 16 conjuntos de ideias, denominados por nós de 'ideias nucleares' as quais, sintetizamos no quadro abaixo.

Quadro 6: Ideias nucleares/primeira redução

C1 - Sobre os autores referenciados nas produções PDE
C2 - Sobre a compreensão de Investigação Matemática
C3 - Sobre a compreensão da prática com a Investigação Matemática
C4 - Sobre a compreensão de atividades com a Investigação Matemática
C5 - Sobre as tarefas de Investigação Matemática
C6- Sobre os conteúdos abordados por meio da Investigação Matemática
C7 - Sobre a prática empreendida com a Investigação Matemática
C8 - Sobre os níveis e modalidades de ensino em que ocorreu a implementação do projeto PDE
C9 - Sobre os alunos e a Investigação Matemática
C10 - Sobre o professor Investigação Matemática
C11 - Sobre a Investigação Matemática aliada a outras metodologias de ensino
C12 - Sobre a aproximação da Investigação Matemática e Resolução de Problemas
C13 - Sobre os desafios e problemas encontrados com o trabalho pautado na Investigação Matemática
C14 - Sobre os motivos que ensejaram trabalhar com Investigação Matemática no PDE
C15 - Sobre o ano de desenvolvimento do PDE
C16 - Sobre as instituições de ensino que desenvolveram o PDE

Fonte: os autores

Compreendemos que esses conjuntos de ideias nucleares ainda não se constituem em categorias abertas, em sentido pleno, ou como núcleos de significações. Isto por que, percebemos a possibilidade de efetuar novas

reduções, de convergência de sentido. Em uma releitura, identificamos que ainda havia aspectos convergentes, sendo possível efetuar uma segunda redução na busca pelo sentido e significado do fenômeno investigado.

Assim, o conjunto C4 passou a compor o conjunto C3, uma vez que a compreensão das atividades é também a compreensão da prática com a Investigação Matemática. Isso por que, a prática ocorre ao desenvolver um conjunto de atividades (ações) com vistas a uma determinada tarefa. Os conjuntos C6 e C5 foram agrupados em apenas um conjunto (C5), tendo em vista que os conteúdos abordados manifestam-se nas tarefas propostas.

O conjunto C7 trata da prática empreendida com a Investigação Matemática e o conjunto C8 trata dos níveis e modalidades de ensino em que ocorreu a implementação do projeto PDE, ou seja, dos níveis e modalidades de ensino em que ocorreu a prática. Dessa forma, os manifestos que compõem o conjunto C8 são alguns dos aspectos inerentes à prática empreendida, portanto, é parte do conjunto C7. Assim o conjunto C8 se vincula ao conjunto C7, formando apenas um.

Os conjuntos C9 e C10, as quais dizem sobre os alunos e sobre o professor no trabalho com a Investigação Matemática, respectivamente, passam a compor apenas um conjunto (C9) que diz sobre os sujeitos envolvidos no trabalho com a Investigação Matemática. A partir desse segundo movimento de redução, ficamos com 12 conjuntos de ideias nucleares, dispostos no quadro 7.

Quadro 7: Ideias nucleares/segunda redução

C1 - Sobre os autores referenciados
C2 - Sobre a compreensão de Investigação Matemática
C3 - Sobre a compreensão da prática com a Investigação Matemática
C4 - Sobre as tarefas de Investigação Matemática
C5 - Sobre a prática empreendida
C6 - Sobre os sujeitos envolvidos no trabalho com a Investigação Matemática
C7 - Sobre a Investigação Matemática e outras metodologias de ensino
C8 - Sobre a Investigação Matemática e Resolução de Problemas
C9 - Sobre os motivos que ensejaram trabalhar com Investigação Matemática no PDE
C10 - Sobre os desafios e problemas encontrados com o trabalho pautado na Investigação Matemática
C11 - Sobre as Instituições de Ensino superior onde o PDE foi desenvolvido
C12 - Sobre o ano de desenvolvimento do PDE

Fonte: os autores

Após as discussões engendradas no exame de qualificação, percebemos que o modo de compreender explicitado até este momento ainda solicitava outras perspectivas, uma vez que os resultados são construídos na interpretação, o que significa fazer a transcendência – ou realizar uma reflexão sobre a própria reflexão.

Além disso, se entendemos que o fenômeno é perspectival e que o cerne da pesquisa fenomenológica é a busca da essência – que não é dada a *priori*, mas se mostra no fazer reflexivo do pesquisador – então há uma ‘apropriação’ do desvendado, do que se apresenta como característico do fenômeno que, à medida que se interroga, vai se mostrando mais e mais até que se chegue ao que Husserl (1986) denomina de “grandes regiões de generalidade”, as categorias abertas. Abertas à compreensão e interpretação do pesquisador na região de inquérito do investigado.

Em outras palavras, ainda se apresentou a possibilidade de efetuarmos uma terceira redução fenomenológica “indo em direção às sínteses mais abrangentes do dito e interpretado” (BICUDO, 2011, p. 58).

Todavia, ao efetuar esse movimento de redução dos sentidos é necessário estar atento de modo a garantir generalidade suficiente para explicitar as ideias mais abrangentes e particularidade suficiente para poder distinguir as características de cada categoria.

Frente a isso, percebemos que os conjuntos C11 (Sobre as instituições de ensino que desenvolveram o PDE) e C12 (Sobre o ano de desenvolvimento do PDE) da segunda redução, se mostraram idiossincráticos. Desse modo, frente aos 10 conjuntos de ideias nucleares, num terceiro movimento fenomenológico de redução, chegamos a 3 conjuntos de ideias, agora entendidos como categorias abertas, as quais se abrem a interpretação, frente ao interrogado.

Na busca de elucidar os modos como as categorias abertas foram estabelecidas, explicitamos no quadro 8, o caminho inverso de seu estabelecimento, indicando, da esquerda para a direita, a articulação das primeiras convergências, as quais chamamos de ideias nucleares, articuladas no movimento de redução.

Quadro 8: movimento de redução e articulação das ideias nucleares

3^o redução	2^o redução	1^o redução
Categorias abertas	Ideias nucleares	Ideias nucleares
C1 – Sobre os modos de compreender a Investigação Matemática	C1 - Sobre os autores referenciados nas produções PDE	C1 - Sobre os autores referenciados nas produções PDE
	C2 - Sobre a compreensão de Investigação Matemática	C2 - Sobre a compreensão de Investigação Matemática
	C3 - Sobre a compreensão da prática com a Investigação Matemática	C3 - Sobre a compreensão da prática com a Investigação Matemática
C2 – Sobre a Investigação Matemática em sala de aula.	C4 - Sobre a compreensão de atividades com a Investigação Matemática	C4 - Sobre a compreensão de atividades com a Investigação Matemática
	C5 - Sobre as tarefas de Investigação Matemática	C5 - Sobre as tarefas de Investigação Matemática
	C6 - Sobre os conteúdos abordados por meio da Investigação Matemática	C6 - Sobre os conteúdos abordados por meio da Investigação Matemática
	C7 - Sobre a prática empreendida com a Investigação Matemática	C7 - Sobre a prática empreendida com a Investigação Matemática
	C8 - Sobre os níveis e modalidades de ensino em que ocorreu a implementação do projeto PDE	C8 - Sobre os níveis e modalidades de ensino em que ocorreu a implementação do projeto PDE
	C9 - Sobre os sujeitos envolvidos no trabalho com a Investigação Matemática	C9 - Sobre os alunos e a Investigação Matemática
	C10 - Sobre o professor Investigação Matemática	C10 - Sobre o professor Investigação Matemática
C3 – Sobre a interlocução entre Investigação Matemática e outras tendências	C13 - Sobre os desafios e problemas encontrados com o trabalho pautado na Investigação Matemática	C13 - Sobre os desafios e problemas encontrados com o trabalho pautado na Investigação Matemática
	C14 - Sobre os motivos que ensejaram trabalhar com Investigação Matemática no PDE	C14 - Sobre os motivos que ensejaram trabalhar com Investigação Matemática no PDE
CI – Categorias idiossincráticas	C11 - Sobre a Investigação Matemática aliada a outras metodologias de ensino	C11 - Sobre a Investigação Matemática aliada a outras metodologias de ensino
	C12 - Sobre a aproximação da Investigação Matemática e Resolução de Problemas	C12 - Sobre a aproximação da Investigação Matemática e Resolução de Problemas
	C15 - Sobre o ano de desenvolvimento do PDE	C15 - Sobre o ano de desenvolvimento do PDE
	C16 - Sobre as instituições de ensino que desenvolveram o PDE	C16 - Sobre as instituições de ensino que desenvolveram o PDE

Fonte: os autores

Desse modo, ao efetuarmos a terceira redução aparecem três categorias abertas que se mostraram abrangentes e estruturantes do fenômeno investigado, a saber, 1) Sobre os modos de compreender a Investigação Matemática; 2) Sobre a Investigação Matemática em sala de

aula e 3) Sobre a interlocução entre Investigação Matemática e outras tendências as quais estão dispostas no quadro nove, bem como suas respectivas descrições e número de unidades de significados. Além disso, duas categorias se mostram idiossincráticas nos três movimentos de redução.

Essas categorias, agora sim entendidas como fruto do trabalho hermenêutico que visa expor o interpretado pelo pesquisador de modo que lhe seja possível dizer do interrogado abrem-se à discussão para trazer luz à pergunta orientadora da investigação: *O que se mostra da Investigação Matemática nas produções de professores que trabalharam sob a perspectiva da Investigação Matemática no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná?*

Quadro 9: categorias de análises e sínteses de suas descrições

Categorias de análises	Descrição	Número de unidades de significados
C1 – Sobre os modos de compreender a Investigação Matemática	Esta categoria expressa a compreensão que os professores PDE possuem acerca da Investigação Matemática no que tange ao entendimento de cunho epistemológico, bem como dos diversos aspectos que a caracterizam. Expressa os modos pelos quais os professores concebem a organização do trabalho nessa perspectiva em termos de prática de ensino e a compreensão dos professores PDE acerca das tarefas de Investigação Matemática, uma vez que, em geral eles se reportam as tarefas de Investigação Matemática para compreendê-la ou defini-la.	455
C2 – Sobre a Investigação Matemática em sala de aula	Esta categoria emerge das unidades de significado que explicitam, de alguma maneira, aspectos relativos ao modo pelo qual a Investigação Matemática adentra o espaço da sala de aula. Diz das tarefas construídas, da prática empreendida, da postura assumida pelo professor PDE, dos sujeitos envolvidos, dos motivos para opção em trabalhar com essa tendência e dos desafios enfrentados.	1663
C3 – Sobre a interlocução entre Investigação Matemática e outras tendências	Essa categoria é composta pelas unidades de significado que manifestam a relação existente entre a Investigação Matemática e outras tendências para o ensino de matemática. Revela aspectos que aproximam e distanciam a Investigação Matemática das demais tendências.	222

Fonte: os autores

Discorrido sobre o movimento que efetuamos e apresentado o quadro com as categorias abertas, passamos, no próximo capítulo, a sua discussão com o objetivo de expor o sentido que elas têm para o pesquisador de modo que seja possível evidenciar o que se mostra acerca da Investigação

Matemática nas produções PDE. Persequimos aquilo que se mostra em cada categoria e, num exercício hermenêutico buscamos compreender o que se revela da Investigação Matemática nas produções PDE. Após a interpretação de cada categoria, traremos uma discussão, resultado da nossa compreensão acerca do revelado, com o intuito de estabelecer um diálogo teórico e na medida do possível, tecer críticas, estabelecer comparações, teorizar.

Capítulo 4 – Descrição e Interpretação das Categorias

Neste capítulo, trazemos as análises das categorias à luz da pergunta *O que se mostra da Investigação Matemática nas produções de professores que trabalharam sob a perspectiva da Investigação Matemática no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná?*

Em cada categoria, antes de iniciar as explicitações inerentes ao fenômeno interrogado traremos um quadro com alguns excertos extraídos das produções PDE, dada a impossibilidade de elencar todos, bem como a compreensão do pesquisador acerca deles (unidades de significado), a fim de possibilitar ao leitor, acompanhar o movimento interpretativo efetuado. Ressaltamos que trabalhamos com as unidades de significado e não com os excertos.

Quadro 10: algumas unidades de significados que compõem a categoria C1

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
O espaço é um polígono irregular, próximo a um trapézio, e mesmo sem perceber lá estava a turma investigando o problema, que envolvia a área e o perímetro de uma figura irregular (1:51 ¹⁸)	A Investigação Matemática é vista como o ato de pesquisar possíveis resoluções para um determinado problema. Como fase de recolha dos dados e interpretação do problema.	São exploratórias e desafiadoras e pretendem conduzir os alunos às próprias descobertas (19:13) Excesso de explicação pode prejudicar o trabalho com a Investigação Matemática (47:13)	Concebe atividade de Investigação Matemática como atividades exploratórias Concebe a ideia de que no trabalho com a Investigação Matemática deve haver pouca explicação
Ao realizar as atividades investigativas, seja a pesquisa de campo, de mercado ou a análise dos dados coletados (32:24)	Compreender as atividades de Investigação Matemática como pesquisa de campo e coleta de dados	A preparação das aulas de investigação propriamente ditas, constituem em uma etapa de grande importância (64:7)	Assume a preparação das aulas como um momento importante assumindo como parte da prática com a Investigação Matemática
E a investigação matemática firma estes conceitos. Retomando Flato (1994, p.28) investigação matemática “consiste, por um lado em tentar descobrir novas relações entre objetos matemáticos já conhecidos e, por outro, em imaginar situações problemáticas, onde os objetos conhecidos já não são suficientes para formular os problemas” (13:19)	Concebe a Investigação Matemática na perspectiva dos matemáticos puros como a ação de fazer matemática, de examinar, buscar averiguar, explorar essa ciência que trata das grandezas, quantidades e números. Em outras palavras, é qualificada, adjetivada pela matemática, é aquela referida aos processos efetivamente investigativos e efetivamente matemáticos.	sendo necessário ao professor explicar-lhes um pouco do que é o trabalho investigativo através de quantos exemplos se fizerem necessários (64:8)	o professor deve explicar o trabalho investigativo através de exemplos
É uma oportunidade de fazer matemática como os matemáticos a fazem (11:8)		O trabalho em atividades de investigação na aula de matemática leva os alunos a uma participação e envolvimento ativos que ajuda a criar um ambiente de trabalho estimulante, que pode ser desenvolvido individualmente ou em pequenos grupos (31:14)	Há uma compreensão de cunho operacional do trabalho investigativo e a crença de que esse trabalho requer o envolvimento do aluno
aplicação nas mais diversas situações, cumprindo com o que se espera quando se utiliza a metodologia de investigação nas aulas de matemática (64:47)	Coloca à Investigação Matemática o caráter de contextualização como sendo um dos objetivos ao se trabalhar com essa tendência		

¹⁸ Este código faz referência à unidade de significado de número 51 do texto 1.

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
é fundamental que antes da primeira atividade, seja esclarecido o que significa investigar (30:25)	Concebe que os alunos precisam conhecer o significado de investigar para trabalhar com a Investigação Matemática	Esta proposta pretende colaborar para formar alunos capazes de desenvolver habilidades, construir conceitos matemáticos, compreender e executar algoritmos (12:19)	Assimila a Investigação Matemática como colaboradora do desenvolvimento da capacidade de executar algoritmos, construir conceitos e desenvolver habilidades matemáticas
Dado que se desenvolve em torno de um ou mais problemas (3:11)	Concebe que o desenvolvimento da Investigação Matemática se dá em torno de problemas	Ótimos exemplos de exercícios que propõem boas investigações matemáticas (1:53)	Concebe a ideia de que é possível trabalhar com a Investigação Matemática por meio de exercícios, utilizando-a como estratégia para a resolução deles
Para Ponte (1998), investigar nada mais é do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas com que nos deparamos (65:3)	Compreende a Investigação Matemática na perspectiva de Ponte como sendo compreender e encontrar soluções para problemas com os que nos deparamos	Bons exemplos de exercícios que permitam uma investigação matemática (1:43) Essas tarefas podem partir da resolução de simples exercícios (50:4)	A solução de uma tarefa de Investigação Matemática deve ser promovida por meio de atividades lúdicas
Podemos dizer que as investigações matemáticas são situações-problemas desafiadoras e abertas (27:10)	Associa as investigações matemáticas como tarefas denominadas de situações problemas abertas	a solução de tarefas investigativas por meio de uma atividade lúdica (55:26)	Assumem que a Investigação Matemática possibilita ir além do conhecido, que impulsiona na direção do não conhecido
Concebemos como tarefas investigativas tarefas pedagógicas e escolares, as quais, além de promoverem a problematização de conceitos matemáticos e a resolução de problemas, visam, também, à formação cultural e intelectual dos envolvidos (13:22)	Entende a Investigação Matemática reportando-se as tarefas investigativas, que por sua vez são entendidas como tarefas pedagógicas que trazem alguma problematização, relacionadas a cultura do envolvidos	Investigação Matemática é uma viagem ao desconhecido (27:16) A investigação matemática possibilita a autonomia do aluno, pois esse é direcionado pelo professor a encontrar formas e estratégias para resolver problemas, desenvolver fórmulas ou algoritmos para a solução de questões propostas (51:17)	Concebe que o professor deve direcionar o aluno a desenvolver formular (generalizar) e algoritmos. Em contra ponto acredita que a Investigação Matemática concede autonomia ao aluno
Na busca de uma solução para o problema proposto (52:6)	A Investigação Matemática auxilia na busca de uma solução para determinado problema. Possibilita a interpretação matemática e a criação de estratégias para resolver situações	Investigação Matemática é uma estratégia de ensino e Aprendizagem (28:5)	Concebe a Investigação Matemática como estratégia de ensino
ler e interpretar a matemática criando mecanismos para		A elaboração de relatórios finais sobre o trabalho desenvolvido em atividades	Coloca a produção de relatórios, com instrumento de avaliação, atribuindo a

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
resolver situações problemas do seu meio (48:9)	problemas	de investigação tem sido, de longe, a forma de avaliação mais comum (31:16)	eles a forma mais comum de avaliar em atividades de Investigação Matemática.
Na resolução de um problema utilizando-se desta metodologia (1:24)	Concebe a Investigação Matemática como metodologia para a resolução de um problema	registros podem ser feitos na forma de um relatório, que pode ser usado como um instrumento de avaliação (28:13)	
Propomos neste trabalho fazer uso da Investigação Matemática como metodologia para o estudo e desenvolvimento das situações problemas (35:4)	Concebe a Investigação Matemática como metodologia que permite desenvolver problemas	ao dizer que primeiro devemos ensinar a investigar para depois partir para a resolução de problemas (43:8)	Compreende que uma prática com a Investigação Matemática deva ocorrer de modo a primeiro ser ensinado investigar e depois partir para a resolução de problemas
As investigações matemáticas em sala de aula podem ser fruto da curiosidade de um aluno, do interesse de um grupo de estudantes ou classe a respeito de um determinado tema ou problema (13:26)	Concebe a ideia de que uma IM deve ser desencadeada a partir de determinado tema ou problema de interesse comum	a atitude investigativa seja uma constante nas aulas de matemática (56:1)	A postura do professor deve ser investigativa em todas as fases
		investigação matemática acentua o trabalho colaborativo, propõe a contextualização (1:55)	Acreditam que a Investigação Matemática corrobora para desenvolver o trabalho colaborativo e a contextualização do conhecimento matemático
as investigações são desencadeadas por problemas, de interesse dos alunos (46:47)	Entende que as tarefas para desencadear uma Investigação Matemática são do tipo problemas	Os autores ressaltam, porém, que na fase de justificação de conjecturas os desafios são maiores (3:46)	Concebem a fase de validação e justificação das conjecturas como um momento mais complexo, de desafios maiores
A Investigação Matemática é a exploração de um problema desconhecido (15:9)	Compreender a Investigação Matemática como fase de exploração, problematização e experimentação	Senti o verdadeiro valor da investigação, como conhecer o que não se conhece, descobrindo padrões e desvendando fórmulas (40:28)	Coloca a validade da Investigação Matemática na possibilidade de encontrar padrões, regularidades, bem como de generalização
Enfim experimentar é investigar (63:3)		podendo surgir conexões com diversos conceitos matemáticos ou até mesmo extra-matemáticos (14:43)	Impõe um caráter de interdisciplinaridade na Investigação Matemática
Os autores acreditam ainda que, estas aulas podem conter somente a fase de exploração e problematização (32:12)		Relação Interdisciplinar Arte e Geografia (29:4)	

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
Os autores acreditam ainda que, estas aulas podem conter somente a fase de exploração e problematização (62:10)		as atividades de investigação estão presentes em todas as áreas do conhecimento (50:3)	
O que mais fortemente caracteriza as investigações é o estilo de conjectura-teste-demonstração (31:24)	Assume que a Investigação Matemática ocorra pautada em situações problemas que permitam conjecturar, testar as conjecturas e validá-las por meio de demonstrações, cabendo ao professor essa ação de demonstrar	Com o uso da investigação geométrica, o aluno poderá perceber uma relação entre situações da realidade e situações matemáticas (50:8)	Acredita que a relação entre matemática e realidade pode se dar por meio das investigações geométricas
A metodologia se pauta por situações-problema, nas quais ao aluno é pedido o desenvolvimento de questões onde ele possa realizar conjecturas, testá-las e validá-las (42:11)		Diante do exposto, apresentamos a Investigação Matemática como ferramenta importante no ensino e aprendizagem da Matemática e para desenvolver os assuntos anteriormente citados (62:7)	Concebe a Investigação Matemática como ferramenta para o ensino e aprendizagem da matemática
Cabe ao professor, ao final do processo investigativo, provar as conjecturas apresentadas pelos alunos (41:13)		Após a fase introdutória começa a investigação propriamente dita. Essa fase é o auge da metodologia (21:22)	Concebe a primeira fase proposta por Ponte como a mais importante no trabalho de Investigação Matemática
As atividades investigativas devem ser desafiadoras e preparadas com antecedência pelo professor	Atribui certa importância ao momento de preparação das atividades e a compreender como um momento da prática pautada nessa tendência	"o arranque da aula" como uma fase crítica, pois dela depende todo o resto da atividade (3:23)	
Com a realização de investigações pelos alunos será possível levá-los a indagar, discutir e estabelecer relações por meio da Matemática, confrontando conceitos e ideias com a realidade (21:25)	A Investigação Matemática contribui para que os alunos percebam a matemática relacionada com a realidade	A etapa de discussão é outro momento importante (3:40) A formulação e o teste das conjecturas é o ponto culminante do trabalho (47:17)	Concebe a etapa das discussões como a mais importante no trabalho de Investigação Matemática Concebe a etapa de formulação e testagem das conjecturas como a mais importante no trabalho de Investigação Matemática
Propõe-se que sejam observadas situações que envolvam a realidade do aluno, transformando-a em foco para pesquisa e análise (32:27)	As situações a serem investigadas no trabalho pautado na Investigação Matemática devem envolver a realidade do aluno. Ainda compreende que estas situações devem	Percebi que a socialização dos resultados pelos alunos foi de extrema importância para refinar as hipóteses (50:31)	Atribui à fase da socialização o momento em que os alunos percebem os possíveis equívocos cometidos, podendo haver o refinamento das hipóteses e a coloca como momento

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
	proporcionar a pesquisa e análise		indispensável
Simon (1995) (27:36) Skovsmose (2000) (23:14; 33:11) Lins (1999) (37:13; 37:15; 37:18)	Assumem alguma relação entre as teorias desses autores e a Investigação Matemática	A última fase/discussão final é um elemento indispensável (15:30)	Atribui importância à fase das discussões e socializações acerca das tarefas propostas
Os problemas apresentados são formulados a partir da sua realidade ou de algo que tenha significado para o aluno (44:4)	Compreender que as tarefas de Investigação Matemática devem ser do tipo problemas, os quais são apresentados e formulados a partir da realidade dos alunos ou de algo que tenha significado para eles	Essas tarefas se relacionam com a resolução de problemas e podem partir da resolução de simples exercícios (21:16)	Concebe uma relação entre as tarefas de Investigação Matemática e de Resolução de problemas, podendo ser desencadeados por exercícios
os problemas apresentados são dados a partir da sua realidade ou de algo que tenha significado para o aluno (12:10)		Portanto, o professor pode e deve desafiar os seus alunos a realizar investigações e explorações com outras atividades diversas, tais como exercícios, problemas e projetos (26:12)	Assume a possibilidade de realizar investigações matemática com tarefas do tipo exercício, problema e projeto. Ainda a concebe como ação de exploração frente a essas tarefas
Investigações matemáticas no cotidiano do aluno: Um relato de Experiência (32:2)		investigação matemática é uma proposta aceita e viável no Ensino Médio, em vista da possibilidade de se realizar construções geométricas com as respectivas representações algébricas (43:5)	Reconhece a possibilidade de transitar por diferentes áreas da própria matemática ao se trabalhar com a Investigação Matemática
Investigação Matemática pode intensificar a associação dos assuntos apresentados em sala de aula e as situações vistas no dia a dia (62:8)			
A Investigação Matemática é uma didática de ensino importante que pode ajudar a evitar esse fracasso, pois permite que o aluno entre em contato com o conteúdo de maneira dinâmica, levando aspectos do cotidiano, ligando a matemática com a realidade (49:1)	A Investigação Matemática contribui para representar matematicamente situações cotidianas ao abrir a possibilidade de expressar em linguagem matemática, fenômenos cotidianos	É necessário que o professor invista bastante na preparação das aulas (34:16)	Compreende a prática de Investigação Matemática desde o momento de preparação das tarefas e atribui certa importância a esta etapa
expressar por meio de números situações cotidianas (4:33)		Ponte, Brocardo, Oliveira (2003) (29:8)	Assumem a perspectiva de Investigação Matemática desses autores e referenciam suas obras como aporte teórico
		Ponte (1994) (29:29)	
		Ponte (1992) (15:12)	
		Rocha e Ponte (2006) (16:20)	
	Cunha, Oliveira, Ponte(1995) (35:16)		
	Ponte <i>et al.</i> (2009) (19:15; 31:23)		

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
Investigação Matemática como método de ensino pode tornar a aprendizagem mais contextualizada, onde o foco do trabalho é o conhecimento produzido pelo aluno e suas relações com o seu cotidiano (62:17)	Compreender a Investigação Matemática como método de ensino com caráter de contextualização como o cotidiano	Flato (1994) (13:19) Fonseca, Brunheira, Ponte (1999) (14:17; 34:13) Ponte, Brocardo, Oliveira (2009) (7:6; 9:25; 14:12; 14:13; 16:23; 26:12; 27:26; 35:7; 35:12)	
A primeira fase, embora curta, desempenha especial relevância, pois dela depende todas as demais fases da investigação. Nessa fase o aluno precisa compreender o sentido da tarefa proposta, o que lhe é pedido e o que se espera dele no decurso da atividade, sendo o objetivo principal fazer com que o aluno compreenda o significado de investigar (14:23)	Atribui à primeira fase do trabalho investigativo a dependência de todo o processo. Coloca como objetivo principal dessa fase proporcionar ao aluno a compreensão do sentido de investigar.	Ponte, Brocardo, Oliveira (2006) (2:11; 4:37; 6:8; 11:36; 15:7; 17:32; 20:11; 20:14; 21:13; 26:11; 27:8; 30:9; 33:10; 33:20) Serrazina, Vale, Fonseca, Pimentel (2002) (13:39) Ponte (2003) (8:6; 14:9) Ponte (2005) (12:11; 33:8) Ponte <i>et al.</i> (2003) (13:33) Ponte, Matos (1996) (33:9) Oliveira (1998) (33:13) Segurado (1997) (13:32)	
Fiorentini e Lorenzato (2006) (32:11; 35:14; 62:9)	Autores brasileiros que tiveram suas obras referenciadas como aporte teórico das Investigações Matemáticas	Cunha, Oliveira, Ponte (1996) (33:12)	
Cunha (2009) (35:36)		Stenhouse (1995) (20:35)	
Wodewotski e Jacobini (2004) (2:9)		Porfírio e Oliveira (1999) (34:11)	
Trindade (2008) (3:49; 29:33)		Mendes (1997) (33:15)	
Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004) (33:25)		Abrantes (1999) (16:14; 26:10; 34:9)	
		Ponte (1999) (15:31)	
	Ponte, Brocardo, Oliveira (2005) (3:8)		
	Ponte <i>et al.</i> (1998) (14:35; 33:24; 34:12; 34:14)		

Fonte: os autores

4.1 Categoria C1 – Sobre os modos de compreender a Investigação Matemática

Esta categoria expressa as compreensões que os professores PDE possuem acerca da Investigação Matemática no que tange ao entendimento de cunho epistemológico, bem como dos diversos aspectos que a caracterizam. Expressa como os professores concebem a organização do trabalho nessa perspectiva em termos de prática de ensino ao traduzir aspectos específicos da prática, seja com relação ao momento da sua elaboração ou com relação ao momento de efetivação em sala. Ainda, revela a compreensão acerca das tarefas de Investigação Matemática, uma vez que, em geral os professores se reportam a elas para compreender a Investigação Matemática.

Para que seja possível dizer dos modos como os professores PDE compreendem a Investigação Matemática é preciso olhar para os autores que eles assumem, para o modo pelo qual esses autores expõem as tarefas e as ações em sala de aula.

Nesse sentido, a categoria expressa os autores que foram referenciados nos trabalhos analisados, e que, de algum modo, escrevem sobre a Investigação Matemática, bem como autores que teorizam sobre outras áreas do conhecimento e que foram mencionadas nas produções como de interlocução com a Investigação Matemática.

Em síntese, a categoria revela o que o professor PDE compreende por Investigação Matemática e pode ser traduzida pela seguinte questão: qual a compreensão de Investigação Matemática que se revela a partir das produções PDE? Discorridos sobre os aspectos gerais, passamos para a análise propriamente dita.

Diante dos manifestos do fenômeno interrogado, revela-se a multiplicidade de interpretações dadas à Investigação Matemática. Dentre elas, a compreensão se dá transitivamente amparada na compreensão de tarefas de Investigação Matemática. Ao compreendê-la dessa forma, é necessário saber o que o professor está compreendendo por esse tipo de tarefa, que embora não diretamente, revela aspectos inerentes ao perguntado.

Em geral, a classificação das tarefas de Investigação Matemática se dá como tarefas exploratórias. Contudo, a literatura acerca do tema traz uma discussão no que tange a diferenciação e compreensão dessas tarefas. Essa discussão desdobra

o conceito de tarefa de Investigação Matemática em ‘tarefas de exploração’ e ‘tarefas de investigação’ (Ponte, 2003) e por vezes aparece o termo tarefa exploratório-investigativa. Algumas dessas ideias foram apresentadas no subcapítulo 3.1, quando discorremos sobre os aspectos teóricos da Investigação Matemática.

Considerando que a compreensão de Investigação Matemática se dá em consequência da compreensão de suas tarefas e que, por sua vez, são compreendidas como tarefas exploratórias, evidencia-se uma compreensão da Investigação Matemática como metodologia que se utiliza de tarefas exploratórias.

Tais tarefas apresentam uma estrutura um tanto quanto delineada, sugerindo algumas ações que podem nortear conjecturas e conclusões, ou ainda uma estrutura pronta, a qual dever ser explorada, compreendida e analisada. Desse modo, embora de maneira ínfima, herda alguns traços de uma tarefa tradicional, pois possui um aspecto de direcionamento, o que não ocorre com uma tarefa de investigação. Nesse sentido, mostra-se que mesmo compreendendo a Investigação Matemática como uma nova perspectiva para o ensino de matemática, intrinsecamente, tendem a imbricar nela, traços tradicionais.

No que tange aos aspectos conceituais acerca das tarefas de investigação e tarefas de exploração, não há uma distinção clara por parte dos professores PDE. Isso pode estar ligado ao fato de que a diferença entre elas é sutil e, sem uma reflexão mais acurada, pode passar despercebida.

Ponte (2003, p. 5) já indica essa ausência de diferenciação e a atribui ao grau de dificuldade que cada tipo de tarefa apresente. Segundo o autor:

Muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se “investigações” a todas elas. Isso acontece, muito provavelmente, porque é complicado saber à partida qual o grau de dificuldade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos.

Algumas tarefas de Investigação Matemática foram assumidas como uma tarefa de pesquisa, coleta de dados, reconhecimento de situações ou como exercícios, manifestando-se a compreensão que os professores têm relativamente a Investigação Matemática entendendo-a como ação que possibilita o aluno realizar exercícios, ou seja, como prática desencadeada a partir de exercícios.

Aqui há três aspectos a serem considerados. No primeiro deles, a compreensão dos professores se dá no sentido de que uma tarefa na perspectiva da

Investigação Matemática possui, por exemplo, a seguinte estrutura: resolva a equação $2x + 23 = -3 + 7$.

No segundo, a compreensão se dá no sentido de atividade matemática, na qual o aluno desenvolve ações com vistas à tarefa proposta. Assim, concebem a ideia de que por meio da Investigação Matemática, chegará à resolução da situação exemplificada acima.

E no terceiro momento, a compreensão se dá como atividade matemática que se desenvolve tendo exercícios como disparadores do processo investigativo. Isto é, a situação exemplificada acima, dispararia o processo de Investigação Matemática.

Embora manifestada de maneira branda, isso revela que há uma compreensão de que a Investigação Matemática pode ser desenvolvida com exercícios, constituindo-se em uma estratégia para resolvê-los.

Outra compreensão explicitada é que a Investigação Matemática se constitui em uma metodologia (método) para a resolução de problemas, se configurando como uma parte do trabalho pautado nessa tendência. Convergindo com essa ideia, alguns professores concebem que sua ocorrência se dê a partir de determinado tema ou em torno de um problema.

Há ainda a compreensão de que a Investigação Matemática contribui para a formulação e resolução de um problema. Isso, em certo sentido, contradiz a compreensão exposta acima, uma vez que se a Investigação Matemática deve ser desencadeada a partir de determinado tema ou problema, como ela pode contribuir para a formulação de um problema?

Além disso, é vista como fase de exploração e interpretação de um problema ou ainda como uma metodologia utilizada para a resolução de um problema aberto, no qual o “aluno quase sempre estabelece uma estratégia heurística” (PDE, 2007, p. 12) para resolvê-lo.

O entendimento de que a Investigação Matemática se resume em uma atividade de exploração e experimentação foi outra compreensão manifestada. Aqui há uma sutileza com relação à compreensão mencionada acima, uma vez que ela se revela de maneira mais ampla e não apenas com vistas a um problema.

Isso indica que a compreensão é tomada na imediatez daquilo que o termo ‘Investigação’ sugere e a Investigação Matemática na sua totalidade é entendida como uma das suas partes, isto é, no seu primeiro momento, segundo a perspectiva de Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), entendido como exploração e

formulação de questões, reconhecimento da situação problemática, exploração da situação problemática e formulação das questões a serem investigadas.

Tanto a compreensão da Investigação Matemática como fase de exploração e interpretação de um problema, como uma atividade de exploração e experimentação se mostraram fortemente nas produções PDE. De maneira significativa, também aparece a compreensão de Investigação Matemática como uma tendência que busca contextualizar só conceitos matemáticos com a realidade do aluno, constituindo-se como tarefa de identificar situações do dia-a-dia em que a matemática está presente.

Há a compreensão de que a Investigação Matemática possibilita uma 'conversação' entre diferentes disciplinas da própria matemática e entre diferentes áreas do conhecimento.

Os professores também a entendem como prática pedagógica que valoriza as ideias que surgem durante as aulas, proporciona o desenvolvimento do raciocínio lógico e indutivo e favorece a argumentação matemática. Como método da descoberta, viagem ao desconhecido, ato de pesquisa, atividade estimuladora e desafiadora, problema em aberto. Nesse sentido, revela-se que a compreensão se deu amparada, em algum nível, no conhecimento dos professores partilhado na escola.

A Investigação Matemática também se configura como o ato de descobrir relações entre os objetos matemáticos já conhecidos e imaginar situações onde os objetos conhecidos não são suficientes para formular problemas, proporcionando a construção de conceitos matemáticos com significado, de maneira que o aluno perceba o que é matemática.

Houve manifestos de compreensão acerca da Investigação Matemática como tendência oposta ao modelo tradicional de ensino, denominando-a de tendência, estratégia metodológica, encaminhamento metodológico, alternativa didático-pedagógica. Assim, exceto a diferença na terminologia, os professores a compreendem como uma forma de trabalhar a matemática que destoa dos métodos analíticos e repetitivos.

Com relação à compreensão que expressa como os professores concebem a organização do trabalho nessa perspectiva em termos de prática de ensino, destacamos que, em geral, converge para o sentido explicitado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), como uma atividade que se desenvolve em três fases sendo elas:

1) introdução da tarefa de investigação; 2) realização da tarefa e 3) socialização e discussão dos resultados. É na fase 2 que ocorre a investigação do ponto de vista matemático, a qual está subdividida em quatro momentos, a saber: 1) exploração e formulação de questões a serem investigadas; 2) criação de conjecturas; 3) testes e reformulações das conjecturas e 4) justificação e avaliação dos resultados encontrados.

Estes autores utilizam o termo 'atividade' para designar o trabalho de Investigação Matemática. Frente a isso, sentimos a necessidade de compreendermos melhor a relação entre atividade de Investigação Matemática e prática de Investigação Matemática.

Segundo Trindade (2008) a "Atividade tem, pois um sentido amplo, relacionando-se diretamente com as ações dos alunos e que podem incluir a execução de diferentes tarefas" (TRINDADE, 2008, p. 75). Ainda, segundo a mesma autora "A atividade é essencialmente orientada para um objetivo, inerente à tarefa e tem como componentes as ações" (TRINDADE, 2008, p. 75).

Nesse sentido, depreendemos que a prática com a Investigação Matemática ocorre ao desenvolver um conjunto de atividades (ações) a partir de uma tarefa de Investigação Matemática.

Com relação à primeira fase proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), os professores acreditam ser uma fase decisiva, atribuindo a ela o sucesso ou não do trabalho investigativo, uma vez que as demais fases são dependentes dessa. Acreditam ser nesse momento que se devem garantir aos alunos a compreensão do significado de investigar e posteriormente o objetivo incide sobre aprender matemática.

Aqui, abrimos um parêntese, no sentido de que, mesmo assumindo a fase proposta pelos autores supracitados os professores confundem os objetivos propostos pelos autores. Segundo os professores, é preciso garantir que os alunos saibam o significado de investigar e não que saibam investigar. A sutil diferença entre os objetivos pode levar a essa interpretação errônea, uma vez que saber sobre algo e saber fazer algo são conceitos distintos (BOMBASSARO, 1993).

Todavia, ressaltamos que estas ações não precisam ser disjuntas, uma vez que é possível ensinar a investigar já abordando alguns conceitos matemáticos. Nesse sentido, a matemática apresenta-se como pano de fundo para que o aluno aprenda a investigar.

Com relação à segunda fase (realização da investigação propriamente dita), a compreensão se dá no sentido de que esta ocorra inicialmente com a identificação do problema e formulação de questões a serem esclarecidas. Posteriormente a isso, é o momento do levantamento de hipóteses e da formulação de conjecturas. O terceiro momento constitui-se na testagem das conjecturas e eventuais refinamentos das hipóteses e o quarto, é momento em que ocorre a argumentação, validação dos resultados obtidos e a avaliação do trabalho realizado.

Alguns professores colocam o momento de formulação e testagem das conjecturas como momento mais importante, mencionando que se trata do ponto culminante do trabalho com a Investigação Matemática. Outros colocam essa importância no momento da testagem das conjecturas e o adjetivam como indispensável, haja vista que é ele quem vai proporcionar refinamento das hipóteses. Outros ainda atribuem essa importância ao momento das discussões, uma vez que, segundo eles, é nesse momento que ocorre o confronto das ideias, a percepção dos erros cometidos e conseqüentemente o ajuste destes, bem como a 'explicação' final, promovendo a aprendizagem.

Também se enfatiza na maioria das produções o ato de registrar de forma escrita as ideias e conclusões acerca de uma tarefa de Investigação Matemática, constituindo-se como instrumento de avaliação.

Compreendem que as atividades não devem promover uma resposta pronta à tarefa proposta e sim o compartilhamento das ideias, bem como a importância de realizar a atividade de maneira correta cede lugar a importância de realizar a atividade. Com vistas à realização da atividade, em tese, os professores PDE a compreendem como ações não lineares. Inclusive, devido a essa não linearidade do processo, os momentos sugeridos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), mencionados acima, também podem surgir de modo desordenado ou reorientado.

Há também a compreensão de que o trabalho com a Investigação Matemática pode ocorrer contendo somente a fase da exploração ou problematização.

Embora manifestado de maneira branda, alguns professores dão indícios de que a preparação da aula também se constitui em um momento importante do trabalho com a Investigação Matemática, devendo ocorrer com antecedência.

Por fim, surgem algumas compreensões que não se afinam com a perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Os aspectos manifestados induzem à compreensão de que o trabalho de Investigação Matemática consiste em

um momento de contextualizar o conhecimento adquirido pelo aluno, após ter sido ensinado de maneira tradicional. Ainda, outros indícios apontam para a ideia de que esse trabalho consiste em desenvolver fórmulas ou algoritmos em busca da solução para a situação proposta.

Essas compreensões nos chamaram a atenção porque, embora pontuais, destoam completamente do que é proposto pela teoria. Não preservam nenhum traço da teoria investigativa, por mínimo que seja.

Em virtude da distinção entre as concepções de Investigação Matemática que se mostraram presentes nas produções, foi importante olhar para os autores referenciados de modo que fosse possível compreender tal distinção, uma vez que admitimos que o modo pelo qual esses autores expõem as tarefas e as ações em sala de aula para o trabalho com Investigação Matemática influenciam a compreensão do professores PDE. Frente a isso, num primeiro momento revelaram-se os autores e as respectivas obras referenciados nas produções PDE, os quais sintetizamos no quadro 1 em anexo.

Diante disso, percebe-se que a maioria dos autores que discorrem sobre a Investigação Matemática são portugueses. Também, que o autor citado o maior número de vezes é professor João Pedro da Ponte.

Ao olhar para esta categoria e particularizar os autores brasileiros que, sob algum aspecto abordaram a Investigação Matemática em seus trabalhos, destacaram-se os seguintes autores: Cunha (2009); Fiorentini e Lorenzato (2006); Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004); Trindade (2008) e Wodewotski e Jacobini (2004).

Na tentativa de compreender o que a referência a estes autores pode nos dizer sobre aspectos concernentes à Investigação Matemática, buscamos uma leitura na íntegra dos trabalhos referenciados. Isso por que se pensarmos de maneira transitiva, a leitura dos trabalhos nos ajuda a compreender o motivo pelos quais foram referenciados nas produções. Dessa leitura emerge o seguinte.

Cunha (2009) remete-se e a Ponte (2007); Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e Oliveira (1998) para compreender a Investigação Matemática do ponto de vista teórico. Ainda, referencia Segurado (1997); Oliveira (1998); Brocardo (2001); Rocha (2003) como autores que realizaram trabalhos investigativos para sustentar o seu trabalho.

Diante disso, a autora, embora tenha sido citada nas produções, assume a concepção de Investigação Matemática de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), o que, num movimento circular, remete o seu entendimento sobre as Investigações Matemática aos autores supracitados.

Igualmente, Trindade (2008) assume a concepção de Investigações Matemática de João Pedro da Ponte e menciona “João Pedro da Ponte me ensinou: Investigações Matemáticas” (TRINDADE, 2008, p. 18). Em outro momento afirma que a sua “pesquisa fundamentou-se, inicialmente, em trabalhos de João Pedro da Ponte e estudiosos da Universidade de Lisboa” (TRINDADE, 2008, p. 11).

Wodewotzki e Jacobini (2004), também foram referenciados como autores que discorrem sobre Investigação Matemática. Isso fica claro, quando, em uma das produções afirma-se que “A prática pedagógica de investigações matemáticas tem sido recomendada por diversos estudiosos como forma de contribuir para uma melhor compreensão da matemática” (DAVID, 2008, p. 4). Em seguida, reportando-se à prática com a Investigação Matemática, os autores mencionam: “É o estudante que busca, seleciona, faz conjecturas, analisa e interpreta as informações para, em seguida, apresentá-las para o grupo, sua classe ou sua comunidade” Wodewotzki e Jacobini apud (DAVID, 2008, p. 4).

Contudo, ao tomarmos conhecimento da obra de Wodewotzki e Jacobini (2004), compreendemos que o argumento se dá com relação às práticas de sala de aula amparadas no paradigma investigativo e não na Investigação Matemática. Isso por que em seu trabalho, os autores consideram a Modelagem Matemática como instrumento pedagógico. Em outras palavras, quando Wodewotzki e Jacobini (2004) utilizam o termo investigação, estão compreendendo-o com a conotação de exploração, inquirição.

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004) também se reportam a Ponte para conceituar a Investigações Matemáticas no trabalho empreendido. Os autores também se reportam a Ponte (2003) para compreenderem o que diferencia uma tarefa investigativa de outros tipos de tarefas matemáticas.

Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 29) definem aulas investigativas como sendo

aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. [...] Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a

atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática.

Com relação aos autores referenciados que teorizam sobre outras áreas do conhecimento, mas que nas produções PDE foram tomadas como áreas que, de algum modo se articulam com a Investigação Matemática, podemos elencar Simon (1995), Lins (1999) e Skovsmose (2000).

Lins (1999) e a sua teoria dos campos semânticos, foram abordados em uma produção que teve como foco discutir os significados atribuídos pelos grupos ao enunciado escrito da atividade investigativa tendo essa teoria como suporte.

Simon (1995) é referenciado ao considerar possível construir uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem utilizando atividades de Investigações Matemáticas. Isso pressupõe pensar o trabalho investigativo de maneira mais estruturada e planejada, nas quais as tarefas são constituintes de uma sequência de ensino, não necessariamente sendo o único percurso para a aprendizagem, mas se constituindo em uma hipótese para a prática em sala de aula com a possibilidade de ser revista.

Com relação à Skovsmose (2000), embora se encaixe no grupo dos autores que teorizam sobre outras áreas do conhecimento que podem se articular com a Investigação Matemática, este foi referenciado como um dos autores que discorrem sobre a Investigação Matemática. Isso pode ser compreendido quando o professor PDE afirma que “apresenta uma perspectiva de investigações matemáticas sob a ótica de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), Goldenberg (1998) e Skovsmose (2000)” (GOMES, 2012, p. 2).

Passaremos a uma interpretação metacompreensiva acerca do revelado nesta categoria.

4.2 Uma hermenêutica da categoria C1

A compreensão de Investigação Matemática se dá, em geral, a partir da literatura estudada, a partir daquilo que é compartilhado no ambiente escolar e, por vezes apareceu amparada no senso comum.

Amparada na literatura, a compreensão deriva da perspectiva do professor João Pedro da Ponte e, quando não eram de sua autoria ou coautoria, eram fundamentadas ou decorrentes da sua perspectiva.

Uma das compreensões manifestadas, que se aporta nessa perspectiva é que a Investigação Matemática se constitui em tarefas matemáticas que assumem o estilo conjectura-teste-demonstração e permitem encontrar regularidades, refletir sobre as questões, testar, justificar, identificar propriedades e generalizar conteúdos, descobrir padrões e desvendar fórmulas.

Ainda amparada na perspectiva de Ponte (2003), a compreensão também se mostra no sentido de que é uma metodologia de ensino, que ocorre por meio de tarefas de Investigação Matemática. Essa compreensão é transitiva e num movimento circular, reporta-se às tarefas e as suas respectivas características.

Em síntese, há uma compreensão operacional em termos do trabalho com a Investigação Matemática e não uma compreensão epistêmica explícita. Isso é aceitável, uma vez que a teoria a compreende desse modo. Ressaltamos que ao compreendermos determinado objeto sempre há uma compreensão epistêmica, entretanto, por vezes, não se sabe da sua existência e em geral é ingênua, dogmática.

Ao compreender as tarefas de Investigação Matemática como tarefas exploratórias, não se tem uma compreensão equivocada, uma vez que é possível empreender uma Investigação Matemática sob esse tipo de tarefa, que, aliás, parece-nos mais rotineiro em atividades práticas, porém não pode ser exclusividade, haja vista a existência da possibilidade das tarefas investigativas fazerem parte do trabalho com esta tendência.

Ao compreender a Investigação Matemática como uma metodologia para a resolução de problemas e que sua ocorrência se dê a partir de determinado tema ou em torno de um problema, não estão claros ao professor PDE alguns aspectos básicos entre a Investigação Matemática, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Isso porque o desencadeamento da atividade a partir de certo tema ou problema ocorre quando se trabalha respectivamente com a Modelagem Matemática ou Resolução de Problemas.

Ainda, ao compreendê-la como uma fase de exploração ou interpretação do problema, no qual o “aluno quase sempre estabelece uma estratégia heurística” (PDE, 2007, p. 12) para resolvê-lo é imbricado nela um aspecto bem característico da Resolução de Problemas, a saber, estabelecer uma estratégia heurística para resolver o problema. Essa compreensão pode ter relação com a proximidade atribuída pela literatura entre a Investigação Matemática e a Resolução de

Problemas. Esta proximidade descortinou-se nos registros das produções PDE e será tratada na categoria específica.

Diante disso, revela-se que a compreensão se dá no sentido de diluir a Investigação Matemática em outras tendências, como parte dos encaminhamentos metodológicos destas.

Wichnoski e Klüber (2015b, p. 73-74) chamam a atenção para isso e discorrem:

Não significa que ela se caracterize num momento de investigar a situação-problema ou no processo de desenvolver um problema. Obviamente que para resolver um problema, o ato de investigar é efetuado, no entanto esse ato é literal, no sentido de procurar conhecer o que não se sabe. Contudo, o ato de investigar enquanto ação pedagógica que averigua objetos matemáticos, o qual se refere à Investigação Matemática, possui especificidades próprias que permite caracterizá-la como uma tendência que mesmo articulada, se difere das demais.

A contextualização como parte da compreensão de Investigação Matemática revela as ideias que circulam no ambiente escolar. Há uma compreensão equivocada e um discurso, compartilhado pela maioria dos professores de que o ensino ocorra de forma contextualizada com a realidade do aluno.

Em geral, após ter sido ensinado de maneira tradicional, há um indício de que o trabalho do professor em sala se dá desse modo. Primeiramente explica o conteúdo e posteriormente traz situações em que ele se aplica. Em certo sentido há uma tentativa de enquadrar a matemática na realidade.

Isso nos faz pensar que há uma historicidade que marca essa compreensão. De fato, conforme menciona Silva (2009) “a preocupação com a contextualização da matemática é histórica e epistemológica. Foram os próprios matemáticos que, de início, não aceitaram uma matemática desvinculada da realidade” (SILVA, 2009, p. 85).

Com isso, impregnou-se com o tempo uma mitificação de que o professor deve saber ensinar de forma contextualizada e mais que isso, “o aluno só aprende ou aprende melhor se o conteúdo for contextualizado no cotidiano deste” (SILVA, 2009, p. 31). Portanto, há um fator histórico que marca essa compreensão, inclusive nos documentos oficiais, a exemplo das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – DCNEM (BRASIL, 1998) que colocam a contextualização como um dos princípios organizadores do currículo do Ensino Médio.

Segundo Silva (2009), na busca por novos métodos de ensino emergem alguns modismos nos processos metodológicos e um deles é a contextualização. Silva (2009) afirma que “parece ser de consenso geral – e por isso se discute – a necessidade de se ensinar de forma contextualizada” (SILVA, 2009, p. 56).

Com isso, há o perigo de cair no equívoco de acreditar que o ensino contextualizado é unicamente aquele que relaciona o conteúdo a ser trabalhado com a realidade cotidiana. Ou ainda de que tudo deve ser contextualizado, caso contrário não serve para ser ensinado (SILVA, 2009).

Diante disso, emergem no mínimo dois problemas: 1) aquilo que não é fácil ou não seja possível de contextualizar, perde a necessidade de ser ensinado; 2) toda ação pedagógica inovadora deve ser contextualizada, a qual, por sua vez, nos direciona a um terceiro problema: a tentativa de o professor forçar a encaixar metodologias de ensino, que desconsideram um cenário de realidade ao contexto do cotidiano do aluno.

É falsa a ideia de que a matemática carece o tempo todo de contextualização externa. O problema, segundo Silva (2009) está no fato de não haver apenas um tipo de contexto, como se propaga entre os professores. Sobre a ideia de que a contextualização é aquela referida à realidade, ao cotidiano do aluno, Silva (2009) menciona que esta não é a única possibilidade de contextualização e afirma que “contextualizar é situar um fato dentro de uma teia de relações possíveis em que se encontram os elementos constituintes da própria relação considerada” (SILVA, 2009, p. 58). Para esse autor há diferentes formas de contextualizar o conhecimento e define algumas delas.

A primeira maneira de contextualizar é com vistas ao cotidiano do aluno, sendo esta a forma mais difundida de contextualização. Nessa maneira, a contextualização ocorre de modo a considerar elementos da realidade para a compreensão do saber matemático.

O segundo tipo de contextualização é aquele que ocorre no tempo e no espaço, ou seja, a história da matemática. Neste modo de contextualizar, mostra-se a necessidade de considerar a história da matemática não como história a ser contada, mas como elemento que permite por meio dos processos históricos a sistematização do conhecimento matemático.

O contexto da matemática pela matemática como modo de contextualização defende a ideia de que o ensino de matemática se dê amparado na própria

matemática como um “ensino formalizado e formalizando do conhecimento matemático em seu próprio âmbito” (SILVA, 2009, p 65).

O contexto da interdisciplinaridade possibilita que o conhecimento matemático seja construído no âmbito de conteúdos de outras disciplinas. Isso possibilita além da compreensão da matemática, a compreensão da sua contribuição na leitura dos diversos fenômenos naturais e sociais em que outras ciências se apresentam.

No contexto proativo, recorre-se a uma estrutura de pensamento mais elementar daquela que está sendo ensinada (uma estrutura mais elevada), enquanto que no contexto retroativo, um conceito mais complexo permite a compreensão de um conceito já conhecido.

Embora a contextualização do primeiro tipo tenha suas contribuições, ao se tratar da Investigação Matemática, é arriscado afirmar e acreditar que ela deva ocorrer de maneira contextualizada com o cotidiano. Um dos motivos que justifica esse argumento, é que ela pode ocorrer em cenários puramente matemáticos, conforme Skovsmose (2000) hipotetiza ao tratar dos cenários para investigação.

A compreensão de Investigação Matemática firmada em uma concepção do ponto de vista puramente matemático aparece nas produções PDE amparada em Flato (1994). Segundo Pedroso (2009, p. 2), a Investigação Matemática

consiste, por um lado em tentar descobrir novas relações entre objetos matemáticos já conhecidos e, por outro, em imaginar situações problemáticas, onde os objetos conhecidos já não são suficientes para formular os problemas.

Nessa forma de compreensão, a matemática é vista como ferramenta. De fato essa relação é válida, contudo, ressaltamos que a Investigação Matemática, embora qualificada e adjetivada pela matemática, quando pensada no contexto da Educação Matemática deixa de ter relações unicamente com a matemática e passa a ter também com o seu ensino.

Desse modo, a matemática coloca-se como ferramenta necessária, porém não suficiente para a Investigação Matemática, que por sua vez coloca-se como ferramenta suficiente, porém não necessária para o ensino de matemática.

Em outras palavras, a Investigação Matemática só pode ocorrer com vistas à matemática, contudo apenas matemática, não permite definir a Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática, haja vista que além da matemática, ela considera aspectos como, o ensino, a aprendizagem, a comunicação.

Nota-se que a compreensão da Investigação Matemática se mostra de forma confusa, não havendo um entendimento convergente e claro acerca do que ela efetivamente é. Isso pode estar ligado à falta de uma definição de Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática ou a falta de estudos teóricos que favoreçam a análise e reflexão.

Frente a isso, se questionarmos a forma como as ações são desenvolvidas no PDE podemos nos perguntar: há um problema teórico epistemológico com a tendência Investigação Matemática ou há uma defesa inconsequente dela como uma 'metodologia' que possibilita resolver problemas (mas não matemáticos, antes da educação, da aprendizagem)?

Ainda, manifesta-se uma compreensão situada na esfera ôntica, fundamentada no senso comum, no sentido de compreendê-la como ato ou a ação de investigar, examinar, procurar, inquirir, verificar, explorar alguma situação.

Em certo sentido, também se mostra segundo uma posição epistemológica dogmática. Isso porque, ao compreender a Investigação Matemática segundo a teoria e sobre ela não lançar reflexões que coloquem questionamentos sobre a própria teoria, está havendo uma crença de que o objeto (Investigação Matemática) está dado absolutamente. Isto revela que a concepção de conhecimento dos professores PDE, não está assentada numa reflexão sobre a relação entre o sujeito e o objeto, mas naquilo que é posto como verdade.

As várias compreensões acerca da Investigação Matemática promovem uma compreensão um tanto quanto confusa e obscura entre os professores que trabalharam com a Investigação Matemática no âmbito do PDE.

Talvez isso encontre justificativa no fato de que a falta de clareza conceitual acerca da Investigação Matemática ocorre nas próprias pesquisas que a tematizam, bem como na(s) perspectiva(s) existente(s). Reforçando esse argumento Rocha *apud* Trindade (2008) evoca que “ainda existem definições pouco claras e mesmo contraditórias a respeito de conceitos como ‘investigação matemática’ [...]” (TRINDADE, 2008, p. 45).

Nesse sentido, a compreensão acerca da Investigação Matemática carece de uma clareza de definição e da maneira como está posta nos parece circular, justificada no elemento conseguinte àquilo que se está querendo compreender. Ou seja, a compreensão é amparada na compreensão do trabalho (prática) com a Investigação Matemática.

Se pensarmos isso do ponto de vista da teoria Fleckiana (1986), nota-se que o estilo de pensamento que paira no coletivo de pensamento de Ponte alcançou o coletivo de pensamento dos professores PDE no que diz respeito à compreensão de Investigação Matemática. Nesse sentido, a compreensão amparada na literatura é coletiva e não subjetiva, com algumas exceções.

A compreensão foi marcada pela circulação intercoletiva de ideias e como explica Fleck (1986), quando isso ocorre, o coletivo exotérico¹⁹ tende a modificar a teoria de origem, porque já tem um estilo de pensamento próprio. Traduzindo em termos dos elementos que se presentificam nessa pesquisa, a teoria da Investigação Matemática na perspectiva de Ponte (teoria de origem) sofreu simplificações e modificações no contexto do PDE, uma vez que a circulação de ideias ocorreu de maneira intercoletiva, o coletivo que gira em torno das ideias de Ponte atingiu o coletivo dos professores PDE que constitui o círculo exotérico.

Note que há um coletivo no meio do caminho: o coletivo dos orientadores dos professores PDE. Esse coletivo certamente influenciou a compreensão de Investigação Matemática dos professores PDE, bem como a construção da produção didático – pedagógica e a prática. Esse fato merece atenção e deve ser investigado com mais cautela, buscando, por exemplo, compreender aspectos relacionados aos orientadores e que podem incidir diretamente sobre a formação e o trabalho final dos professores PDE. O coletivo dos orientadores PDE deve ser tematizado em pesquisa ensejando trabalhos futuros e possibilitando ampliar a compreensão acerca do programa.

Uma vez que a literatura estudada pelos professores PDE converge para um único coletivo de pensamento, o discurso teórico acerca da Investigação Matemática, como consequência desse estudo, também converge para o mesmo coletivo. No entanto, não há uma apropriação das ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), o que há é uma reprodução equivocada com variações de compreensões.

Segundo Palmer (1996) ao fazer hermenêutica, o texto se libera em relação ao seu autor e o leitor se torna autor, podendo modificar o sentido daquilo que o texto diz segundo a sua interpretação. Embora não tenha sido efetuada uma interpretação hermenêutica pelos professores PDE acerca da literatura sobre a

¹⁹ Círculo exotérico é um conceito da teoria Fleckiana (1986), formado pelos indivíduos não especialistas, com pouco domínio intelectual no campo de conhecimento em questão.

Investigação Matemática, consideramos que o argumento se faz válido uma vez que houve interpretação, porque esta é um fenômeno ontológico.

No que tange ao discurso amparado nas ideias do coletivo dos professores, a compreensão pode ter sido afetada a partir dos trabalhos desenvolvidos em sala e que sustentam a prática pedagógica desses professores.

Essa forma de compreender a prática com a Investigação Matemática decorre das ideias que circulam nesse coletivo e que certamente compreendem outros aspectos inerentes ao ensino de Matemática. Quando de posse de uma nova teoria, sem perceber a adequação ao seu estilo de pensamento e em uma releitura da teoria, teorizam de modo a (re)construir a teoria existente. Isso porque não tiveram contato direto com a o coletivo que teorizou, mas apenas com a literatura.

Ainda, quando a compreensão se dá no sentido de ser um trabalho que consiste em desenvolver fórmulas ou algoritmos em busca da solução para a situação proposta, revela-se que ela está permeada pela concepção tradicional de ensino. Provavelmente o trabalho desenvolvido em sala de aula é delineado nesse viés.

Essas compreensões que não possuem relação com a Investigação Matemática podem ser decorrentes da leitura teórica equivocada dos professores, de uma lacuna existente na teoria, da ausência de uma comunidade mais efetiva que trate desse tema, da constituição profissional do professor formador do professor PDE, entre outros.

Este último aspecto torna-se bastante significativo, uma vez que as crenças e concepções dos professores orientadores, bem como elementos da sua formação, de algum modo irão influenciar o professor PDE e conseqüentemente o seu modo de compreensão, a sua concepção e a sua prática.

Num sentido global, embora haja interpretações errôneas acerca da prática com a Investigação Matemática, nota-se que o professor PDE compreende, pelo menos teoricamente, de maneira mais clara o trabalho com a Investigação Matemática do que a própria Investigação Matemática. A compreensão incide mais sobre a operacionalização da Investigação Matemática do que sobre ela em si. Grosso modo, em tese, compreende-se melhor o trabalho em termos práticos (a partir da teoria, o processo a ser realizado), mas não se compreende claramente a perspectiva que o norteia. Contudo, ao trabalhar em sala de aula, houve certa deturpação da Investigação Matemática e o trabalho se deu em nível mínimo.

Essas compreensões são assentadas segundo uma visão objetivista, dogmática e pragmática. Nesse sentido, ou acredita-se naquilo que está teorizado, ou acredita-se naquilo que o professor de certo modo já sabe sobre a prática pedagógica, não necessariamente amparada da Investigação Matemática e avança-se sem interrogar.

A prática pedagógica com a Investigação Matemática é compreendida como a aplicação ou reconstituição dos elementos teorizados, e não como a própria teorização em construção. Aqui fizemos uma ressalva atentando-nos para o fato de que reconstituir, em certo sentido, também é construir, assim, ao reconstituir os elementos da teoria, o professor está construindo a própria teoria, no entanto esse entendimento não foi explicitado nas produções PDE.

De um modo geral, as compreensões acerca da prática com a Investigação Matemática revelam-se próximas àquilo que é posto na literatura acerca do tema. Ocorre que, ao fazer o exercício da compreensão, há uma impregnação dos conhecimentos que o sujeito traz consigo. Esses conhecimentos são construídos a partir da cultura escolar e da sociedade a qual está inserido, bem como da sua historicidade. Nesse sentido, há fatores culturais, sociais e históricos que marcam a compreensão dos professores PDE acerca da compreensão da Investigação Matemática.

A seguir apresentamos o quadro com os excertos e unidades de significados que deram origem à próxima categoria.

Quadro 11: algumas unidades de significados que compõem a categoria C2

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
O sucesso de uma investigação depende do envolvimento e do ambiente que se cria na sala de aula, o aluno precisa sentir que a atividade depende, essencialmente, da sua própria iniciativa (27:13)	Coloca o aluno como participante em atividades de Investigação Matemática, atribuindo ao seu envolvimento o sucesso da atividade. Propõe mudanças no papel do aluno no processo de ensino e aprendizagem.	em seguida os conceitos de área de regiões planas e perímetro, sempre utilizando a investigação matemática e logo após, problemas relacionados a círculo e circunferências (20:29)	Foram propostos problemas retirados da OBMEP, que contemplam os conteúdos de área e perímetro de regiões planas. A resolução ocorreu 'sempre utilizando a Investigação Matemática'
Público Alvo Sétimo Ano do Ensino Fundamental (35:6)	As unidades didáticas foram pensadas e implementadas nos níveis fundamental e médio de ensino, como atividades de intervenção.	Os alunos da 8ª série estavam iniciando o estudo sobre funções e por isso a abordagem pelo uso do GeoGebra teve que ser mais abrangente, iniciando por um estudo mais detalhado sobre as funções e só depois foram realizadas as 12 construções de gráficos (43:25)	Os conteúdos eram estudados mais detalhadamente, antes de iniciar a prática com a Investigação matemática e o geogebra. Também, antes das atividades, os conceitos a serem trabalhados eram definidos matematicamente. Isso pressupõe pensar que o professor concebe que o ensino pautado nessa tendência é frágil em detalhes, devendo ser estudado 'detalhadamente' de outra forma.
Ensino fundamental (25:5)			
Investigação Matemática para alunos da 5ª série do Ensino Fundamental (8:4)			
1ª série do curso normal de nível médio (10:4)			
Público alvo de intervenção: 2ª série do Ensino Médio (2:20)			
O curso de atualização (37:3)	A unidade didática foi pensada e implementada no modelo de curso de atualização para professores de matemática da educação básica. Revela a concepção dos autores da produção sobre o modelo de formação de professores, o qual se afina com os moldes de cursos. Acredita que o professor carece de atualização.	Coordenadas Cartesianas: São dois números que indicam a localização de um ponto no plano cartesiano (9:37)	Assume a perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira para empreender a prática de Investigação Matemática
Investigação matemática; capacitação de professores (51:1)			
implementação pedagógica proposta é um curso para professores sobre a abordagem metodológica Investigação Matemática (29:9)			
Neste artigo são apresentados os resultados do trabalho de investigação matemática, realizado junto aos professores (51:2)	a atividade de Investigação Matemática é introduzida a partir	e o trabalho desenvolvido segundo as fases explicitadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) (54:4)	A prática fica restrita ao manuseio do <i>software</i>
atividade de investigação matemática introduzida a partir de			

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
uma animação executada na TV Multimídia (37:1)	de animações na TV multimídia.	utilização do programa como recurso tecnológico indispensável (39:7)	
exibir um vídeo na TV Multimídia (3:53)			
foi simulado uma atividade sobre o Cálculo de Lucro Líquido de uma determinada empresa com o objetivo dos grupos executarem: a tabulação de dados, os cálculos de porcentagem e possíveis representações gráficas (36:8)	Coloca uma atividade de simulação na prática de Investigação Matemática	O que se pretende na realidade é alterar essa rotina de trabalho (que em alguns momentos poderá ser utilizada), tirando o aluno do papel de expectador (4:15)	Há momentos em que a aula deixa de ser investigativa e passa a ser conduzida de forma tradicional
é necessário que os alunos já dominem o assunto de Análise Combinatória (2:15)	A concepção da Investigação Matemática é como atividade de aplicação dos conceitos já sabidos	Traduzir um problema por meio de uma equação (12:62)	O objetivo da tarefa era traduzir matematicamente um problema em linguagem matemática
Essa tarefa também pretende introduzir o algoritmo para encontrar o MDC (49:20)	Compreender atividade de Investigação Matemática, como possibilitadoras de estratégias de resolução e de ensinar algoritmos	Resolverão exercícios que envolvam conceitos geométricos (11:31)	A prática assume um caráter tradicional, dada a estrutura das tarefas propostas, que destoam de tarefas de Investigação Matemática. concebe a possibilidade de se trabalhar investigativamente por meio de exercícios.
R: 18 446 744 073 709 551 615 movimentos (25:27)	O jogo não cumpriu seu papel de ensinar matemática, uma vez que encontrou-se a resposta apenas.	Determine os zeros ou raiz das funções (9:41)	
o primeiro destinado a discussão baseada em teorias que abordam investigação matemática (29:14)	O curso inicia com a discussão teórica acerca das investigações matemáticas	além das atividades de investigação, foram trabalhados problemas, exercícios (47:80)	
Neste encontro fizemos a leitura e reflexão do texto sobre o perfil do Professor Investigador (52:18)	Buscam na teoria elementos que dizem da postura a ser assumida pelo professor ao se trabalhar com a Investigação Matemática	Procurou-se mostrar a estes alunos algumas aplicações de conceitos matemáticos já estudados (1:47)	Concebe o trabalho pautado na Investigação Matemática como aplicação de conceitos aprendidos
O foco desse trabalho será a investigação matemática, em que, por meio da exploração de idéias simples, os vários	A Investigação Matemática consiste em explorar ideias simples a partir de exemplos modelos	Outra dificuldade na realização das atividades de construção dos Tangrams e da investigação proposta nestas	Atribui uma das dificuldades ao se trabalhar com a Investigação Matemática a construção de registros

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
exemplos/modelos propostos (11:49)		atividades foi quanto ao registro escrito dos alunos (65:10)	escritos, por parte dos alunos
Trace as estratégias para resolver o problema (66:4)	Coloca a Investigação Matemática como estratégia de resolução de problemas		
pois eles apresentavam insegurança e dificuldades para entender o que estava sendo proposto no momento, mesmo assim foi observado que eles apresentavam preocupações com o trabalho em desenvolvimento (42:29)	Há certa insegurança e dificuldades por parte dos alunos ao trabalhar com a Investigação Matemática.	Observou-se que os alunos tiveram certa dificuldade em expressar suas ideias, tanto oralmente, quanto na forma escrita (45:20)	Os alunos não estão acostumados a expressar suas ideias, o que se coloca como uma das dificuldades no trabalho investigativo
Ele consiste em atividades de exploração e reconhecimento do <i>software</i> GeoGebra que serão introduzidas com uma apresentação de slides seguidas da realização das tarefas (5:7)	Coloca o primeiro momento da prática voltado para a exploração e reconhecimento do <i>software</i>	Produção de relatórios (36:19)	O registro escrito foi assumido como uma fase separada de todo o processo, havendo uma produção de relatórios ao final da atividade
ATIVIDADE 1 – Familiarização com o GeoGebra (16:25; 34:19)		Este é o momento oportuno para o professor introduzir o conteúdo de porcentagem, regra de três simples e noções de probabilidade (25:35)	Algumas possibilidades de conteúdos apareceram durante o jogo
Tempo estimado: 1 aula (19:19; 19:25; 19:31)	Pré-determina o tempo de duração de cada atividade	ele rapidinho dava a resposta (46:26)	Busca por respostas frente às atividades
Número de aulas: 2 (4:26)			
Em alguns casos os enunciados das atividades foram reformulados com o intuito de torná-los menos diretos e mais propícios ao trabalho investigativo. Sendo assim, a sequência das atividades obedece a um grau crescente de Dificuldade (66:12)	Algumas atividades tiveram o enunciado reformulado e foram dispostas num grau crescente de dificuldade	Neste sentido, foi realizado um curso de capacitação para professores da Educação Básica, dividido em duas partes, uma parte para discussão e dinâmicas de grupo e uma segunda parte em que os professores fizeram	O curso proposto pela unidade possui uma estrutura que se divide em discussões teóricas, dinâmicas de atividades e aplicação de atividades em sala de aula

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
o trabalho a ser desenvolvido será a resolução de problemas da OBMEP (20:28)	a resolução de uma sequência de problemas como atividade de Investigação Matemática	aplicação de atividades investigativas em suas salas de aula (59:1)	
As atividades serão de caráter investigativo (7:13)	As tarefas são do tipo investigativas, exploratório-investigativas e exploratórias	aplicação dos conceitos geométricos, realizando tarefas de cunho exploratório (11:28)	As tarefas são exploratórias e possibilitam a aplicação de conceitos geométricos
Tarefas investigativas (12:5; 13:1; 18:8; 19:12; 25:11; 27:5; 28:1)		A primeira atividade desenvolvida no 8º ano teve por objetivo suscitar o espírito de pesquisa nos estudantes, por meio da busca de dados referentes à História da Álgebra e conceitos algébricos em livros didáticos e na internet. Teve também por intuito despertar o interesse pelo conteúdo e propiciar momentos de troca de ideias entre os estudantes (64:29)	Concebe tarefas de Investigação Matemática como tarefas que possibilitam a pesquisa. imbrica-se a história da matemática a título de curiosidade.
Tarefa investigativa jogo ponto a ponto (25:30)			
Tarefa investigativa torre da hanói (25:25)			
Tarefas exploratório-investigativas (8:36; 12:47; 13:54; 14:54; 14:64; 15:44; 15:46; 28:37)			
Tarefas exploratórias (6:25; 27:34; 27:53)			
Um triângulo pode ter quantos ângulos obtusos? (26:22)	Encaminhamento direto		
Esta produção didático-pedagógica apresenta uma metodologia que leva os alunos às investigações e às explorações geométricas no Tangram, com o auxílio do <i>software</i> Geogebra (26:5)	A prática se assenta na exploração de propriedades do tangram com o auxílio das tecnologias	Essa atividade tinha por objetivo promover a familiarização com as principais funções do <i>software</i> Geogebra (47:39)	Atividade voltada para explorar as ferramentas do <i>software</i>
Adaptado de RIBEIRO, Flávia Dias. Jogos e Modelagem na Educação Matemática. São Paulo: Saraiva, 2009. 124 p. (25:30)	As tarefas propostas foram adaptadas de tarefas de Modelagem Matemática	A realização de investigações possibilita levar o aluno a indagar, discutir e estabelecer relações no campo da Geometria (50:6)	coloca as tarefas de Investigação Matemática como propícias à geometria
seguida das tarefas investigativas a partir da resolução de problemas oriundos do Banco de Questões de	Há a presença de tarefas investigativas em provas da OBMEP e do PROFMAT	Essa atividade tinha como objetivos principais a familiarização dos alunos com	Abre margem para a possibilidade de explorar o <i>software</i> por meio da

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
OBMEP 2010 e provas do PROFMAT (52:21)		o <i>software</i> e exploração de algumas ferramentas, sem deixar de lado as investigações matemáticas (50:18)	Investigação Matemática
A primeira atividade aborda a história dos números inteiros (67:10)	Interlocução entre a história da matemática e a Investigação Matemática		
O estudo teve como objetivo explorar métodos e ferramentas tecnológicas que favorecessem o uso do laboratório do Paraná Digital nas aulas de Matemática e possibilitassem a aprendizagem de conceitos geométricos pela investigação matemática (50:1)	Coloca como objetivo a exploração das tecnologias digitais por meio da Investigação Matemática	Na elaboração do material didático foram planejadas treze atividades de investigações geométricas, sendo que a primeira tinha por objetivo a familiarização com a nova metodologia (47:22)	Concebe a ideia de familiarizar os alunos com a Investigação Matemática antes de iniciar a prática. Ainda, acredita que essa familiarização é possível de acontecer com uma atividade
A preparação e aplicação de atividades desse tipo não são simples e por essa causa são raramente empregadas pelos professores (49:6)	Há certa complexidade em elaborar e empreender práticas pautadas na Investigação Matemática, atribuindo a isso um dos motivos de sua não utilização em sala	Na condução desta atividade, a princípio eu estava bastante apreensiva e insegura, com receio de não saber responder as perguntas em relação aos aplicativos do <i>software</i> ou não conseguir manter a atenção dos alunos no trabalho investigativo (50:23)	A preocupação está em não saber sobre o <i>software</i> e não em não saber sobre a Investigação Matemática. o uso de tecnologias coloca uma 'dificuldade a mais' nesse tipo de trabalho
o tempo disponível para a realização das atividades (50:10)	Coloca o tempo como um aspecto significativo que impossibilita o uso das investigações matemáticas em sala de aula		
cada atividade requer um número de aulas significativas (33:28)			
Mínimo Múltiplo Comum (42:4)	Conteúdos abordados nas tarefas de Investigação Matemática	Expressões numéricas (27:57)	Conteúdos abordados nas tarefas de Investigação Matemática
Números naturais (8:8)		Taxa de variação (53:12)	
Relação de Euler (7:49)		Produtos notáveis (48:4)	
Área (28:33)		Função linear (3:48)	
Números pares e ímpares (27:30)		Números reais (24:15)	
Números primos (8:9)		Polinômios (48:5)	
Função afim (53:14)		Conceituar e construir o gráfico da função quadrática, estabelecendo uma relação entre a concavidade de uma	
Perímetro (13:50)			
Probabilidade e estatística (2:3)			
Teorema de Pitágoras (47:42)			

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
Divisibilidade (25:22)		parábola e seus coeficientes (9:22)	
Teoria dos conjuntos (4:6)		Operações com números reais: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação (24:16)	
O objetivo central é verificar a contribuição dessa metodologia para o processo ensino e aprendizagem tomando como conteúdo as noções básicas da Geometria Fractal (14:5)			
O papel do professor nas investigações matemáticas é determinante (45:7)	Colo a professor como sujeito importante no trabalho com a Investigação Matemática	Os alunos não estão habituados a esse tipo de encaminhamento (3:24)	A falta de hábito por parte dos alunos com relação a esse tipo de trabalho
Neste contexto, o professor tem um papel determinante no levantamento de propostas de investigação e na condução de aulas que privilegiam tarefas investigativas (64:5)	Coloca a postura do professor como algo determinante em atividades com a Investigação Matemática	Para tanto, o professor deve conhecer profundamente os conteúdos matemáticos (45:9)	o professor deve saber matemática de forma ampla. Coloca a formação matemática do professor como um elemento importante nesse tipo de trabalho
ao papel do professor, pois cabe a ele ajudar o aluno a compreender o significado de investigar e como fazê-lo (3:20)	Coloca como tarefa do professor ensinar os alunos a investigar, bem como a forma como fazer isso.	Investigação Matemática, por ser uma metodologia onde há a participação efetiva do aluno na realização das atividades (15:6)	O aluno é visto como participante que efetiva a prática proposta. O seu envolvimento e iniciativa perante as tarefas são fatores essenciais para a realização da atividade de Investigação Matemática
ajudar o aluno a compreender o significado de investigar (12:13)		consideraram a importância dos envolvimento dos alunos (19:8)	
cabendo-lhe ajudar o aluno a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo (47:11)		ter iniciativa, pois as tarefas dependem deles (12:26)	
		O envolvimento do aluno é essencial (29:34)	
É ele quem deve criar e garantir um ambiente de aprendizagem (14:34)	O professor precisa garantir um ambiente investigativo	No início os alunos podem se sentir confusos (6:13)	Inicialmente provoca confusões nos alunos
O uso dessa metodologia envolve, portanto, a participação efetiva do professor na elaboração de tarefas	Coloca o professor como sujeito que efetiva a prática da Investigação Matemática, desde	mas também na mudança de postura do professor na condução da aula (42:16)	O professor precisa mudar sua postura na forma de conduzir as aulas de Investigação

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
que despertem o interesse dos alunos (50:13)	as tarefas propostas até o trabalho em sala		Matemática
poucos são os professores de Matemática que estão preparados para utilizar as metodologias propostas nas Diretrizes Curriculares (1:22)	Há certo despreparo dos professores em relação as tendências para o ensino de matemática, particularizando a Investigação Matemática	alunos conseguiram ter uma visão diferenciada em relação ao papel do professor (54:23)	A Investigação Matemática contribui para a mudança de crenças dos alunos, que passam a ver o professor como colega de investigação
Para desenvolver esse trabalho o professor deve: Ter os objetivos bem definidos e conduzir o trabalho para Tal (11:23)	Retira o caráter imprevisível da Investigação Matemática, de forma que o professor faça na prática aquilo que tem planejado	é uma ação específica do aluno e o desenvolvimento da atividade depende da sua iniciativa (14:27)	As atividades de Investigação Matemática é uma ação que depende especificamente do aluno
Considerando-se que o professor possui um papel muito importante no processo educativo, suas atitudes em relação às atividades de investigação matemática, seu conhecimento profissional sobre essas atividades, a importância que atribui a elas, o estilo e condução do trabalho, influenciam no sucesso da metodologia em termos do envolvimento dos estudantes (54:4)	O conhecimento do professor acerca da Investigação Matemática e a sua postura profissional influenciam nos resultados do trabalho nessa perspectiva	Os resultados Indicaram que o desenvolvimento de atividades matemáticas na forma de tarefa investigativa, provocou mudanças nas crenças dos alunos a respeito da ciência matemática, do seu ensino e aprendizagem e sua maneira de se apropriar do conhecimento. (38:1)	A Investigação Matemática contribui para a quebra de concepções acerca do ensino de matemática e do papel que os alunos e professores assumem no processo de ensino e aprendizagem
Para uma mesma atividade existem várias possibilidades de chegar a uma mesma conclusão, esse parece ser o maior obstáculo à implementação dessa metodologia (46:42)	A pluralidade existente em tarefas de Investigação Matemática é visto como um obstáculo para o trabalho com essa tendência	a produção do relatório pelos alunos e algumas vezes a indisciplina (50:12) Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) preconizam com clareza as atividades investigativas (8:13)	A produção de relatórios e a indisciplina são algumas das dificuldades encontradas Coloca nos documentos oficiais os motivos que sustentam o trabalho com a Investigação Matemática
cultura dentre os professores e alunos na execução dessas atividades (51:45)	Não há uma cultura investigativa entre professores e alunos e isso dificulta a incursão dessa tendência na escola	Porém, não seria possível tratar toda a matemática através dela (51:44)	O currículo é visto como elemento que impede que a Investigação Matemática adentre na escola

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
Porém, é necessário que este método seja mais utilizado para que alunos e professores mudem sua forma de perceber e trabalhar com a Matemática (41:37)	Antes de se trabalhar com a Investigação Matemática é necessária mudanças na concepção acerca do ensino de matemática	Para se utilizar essa metodologia em sala de aula, faz-se necessário uma mudança de postura do professor (52:32)	Antes de se trabalhar com a Investigação Matemática é necessária mudanças na postura do professor em sala de aula
A prática pedagógica de investigações matemáticas está sendo introduzida nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (39:18)	Coloca nos documentos oficiais a justificativa para o uso da Investigação matemática como prática pedagógica	como proposta verificar qual o papel de tarefas investigativas no processo de ensino e aprendizagem de matemática (13:3)	Assume que as tarefas investigativas possuem reflexos no processo de ensino e aprendizagem
para despertar o interesse e resistência inicial dos alunos com essa disciplina (55:25)	Desperta o interesse e também resistência dos alunos com relação à matemática	investigação matemática como possibilidade para a prática docente (29:22)	A Investigação Matemática é vista que possibilidade para a prática docente

Fonte: os autores

4.3 Categoria C2 – Sobre a Investigação Matemática em sala de aula

Esta categoria emerge das unidades de significado que explicitam aspectos relativos ao modo pelo qual a Investigação Matemática adentra o espaço da sala de aula. Diz das tarefas construídas, da prática empreendida, da postura assumida pelo professor PDE, dos sujeitos envolvidos, dos motivos para opção em trabalhar com essa tendência e dos desafios enfrentados.

Com relação às tarefas construídas, os manifestos dizem do tipo e da estrutura, da linguagem utilizada, dos conteúdos matemáticos abordados, bem como dos cenários nos quais elas se encontram.

Tendo alunos da educação básica como sujeitos participantes, as práticas ocorrem em geral nos níveis fundamental e médio de ensino como: práticas de investigação matemática utilizando-se das mídias e tecnologias (objetos virtuais de aprendizagem de matemática e *software*), práticas contextualizadas com o cotidiano, práticas utilizando-se de jogos, práticas com material manipulável, práticas com dobraduras e recortes, práticas aliadas a outras tendências e por fim, práticas com sequências de tarefas, as quais nos parecem as mais típicas em se tratando do trabalho com a Investigação Matemática.

No contexto de formação de professores, há uma distinção entre as práticas até agora mencionadas. Esta diferenciação está no objetivo que a prática possui.

Enquanto as práticas que ocorreram tendo alunos como sujeitos possuem o objetivo de ensinar matemática por meio da Investigação Matemática, as práticas voltadas para a formação de professores tem o objetivo de ensinar Investigação Matemática, isto é, o objeto de ensino é diferente, no primeiro contexto a matemática, no segundo, a Investigação Matemática.

No que tange às tarefas propostas nas produções PDE, não houve preocupação por parte dos professores em distinguir conceitualmente os termos ‘tarefa’²⁰ e ‘atividade’²¹ de modo a haver concordância com aquilo que expressam.

Todavia, para descrever aquilo que se manifesta acerca das tarefas de Investigação Matemática, entenderemos o termo tarefa “como uma expressão concreta na forma de questões, problemas, investigações, exercícios, projetos e

²⁰ Tarefa é o trabalho prescrito, e refere-se àquilo que o sujeito deve realizar.

²¹ Atividade é o trabalho efetivamente realizado, refere-se ao modo como o sujeito executa uma tarefa prescrita.

construções, nos quais os alunos se envolvem” (NCTM³², citado por OLIVEIRA, 1998) e nos reportaremos a essa ideia utilizando ‘tarefa de Investigação Matemática’ e suas variações e, por vezes, utilizaremos apenas o termo ‘tarefa’.

Em geral, manifesta-se que as tarefas foram organizadas em uma sequência que sucede a situação inicial proposta para disparar a prática. Essas sequências são compostas por tarefas criadas pelo próprio professor, adaptadas de uma versão inicial, que poderia inclusive não ser uma versão investigativa e, em alguns casos, compostas por tarefas elaboradas por terceiros, sem modificações.

A quantidade de tarefas contidas em cada sequência mostra-se consideravelmente elevada em algumas produções, em torno de oito a onze, dadas as possibilidades de exploração que se abrem se a tarefa, de fato, for de Investigação Matemática. Contudo, esse número é bem variado, havendo produções com duas tarefas. Algumas sequências eram dispostas em nível crescente de dificuldade, segundo a classificação do professor que a elaborou.

Particularizando as tarefas que foram propostas e assumindo que há diferentes tipos de tarefas matemáticas vigentes em sala de aula, a saber, exercícios, problemas, tarefas de investigação, de exploração, de modelação, de logicismo, entre outros, percebe-se que elas carregam traços dos tipos de tarefas supracitados e não necessariamente possuem características de apenas um tipo. Uma atipicidade manifestada foi que uma das sequências era composta apenas por problemas.

Para uma melhor compreensão, separamos as tarefas que emergiram nas produções PDE de modo a classificá-las de acordo com a concepção de autores como Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), em tarefas exploratórias (possuem uma estrutura aberta, com informações e encaminhamentos que indicam como proceder), tarefas investigativas (possuem uma estrutura aberta com poucas informações e sem encaminhamentos que indicam como proceder) e tarefas que não se caracterizam como de Investigação Matemática (exercício, problemas, modelação, logicismo).

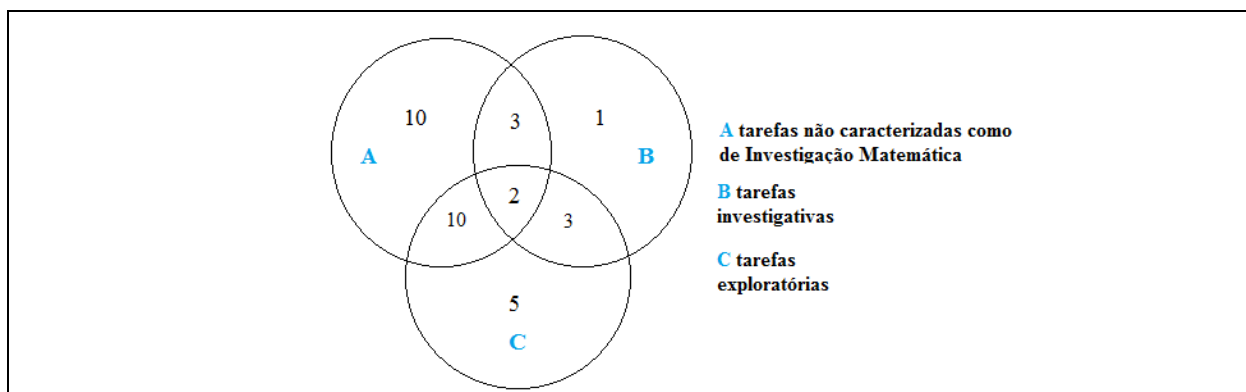
Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004) utilizam a expressão ‘tarefas exploratório-investigativas’ para tarefas que não apresentam uma distinção clara entre as duas últimas formas de tarefas acima referidas. Contudo, esse modo de adjetivar as tarefas de Investigação Matemática não será assumido neste trabalho,

haja vista que consideramos que uma tarefa não pode ser estruturada de modo a abranger características de tarefas exploratórias e investigativas simultaneamente.

Para uma sistematização resumida e sintética, traduzimos em dados quantitativos, algumas observações (ocorrência dos tipos de tarefas), que possuem o papel de apenas elucidar os aspectos manifestados, conforme esquematizado abaixo. Ressaltamos que o quadro traduz a ocorrência em termos de produções e não em termos das tarefas contidas nas produções.

Por exemplo, uma produção que contenha mais tarefas investigativas do que exploratórias, está contabilizada no grupo das produções que contemplam tarefas exploratórias e investigativas, embora possa ser caracterizada mais fortemente como uma produção constituída de tarefas investigativas.

Figura 3: esquema de tarefas exploratórias e investigativas



Fonte: os autores

Frente a isso, descortina-se uma heterogeneidade nas tarefas propostas, haja vista que uma parte significativa de produções contemplou mais de um tipo de tarefa matemática, a saber, dezoito produções.

Dessas dezoito (18) produções, três (3) foram estruturadas de forma a considerar tarefas investigativas e tarefas sem características da Investigação Matemática. Três (3) consideraram tarefas investigativas e exploratórias. Duas (2) produções consideraram tarefas investigativas, tarefas exploratórias e tarefas sem características da Investigação Matemática. Dez (10) produções são compostas por tarefas exploratórias e tarefas sem características da Investigação Matemática e dez (10) produções se mostraram totalmente estruturadas com tarefas que não se caracterizam como de Investigação Matemática.

Ao que concerne às tarefas que se caracterizam como de Investigação Matemática, apenas nove (9) produções as explicitam integralmente, sendo cinco (5) com tarefas exploratórias, uma (1) com tarefas investigativas e três (3) com tarefas exploratórias e investigativas.

No tocante as tarefas que não se caracterizam como de Investigação Matemática, a estrutura enunciativa fechada, com o enunciado diretivo, do tipo ‘encontre a área da figura’ ou ‘determine os zeros ou raiz das funções’, foi um dos fatores que corroborou fortemente para essa não caracterização. Em geral as tarefas são problemas e exercícios, que requerem uma resposta única.

Ressaltamos que em algumas dessas tarefas a situação inicial é aberta, havendo a possibilidade de investigar, porém os encaminhamentos são diretivos e assumem características de um exercício referente à situação inicial.

Outro manifesto é o registro de tarefas que requerem os conteúdos matemáticos como ferramentas para as suas respectivas resoluções. Por exemplo, ao desejar abordar o conteúdo de funções, as tarefas propostas são trazidas como exercícios de fixação, memorização do estudado.

Ainda, houve registro de tarefas que, além de não se caracterizarem como de Investigação Matemática, não se caracterizam como tarefas matemáticas, como por exemplo, jogo de adivinhações, tarefas que exploram os *softwares* e os jogos utilizados, tarefas que propõem a construção de protótipos, cartazes e questionários, bem como tarefas de pesquisa e de manipulação de materiais.

Algumas tarefas foram retiradas do banco de questões do ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio, da OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Embora haja algumas tarefas de Investigação Matemática nesses bancos, algumas das selecionadas pelos professores PDE não contemplaram o caráter investigativo.

Com relação às tarefas que se mostraram investigativas, estas aparecem integralmente em apenas uma das produções. Nesta produção, o conteúdo é voltado para a formação de professores pautada na Investigação Matemática. Para isso as tarefas investigativas são retiradas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). E aparecem parcialmente em mais treze produções, misturadas com os demais tipos.

Ao que diz respeito às tarefas exploratórias, elas aparecem compondo integralmente cinco (5) produções e em quinze (15) produções misturadas com os

demais tipos. Nas produções que elas aparecem, nota-se uma tentativa de adaptação e ou elaboração por parte do professor. Nessa tentativa, por vezes, as tarefas adaptadas apenas camuflaram o tradicionalismo de ensino ou destoavam das características das tarefas de Investigação Matemática, como por exemplo, contextualizar o enunciado e modelar matematicamente uma situação-problema.

Em geral, as tarefas do tipo exploratórias possuem características similares. Priorizam a percepção de padrões e regularidades, buscam a generalização e estão voltadas para o momento de exploração e formulação de conjecturas. Frente a isso, em termos práticos proporcionam a exploração, observação, comparação, verificação. Em menor ocorrência aparecem tarefas que buscam a demonstração de algum resultado matemático e outras que possibilitam a busca de um conceito referente a algum objeto matemático.

Ao que concerne especificamente às tarefas que integral ou parcialmente preservaram características da Investigação Matemática e buscando relações com os cenários de investigação de Skovsmose (2000), estas ocorrem em todos eles, com maior veemência no cenário matemático.

As tarefas que se apresentam num cenário real ou semi-real, em algum momento perdem as características de uma tarefa de Investigação Matemática e geralmente tendem a se parecer com tarefas de outras tendências como a Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

Frente aos manifestos explicitados, revela-se que as tarefas propostas oscilam entre tarefas de investigação, tarefas de exploração, tarefas tradicionais e problemas, ficando mais ao nível das tarefas de exploração, as quais são entendidas por Ponte (2003) como tarefas abertas e fáceis.

Considerando ainda as tarefas que integral ou parcialmente preservaram características da Investigação Matemática, aparecem com maior ocorrência as tarefas de investigação geométrica, posteriormente investigações numéricas e em estatísticas, e em menor número outros tipos de investigação, como por exemplo, investigações algébricas. Ressaltamos que a compreensão acerca do que é uma tarefa de investigação geométrica, investigação numérica, investigação em estatística e investigação algébrica é uma compreensão particular dos autores deste trabalho, em fase de teorização, decorrente das leituras e estudos face à Investigação Matemática.

A geometria parece ser uma área particularmente propícia à realização de tarefas de Investigação Matemática, particularmente com vistas a abordar conteúdos algébricos, uma vez que houve um número significativo de tarefas de Investigação Geométrica, que tinham por objetivo abordar conteúdos algébricos.

Um exemplo dessa conexão entre geometria e álgebra pode ser visto em tarefas que reescreviam uma sequência numérica por meio de figuras geométricas, na qual o valor absoluto do número corresponde ao número de vértices da figura. Essas sequências trabalhavam com números, conhecido como números figurativos (os números triangulares (triângulo), números quadrados (quadrado) entre outros).

As tarefas também se mostram diversificadas com relação aos conteúdos matemáticos abordados, abrangendo com maior ênfase os conteúdos específicos do conteúdo estruturante 'números e álgebra'. Para maior clareza ao leitor e também para maior facilidade das análises, elencamos todos os conteúdos abordados e dividimos de acordo com os conteúdos estruturantes, segundo as DCE/PR ao qual se inserem, conforme o quadro treze abaixo.

Quadro 12: conteúdos abordados nas tarefas propostas

Conteúdos estruturantes	Conteúdos específicos
Números e álgebra	conjuntos numéricos
	tabuada
	critérios de divisibilidade
	divisão exata e não exata
	potenciação e radiciação.
	números figurativos
	múltiplos e divisores
	regra de três simples
	ideia intuitiva de incógnita e variável
	números compostos
	sistema de numeração decimal
	crivo de eratóstenes
	números pares e ímpares
	proporcionalidade (proporção áurea)
	mínimo múltiplo comum
	máximo divisor comum
	operações fundamentais
expressões numéricas	
polinômios	
sequências numéricas	
sistemas lineares (otimização linear)	
Grandezas e medidas	medidas derivadas (perímetro, área e volume)
	razões trigonométricas no triângulo retângulo
	geometria plana (ponto, reta, plano cartesiano, teorema de pitágoras)
	geometria espacial (paralelepípedo, cilindro, cone, pirâmide de base

		regular)
Geometrias		geometria plana (ponto, reta, plano cartesiano, teorema de pitágoras)
		geometria espacial (paralelepípedo, cilindro, cone, pirâmide de base regular)
Funções		funções 1 e 2 grau
		progressão aritmética
		progressão geométrica
Tratamento da informação		noções de probabilidade
		estatística
		análise combinatória
		princípio fundamental da contagem

Fonte: os autores

Ainda, em uma releitura, nos parece que nas produções que contemplaram os conteúdos de números e álgebra, a prática ocorreu de forma mais próxima daquilo que entendemos por Investigação Matemática. Em geral, essas tarefas se inserem num cenário puramente matemático.

Em síntese, se considerarmos individualmente cada tarefa proposta, há a ocorrência de tarefas que se caracterizam como de Investigação Matemática, contemplando uma variedade nos conteúdos matemáticos abordados. No entanto, o que acontece é que, como em geral, o que se propunha era uma sequência de tarefas e acabava-se por misturar tarefas de Investigação Matemática com os demais tipos de tarefas matemáticas.

Isto, talvez, seja um fator determinante na prática empreendida e provavelmente vai acarretar na perda de alguns aspectos da Investigação Matemática. Em busca de respostas para isso que tem se mostrado nas produções analisadas passamos para o que se mostra da prática empreendida pelo professor PDE.

As práticas de Investigação Matemática foram empreendidas utilizando-se das mídias e tecnologias (objetos virtuais de aprendizagem de matemática e *software*), de jogos, de material manipulável, de dobraduras e recortes. Práticas contextualizadas com o cotidiano, aliadas a outras tendências e por fim, práticas com sequências de tarefas, as quais nos parecem as mais típicas em se tratando da Investigação Matemática.

Ao que concerne às práticas de Investigação Matemática que se utilizaram das mídias tecnológicas, estas ocorrem fazendo o uso da TV multimídia²² ou o uso do *software* GeoGebra²³.

No que tange a TV multimídia, seu uso se deu no sentido de disparar a atividade por meio de vídeos, imagens e animações gráficas e posteriormente são sugeridas tarefas de Investigação Matemática para dar continuidade à atividade. Não há interação por parte do aluno, apenas a exposição na TV da situação a ser investigada.

Estas tarefas mostraram-se como sequência de questionamentos acerca do que foi exibido na TV multimídia e como explorações de outras situações. Algumas vezes, o material exibido na TV multimídia abordava uma imagem estática.

Especificamente em uma produção, a animação exibida diz respeito a um evento físico (o enchimento de um recipiente como o passar do tempo) e a tarefa proposta direciona a traduzir matematicamente esse fenômeno. Esse modo de conduzir uma atividade está mais ligado à Modelagem Matemática ou Resolução de Problemas do que a Investigação Matemática e mesmo assim continua a ser expositivo, ainda que se façam perguntas sobre o visto.

No que diz respeito ao uso de *software* como ferramenta mediadora em práticas de Investigação Matemática, o GeoGebra apareceu de maneira unanime nas produções por ser disponibilizado gratuitamente e conforme relatado nas produções, geralmente é o *software* disponível nas máquinas das escolas. Algumas práticas ocorreram em sua totalidade com o *software* e outras conjuntamente a construções de protótipos, como dobraduras e recortes.

Geralmente os conteúdos abordados nas práticas que se utilizam desse *software* estão relacionados à geometria plana e geometria fractal. Isso se deva ao fato de que esse *software* proporciona ao usuário estabelecer relações e movimentos nas construções feitas. Outro fato, é que possui todas as ferramentas

²² trata-se de um televisor de “29 polegadas com entradas para VHS, DVD, cartão de memória, pendrive saídas para caixas de som e projetor de multimídia”. Por meio dessa TV é possível levar para sala objetos de aprendizagem produzidos em outras mídias como: computador, filmadoras, máquinas fotográficas, e em diversas plataformas. Considerando as mais variadas tecnologias presentes na escola, essa será especialmente relevante, pois o ambiente de apoio à aprendizagem se expande para além dos microcomputadores, DVD-players, projetores multimídias, retroprojetores, etc. (PARANÁ, 2007, p. 3).




²³ disponibilizado na rede mundial de computadores no endereço eletrônico do site <http://www.geogebra.org/cms/>. Esse programa pode ser livremente utilizado. Trata-se de um programa de matemática interativa com construções que permitem ao usuário estabelecer relações e movimentos, reunindo recursos de geometria, álgebra e cálculo.

tradicionais de um *software* de geometria, correspondentes aos entes geométricos primitivos como pontos, retas e plano. O seu uso apareceu nas produções que manifestaram como objetivo a articulação entre conteúdos matemáticos, como por exemplo, geometria, álgebra e aritmética, ou ainda funções e geometria.

A sequência de tarefas propostas para as práticas com o uso de *software* é estruturada de forma que as primeiras tarefas tem o objetivo de familiarização com as suas ferramentas e as tarefas posteriores dizem respeito à Investigação Matemática propriamente dita.

Mesmo que essas tarefas de certo modo façam menção a alguns conceitos matemáticos, estes não são abordados do ponto de vista do seu ensino, o que ocorre é uma sequência com encaminhamentos técnicos. Exemplificamos na figura quatro, uma tarefa que faz parte de uma atividade de Investigação Matemática, mas que tinha o objetivo de familiarização com o *software*.

Figura 4: exemplo de atividade de familiarização com o *software*

- 1- Abra um arquivo novo.
- 2- Para esta atividade, não utilizaremos a *Janela de Álgebra* e o *Eixo*.
- 3- Selecione a opção *Segmento definido por dois pontos*  e construa o segmento AB.
- 4- Caso não esteja aparecendo o rótulo do segmento clique com o lado direito do mouse sobre ele e selecione a opção *Exibir rótulo*. Você terá então, o segmento a.
- 5- Marque o ponto médio deste segmento. Selecione a opção *Ponto médio ou centro*  e clique nos pontos A e B.
- 6- Trace uma reta perpendicular ao segmento AB, passando pelo ponto médio C. Selecione a ferramenta *Reta perpendicular* , clique no segmento e no ponto C.
- 7- Selecione o botão *Mover* e mova os pontos.

Fonte: os autores

A sequência da tarefa proposta faz menção a vários objetos matemáticos como reta, reta perpendicular, segmento, ponto, ponto médio. No entanto ao empreender a prática, não há indícios de que eles foram abordados do ponto de vista do seu ensino. Isto é, não foram investigados e explorados a ponto de o professor trazer para a discussão o conceito e propriedades matemáticas. Grosso modo, eles estão ali, mas passam despercebidos na prática, pois o objetivo neste momento é conhecer as ferramentas do *software*.

Em todas as produções que fizeram uso de *software*, a prática ocorre sob essa estrutura. Isso acaba colocando a atenção do aluno na memorização das

ferramentas do software e pode destoar do objetivo central que é ensinar matemática por meio ou com a Investigação Matemática.

Após essa fase de familiarização, as próximas tarefas propunham a construção de figuras, gráficos, representações geométricas que compunham as situações a serem investigadas. Devido à falta de habilidade por parte dos alunos e, por vezes, por parte do professor, esta fase demandava um tempo significativo e fez com que a maior parte do tempo fosse gasta com a construção do objeto ou da situação a ser investigada e em alguns casos o tempo todo foi gasto para isso, uma vez que, em se tratando do projeto PDE, havia um tempo pré-estabelecido para a realização da prática.

Desse modo, na maior parte das práticas, o trabalho mais intenso foi realizado no momento da construção e não da investigação matemática sobre o construído.

Nos casos em que foi possível chegar à fase de investigar matematicamente a situação construída, essa ação foi apressada, uma vez que o tempo restante não era suficiente para que os alunos efetivamente ‘amadurecessem na atividade’ a ponto de criar conjecturas, testá-las e justificá-las, conforme a teoria investigativa propõe. Ou seja, o tempo gasto com a familiarização do *software* não permitiu ao professor dispor de tempo para, junto a seus alunos, efetivamente desenvolver uma tarefa investigativa.

Quando houve uma retomada da situação, esta ocorria de uma aula para outra, separadas por um período de tempo relativamente grande, o que fazia com que os alunos perdessem motivação, envolvimento e informações, perdendo em qualidade conforme destacou a professora PDE Sella (2008).

Ainda, embora o objetivo fosse transitar e construir relações entre diferentes registros matemáticos, essa transição ocorreu de maneira pontual. Aqui o fator determinante é a postura assumida pelo professor, uma vez que as tarefas davam alguma abertura para isso.

De modo geral, o *software* GeoGebra é apresentado como uma ferramenta que corrobora para o sucesso de práticas de ensino, em particular, com práticas pautadas na Investigação Matemática, pois tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. É

mais um instrumento que pode oferecer a oportunidade de dinamizar e consolidar o trabalho pedagógico em matemática.

Com relação às práticas que ocorreram contextualizadas com o cotidiano, destacam-se práticas de pesquisa, coleta e tabulação de dados. Comumente ocorrem de maneira a expor o conteúdo com explicações, exemplos e atividades de fixação dos conceitos estudados, para depois efetivar uma ‘prática diferenciada’, a qual é concebida como uma atividade de Investigação Matemática.

Isso se evidencia, quando um professor PDE relata: “esta atividade promove aos alunos uma contextualização maior sobre o conteúdo visto em sala de aula e as situações reais vividas em seu cotidiano” (SASDELLI, 2012, p. 11).

Já no momento entendido como prática com a Investigação Matemática, para a introdução da atividade, o professor PDE propõe um tema e sobre ele algumas questões com o intuito de despertar nos alunos o interesse pelo assunto proposto. Em alguns casos o tema é traduzido em linguagem matemática e em outros não. Por exemplo, o tema de uma das produções era ‘Probabilidade e estatística’ e de outra ‘feira da lua’, que se refere a uma feira de rua comercial.

Propõe-se a coleta de materiais relacionados ao cotidiano por meio de pesquisas de campo, reunindo dados quantitativos ou ainda a partir de materiais que fornecem algum dado, como por exemplo, bilhetes de loterias. A postura investigativa é atribuída quando os alunos levantam os dados. A tabulação e organização dos dados são compreendidas pelo professor PDE como o momento de construir conjecturas.

A resolução de questões do ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio, que contemplam o assunto estudado seguida da aplicação de situações-problema, pesquisa de campo, tabulação dos dados levantados e efetuação dos cálculos sobre estes dados constituem-se parte das práticas.

Em menor número, houve registros da utilização de jogos em práticas de Investigação Matemática. Os jogos utilizados nessas práticas foram a ‘Torre de Hanói’²⁴ e ‘Ponto a Ponto’²⁵.

²⁴ A Torre de Hanói foi criada pelo matemático francês Edouard Anatole Lucas, em 1883 e o jogo é composto de 9 discos de tamanhos diferentes e 3 pinos, sendo que, em um dos três pinos encontram-se colocados todos os discos, dispostos do maior para o menor. O objetivo deste jogo é fazer a troca de todos os discos da haste com o menor número possível de movimentos.

²⁵ O jogo intitulado “Ponto a Ponto” é uma adaptação do jogo “Sobrou Resto!”. Seu objetivo é estimular o cálculo mental da operação de divisão.

Geralmente, assim como nas práticas que se utilizaram de *softwares*, a primeira etapa é destinada a familiarização com o material do jogo, nas quais os alunos entram em contato, experimentando-o por meio de simulações de possíveis jogadas. Também nessa fase há o reconhecimento das suas regras sendo proposto ao aluno o jogo espontâneo, sem o objetivo de ensinar matemática.

Posteriormente, o aluno passa a jogar tendo a intervenção do professor, com o objetivo de relacionar os procedimentos criados na resolução dos problemas do jogo com a conceitualização matemática.

Após isso, são propostas situações-problema referentes ao jogo, que direcionam para os conceitos matemáticos a serem trabalhados. E, por fim, o aluno retoma o jogo de forma a executar as melhores estratégias, definidas matematicamente durante a resolução das situações-problema.

Em todo o processo do jogo, ocorreu o registro dos procedimentos e cálculos utilizados e os professores compreenderam esse ato como uma forma de sistematização e formalização por meio da linguagem matemática.

Algumas práticas empreendidas com o auxílio de jogos se mostraram com características de práticas de Investigação Matemática. Outras se mostraram como práticas tradicionais que utilizaram o jogo como atividade isolada, ou seja, o conhecimento matemático não emerge do jogo, o que ocorre é um exercício do raciocínio lógico por meio dele, devido ao encaminhamento do professor.

Destacamos particularmente a prática com o jogo ‘Torre de Hanói’, como uma prática que contemplou todos os momentos do trabalho com a Investigação Matemática propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), além de trazer o conceito de P. G. (progressão geométrica) a partir da quantidade de movimentos mínimos de cada peça, tabelados. No entanto o professor PDE Lenartovicz (2012) sugere que nesta tarefa “o professor pode abordar o conceito de progressão geométrica de forma superficial” (LENARTOVICZ, 2012, p. 12).

Isso talvez se deva ao fato de que o professor buscava com essa prática generalizar matematicamente o objetivo do jogo, a saber, fazer a troca de todos os discos de uma haste à outra, com o menor número possível de movimentos.

Diante disso, nota-se a concepção de que ao ensinar, as tarefas e a prática são planejadas com um objetivo pré-determinado, enraizada na prática docente. Isso se opõe às ideias da Investigação Matemática, pois quanto mais possibilidades de

ensinar distintos objetos e conceitos matemáticos emergirem da atividade, mais rica em termos de possibilidades de ensino ela é.

Em algumas práticas os alunos confeccionaram o seu próprio jogo. Diante disso, mostra-se um aspecto negativo análogo às práticas que se utilizaram de softwares e construíram as situações a ser investigada, a saber, a maior parte da prática concentrou-se na construção do jogo. Isso fez com que o processo de investigação matemática fosse empreendido rapidamente e, portanto, de forma superficial.

Práticas de Investigação Matemática com o uso de materiais manipuláveis também foram empreendidas. Os materiais destacados nas produções são: geoplano, malhas quadriculadas, tangram, material dourado, obras de arte (telas) e embalagens de produtos industrializados, abordando, em geral, conteúdos relacionados à geometria. As atividades desenvolvidas nestas práticas são de observação, exploração e classificação de objetos segundo alguma regularidade.

Algumas práticas foram empreendidas de forma a aliar a Investigação Matemática e outras tendências que se colocam como possibilidades para o ensino de matemática. Dentre as tendências, destacaram-se a Modelagem Matemática, História da Matemática, Mídia e tecnologias e fortemente a Resolução de Problemas.

Em síntese, essas práticas não se caracterizaram como práticas de Investigação Matemática, não pela impossibilidade de aliar à Investigação Matemática a outras tendências, mas por que o entendimento que se manifesta é de que a Investigação Matemática coloca-se como ferramenta para o trabalho com as outras tendências.

No que tange às práticas puramente de Investigação Matemática, estas ocorrem apenas sobre uma sequência de tarefas e se mostraram as mais coerentes em se tratando da Investigação Matemática, embora não se efetivando totalmente sob essa tendência.

A estrutura das tarefas que foram propostas, por vezes destoou de tarefas exploratórias e investigativas. Frente a isso o que houve foi uma tentativa de fazer Investigação Matemática sobre exercícios ou problemas.

Por outro lado, as práticas que propuseram tarefas de Investigação Matemática (exploratórias ou investigativas), a postura assumida pelo professor fez com que a atividade perdesse o caráter de uma Investigação Matemática, como por

exemplo, a atividade contemplou somente a fase de exploração e observação de regularidades.

Com vistas aos aspectos que dizem particularmente da avaliação em práticas com a Investigação Matemática, o relatório escrito foi assumido como método avaliativo em todas as práticas. Outros modos de avaliar também emergiram, sendo que em algumas práticas a avaliação ocorreu durante todo o processo, em outras ocorreu no momento de socialização e em outras, além do relatório escrito, foi utilizado uma avaliação escrita individualmente, como usualmente é feito em sala.

Algumas práticas ocorreram no contexto de formação de professores e se efetivam de modo similar, exceto algumas diferenças na nomenclatura atribuída a elas, que se apresentam como 'curso para os professores' ou 'curso de capacitação para professores'. Em todas elas os encontros ocorreram em sala de aula e em ambiente virtual. O ambiente virtual é chamado de GTR²⁶ – Grupo de Estudo em Rede, na modalidade de Ensino a Distância.

O primeiro momento é destinado ao estudo teórico acerca da Investigação Matemática. Posteriormente é proposta a realização de tarefas de Investigação Matemática com debates concernentes a atividade realizada. Outro momento consiste na escolha de uma tarefa para ser aplicada em sala de aula e a produção de um relatório. Para finalizar os professores retornam ao grupo para a socialização das experiências vividas.

De modo geral, as práticas ocorreram seguindo o roteiro planejado e com objetivo de responder aos encaminhamentos propostos nas tarefas. Em outras palavras, engessada no planejamento elaborado anterior a sua implementação.

Em se tratando de uma análise da Investigação Matemática na sala de aula, o aluno e o professor, para além das tarefas e dos recursos, são importantes. Frente a isso e particularizando o aluno, este deve desempenhar uma participação efetiva não sendo possível empreender um trabalho nessa perspectiva sem a sua participação, visto que, é ele que 'faz acontecer o processo'.

Alguns professores colocam esse aspecto como um dos mais importantes no trabalho de Investigação Matemática, com registros que convergem com o seguinte fragmento "O envolvimento do aluno no processo é um aspecto forte na investigação

²⁶ é uma das atividades realizadas no PDE nas quais os professores PDE socializam seus projetos de intervenção pedagógica, bem como oportunizam formação aos professores da rede num curso de 64h, por meio do ambiente virtual de aprendizagem.

matemática. Ao demandar sua participação ativa, sua criatividade e seu envolvimento, esse tipo de atividade torna-o agente ativo na apropriação dos conceitos matemáticos” (MAZARO, 2009, p. 12).

Esse envolvimento se dá tendo em vista que, segundo o relatado pelos professores PDE, o aluno possui alguns deveres, dentre eles, destacam a interpretação da tarefa proposta e a formulação de questões a serem inqueridas.

Além dos aspectos concernentes a aprendizagem matemática, manifesta-se que a Investigação Matemática proporciona reflexos e mudanças nas crenças, concepções e postura dos alunos. No que tange as crenças sobre a matemática, desaparecem menções ao sentimento de não gostar da disciplina. Continuam fazendo alusão à quantidade de cálculos existentes na disciplina, bem como a complexidade destes, no entanto não manifestam o sentimento de não conseguir resolvê-los. No que tange às crenças sobre eles próprios como aprendizes de matemática, explicitam um aumento na confiança em relação à capacidade de aprender matemática, bem como reconhecem a necessidade do seu esforço intelectual.

A visão acerca do professor até então visto como detentor do conhecimento passou a ser de ‘colega de investigação’, que os direciona para um possível caminho e não como aquele que faz o caminho a ser seguido, desconstruindo a hegemonia do professor em sala. Contudo, alguns alunos tem a expectativa de que o professor atue em sala de aula de forma a suprir dificuldades diretamente relacionadas à compreensão do conteúdo e ressaltam a atitude do professor explicar a matéria.

Ainda que o trabalho esteja centrado no aluno, o professor é um elemento ativo e sua presença é necessária. A participação ativa se estende não somente ao empreendimento da prática, mas também na elaboração das tarefas a serem propostas, conforme relatado em uma produção: “O uso dessa metodologia envolve, portanto, a participação efetiva do professor na elaboração de tarefas que despertem o interesse dos alunos” (SURMAS, 2010, p. 12).

Essa importância atribuída ao professor pode ser constatada diante de excertos como, por exemplo, “O papel do professor nas investigações matemáticas é determinante” (45:7), Neste contexto, o professor tem um papel determinante no levantamento de propostas de investigação e na condução de aulas que privilegiam tarefas investigativas (64:5), entre outros.

É atribuído ao professor o dever de explicar aos alunos o que significa investigar, antes de iniciar a atividade. Manifesta-se, de modo um tanto quanto naturalista, que uma das possibilidades é que essa explicação ocorra por meio de exemplos, conforme relata o professor PDE Góes (2007): “o professor deve, por meio de exemplos, levar o aluno a compreender o significado de investigar” (Góes, 2007, p. 12-13).

Em suma, é dever do professor no trabalho com a Investigação Matemática, fazer com que os alunos compreendam o que é investigar; estar atento ao desenvolvimento do trabalho dos alunos, desafiando-os e estimulando-os constantemente; circular pela sala, acompanhando os grupos, procurando compreender o pensamento dos alunos, fazendo perguntas e pedindo explicações; estar preparado para possíveis conjecturas em que não havia ainda pensado, bem como para justificá-las; apoiar o trabalho dos alunos; lembrar ou fornecer algumas informações necessárias; privilegiar uma postura interrogativa, promovendo a reflexão dos alunos; ser flexível para lidar com situações novas que podem surgir; valorizar todo o processo e não somente o resultado final.

Os vários elementos que ficam sob a responsabilidade do professor fazem com que seu papel frente ao trabalho com a Investigação Matemática seja plural, solicitando que saia da zona de conforto e sinta-se em uma situação instável. Esta situação tem se mostrado colaboradora da não inserção dessa tendência em sala de aula.

Evidencia-se que a Investigação Matemática requer tanto aluno, quanto professor como agentes envolvidos no processo, desenvolvendo ações que se complementam. Enquanto que o professor torna-se importante ao assumir responsabilidades de cunho pedagógico, como por exemplo, elaborar ou selecionar as atividades, estimular, refletir e apoiar os alunos, bem como garantir a veracidade dos conceitos matemáticos, a importância do aluno se dá no sentido de fazer acontecer o processo, em busca dos conceitos a serem aprendidos.

Alguns manifestos também revelam que a Investigação Matemática produz reflexos que incidem diretamente sobre o professor. Dentre eles, destaca-se a mudança na sua postura profissional, a reflexão e avaliação da própria prática, bem como uma releitura e significação da prática educativa como um todo.

Apesar de se presentificar teoricamente aspectos positivos da Investigação Matemática em sala de aula, ao empreender as práticas emergiram algumas dificuldades e desafios enfrentados, tanto pelos professores quanto pelos alunos.

Dentre eles, os professores manifestam que esse tipo de trabalho exige tempo para a preparação e efetivação das aulas e que não o possuem dada a dinâmica de organização escolar, contrária à dinâmica investigativa.

A produção do relatório tem se mostrado como uma das dificuldades encontradas pelos alunos, bem como a ausência do hábito em trabalhar com a Investigação Matemática e a concepção de ensino que eles possuem. Sobre isso, uma professora PDE relata que “os alunos poderão sentir dificuldades, pois eles estão acostumados que o professor explique o conteúdo, dê exemplos e depois peça a eles para resolverem exercícios parecidos com os exemplos dados” (FERREIRA, 2009, p. 8).

Coloca-se como um desafio ao professor a elaboração ou adaptação das tarefas a serem trabalhadas, mesmo que esta ação tenha sido indicada teoricamente nas produções PDE. Tal desafio se assenta na complexidade inerente ao próprio processo de criação aliada à carência supracitada, advinda da formação do professor.

4.4 Uma hermenêutica da categoria C2

O professor PDE, ao elaborar e planejar a sua prática, priorizou a condição de ter um acervo de situações que assegurasse conteúdo e encaminhamentos suficientes para o tempo que estaria em sala. Em certo sentido, carrega a concepção de que aspectos quantitativos irão assegurar uma prática de qualidade.

Ao se tratar do trabalho com a Investigação Matemática, a qualidade não ocorre com vistas à quantidade de tarefas, tendo em vista que uma tarefa pode carregar em sua estrutura inúmeras possibilidades de abordar um conceito matemático, bem como de transitar entre diferentes esferas da própria matemática, como por exemplo, geometria e álgebra, oportunizando que o aluno observe e estabeleça relações intradisciplinares da própria matemática. Assim, a qualidade depende do nível de investigação matemática efetuada sobre a tarefa.

Ao adjetivar as tarefas de Investigação Matemática como tarefas exploratórias, os professores as concebem com sutis traços de tarefas tradicionais.

Isto porque os encaminhamentos, intrinsicamente, direcionam o sujeito (aluno) para um objetivo pré-estabelecido, tirando o caráter aberto e que possibilita traçar quaisquer caminhos na situação proposta. Esse aspecto pode dar ao professor a ideia de que é algo similar ao ensino tradicional. Grosso modo, os meios para alcançar o objetivo proposto são explicitados.

Esse direcionamento para um objetivo pré-determinado também se manifestou na prática dos professores, o que, em certo sentido é compreensível, uma vez que qualquer situação que fugisse do objetivo pensado para a aula poderia lhes causar insegurança, ou seja, eles não compreenderam o sentido da Investigação Matemática (disseram uma coisa em termos teóricos e fizeram outra em termos práticos), salvaguardadas suas proporções.

O modo que a exploração da tarefa se coloca, cabendo ao investigador (aluno) um papel fundamental na definição dos resultados, os quais podem ser obtidos de diversas formas, permite diversos olhares sobre a mesma tarefa e conseqüentemente, diversos modos de enxergar 'a mesma coisa'. Nesse sentido, acreditamos que uma tarefa se mostra plural no que diz respeito aos conceitos matemáticos envolvidos, bem como na maneira de explorá-la, por isso, coloca-se mais importante à exploração da tarefa do que a sua resolução.

Sobre isso Pirie (1987) citado por Serrazina *et al.* (2002) afirma que em uma investigação não há resultados conhecidos para os alunos e não se espera que estes alcancem a resposta correta, mas sim que explorem as possibilidades.

A quase ausência dessa prática pode ter relação com o fato de o professor PDE não estar tão imerso no contexto da Investigação Matemática e conseqüentemente não habituado com esse tipo de tarefa. Comumente possuem certa carência em desenvolver modos específicos de abordar e planejar o trabalho investigativo e a não contemplação desse tipo de trabalho em suas respectivas formações.

Por outro lado, ele está imerso em um contexto marcado por aspectos culturais e políticos que por vezes é contrário a essa proposta curricular e não pode se livrar dele pela simples adoção de uma tarefa diferenciada. O que ocorre é uma releitura de acordo com os seus esquemas conceituais, isto é, de acordo com um conjunto de ideias, conceitos e crenças próprios do professor.

Isso revela uma presença dos conhecimentos e ideias específicas que orientam a prática profissional do professor PDE nas tarefas propostas que, além de

tolher, em certo sentido banaliza a Investigação Matemática. Pensando no momento de escolha e elaboração das tarefas a serem propostas também como um momento de prática, podemos nos remeter a reflexão de Klüber (2013, p. 96), a qual diz que

o professor, depois de muitos anos de experiência profissional repetindo procedimentos específicos, tenta mudar a sua prática. Naturalmente o fazer anterior, que é uma espécie de teorização, irá incidir sobre sua nova prática, quando não, deformando-a e fazendo-a recair na prática anterior, confundindo-a com procedimento ou técnica, quando deveria ser algo mais amplo, que busca uma compreensão do contexto e do objeto que está em jogo.

A não imersão no contexto da Investigação Matemática e a não habilidade com esse tipo de ação, pode justificar o fato de as tarefas apresentadas num cenário real ou semi-real, em algum momento perderam as características de uma tarefa de Investigação Matemática.

Deve-se tomar cuidado ao conceber tarefas de Investigação Matemática em cenários reais e semi-reais, pois dependendo do quão a tarefa está contextualizada, pode perder características próprias da Investigação Matemática. Por exemplo, a situação inicial até pode ocorrer em um contexto real, contudo a investigação ocorrerá de fato, somente quando os dados reais estiverem sido transcritos para uma linguagem matemática por meio de objetos matemáticos que os represente.

Essa perda de características essenciais da Investigação Matemática ao ser concebido em cenários que não puramente matemáticos nos conduz a pensarmos que ela é uma metodologia que ocorre somente dentro desse contexto (matemático) e as situações de semi-realidade e de realidade funcionam como meios de extrair os dados para serem investigados.

Um exemplo de atividades de investigação que inicialmente estão num contexto semi-real ou real, são as atividades que abordaram os conteúdos de tratamento da informação, como análises gráficas, interpretação de tabelas e dados estatísticos, conhecer a ocorrência de eventos em um universo de possibilidades, cálculos de porcentagem e juros simples, entre outras. Inicialmente, a situação é semi-real ou real, porém somente quando seus dados forem extraídos e matematizados é que de fato a Investigação Matemática ocorre.

Assim, a Investigação Matemática é uma tendência que encontra mais condições de acontecer na esfera puramente matemática. Todavia essa hipótese deve ser abordada em pesquisa e pode ser tematizada com a questão: a

Investigação Matemática é uma tendência que ocorre em qual cenário (puramente matemático, real ou semi-real)?

O caráter aberto das tarefas abre margem para emergirem diversos conceitos matemáticos e isso requer um conhecimento amplo da matemática, ou seja, requer uma boa formação matemática do professor. Esses aspectos inviabilizam que a Investigação Matemática adentre o espaço escolar.

Pontua-se que o professor não é o único responsável pelos equívocos cometidos. Há que se considerar que ele foi orientado por professores universitários, participou de momentos de discussão e de estudo teórico antes de elaborar a unidade didática.

Diante disso, somos remetidos aos sujeitos envolvidos no programa PDE (professores universitários e professores participantes do PDE), os quais historicamente estão imersos na mesma tradição de ensino, a saber, um ensino com heranças tecnicistas, o qual é baseado em tarefas fechadas e repetitivas, pois de acordo com Fiorentini (1995) há a predominância de uma concepção técnica no ensino de matemática no Brasil nas décadas de 1970 e 1980. Assim, é plausível pensar que eles tendem a ensinar da mesma forma que foram ensinados (forma técnica), salvaguardadas suas exceções.

Frente a isso, a cultura escolar na qual estamos imersos é, se não o maior, um dos principais fatores que entrava e por vezes não permite a inserção de novas metodologias para o ensino de matemática no ambiente escolar.

Klüber (2012) destaca que a cultura tecnicista ainda não foi superada, apesar de já ter sofrido modificações, ou seja, essa concepção ainda permanece na escola, inclusive entre os formadores de professores de matemática. Nesse sentido, o professor universitário, formador no contexto do PDE, também é responsável pela não efetivação das tarefas propostas na perspectiva da Investigação Matemática, a qual pode ser decorrente de uma escolha do professor e inexperiência do orientador, de uma imposição do orientador, entre outros fatores.

Ao haver uma tentativa por parte dos professores PDE em adaptar ou elaborar as tarefas, o professor sente-se mais seguro e preparado para o trabalho em sala. O exercício de elaboração ou adaptação pode ensejar o enfraquecimento de práticas pré-fixadas num roteiro que deve ser seguido pelo professor. Nesse sentido, perde a conotação de encenador e passa a ser o autor da própria da aula.

Essa situação parece ser uma das mais desejáveis no ambiente escolar, no entanto, sabemos que criar ou adaptar tarefas sob a perspectiva da Investigação Matemática não é uma ação simples de ser realizada. Isto porque o professor possui muitos conhecimentos que não convergem com a Investigação Matemática o que dificulta o desenvolvimento de modos específicos de abordar e planejar o trabalho nessa perspectiva.

Talvez, esse argumento justifique o fato de que as tarefas exploratórias, as quais boa parte foi elaborada ou adaptada pelo professor PDE, possuem vários encaminhamentos e em algumas delas direcionamentos fechados, dando a impressão de um roteiro a ser seguido. Isso não é pejorativo. Se o PDE é um programa de aperfeiçoamento profissional do professor, no qual um dos objetivos é o redimensionamento das práticas educativas, pressupõe-se que é o momento de o professor pôr a prova suas habilidades, tanto teóricas quanto práticas. Esse exercício pode incitar, nos professores, a apreciação pela criação das tarefas a serem propostas em sala de aula, em particular tarefas de Investigação Matemática e assim proporcionar o desapego a livros didáticos e listas de exercícios como elementos exclusivistas que norteiam a prática docente.

O contato inicial com esta tendência, manifestado pela maioria dos professores, pode ter corroborado para a não efetivação integral das práticas. Isso pressupõe que a primeira experiência em termos práticos ocorreu no PDE.

Ao falarmos de primeira experiência com inovações pedagógicas significa, entre outras coisas, falarmos de situações em que não se sabe muito bem como agir, o que fazer, falar ou organizar e conforme menciona Klüber (2013, p. 99)

O que se tem para a realização de uma primeira experiência é uma intencionalidade que pode estar pautada em vivências anteriores que conduzem a analogias, aproximações e mesmo enquadramentos da nova experiência às vivências anteriores. Nesse sentido, a leitura sobre algo não garante que se tenha o material necessário para uma pretensa aplicação. Portanto, é preciso reconstituir na prática muitos dos momentos teorizados.

Desse modo, a ideia do autor traduz em parte o que correu nas práticas relatadas nas produções PDE, uma aproximação pautada em vivências anteriores.

Ainda, em se tratando de experiências iniciais, o autor chama a atenção para o fato de que o conhecimento teórico não possibilita conhecimentos suficientes para garantir uma aplicação prática de qualidade. Talvez, em situações como estas, seja

mais proveitoso o fazer e sobre este fazer lançar o olhar amparado na teoria, do que lançar o olhar para a teoria que diz sobre o fazer.

Nesse sentido, somos direcionados à estrutura do programa PDE. Segundo o que se mostra nas produções, num primeiro momento o professor desenvolve estudos teóricos, com disciplinas que variam de acordo com cada instituição, posteriormente elabora um projeto de acordo com a teoria estudada e, por fim, o implementa em sala.

Essa estrutura revela a concepção de prática que circula no contexto do PDE, a saber, a prática como aplicação da teoria. Contrapositivamente entende-se que a teoria estudada pode ser aplicada em sala de aula. Segundo Klüber (2013, p. 100), essa concepção

hipoteca e prejudica o desenvolvimento de qualquer prática [...] haja vista que faz com que o sujeito busque segurança e domínio pleno da situação, sem reconhecer que experiência e situação são acontecimentos, portanto, não são controláveis, se nos abrimos tornam-se profícuos, se não, 'correm' (SIC) conduzem à não identificação da prática com a teoria.

Ressaltamos que o autor faz essa reflexão com vistas às práticas com Modelagem Matemática, no entanto consideramos possível estendê-la para as práticas de Investigação Matemática. Diante disso, revela-se que a concepção de prática de Investigação Matemática é orientada, em certo sentido, pelo pragmatismo, ou seja, há uma busca pela aplicação direta da teoria na prática. Sobre isso, Gonçalves (2006, p. 45-46) acredita que

não é passível de ser aplicada no campo educativo, onde o elemento fundamental é o aluno que pensa, que sente, que tem emoções... Essa "aplicação direta" torna-se difícil de acontecer, até mesmo pela natureza peculiar dos problemas educativos. Em qualquer situação de ensino e de aprendizagem, temos de levar em consideração [...] o contexto social, político, cultural onde a prática educativa está sendo realizada.

O professor, embora seja protagonista da sua prática, teve momentos de estudos e planejamento orientado. Assim, mesmo que indiretamente, há um terceiro elemento envolvido nas práticas empreendidas, a saber, os orientadores. O envolvimento dos orientadores não ocorre somente com vistas às práticas empreendidas, mas com vistas a todo o processo formativo do PDE. Aqui possivelmente encontra-se um problema na relação orientado-orientador, o qual deve ser investigado com mais atenção.

Desse modo, é plausível pensar que alguns fatores que limitaram o trabalho podem derivar dos orientadores. Isso porque, se porventura os próprios formadores compreendem de maneira equivocada a Investigação Matemática, possivelmente o mesmo ocorreu nas formações e nas salas de aula.

A formação dos professores com vistas à Investigação Matemática no âmbito do PDE nos parece ser inclinada à postura positivista, tomando-a na sua fatualidade (como fato), ou seja, os aspectos concernentes a ela são considerados sem uma compreensão do seu sentido. Não pergunta o que é uma Investigação Matemática, apenas faz.

Essa discussão aponta para a criação de processos formativos que contemplem a dimensão prática vinculada a essa tendência, superando um modelo meramente intelectualizado.

Sobre isso, Wichnoski (2014, p. 2), ao tematizar a Investigação Matemática na formação inicial de professores de matemática, afirma que:

Tendo em vista que, a formação do professor influencia diretamente o desenvolvimento do seu trabalho em sala de aula, é plausível pensar que questões relacionadas ao seu processo formativo devem ser olhadas com mais vagareza e atenção. Esse 'olhar' deve incidir sobre aspectos não somente relacionados aos conteúdos, mas também às concepções, objetivos e procedimentos da ação docente.

Assim, acreditamos ser necessário que antes de modificar a prática, nesse caso, é necessário modificar a estrutura de desenvolvimento dos projetos no âmbito do PDE, a concepção acerca do que é ensinar matemática, a concepção acerca do que é aprender matemática, bem como modificar a forma de como ela 'a Investigação Matemática' está sendo apresentada no contexto do PDE.

A seguir apresentamos o quadro com os excertos e unidades de significados que deram origem à próxima categoria.

Quadro 13: algumas unidades de significados que compõem a categoria C3

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
Ambientes informatizados são propícios para a realização de uma atividade Investigativa (20:13)	Coloca as tecnologias como propícias do trabalho com a Investigação Matemática	Ao começar a falar da Investigação Matemática, como uma forma diferente de tentar resolver situações-problema (66:11)	A Investigação Matemática é vista como metodologia diferenciada para resolver problemas
juntamente com a utilização do recurso tecnológico <i>software</i> GeoGebra (60:2)	Assume a interlocução entre a Investigação Matemática e mídias tecnológicas	Explorando e investigando atividades de Geometria por meio do GeoGebra (21:1)	O GeoGebra possibilita realizar investigações geométricas
Descreve cada uma das atividades de investigação matemática realizadas com os recursos do <i>software</i> GeoGebra (43:1)		trabalho será desenvolvido com abordagem que perpassa as importantes temáticas da Educação Matemática: História da Matemática, Investigações Matemáticas e Resolução de Problemas (31:6)	Atribui a interlocução entre a História da Matemática e Investigações Matemáticas, bem como entre a Resolução de Problemas e Investigações Matemáticas
GeoGebra e Investigação Matemática (9:3; 14:2; 16:42, 34:1)	O <i>software</i> é visto como elemento mediador das investigações algébricas	Pude constatar que integração das mídias tecnológicas às investigações matemáticas possibilita um ensino mais dinâmico e envolvente e uma aprendizagem mais consistente e prazerosa (65:18)	Coloca a interlocução entre a Investigação Matemática e mídias tecnológicas como ponto positivo em práticas pedagógicas
Desta forma, será apresentado a utilização do <i>software</i> Geogebra, que reúne recursos de álgebra, cálculo, especificamente de geometria dinâmica e funções, como procedimento metodológico mediador e investigativo do ensino de matemática (20:8)			
Partindo do princípio de que durante as aulas com investigações matemáticas os alunos irão experimentar e testar várias situações, acreditamos que o computador pode potencializar suas características ao dinamizar a visualização de diferentes	O <i>software</i> potencializa as atividades de Investigação Matemática, dado o caráter dinâmico existente nele	Foi pensando assim, que investimos no uso da tecnologia da Informática para trabalhar com o <i>software</i> educativo de Matemática GeoGebra, com a intenção de usar especificamente a metodologia da investigação	Assume a interlocução entre a Investigação Matemática e mídias tecnológicas particularizando o <i>software</i> GeoGebra

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
gráficos e testar diversos valores (53:4)		matemática (43:39)	
existe uma relação muito estreita entre problemas e investigações, pois uma investigação matemática desenvolve-se, de uma maneira geral, em torno de um ou mais problemas (14:14)	Concebe a ideia de que a natureza de uma tarefa de investigação matemática pode ser um problema	Nesse sentido, esse projeto tem a intenção de propor trajetórias de ensino e aprendizagem que envolvam tarefas de matemática com as estratégias de Investigação Matemática e Resolução de Problemas (24:4)	Assume a interlocução entre a Investigação Matemática e a Resolução de Problemas
estratégia de resolução de problemas (2:6)	A Investigação Matemática como estratégia para resolver problemas		
TEMA DE ESTUDO: Investigação Matemática e Conjuntos Numéricos (18:4)	Propõe estudar os conjuntos numéricos e a Investigação Matemática. O estudo particulariza o conjunto dos números inteiros por meio de tarefas investigativas com a metodologia de Resolução de Problema e a Investigação Matemática. Todavia, utiliza-se da Resolução de Problema como estratégia para esse fim	O processo, numa investigação, é divergente e o objetivo é explorar todos os caminhos interessantes que vão surgindo no decorrer do desenvolvimento da atividade. chegada (14:16)	Reconhece diferenças entre a Investigação Matemática e a Resolução de problemas
Estudar o desenvolvimento da aprendizagem do números inteiros por meio de tarefas investigativas e resolução de problemas (18:9)			
é a Resolução de Problema e a Investigação Matemática (18:11)		Queremos reforçar que as investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas (31:26)	Coloca Resolução de Problemas e Investigação Matemática como tendências muito próximas
A presente unidade didática utiliza a Resolução de Problemas como estratégia de ensino nas aulas de matemática (18:13)			
Sabemos que, as atividades investigativas conduzem a vários campos da natureza, possibilitando formular e resolver problemas (66:6)	Atribui a contextualização da Investigação Matemática com outros campos do conhecimento como possibilitadora da formulação e resolução de problemas	objetiva-se abordar essa linha de pesquisa, perpassando pela História da Matemática e pela Resolução de Problemas (31:22)	Interlocução entre a História da Matemática, Resolução de Problemas e Investigação Matemática
Podemos dizer que as investigações matemáticas são situações problemas desafiadoras e abertas (27:10)	a Investigação Matemática é uma atividade problematizadora a partir de situações problemas	Essas tarefas se relacionam com a resolução de problemas e podem partir da resolução de simples exercícios (21:15)	Há uma contradição quanto a natureza das atividades de Investigação Matemática
As investigações matemáticas em	Concebe que a realização da	procuraremos articular duas	Possibilidade de trabalhar

Texto explicitado pelo professor PDE (destaque do texto)	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto (unidades de significados)	Texto explicitado pelo professor PDE	Compreensão do pesquisador considerando o contexto do excerto
sala de aula podem ser fruto da curiosidade de um aluno, do interesse de um grupo de estudantes ou classe a respeito de um determinado tema ou problema (13:26)	Investigação Matemática deva ocorrer de acordo com um tema de interesse comum	tendências metodológicas da Educação Matemática, são elas: a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática (25:23)	simultaneamente com as tendências de Investigação Matemática e Resolução de Problemas
Os alunos, verbalmente, descreveram uma função definida por partes (41:28)	Os alunos descrevem verbalmente uma função, antes de defini-la matematicamente	as investigações são desencadeadas por problemas (46:47)	Não há clareza acerca da natureza de uma tarefa de Investigação Matemática
Trabalhar com resolução de problemas e suas indagações, que permita a aplicação de investigações matemáticas (1:58)	A Investigação Matemática é vista como uma parte da Resolução de Problemas, sendo possível haver uma aplicação da primeira tendência na segunda	Um conceito muito próximo de investigação matemática é o de resolução de problemas (33:22)	Não há clareza de entendimento epistêmico acerca da Investigação Matemática e da Resolução de Problemas
resolução de seus problemas, o seu ensino deve ser envolto a muita contextualização e a utilização da Investigação Matemática pode intensificar a associação dos assuntos apresentados em sala de aula e as situações vistas no dia a dia (32:10)		Elaborar e resolver problemas que abordem temas de divisibilidade e multiplicativos (19:11)	Compreende a Investigação Matemática como a ação de elaborar e resolver problemas
		Os limites que diferenciam uma exploração de uma investigação ou de uma resolução de problemas nem sempre são claros (33:16)	A falta de clareza acerca das diferenças entre essas duas tendências é assumida pelo próprio professor PDE
Investigação Matemática na perspectiva de ampliar a participação e contribuir no ensino-aprendizagem das operações através da problematização (63:1)	Conceba a problematização como característica da Investigação matemática	As investigações matemáticas são ainda muito confundidas com a resolução de problemas, por apresentarem algumas características similares (30:8)	Atribui às características similares a falta de clareza acerca das diferenças entre essas tendências

Fonte: os autores

4.5 Categoria C3 – Sobre a interlocução entre a Investigação Matemática e outras tendências

Essa categoria é composta pelas unidades de significado que manifestam a relação existente entre a Investigação Matemática e outras tendências para o ensino de matemática. A interlocução manifestada é entre a Investigação Matemática e a História da Matemática, Mídias Tecnológicas e Resolução de Problemas. A relação existente entre a Investigação Matemática e a Resolução de Problemas, tem se mostrado de maneira significativa, sendo concebida na maioria das produções PDE. Ocorre como aproximação, interlocução e distanciamento.

É reveladora de aspectos que corroboram para essa interlocução e também de aspectos geradores de conflitos que podem ter origem nesse caráter interlocutor. Portanto, nesta categoria serão explicitados aspectos que possibilitam certa aproximação, bem como aspectos que promovem distanciamentos entre a Investigação Matemática e outras tendências.

Ao que concerne à interlocução com as tendências para o ensino de matemática, a Investigação Matemática aparece aliada à História da Matemática, às Mídias Tecnológicas e a Resolução de Problemas.

Particularizando a Investigação Matemática e a História da Matemática, a relação existente entre elas aparece em uma produção PDE que tinha por objetivo abordar conteúdos matemáticos por meio da Investigação Matemática perpassando pela História da Matemática.

Embora essa relação tenha sido mencionada como objetivo da produção, conforme segue “O trabalho em questão pautou-se na linha de pesquisa que tem como foco a Investigação Matemática em sala de aula, perpassando pela História da Matemática” (MARISE, 2012, p. 3), não houve indícios de sua efetivação na construção da unidade didática e na prática empreendida. O que houve foi uma breve menção de como pode acontecer essa relação. Segundo Marise (2012, p. 5)

Ao realizar a investigação, surge a necessidade de o aluno reexaminar as definições e, quando possível, verificar a demonstração em Matemática. Paralelamente, aspectos da história da Matemática, com enfoques para a sua evolução, poderão ser abordados, principalmente com o trabalho em Geometria.

A interlocução entre a Investigação Matemática e a História da Matemática, mostra-se no sentido de que, durante o processo de investigação, há a possibilidade

de aprender determinado conceito de modo a replicar o processo pelo qual o conceito foi descoberto.

No que concerne à possibilidade de interlocução entre a Investigação Matemática e as Mídias Tecnológicas, os professores PDE argumentam, de diferentes modos, a viabilização dessa interlocução. Segundo o relatado nas produções PDE, “Ambientes informatizados são propícios para a realização de uma atividade Investigativa” (RIBEIRO, 2010, p. 6). Ainda, “a integração das mídias tecnológicas às investigações matemáticas possibilita um ensino mais dinâmico e envolvente e uma aprendizagem mais consistente e prazerosa” (ANDRECHOVICZ, 2012, p. 23), entre outros.

Em geral, nas produções PDE que assumiram as Mídias Tecnológicas na elaboração da unidade didática, essa relação se dá particularizando os *softwares* matemáticos e objetos virtuais de ensino, como a TV multimídia.

Frente a isso, a interlocução se mostra no sentido de utilizar-se das mídias tecnológicas como ferramenta para o trabalho com a Investigação Matemática. Em outras palavras, as mídias tecnológicas auxiliam o trabalho com a Investigação Matemática, potencializando-a.

Todavia, em uma produção PDE a Investigação Matemática se coloca como ferramenta para o trabalho com as mídias tecnológicas, mais especificamente, para o trabalho com o *software* GeoGebra. Nesta produção é relatado que o

Material Didático Pedagógico contempla uma revisão de conteúdos matemáticos básicos ao propor atividades simples para exploração dos recursos do *software*, que envolvam os conteúdos estruturantes Funções e Geometria, pretendendo valer-se da alternativa metodológica da investigação matemática nas atividades mais complexas (COSTA, 2009, p.3).

No que tange a relação entre a Investigação Matemática e a Resolução de Problemas, os manifestos nas produções PDE, ocorreram de maneira significativa em termos quantitativos, com maior ênfase em relação às outras tendências.

O primeiro aspecto que indicia a interlocução assumida entre essas tendências, manifesta-se teoricamente, quando o professor PDE teoriza sobre os aspectos que sustentam o seu trabalho. Revela-se que o professor assume a possibilidade de aproximação e em alguns casos busca efetivá-la em termos práticos. Contudo, não é explicitado sob quais condições e de que forma é possível fazer esta interlocução, bem como sob quais condições ela deixa de existir.

A título de exemplo, ao discorrer teoricamente sobre as Investigações Matemáticas, o professor PDE relata:

No desenvolvimento de Investigação Matemática podemos trabalhar com atividades investigativas e resolução de problemas que apresentam situações abertas divergentes, em que o mais importante não é chegar a um resultado, mas identificar as diferentes descobertas matemáticas que surgem (BERNARDELLI, 2009, p. 4).

Em termos práticos, a aproximação entre estas tendências se manifesta quando, dentre as tarefas propostas, algumas eram do tipo problema, em torno dos quais foi desenvolvido o trabalho com a Investigação Matemática. Por outro lado, tarefas de Investigação Matemática também foram propostas para se trabalhar com a tendência de Resolução de Problemas.

Em uma das produções, se “utiliza a Resolução de Problemas como estratégia de ensino nas aulas de matemática” (FERREIRA, 2011, p. 6). Para isso “apresenta-se tarefas contendo alguns problemas de investigação matemática” (FERREIRA, 2011, p. 9) e ao nos reportarmos às tarefas, nos deparamos com tarefas próprias da Resolução de Problemas, como a que se segue:

Quadro 14: Exemplo de tarefa de Investigação Matemática segundo um professor PDE

(OBMEP, 2010) Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

(Ferreira, 2011, p. 9).

A aproximação entre as duas tendências se revela também no sentido de conceber a prática pautada em ambas, ora na Investigação Matemática, ora na Resolução de Problemas. Todavia, essa distinção não ocorre em termos práticos. Em geral quando essa ideia aparece, os objetivos, as tarefas e a prática se aproximam mais da Resolução de Problemas do que da Investigação Matemática.

Vale ressaltar que há produções didático-pedagógicas construídas sob a perspectiva da tendência Resolução de Problemas, mas que em algum momento os autores afirmam estarem trabalhando sob a perspectiva da Investigação Matemática, o que acaba explicitando certa contradição entre o proposto teoricamente e o efetivado em termos práticos.

Outro aspecto revelado é que não há cuidado com a utilização dos termos Investigação Matemática e Resolução de Problemas, deixando indícios de que estão sendo concebidos como tradutores da mesma coisa. Por exemplo, em uma

produção intitulada ‘Investigação Matemática na perspectiva de ampliar a participação e contribuir no ensino-aprendizagem das operações através da problematização’, as autoras relatam:

Neste trabalho a metodologia da resolução de problemas se apresenta com o objetivo de forma e estimular a integração entre os alunos auxiliando de forma espontânea suas dificuldades em relação às operações. Levá-los a compreender a matemática buscando favorecer o processo ativo na construção do conhecimento. Empregar recursos didáticos de forma que favoreça o ensino e a aprendizagem de maneira significativa, a importância da matemática sendo essencial na sociedade atual para o exercício da cidadania. Proporcionar o envolvimento dos estudantes nas situações problemas relacionando os conhecimentos as situações do cotidiano (STIPP, 2012, p. 1).

Posteriormente fundamentam a produção didático-pedagógica trazendo conceitos das duas tendências, não deixando claro sob qual delas está sendo concebido o trabalho. Isso se repete em outras produções. Nas próprias produções essa confusão é reconhecida e justificada pelo fato de as Investigações Matemáticas e a Resolução de Problemas apresentarem algumas características similares.

Além da relação de aproximação, emergiram alguns aspectos que as distanciam. Dentre eles, o distanciamento ocorre tendo em vista que o processo empreendido em cada uma das tendências é distinto. Isso aparece quando o professor PDE, em tese, afirma que na Investigação Matemática “a dinâmica da aprendizagem acontece de forma diferente do que na Resolução de Problemas” (FERREIRA, 2012, p.4).

Ainda, a diferenciação ocorre com vistas à forma de como a situação se apresenta inicialmente, aos objetivos de cada uma e a postura do professor ao conduzir as atividades em cada uma delas.

Embora seja explicitado que há uma interlocução entre a Investigação Matemática e outras tendências, com similaridades e diferenças, nota-se que ainda não está claro à maioria dos professores PDE, quais são os aspectos que as aproximam ou as distanciam.

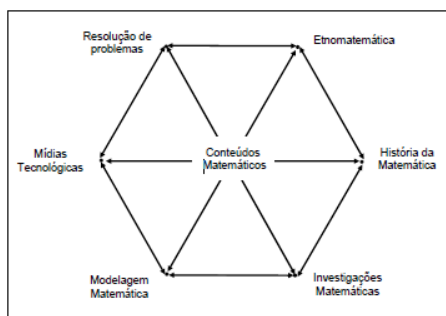
4.6 Uma hermenêutica da categoria C3

A interlocução entre as tendências para o ensino de matemática já é explicitada nos documentos oficiais, como é o caso das Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná - DCE/PR (2008, p. 68), a qual menciona que:

Nenhuma das tendências metodológicas apresentadas nestas Diretrizes esgota todas as possibilidades para realizar com eficácia o complexo processo de ensinar e aprender Matemática, por isso, sempre que possível, o ideal é promover a articulação entre elas.

Continuam salientando que “a abordagem dos conteúdos específicos pode, portanto, transitar por todas as tendências da Educação Matemática” (PARANÁ, 2008, p. 68) e esquematizam essa interlocução conforme a figura abaixo.

Figura 4: interlocução das tendências para o ensino de matemática



Fonte: (DCE/PR, 2008, p. 68)

Em nossa leitura do esquema acima, as tendências para o ensino de matemática se definem pelos conteúdos, o que indica uma concepção, por exemplo, de Investigação Matemática.

Particularizando a Investigação Matemática e a História da Matemática, as DCE/PR propõem que a matemática deve ser concebida em uma ação reflexiva, na qual se abre espaço para um discurso matemático voltado tanto para aspectos cognitivos como para a relevância social do ensino da matemática.

Medeiros (1987), afirma que isso implica olhar tanto do ponto de vista do ensinar e do aprender matemática, quanto do seu fazer, do seu pensar e da sua construção histórica, buscando compreendê-los.

Mesmo que essa interlocução seja explicitada nos documentos oficiais e concebida em um discurso teórico pelo professor PDE, ela não se efetivou em termos práticos. Nesse sentido, o que se mostra é uma possibilidade de interlocução, sem avanços no entendimento de como fazê-la.

No que diz respeito à interlocução entre as tendências Investigação Matemática e Mídias Tecnológicas, as DCE/PR (2008, p. 68) mencionam que:

As mídias, como *softwares* com planilhas eletrônicas, possibilitam a solução em um tempo menor do que o necessário mediante uso de caderno e lápis. Assim, têm-se condições de realizar as devidas análises, os debates, as conjecturas e a conclusão de ideias, atitudes intrínsecas da investigação matemática.

Novamente há menções dos documentos oficiais quanto à interlocução entre diferentes tendências. No contexto do PDE, a interlocução se mostra no sentido de utilizar-se das mídias tecnológicas como ferramenta para o trabalho com a Investigação Matemática. Em outras palavras, as mídias tecnológicas auxiliam o trabalho potencializando a Investigação Matemática. Há também a compreensão de que a Investigação Matemática possui uma relação de auxílio ao se trabalhar com as Mídias Tecnológicas.

Esta última maneira de conceber a interlocução entre essas tendências, no nosso entendimento não procede. Isso por que, a Investigação Matemática propõe ensinar conceitos matemáticos de uma maneira específica e não ensinar a explorar recursos tecnológicos.

Em certo sentido, há a possibilidade de explorar o *software* utilizando-se de tarefas de Investigação Matemática, contudo, a Investigação Matemática propriamente dita, fica impossibilitada de acontecer, tendo em vista que o objetivo passa a não ser o mesmo.

Enquanto que na primeira forma de conceber essa interlocução, a Investigação Matemática possui como objetivo o ensino dos conceitos matemáticos com o auxílio do *software*, na segunda, o ensino está direcionado para a manipulação de comandos puramente operacionais do *software*.

Além disso, não permite, por exemplo, que algumas ações específicas da Investigação Matemática ocorram, por exemplo, o ato de argumentar, justificar, conjecturar, entre outros. Assim, as tecnologias auxiliam à medida que se constituem ferramentas mediadoras em práticas de Investigação Matemática.

Corroborando com a ideia de utilizar-se das Mídias e Tecnologias como ferramentas facilitadoras do processo de Investigação Matemática, o uso dos *softwares*, uma vez que haja certa familiarização por parte de quem os manuseia, permite mais agilidade em construir as situações a serem investigadas, bem como a mudança dessas situações, isto é, há um caráter interativo que auxilia na análise da situação. A TV multimídia potencializa a introdução da tarefa a ser proposta, a qual pode ser (re)introduzida a qualquer momento, se porventura o aluno perder as ideias da situação que norteia a atividade. Contudo, no que tange às práticas de Investigação Matemática empreendidas no contexto do PDE, esses recursos atravancaram as práticas.

Uma das causas pode ser a forma como foi utilizado ou ainda a falta de habilidades técnicas pelos alunos e professores, além de não ter havido um planejamento maior por parte de quem conduziu a prática, bem como pela pouca familiarização dos alunos com o *software* utilizado, conforme relatado por diversos professores e não pela impossibilidade de aliar uma tendência a outra.

Ainda que seja apontada a possibilidade de interlocução destas tendências, manifesta-se também, alguns aspectos que podem inviabilizar o seu uso. Um deles é a lacuna existente na própria formação do professor, que não dá um suporte básico para manusear essas ferramentas. Outro fator é que há a possibilidade de se deparar com problemas técnicos, como por exemplo, a lentidão e o travamento dos computadores que se fez presente em algumas práticas mencionadas nas produções PDE.

O modelo dos laboratórios atualmente instalados nas escolas da rede estadual de ensino do Estado Paraná, no qual cada quatro máquinas são conectadas entre si, em uma mesma ilha²⁷, utilizando um mesmo processador e sendo ligada a mesma rede sem fio compartilhada com a secretaria da escola. O excesso de fluxo ocasionado tanto no processamento como no envio e recebimento de informações pode ser a causa desses colapsos, desconectando ambos do servidor central ou promovendo lentidão no sistema, e dificultando ou impedindo o desenvolvimento da aula.

²⁷ Chama-se por ilha o formato utilizado para montar os laboratórios do Paraná Digital. Constam de quatro monitores conectados a uma CPU (Central Processing Unit (Unidade Central de Processamento, em português) ou o processador que é a parte de um sistema de computador que executa as instruções de um e, é o elemento primordial na execução das funções de um computador.

Outro fator que inviabiliza a inserção das Mídias Tecnológicas em sala é o uso inadequado dessas tecnologias, podendo produzir um efeito contrário daquele que se espera. Isso pode acontecer não somente com o uso de *softwares*, mas também, com o uso da internet, calculadora ou qualquer outro aplicativo informatizado.

Um exemplo disso é o que ocorreu nas práticas empreendidas pelos professores PDE, as quais focaram somente na fase da construção da situação a ser investigada, em detrimento do processo de investigação propriamente dito.

A confecção dos materiais também foi algo presente nestas práticas e isso nos remete aos argumentos citados anteriormente, em suma, tolhem a Investigação Matemática, devido ao fato de restar pouco tempo para a sua realização, exceto se o tempo não for pré-estabelecido e limitado.

Ressaltamos que não se trata de menosprezar a construção ou a manipulação dos materiais, mas de situar o lugar da Investigação Matemática dentre essas atividades. Em certo sentido, ela fica secundarizada e parece depender de outras ações periféricas. Por esse motivo, ela pode perder a sua conotação de explorar matematicamente para explorar materiais.

Isso revela que, antes de inserir essas ferramentas no contexto escolar, é necessário que os alunos estejam familiarizados com elas. Ainda que haja certa afinidade das crianças e adolescentes em manipular objetos tecnológicos, ao se tratar da manipulação, por exemplo, de um *software* matemático, essa afinidade é minimizada, uma vez que os códigos, comando e ferramentas são traduzidos em linguagem matemática e sua apropriação não é trivial.

A dificuldade em manusear recursos tecnológicos também se manifesta nos professores e por isso requer também a sua familiarização com este tipo de ferramenta. Isso aponta para uma formação que atenda as necessidades dos professores em lidar com as tecnologias educacionais.

Segundo Valente (1999, p. 9), essa formação requer, algumas especificidades e deve ser

bastante ampla e profunda [...]. Não se trata de criar condições para o professor simplesmente dominar o computador ou o *software*, mas sim auxiliá-lo a desenvolver conhecimento sobre o próprio conteúdo e sobre como o computador pode ser integrado no desenvolvimento desse conteúdo. Mais uma vez, a questão da formação do professor mostra-se de fundamental importância no processo de introdução da

informática na educação, exigindo soluções inovadoras e novas abordagens que fundamentem os cursos de formação.

Uma vez que estamos concebendo as Mídias Tecnológicas aliadas à Investigação Matemática, é plausível pensar que essa formação, além de contemplar os aspectos mencionados por Valente (1999) se dê também em decorrência das necessidades existentes em se trabalhar com a Investigação Matemática. Assim, a Investigação Matemática aliada as Mídias Tecnológicas, requer antes de tudo, uma formação específica, que contemple aspectos de ambas as tendências.

As mídias tecnológicas podem prender a atenção dos alunos, centrando-os na essência da tarefa proposta, como também podem, com facilidade, desviar o foco para qualquer 'brincadeira' com esse recurso.

Ao abordar tarefas matemáticas com os recursos tecnológicos, se enfatiza um aspecto fundamental da disciplina, que é a experimentação. De posse desses recursos os estudantes argumentam e conjecturam sobre as atividades com as quais se envolvem na experimentação (BORBA; PENTEADO, 2001).

Mesmo que uma Investigação Matemática, enquanto atividade matemática, não se resume apenas na fase da experimentação, essa fase possibilita testar hipóteses, esboçar gráficos, verificar propriedades e teoremas, criar conjecturas e argumentar na tentativa de justificá-las. Essa interlocução se torna possível, uma vez que a Investigação Matemática se afina com concepção de ensino construtivista e do mesmo modo, as Mídias Tecnológicas, conforme mencionam Rocha e Rodrigues (2005, p. 23):

As aprendizagens da matemática em ambientes informatizados apresentam recursos em consonância com processo de aprendizagem construtivista, o qual tem como princípio básico que o conhecimento se constrói a partir das ações do sujeito.

Neste sentido a inserção das tecnologias pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem pautado na Investigação Matemática, todavia, ela se torna viável à medida que se tem um planejamento adequado acerca da prática aliado a boas condições estruturais, bem como a familiarização *a priori* com a mídia a ser utilizada, por parte de todos os sujeitos envolvidos.

Ainda, é preciso que haja clareza acerca dos aspectos e do papel de cada tendência para que não haja uma sobreposição de encaminhamentos, isto é, ora

fazer Investigação Matemática e ora utilizar-se das Mídias Tecnológicas como momentos disjuntos da prática.

Houve, também, a manifestação da interlocução entre as tendências Investigação Matemática e Resolução de Problemas. Notemos que ambas se inserem no paradigma investigativo, desse modo, por si só já possuem alguma relação.

Emerge a possibilidade de conceber o trabalho de Investigação Matemática pautado em tarefas específicas da Resolução de Problemas. Contudo pensamos que essa articulação é um tanto quanto equivocada, tendo em vista que o tipo de tarefa que sustenta o trabalho com Resolução de Problemas, ainda que investigativo, não é próprio da Investigação Matemática. Isto porque os problemas que compõe as unidades didáticas das produções PDE, em sua maioria são concebidos na perspectiva de Schoenfeld (1992), a saber, como uma tarefa a ser realizada, com foco no resultado final.

A natureza das tarefas propostas em uma Investigação Matemática caracteriza e se coloca como um aspecto próprio, único dessa tendência (WICHNOSKI; KLÜBER, 2015) e na literatura assumida neste trabalho, são entendidas por tarefas de exploração e tarefas de investigação. Desse modo, a natureza da tarefa (exploração e/ou investigação) é um aspecto fundamental da Investigação Matemática e a ausência dela pode levar à descaracterização dessa tendência. Considerar tarefas próprias de outras tendências é um ato que efetiva essa descaracterização.

Assim, revela-se que no contexto do PDE, no momento da escolha das tarefas a serem propostas, em geral não houve cuidado em preservar as características fundamentais de uma tarefa de Investigação Matemática, como a sua natureza e o modo de apresentá-las. Frente a isso, parece não estar claro ao professor PDE o tipo de tarefa que uma Investigação Matemática solicita, ainda que, em tese, algumas compreensões das tarefas de Investigação Matemática se manifestam como tarefas exploratórias.

Há certa contradição entre aquilo que o professor PDE extrai da teoria e aquilo que ele efetiva em termos práticos. Nesse sentido, há a possibilidade de a compreensão das tarefas de Investigação Matemática ter ficado restrita somente a esfera intelectual, em termos de classificação, havendo uma lacuna no que tange aos aspectos conceituais e estruturais.

De outro modo, apenas teorizou-se, no entanto, parece que não se compreendeu o que são e qual é a estrutura de cada tarefa. Isso por que se considerarmos a compreensão das tarefas do tipo exploratórias ou investigativas, conforme explicitamos no capítulo 3.1, um problema não se encaixa em nenhuma das classificações.

Isso revela que o professor PDE entrou em contato com a teoria, uma vez que reconhece a interlocução entre essas tendências ao fundamentar teoricamente o trabalho produzido, no entanto não efetivou a transição existente entre a teoria e a prática. Talvez a não ocorrência dessa transição se deva ao fato de que a prática, e aqui entendemos prática como o momento da elaboração da unidade didática e da sua aplicação em sala, ocorreu como uma aplicação da teoria. Todavia, o conhecimento teórico não possibilita conhecimentos suficientes para garantir uma aplicação prática de qualidade.

Ao propor tarefas do tipo problema, o objetivo era buscar formas de resolvê-los para se chegar a um resultado que respondesse à situação que fora proposta inicialmente, isto é, o objetivo era focado no resultado final. Sobre isso, Lamonato e Passos (2011, p. 66) afirmam que ao considerar um problema nesse sentido, constitui-se

um dos pontos de maior distanciamento com a exploração-investigação matemática e com a própria resolução de problemas enquanto metodologia desencadeadora para construção de conhecimento matemático.

Schoenfeld (1996) acredita que um problema pode ser ambiente propício para explorações. Lamonato e Passos (2011) além de concordar com Schoenfeld (1996) entendem que “é possível, inclusive, investigar a partir de um problema” (p. 66).

Diante disso, concordamos em parte com os autores supracitados, no que concerne a possibilidade de um problema desencadear um trabalho de Investigação Matemática. Pensamos que isso só é possível, à medida que o problema possibilite o levantamento de conjecturas, testes, justificativas, busca por provas, socialização e debate. Ou ainda se a partir dele possa emergir um conceito matemático até então ‘desconhecido’. Aliado a isso é preciso que “em todos esses momentos, a intervenção oportuna do professor (ou formador de professores) para que a atividade se desencadeie no eixo exploratório-investigativo” (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 66).

Acreditamos que só é possível fazer Investigação Matemática aliada a Resolução de Problemas do ponto de vista de a interlocução ocorrer com vistas à tarefa, se o problema preservar uma estrutura aberta e possibilitar descobertas de conceitos matemáticos no decorrer da resolução e não somente uma resposta final, o que não ocorreu no PDE. Corroborando com essa ideia, Trindade (2008, p. 72) afirma que

o professor poderá proporcionar aos alunos algum trabalho de investigação através de problemas apropriados. Estes problemas, que Pólya (1962/81) designou por “problemas de investigação”, caracterizam-se por:

1. O aluno poder formular, ou participar na formulação do problema;
2. Ter um bom background e sugerir outros problemas desafiantes;
3. Colocar a observação, conjecturas, argumentos indutivos, em suma, o “raciocínio plausível” num papel proeminente.

Nesse sentido, a interlocução como efetivada nas produções PDE, assumindo tarefas específicas de Resolução de Problemas para o trabalho com a Investigação Matemática não é possível de ser concebida, uma vez que a tarefa proposta não permite que fases específicas da Investigação Matemática ocorram e não atendem aos objetivos de uma prática pautada nesta tendência, pois possui um objetivo único, o resultado final.

Em contraponto, tarefas de Investigação Matemática foram propostas para se trabalhar com a tendência de Resolução de Problemas. Isso nos remete, de forma análoga, aos argumentos já mencionados, uma vez que uma tarefa de Investigação Matemática não possui elementos para sustentar as características da tendência Resolução de Problemas.

Segundo Pólya, a ideia de Resolução de Problemas é que esta tem como ponto de partida uma situação, um objetivo ou uma questão bem definidos. Segundo Trindade (2008, p. 45)

Pólya em seu artigo escrito em 1949 (KRULIK E STEPHEN, 1997), cujas idéias desencadearam maiores discussões sobre a Resolução de Problemas, já defendia a idéia de que “resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado”.

Nesse sentido, uma tarefa de Investigação Matemática, não permite que estas características sejam preservadas. Isto porque elas são estruturadas de forma mais aberta, na qual “a questão não está bem definida no início, [...] uma vez que os

pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Algumas produções concebem a Resolução de Problemas como estratégia para o trabalho com a Investigação Matemática e outras concebem a Investigação Matemática como estratégia para o trabalho com a Resolução de Problemas.

Revela-se que não está claro ao professor PDE o papel da Investigação Matemática no contexto da Educação Matemática. O professor assume a Investigação Matemática como um modo de resolver problemas e entende a Resolução de Problemas como carecendo de Investigação Matemática. Não há sentido para ele o ‘fazer uma investigação matemática’. Frente a isso, a questão não é só metodológica, é ontológica.

Fazer Investigação Matemática concomitantemente à Resolução de Problemas a limita e a caracteriza apenas como o momento de investigar a situação-problema. Esse momento existe, no entanto, o ato investigativo nele empreendido é mais um ato de exploração do que de investigação. Não significa que ela se caracterize num momento de investigar a situação-problema ou no processo de desenvolver um problema. Obviamente que para resolver um problema, o ato de investigar é efetuado, no entanto esse ato é literal, no sentido de procurar conhecer o que não se sabe.

Wichnoski e Kluber (2015, p. 73-74) apontam que:

o ato de investigar enquanto ação pedagógica que averigua objetos matemáticos, o qual se refere à Investigação Matemática, possui especificidades próprias que permite caracterizá-la como uma tendência que mesmo articulada, se difere das demais. Um exemplo disso é que, embora, tanto a Resolução de Problemas quanto a Investigação Matemática se desenvolvem em torno de um ou mais problemas, além de a natureza das atividades serem distintas, o ato investigativo empreendido em cada uma também é distinto.

Desse modo, o significado do termo investigar é tomado na sua imediaticidade, no sentido de descrever a ação de investigar, de exame sistemático, de inquirição e por estar investigando um objeto ou uma situação na esfera matemática, chama-se a esse ato de investigação matemática.

Se pensarmos dessa forma, então é possível fazer uma investigação matemática²⁸ em torno de um problema matemático, sem considerarmos as

²⁸ Expressão que se refere ao ato investigativo empreendido em situação matemáticas.

peculiaridades elencadas acima, uma vez que, sobre ele empreende-se um processo de inquirição, de busca, de investigação.

Todavia, ao nos referirmos à expressão Investigação Matemática²⁹, estamos a compreendendo como aquela que traduz a tendência Investigação Matemática e nela o processo de inquirição e investigação realizado é conduzido por características próprias, o que não ocorre na outra forma de investigar. Essa distinção de sentido entre o termo investigar na matemática e investigar na Investigação Matemática também não ficou claro no contexto do PDE.

Cada tendência assume métodos e técnicas distintos e isso pode fazer com que os alunos sintam-se confusos na forma de conduzir a atividade, uma vez que não são habituais para eles essas formas de trabalho. Isto é, promove uma miscelânea de encaminhamentos que, além de promover uma confusão entre os limites de uma e outra tendência, destoam de ambas as propostas.

As dificuldades impostas aos alunos podem se multiplicar, tendo em vista que, além das dificuldades que emergem com relação à Investigação Matemática, há as dificuldades inerentes à própria matemática e impõem-se mais dificuldades que certamente existirão com relação ao método de proceder em práticas de Resolução de Problemas.

Sobre isso, Frobisher (1994) sublinha a necessidade que há de os professores saberem distinguir entre a Resolução de Problemas e a realização de investigações dado que ambas as atividades requerem um comportamento diferenciado por parte do professor. Se essa distinção não for feita, quem sofrerá as implicações disso serão os alunos cujo comportamento é determinado pela postura do professor.

Frente a isso, em contextos de formação de professores, pensamos ser necessário haver um diálogo mais acurado acerca daquilo que está sendo estudado, com o intuito de compreender os vários aspectos que caracterizam determinada temática.

Lamonato e Passos (2011) ao tratar das proximidades e divergências entre a Resolução de Problemas e a Investigação Matemática corroboram com a ideia acima ao afirmarem que “o ponto divergente entre a investigação matemática e a

²⁹ Expressão que se refere ao ato investigativo empreendido ao se trabalhar com a tendência Investigação Matemática.

resolução de problemas fica reservado à forma de apresentação da tarefa e à condução das atividades” (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 66).

Ainda, atribuem uma principal diferença na estrutura das tarefas de cada uma das tendências afirmando que, embora ambas se construam em torno de uma situação-problema, uma é mais aberta enquanto outra é mais fechada.

Isso revela que no discurso teórico apresentado nas produções PDE, há certo cuidado para, apesar de aproximá-las, expor aspectos que as delimitam e diferenciam. Assim, de posse da teoria, o professor concebe intrinsecamente a ideia de que trabalhar com Investigação Matemática não significa trabalhar com Resolução de Problemas. Contudo, em termos práticos em nenhuma produção são reconhecidos os limites entre essas tendências.

Em suma, existe uma aproximação e possibilidade de interlocução entre as duas tendências e também existem diferenças entre elas. A similaridade entre os dois conceitos estaria no fato de que, ambos os processos, se relacionam com a inquirição matemática (ERNEST, 1996), se inserem no paradigma investigativo e sua diferença, no fato de que a Resolução de Problemas consiste num processo mais convergente, com metas mais bem definidas à priori, se comparado com a Investigação Matemática (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE; CUNHA, 1997).

Ressaltamos que não é fácil ao professor promover em sala de aula tais interlocuções, de maneira a garantir todos os aspectos que pontuamos, uma vez que, lhe faltam subsídios de cunho teórico, prático e metodológico.

Capítulo 5 – A caminho de uma metacompreensão

*As pesquisas de enfoque fenomenológico constituem -se pois como etapas de compreensão e interpretação do fenômeno – que poderá ser retomado e visto sob nova interpretação. Isso diz respeito ao inacabamento da fenomenologia – recomeçar incessante de um enfoque que recusa cristalizações em sistemas acabados e fechados
(Masini)*

Neste capítulo trazemos uma síntese compreensiva daquilo que se mostrou da estrutura do fenômeno investigado. Buscamos em um movimento metacompreensivo, lançar um novo olhar ao compreendido e ir além do revelado em cada categoria, saindo de uma análise individual em direção à compreensão do todo.

Ao retomarmos a interrogação *o que se mostra da Investigação Matemática nas produções de professores que trabalharam sob a perspectiva da Investigação Matemática no PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná?*, os núcleos de convergência mostraram-nos que as ideias explicitadas nas produções dos professores PDE que trabalharam com a Investigação Matemática se articulam em três categorias abertas, a saber, os modos de compreender a Investigação Matemática, o modo que ela adentra em sala de aula e a interlocução com outras tendências para o ensino de matemática.

Há uma compreensão intelectualizada da Investigação Matemática, bem como da prática sob essa perspectiva que se articula com a teoria estudada. Ainda, essa compreensão se mostra com mais clareza acerca da prática com a Investigação Matemática do que a compreensão da Investigação Matemática propriamente dita, embora ocorra num sentido operacional. Isso promove um discurso sobre a Investigação Matemática e sobre a prática com esta tendência, no entanto, ao adentrar o ambiente de sala de aula ele não se efetiva em termos práticos. Parece haver um desequilíbrio entre o compreendido intelectualmente e o empreendido em termos práticos.

Grosso modo, o professor PDE compreende a Investigação Matemática, bem como o trabalho amparado nessa tendência, porém não consegue trabalhar com ela. Frente a isso nos perguntamos: *Por quê?*

Vários podem ser os fatores e argumentos que corroboram para, senão responder, aclarar a pergunta acima. Se levarmos em consideração que os professores PDE foram ‘formados’ por professores universitários (orientadores), parece que o problema ultrapassa o “coletivo de pensamento” Fleck (1986) dos professores PDE e alcança o coletivo de pensamento dos professores universitários (orientadores PDE).

Desse modo, um dos possíveis esclarecimentos para a pergunta acima pode estar ligado ao coletivo dos orientadores, que se coloca como um coletivo influente no processo de formação do PDE, certamente influenciando a compreensão, a construção da produção didático – pedagógica e a prática. Portanto, destaca-se também o papel daquele que é o formador dos professores PDE.

Mediante essa compreensão, se o formador (orientador) tem um papel importante, é possível pensar na “circulação intercoletiva de ideias” Fleck (1986) entre o formador e o formado, abrindo uma nova possibilidade de pesquisa.

Outro fator que pode ter corroborado para o desequilíbrio existente entre o discurso teórico e o trabalho prático com vistas a Investigação Matemática é a possibilidade de a compreensão sobre a prática com a Investigação Matemática ter ocorrido como sendo a ação de realizar algo ou como uma aplicação da teoria.

Esse modo de compreensão pode ser prejudicial ao desenvolvimento de qualquer prática e não é diferente nas atividades de Investigação Matemática. Isso por que, segundo Klüber (2013, p. 96)

a prática não é apenas uma aplicação de teorias, ela mesma pode ser uma espécie de teorização que não se fecha em si mesma. A prática é uma extensão da teoria, e por isso se modifica e modifica a teoria, assim, em muitos momentos, se confunde com esta.

Nesse sentido, muitas vezes se tem uma crença ingênua de que um fazer pode ser apenas fazer. Assim, o fazer será marcado pela historicidade de cada professor, pelas vivências anteriores a prática, no que diz respeito ao trabalho em sala de aula.

Os professores PDE estavam impregnados de teoria ou, em sentido kuhniano, partilhavam de um paradigma, que é composto por ideias e práticas que

orientam o seu movimento. A prática nesse viés pode até ocorrer, porém, perdendo o seu sentido original e sendo algo completamente mecânico (KLÜBER, 2013).

No tocante à prática com a Investigação Matemática, conhecer o trabalho investigativo não significa saber trabalhar com, significa tão somente poder indicar características, particularidades, peculiaridades da Investigação Matemática. Isso porque são necessários alguns conhecimentos e saberes que, do ponto de vista epistemológico, não se constituem na mesma ação, embora condicionadas uma a outra.

Nesse sentido, a dimensão prática do trabalho investigativo está relacionada ao saber investigar e a dimensão intelectual ou cognitiva está relacionada ao conhecer a Investigação Matemática. Diante disso, os professores PDE apenas conhecem (num sentido intelectualista) a Investigação Matemática, ou seja, o contato se deu somente na esfera intelectual e isso não é suficiente para saber trabalhar com ela, uma vez que os *saberes e os conhecimentos* necessários ao trabalho com a Investigação Matemática se colocam indissociáveis e ao admitir apenas uma dessas facetas há possibilidade de prejudicar o trabalho.

Essa discussão aponta para a criação de processos formativos que contemplem a dimensão prática vinculada a essa tendência, superando um modelo meramente intelectualizado e de racionalidade técnica (SCHÖN, 1995).

Em tese, o PDE contempla a dimensão prática aliada à dimensão teórica em sua estrutura. Contudo, o modelo de formação proposto e que vem se efetivando, pelo menos ao que concerne a formação com vistas a Investigação Matemática, é de uma proposta embasada em aporte teórico-científico, contemplando uma dimensão apenas instrutiva e, portanto, técnica.

Talvez isso se deva ao fato de que a formação proposta pelo programa contempla primeiramente a formação teórica anteriormente à formação prática. “Daí decorre uma aproximação com a prática como uma mera aplicação verificável em termos de experiência científica” (KLÜBER, 2013, p. 96). Acredita-se que a formação prática se reduz a aplicação da teoria.

Se assumirmos que o professor constrói ao longo da sua vida profissional os saberes docentes e que o seu desenvolvimento profissional depende da maneira como ele produz conhecimentos sobre a prática, a sua formação não pode se fundamentar em práticas idealizadas teoricamente. Deve ser fomentada e discutida

dentro da concepção da prática, ou conforme Tardif (1991), dentro da “epistemologia da prática”.

Tardif *apud* Nacarato e Paiva (2013) define a epistemologia da prática como sendo “o estudo do conjunto de saberes utilizados realmente pelos professores em seu espaço de trabalho cotidiano, para desempenhar todas as suas tarefas” (NACARATO; PAIVA, 2013, p. 93).

Segundo esta epistemologia, a formação do professor daria um novo significado à escola e à profissão docente, pois de acordo com Salgado *apud* Nacarato e Paiva (2013) “a prática [de sala de aula] passa de campo de aplicação a campo de produção de conhecimento, conferindo-se legitimidade aos saberes práticos” (NACARATO; PAIVA, 2013, p. 93).

Uma das possibilidades é a criação de comunidades de práticas³⁰ ou grupos colaborativos inseridos na escola.

Uma CoP (*comunidade de prática*) pode ser definida como um grupo de pessoas que trabalham juntas, durante um dado período e que, por terem compartilhado práticas, também compartilham experiências, construindo um relacionamento informal em torno de um tópico ou assunto em particular (IPIRANGA; AMORIM; MOREIRA, 2006, p.1, *grifos nossos*).

Parrilla *apud* Arnaiz *et al.* (1999), defini grupos colaborativos como grupos em que todos os componentes compartilham as decisões tomadas e são responsáveis pela qualidade do que é produzido em conjunto, conforme suas possibilidades e interesses.

Decorrente disso, a formação é baseada na troca de experiência, construção de significados compartilhados, observação, discussão e reflexões sobre um determinado objeto, dado o interesse comum de quem participa do grupo.

Tais possibilidades não são novidades no âmbito da Educação Matemática, sendo concebidas por estudos como de Nagy e Cirino (2014) abordando comunidades de prática e o de Ferreira (2006) e o de Nacarato *et al.* (2006) com grupos colaborativos, entre outros. Todavia, ressaltamos e defendemos o ambiente escolar como *lócus* de constituição, seja das comunidades de prática, seja dos grupos colaborativos ou outros.

³⁰ O conceito de Comunidade de Prática cunhado pelo teórico organizacional Wenger (1991) que as definem como organizações informais naturalmente formadas entre praticantes de dentro e de fora das fronteiras de organizações formais.

Ao invés de retirar o professor do contexto escolar e trazê-lo até a universidade, 'levar a universidade' até o contexto escolar, de modo que o processo formativo ocorra simultaneamente ao trabalho em sala. Parece-nos paradoxal, que o professor saia exclusivamente do seu contexto (escola) para aprender e retorne para aplicar o que aprendeu. A escola por si só constitui-se em um *lócus* de teorização e aperfeiçoamento da prática.

Lima e Reali (2002, p. 224) dizem que:

Parece haver consenso, entre os estudiosos da educação, quanto ao fato de que os professores aprendem através da prática profissional, no contexto da escola e da sala de aula, na interação com alunos, colegas, especialistas etc. enfrentando e resolvendo problemas, pensando sobre o que fazem e como fazem.

Nesse sentido, ao se ausentar da escola e se distanciar da prática profissional, acaba perdendo os elementos essenciais, como por exemplo, a realidade escolar, que pode sofrer modificações com o passar do tempo. Assim, ao retornar, pode ser que a concepção de realidade escolar que o professor possui, já não seja condizente com a nova realidade que a escola se encontra. Isso faz com que aquilo que foi pensado, não encontre espaço para ser empreendido.

Por outro lado, a mudança pode ocorrer com vistas ao professor e a escola continuar estagnada. Por exemplo, em contato com o PDE, por vezes, o professor pode modificar suas concepções e postura profissional, no entanto, quando estas modificações ocorrem, elas podem ser neutralizadas e anuladas pelo próprio contexto escolar, haja vista que a escola não sofreu as mesmas modificações que o professor.

Isso se manifestou nas produções de alguns professores PDE. Houve certa abertura e aceitação da Investigação Matemática como possibilitadora de um ensino mais significativo, contudo, ao chegar à escola, o professor, por vezes, não encontra essa aceitação por parte dos alunos e colegas (principalmente). Desse modo, professor, aluno (e outros) não estão compartilhando das mesmas ideias, tornando-se dificultoso trabalhar sob essa perspectiva. Deve-se levar em consideração o fato de que, tanto o professor PDE como o professor orientador não podem ter o controle sobre a organização política e pedagógica da escola, a qual se dá de diferentes formas e, sem generalizações, por muitas vezes contraditórias à perspectiva da Investigação Matemática.

Em geral, as produções buscam inicialmente, com as primeiras atividades, ensinar os alunos a investigar. Todavia, os professores tiveram contato com a Investigação Matemática por um período consideravelmente maior e não aprenderam investigar, como é possível os alunos aprenderem a investigar em uma ou duas aulas?

Nesse sentido, reforçamos que a formação continuada de professores, em particular na perspectiva da Investigação Matemática, ocorra inserida no contexto escolar, para que à medida que o professor ‘seja formado’ possa também ‘formar seus alunos’, num processo constante de aprender a Investigação Matemática coletivamente.

É preciso que a escola como um todo esteja em constante transformação e numa “suave coerção” Fleck (1986), possa caminhar para as desejáveis mudanças no ensino. Essa transformação é reconhecida pelo próprio documento síntese do PDE, o qual concebe “A implementação do PDE, como um Programa que pretende a transformação da escola e dos professores” (PARANÁ, 2014, p. 3).

A proposta de formação do PDE sugere uma interferência no andamento e na organização escolar, pois conforme relatado no documento síntese, propõe-se a elaboração do projeto de intervenção pedagógica na escola.

Desse modo, a impressão é que o professor PDE, ao voltar para a escola, acaba atrapalhando a dinâmica do processo, uma vez que chega com propostas e organizações de trabalho, com as quais a escola não está habituada.

Outro aspecto a ser pontuado é que o modelo unilateral, teoria → prática, deve ser eliminado de qualquer processo formativo. Isso por que, conforme já explicitado por Klüber “a prática é não disjunta da teoria, mas extensão e ao mesmo tempo o início” (KLÜBER, 2013, p. 96). Nesse sentido, estudar sobre a Investigação Matemática e depois aplicar a teoria na prática não converge com os desejáveis anseios da comunidade que pesquisa a formação de professores de matemática. Pensamos que o ponto de partida para a formação de professores em Investigação Matemática é a sala de aula. Ainda, teoria e prática não podem ser tratadas de modo separado, mas como elementos que se coadunam no trabalho.

Como já dissemos, Serrazina (2002) defende que “a formação de professores sobre as potencialidades do trabalho investigativo deve revestir, também ela, de “uma natureza investigativa” (SERRAZINA et al., 2002, p. 50). Assim, pressupõe-se oferecer uma formação que possibilite ao professor aprender sobre a Investigação

Matemática, aprender por meio da Investigação Matemática e aprender a ensinar usando a Investigação Matemática. Isso pode ser estendido de maneira mais ampla, para outras tendências.

A formação do professor PDE com vistas à Investigação Matemática se mostrou fruto de um trabalho marcado por, no mínimo, três coletivos de pensamentos distintos, sendo eles: 1) o coletivo de Ponte, 2) o coletivo dos orientadores, e aqui ressaltamos que há outros coletivos intrínsecos a ele e 3) o coletivo dos professores PDE e, portanto, marcado pela conversação entre esses três coletivos, na circulação de ideias intercoletivas.

Quando isso ocorre, o coletivo exotérico (formado pelos indivíduos não especialistas, com pouco domínio intelectual no campo de conhecimento em questão) que em termos da Investigação Matemática é constituído pelo coletivo dos orientadores PDE e pelo coletivo dos professores PDE, tende a modificar a teoria de origem, porque já tem um estilo de pensamento próprio.

Traduzindo em termos dos elementos que se presentificam nessa pesquisa, a teoria da Investigação Matemática na perspectiva de Ponte (teoria de origem) sofreu simplificações e modificações no contexto do PDE, uma vez que a circulação de ideias ocorreu de maneira intercoletiva. O coletivo que gira em torno das ideias de Ponte e o coletivo dos orientadores atingiram o coletivo dos professores PDE.

A formação é marcada pelo coletivo dos professores PDE, uma vez que o professor entra no programa com uma concepção de ensino, de aprendizagem, de escola, de educação consolidada pela historicidade e temporalidade da sua prática profissional. É marcada pelos orientadores, dada a possibilidade de, por vezes, não possuírem formação específica na área de Educação Matemática, bem como nas linhas em que os trabalhos PDE ocorrem. E é marcada pelo coletivo de Ponte, como sendo a teoria que dá suporte teórico ao processo formativo.

Além disso, pensamos que aspectos sociais e culturais interferem nos resultados ao longo do período em que o professor encontra-se no PDE, como por exemplo, a cultura de formação de professores que paira no âmbito educacional, a qual concebe a formação nos moldes de curso, com o intuito de dar forma ao professor quanto às suas habilidades profissionais para o ensino, sejam elas teórica ou práticas.

Diante do explicitado, coloca-se a necessidade da superar modelos de formação que se centram na exposição e apresentação da teoria sobre a

Investigação Matemática. Uma dialética entre teoria e prática precisa se efetivar para que a formação de professores não fique restrita a uma dimensão apenas enunciada, mas que passe a ser experiência vivida.

Por fim, a crítica que fazemos nesta dissertação de nenhum modo incide sobre os professores ou sobre os orientadores envolvidos com o programa. Pensamos que, a formação dos professores PDE que trabalharam com a Investigação Matemática, é fruto de um momento histórico, marcada por uma cultura sobre a formação de professores e, “se existe algo/alguém que mereça crítica contundente é essa cultura justamente porque tem sido preservada ou mantida acriticamente por nós” (GONÇALVES, 2006, p. 20).

Referências

ABRANTES, P. **Investigações em Geometria na Sala de Aula**. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf. Acesso em: 14 maio 2015.

ABREU, M. G. S. **Uma Investigação sobre a prática pedagógica**: refletindo sobre a investigação nas aulas de matemática. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

ARNAIZ, P. et al. Trabajo colaborativo entre profesores y atención a la diversidad. **Comunidad Educativa**, n. 262, p. 29-35, 1999.

BACCARIN, S. A. O. **Investigação Matemática**: uma análise da sua contribuição na construção de conceitos algébricos. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília 2008.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: Contribuições para o Debate Teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_/modelagem_barbosa.pdf>1. Acessado em 23 abr. 2015.

BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

_____; KLUBER, T. E. A questão da pesquisa sob a perspectiva da atitude fenomenológica de investigação. **Filos. Educ.**, Caxias do Sul, v.18, n.3, p.24-40, set/dez 2013.

_____; BORBA, M. C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/CNE, 1998.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**, Matemática. Departamento de Educação Básica. Paraná, 2008.

BOMBASSARO, L. C. **As fronteiras da epistemologia**: uma introdução ao problema da racionalidade e da historicidade do conhecimento. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.

BOMDÍA, J. L. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**. n. 19, p.20-29, Jan/Fev/Mar/Abr 2002.

CARNEIRO, V. C. G. Formação de professores que ensinam Matemática e investigação na sala de aula: caminhos para a renovação das Licenciaturas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 38, p. 35-46, 2001.)

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de matemática**. Campinas, SP, 2004. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação: educação matemática) – Setor de Ciências Humanas, FE, UNICAMP.

ERNEST, P. (1996). Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In P. Abrantes, L. Cunha Leal e J. P. Ponte (Orgs.), **Investigar para aprender matemática: Textos seleccionados** (pp. 25-47). Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática.

FERREIRA, Ana Cristina. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, Adair M.; PAIVA, Maria Auxiliadora V. (Orgs.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 149-166.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**. Ano 3 – nº 4/1995.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, L. P. F.; CRISTOVAO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Disponível em <ftp://ftp.cefetes.br/cursos/Matematica/Alex/06-Um%20estudo%20das%20potencialidades%20pedagogicas.pdf>. Acessado em: 20 abr. 2015.

FLECK, Ludwik. **La génesis y el desarrollo de un hecho científico**. Madrid: Alianza Universidad, 1986.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 9. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

FREITAS, H. C. L. Formação de professores no brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. **Educ. Soc.**, Campinas, vol. 23, n. 80, p. 136-167, set 2002.

GARNICA, A. V. M. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 34, n.3, p. 495-510, set./dez. 2008.

HUSSERL, E. **Investigações lógicas: sexta investigação**. São Paulo: Nova Cultural, 1996. p. 5-23. (Coleção Os Pensadores).

IPIRANGA, A. S. R.; AMORIM, M. A. A.; MOREIRA, M. V. C. **Compartilhando Conhecimentos sobre os Arranjos Produtivos Locais: a história da comunidade de prática da Rede NÓS**. In: ENCONTRO DE ESTUDOS ORGANIZACIONAIS (ENEO), 3., 2006, Porto Alegre. Anais...: ANPAD, 2006.

KLÜBER, T. E. (Des) Encontros entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Formação de Professores de Matemática. **Alexandria**. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis. v.5, n.1, p.63-84, maio 2012.

_____. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática**. 2012. 396 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Programa de pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

_____. Aspectos relativos à noção de prática(s) de Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Revmat**, Florianópolis. v.8, n.1, p.92-103, 2013.

_____. Atlas.ti como instrumento de análise em pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica. **ETD – Educ. temat. digit.** Campinas, SP v.16 n.1 p.5-23 jan./abr.2014.

LIMA, M. S.; REALI, M. M. R. O papel da formação básica na aprendizagem profissional da docência (Aprende-se a ensinar no curso de formação básica?). In: MIZUKAMI, M. G. N.; REALI, A. M. M. R. (Orgs.). **Formação de professores, práticas pedagógicas e escola**. São Carlos: EdUFSCar, 2002. p. 217-36.

LINS, R.C. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

MIARKA, R; BICUDO, M. A. V. Forma/ação do professor de Matemática e suas concepções de mundo e de conhecimento. **Ciência & Educação**, v. 16, n. 3, 2010, p. 557-565, Bauru.

NACARATO, A. M; PAIVA, M. A. **A formação do professor que ensina matemática**. 3 ed. Belo Horizonte: autêntica, 2013.

NAGY, M. C; CYRINO, M. C. C. T. Aprendizagens de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática. **Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 23, n. 41, p. 149-163, jan./jun. 2014.

NETO, M. S; GOMES, A. J. **Políticas públicas em educação**: reflexões histórico – sociais. Disponível em <http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/eventos/evento2002/GT.3/GT3_8_2002.pdf>. Acesso em: 14 set. 2015.

OLIVEIRA, H., SEGURADO, I., PONTE, J. P.'CUNHA, M. H. (1997). Mathematical investigations in the classroom: A collaborative project. In V. Zack, J. Mousley e C. Breen (Eds.), **Developing practice**: Teacher's inquiry and educational change (pp. 135-142). Geeolng: Centre for the Studies in Mathematics, Science and Environmental Education.

OLIVEIRA, A. F. **Fronteiras da Educação**: desigualdades, tecnologias e políticas. Goiás: Editora da PUC, 2010.

PARANÁ. **TV Pendrive.** 2007. Disponível em <http://www.diaadia.pr.gov.br/tvpendrive/arquivos/Image/conteudos/textos/comousar_tvpendrive.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2015.

PONTE, J. P. **Investigar, Ensinar e Aprender.** Actas do ProfMat (CD-ROM, p.25 – 39). Lisboa: APM, 2003.

PONTE, J. P., BROCARD, J., OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

_____. **Investigações Matemáticas na sala de Aula.** 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PONTE, J. P., FERREIRA, C. VARANDAS, J. M., BRUNHEIRA, L., & OLIVEIRA, H. **A relação professor aluno na realização de investigações matemáticas.** Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999.

RICOEUR, P. *Do texto à acção: ensaios de hermenêutica II.* Porto: Rés-Editora, 1989.

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as ciências.** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

SCHMIDT, L. K. **Hermenêutica.** 3 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

SERRAZINA, L., VALE, I., FONSECA, H., & PIMENTEL, T. Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo & A. F. Dionísio (Eds.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores** (pp. 41-58). Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

SIKOŁOWSK, R. In: **Introdução à Fenomenologia.** Edições Loyola: São Paulo, SP, 2000. Disponível em <<file:///C:/Users/Paulo/Downloads/artigo.pdf>>. Acesso em: 02/05/2016

SILVA, A. M. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** 2003. 244 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

SILVA, F. H. S. **Formação de professores: mitos do processo.** Belém: EDUFPA, 2009. 164 p.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. **Bolema.** v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

SIMON, M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for research in Mathematics Education.** Vol. 26 (2), 114-145, 1995.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema.** Ano 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOARES, A. S. A formação do professor da Educação Básica entre políticas públicas e pesquisas educacionais: uma experiência no Vale do Jequitinhonha em Minas Gerais. **Ensaio: aval. pol. públ. Educ.**, Rio de Janeiro, v.22, n. 83, p. 443-464, abr./jun. 2014

SOUZA, C. Políticas Públicas: questões temáticas e de pesquisa. **CADERNO CRH**, Salvador, n. 39, p. 11-24, jul./dez. 2003.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, n. 13, 2000.

TRINDADE, A. F. P. **Investigações Matemáticas e Resolução de Problemas - que fronteiras?**. 2008. 176 f. Tese (Mestrado em Educação) - Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Central da UNICAMP/NIED, 1999.

WICHNOSKI, P; KLÜBER, T. E. **Uma revisão crítica da tendência Investigação Matemática no Brasil**. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática – XIV CIAEM, 14.; 2015a, Tuxtla Gutiérrez.

_____. Um olhar lakatosiano sobre a tendência Investigação Matemática. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 65-80, 2015b.

_____. Uma hermenêutica da produção sobre investigação Matemática no Brasil. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.17, n.2, pp.173-190, 2015c.

Produções analisadas

ABUDI, S. T. S. **Tarefas Investigativas e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**: Uma Experiência com Alunos de 7º Ano. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_sonia_terezinha_sgobero_abudi.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Tarefas Investigativas e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**: Uma Experiência com Alunos de 7º Ano. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_sonia_terezinha_sgobero_abudi.pdf>.

de/2012/2012_uel_mat_pdp_sonia_terezinha_sgobero_abudi.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

ANDRECHOVICZ, R. **O ensino de geometria por meio do geogebra e de Investigações Matemáticas.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_artigo_rosangela_andrechovicz.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **O ensino de geometria por meio do geogebra e de Investigações Matemáticas.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_pdp_rosangela_andrechovicz.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

ARAUJO, L, H. **Investigações Matemáticas:** uma experiência com alunos do 6º ano do ensino fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uem_mat_artigo_lucia_helena_de_araujo.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigações Matemáticas:** uma experiência com alunos do 6º ano do ensino fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uem_mat_pdp_lucia_helena_de_araujo.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

ARAUJO, R. G. **Aulas investigativas no ensino da álgebra no 8º ano.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_artigo_regiane_gomes_de_araujo.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Aulas investigativas no ensino da álgebra no 8º ano.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_pdp_regiane_gomes_de_araujo.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

BECKER, T. S. S. **Investigação Matemática: Um Enfoque aos Conteúdos Geométricos.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unioeste_mat_artigo_tavania_suzer_da_silva.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigação Matemática: Um Enfoque aos Conteúdos Geométricos.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unioeste_mat_pdp_tavania_suzer_da_silva.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

BERNARDELLI, M. A. S. **Aplicação da Investigação Matemática em números naturais.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_artigo_maria_aparecida_semeghini_bernard.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Aplicação da Investigação Matemática em números naturais.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_md_maria_aparecida_semeghini_bernardelli.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

BORGES, M. K. **Investigações Matemáticas: Uma Abordagem aos Professores da Rede Pública do Estado do Paraná.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_utfpr_mat_artigo_margarete_kolczycki_borges.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigações Matemáticas: Uma Abordagem aos Professores da Rede Pública do Estado do Paraná.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_utfpr_mat_pdp_margarete_kolczycki_borges.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

CHUPROSKI, R. F. **Investigação Matemática como alternativa metodológica para superação de problemas nas operações fundamentais.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unicentro_matematica_artigo_rosemeri_fillus_chuproski.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Investigação Matemática como alternativa metodológica para superação de problemas nas operações fundamentais.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unicentro_matematica_md_rosemeri_fillus_chuproski.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

COSTA, N. C. **Estudo do software educativo de matemática Geogebra para aplicação na investigação dos Conteúdos estruturantes: funções e geometria.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_artigo_nunciata_carboni_da_costa.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Estudo do software educativo de matemática Geogebra para aplicação na investigação dos Conteúdos estruturantes: funções e geometria.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_md_nunciata_carboni_da_costa.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

CRUZ, C. M. **Investigação Matemática: Curso de Formação para professores na cidade de Sarandi-PR.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uem_mat_artigo_cleide_miguel_da_cruz.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigação Matemática: Curso de Formação para professores na cidade de Sarandi-PR.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uem_mat_pdp_cleide_miguel_da_cruz.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

DAVID, R. S. B. **Experiências com probabilidade e estatística no ensino médio.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_uel_mat_artigo_rachel_santos_borges_david.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

_____. **Experiências com probabilidade e estatística no ensino médio.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1501-6.pdf>>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

FERREIRA, C. **Conjuntos numéricos, com ênfase nos números inteiros.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_artigo_catarina_ferreira.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Conjuntos numéricos, com ênfase nos números inteiros.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_pdp_catarina_ferreira.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

FERREIRA, S. M. P. **A Investigação Matemática e o conceito de funções:** um estudo com alunos da 8ª série do ensino fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_artigo_sandra_maria_pimenta_ferreira.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **A Investigação Matemática e o conceito de funções:** um estudo com alunos da 8ª série do ensino fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_md_sandra_maria_pimenta_ferreira.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

FOLLADOR, D. **A TV Multimídia, um Objeto de Aprendizagem para a Educação Matemática, Significados e Discussões.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da

Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_ufpr_mat_artigo_dolores_follador.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

_____. **Potencialidades educativas dos objetos virtuais de aprendizagem para a TV multimídia disponibilizados no portal dia-a-dia educação.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1418-6.pdf>>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

GÓES, L. A. **O ensino da matemática na perspectiva das metodologias propostas nas diretrizes curriculares do Paraná.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2007. Curitiba: SEED/PR., 2007. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/716-4.pdf>>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-037-7.

GOMES, R. **Investigações Matemáticas:** possibilidades para o trabalho com funções por meio do GeoGebra. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_fecilcam_mat_artigo_reinaldo_gomes.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigações Matemáticas:** possibilidades para o trabalho com funções por meio do GeoGebra. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_fecilcam_mat_pdp_reinaldo_gomes.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

LENARTOVICZ, J. G. **Tarefas de Investigação Matemática numa Trajetória de Ensino e Aprendizagem.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_janete_guiraldeli_lenartovicz.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Tarefas de Investigação Matemática numa Trajetória de Ensino e Aprendizagem.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_janete_guiraldeli_lenartovicz.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

de/2012/2012_uel_mat_pdp_janete_guiraldeli_lenartovicz.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

LENARTOVICZ, J. M. **Jogos e Investigação Matemática numa Trajetória de Ensino e Aprendizagem.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_jose_mario_lenartovicz.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Jogos e Investigação Matemática numa Trajetória de Ensino e Aprendizagem.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_pdp_jose_mario_lenartovicz.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

MANTOVANI, S. M. **Investigação Matemática: as embalagens e o estudo de geometria.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_md_sandra_mara_mantovani.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

MARTINS, R. C. C. **Cenas de aulas de matemática: alunos imitando o Trabalho do matemático.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_pdp_rita_de_cassia_ciuffa_martins.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Cenas de aulas de matemática: alunos imitando o Trabalho do matemático.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_pdp_rita_de_cassia_ciuffa_martins.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

MAZARO, E. C. P. **Desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de investigações em sala de aula.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_artigo_elisangela_cristina_perugini_maza.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de investigações em sala de aula.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_md_elisangela_cristina_perugini_mazaro.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

MEDEIROS, C. S. **Investigação Matemática: uma nova perspectiva para o ensino e a aprendizagem da geometria.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unioeste_matematica_artigo_clecimara_da_silva_medeiros.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Investigação Matemática: uma nova perspectiva para o ensino e a aprendizagem da geometria.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unioeste_matematica_md_clecimara_da_silva_medeiros.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

NAVASCONI, C. L. D. R. **Investigações Matemáticas em sala de aula com o Geogebra- articulando geometria e álgebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_fecilcam_matematica_artigo_carmem_lucia_dionisio_rocha.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Investigações Matemáticas em sala de aula com o Geogebra- articulando geometria e álgebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_fecilcam_matematica_md_carmem_lucia_dionisio_rocha_nava.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

NICOLI, C. G. **Tarefas de investigação para o ensino-aprendizagem das propriedades de divisibilidade dos números naturais.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_artigo_conceicao_geni_nicoli.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Tarefas de investigação para o ensino-aprendizagem das propriedades de divisibilidade dos números naturais.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_pdp_conceicao_geni_nicoli.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

OZIERANSKI, M. **Áreas e perímetros: uma abordagem Significativa.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_marise_ozieranski.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Áreas e perímetros: uma abordagem Significativa.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_pdp_marise_ozieranski.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

PEDROSO, S. M. D. **Tarefas investigativas – uma investigação do processo ensino aprendizagem em matemática.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uepg_matematica_md_sandra_mara_dias_pedroso.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

RIBEIRO, R. M. **O ensino de geometria plana no ensino fundamental: tarefas investigativas utilizando o software geogebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_artigo_rejana_mara_ribeiro.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **O ensino de geometria plana no ensino fundamental: tarefas investigativas utilizando o software geogebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_pdp_rejana_mara_ribeiro.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

RODRIGUES, M. L. **Investigando geometricamente o tangram utilizando o software geogebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação.

Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_mara_lucia_rodrigues.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigando geometricamente o tangram utilizando o software geogebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_pdp_mara_lucia_rodrigues.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

ROIK, M. T. O. **O uso do material dourado no ensino aprendizagem dos produtos notáveis na 7ª série.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_utfpr_matematica_artigo_marilda_terezinha_de_oliveira.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **O uso do material dourado no ensino aprendizagem dos produtos notáveis na 7ª série.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_utfpr_matematica_md_marilda_terezinha_de_oliveira.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

RÖDER, L. **Relação cognição e afetividade na aprendizagem da matemática.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_utfpr_mat_artigo_luciana_roder.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

_____. **Relação cognição e afetividade na aprendizagem da matemática.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_utfpr_mat_md_luciana_roder.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

SASDELLI, V. M. **Investigações matemáticas no cotidiano do aluno:** Um relato de Experiência. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_mat_artigo_vania_maria_sasdelli.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Investigações matemáticas no cotidiano do aluno:** Um relato de Experiência. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_mat_pdp_vania_maria_sasdelli.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

SELLA, A. E. **Possibilidades de investigações matemáticas relacionadas ao número e a proporção áurea.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_unioeste_mat_artigo_arleni_elise_sella.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

_____. **Possibilidades de investigações matemáticas relacionadas ao número e a proporção áurea.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2008. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_unioeste_mat_md_arleni_elise_sella.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-040-7.

SCHMEISCH, M. **Funções e geometria, utilizando software Geogebra no ensino e na aprendizagem da Matemática.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_uel_matematica_md_marilda_schmeisch.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

STIPP, M. S. G. **Investigação matemática na perspectiva de ampliar a participação e contribuir no ensino-aprendizagem das operações através da problematização.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_artigo_marinez_suely_de_goes_stipp.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Contribuir no Ensino-Aprendizagem das Operações por meio dos Problemas de Aplicação.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unicentro_mat_pdp_marinez_suely_de_goes_stipp.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

SURMAS, M. I. T. **Explorando e investigando atividades de Geometria por meio do GeoGebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_unicentro_mat_artigo_maria_ines_tomal_surmas.pdf>. Acesso em 08/07/2015.

_____. **Explorando e investigando atividades de Geometria por meio do GeoGebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_unicentro_mat_pdp_maria_ines_tomal_surmas.pdf>. Acesso em 18/04/2015.

TRATCH, C. **Investigação matemática:** uma proposta metodológica para o ensino de fractais construídos através do software GeoGebra. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unicentro_matematica_artigo_claudia_tratch.pdf>. Acesso em 08/07/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

_____. **Investigando matematicamente alguns fractais por meio do software Geogebra.** In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2009. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unicentro_matematica_md_claudia_tratch.pdf>. Acesso em 18/04/2015. ISBN 978-85-8015-053-7.

Anexo I

Quadro 1: Autores citados nas produções PDE

Autor	Ano	Obra
Abrantes	1999	ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula. In: ABRANTES, P. (org). Investigações matemáticas na aula e no currículo . Lisboa: APM, 1999. p. 153-167.
Cunha	2009	CUNHA, Daniela Santa Inês. Investigações geométricas: desde a formação do professor até a sala de aula de matemática . Rio de Janeiro: UFRJ/ IM, 2009. 98f.: il.; 30cm. Dissertação (mestrado) – UFRJ/IM. Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, 2009.
Cunha, Oliveira e Ponte	1995/1996	CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da. Investigações matemáticas na sala de aula . In A. Pinheiro, A. P. Canavarro (Eds.), Actas do ProfMat 95. Lisboa: APM, 1995. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>. Acesso em: 17 abr. 2012. CUNHA, H.; OLIVEIRA, H, & PONTE, J. P. Investigações matemáticas na sala de aula. In: P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Orgs.). Investigar para aprender matemática . Lisboa: APM, 1996.
Ferreira	2001	Não foi referenciado na produção PDE
Florentini e Lorenzato	2006	FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos . Campinas: Autores Associados, 2006.
Florentini, Fernandes e Cristóvão	2004	FIORENTINI, D; FERNANDES, F.L.P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico . Faculdade de Educação – Unicamp, 2004.
Flato	1994	FLATO, M. O poder da Matemática . Lisboa: Terramar, 1994.
Fonseca, Brunheira e Ponte	1999/2006	FONSECA, H; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. da. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática . 1999. Disponível em: <http://www.amma.com.pt/cm/af29/trabalhos/s7/Textos/texto18.pdf>
Goldemberg	1998/1999	GOLDENBERG, E. P. Four roles for investigation in the mathematics classroom . Tradução da conferência no Seminário Investigações na sala de aula. Portalegre, Portugal, September 14-16, 1998. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/didmat/20042005h/txapoio/goldenbe rg99.pdf>. Acesso em 10/05/2012. GOLDENBERG, E. Paul. Quatro funções da investigação na aula de Matemática. In: ABRANTES, Paulo et. al. (Orgs.) Investigações matemáticas na aula e no currículo . Portugal, APM, 1999, p. 35 – 49.
Lins	1999	LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In: BICUDO (org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas . São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários & Debates)
Lorenzato	2006	
Mendes	1997	MENDES, E. Actividade matemática escolar numa perspectiva investigativa e exploratória na sala de aula: Implicações para a aprendizagem . (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 1997.
Oliveira	1998	OLIVEIRA, H, M. Actividades de investigação na aula de

Autor	Ano	Obra
		matemática: aspectos da prática do professor. Lisboa, 1998, 271 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa. Disponível em http://ia.fc.ul.pt . Acesso em abril de 2012.
Oliveira, Segurado e Ponte	1996	Não foi referenciado na produção PDE
Ponte	1992/1994/1997/2003/2005	PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. Quadrante, 3(1), 3-18. 1994. PONTE, J.P. Investigar, Ensinar e Aprender. Actas do ProfMat, (CD-ROOM, p. 25-39). Lisboa: APM, 2003. PONTE, J.P. Álgebra no currículo escolar. Educação em Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática , Lisboa, n. 85, Nov./Dez., 2005.
Ponte e Matos	1996	PONTE, J. P.; MATOS, J. F. Processos cognitivos e Interações Sociais nas Investigações Matemáticas , 1996. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte-Matos(Viana-PT).doc . Acesso em 20 set 2012.
Ponte, Brocardo e Oliveira	2003/2005/2006/2009	PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
Ponte, Oliveira, Brunheira e Varandas	1998	PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J.M. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. Quadrante , vol. 7, n. 2, p.41- 70, 1998.
Porfírio e Oliveira	1999	PORFÍRIO, J.; OLIVEIRA, H. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: ABRANTES et al. (Org.). Investigações matemáticas na aula e no currículo. Portugal: Matemática para todos: investigações na sala de aula e Associação de professores de matemática, 1999. p. 111-118.
Rocha e Ponte	2006	ROCHA, A.; PONTE, J. P. Aprender matemática investigando. ZETETIKE , Campinas. n. 6, v. 14, p. 29-48, jul./dez. 2006.
Segurado	1997	SEGURADO, Maria Irene Abranches. A investigação como parte da experiência matemática dos estudantes do 2º ciclo. 1997 (Dissertação de mestrado), Universidade de Lisboa. Disponível em: http://ia.fc.ul.pt/ . Acesso em: 30 dez. 2009.
Serrazina, Vale, Fonseca e Pimentel	2002	SERRAZINA, L. et al. O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In PONTE, J. P. da et al. (orgs.) Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 41-58.
Simon	1995	SIMON, M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for research in

Autor	Ano	Obra
		Mathematics Education . Vol. 26 (2), 114-145, 1995.
Skovsmose	2000	SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. In: Bolema - Boletim de Educação Matemática . Rio Claro: (SP), n.14, set. 2000.
Stenhouse	1995	STENHOUSE, L. A. An introduction to curriculum research and development . London: Heineman Educational, 1975.
Trindade	2008	TRINDADE, A. F. P. Investigações matemáticas nas séries Iniciais (5ª a 8ª) – uma pesquisa em meio às névoas . UFPR, 2008. 110 p. Dissertação (mestrado).
Wodewotski e Jacobini	2004	WODEWOTZKI, M. L.; JACOBINI, O. R. O ensino de estatística no contexto da Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORDA, M. C. (Orgs.) Educação Matemática pesquisa em movimento . São Paulo: Cortez, 2004.

Fonte: os autores

Obs: As referências apresentadas no quadro acima foram retiradas na íntegra das produções. Também, os trabalhos citados no corpo do texto das produções didático pedagógicas, mas não referenciados na parte destinada, estão indicados com um *, por exemplo, 2001* significa que o trabalho do respectivo autor não consta nas referencias da produção didático-pedagógica.